

**ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN  
YACIMIENTOS HETEROGENEOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS  
PSEUDOPLÁSTICOS**



**DIANA VANESSA GIRALDO VELÁSQUEZ  
ANGELA PATRICIA ZAMBRANO PERDOMO**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS  
Neiva, Huila Enero de 2011**

**ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN  
YACIMIENTOS HETEROGENEOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS  
PSEUDOPLÁSTICOS**



**DIANA VANESSA GIRALDO VELÁSQUEZ  
ANGELA PATRICIA ZAMBRANO PERDOMO**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de  
Ingeniero de Petróleos**

**Director**

**FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO  
Doctor en Ingeniería de Petróleos**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS  
Neiva, Huila Enero de 2011**

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

---

---

---

**Firma del presidente del jurado**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

**Neiva, Enero de 2011**

## **DEDICATORIA**

*A Dios por iluminarme siempre el sendero de mi vida, a mi familia, por su apoyo incondicional en todas las etapas de la carrera, por ser la fuerza alentadora que permitió mantenerme firme hasta culminar mis estudios. A Hernando, por acompañarme en mis alegrías y tristezas siempre de manera incondicional, por ayudarme y darme fuerzas cuando más lo necesitaba.*

***Diana Vanessa***

*A Dios por darme perseverancia para culminar con éxito este proyecto y mi carrera, por iluminarme y llenarme de felicidad,  
A mis padres y hermanos por su amor, confianza, apoyo incondicional y por acompañarme en cada momento de mi vida,  
A toda mi familia y amigos por sus palabras de apoyo, cariño y colaboración.*

***Angela Patricia***



## **AGRADECIMIENTOS**

Las autoras expresan sus agradecimientos:

A Freddy Humberto Escobar Macualo, Doctor en Ingeniería de Petróleos, profesor titular de la Universidad Surcolombiana, Director del Grupo de Investigación en Pruebas de Pozo, GIPP; Director de nuestro trabajo de grado por su confianza, tiempo, dedicación, esmero y apoyo incondicional en la realización de este proyecto.

A Jairo Antonio Sepúlveda, Máster en Ingeniería de Petróleos, profesor titular de la Universidad Surcolombiana; evaluador de este proyecto por su tiempo, apoyo y colaboración.

A Javier Martínez, Ingeniero de Petróleos, profesor de la Universidad Surcolombiana; evaluador de este proyecto por su colaboración y tiempo.

Al Instituto Colombiano del Petróleo ICP- ECOPETROL, bajo el convenio firmado entre las instituciones y la Universidad Surcolombiana, por el soporte económico.

A todas las personas que contribuyeron para que este proyecto se desarrollara de manera exitosa.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	15
1.1 TEORÍA DE FLUIDOS NEWTONIANOS	15
1.2 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE PRESIÓN A TRAVES DEL MEDIO POROSO	16
1.3 FLUIDOS NO NEWTONIANOS A TRAVÉS DEL MEDIO POROSO	17
1.4 CASO PARTICULAR DE ESTUDIO	17
1.5 OBJETIVOS	19
2. RESPUESTA DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN YNF	20
2.1 SOLUCIÓN ANALÍTICA	20
3. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB (TDS)	22
3.1 ANÁLISIS DEL FLUJO RADIAL	22
3.2 CARACTERIZACIÓN DE YACIMIENTOS HETEROGÉNEOS	26
3.3 PROCEDIMIENTO PASO A PASO	35
4. EJEMPLOS SIMULADOS	
4.1 EJEMPLO 1	37
4.2 EJEMPLO 2	40
4.3 EJEMPLO 3	42
4.4 EJEMPLO 4	44
5. CONCLUSIONES	46
6. RECOMENDACIONES	47
BIBLIOGRAFÍA	48
ANEXOS	49

