

**DISEÑO Y ACTUALIZACION DE SOFTWARES PARA ANALISIS DE  
INYECCION DE AGUA POR EL METODO DE BUCKLEY – LEVERETT Y  
PARA EL CÁLCULO DE FLUJO BIFASICO (ACEITE-AGUA) EN UN MEDIO  
POROSO DE AREA IRREGULAR: METODO DE HIGGINS Y LEIGHTON**

**HEYLER MURILLO LOSADA  
GERARDO PINZON SILVA**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
NEIVA  
2009**

**DISEÑO Y ACTUALIZACION DE SOFTWARES PARA ANALISIS DE  
INYECCION DE AGUA POR EL METODO DE BUCKLEY – LEVERETT Y  
PARA EL CÁLCULO DE FLUJO BIFASICO (ACEITE-AGUA) EN UN MEDIO  
POROSO DE AREA IRREGULAR: METODO DE HIGGINS Y LEIGHTON**

**HEYLER MURILLO LOSADA  
GERARDO PINZON SILVA**

Proyecto presentado como  
requisito final para obtener el título  
de Ingeniero de Petróleos

Director  
**FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO**  
Ph-D

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
NEIVA  
2009**

Nota de Aceptación

---

---

---

---

Presidente del Jurado

---

Jurado

---

Jurado

Neiva, Noviembre 30 de 2009

***A Dios por haberme concedido una maravillosa familia, a mis queridos padres Abdón y Yolanda, a mis hermanos Wladimir y Yehimy y a lore por siempre estar ahí presente.***

***Heyler Murillo Losada***

***A Dios por la fortuna de tener y contar con mi familia, a mis padres Gerardo Pinzón Zúñiga y Julia Silva Perdomo por su paciencia , a mis hermanos Luis Carlos y Estefanía por su apoyo, a mi maravillosa esposa Wendy Johanna Sánchez C. y mi preciosa hija Mária Victoria Pinzón Sánchez por ser la razón de triunfar y a todos mis familiares y amigos que de una u otra forma creyeron y formaron parte de mi crecimiento profesional ..***

**Gerardo Pinzón Silva**

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores expresan sus más sinceros agradecimientos a:

**NUESTROS FAMILIARES.** Por su permanente apoyo durante el desarrollo de nuestra carrera, sin el cual hubiese sido imposible culminarla.

**FREDDY HUMBERTO ESCOBAR,** Magister en Ingeniería de Petróleos. Profesor Universidad Surcolombiana. Director del Proyecto. Por su permanente disponibilidad e interés durante todo el desarrollo del proyecto.

**JAIRO ANTONIO SEPULVEDA,** Magister en Ingeniería de Petróleos. Profesor Universidad Surcolombiana. Evaluador del Proyecto. Por su desinteresado deseo de colaboración.

**LUIS FERNANDO BONILLA,** Ingeniero de Petróleos. Profesor Universidad Surcolombiana. Evaluador del Proyecto. Por dedicar parte de su tiempo al proyecto.

**FREDDY ANDRES NARVAEZ** por su colaboración y consejos en el desarrollo de este proyecto.

**PROFESORES DE LA UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA.** Por compartir sus conocimientos con nosotros y porque a través de sus enseñanzas nos han convertido en unos profesionales con excelentes valores humanos y técnicos.

A aquellas que nos apoyaron en aquellos malos y buenos momentos, que nos ayudaron a superar inconvenientes y que nunca dudaron en estar un solo segundo a nuestro lado, dando mayor importancia a nuestros problemas que a los de ellos.

Finalmente, a todos los falsos ( a Cristian, Titi, Juano, Patiño, Happy, Roberto, Colombiano). Queremos agradecer a nuestros amigos por ser eso... amigos.

## NOMENCLATURA

A = Area transversal al flujo (pies<sup>2</sup>)

a = Corte con el eje Y de la recta prolongada en el gráfico Kro/Krw vs Sw

B = Factor volumétrico

b = Pendiente de la porción recta en el gráfico Kro/Krw vs Sw

$dfw/dSw$  = Derivada de fw respecto a Sw

dx = Tamaño de cada intervalo de espacio en los que está dividido el sistema durante los cálculos considerando presión capilar.

Ed = Eficiencia de desplazamiento

F = Flujo fraccional no capilar - no gravitacional

f = Flujo fraccional de una fase

$fw'$  = Derivada de fw respecto a Sw

g = Aceleración gravitacional (cm/seg<sup>2</sup>)

h = Espesor de cada capa del yacimiento (pies)

K = Permeabilidad absoluta al líquido (mD)

Ko = Permeabilidad efectiva al aceite (mD)

Kro = Permeabilidad relativa a la fase aceite

Krw = Permeabilidad relativa a la fase agua

L = Longitud del medio poroso (pies)

m = Constante de ajuste para la relación  $Kro = f(Sw)$

P = Presión

Pc = Presión capilar (atm)

Qo = Caudal de producción de crudo (Bbl/día)

qt = Caudal de inyección (Bbl/día)

$Q_w$  = Caudal de producción de agua (Bbl/día)

$Q_{wi}$  = Caudal de inyección de agua (Bbl/día)

$S_o$  = Saturación de aceite

$S_{oi}$  = Saturación inicial de aceite

$S_{or}$  = Saturación residual de aceite

$S_w$  = Saturación de agua

$t$  = Tiempo (días)

$V_p$  = Volumen poroso (Bbls)

$W_p$  = Volumen de agua producida acumulada (Bbls)

$X$  = Distancia (ft)

$\phi$  = Porosidad

$\alpha$  = Buzamiento

$\mu$  = Viscosidad (cp)

$\Delta t$  = Intervalo de tiempo

$\Delta x$  = Intervalo en espacio

$\rho$  = Densidad ( $\text{gr/cm}^3$ )

### **Subíndices y superíndices**

a = Absoluta

bt = En el momento de la ruptura

br-m = Etapa después de la ruptura

i = Punto en el espacio

j = Índice de incrementos desde el inicio de la inyección

n = Índice del número de celda

o = Fase aceite

w = Fase agua



x = Dirección en el sentido X

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. Configuraciones de pozos de entrada y salida para arreglos de línea

FIGURA 2. Eficiencia de barrido areal para los arreglos de pozos en línea directa y línea alterna como una función de  $d/a$ .

FIGURA 3. Conductividad del arreglo de pozos en línea directa y alterna, como función de  $d/a$

FIGURA 4. Distribución de presión en un arreglo de pozos en línea alterna.

FIGURA 5. Modelo potenciométrico estudiado para el arreglo de cinco puntos (donde se muestran los frentes de flujo, las líneas de corriente y las líneas isopotenciales.)

FIGURA 6. Representación diagramática de un arreglo de siete puntos y cuatro puntos.

FIGURA 7. Esquema de tres frentes de flujo observados en un elemento de flujo de siete puntos normal obtenidos de modelos electrolíticos

FIGURA 8. Esquema de tres frentes de flujo observados en un elemento de flujo de siete puntos invertidos obtenidos de modelos electrolíticos

FIGURE 9. Eficiencia de barrido areal en la ruptura de la fase desplazante como una función de la movilidad para el arreglo de pozos de cinco puntos

FIGURA 10. Equipo para estudiar los patrones de barrido y relaciones de conductancia

FIGURA 11. Efecto de la razón de movilidad sobre la eficiencia de barrido a real para el patrón de cinco puntos

FIGURA 12. Diagrama de flujo generalizado para el método de buckley-leverett con efectos gravitacionales.

FIGURA 13. Diagrama de flujo de la aproximación numérica a la ecuación de buckley-leverett considerando efectos capilares

FIGURA 14. Líneas de flujo e isopotenciales para una inundación en arreglo de cinco puntos para una relación de movilidad de uno

FIGURA 15. Elemento usado para calcular el factor de forma  $g$

Figura 16. Saturación de agua, permeabilidad relativa al agua y la resistencia al flujo vs la derivada de  $F_w$  ( $F'_w$ )

FIGURA 17. Diagrama de flujo de la aproximación numérica a la ecuación de Higgins and Leighton

FIGURA 18. Efectos gravitacionales sobre el flujo fraccional

FIGURA 19. Efecto del caudal de inyección y el buzamiento sobre el avance del frente de saturación.

FIGURA 20. Avance del frente de saturación despreciando efectos capilares y gravitacionales.

FIGURA 21. Efectos capilares sobre el avance de frente de saturación.

## LISTA DE CUADROS

CUADRO 1. Efecto de la movilidad sobre la eficiencia de barrido areal en la ruptura para el arreglo de pozos de cinco puntos.

## CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	1
ABSTRAC	2
INTRODUCCION	3
1. MARCO TEORICO	4
1.1 INYECCION DE AGUA	4
1.1.1 Propiedades que afectan la eficiencia de desplazamiento	4
1.1.1.1 Miscibilidad	4
1.1.1.2 Tensión interfacial	4
1.1.1.3 Mojabilidad	5
1.1.1.4 Imbibición y drenaje	5
1.1.1.5 Presión capilar	5
1.1.1.6 Permeabilidad absoluta	5
1.1.1.7 Permeabilidad efectiva	5
1.1.1.8 Permeabilidad relativa	6
1.1.1.9 Movilidad	6
1.1.2 Métodos para predecir el comportamiento de la inyección de agua	6
1.2 TEORIA DEL DESPLAZAMIENTO FRONTAL	7
1.2.1 Ecuación de flujo fraccional	10
1.2.2 Desarrollo de la ecuación de avance frontal	12
1.2.3 Limitaciones de la ecuación de avance frontal	13
1.3 APLICACION DEL METODO DE BUCKLEY-LEVERETT	13

1.3.1 Avance del frente despreciando la presión capilar	14
1.3.2 Avance del frente considerando la presión capilar	15
1.3.3 Evaluación de la inyección de agua	18
1.3.3.1 Despreciando presión capilar	18
1.3.3.2 Considerando efectos capilares y gravitacionales	19
1.4 DESPLAZAMIENTO MISCIBLE EN DOS DIMENSIONES	19
1.4.1 Arreglos básicos para la inyección de agua	20
1.4.2 Inyección después de la ruptura y efecto de la movilidad del fluido	29
1.4.3 El arreglo de pozos de cinco puntos	29
2. DESARROLLO DEL PROGRAMA	34
2.1 BUCKLEY-LEVERETT CON EFECTOS GRAVITACIONALES	34
2.2 BUCKLEY-LEVERETT CON EFECTOS GRAVITACIONALES Y CAPILARES	36
2.3 METODO DE AVANCE FRONTAL EN SISTEMAS NO LINEALES HIGGINS AND LEIGHTON	39
3. USO DEL PROGRAMA	50
3.1 MENU	50
4. APLICACIONES DEL PROGRAMA	52
4.1 EFECTOS GRAVITACIONALES	52
4.2 EFECTOS CAPILARES	54
4.3 MANUAL DEL PROGRAMA	56
4.3.1 Instalación del programa	56
4.3.2 Ejecución del programa	56
4.3.2.1 Ejemplo de cada aplicación	56
4.3.2.1.1 Ejemplo de aplicación del método de Buckley-Leverett sin efectos gravitacionales	56

4.3.2.1.2 Ejemplo de aplicación del método de Buckley-Leverett con efectos gravitacionales y capilares	63
4.3.2.1.3 Ejemplo de aplicación del método de Higgins & Leighton	65
5. CONCLUSIONES	68
6. RECOMENDACIONES	69
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	70
ANEXOS	71

## RESUMEN

Se desarrolla un software para determinar el frente de agua por inyección bajo criterios y parámetros establecidos por cuatro (3) mecanismos de desplazamiento desarrollados, uno por el método BUCKLEY – LEVERETT sin efectos gravitacionales ni fuerzas capilares, dos por el método BUCKLEY – LEVERETT con efectos gravitacionales y fuerzas capilares, tres por el método de HIGGINS Y LEIGHTON para el cálculo de flujo bifásico (aceite – agua) en un medio poroso de área irregular.

Se presenta una ecuación diferencial no lineal de desplazamiento con agua en una dimensión para un medio poroso homogéneo, incluyendo efectos gravitacionales y fuerzas capilares. La técnica de diferencias finitas es usada para obtener una solución numérica de manera similar a la propuesta por McEwen (McEwen, 1959), pero complementada por los autores para que considere los efectos gravitacionales.

Para resolver esta ecuación, los autores proponen una relación entre la presión capilar y la saturación para yacimientos humectados por agua, en imbibición y cuando hay fluidos móviles, la cual el programa ajusta a los datos suministrados. La relación entre la permeabilidad relativa y la saturación es generada mediante un modelamiento matemático realizado a partir de tablas de datos.

La presencia de los diferenciales en la ecuación de desplazamiento es debida a la presión capilar, por lo tanto cuando ésta no se tiene en cuenta, se facilita el desarrollo de la ecuación analíticamente.

El programa consta con la opción de trabajar el método de HIGGINS & LEIGHTON el cual puede calcular caudales de aceite total y para cada uno de los canales con los cuales deseamos trabajar en los diferentes patrones de inyección de agua con los cuales consta el software además de poder mostrar el corte de agua en cada uno de los canales de flujo.

El programa fue diseñado para prestar flexibilidad y funcionalidad al usuario, toda vez que suministra los resultados tabulados, en forma gráfica y facilita la selección del método de trabajo mediante el uso de menús prácticos. El programa se ejecuta bajo el ambiente Windows.

## ABSTRACT

A software in order to determinate the water front in injection under criteria and parameter established by 3 developed displacement mechanisms is developed, one by the BUCKLEY – LEVERETT method with no gravitational effects or capillary strengths, two by the BUCKLEY – LEVERETT with gravitational effects and capillary strengths, three by the HIGGINS AND LEIGHTON method for biphasic flux (water – oil) in a porous media with irregular area.

A non linear differential equation for water displacement is presented in one dimension for a homogeneous porous media, including gravitational effects and capillary strengths. The finite differences technique is used to obtain a numerical solution in a similar way for proposed by McEwen (McEwen, 1959) but complemented by the authors to considerate gravitational effects.

To solve this equation the authors proposed a relation between the capillary pressure and saturation for water wetted reservoirs in imbibitions and when there are mobile fluids, which is adjusted to the supplied data with the software. The relation between relative permeability and saturation is generated with a mathematical model created from the data tables.

The presence of the differentials on the displacement equation is due to capillary pressure so when this is not noted is easier to solve analytically the equation.

The software has the option to work with the HIGGINS & LEIGHTON method which calculates total oil flow and for each one of the channels to work in the different water injection patterns programmed in the software besides of been able to show the water cut in each flux channels.

The software was designed to give flexibility and functionality to the user and shows the results in tables and graphics and also makes easier the selection of the work method with practical menus. The software is executed under a Windows OS.



## INTRODUCCION

Durante su vida activa, un yacimiento puede estar sometido a diferentes mecanismos de producción de acuerdo con su comportamiento; uno de estos mecanismos es la recuperación secundaria que se realiza mediante la inyección de gas natural o agua al yacimiento.

Para la evaluación de estos procesos de recuperación se han creado diferentes métodos que incluyen en algunas ocasiones la resolución de complejos algoritmos los cuales hacen necesario el uso de programas de computador para disminuir las probabilidades de error en los resultados y los tiempos de ejecución.

Las ecuaciones de desplazamiento de Buckley-Leverett han sido aplicadas satisfactoriamente para la predicción de recobro de crudo por varios años. Comúnmente, el término de la presión capilar es omitido de la fórmula de flujo fraccional, dando como resultado curvas de saturación vs distancia con valores múltiples. Este hecho, además, simplifica la ecuación y posibilita resolverla analíticamente.

Se han hecho considerables progresos para obtener soluciones numéricas a las ecuaciones que describen el desplazamiento lineal de un fluido por otro en el medio poroso. Douglas, Blair y Wagner; McEwen; Fayers y Sheldon; Bentsen; Yortsos y Hovanessian entre otros, han presentado técnicas de solución para fluidos incompresibles considerando efectos capilares. La ecuación de desplazamiento estudiada es una ecuación diferencial no lineal, y por lo tanto difícil de resolver analíticamente.

El método de Higgins y Leighton desarrollo aportes importantes para la predicción y el comportamiento de yacimientos que tengan los arreglos de pozos con los que estos trabajan además trabajan aproximaciones matemáticas sencillas que facilitan el trabajo y la programación para el cálculo bifásico (aceite-agua).

## 1. MARCO TEORICO

### 1.1. INYECCION DE AGUA

Por su bajo costo, es la técnica de recuperación secundaria más usada en el mundo. La inyección de agua, se lleva a cabo por un mecanismo de desplazamiento, entendiéndose como tal, el proceso por el cual un fluido pasa a ocupar el lugar de otro fluido, inmisible con él en el yacimiento.

Bajo ciertas condiciones mínimas, el agua es un fluido muy eficiente en la recuperación de petróleo. No tiene límite de profundidad, se puede inyectar a presión relativamente baja en la cabeza del pozo, ayudada por la columna hidrostática. Es un fluido abundante en la naturaleza, tanto en la superficie como en el subsuelo y su empleo no requiere costosos tratamientos en la mayoría de los casos.

La *eficiencia de desplazamiento* es la fracción de petróleo que a nivel poroso, es efectivamente desplazado por el fluido desplazante.

$$E_d = S_{oi} - S_{or} \quad [1]$$

#### 1.1.1. Propiedades que afectan la eficiencia de desplazamiento

La eficiencia de desplazamiento está gobernada por las siguientes propiedades: miscibilidad, tensión interfacial, mojabilidad, presión capilar, imbibición y drenaje, permeabilidad (absoluta, efectiva y relativa) y movilidad.

##### 1.1.1.1. Miscibilidad

Dos o más fluidos son miscibles cuando ellos son completamente solubles entre sí, dando como resultado un fluido homogéneo con propiedades física y químicas iguales en cualquier punto del sistema.

##### 1.1.1.2. Tensión interfacial

En las regiones limítrofes entre dos fluidos inmiscibles siempre existe un desequilibrio de fuerzas moleculares. El resultado neto de éste esfuerzo es una

tendencia a reducir el área de contacto. Las moléculas interiores ejercen su fuerza de atracción en todas las direcciones mientras que las moléculas localizadas en la interfase están sometidas a unas fuerzas de atracción diferentes. A dichas fuerzas se les denomina tensión interfacial.

#### **1.1.1.3. Mojabilidad**

Puede definirse como la mayor o menor tendencia que tiene un fluido a adherirse a una superficie sólida o a extenderse sobre ella en presencia de otro fluido inmiscible con él. Depende de los fluidos inmiscibles y del sólido en contacto.

#### **1.1.1.4. Imbibición y drenaje**

El proceso de desplazamiento de un fluido por otro, inmiscible con él, en un medio poroso, puede efectuarse por imbibición cuando el fluido mojante desplaza al no mojante, y por drenaje, cuando el proceso de desplazamiento es al contrario.

#### **1.1.1.5. Presión capilar**

La presión capilar en un medio poroso es la diferencia de presión que existe a través de la interfase que separa dos fluidos inmiscibles, uno de los cuales humecta preferencialmente la superficie de la roca. En la industria petrolera la presión capilar se calcula convencionalmente como la diferencia entre la presión de la fase no mojante menos la presión de la fase mojante.

#### **1.1.1.6. Permeabilidad absoluta**

Propiedad del medio poroso que mide la resistencia que dicho medio opone al flujo de un fluido a través de él, con la condición de que el fluido sature el 100% de dicho medio poroso.

#### **1.1.1.7. Permeabilidad efectiva**

Es la permeabilidad que ofrece el medio poroso a un fluido que no satura al 100% dicho medio, es decir, hay más de un fluido saturando al medio.

### **1.1.1.8. Permeabilidad relativa**

Es una magnitud adimensional que se determina como la relación entre la permeabilidad efectiva a cada fluido a una saturación dada, y la permeabilidad absoluta al medio poroso.

### **1.1.1.9. Movilidad**

Propiedad que determina el movimiento de cada uno de los fluidos que fluyen a través de un medio poroso. Se define como la razón entre la permeabilidad efectiva de cada fluido y su viscosidad, es decir que para el agua es  $K_w/\mu_w$  y para el aceite es  $K_o/\mu_o$ . El valor de la movilidad depende entonces de la saturación de los fluidos.

### **1.1.2. Métodos para predecir el comportamiento de la inyección de agua**

El método perfecto para predecir el desempeño de la inyección de agua debería incluir todo lo pertinente al flujo de fluidos, el patrón del pozo y los efectos de las heterogeneidades.

Los métodos de predicción de inyección de agua pueden ser divididos en grupos que consideran principalmente: (Craig, 1993, 78)

1. Heterogeneidad del yacimiento:
  - Método Yuster-Suder-Calhoun
  - Método Prats-Matthews-Jewett-Baker
  - Stiles
  - Dykstra y Parsons
2. Efectos del barrido areal.
  - Muskat
  - Hurst
  - Caudle y otros
  - Aronofsky
  - Deppe-hauber
3. Mecanismo de desplazamiento.
  - Buckley-Leverett
  - Craig-Geffen-Morse

- Higgins y Leighton
4. Métodos matemáticos.
    - Douglas-Blair-Wagner
    - Hiatt
    - Douglas-Peaceman-Rachford
    - Warren y Cosgrove
    - Morel-Seytoux
  5. Aproximaciones empíricas.
    - Guthrie-Greenberger
    - Schauer
    - Guerrero-Earlougher
    - Estudio estadístico API

## 1.2. TEORIA DEL DESPLAZAMIENTO FRONTAL

El desplazamiento de petróleo por agua en una roca es similar al desplazamiento de un fluido en un cilindro por un pistón con escapes. Buckley-Leverett desarrollaron una teoría de desplazamiento basada en el concepto de permeabilidad relativa haciendo las siguientes suposiciones: (Gómez, 1989, 28)

- a) El flujo es lineal, aunque puede modificarse para ser aplicado a flujo radial.
- b) La formación es isotrópica.
- c) Los fluidos han de ser inmiscibles, lo cual implica que existe presión capilar y que no hay transferencia de masa entre fases.
- d) No pueden existir más de dos fases moviéndose simultáneamente a través del sistema, lo cual permite el uso del concepto de permeabilidades relativas a dos fases y además, que el sistema debe estar por encima del punto de burbuja, o que la saturación de gas esté por debajo de su saturación crítica, si el desplazamiento es de petróleo por agua.
- e) La tasa de inyección y el área perpendicular al flujo han de ser constantes.
- f) Flujo continuo o estacionario con presión y temperatura constantes para asegurar condiciones de equilibrio. Flujo incompresible.

El modelo de Buckley - Leverett fue desarrollado por aplicación de la ley de conservación de masa al flujo de dos fluidos (agua y aceite) en una dirección (X).

$$-\frac{\partial}{\partial x} (\rho_o v_{ox}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o S_o \phi) \quad [2]$$

$$-\frac{\partial}{\partial X} (\rho_w v_{wx}) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_w S_w \phi) \quad [3]$$

Las ecuaciones [2] y [3] también se pueden escribir en términos de tasas de flujo volumétrico  $q_o$  y  $q_w$ , multiplicando ambos lados de las ecuaciones por el área transversal disponible al flujo.

$$-\frac{\partial}{\partial X} (\rho_o q_o) = A \frac{\partial}{\partial t} (\rho_o S_o \phi) \quad [4]$$

$$-\frac{\partial}{\partial X} (\rho_w q_w) = A \frac{\partial}{\partial t} (\rho_w S_w \phi) \quad [5]$$

Según el modelo se considera  $\rho_o$ ,  $\rho_w$  y  $\phi$  constantes. Por lo que las ecuaciones [4] y [5] se convierten en:

$$-\frac{\partial q_o}{\partial X} = A \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} \quad [6]$$

$$-\frac{\partial q_w}{\partial X} = A \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad [7]$$

Al sumar las ecuaciones [6] y [7], se obtiene:

$$-\frac{\partial (q_w + q_o)}{\partial X} = A \phi \frac{\partial (S_w + S_o)}{\partial t} \quad [8]$$

Como  $S_w + S_o = 1,0$  entonces:

$$\frac{\partial (q_w + q_o)}{\partial X} = 0 \quad [9]$$

Las saturaciones de  $q_o$  y  $q_w$  varían con la distancia  $X$ . Sin embargo, debido a que se asume que el petróleo y el agua son incompresibles, la tasa de flujo volumétrico total, a cualquier tiempo  $t$ , es constante en el sistema lineal para cada posición  $X$ . La ecuación [7] es usada para continuar el desarrollo del modelo de Buckley - Leverett. El flujo fraccional de una fase,  $f$ , se define como la fracción volumétrica de una fase fluyendo a  $X$  y  $t$ .