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Comportamiento del esfuerzo de corte vs la rata de corte para fluidos con comportamiento independiente del tiempo	<b>15</b>
<b>Figura 2.</b> Curvas de fluidez y de viscosidad para un fluido pseudoplástico	<b>16</b>
<b>Figura 3.</b> Relación entre las pendientes de la línea de acción infinita de flujo radial y diferentes índices de comportamiento de flujo, n	<b>23</b>
<b>Figura 4.</b> Puntos y líneas característicos de un yacimiento naturalmente fracturado con flujo interporoso en estado pseudoestable con $n=1$ $\omega=0.1$ $\lambda=1*10^{-6}$	<b>27</b>
<b>Figura 5.</b> Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con $\lambda=1*10^{-6}$ y $n=0.2$	<b>29</b>
<b>Figura 6.</b> Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con $\omega=0.05$ y $n=0.8$	<b>30</b>
<b>Figura 7.</b> Efecto del índice de comportamiento de flujo sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con $\omega=0.03$ y $\lambda=1*10^{-5}$	<b>31</b>
<b>Figura 8.</b> Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con $\lambda = 1 *10^{-4}$ y $n=0.2$	<b>32</b>
<b>Figura 9.</b> Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con $\lambda = 1 *10^{-4}$ y $n=1$	<b>32</b>
<b>Figura 10.</b> Relación entre la pendiente del segundo flujo radial y el índice de comportamiento de flujo	<b>36</b>
<b>Figura 11.</b> Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 1	<b>38</b>
<b>Figura 12.</b> Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 2	<b>41</b>

<b>Figura 13.</b> Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 3	<b>43</b>
<b>Figura 14.</b> Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 4	<b>45</b>
<b>Figura 15.</b> Comportamiento de la ecuación en software TableCurve 3D	<b>86</b>
<b>Figura 16.</b> Comportamiento de la ecuación en software TableCurve 3D	<b>89</b>
<b>Figura 17.</b> Comportamiento de la ecuación en software TableCurve 3D	<b>91</b>
<b>Figura 18.</b> Comportamiento de la ecuación en software TableCurve 3D	<b>95</b>
<b>Figura 19.</b> Comportamiento de la ecuación en software TableCurve 3D	<b>97</b>
<b>Figura 20.</b> Comportamiento de la ecuación en software TableCurve 2D	<b>99</b>

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento del ejemplo 1	<b>39</b>
<b>Tabla 2.</b> Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso del ejemplo 1	<b>39</b>
<b>Tabla 3.</b> Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento del ejemplo 2	<b>40</b>
<b>Tabla 4.</b> Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso del ejemplo 2	<b>40</b>
<b>Tabla 5.</b> Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento del ejemplo 3	<b>42</b>
<b>Tabla 6.</b> Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso del ejemplo 3	<b>42</b>
<b>Tabla 7.</b> Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento del ejemplo 4	<b>44</b>
<b>Tabla 8.</b> Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso del ejemplo 4	<b>44</b>
<b>Tabla 9.</b> Datos de la prueba de presión para el ejemplo 1	<b>80</b>
<b>Tabla 10.</b> Datos de la prueba de presión para el ejemplo 2	<b>81</b>
<b>Tabla 11.</b> Datos de la prueba de presión para el ejemplo 3	<b>82</b>
<b>Tabla 12.</b> Datos de la prueba de presión para el ejemplo 4	<b>83</b>
<b>Tabla 13.</b> Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>84</b>
<b>Tabla 14.</b> Datos manejados por el TableCurve 3D para hallar la ecuación para el cálculo del coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>85</b>
<b>Tabla 15.</b> Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>87</b>

<b>Tabla 16.</b> Datos manejados por el TableCurve 3D para hallar la ecuación para el cálculo del coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>88</b>
<b>Tabla 17.</b> Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>89</b>
<b>Tabla 18.</b> Datos manejados por el TableCurve 3D para hallar la ecuación para el cálculo del coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>90</b>
<b>Tabla 19.</b> Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso	<b>93</b>
<b>Tabla 20.</b> Datos manejados por el TableCurve 3D para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso	<b>93</b>
<b>Tabla 21.</b> Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso	<b>95</b>
<b>Tabla 22.</b> Datos manejados por el TableCurve 3D para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso	<b>96</b>
<b>Tabla 23.</b> Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del índice de comportamiento de flujo	<b>98</b>