Para las fases agua y petróleo se tiene:

$$f_o = \frac{q_o}{q_t} = \frac{q_o}{q_w + q_o} \quad [10]$$

$$f_w = \frac{q_w}{q_t} = \frac{q_w}{q_w + q_o} \quad [11]$$

Debido a que el flujo fraccional es un balance de volumen, entonces:

$$f_w + f_o = 1 \quad [12]$$

Sustituyendo la ecuación [11] en la ecuación [7], se obtiene:

$$-\frac{\partial f_w}{\partial \chi} = \frac{A\phi}{q_t} \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad [13]$$

Para desarrollar una solución de la ecuación [13], es necesario obtener una forma equivalente de ésta, la cual incluye una variable dependiente ( $f_w$  o  $S_w$ ). En el modelo de Buckley - Leverett, se obtiene una expresión para  $\frac{\partial S_w}{\partial t}$  mediante la regla de la cadena. Sabiendo que  $S_w$  es función de  $X$  y  $t$ , se tiene:

$$S_w = S_w(x, t) \quad [14]$$

$$dS_w = \left( \frac{\partial S_w}{\partial x} \right)_t dx + \left( \frac{\partial S_w}{\partial t} \right)_x dt \quad [15]$$

Debido a que el frente de saturación avanza con  $S_w$  constante para cada tiempo, entonces es posible hacer  $dS_w = 0$  en la ecuación [15] y luego de algunos arreglos obtener:

$$\left( \frac{dx}{dt} \right)_{S_w} = - \frac{\left( \frac{\partial S_w}{\partial t} \right)_x}{\left( \frac{\partial S_w}{\partial x} \right)_t} \quad [16]$$

El término  $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w}$  es la velocidad a la cual un frente de saturación  $S_w$ , se mueve a través de un medio poroso. Luego se usará la ecuación [16] para eliminar  $\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)$  de la ecuación [13].

Cuando el flujo fraccional de agua se asume como función de  $S_w$  únicamente, la ecuación [17] puede ser derivada aplicando la regla de la cadena: si  $f_w = f_w(S_w)$ , entonces:

$$\left(\frac{df_w}{dx}\right)_t = \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_t \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t \quad [17]$$

Sustituyendo la ecuación [16] y [17] en la ecuación [13]:

$$-\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_t \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t = -\frac{A\phi}{q_t} \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t \left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w} \quad [18]$$

que es igual a:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_t \quad [19]$$

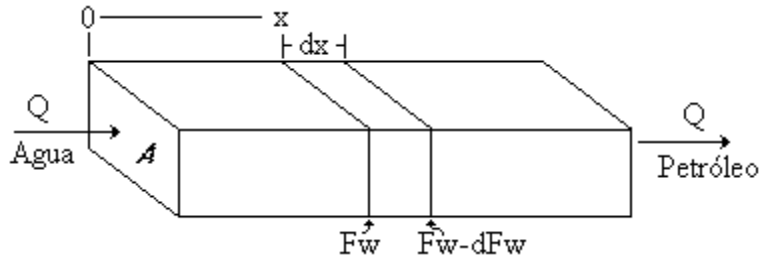
La anterior relación es la ecuación de Buckley - Leverett (también llamada ecuación de avance frontal), la cual implica que en un proceso de desplazamiento lineal, cada saturación de agua se mueve a través de los poros de la roca a una velocidad que se puede calcular partiendo de la derivada del flujo fraccional con respecto a la saturación de agua.

### 1.2.1. Ecuación de flujo fraccional

Cuando a través de un recinto cualquiera se produce un flujo multifásico, se define como flujo fraccional en un punto dado del recinto, a la fracción que de cada fluido pasa por dicho punto, con relación al flujo total y se representa por los símbolos:  $f_w$ ,  $f_o$  y  $f_g$ .



## FLUJO MULTIFÁSICO A TRAVÉS DE UN SISTEMA POROSO LINEAL HOMOGÉNEO.



De la definición de flujo fraccional,

$$q_w = f_w * q_t \quad [20]$$

$$q_o = (1 - f_w) * q_t \quad [21]$$

Se puede representar un flujo estable lineal con fluidos incompresibles de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dx} \left( k_o \frac{dp_o}{dx} \right) = 0 \quad [22]$$

$$\frac{d}{dx} \left( k_w \frac{dp_w}{dx} \right) = 0 \quad [23]$$

Aplicando la Ley de Darcy, considerando  $\alpha$  como el ángulo en grados formado sobre el plano horizontal y reemplazando las ecuaciones [20] y [21] se tiene:

$$(1 - f_w) q_t = - \frac{K_o A}{\mu_o B_o} \left( \frac{\partial p_o}{\partial x} + \rho_o * g * \text{Sen}(\alpha) \right) \quad [24]$$

$$f_w q_t = - \frac{K_w A}{\mu_w B_w} \left( \frac{\partial p_w}{\partial x} + \rho_w * g * \text{Sen}(\alpha) \right) \quad [25]$$

Restando la ecuación [25] de la [24] y expresando las derivadas de las presiones de las fases agua y el aceite en términos de presión capilar así:

$$\frac{\partial p_c}{\partial x} = \frac{\partial p_o}{\partial x} - \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad [26]$$

Se obtiene:

$$-\frac{q_t \mu_o B_o}{A k_o} + \frac{q_t}{A} f_w \left( \frac{\mu_o B_o}{k_o} + \frac{\mu_w B_w}{k_w} \right) = \frac{\partial p_c}{\partial \chi} + g^* (\rho_o - \rho_w) \text{Sen}(\alpha) \quad [27]$$

Despejando  $f_w$  de la ecuación [27]:

$$f_w = \frac{1 + \frac{A k_o}{q_t \mu_o B_o} \left[ g^* (\rho_o - \rho_w) \text{Sen}(\alpha) \right]}{1 + \left( \frac{k_o}{k_w} \right) \left( \frac{\mu_w}{\mu_o} \right) \left( \frac{B_w}{B_o} \right)} \quad [28]$$

Expresando la ecuación [28] en unidades de campo (Bbls, días, darcies, centipoises, pies, libras/plg<sup>2</sup> y gr/cm<sup>3</sup>), se obtiene:

$$f_w = \frac{1 + 1.127 \frac{A k_o}{q_t \mu_o B_o} \left[ \frac{\partial p_c}{\partial \chi} + 0.434 g^* (\rho_o - \rho_w) \text{Sen}(\alpha) \right]}{1 + \left( \frac{k_o}{k_w} \right) \left( \frac{\mu_w}{\mu_o} \right) \left( \frac{B_w}{B_o} \right)} \quad [29]$$

La ecuación [29], ecuación de flujo fraccional, contribuye considerablemente en el método de Buckley - Leverett, en virtud a que constituye una herramienta fundamental en la solución de la ecuación [19].

### 1.2.2. Desarrollo de la ecuación de avance frontal.

La solución a la ecuación de avance frontal (ecuación [19]) para unas condiciones límites especificadas forma la base para predecir el desplazamiento inmisible en un sistema lineal. La ecuación [19] plantea que una saturación de agua particular se propaga a través del medio poroso a velocidad constante. Esta velocidad

$\left( \frac{dx}{dt} \right)_{S_w}$ , es determinada únicamente con la saturación de agua en la ecuación de flujo fraccional.

Debido a que la porosidad, el área y la rata total de flujo son constantes y ya que

para cualquier valor de  $S_w$ , la derivada  $\frac{\partial f_w}{\partial S_w}$  es una constante, la razón  $\frac{dx}{dt}$  es constante. Por tanto, la distancia de avance de un plano de saturación constante  $S_w$  es directamente proporcional al tiempo y al valor de la derivada  $\frac{\partial f_w}{\partial S_w}$  a esa saturación, por lo tanto se puede integrar directamente:

$$\int_0^{x_{S_w}} d\chi_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \int_0^t \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_t dt \quad [30]$$

Obteniendo:

$$\chi_{S_w} = \frac{t q_t}{A\phi} \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_w} \quad [31]$$

El término  $\frac{\partial f_w}{\partial S_w}$  se puede evaluar derivando la ecuación [28] donde las permeabilidades al aceite y al agua son claramente función de  $S_w$ . El término que es difícil de evaluar es  $\frac{\partial p_c}{\partial \chi}$ .

### 1.2.3. Limitaciones de la ecuación de avance frontal

Algunas limitaciones de la ecuación provienen de suposiciones realizadas en el modelo o de condiciones encontradas en el yacimiento; en el desarrollo de la ecuación se consideraron los dos fluidos como inmiscibles e incompresibles, flujo en una sola dirección, yacimiento humectado por agua, la roca homogénea e isotrópica y las saturaciones iniciales de fluido uniformes en toda la región simulada. Por lo tanto aplicaciones a problemas que no se aproximen a estas suposiciones arrojarán ciertas diferencias entre el desempeño del desplazamiento calculado y el observado.

### 1.3. APLICACION DEL METODO DE BUCKLEY Y LEVERETT

El método de Buckley y Leverett considerando presión capilar y efectos gravitacionales se resuelve numéricamente utilizando diferencias finitas debido a

la complejidad para determinar el valor de  $\frac{\partial f_w}{\partial S_w}$ , necesario para el cálculo del avance del frente. El valor de esta derivada puede ser calculado analíticamente, para obtener resultados más rápidos y precisos, cuando se desprecia la presión capilar.

### 1.3.1. Avance del frente despreciando la presión capilar

Representación de la razón de las permeabilidades efectivas en papel semilogarítmico, resulta en una curva con una porción recta que obedece a la ecuación exponencial:

$$\frac{k_{ro}}{k_{rw}} = ae^{-bS_w} \quad [32]$$

Además, según Larson, cada una de las permeabilidades relativas puede representarse por las siguientes funciones de  $S_w$ :

$$k_{ro} = \alpha_1 (1-S_w)^m \quad [33]$$

$$k_{rw} = \alpha_2 (S_w)^n \quad [34]$$

Donde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $m$  y  $n$  son constantes de ajuste.

Si se sustituyen estos valores en la ecuación de flujo fraccional (ecuación [28]), y despreciando la presión capilar se tiene:

$$f_w = \frac{I + \frac{A K_{abs} (\alpha_1 (1-S_w)^m)}{q_t \mu_o B_o} \left[ g (\rho_o - \rho_w) \text{Sen} \alpha \right]}{I + a e^{-bS_w} \left( \frac{\mu_w}{\mu_o} \right) \left( \frac{B_w}{B_o} \right)} \quad [35]$$

Esta ecuación se deriva con respecto a la saturación suponiendo que las viscosidades, razón de factores volumétricos, caudal de inyección y las densidades son constantes, para obtener [36]:

$$\frac{\partial f_w}{\partial S_w} = \frac{\Psi \left( \frac{1 + A g K_o (\rho_o - \rho_w) \text{Sen}(\alpha)}{\mu_o q_t B_o} \right) b}{(\Psi + \Psi^2)} - \frac{A (\rho_o - \rho_w) m g \text{Sen}(\alpha) K_o}{B_o (\Psi + \Psi^2) (-S_w) \mu_o}$$

$$\Psi = \frac{Kro \mu_w B_w}{Krw \mu_o B_o}$$

El valor aquí obtenido se reemplaza en la ecuación [31] para calcular el avance del frente.

### 1.3.2. Avance del frente considerando la presión capilar

Se utiliza la solución numérica propuesta por C. R. McEwen (McEwen, 1959, 45), adicionando a ésta el término gravitacional. Para aplicar esta solución se reorganiza la ecuación [13] así:

$$\left( \frac{\partial S_w}{\partial t} \right)_x = -V_t \left( \frac{\partial f_w}{\partial \chi} \right)_t \quad [37]$$

Donde  $V_t = q_v / \phi A$

Por conveniencia la ecuación [28] es expresada de la siguiente manera:

$$f_w = F \left[ 1 + G * kro \left( \left( \frac{\partial Pc}{\partial \chi} \right)_t + Ng \right) \right] \quad [38]$$

Donde:

$$F = \frac{1}{1 + \frac{kro \mu_w B_w}{krw \mu_o B_o}} \quad ; \quad Ng = g (\rho_o - \rho_w) \text{Sen} \alpha \quad ; \quad G = \frac{K_{abs}}{\phi V_t \mu_o B_o}$$

Si a un tiempo dado se conoce la saturación a lo largo de todo el volumen poroso, entonces es posible evaluar  $f_w$ , y su gradiente  $\frac{\partial f_w}{\partial \chi}$ . Para hacer esto se

debe asumir que las permeabilidades relativas y la presión capilar son funciones conocidas de la saturación. La ecuación [37] da la razón de cambio de la saturación en cada punto del sistema.

Se puede aproximar el valor de la saturación en cada punto, después de un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , asumiendo que la rata de cambio es constante e igual a la rata inicial. Usando esta distribución aproximada de saturaciones para el nuevo tiempo, se pueden obtener los correspondientes valores aproximados de  $fw$ . De la misma manera, una rata de cambio de la saturación puede estimarse de la ecuación [37]. Esta rata de cambio para un nuevo tiempo se puede promediar con la del tiempo anterior, y la variación promedio resultante para el intervalo de tiempo puede ser usada para hacer una segunda suposición a las nuevas saturaciones. Se tiene entonces la base para una iteración.

Se deja de iterar y se procede con el siguiente intervalo de tiempo cuando no se producen valores de saturación significativamente diferentes. Estas saturaciones calculadas serán cercanas a las saturaciones verdaderas si nuestros puntos en tiempo y espacio no se encuentran muy separados. Un chequeo parcial del error puede usarse comparando dos valores de agua inyectada calculados independientemente así:

$$(a) \phi A \int_0^L S_w dx - Vp * S_{wc}$$

$$(b) q_{iny} * t_{iny}$$

Se emplean diferencias finitas para expresar las ecuaciones [37] y [38], donde el subíndice  $i$  representa puntos en el espacio y el subíndice  $n$  representa puntos en el tiempo. El superíndice  $n-1$  indica el tiempo anterior,  $n$  indica el valor al tiempo actual y  $n+1$  indica el valor al tiempo siguiente.

Haciendo  $H = \frac{Vt * \Delta t}{2\Delta X}$ ,  $S = S_w$  y  $f = fw$ ; la ecuación [37] se expresa así:

$$\frac{S_i^{n+1} - S_i^{n-1}}{2\Delta t} = -Vt \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta X} \quad [39]$$

Despejando  $S_i^{n+1}$  y haciendo los cambios necesarios para los diferentes valores de  $i$  y de  $n$ , se obtienen:

### Predictores de $S_w$ :

- Primera iteración en tiempo:

$$i=1 \quad S_1^{n+1} = S_1^n - 2H(f_2^n - f_1^n)$$

$$i=I \quad S_I^{n+1} = S_I^n - 2H(f_I^n - f_{I-1}^n)$$

$$1 < i < l \quad S_i^{n+1} = S_i^n - 2H(f_i^n - f_{i-1}^n)$$

- Demás iteraciones en tiempo:

$$i=1 \quad S_1^{n+1} = S_1^{n-1} - 4H(f_2^n - f_1^n)$$

$$i=l \quad S_l^{n+1} = S_l^{n-1} - 4H(f_l^n - f_{l-1}^n)$$

$$1 < i < l \quad S_i^{n+1} = S_i^{n-1} - 2H(f_{i+1}^n - f_{i-1}^n)$$

### Correctores de Sw:

$$i=1 \quad S_1^{n+1} = S_1^n - H(f_2^{n+1} - f_1^{n+1} + f_2^n - f_1^n)$$

$$i=l \quad S_l^{n+1} = S_l^n - H(f_l^{n+1} - f_{l-1}^{n+1} + f_l^n - f_{l-1}^n)$$

$$i > 1 \quad i < l \quad S_i^{n+1} = S_i^n - H(f_{i+1}^{n+1} - f_{i-1}^{n+1} + f_{i+1}^n - f_{i-1}^n)$$

La ecuación [38] se expresa en diferencias finitas de la siguiente manera:

$$f_i^n = F_i^n * \left[ 1 + G * kro_i^n * \left( \frac{Pc_{i+1}^n - Pc_{i-1}^n}{2\Delta X} + Ng \right) \right] \quad [40]$$

$$i = l \quad f_l^n = F_l^n * \left[ 1 + G * kro_l^n * \left( \frac{Pc_{l-1}^n - Pc_l^n}{\Delta X} + Ng \right) \right]$$

$$i < l \quad f_i^n = F_i^n * \left[ 1 + G * kro_i^n * \left( \frac{Pc_{i+1}^n - Pc_{i-1}^n}{2\Delta X} + Ng \right) \right]$$

Como se puede observar para mayor exactitud, se ha empleado un esquema de cinco puntos para la evaluación de las diferencias finitas.

Condiciones de frontera:

- Se considera  $Sw = Swc$  en todo el sistema al comenzar la inyección.
- El flujo fraccional,  $fw = 1$  a la entrada del sistema.

### 1.3.3. Evaluación de la inyección de agua

Durante un proceso de recobro mediante inyección de agua, es conveniente evaluar el desempeño de éste; para tal efecto el programa determina los valores de los siguientes parámetros: Caudal de producción de crudo ( $Q_o$ ), tiempo de inyección ( $t$ ), posición del frente de inundación ( $X$ ), tiempo al cual ocurre la ruptura ( $t_{bt}$ ), entre otras características.

#### 1.3.3.1. Despreciando la presión capilar

Cuando se desprecia la presión capilar y se consideran únicamente los efectos gravitacionales el programa evalúa los anteriores parámetros considerando el momento en el que ocurre la ruptura del frente, esta evaluación se hace así:

$$V_p = A * \phi * L \quad [41]$$

$$N_{oil} = V_p (1 - S_{wc})/B_o \quad [42]$$

$$RF_{oil} = N_p/N_{oil} \quad [43]$$

- **Antes de la ruptura.**

Se hace la evaluación para diferentes tiempos, distanciados uno del otro por un intervalo constante.

$$W_{iny} = t * q_t \quad [44]$$

$$N_p = W_{iny} \quad [45]$$

$$Q_o = N_p/t \quad [46]$$

- **Después de la ruptura.**

Después de ocurrir la ruptura, los cálculos se hacen para saturaciones promedio de agua detrás del frente menores a  $(1 - S_{or})$ , con intervalos de 0.05.

$$N_p = V_p (S_{w_{avg}} - S_{wc})/B_o \quad [47]$$

$$WOR = \frac{f_w * B_o}{(1 - f_w) B_w} \quad [48]$$

$$W_p = \frac{(WOR_j + WOR_{j-1})}{2} (N_p_j - N_p_{j-1}) \quad [49]$$



$$W_{iny} = Wp + Np * Bo / Bw \quad [50]$$

$$Q_o = \frac{(1 - f_w) \bar{q}_t}{Bo} \quad [51]$$

$$t = W_{iny} / q_t \quad [52]$$

### 1.3.3.2. Considerando efectos capilares y gravitacionales

Debido a que se hace una aproximación numérica para obtener el avance del frente de inundación, entonces se conoce la saturación de agua en cada una de las celdas de espacio ( $Sw_i$ ) para cada intervalo de tiempo. Esto permite realizar la evaluación de la inyección así:

$$W_{iny-real} = t * q_t \quad [53]$$

$$W_{iny-calc} = Vp (Sw_{avg} - Swc) + \sum_{n=1}^N \left[ \frac{fw_I^n + fw_I^{n-1}}{2} q_t (t^n - t^{n-1}) \right] \quad [54]$$

$$Sw_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^{i=I} Sw_i}{I} \quad [55]$$

$$Wp = W_{iny-real} - Np * Bo / Bw \quad [56]$$

$$Q_o = \frac{(Np_j - Np_{j-1})}{(t_j - t_{j-1})} \quad [57]$$

$$RFoil = Np / N_{oil} * 100 \quad [58]$$

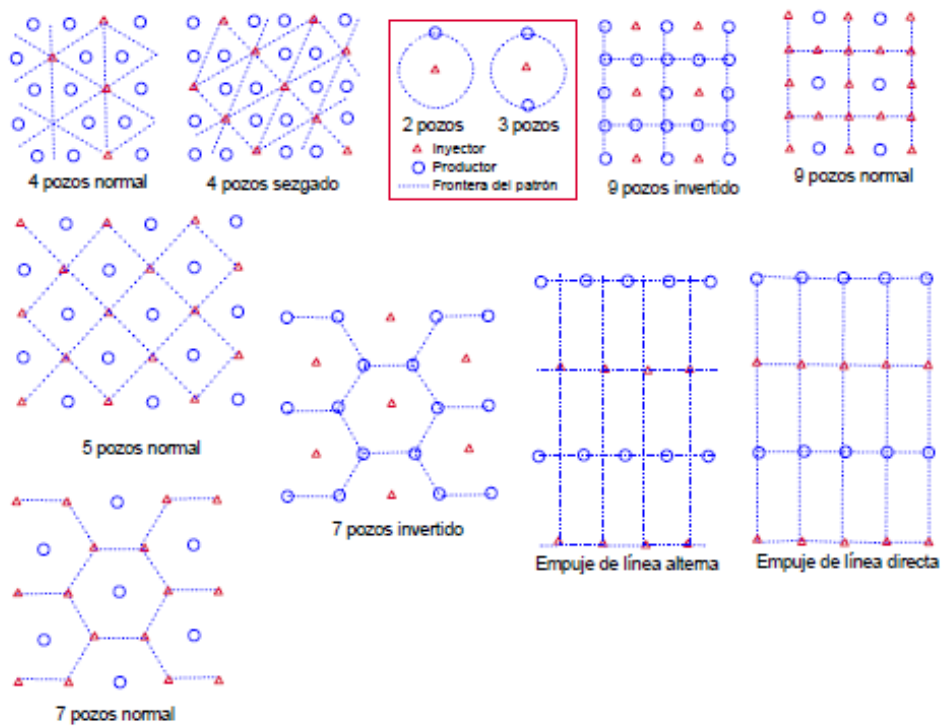
## 1.4. DESPLAZAMIENTO INMISCIBLE EN DOS DIMENSIONES - AREAL

Los yacimientos con fuentes de energía limitada requieren de la inyección de fluidos a través de uno o más pozos inyectores para desplazar el aceite y producirlo a través de productores. Si el yacimiento es homogéneo e isotrópico, el frente de flujo puede ser vertical de tal forma que los procesos de desplazamiento ocurren en dos dimensiones a través de área del patrón o el yacimiento.

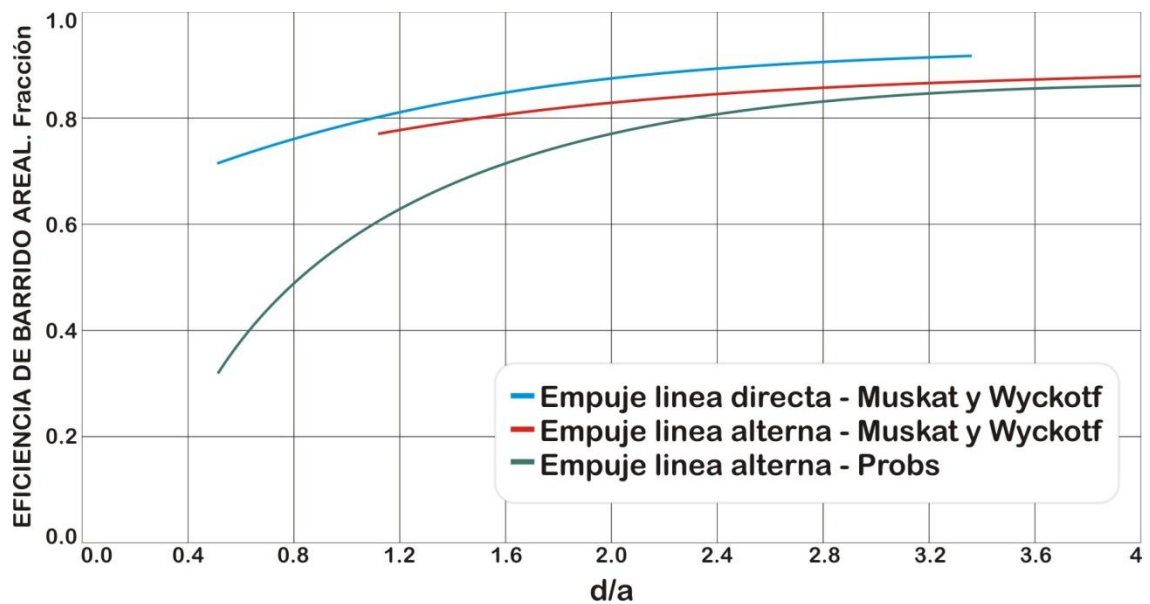
### 1.4.1. Arreglos Básicos para Inyección de Agua

Muchos de los campos viejos en los que se inyecta agua para el recobro secundario de aceite fueron desarrollados en espaciamientos de pozos irregulares. Actualmente se conoce mejor el comportamiento del yacimiento y gracias al eficiente desarrollo de los campos se han logrado establecer espaciamientos de pozos relativamente uniformes. Esto significa que en el momento de planear el recobro secundario, el campo se desarrollara con base en un patrón regular. Como la perforación de pozos inyectoros nuevos es muy costosa, entonces algunos pozos productores son reacondicionados como inyectoros de acuerdo a los requerimientos de diseño del proyecto de inyección. En el caso ideal, el frente de avance de inundación será como un plano. Si las fuerzas gravitacionales actúan para segregar los fluidos, miscibles o no miscibles, entonces el plano será horizontal para alcanzar cierta aproximación al 100% del cubrimiento total. Un barrido vertical de un extremo del campo al otro extremo también resultara en un cubrimiento total excelente. Esto no es posible debido a la configuración de muchos campos, por la segregación de los fluidos de diferentes densidades los cuales hacen que el fluido de inyección se segregue. Una de las maneras de que alguna aproximación de un avance planar vertical se lograra, sería por el uso de un empuje en línea directa, donde los pozos productores directamente compensan los pozos inyectoros, como se muestran en la Figura. Entre más lejanos estén los pozos inyectoros de los productores, se tendría el caso más aproximado de un frente vertical. Muskat ha expresado este aspecto de espaciamiento de pozos como la razón  $d/a$ , donde  $d$  es la distancia entre las líneas de producción y los pozos inyectoros, y  $a$  es la distancia del espaciamiento de pozos entre líneas en patrón regular presentes las eficiencias de barrido areal para una variedad de razones  $d/a$  prácticas. En una línea de inundación hay prácticamente dos grados de libertad. La razón  $d/a$  puede ser cambiada o los pozos pueden estar alternados, así se modifica la geometría de la malla. En la Figura se muestra que el arreglo de los pozos en línea alterna tiene una mayor eficiencia de barrido areal comparándola con el arreglo en línea directa, donde las razones  $d/a$  son menores que 2.0. A razones  $d/a$  mas grandes., grandes, la diferencia de eficiencia entre los arreglos no es muy marcada.

**FIGURA 1. CONFIGURACIONES DE POZOS DE ENTRADA Y SALIDA PARA ARREGLOS DE LINEA**

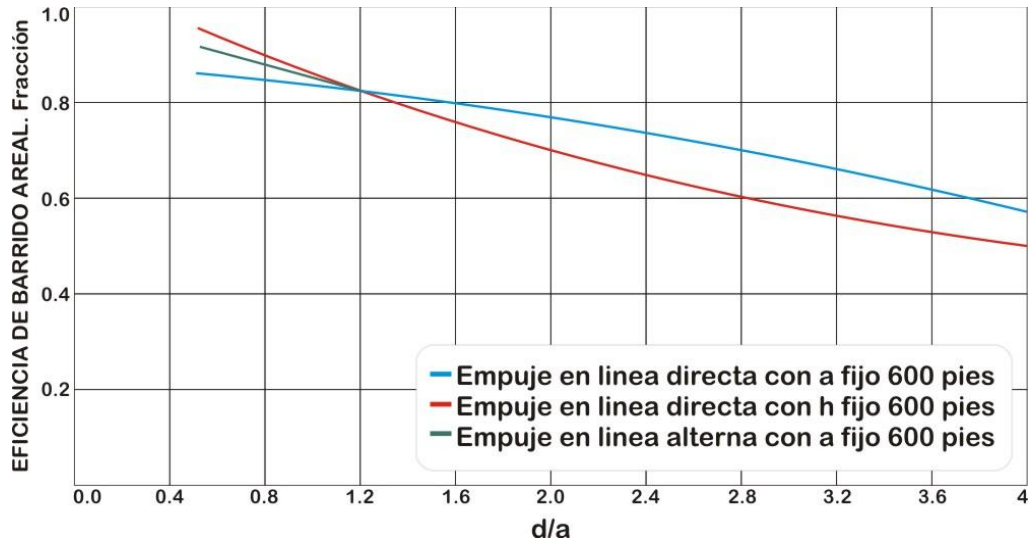


**FIGURA 2. EFICIENCIA DE BARRIDO AREAL PARA LOS ARREGLOS DE POZOS EN LÍNEA DIRECTA Y LÍNEA ALTERNA COMO UNA FUNCIÓN DE D/A.**



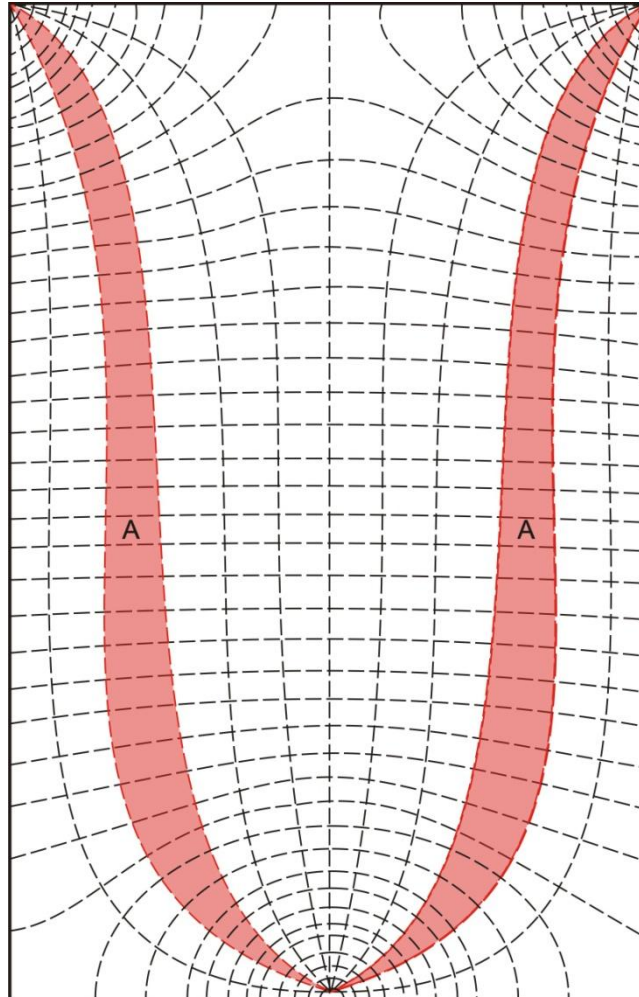
Así, una consideración de las eficiencias de barrido es de gran importancia si es posible seleccionar la configuración del pozo, debido a las nuevas perforaciones en un campo viejo. La Figura 2, muestra las diferencias de barrido (eficiencias) para el empuje en línea directa para un rango de valores  $d/a$  como fueron determinadas por diferentes autores. La relación (curva 2) desarrollada por Muskat y Wyckotf asume que "la línea de corriente de velocidad promedio más alta es la línea del centro entre los pozos de entrada y salida". Esto sería cierto cuando la razón  $d/a$  es 0.5 (es decir, el patrón de pozos de cinco puntos). El hecho de que las líneas centrales no pueden coincidir con la línea de mayor velocidad en la irrupción en otras razones  $d/a$  es evidente, debido a los requerimientos de flujo radial en la vecindad inmediata de los pozos productores e inyectores. Prats presenta (curva 3) los resultados de los cálculos donde la eficiencia de barrido en la ruptura y la geometría del patrón han sido determinadas usando la forma apropiada de las líneas de corriente en el momento de la ruptura. Es también de considerable interés el efecto de varias razones  $d/a$  en las configuraciones de pozos en línea alterna y directa sobre la conductividad de la malla de inundación. Muskat ha investigado este aspecto del problema, con los resultados mostrados en la Fig. 3, La conductividad de la malla ha sido tomada como  $q/A_p$ , o la rata de producción del pozo por unidad de presión diferencial. Para los casos de empuje en línea directa y alterna, esta figura muestra que la conductividad disminuye mientras el elemento de malla se elonga. Como sería esperado, debido al alargamiento de los caminos de flujo de fluidos para el área de drenaje Es también evidente de la Figura 3 que el alternamiento de los pozos ha tenido muy pequeños efectos sobre la conductividad del sistema excepto para bajos valores de  $d/a$ , donde la conductividad es menor un poco por el alternamiento. La Figura 4 muestra el efecto del alargamiento de los caminos de flujo en un elemento de dos pozos de un arreglo en línea alterna. Sería evidente que los caminos de flujo más cortos para un área de drenaje de pozo dada y para el arreglo en línea alterna, ocurría cuando  $d/a = 0.5$  y tendría por supuesto la conductividad mas grande. Prats recientemente ha mejorado los valores de Muskat<sup>5</sup> para la eficiencia de barrido del empuje en línea directa.

**FIGURA 3. CONDUCTIVIDAD DEL ARREGLO DE POZOS EN LÍNEA DIRECTA Y ALTERNA, COMO FUNCIÓN DE D/A**



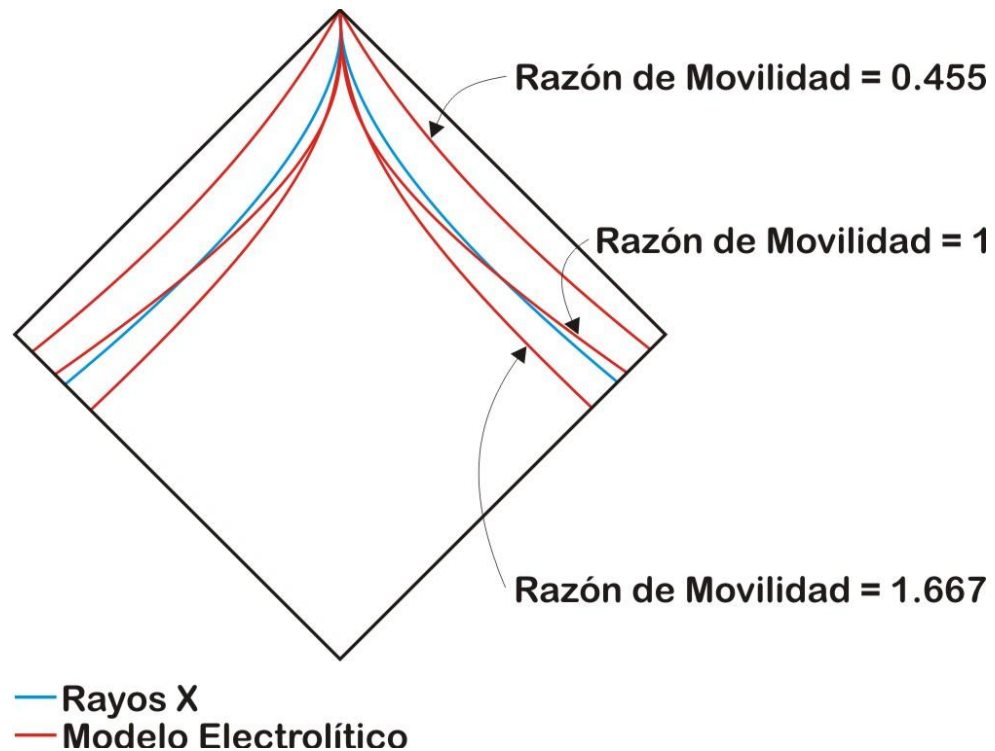
El desarrollo de Muskat supone que la línea de corriente de más alta velocidad estaría sobre la línea del centro entre los pozos inyectores y productores. Esto solamente es cierto cuando  $d/a = 1/2$  (arreglo de cinco puntos). La línea de corriente marcada con A en la Figura 4 claramente muestra que la línea debe salir y entrar de los pozos inyectores a los productores en  $45^\circ$  con la horizontal.

**FIGURA 4. DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN UN ARREGLO DE POZOS EN LÍNEA ALTERNA.**



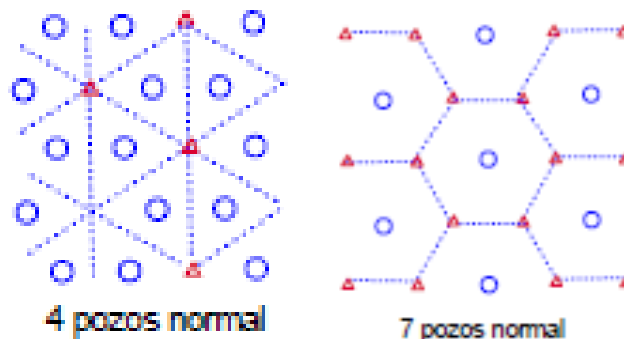
La Figura 5 muestra los resultados del estudio del modelo potenciométrico del arreglo de cinco puntos para un sistema horizontal, una razón de movilidad de uno, y condiciones de estado estable. Las líneas isopotenciales, las líneas de corriente y dos frentes de flujo son mostrados. Para diferentes técnicas de modelamiento se ha verificado que la eficiencia de barrido para el arreglo de cinco puntos para las condiciones anteriores es 72%.

**FIGURA 5. MODELO POTENCIOMETRICO ESTUDIADO PARA EL ARREGLO DE CINCO PUNTOS (DONDE SE MUESTRAN LOS FRENTES DE FLUJO, LAS LÍNEAS DE CORRIENTE Y LAS LÍNEAS ISOPOTENCIALES.)**



Para un gran número de pozos, el número de pozos inyectoros es igual al número de pozos productores para el arreglo en línea directa, cinco-puntos y línea alterna. La razón de pozos inyectoros sobre pozos productores llega a ser importante donde existen problemas de inyectividad o productividad. Hay dos casos comunes donde la relación de los patrones de pozos productores sobre los inyectoros no es la unidad. La Figura 6 presenta el esquema del arreglo de pozos de siete puntos. La Figura 6 muestra que la razón de los pozos inyectoros sobre los productores es 2.

**FIGURA 6. REPRESENTACIÓN DIAGRAMÁTICA DE UN ARREGLO DE SIETE PUNTOS Y CUATRO PUNTOS.**

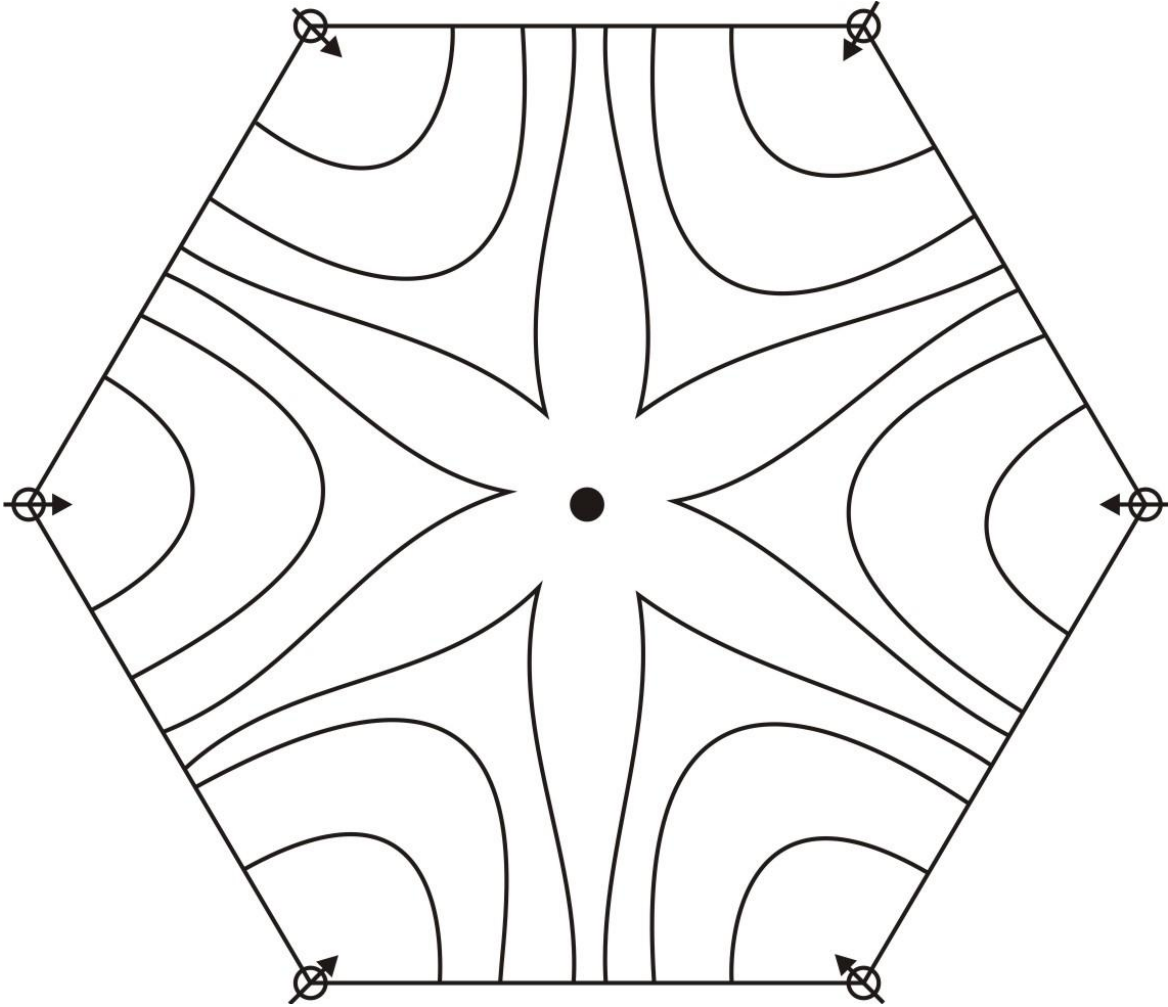


Este patrón tiene mérito si la inyectividad del pozo es baja, pero por supuesto implicaría considerables costos para convertir los pozos, y se necesitaría invertir sobre el sistema de inyección. No es común que un campo desarrollado tenga este tipo de patrón de pozos. Actualmente el arreglo de siete puntos normal es también llamado cuatro puntos. Es convencional nombrar un patrón de inyección repetitivo por el número de pozos inyectores que rodean cada pozo productor. Así el llamado siete puntos invertido es actualmente el arreglo de cuatro puntos. Para hacer el estudio de la eficiencia de barrido de un arreglo confinado se toma como referencia un elemento de área que es simétrico para el modelo geométrico de pozos como se muestra en la Figura 5. El área más pequeña de flujo simétrico puede ser escogida a lo largo de las líneas de corriente en puntos de estancamiento o cero flujo y a lo largo de las fronteras a través de las cuales no hay flujo, debido a la simetría del patrón.

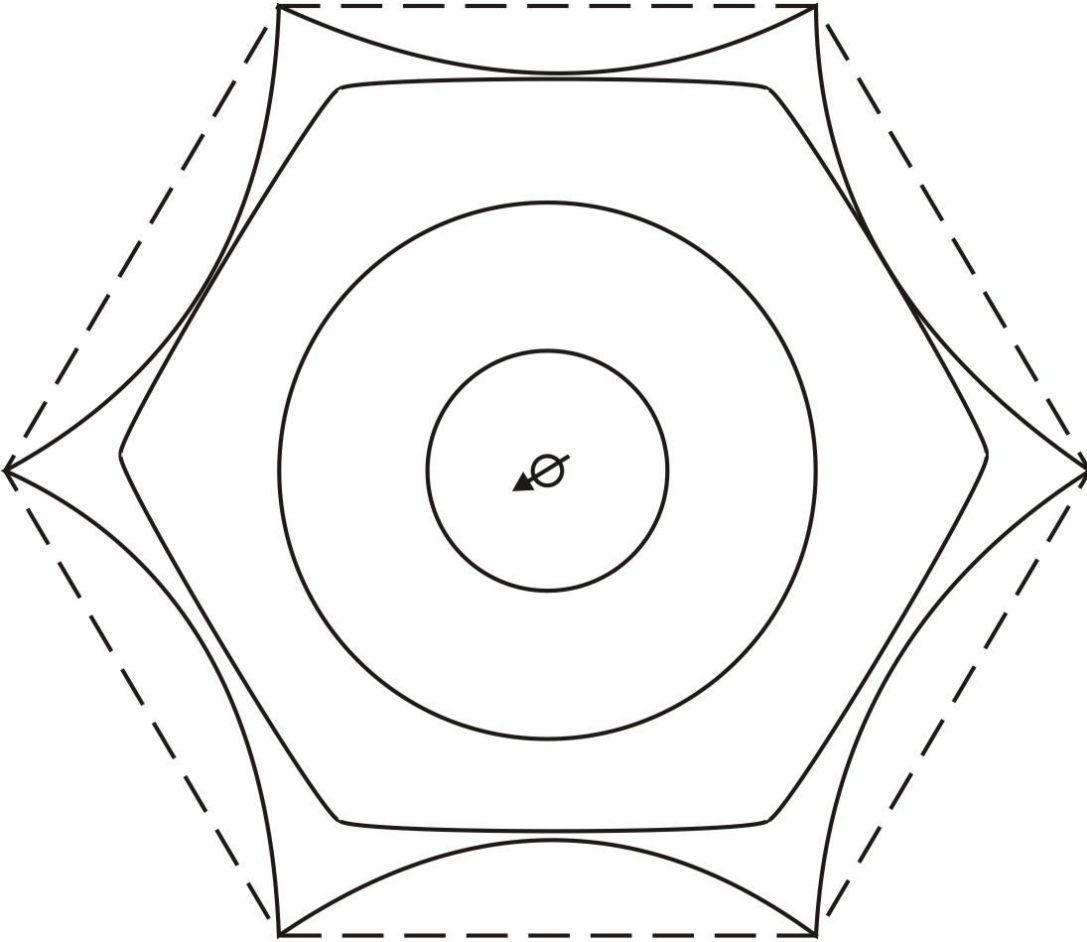
La malla de cuatro puntos ha sido también usada ocasionalmente. En esta instancia, la razón de pozos inyectores sobre pozos productores es  $1/2$ . Un arreglo sería útil donde el fluido desplazante es compatible para la formación. La conversión de un menor número de pozos a pozos inyectores sería entonces beneficioso comparado con el sistema de cinco puntos. El arreglo de siete puntos no puede ser formado del espaciamiento de pozos regulares mediante la conversión de pozos productores a pozos inyectores. Es necesaria la perforación lateral de tres pozos por cada pozo original, lo cual da como resultado 1.33 pozos inyectores por cada pozo del espaciamiento regular original. Cuando la movilidad del fluido desplazante y desplazados es uno, la eficiencia de barrido se aproxima a 74.5% tanto para el arreglo normal como para el invertido. Las Figuras 6 y 7 presentan los esquemas de tres posiciones de frentes de inundación para siete puntos normal e invertido, como se observa con modelos electrolíticos.