## LISTA DE ANEXOS

<b>ANEXO A.</b> Curvas tipo para calcular los parámetros de caracterización de yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos	<b>49</b>
<b>ANEXO B.</b> Datos reportados de presión y de derivada de presión para el ejemplo 1	<b>80</b>
<b>ANEXO C.</b> Datos reportados de presión y de derivada de presión para el ejemplo 2	<b>81</b>
<b>ANEXO D.</b> Datos reportados de presión y de derivada de presión para el ejemplo 3	<b>82</b>
<b>ANEXO E.</b> Datos reportados de presión y de derivada de presión para el ejemplo 4	<b>83</b>
<b>ANEXO F.</b> Obtención de las ecuaciones para calcular el coeficiente adimensional de almacenamiento	<b>84</b>
<b>ANEXO G.</b> Obtención de las ecuaciones para calcular el parámetro de flujo interporoso	<b>92</b>
<b>ANEXO H.</b> Obtención de la ecuación para calcular el Índice de comportamiento de flujo	<b>98</b>

## RESUMEN

La interpretación de pruebas de presión en la mayoría de los casos se realiza mediante análisis de regresión no lineal, algunas veces combinado con el método convencional para propósitos de verificación. Sin embargo, en diversas ocasiones la regresión no lineal carece de verificación y exactitud debido a la no unicidad de la solución y por ello es recomendable utilizar el método *TDS* (Tiab's Direct Synthesis), que permite obtener ecuaciones analíticas directas que conllevan en forma práctica y rápida a la obtención de los parámetros de pozo y/o yacimiento.

Aunque esta técnica es novedosa y cubre muchos escenarios, no cuenta con las expresiones y metodología necesaria que contengan el análisis de yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos y puesto que en la Industria Petrolera la mayoría de los fluidos que se inyectan a la fractura son no newtonianos y estos son muy comunes durante la perforación, operaciones de fracturamiento y procesos de recobro mejorado no pueden ser interpretados usando los modelos de fluidos newtonianos debido que representan errores puesto que su comportamiento es diferente.

Es por eso que el propósito de este estudio es extender la técnica *TDS* al análisis de yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos, usando la solución de la presión adimensional,  $P_D$ , propuesta en la literatura, la cual incorpora el índice de comportamiento de flujo,  $n$ , para estudiar el comportamiento de la presión y su derivada de modo que permita hallar las ecuaciones que definirán el parámetro de almacenamiento,  $\omega$ , y el coeficiente de flujo interporoso,  $\lambda$ , a partir de los rasgos característicos hallados en la presión y en la derivada con el fin de caracterizar adecuadamente el yacimiento.

*Palabras claves:* Fluidos no newtonianos; yacimientos heterogéneos; técnica *TDS*



## ABSTRACT

Normally, the interpretation of well pressure test data is performed via nonlinear regression analysis, sometimes combined with the straight-line conventional analysis for verification purposes. However, sometimes, non-linear regression analysis is inaccurate due to the non-uniqueness of the solution; therefore, it is recommended to use the *TDS* (Tiab Direct Synthesis) method which allows to obtain direct analytical equations involving a quick and convenient way to obtain well and/or reservoir parameters.

Although this technique is new and covers many scenarios, it has not expressions and methodology needed to contain the analysis of heterogeneous reservoir with non-Newtonian pseudoplastic fluids and since the oil industry in most of the fluids injected into the fracture are non-Newtonian and these are very common during drilling operations, fracturing and enhanced oil recovery processes cannot be interpreted using the Newtonian fluid models because they represent errors associated with different behavior.

The purpose of this study is to extend the *TDS* technique to the analysis of heterogeneous reservoirs with non-Newtonian pseudoplastic fluid, using the dimensionless pressure solution,  $P_D$ , incorporating the flow behavior index,  $n$ , to study the behavior of pressure and its derivative which will enable to find the equations to determine the storage parameter,  $\omega$ , and interporosity flow coefficient,  $\lambda$ , from the characteristics points found in the pressure and pressure derivative log-log plot in order to adequately characterize the reservoir. It is also the first time in the literature that the pressure derivative is introduced for dual porosity systems that contain a non-Newtonian pseudoplastic fluid.

*Key words:* Non-newtonian fluids; heterogeneous reservoirs, *TDS* technique.

## INTRODUCCIÓN

En la industria petrolera los fluidos no newtonianos representan una parte muy importante en la realización de procesos de recobro mejorado, procesos de fracturamiento y operaciones de perforación, además, los fluidos no newtonianos se pueden presentar (crudo pesado o un gel inyectado durante un proceso de estimulación) en un yacimiento naturalmente fracturado y puesto que existe muy poca información en esta área amerita realizarse un estudio que permita la identificación de rasgos y parámetros característicos para describir adecuadamente los yacimientos que presenten estas cualidades, debido a que se incurriría en errores potenciales si se analizaran estos yacimientos con modelos obtenidos cuando los fluidos existentes son newtonianos.