**FIGURA 7. ESQUEMA DE TRES FRENTES DE FLUJO OBSERVADOS EN UN ELEMENTO DE FLUJO DE SIETE PUNTOS NORMAL OBTENIDOS DE MODELOS ELECTROLÍTICOS**



**FIGURA 8. ESQUEMA DE TRES FRENTES DE FLUJO OBSERVADOS EN UN ELEMENTO DE FLUJO DE SIETE PUNTOS INVERTIDOS OBTENIDOS DE MODELOS ELECTROLÍTICOS**



### **1.4.2. Inyección Después de la Ruptura y el Efecto de la Movilidad del Fluido**

En aquellos patrones de inundación de otras geometrías lineales, y especialmente donde las condiciones de movilidad son adversas, el recobro de aceite después de la ruptura puede exceder la producción obtenida hasta el momento de la ruptura. Varios autores han tratado este problema en particular. La mayoría de las investigaciones han utilizado modelos potenciometricos, modelos electrolíticos, desplazamientos líquidos - líquido inmisible y miscible en modelos de platos porosos, sistemas de mapeado de fluidos, o aproximaciones analíticas. La razón de movilidades presentada es solamente para las dos fases que fluyen. El efecto de una saturación de gas inicial, o saturación de agua intersticial móvil usualmente no es modelada. Si no hay gas móvil presente en el sistema, quiere decir que no se forma banco de aceite.

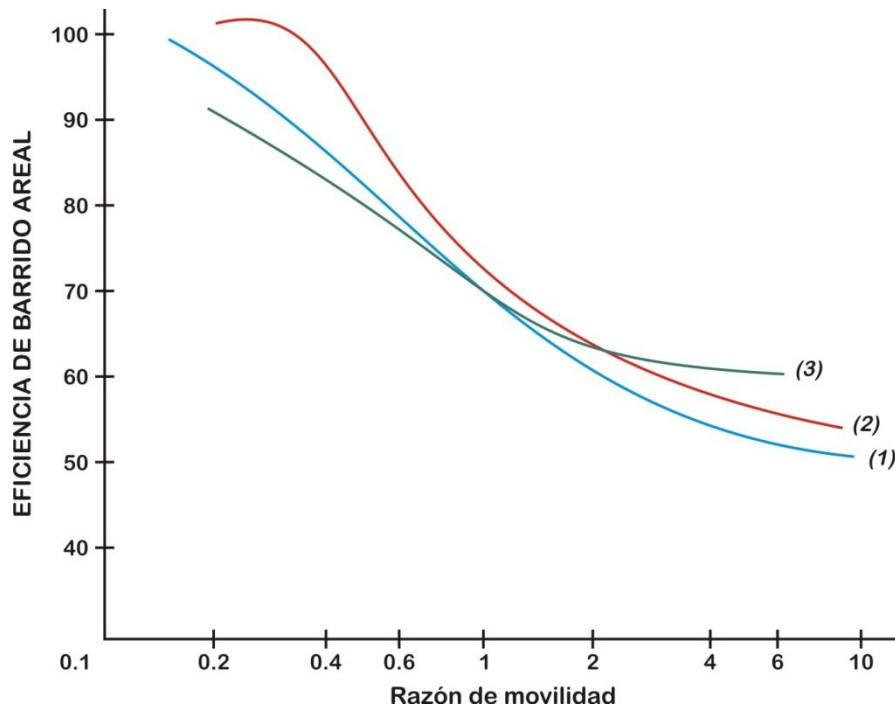
### **1.4.3. El Arreglo de Pozos de Cinco Puntos**

Muchos autores han estudiado el arreglo de pozos de cinco puntos porque es el más usado en operaciones de recobro secundario. El efecto de la movilidad del fluido sobre la eficiencia de barrido areal en la ruptura para un patrón de cinco pozos ha sido estudiada por Aronofsky y Ramey con un tanque electrolítico; por Cheek y Menzie, mediante modelos de mapeado de fluidos; por Dyes, Claude y Erickson, Erickson y Slobod, por medio de platos porosos y técnicas de graficas con rayos X; por Fay y Prats y por Sheldon and Dougherty, por medio de métodos analíticos; y por modelos potenciometricos, para Mencionar solo algunos pocos. El Cuadro 1 muestra un resumen de la mayoría de las eficiencias de barrido areal publicadas para un arreglo de pozos de cinco puntos y razones de movilidad de 0.1 hasta valores infinitos, para diferentes técnicas de modelamiento. La Figura 10 es una comparación grafica de las eficiencias de barrido areal publicadas por Craig, Geffen y Morse, Dyes, Nobles y Janzen, para el arreglo de entre puntos sobre un rango de movilidades. Todas estas aproximaciones de eficiencias de barrido suponen una formación homogénea de espesor constante, con arreglo infinito de pozos de manera que las líneas de corriente no estarán fuera del arreglo estudiado Dyes, Claudle y Erickson, y Claudle y Witte usaron el modelo grafico de rayos X, desarrollado por Slobod y Claudle, como una técnica por la cual la influencia de la razón de movilidad sobre la eficiencia de barrido en sistemas horizontal de varias geometrías de pozos fueron determinadas

**CUADRO 1. EFECTO DE LA MOVILIDAD SOBRE LA EFICIENCIA DE BARRIDO AREAL EN LA RUPTURA PARA EL ARREGLO DE POZOS DE CINCO PUNTOS**

Razón de Movilidad M	Analizador potenciométricos		Mapeado del fluido	Proyección de los Rayos X	Calculo analítico
	Cloth conductivo dc Uskon	Tanque electrolítico			
Infinito	62.6	62.5			
10		64,5	52.7	51.0	
4	66.4	65 8	62.0	54.0	45.0
2	68,8	68 0	68.0	604	
1	71.6	70.0	71.7	698	71.5
0.25	82.2	88 5	78.0	87.0	
0.1		94.5	82.0	100.0	

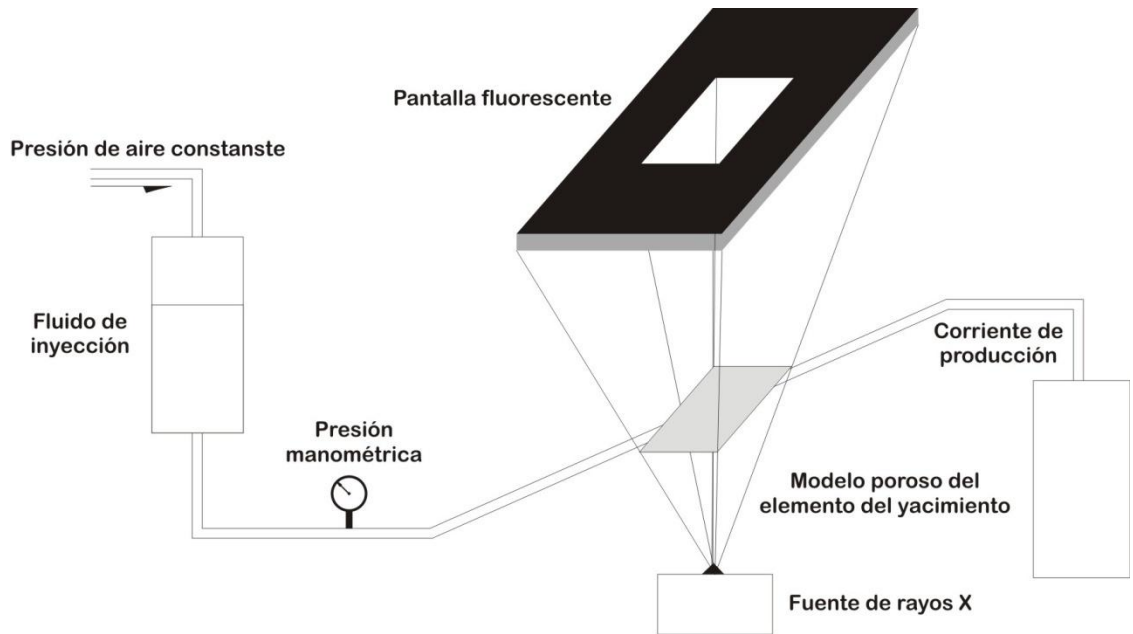
**FIGURE 9. EFICIENCIA DE BARRIDO AREAL EN LA RUPTURA DE LA FASE DESPLAZANTE COMO UNA FUNCIÓN DE LA MOVILIDAD PARA EL ARREGLO DE POZOS DE CINCO PUNTOS.**



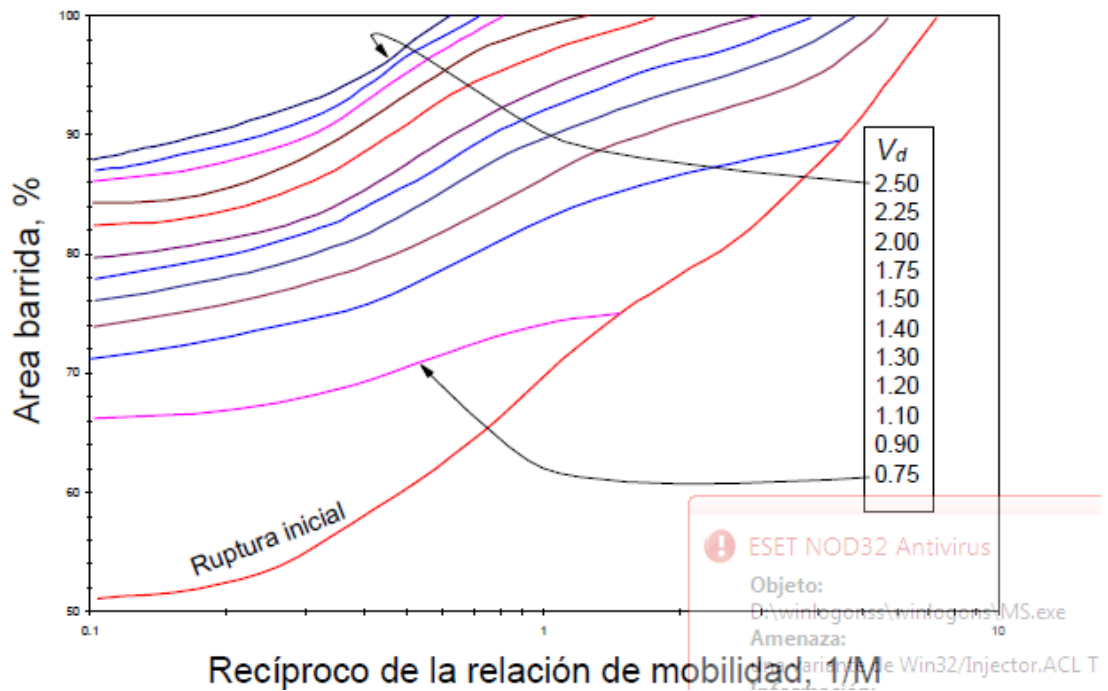
Los modelos usados constan de platos de aluminio 1/4 de pulgada de espesor, o do empaquetamiento uniforme de arena de Ottawa, consolidada con una resina epoxica, los pozos inyectoros y productores fijos, y las superficies selladas con cerámica o una resina epoxica. Los gradientes de saturación comunes para desplazamientos de fluidos inmiscibles no fueron tenidos en cuenta por el uso de fluidos miscibles, usualmente nafta y aceite mineral. Puesto que las fuerzas capilares o tensiones interfaciales no están presentes, la movilidad solamente llega a ser la relación de viscosidades de dos fluidos miscibles. Al fluido inyectado se le agregó un componente absorbente de rayos X, así como yodobenceno o potasio yodado. La posición del frente del fluido inyectado a ciertos intervalos de tiempo fue obtenida por la toma de radiografías. La Figura 10 es un dibujo esquemático del equipo (para el caso de presión constante y rata variable) para el estudio de patrones de barrido. El caso de rata constante con presión de inyección variable es modelado para reemplazar la presión del aire constante con un bombeo de volumen constante. La Figura 11 es la grafica del área barrida horizontal vs la movilidad del fluido, con el corte de agua producida (a condiciones de yacimiento) como parámetro para el patrón de cinco puntos. La Figura 12 presenta los datos obtenidos de la sombra proyectada teniendo en cuenta el volumen inyectado. El volumen inyectado desplazable,  $V_D$ , es el producto del volumen de poro de la unidad patrón y la eficiencia de desplazamiento (el cambio de la saturación de aceite se debe a la inundación). Debido a la digitación del frente de desplazamiento el cual ocurre a movilidades adversas, la información proporcionada por las Figuras 11 y 12 para movilidades menores que uno es solamente aproximada. Esto también es una de las principales razones de la falta de concordancia entre las diferentes técnicas de modelamiento para las eficiencias de barrido a razones de movilidad adversas, como se muestra claramente en los datos del Cuadro 1. Es evidente que las Figuras 11 y 12 tendrán la mejor aplicación para sistemas donde la razón de movilidad es favorable, puesto que, en este caso, el desplazamiento seria tipo pistón, con el incremento en el cubrimiento areal. Esto, por supuesto, se tendría en cuenta para escoger el valor de la saturación de aceite residual usada en el cálculo del desplazamiento de volumen.

La teoría de Buckley - Leverett para desplazamiento inmiscible, o la teoría de la digitación viscosa, ofrecen la predicción satisfactoria del cambio en la eficiencia de barrido poro a poro.

**FIGURA 10. EQUIPO PARA ESTUDIAR LOS PATRONES DE BARRIDO Y RELACIONES DE CONDUCTANCIA**



**FIGURA 11. EFECTO DE LA RAZON DE MOVILIDAD SOBRE LA EFICIENCIA DE BARRIDO AREAL**



Donde las saturaciones detrás del frente están cambiando con la inyección continua después de la ruptura, la permeabilidad relativa de las fases desplazante y desplazada están cambiando. En cualquier caso la movilidad necesaria para el uso de las Figuras 11.

## 2. DESARROLLO DEL PROGRAMA

### 2.1. BUCKLEY Y LEVERETT CON EFECTOS GRAVITACIONALES

Teniendo en cuenta los datos de permeabilidades relativas y saturación, el programa realiza una gráfica semilog ( $k_{ro}/k_{rw}$  vs.  $S_w$ ). Sobre esta gráfica el usuario puede seleccionar a su criterio, dos puntos sobre la porción recta que se forma y con estos puntos el programa evalúa los valores  $a$  y  $b$  que se utilizan en la ecuación [32]. El programa detecta la selección hecha por el usuario como dos parejas de valores ( $S_w$ ,  $K_{ro}/K_{rw}$ ) y asigna el valor del punto de corte entre la extrapolación del segmento de recta hasta el eje Y a la constante  $a$ , mientras que el valor  $b$  corresponde a la pendiente de la misma.

Los autores determinan los parámetros de ajuste de las ecuaciones de Larson para permeabilidades relativas (ecuaciones [33] y [34]) expresando estas relaciones de la siguiente manera:

$$\text{Log } k_{ro} = \text{Log } \alpha_1 + m \text{Log } (1-S_w) \quad [60]$$

$$\text{Log } k_{rw} = \text{Log } \alpha_2 + n \text{Log } S_w \quad [61]$$

Esta manera de expresar las ecuaciones refleja un comportamiento lineal de la forma  $Y=b+mX$ , en un gráfico Log-Log de cada una de las permeabilidades relativas  $k_{ro}$  y  $k_{rw}$  vs.  $S_w$ . Al existir una relación aproximadamente lineal, el programa aplica entonces mínimos cuadrados a los datos suministrados con la ayuda de las siguientes ecuaciones:

$$b = \frac{\sum XY - \frac{\sum Y * \sum X^2}{\sum X}}{\sum X - \frac{I * \sum X^2}{\sum X}} \quad [62]$$

$$m = \frac{\sum Y - b * I}{\sum X} \quad [63]$$

Donde:

$I$  = número de datos de permeabilidades introducidos

$Y$  = Log ( $k_{ro}$ ) ó Log ( $k_{rw}$ )

$X$  = Log ( $S_w$ ) para  $k_{rw}$  ó Log ( $1-S_w$ ) para  $k_{ro}$

$b$  = Log ( $\alpha_2$ ) para  $k_{rw}$  ó Log ( $\alpha_1$ ) para  $k_{ro}$

$m$  =  $m$  para  $k_{ro}$  ó  $n$  para  $k_{rw}$

Con estos valores ya calculados se evalúan las ecuaciones [35] y [36], para las diferentes saturaciones introducidas y se realizan los gráficos  $f_w$  vs  $S_w$ ,  $f_w'$  vs  $S_w$



y  $k_{ro}$ ,  $k_{rw}$  vs  $S_w$ . Cada uno de estos gráficos es generado por el programa de dos maneras distintas; la primera, haciendo uso de los datos introducidos por el usuario, y la segunda, utilizando las ecuaciones que se evaluaron anteriormente para relacionar las permeabilidades relativas con la saturación de agua. Todos estos gráficos pueden verse cuando se usa el programa.

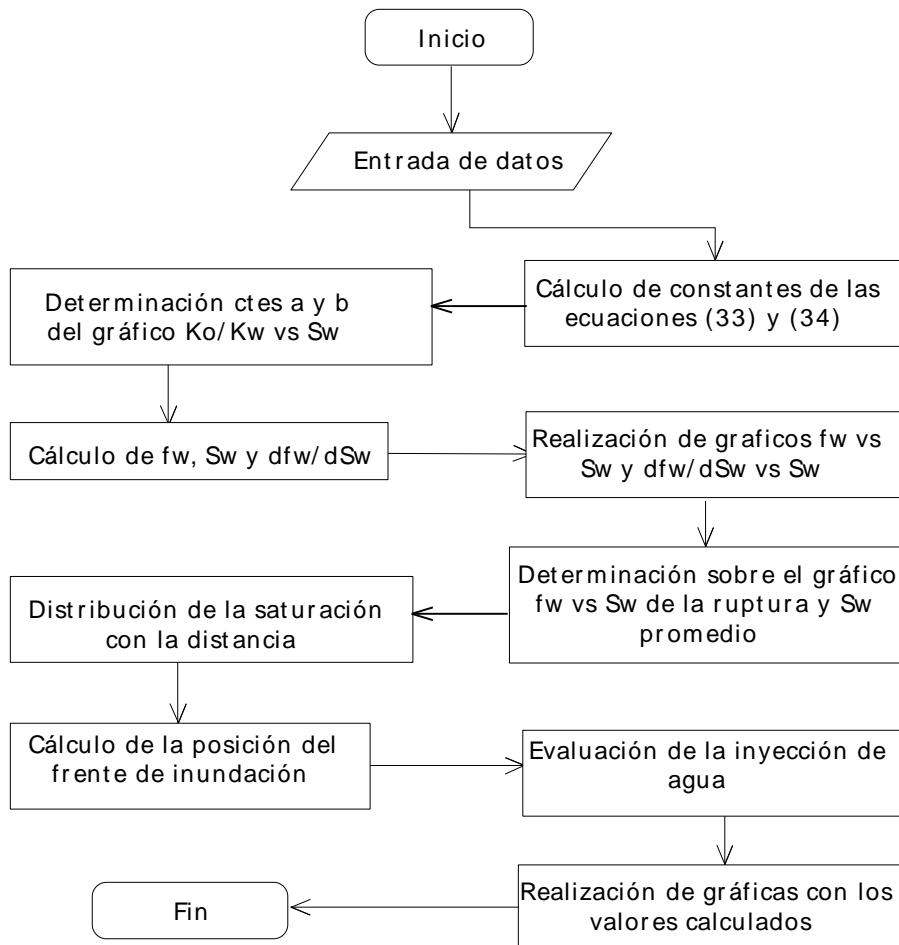
En este momento se puede evaluar la posición del frente de saturación a los diferentes tiempos solicitados. Se realiza la gráfica  $S_w$  vs *Distancia (X)*. Como se obtiene una zona de valores dobles de  $S_w$  para una misma posición, entonces se introduce un frente (shock) a partir de la saturación de agua en el punto de ruptura. Se realiza una gráfica con los valores de  $S_w$  vs *Distancia (X)*.

Para evaluar la ruptura, en el gráfico  $f_w$  vs  $S_w$ , se traza una recta tangente a la curva desde la saturación de agua connata ( $S_{wc}$ ); esta recta es trazada mediante una evaluación iterativa que realiza el programa de cada uno de los puntos que conforman la curva considerando los valores de  $f_w$  y  $f_w'$  que fueron calculados.

Para la saturación de agua promedio detrás del frente se prolonga la recta hasta  $f_w = 1$ . Esta extrapolación se obtiene utilizando los valores encontrados de  $f_w$  y  $S_w$  al momento de la ruptura.

El programa considera además cuando los efectos gravitacionales hacen que el  $f_w$  tome valores por encima de uno ( $f_w > 1$ ), en donde el valor del  $S_w$  en la ruptura es el valor de  $S_w$  que corresponde a  $f_w = 1$ ; hasta este punto el programa ya tiene todos los valores que necesita para calcular la posición del frente y para hacer la evaluación de la inyección. El esquema general del proceso de cálculo es mostrado a continuación:

**FIGURA 12. DIAGRAMA DE FLUJO GENERALIZADO PARA EL MÉTODO DE BUCKLEY-LEVERETT SIN EFECTOS GRAVITACIONALES.**



## **2.2. BUCKLEY Y LEVERETT CON EFECTOS GRAVITACIONALES Y CAPILARES**

Debido a la manera como se evalúa la posición del frente cuando se consideran los efectos gravitacionales y capilares, se ha considerado necesario la obtención de funciones que describan de una manera muy aproximada las relaciones entre la presión capilar y las permeabilidades relativas con la saturación de agua.

La función usada para relacionar permeabilidades relativas y saturación de agua es la misma que se usa cuando no se consideran efectos capilares (ecuaciones [33] y [34]). Para la presión capilar el programa ajusta los datos introducidos a la ecuación [64] que fue desarrollada por los autores para datos provenientes de yacimientos humectados por agua cuando hay imbibición y fluidos en movimiento.

$$Pc = e^{(a_0 + a_1 * Sw + a_2 * Sw^2 + a_3 * Sw^3)} \quad (64)$$

Donde  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  son constantes de ajuste que se determinan resolviendo la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 + a_3 \sum x^3 \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 + a_3 \sum x^4 \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 + a_3 \sum x^5 \\ a_0 \sum x^3 + a_1 \sum x^4 + a_2 \sum x^5 + a_3 \sum x^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy \\ \sum x^2 y \\ \sum x^3 y \end{bmatrix}$$

Donde,

$x = Sw$ ,

$y = \ln(Pc)$ ,

$n = \text{número de parejas } Sw, Pc$

Para resolver la matriz el programa aplica el método de Gauss-Jordan.

se obtienen valores de  $Sw$  y  $f_w$  para cada intervalo en el espacio ( $\Delta x$ ) y en el tiempo, mostrando únicamente los resultados a los diferentes tiempos solicitados por el usuario. El programa grafica  $f_w$  vs  $Sw$  y  $Sw$  vs distancia para cada uno de estos tiempos.

La ruptura se evalúa comparando los valores de  $Sw$  con  $Sw_c$  en el último intervalo de espacio ( $\sum \Delta x = L$ ), donde  $Sw = Sw_c$  antes de ocurrir la ruptura y de manera muy aproximada se determina el momento de la irrupción cuando  $Sw_L > Sw_c$ . Este momento no es exacto ya que el programa hace las evaluaciones a intervalos pequeños de  $\Delta t$ .

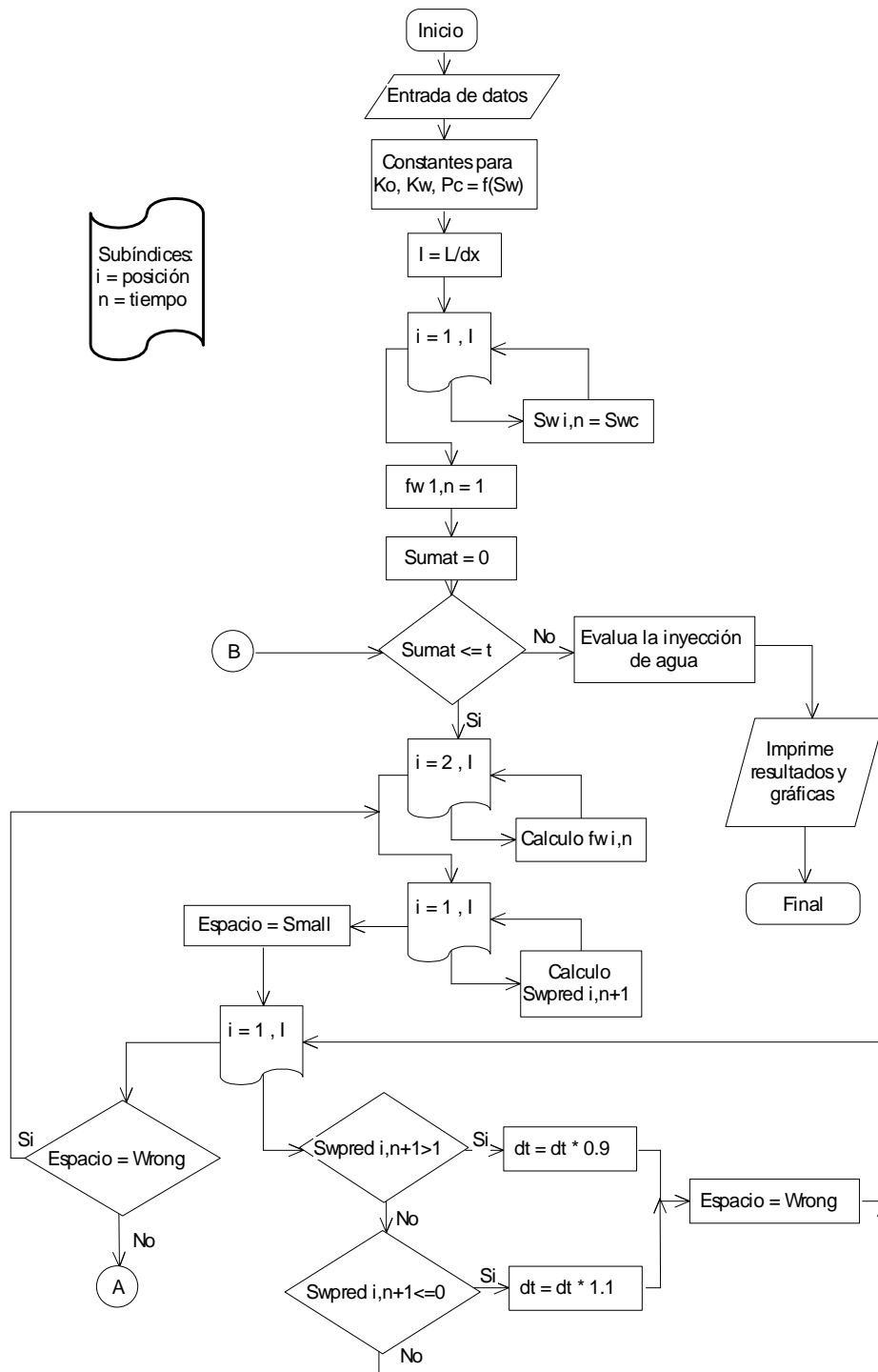
El programa ajusta iterativamente el tamaño del  $\Delta t$  para que no se presenten valores de  $Sw$  mayores a 1. El usuario escoge el número de intervalos en que se divide la longitud total, y de esta manera, el valor de  $\Delta x$ . Este valor debe seleccionarse cuidadosamente ya que la aproximación por diferencias finitas es muy sensible al tamaño de los intervalos, presentándose con facilidad oscilaciones numéricas que se observan claramente en el gráfico  $Sw$  vs *Distancia* ( $X$ ).

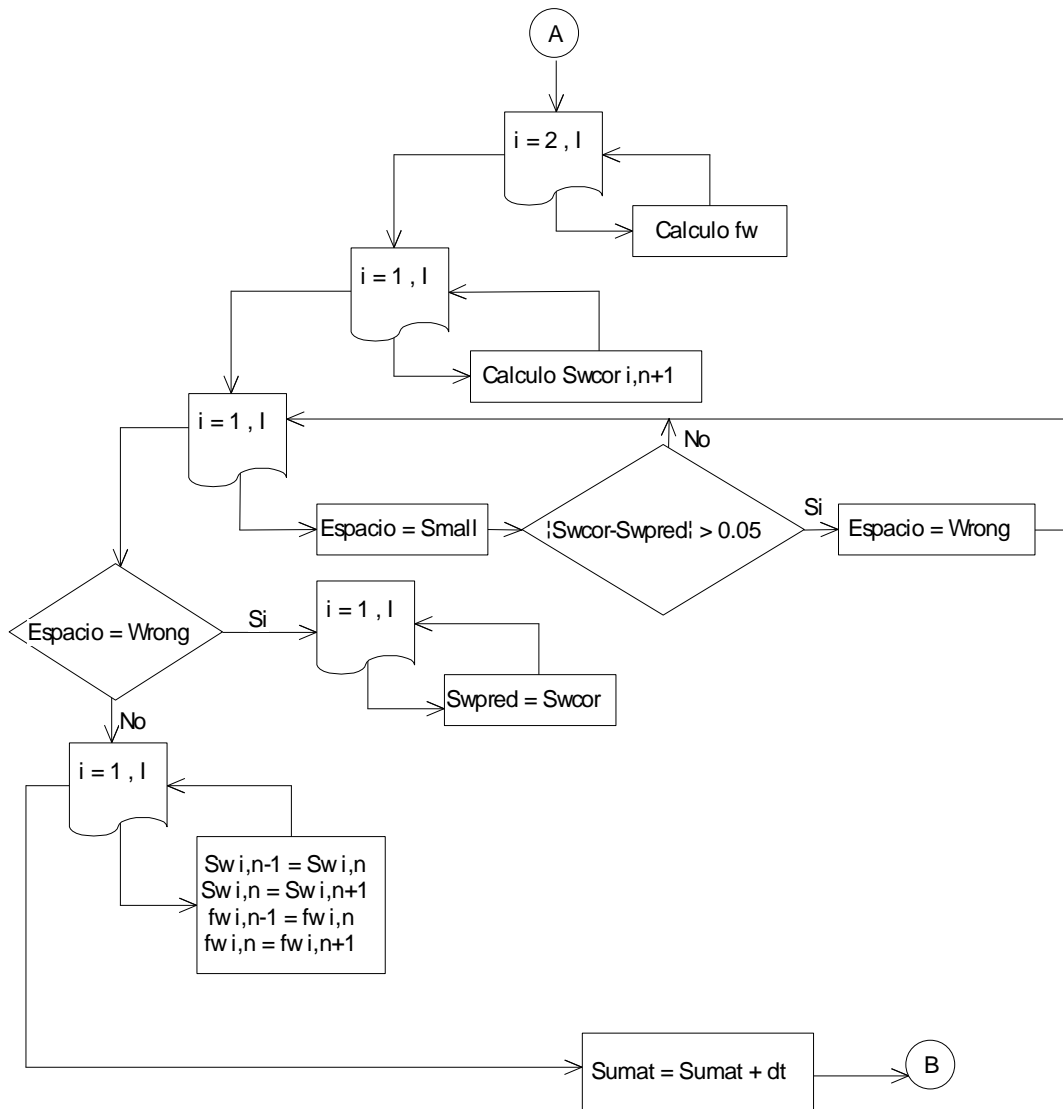
Para calcular la saturación promedio detrás del frente de invasión se utiliza la ecuación [55], y esta saturación promedio es calculada para cada uno de los datos de tiempo solicitados por el usuario.

Teniendo en cuenta los valores calculados, el programa puede hacer la evaluación de la inyección y realizar las gráficas.

El esquema general del procedimiento descrito es mostrado a continuación.

**FIGURA 13. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA APROXIMACIÓN NUMÉRICA A LA ECUACIÓN DE BUCKLEY-LEVERETT CONSIDERANDO EFECTOS CAPILARES**





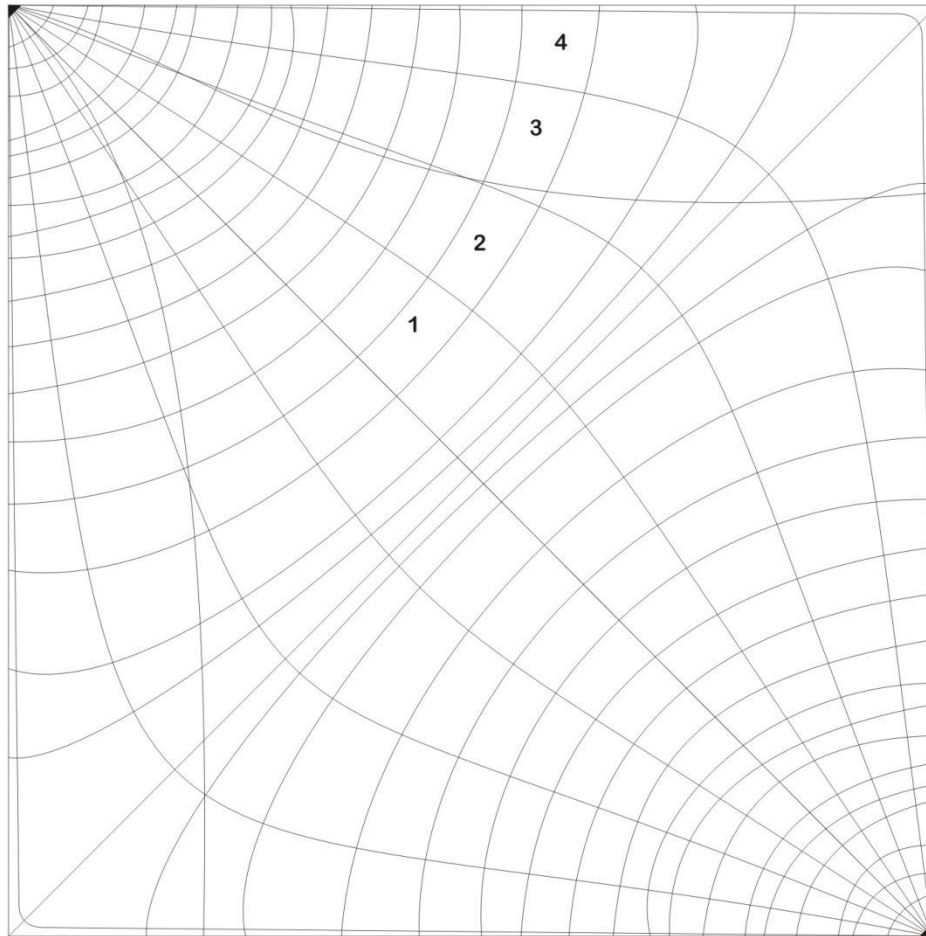
### 2.3.METODO DE AVANCE FRONTAL PARA SISTEMAS NO LINEALES: HIGGINS & LEIGHTON

Higgins and Leighton han publicado una técnica para calcular el flujo bifásico usando las ecuaciones de Buckley and Leverett y Welge para el desplazamiento de fluido en cualquier medio poroso irregular. La aproximación se muestra en la figura que se muestra a continuación, ilustra las líneas isotopotenciales y de corriente de un arreglo de pozos de cinco puntos las líneas de flujo 1 y 2 encierran un canal de flujo y cada canal se divide en número de celdas iguales y de igual volumen. Las celdas a lo largo de un canal varían de longitud y de área transversal. La resistencia al flujo debido a la forma y al tamaño de las celdas se

representan por G, el factor de forma el cual es la medida de la resistividad geométrica.

Cada canal fue dividido en 40 celdas de igual volumen. Las pruebas realizadas han demostrado que 40 celdas fueron más que suficientes para asegurar una buena convergencia de las propiedades durante los cálculos.

**FIGURA 14. LINEAS DE FLUJO E ISOPOTENCIALES PARA UNA INUNDACION EN ARREGLO DE CINCO PUNTOS PARA UNA RELACION DE MOVILIDAD IGUAL A UNO.**

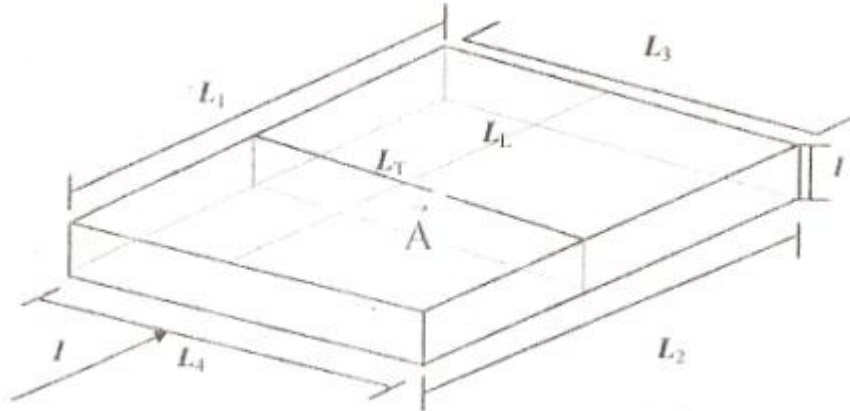


La forma de la ecuación del factor de forma es:

$$G = \frac{L}{A} = \frac{L_1 + L_2}{L_3 + L_4} = \frac{L_L}{L_T} \quad (65)$$

Donde el espesor canal es la unidad.

**FIGURA 15.ELEMENTO USADO PARA CALCULAR EL FACTOR DE FORMA G**



Los factores de forma para los arreglos de pozos en línea directa, línea alterna, cinco pozos y siete puntos se representan en las tablas de los anexos.

Donde las celdas son extremadamente irregulares, Henley ha propuesto una técnica donde el factor de forma es determinado por medio de cálculos inscritos. Higgins and Leighton. Han desarrollado una técnica por la cual los volúmenes de los caudales de flujo y los factores de forma pueden ser determinados de los datos tomados de un modelo potenciométrico para cualquier patrón de espaciamiento de pozos.

Kufus and Lynch han mostrado que la permeabilidad promedia y el factor de forma de una celda determina la resistencia de flujo.

La rata de producción al comienzo de la inyección será:

$$(q_o)_{j=0} = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^{n=N} \frac{\mu_o}{Kro_{iw}} G_n} \quad (66)$$

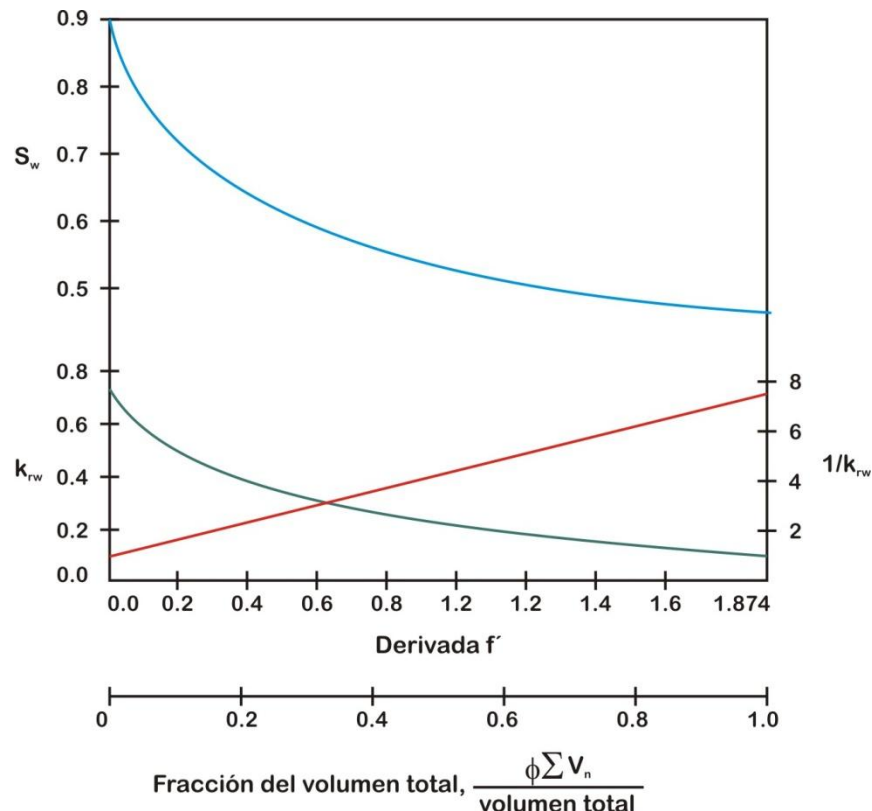
Después de que “n” número de celdas han sido invadidas, la rata de producción antes de la irrupción de agua es:

$$q_{oj} = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^n \frac{1}{\frac{Krw_{MEAN_n}}{\mu_w} \frac{Kro_{MEAN_n}}{\mu_o}} G_n + \sum_{i=n+1}^{i=N} \frac{\mu_o}{Kro_{iw}} G_i} \quad (67)$$

Para resolver esta ecuación es necesario determinar los valores promedio de la permeabilidades relativas al agua y el aceite en la celda, cuando "j" numero de celdas han sido invadidas. En primer lugar se debe graficar la curva Fw vs Sw con la ecuación de flujo fraccional omitiendo el termino gravitacional porque afectara la geometría de las celdas. La permeabilidad promedio al agua en la primera celda cuando ocurre la irrupción de agua al final de la celda se determina por medio de la división de la pendiente de la curva Fw vs Sw en la ruptura, F'br, por el área bajo la curva de la resistencia de flujo al agua, 1/Krw vs F'. Esta area es el valor de la pendiente F', correspondiente al volumen total detrás del frente de inundación. Cuando el frente de avance alcanza el final de la segunda celda, la permeabilidad media al agua en la primera celda es 1/2 de l valor de F'br, dividido por el área bajo la curva de la resistencia, la permeabilidad media al agua en la segunda celda entonces será 1/2 de F'br; dividido por el area remanente bajo la curva de resistencia. La siguiente ecuación presenta el promedio en forma analítica:

$$K_{rw}^{MEAN} = \frac{\frac{f'br}{j}}{\sum_{\text{todas las celdas}} \frac{1}{K_{rw}} \text{ vs } f'} \quad (68)$$

**FIGURA 16. SATURACION DE AGUA, PERMEABILIDAD RELATIVA AL AGUA Y LA RESISTENCIA AL FLUJO Vs LA DERIVADA DE Fw (F')**





Tomando el área bajo la curva  $1/K_{rw}$  vs  $F'$  por definición de términos de la integral:

$$K_{rw\text{mean}} = \frac{\int_{f'_i}^{f'_{i+1}} df'}{\int_{f'_i}^{f'_{i+1}} \frac{1}{K_{rw}(f')} df'} \quad (69)$$

$$K_{r\text{omean}} = \frac{\int_{f'_i}^{f'_{i+1}} df'}{\int_{f'_i}^{f'_{i+1}} \frac{1}{K_{ro}(f')} df'} \quad (70)$$

Para el cálculo de la permeabilidad media al aceite se utiliza una ecuación similar.

Cuando ocurre la irrupción de agua al final de la celda al caudal de aceite se le debe sumar la rata de producción de agua:

$$(q_o + q_w)_j = \frac{K_a \Delta p}{\sum_{n=1}^{n=N^\circ \text{ de celdas}} \left( \frac{1}{\frac{K_{rw\text{MEAN}}}{\mu_w} \frac{K_{ro\text{MEAN}}}{\mu_o}} G_n \right)} \quad (71)$$

Las permeabilidades medias al aceite y al agua en cada celda ahora serán modificadas debido a la disminución de la pendiente de la curva  $F_w$  vs  $S_w$ , mientras las saturaciones de agua aumentan debido a la irrupción de agua. La ecuación para calcular la permeabilidad media al agua en cualquier celda es:

$$K_{rw\text{MEAN}_n} = \frac{f'br - m}{\sum_{\text{todas las } e \text{ as bajolac urvade } \frac{1}{K_{rw}} \text{ vs } f' \text{ en la } n \text{ navacelda}} n} \quad (72)$$

$$f'br - m(j) = f'br - m(j-1) - \Delta f'br \quad (73)$$

La permeabilidad media al aceite se obtiene de forma similar.

Así como el flujo lineal, la relación agua-aceite a condiciones de yacimiento es determinada por la saturación de agua en la última celda del canal después del "m"avo incremento de producción después de la irrupción la razón de agua-aceite es:

$$WOR = M + N = \frac{Krw}{Kro} \frac{\mu o}{\mu w} \quad (74)$$

Las ratas de producción instantáneas se calculan de la siguiente manera:

$$(q_o)_{j-1/2} = \frac{(q_o)_j + (q_o)_{j+1}}{2} \quad (q_w)_{j-1/2} = \frac{(q_w)_j + (q_w)_{j+1}}{2} \quad (75)$$

Donde el índice  $J=m+N$ , o el "m" avo incremento de producción pasada la ruptura, donde N es el número total de las celdas en el canal. Cuando un yacimiento esta depletado se debe llenar de agua con el fin de completar el espacio que ocupa el gas libre. La producción de aceite inicial después del llenado puede ser calculado como:

$$(q_o) = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^{n=N} \frac{\mu o}{Kro_{iw}} G_n} \quad (76)$$

Como el agua se desplaza a través del canal, el aceite y el agua serán producidas. La ecuación que describe la rata de producción de aceite y agua cuando el agua ha alcanzado el final de una celda en particular, y los incrementos de la inyección total (j), es la siguiente:

$$q_{oj} = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^n \frac{1}{\frac{Krw_{MEAN_n}}{\mu w} \frac{Kro_{MEAN_n}}{\mu o}} G_n + \sum_{i=n+1}^{i=N} \frac{\mu o}{Kro_{iw}} G_i} \quad (77)$$

La permeabilidad relativa al agua es determinada en la saturación de agua connata existente después del llenado, pero delante del frente de inundación. El desarrollo después de la ruptura es determinado de la misma forma como caso donde no se necesita llenado inicial. Cada canal fue dividido en N celdas de igual volumen, el volumen promedio de aceite producido de cada celda durante la fase primaria seria:

$$V_{oi} = \frac{Vp(Swbr - Swi)}{N} \quad (78)$$

Donde Vp es el volumen poroso total del canal.

Durante la fase subordinada, se aplica la ecuación de Welge:

$$Swm = Swm + (1 - Fwm)/F'm \quad (79)$$

Donde Swm= saturación promedio de agua en un canal, y el índice m se refiere al número de incrementos después de la ruptura de agua en el pozo productor.

El aceite producido durante cada paso separado de la fase subordinada puede ser calculado así:

$$V_{oj} = Vp(\overline{Sw}_{m+1} - \overline{Sw}_m) \quad (80)$$

El tiempo para cada paso puede ser rápidamente determinado por la siguiente ecuación:

$$t_j = \frac{V_{oj}}{q_{oj} - 1/2} \quad (81)$$

Los cálculos son hechos para cada canal en el patrón de flujo. El cálculo de todo es determinado sumando la producción de cada canal en el mismo intervalo de tiempo. Es posible saber la posición del frente de inundación es cualquier tiempo dado, de acuerdo al perfil de saturaciones instantáneas.