El método *TDS* (Tiab's Direct Synthesis) nos permite mediante la utilización de puntos y líneas características obtenidos en gráficas log-log de presión y derivada de presión, obtener ecuaciones analíticas directas y correlaciones que permitan caracterizar el yacimiento. El principal objetivo es extender la aplicación y análisis de esta técnica a yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos usando la presión adimensional,  $P_D$ , que incorpora el índice de comportamiento de flujo,  $n$ .

Como resultado de la investigación se desarrollaron expresiones analíticas que nos permiten obtener los parámetros de los yacimientos naturalmente fracturados con fluidos no newtonianos pseudoplásticos; estas expresiones formarán parte importante e integral de la técnica *TDS* en este ámbito.

El trabajo está desarrollado de la siguiente manera: el primer capítulo corresponde a los fundamentos teóricos de los yacimientos naturalmente fracturados con fluidos no newtonianos pseudoplásticos, el segundo capítulo presenta la respuesta de la derivada de presión en los yacimientos naturalmente fracturados, el tercer capítulo presenta la aplicación de la técnica de síntesis directa de TIAB (*TDS*), en el cuarto capítulo se muestran los ejemplos simulados para la validación de la técnica; finalmente se dan las recomendaciones y conclusiones del trabajo.

# 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

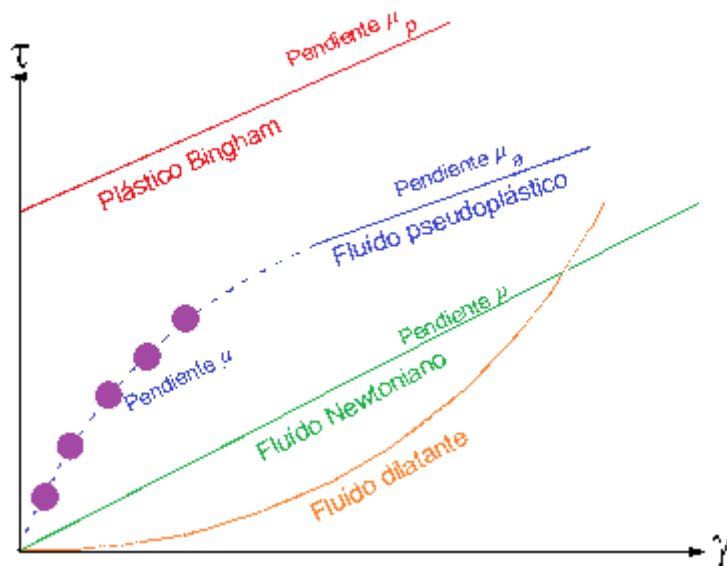
## 1.1. Teoría de fluidos no newtonianos

En la naturaleza gran parte de los fluidos son newtonianos, pero además existen fluidos cuyo comportamiento no se puede aproximar a una relación lineal. Estos son conocidos como fluidos no newtonianos.

Existen tres clasificaciones generales de fluidos no newtonianos:

1. Fluidos no newtonianos independientes del tiempo
2. Fluidos no newtonianos dependientes del tiempo
3. Fluidos no newtonianos viscoelásticos

En nuestro caso nos basaremos en los fluidos no newtonianos independientes del tiempo (donde la tasa de corte es un valor simple del esfuerzo de corte), específicamente en los **fluidos pseudoplásticos**; cuyo comportamiento se puede observar en la Figura 1.



**Figura 1.** Comportamiento del esfuerzo de corte vs. la tasa de corte para fluidos con comportamiento independiente del tiempo

**Los fluidos pseudoplásticos** no tienen esfuerzo de cedencia, la pendiente del esfuerzo corte vs la rata de corte decrece progresivamente y tiende a volverse constante para valores grandes de esfuerzos de corte.