Los pasos fundamentales para el desarrollo del método son los siguientes:

### **Calculo de permeabilidades y saturaciones relativas medias, y calculo de WOR**

- ✓ Leer o calcular los valores de Kro, Krw Vs Sw.
- ✓ Hacer el grafico de Kro y Krw vs Sw
- ✓ Escoger el modelo de pozos con el cual se va a trabajar
- ✓ Calcular de la siguiente ecuación los valores de "a" y "b"

$$\frac{kro}{krw} = ae^{-bSw}$$

- ✓ Calcular la saturación en el punto de ruptura  $S_{wf}$  y la derivada del flujo fraccional en el momento de la irrupción de agua  $F'_{wbr}$  con las siguientes ecuaciones

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{K_{ro} \mu_w \beta_w}{K_{rw} \mu_o \beta_o}} \quad \frac{\delta f_w}{\delta S_w} = \frac{abe^{-bS_{wf}} \frac{\mu_w \beta_o}{\mu_o \beta_w}}{\left(1 + abe^{-bS_{wf}} \frac{\mu_w \beta_o}{\mu_o \beta_w}\right)^2}$$

- ✓ Calcular las permeabilidades medias, al aceite y al agua y calcular las saturaciones medias para el agua en cada etapa de producción en la fase primaria es decir antes de la ruptura

$$K_{rw_{MEAN}} = \frac{\frac{f'_{br}}{j}}{\sum_{\text{todas las etapas de producción}} \frac{1}{K_{rw}}}$$

$$K_{ro_{MEAN}} = \frac{\frac{f'_{br}}{j}}{\sum_{\text{todas las etapas de producción}} \frac{1}{K_{ro}}}$$

- ✓ Calcular las permeabilidades relativas medias, al aceite y al agua; y calcular las saturaciones medias de agua y WOR , para cada etapa de producción en la fase secundaria es decir después de la ruptura

$$K_{rw_{MEAN_n}} = \frac{\frac{f'_{br} - m}{n}}{\sum_{\text{todas las etapas de producción}} \frac{1}{K_{rw}}}$$

$$K_{ro_{MEAN_n}} = \frac{\frac{f'_{br} - m}{n}}{\sum_{\text{todas las etapas de producción}} \frac{1}{K_{ro}}}$$

$m = \text{incremento de producción después de la irrupción de agua - aceite}$

$$f'_{br} - m(j) = f'_{br} - m(j-1) - \Delta f'_{br}$$

$$WOR = M + N = \frac{K_{rw} \mu_o}{K_{ro} \mu_w}$$

### Cálculos antes de la ruptura

- ✓ Leer los factores de forma (se encuentran en los anexos) , número de canales y el volumen poroso del modelo.
- ✓ Calcular el caudal de aceite inicial es decir antes de la inyección de agua

$$(q_o)_{j=0} = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^{n=N} \frac{\mu_o}{Kro_{iw}} G_n}$$

- ✓ Calcular el caudal de aceite, tiempo de inundación de la celda y el volumen de aceite producido para cada etapa de producción

$$q_{oj} = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^n \frac{1}{\frac{Krw_{MEAN_n}}{\mu_w} \frac{Kro_{MEAN_n}}{\mu_o}} G_n + \sum_{i=n+1}^{i=N} \frac{\mu_o}{Kro_{iw}} G_i}$$

$$V_{o1} = \frac{Vp(Swbr - Swi)}{N} \quad V_{oj} = Vp(\overline{Sw}_{m+1} - \overline{Sw}_m)$$

$$t_j = \frac{V_{oj}}{q_{oj} - 1/2}$$

### Cálculos después de la ruptura

- ✓ Calcular el caudal total de fluidos producidos (agua-aceite)

$$(q_o + q_w)_j = \frac{Ka \Delta p}{\sum_{n=1}^{n=N \text{ de celdas}} \left( \frac{1}{\frac{Krw_{MEAN}}{\mu_w} \frac{Kro_{MEAN}}{\mu_o}} G_n \right)}$$

- ✓ Calcular los caudales de agua y aceite

$$(q_o)_{j-1/2} = \frac{(q_o)_j + (q_o)_{j+1}}{2}$$

$$(q_w)_{j-1/2} = \frac{(q_w)_j + (q_w)_{j+1}}{2}$$

- ✓ Calcular el tiempo y el volumen de inundación para cada etapa de producción

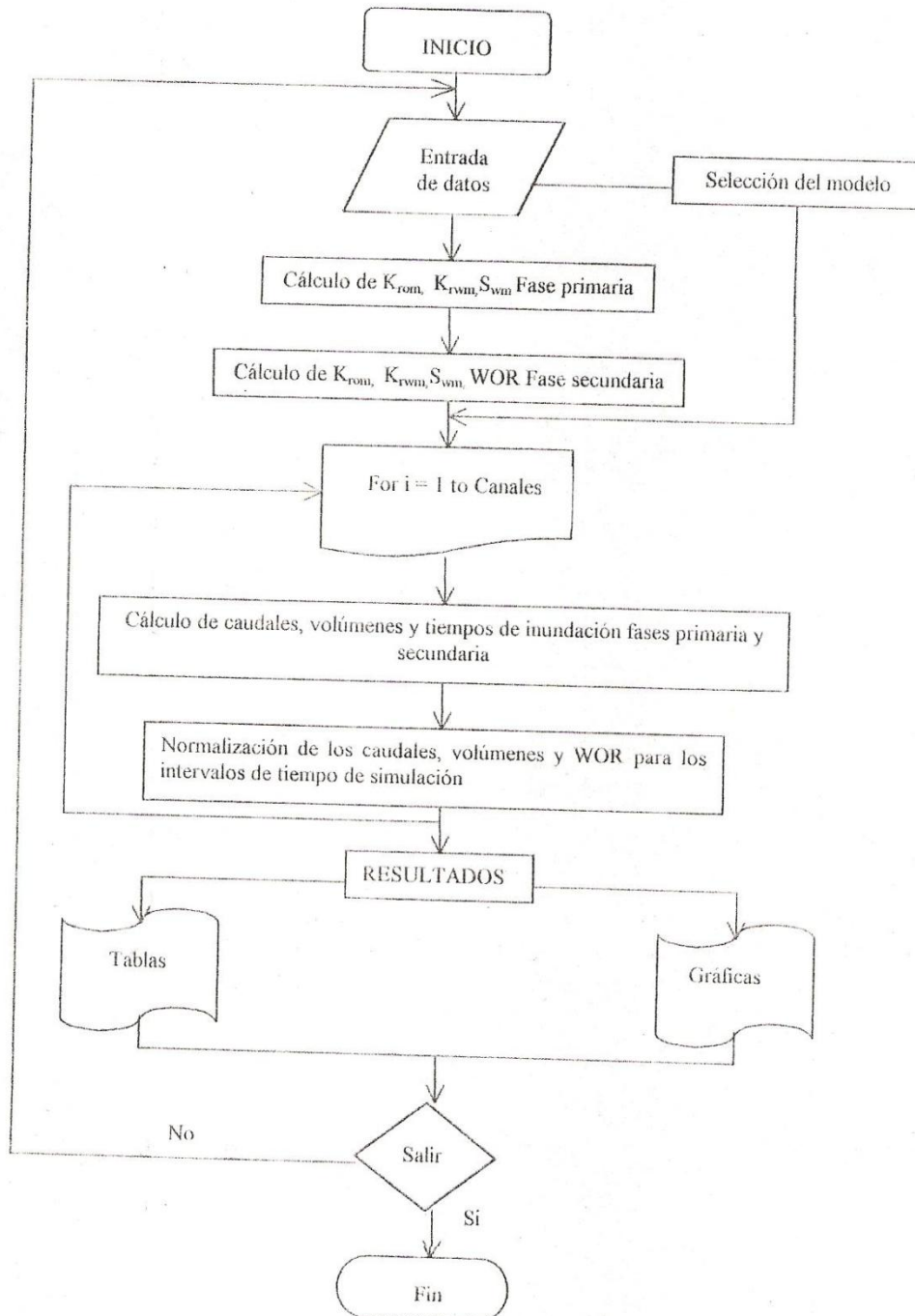
$$V_{oj} = VP(\overline{Sw}_{m+1} - \overline{Sw}_m) \quad t_j = \frac{V_{oj}}{q_{oj} - 1/2}$$

### **Cálculos de producción para el modelo de pozos**

- ✓ Calcular caudales y volúmenes de aceite y agua; y el WOR de un mismo canal a intervalos de tiempo iguales.
- ✓ Sumar los caudales y volúmenes de aceite y agua de todos los canales y calcular el WOR de producción.

Y el algoritmo utilizado es el siguiente:

**FIGURA 17. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA APROXIMACIÓN NUMÉRICA A LA ECUACIÓN DE HIGGINS AND LEIGHTON**



### 3. USO DEL PROGRAMA

El programa se desarrolló de tal manera que el usuario pueda ingresar datos de una manera cómoda y visualizar los resultados amigablemente. Cuenta con diversos mensajes de información, una barra de herramientas y menús desplegables que se describen a continuación.

#### 3.1. MENU

En la parte superior del programa siempre aparece un menú que contiene las opciones que se describen a continuación. .

##### Archivo

- *finalizar: Termina el programa*

##### Mecanismos de desplazamiento

- Buckley and Leverett (sin efectos gravitacionales): Permite seleccionar el método sin presión capilar para luego comenzar a introducir datos.
- Buckley and Leverett (Con efectos gravitacionales y capilares): Permite seleccionar el método con presión capilar y efectos gravitacionales para luego comenzar a introducir datos.
- Higgins & Leighton: Selecciona este método para luego ingresar datos.

##### Acerca de

Muestra los autores y el título del proyecto de grado

##### Datos de permeabilidades

Permite ingresar el número de datos con los que se va a realizar la curva de permeabilidades relativas.

- Ingresar datos: permite ingresar los datos manualmente cuando estos se tienen de manera sencilla impresa en un papel.
- Generar datos: genera los datos de las permeabilidades relativas utilizando



las correlaciones de coorey. Para realizar este paso se deben conocer las saturación inicial de agua, saturación critica del agua, saturación irreducible de aceite y la permeabilidad relativa del agua (estos datos se ingresan en una ventana denominada “datos para correlacionar las permeabilidades relativas”).

- Generar: Permite generar la tabla de permeabilidades relativas calculadas por las correlaciones.
- Borrar: permite borrar los datos de saturación inicial de agua, saturación critica del agua, saturación irreducible de aceite y la permeabilidad relativa del agua para los valores de permeabilidades relativas.
- Volver: Devuelve al usuario a la opción de ingresar los datos de las permeabilidades relativas.

Inicia los cálculos después de que todos los datos se han ingresado.

### **Plot**

Realiza el grafico de  $Sw$  Vs  $K_{ro}$  y  $Sw$  Vs  $K_{rw}$ .

## **4. APLICACIONES DEL PROGRAMA**

Varias configuraciones artificiales de inyección pueden ser modeladas con precisión utilizando sistemas lineales, tales sistemas son: la inyección periférica, inyección en línea e inyección de extremo a extremo). También se pueden incluir desplazamientos como el del avance del frente de agua de un acuífero activo.

Mediante el uso del programa se pueden encontrar relaciones importantes entre algunas de las variables involucradas en la evaluación de la inyección de agua y el crudo recuperado.

Los valores de los gráficos que se presentan a continuación se obtuvieron con datos de ejemplos y solo se deben usar para observar los comportamientos típicos de las variables allí relacionadas.

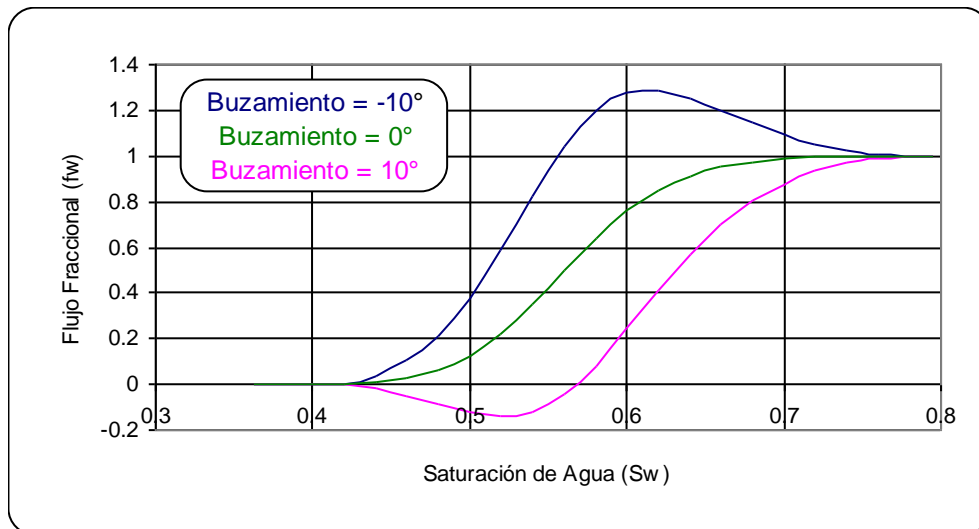
### **4.1. EFECTOS GRAVITACIONALES**

Algunos yacimientos presentan un ángulo de inclinación respecto al plano horizontal (buzamiento). Cuando estos yacimientos son sometidos a inyección de agua las fuerzas gravitacionales afectan la curva de flujo fraccional debido a la diferencia de densidades entre el agua y el crudo.

Cuando se inyecta en la parte baja del yacimiento (buzamiento  $> 0$ ) la gravedad tiende a retener el flujo de agua y el flujo fraccional disminuye; haciendo que la ruptura se retrase y se incremente entonces la eficiencia de barrido.

Cuando se inyecta en la cresta de la estructura (buzamiento  $< 0$ ) el agua se desplaza a una mayor velocidad debido a la gravedad, existiendo entonces un contraflujo de aceite y haciendo que la ruptura se presente más rápidamente.

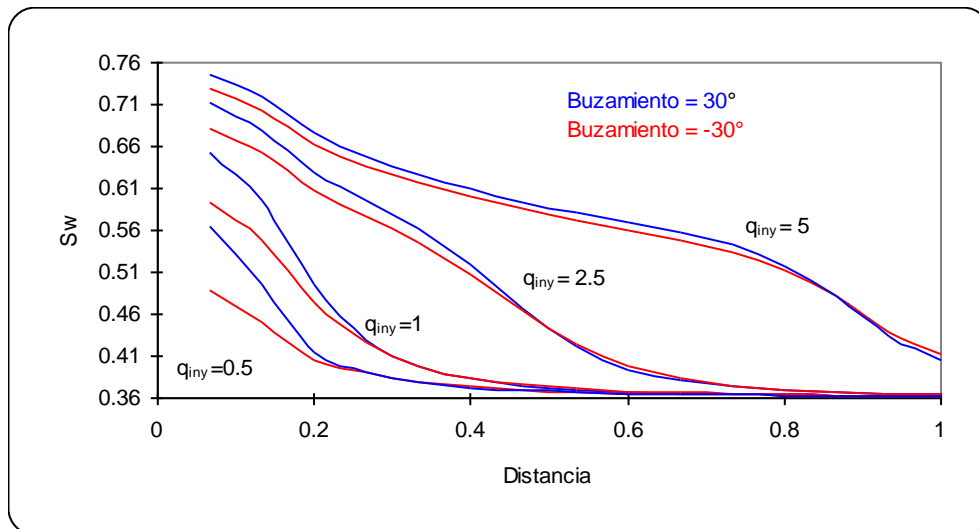
**FIGURA 18. EFECTOS GRAVITACIONALES SOBRE EL FLUJO FRACCIONAL**



Si se analizan los efectos gravitacionales sobre el avance del frente de saturación para diferentes caudales de inyección se observa que a bajas tasas de inyección la influencia se hace mayor.

La figura se hizo utilizando el método de Buckley-Leverett considerando presión capilar, debido a que cuando se incluyen los efectos gravitacionales, el avance del frente calculado con las fórmulas utilizadas en el método de Buckley-Leverett despreciando presión capilar no siempre representa la realidad. Esto es debido a que la ecuación [31] usada para evaluar el avance del frente depende de la derivada del flujo fraccional (ecuación [36]) que a su vez depende de  $f_w$ , que como se vio anteriormente es seriamente afectado por el buzamiento de la formación.

**FIGURA 19. EFECTO DEL CAUDAL DE INYECCIÓN Y EL BUZAMIENTO SOBRE EL AVANCE DEL FRENTE DE SATURACIÓN.**



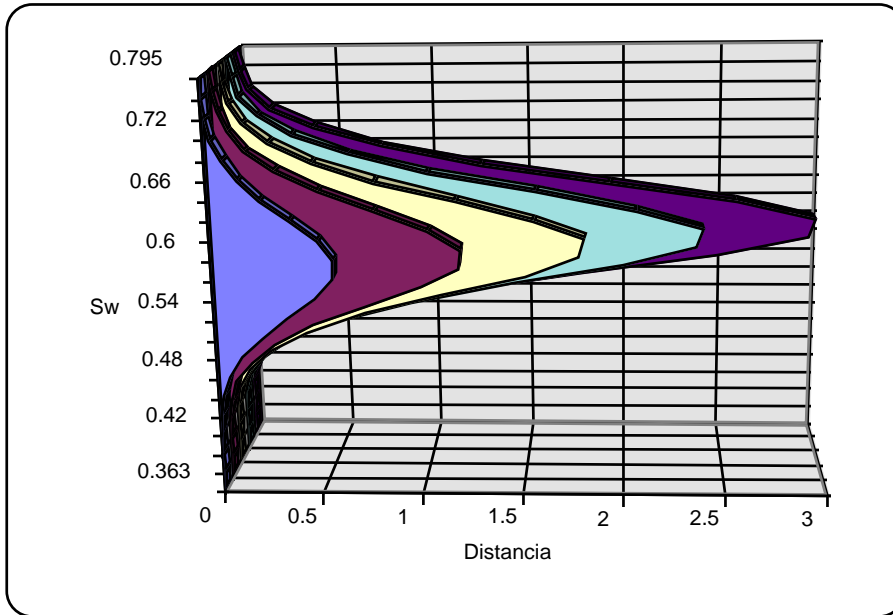
Durante las corridas del programa se observó la gran influencia que tienen los valores de las permeabilidades relativas que se introducen, sobre la magnitud de los efectos gravitacionales en los resultados. Debido a la estrecha relación que hay entre la mojabilidad de la roca y las permeabilidades relativas, se comprueba entonces que un yacimiento mojado por agua el recobro es mayor que en uno humectado por aceite.

#### 4.2. EFECTOS CAPILARES

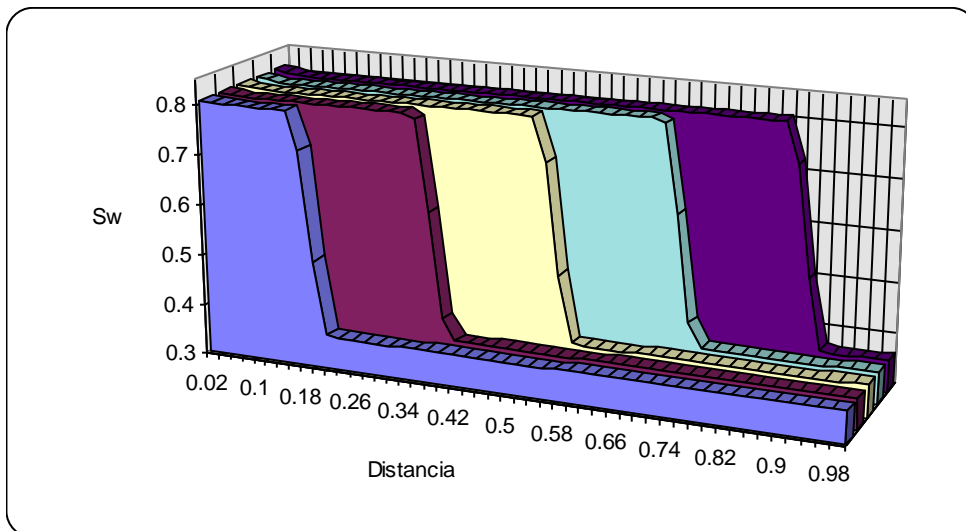
El desarrollo inicial de la ecuación de desplazamiento por Buckley-Leverett para un medio poroso homogéneo se hizo despreciando los efectos gravitacionales y capilares. Buckley-Leverett atribuyen a esto que la solución de la ecuación presente valores múltiples de saturación para una misma distancia. La figura 17, muestra la existencia de dos valores de saturación para una misma distancia.

Con los mismos valores con los que se generó en el programa la figura 17, y adicionando datos de presión capilar, el programa realiza la figura 18, en donde se observa claramente que el valor de saturación múltiple para una misma distancia es eliminado.

**FIGURA 20. AVANCE DEL FRENTE DE SATURACIÓN DESPRECIANDO EFECTOS CAPILARES Y GRAVITACIONALES.**



**FIGURA 21. EFECTOS CAPILARES SOBRE EL AVANCE DE FRENTE DE SATURACIÓN.**



## 4.3. MANUAL DEL PROGRAMA

### 4.3.1 Instalación del programa

- Instalar Visual Basic 6.0
- Instalar Component one
- Abrir la carpeta del software
- Doble click en el ejecutable frente de agua por inyección.exe

### 4.3.2 Ejecución del programa

#### 4.3.2.1 Ejemplo de cada aplicación

##### 4.3.2.1.1 Ejemplo de aplicación del método de Buckley-Leverett sin efectos gravitacionales

Ventana principal

Determinación del frente de avance en procesos de inyección de agua - Datos de Entrada

Archivo Mecanismos de Desplazamiento Ayuda

**Determinación del frente de avance en procesos de inyección de agua**

**Datos de entrada**

Burckley-Leverett (Sin efectos capilares y gravitacionales) | Burckley-Leverett (Con efectos capilares y gravitacionales) | Higgins and Leighton

Caudal de inyección (q) 300 BWPD  
Espesor de la formación (h) 20 ft  
Ancho de la formación (a) 150 ft  
Distancia entre pozos (L) 2500 ft  
Porosidad de formación ( $\phi$ ) 0.15 fracción  
Viscosidad del agua ( $\mu_w$ ) 1 Cp  
Viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ) 2 Cp  
Factor volumétrico del agua (Bw) 1 bbl/STB  
Factor volumétrico del aceite (Bo) 1 bbl/STB  
Tiempo (t) 100 días, divididos en 10 intervalos

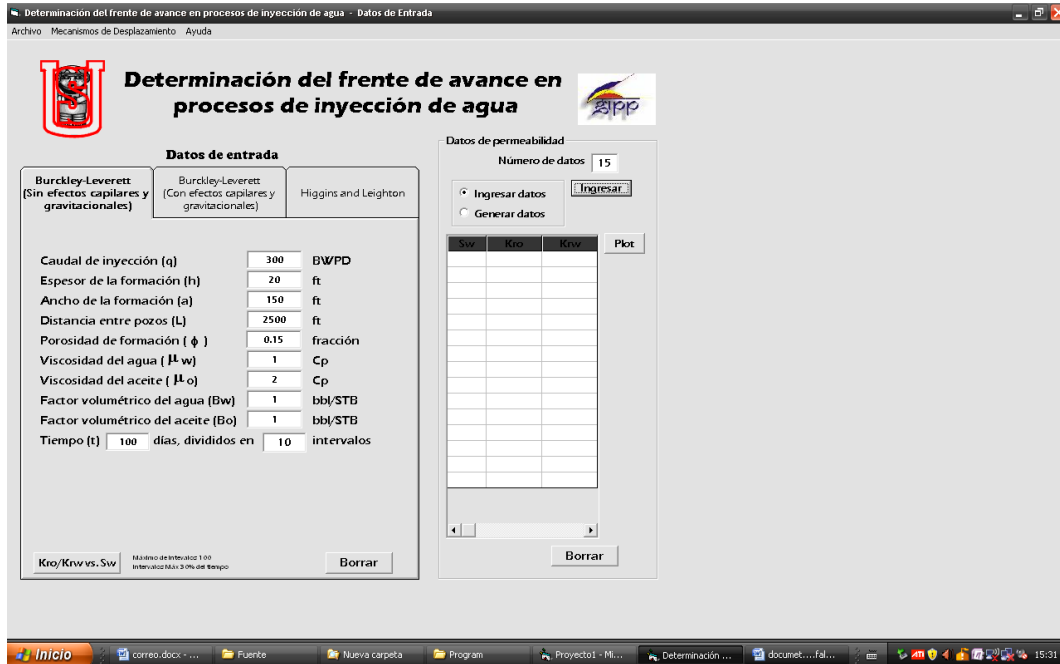
Kro/Krw vs. Sw Máximo de intervalos: 100 Intervalos Máx. 30 días de tiempo Borrar

Datos de permeabilidad  
Número de datos 15  
 Ingresar datos  
 Generar datos

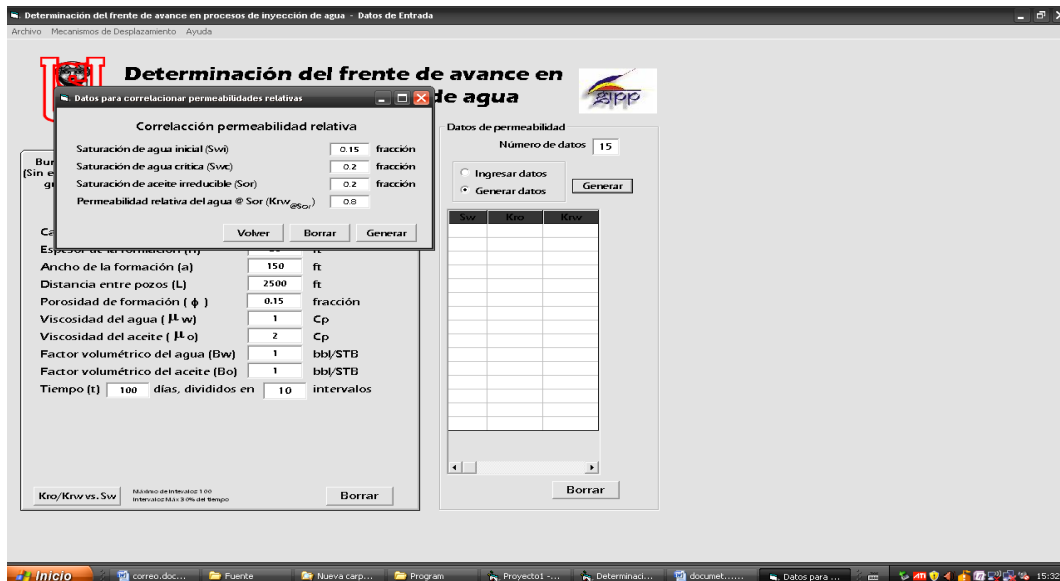
Esta es la primera ventana que usted va a ver al ejecutar el software, allí podrá ingresar los datos de entrada para el mecanismo de desplazamiento escogido, en este caso Burckley – Leverett (sin efectos capilares ni gravitacionales)

En esta misma ventana usted podrá ingresar o generar los datos de permeabilidades y saturación, ejemplo:

Si los desea ingresar manualmente, selecciona la opción ingresar datos y luego click en ingresar



Si los desea generar mediante correlación (Corey), deberá ingresar los datos de la tabla y dar click en generar



Finalmente debe aparecer la tabla de permeabilidades de la siguiente manera.

**Datos de entrada**

Burckley-Leverett (Sin efectos capilares y gravitacionales) | Burckley-Leverett (Con efectos capilares y gravitacionales) | Higgins and Leighton

Caudal de inyección (q) 300 BW/PD  
 Espesor de la formación (h) 20 ft  
 Ancho de la formación (a) 150 ft  
 Distancia entre pozos (L) 2500 ft  
 Porosidad de formación ( $\phi$ ) 0.15 fracción  
 Viscosidad del agua ( $\mu_w$ ) 1 Cp  
 Viscosidad del aceite ( $\mu_o$ ) 2 Cp  
 Factor volumétrico del agua (Bw) 1 bb/STB  
 Factor volumétrico del aceite (Bo) 1 bb/STB  
 Tiempo (t) 100 días, divididos en 10 intervalos

**Datos de permeabilidad**

Número de datos 15

Ingresar datos  Generar datos

Swi	Kro	Krw
0.15	1	0
0.2	1	0
0.24	0.8775	0.003
0.29	0.7516	0.0142
0.33	0.6345	0.0343
0.38	0.5262	0.0638
0.43	0.4271	0.1029
0.47	0.3372	0.1519
0.52	0.2569	0.2109
0.56	0.1865	0.2801
0.61	0.1262	0.3596
0.66	0.0766	0.4496
0.7	0.0383	0.5501
0.75	0.0122	0.6613
0.79	0.0003	0.7833

Después de creada o de llenarse la tabla de permeabilidades, se puede dar click en plot para que se genere el grafico Kro y Krw Vs Swi

**Curva Permeabilidad Relativa**

Generated by an evaluation version of C1Chart2D

Permeabilidad Relativa

Swi

Generated by an evaluation version of C1Chart2D



Debe dar click en cerrar para ubicarse en la ventana principal y continuar con el método.

**Determinación del frente de avance en procesos de inyección de agua**

**Datos de entrada**

Burckley-Leverett (Sin efectos capilares y gravitacionales) | Burckley-Leverett (Con efectos capilares y gravitacionales) | Higgins and Leighton

Caudal de inyección (q) 300 BWPD  
 Espesor de la formación (h) 20 ft  
 Ancho de la formación (a) 150 ft  
 Distancia entre pozos (L) 2500 ft  
 Porosidad de formación (φ) 0.15 fracción  
 Viscosidad del agua (μ<sub>w</sub>) 1 Cp  
 Viscosidad del aceite (μ<sub>o</sub>) 2 Cp  
 Factor volumétrico del agua (B<sub>w</sub>) 1 bbl/STB  
 Factor volumétrico del aceite (B<sub>o</sub>) 1 bbl/STB  
 Tiempo (t) 100 días, divididos en 10 intervalos

**Datos de permeabilidad**

Número de datos 15

Ingresar datos  
 Generar datos

Sw	Kro	Krw
0.15	1	0
0.2	1	0
0.24	0.8775	0.003
0.29	0.7516	0.0142
0.33	0.6345	0.0343
0.38	0.5262	0.0638
0.43	0.4271	0.1029
0.47	0.3372	0.1519
0.52	0.2569	0.2109
0.56	0.1865	0.2801
0.61	0.1262	0.3596
0.66	0.0766	0.4496
0.7	0.0383	0.5501
0.75	0.0122	0.6613
0.79	0.0003	0.7833

Kro/Krw vs. Sw | Borrar

Ahora haga click en Kro/Krw vs Sw, aparecerá la siguiente ventana.

**Gráfica Kro\_Krw vs. Sw**

Ln(Kro/Krw) vs. Saturation de Agua, Sw

Constantes a y b

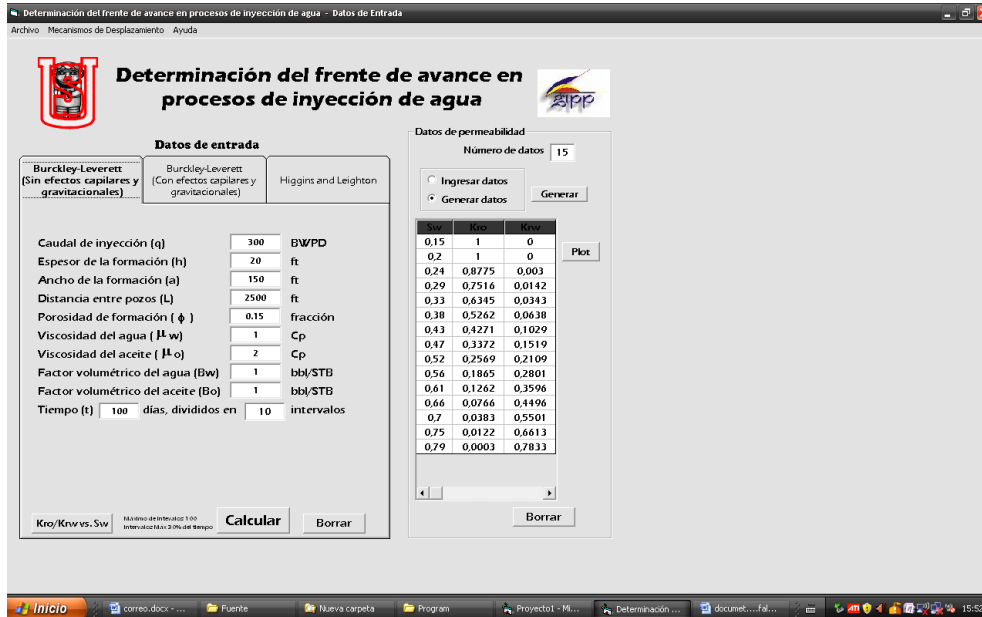
Ln a = 4  
 b = 8.56

$$\frac{Kro}{Krw} = a e^{-b \cdot Sw}$$

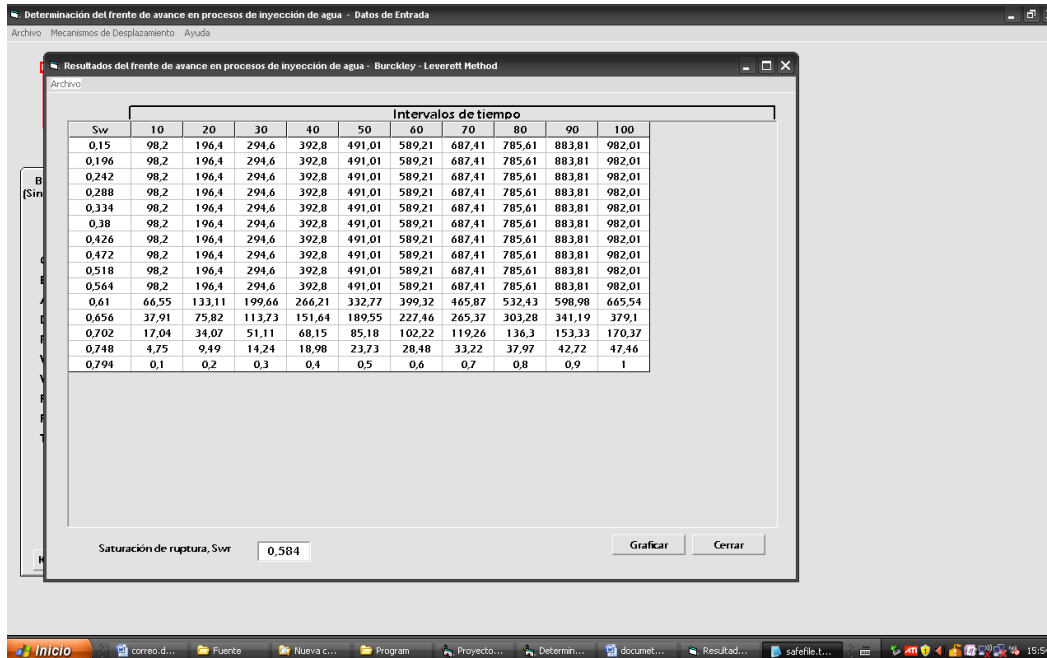
Cerrar



Ahora de click en cerrar, cerrar para volver a la ventana principal

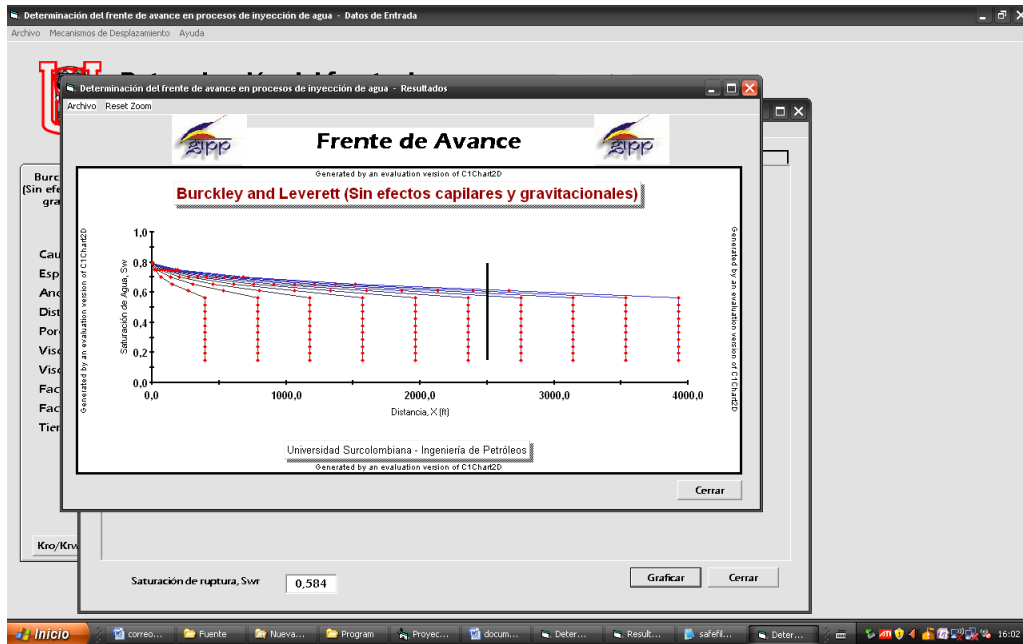


Ahora se nos activo la tecla calcular, damos click y aparecerá la siguiente ventana

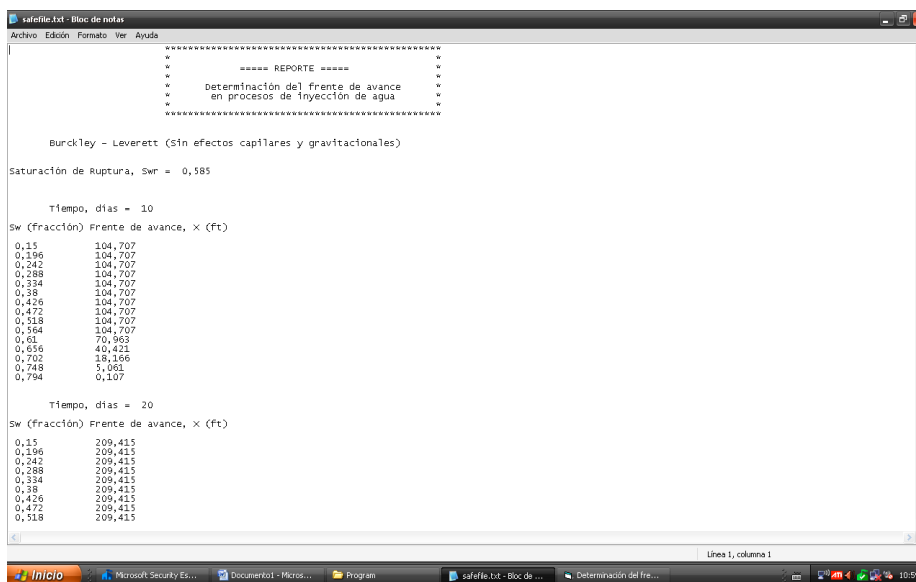


Se muestra la tabla de Sw Vs intervalo de tiempos, y el valor de la saturación en el punto de ruptura

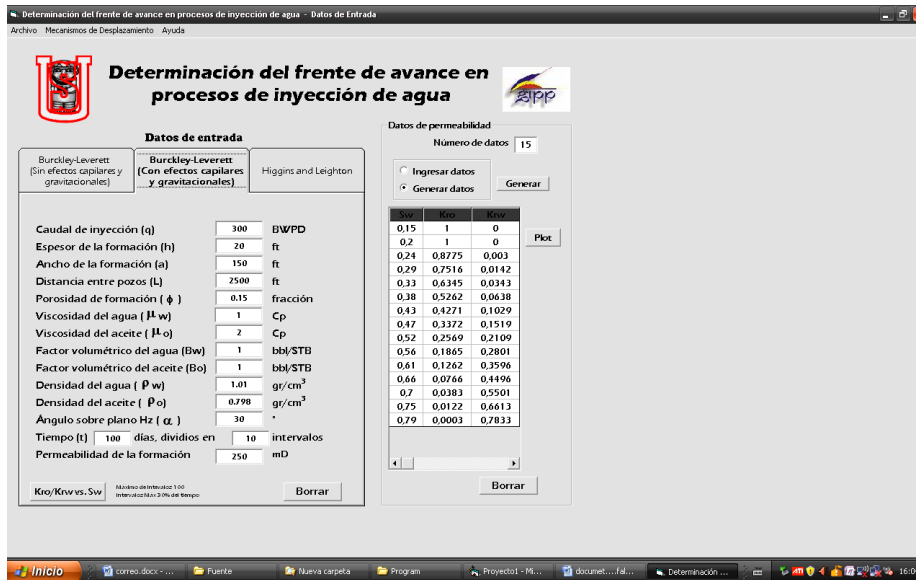
Se da click en graficar para que se genere la grafica del frente de avance



Finalmente se puede observar un reporte que se genera automáticamente al calcular y se ubica en la barra de tareas con el nombre de safefile.txt que es la extensión de un archivo en bloc de notas, de el cual se podrán extraer los datos o exportarlos a otro programa para efectos de análisis y gráficos

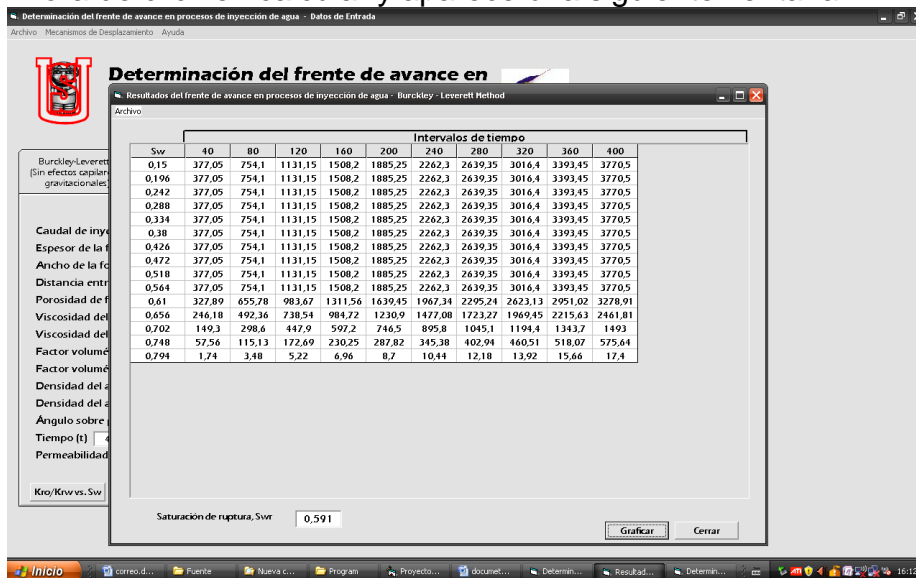


### 4.3.2.1.2 Ejemplo de aplicación del método de Buckley-Leverett con efectos gravitacionales y capilares.



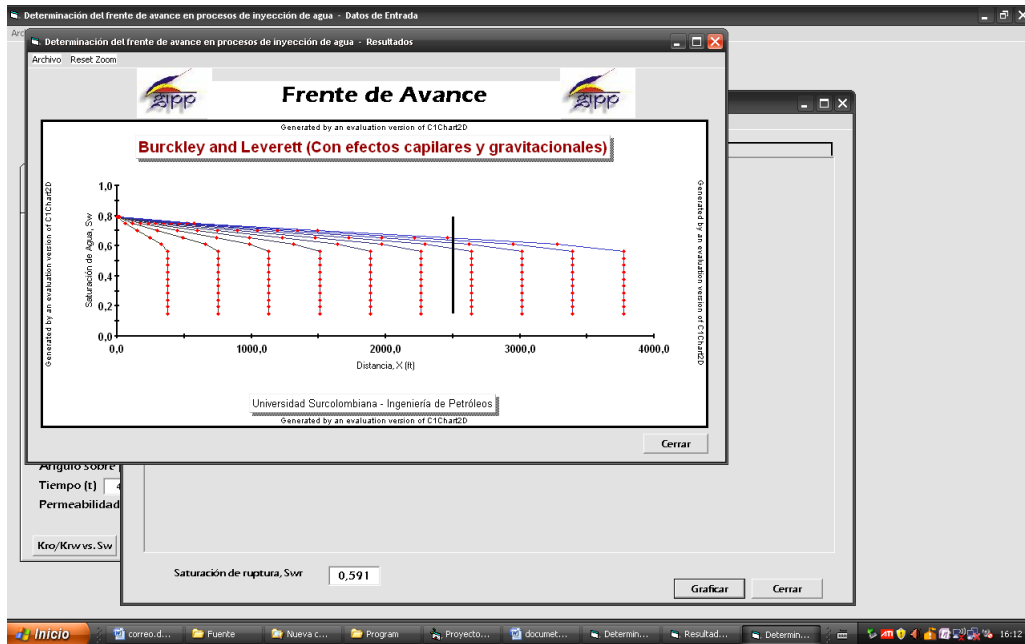
Esta ventana corresponde a el mecanismo de Burckley – Leverett (con efectos capilares y gravitacionales), se ingresan los datos de entrada y los de permeabilidad como en el anterior método, lo mismo para los valores de a y b, y las graficas de fw y dfw/dsw .

Ahora de click en calcular y aparecerá la siguiente ventana

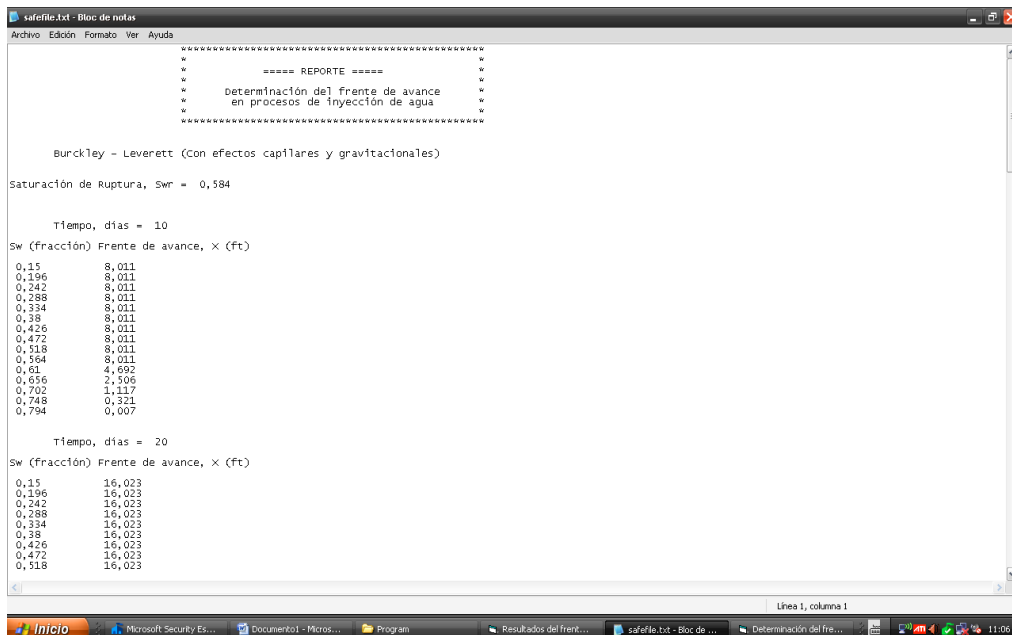


Se muestra la tabla de Sw Vs intervalo de tiempos y el valor de la saturación en el punto de ruptura

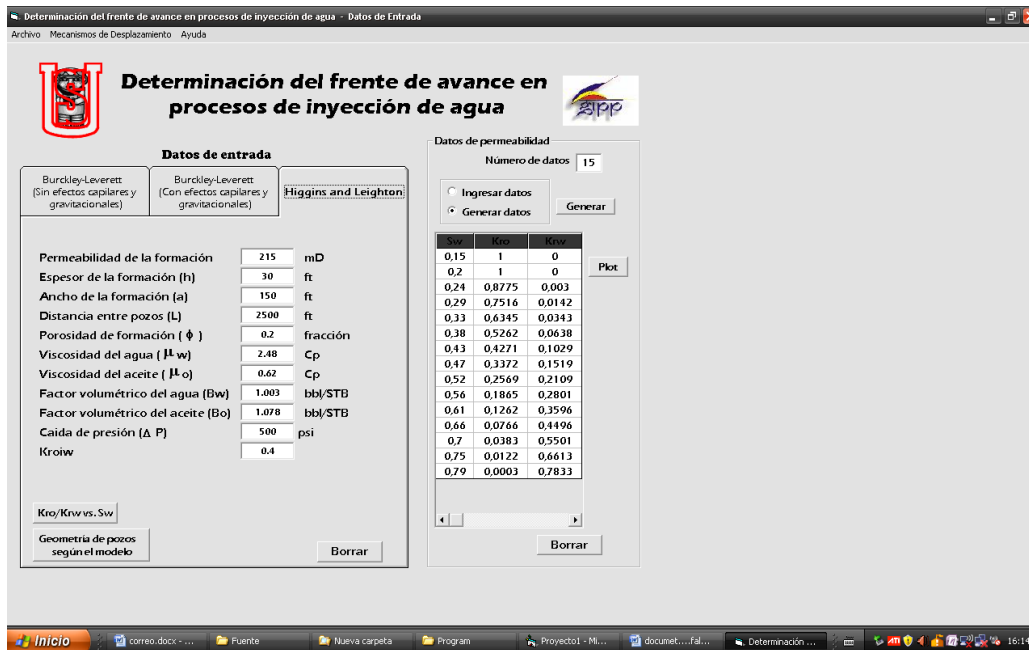
Se da click en graficar para que se genere la grafica del frente de avance



Finalmente se puede observar un reporte que se genera automáticamente al calcular y se ubica en la barra de tareas con el nombre de safefile.txt que es la extensión de un archivo en bloc de notas, del cual se podrán extraer los datos o exportarlos a otro programa para efectos de análisis y gráficos

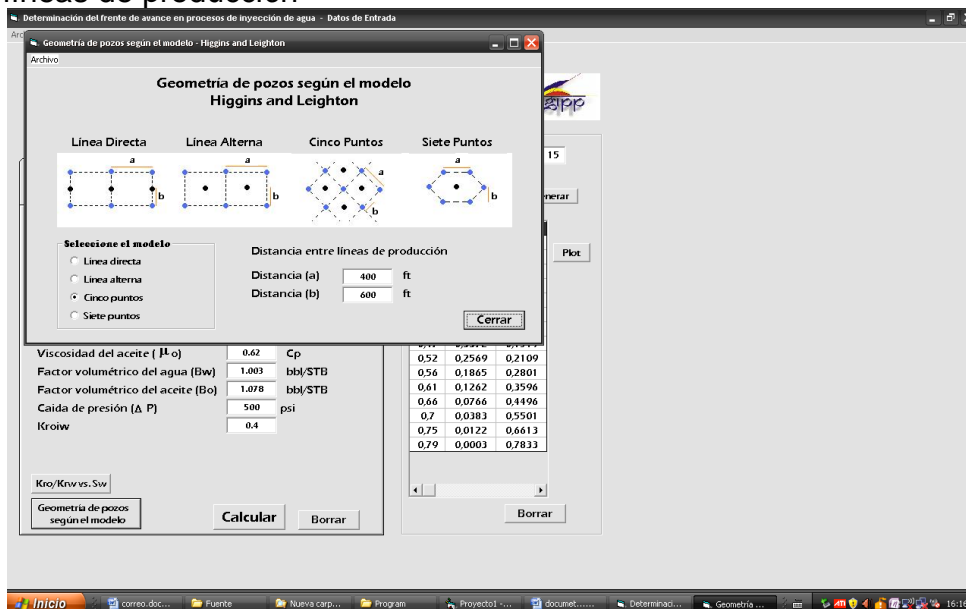


### 4.3.2.1.3 Ejemplo de aplicación del método de Higgins & Leighton

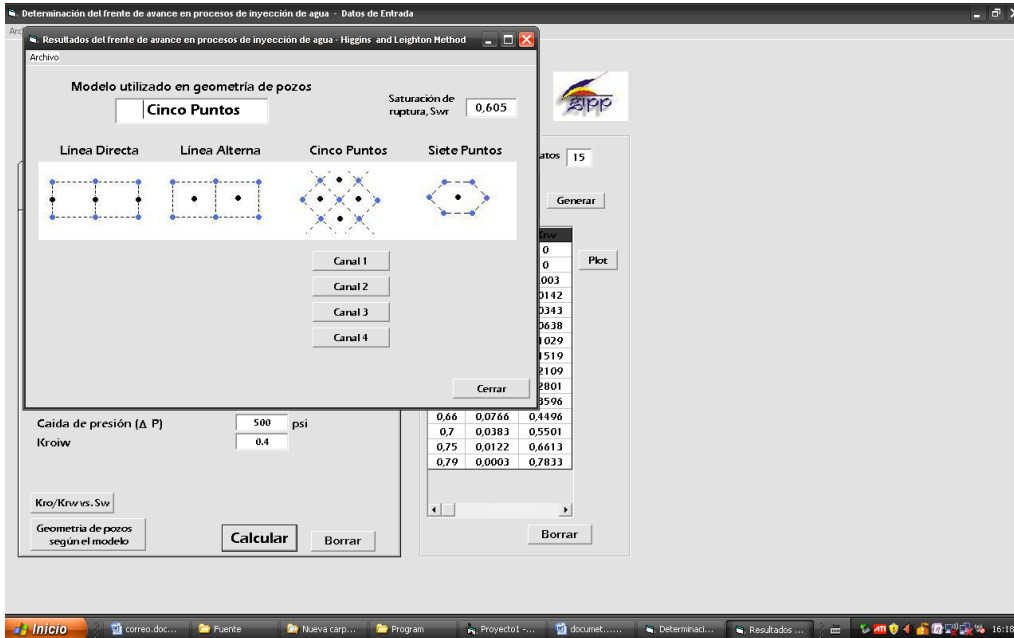


Esta ventana corresponde a el mecanismo de Higgins and Leighton (con efectos capilares y gravitacionales), se ingresan los datos de entrada y los de permeabilidad como en el anterior método, lo mismo para los valores de a y b.

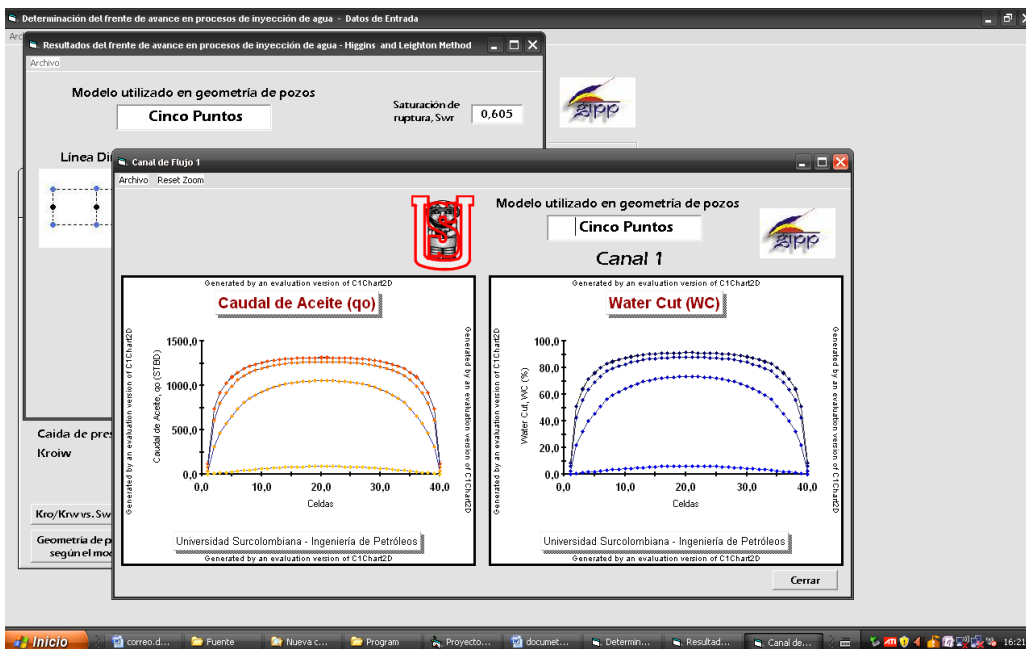
Luego de click en geometría de pozo para escoger el modelo y la distancia entre líneas de producción



Click en cerrar y luego click en calcular



Usted podrá ver la grafica para cada canal del comportamiento del caudal de aceite y el corte de agua en cada celda







## 5 CONCLUSIONES

- Se desarrolló un programa de computador para el análisis de inyección de agua mediante la aplicación de los métodos de Buckley-Leverett y Higgins & Leighton.
- Se corroboraron algunos conceptos sobre inyección de agua que han sido difundidos ampliamente en la industria petrolera, tales como:
  - ↗ El incremento en la movilidad reduce el factor de recobro, con una menor influencia cuando se encuentra por debajo de 10; de aquí en adelante la disminución del recobro se hace más drástica.
  - ↗ Existe un rango de caudal de inyección óptimo para cada proceso de inyección de agua, por encima del cual el aumento del recobro no es significativo.
  - ↗ La mojabilidad de la roca del yacimiento, reflejada en los datos de permeabilidad relativa que se introducen al programa, afecta el factor de recobro de crudo. Hay mayor recuperación de petróleo cuando la roca está humectada por agua.
  - ↗ La curva de flujo fraccional se altera por la introducción de efectos gravitacionales. .
- Se desarrollo un programa de computador para pronosticar la producción de un yacimiento durante la inyección de agua mediante la aplicación del método de Higgins & Leighton.
- Cuando se trabaja una caída de presión constante el caudal de producción aumenta con el tiempo, y este es mayor por el camino de flujo (canal) más corto entre los pozos inyector-productor.
- Los factores de forma de cada canal según el modelo de pozos que se use, son reflejo de la resistencia al flujo de cada canal; entre menor sea la sumatoria de estos factores de forma mayor va ser el caudal que circula por el.
- Se diseñó un programa bajo ambiente Windows que permite una fácil introducción de datos y que presenta sus resultados de manera clara y completa con la ayuda de tablas y gráficos.
- El reporte que se imprime del método de Higgins & Leighton se puede convertir fácilmente a un archivo Excel con el cual se pueda realizar los graficas correspondientes a Caudal de Aceite Vs tiempo, Caudal de Agua Vs tiempo, volumen de aceite producido vs tiempo, entre otras.

## 6 RECOMENDACIONES

- Usar el programa considerando presión capilar cuando se desean evaluar desplazamientos en núcleos.
- Ampliar la evaluación de la inyección de agua por el método de Buckley-Leverett cuando se consideran efectos gravitacionales.
- Usar el programa en las asignaturas de Yacimientos I y Recuperación Mejorada y simulación de yacimientos como una herramienta para ilustrar mejor los efectos de ciertas variables sobre la recuperación de crudo al hacer desplazamientos con agua.
- Complementar el programa para que el método de Buckley-Leverett pueda aplicarse a flujo radial.
- Se debe procurar que las tablas de presión capilar y permeabilidades relativas en función de la saturación de agua contengan tantos datos, como sea posible.
- Complementar el programa para que el método de Buckley-Leverett pueda aplicarse a flujo radial incluyendo presión capilar y efectos gravitacionales.
- Cuando se considera la presión capilar, se debe seleccionar cuidadosamente el número de intervalos en espacio en que se divide el sistema debido a que fácilmente se degenera la respuesta o se presentan errores por oscilación numérica; generalmente el primero se corrige disminuyendo el número de intervalos, y el segundo, aumentando el número de los mismos.
- Usar el programa considerando presión capilar cuando se desean evaluar desplazamientos en núcleos.
- Usar el programa en las asignaturas de Yacimientos I y Recuperación Mejorada como una herramienta para ilustrar mejor los efectos de ciertas variables sobre la recuperación de crudo al hacer desplazamientos con agua.
- Utilizar el programa para analizar el efecto sobre el factor de recobro, de la modificación de variables que juegan papeles importantes en una recuperación terciaria para así evaluar la factibilidad de complementar la recuperación secundaria con una recuperación de éste tipo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BENTSEN, Ramón G. A New Approach to Solving The Linear Displacement Equation With Capillary And Gravity Effects. Paper 4378. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1972.

COLLINS, R. E. Flow of Fluids Through Porous Materials. Englewood, Colorado: Research and Engineering Consultants Inc., 1990. 270 p.

CRAFT, B.C. y HAWKINS, M.F. Ingeniería aplicada de yacimientos petrolíferos. Madrid: Tecnos, 1977. p. 447 - 460.

DAINTITH, John. Diccionario de Matemáticas. Bogotá: Norma, 1982. 215 p.

DOUGLAS, Jim Jr., BLAIR, P. M. y WAGNER, R. J. Calculation of Linear Waterflood Behavior Including the Effects of Capillary Pressure. S.I.: TRANS-AIME 936-G, 1958.

EL-FEKY, Samy A. Application of Microcomputers to the Economic Evaluation of the Secondary Recovery of Infill Drilling. Paper 16483. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1987.

ESCOBAR, Freddy Humberto. Homework #4, Waterflooding. Norman: The University of Oklahoma, 1994. p.12.

FAYERS, F. J. y SHELDON, J. W. The Effect of Capillary Pressure and Gravity on Two-Phase Fluid Flow in a Porous Medium. S.I.: TRANS AIME 1089-G, 1959.

FLANNERY, P. Brian, PRESS, H. William, TEUKOLSKY, A. Saul y VETTERLING, T. William. Numerical Recipes in C. New York: Cambridge University Press, 1992. 993 p.

GIORDANO, Domenico, GUZMAN, R. E., FAYERS, F. J., AZIZ, Khalid y GODI, Antonella. Three-Phase Flow in Field-Scale Simulations of Gas and WAG injections. Paper 28897. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1994.

GOMEZ PRADA, Luis Gonzalo. Recobro secundario: Desplazamiento con agua. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 1989. 144 p.

GUZMAN, Rafael Ernesto. Desplazamiento Inmiscible de dos y tres fases. Santafé de Bogotá: Asociación Colombiana de Ingenieros de Petróleos, 1996.

HEARN, C. L. Simulation of Stratified Waterflooding by Pseudo Relative Permeability Curves. En: Journal Of Petroleum Technology. (Jul 1971); p. 805-813.

HOVANESSIAN, S. A. y FAYERS, F. J. Linear Waterflood with Gravity and Capillary Effects. En: Society of Petroleum Engineers Journal. (Mar 1961); p. 32-36.

KYTE, J. R. y BERRY, D. W. New Pseudo Functions to Control Numerical Dispersion. En: Society of Petroleum Engineers Journal. (Ago 1975); p. 269-276.

LAKE, Larry W. Enhanced Oil Recovery. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1989. 550 p.

LUTHE, Rodolfo, OLIVERA, Antonio y SCHUTZ, Fernando. Métodos Numéricos. México: Limusa, 1986. p. 184-198.

MARLE, C. M. Multiphase Flow In Porous Media. Paris: Editions Technip, 1981. 257 p.

McEWEN, C. R. A Numerical Solution of the Linear Displacement Equation with Capillary Pressure. S.I.: TRANS AIME 1160-G, 1959.

NELSON, Ross. Guía Completa de Visual Basic para Windows. Colombia: Panamericana Formas e Impresos, 1994. 396 p.

SMITH, Robert. Mechanics of Secondary Oil Recovery. New York: Reinhold Publishing Corporation, 1966. 504 p.

SPROTT, C. Julien. Numerical Recipes Routines and Examples in Basic. New York: Cambridge University Press, 1994. 399 p.

STONE, H. L. Rigorous Black Oil Pseudo Functions. Paper 21207. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1991.

WILLHITE, G. Paul. Waterflooding. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 1986. p. 53 - 63.

YORTSOS, Yanis C. y FOKAS, Athanassios S. An Analytical Solution for Linear Waterflood Including the effects of Capillary Pressure. Paper 9407. En: Society of Petroleum Engineers Journal. (Feb 1983); p. 115-124.

## ANEXOS

- Disco compacto con el programa ejecutable, visual Basic 6.0 y Component one.
- Tablas de factores de forma que se utilizaron en el método de Higgins and Leighton

### TABLAS DE FACTORES DE FORMA

LINEA DIRECTA					
CELDA N°	CANAL1	CANAL2	CANAL3	CANAL4	CANAL5
1	19,604	14,155	14,167	11,424	13,96
2	1,761	0,843	1,037	1,019	0,986
3	0,786	0,491	0,666	0,57	0,623
4	0,51	0,332	0,455	0,446	0,438
5	0,324	0,259	0,348	0,335	0,35
6	0,244	0,228	0,326	0,288	0,29
7	0,174	0,221	0,297	0,264	0,266
8	0,146	0,175	0,267	0,249	0,251
9	0,151	0,169	0,247	0,209	0,21
10	0,165	0,175	0,229	0,196	0,186
11	0,193	0,177	0,223	0,196	0,173
12	0,239	0,182	0,221	0,194	0,17
13	0,312	0,197	0,215	0,191	0,167
14	0,414	0,218	0,203	0,185	0,167
15	0,53	0,232	0,187	0,179	0,164
16	0,64	0,245	0,181	0,169	0,149
17	0,779	0,266	0,181	0,169	0,144
18	0,908	0,281	0,19	0,19	0,155
19	0,931	0,287	0,205	0,225	0,171
20	0,933	0,288	0,209	0,231	0,173
21	0,933	0,288	0,209	0,231	0,173
22	0,931	0,287	0,205	0,225	0,171
23	0,908	0,281	0,19	0,19	0,155
24	0,779	0,266	0,181	0,169	0,144
25	0,64	0,245	0,181	0,179	0,149
26	0,53	0,232	0,187	0,185	0,164
27	0,414	0,218	0,203	0,191	0,167
28	0,312	0,197	0,215	0,194	0,167
29	0,239	0,182	0,221	0,196	0,17
30	0,193	0,177	0,223	0,196	0,173
31	0,165	0,175	0,229	0,209	0,186
32	0,151	0,169	0,247	0,249	0,21
33	0,146	0,175	0,267	0,249	0,251
34	0,174	0,221	0,297	0,264	0,266
35	0,244	0,228	0,326	0,288	0,29
36	0,324	0,259	0,348	0,335	0,35
37	0,51	0,332	0,455	0,446	0,438
38	0,786	0,491	0,666	0,57	0,623
39	1,761	0,843	1,037	1,019	0,986
40	19,604	14,155	14,167	11,424	13,96
fraccion de volumen	0,2275	0,2798	0,1854	0,161	0,1464

FACTORES DE FORMA DE CINCO PUNTOS				
CELDA N°	CANAL1	CANAL2	CANAL3	CANAL4
1	17,372	17,88	0,1962	36,582
2	1,506	1,558	1,696	2,92
3	0,886	0,99	0,95	1,848
4	0,631	0,639	0,67	1,197
5	0,495	0,495	0,536	0,928
6	0,397	0,397	0,44	0,768
7	0,325	0,331	0,363	0,643
8	0,286	0,282	0,306	0,535
9	0,256	0,245	0,262	0,451
10	0,231	0,22	0,229	0,378
11	0,211	0,2	0,203	0,31
12	0,196	0,185	0,182	0,253
13	0,183	0,172	0,166	0,205
14	0,173	0,162	0,152	0,167
15	0,166	0,155	0,139	0,139
16	0,161	0,15	0,128	0,121
17	0,158	0,147	0,118	0,108
18	0,155	0,144	0,11	0,096
19	0,152	0,139	0,105	0,088
20	0,15	0,124	0,101	0,082
21	0,15	0,124	0,101	0,082
22	0,152	0,139	0,105	0,088
23	0,155	0,144	0,11	0,096
24	0,158	0,147	0,118	0,108
25	0,161	0,15	0,128	0,121
26	0,166	0,155	0,139	0,139
27	0,173	0,162	0,152	0,167
28	0,183	0,172	0,166	0,205
29	0,196	0,185	0,182	0,253
30	0,211	0,2	0,203	0,31
31	0,231	0,22	0,229	0,378
32	0,256	0,245	0,262	0,451
33	0,286	0,282	0,306	0,535
34	0,325	0,331	0,363	0,643
35	0,397	0,397	0,44	0,768
36	0,495	0,495	0,536	0,928
37	0,631	0,639	0,67	1,197
38	0,886	0,99	0,95	1,848
39	1,506	1,558	1,696	2,92
40	17,372	17,88	0,1962	36,582
fraccion de volumen	0,2237	0,2478	0,2909	0,2376



FACTORES DE FORMA DE LINEA ALTERNA							
CELDA N°	CANAL1	CANAL2	CANAL3	CANAL4	CANAL5	CANAL6	
1	15,65	15,395	14,648	15,311	15,008	16,884	
2	1,43	1,283	1,333	1,281	1,261	1,144	
3	1,004	0,779	0,852	0,588	0,375	0,603	
4	0,51	0,332	0,455	0,446	0,509	0,372	
5	0,724	0,535	0,583	0,433	0,425	0,241	
6	0,648	0,465	0,57	0,369	0,399	0,18	
7	0,614	0,43	0,521	0,349	0,338	0,126	
8	0,589	0,423	0,498	0,326	0,357	0,112	
9	0,564	0,414	0,465	0,313	0,362	0,109	
10	0,538	0,406	0,45	0,311	0,363	0,113	
11	0,521	0,404	0,448	0,309	0,364	0,14	
12	0,516	0,402	0,439	0,313	0,372	0,156	
13	0,513	0,402	0,405	0,327	0,379	0,17	
14	0,512	0,401	0,403	0,342	0,383	0,183	
15	0,52	0,232	0,187	0,179	0,384	0,215	
16	0,499	0,398	0,392	0,358	0,385	0,252	
17	0,479	0,397	0,38	0,36	0,385	0,296	
18	0,465	0,396	0,375	0,36	0,386	0,336	
19	0,455	0,394	0,374	0,365	0,387	0,376	
20	0,428	0,392	0,373	0,371	0,388	0,405	
21	0,405	0,388	0,371	0,373	0,392	0,428	
22	0,376	0,387	0,365	0,374	0,394	0,455	
23	0,336	0,386	0,36	0,375	0,396	0,465	
24	0,296	0,385	0,36	0,38	0,397	0,479	
25	0,252	0,385	0,358	0,392	0,398	0,499	
26	0,215	0,384	0,355	0,401	0,398	0,52	
27	0,183	0,383	0,342	0,403	0,401	0,512	
28	0,17	0,379	0,327	0,405	0,402	0,513	
29	0,156	0,372	0,313	0,439	0,402	0,516	
30	0,14	0,364	0,309	0,448	0,404	0,521	
31	0,113	0,363	0,311	0,45	0,406	0,538	
32	0,109	0,362	0,313	0,465	0,414	0,564	
33	0,112	0,357	0,326	0,498	0,423	0,589	
34	0,126	0,338	0,349	0,521	0,43	0,614	
35	0,18	0,399	0,369	0,57	0,465	0,648	
36	0,241	0,425	0,433	0,583	0,535	0,724	
37	0,372	0,409	0,575	0,72	0,629	0,51	
38	0,603	0,735	0,588	0,852	0,779	1,004	
39	1,144	1,261	1,281	1,333	1,283	1,43	
40	16,884	15,008	15,311	14,648	15,395	15,65	
fraccion volumen	de	0,1965	0,1565	0,147	0,147	0,1565	0,1965

SIETE PUNTOS			
CELDA N°	CANAL1	CANAL2	CANAL3
1	12,952	7,885	7,321
2	1,549	3,085	3,224
3	0,602	0,59	0,846
4	0,387	0,391	0,349
5	0,277	0,335	0,328
6	0,224	0,233	0,246
7	0,187	0,218	0,22
8	0,157	0,204	0,199
9	0,124	0,185	0,172
10	0,1	0,166	0,169
11	0,085	0,148	0,152
12	0,082	0,146	0,141
13	0,08	0,139	0,139
14	0,069	0,129	0,129
15	0,056	0,134	0,132
16	0,051	0,135	0,136
17	0,05	0,137	0,138
18	0,058	0,138	0,139
19	0,074	0,14	0,14
20	0,113	0,142	0,142
21	0,116	0,148	0,143
22	0,123	0,15	0,146
23	0,128	0,153	0,155
24	0,132	0,172	0,167
25	0,14	0,188	0,18
26	0,159	0,193	0,185
27	0,172	0,2	0,195
28	0,206	0,222	0,213
29	0,236	0,239	0,234
30	0,256	0,257	0,252
31	0,3	0,299	0,281
32	0,323	0,317	0,312
33	0,393	0,349	0,351
34	0,427	0,403	0,407
35	0,546	0,486	0,491
36	0,639	0,598	0,608
37	0,847	0,815	0,742
38	1,234	1,092	1,022
39	2,07	3,793	4,33
40	26,358	21,04	19,708
fraccion volumen	de		
	0,4265	0,3001	0,2734