El modelo más simple es el de la ley de la potencia:

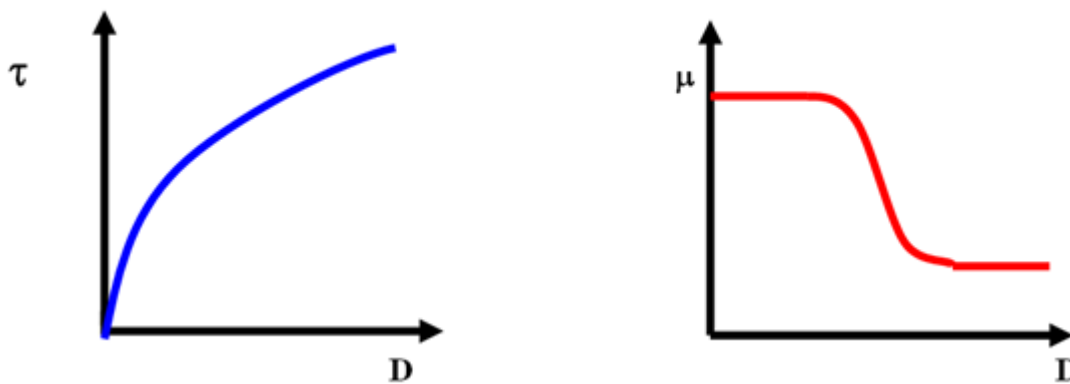
$$\tau = k\gamma^n \quad (1.1)$$

Para todo  $n < 1$

Siendo  $k$  y  $n$  constantes diferentes para cada fluido,  $k$  es una medida de la consistencia del fluido,  $n$  mide que tanto se desvía el fluido del comportamiento newtoniano.

Este tipo de fluidos se caracterizan por una disminución de su viscosidad y de su esfuerzo cortante, con la velocidad de deformación. Entre ellos se encuentran crudos pesados, fluidos de tratamiento, entre otros.

Su comportamiento se puede observar en las siguientes curvas:



**Figura 2.** Curvas de fluidez y de viscosidad para un fluido pseudoplástico.

## 1.2. Análisis del comportamiento de presión a través del medio poroso

El análisis de la derivada de presión tiene un gran significado para obtener información acerca de las propiedades de la formación y la capacidad de flujo del yacimiento. Existen dos pruebas comunes. Una involucra el cierre de la producción del pozo y se toman los datos de incrementos de presión en función del tiempo, estas son conocidas como pruebas de restauración; y el otro tipo de pruebas, conocido como pruebas de declinación consisten en tomar los datos mientras el pozo está produciendo después de un cierre de producción.

Durante las últimas cuatro décadas, ha aparecido en la literatura, mucha información concerniente al análisis de pruebas de pozo. Mucha de esta información, ha sido desarrollada para yacimientos isotrópicos y homogéneos, pero estos pueden extenderse dependiendo de las heterogeneidades existentes.

### **1.3. Fluidos no newtonianos a través del medio poroso**

Existe gran cantidad de información en la literatura acerca de las propiedades elásticas de las soluciones poliméricas, de viscoelasticidad y flujo viscoelásticos de fluidos no newtonianos a través de un medio poroso. Sin embargo, en muchas de las áreas de estudio aun falta una explicación más completa; ya que el comportamiento de los fluidos pseudoplásticos no se conoce con mucha exactitud.

### **1.4. Caso particular de estudio**

Cuando un yacimiento contiene un fluido no newtoniano tal como aquellos inyectados con recobro mediante polímeros, la interpretación de pruebas de presión no puede efectuarse mediante los modelos convencionales de flujo newtoniano, puesto que en un fluido no newtoniano su viscosidad varía con la temperatura y presión, por lo tanto no tiene un valor de viscosidad definido y constante, a diferencia de un fluido newtoniano.

#### **Condiciones del modelo**

Para nuestro caso existe estado transitorio, aunque al comienzo durante el almacenamiento hay estado pseudoestable. Como nuestro modelo no llega a las fronteras no hay estado pseudoestable al final.

Por lo tanto se presenta un modelo de yacimiento infinito, donde los efectos de almacenamiento y daño no son considerados.

Se puede tener un fluido no newtoniano (crudo pesado o un gel inyectado durante un proceso de estimulación) en un yacimiento naturalmente fracturado, YNF y se amerita hacer ese estudio.

Teniéndose en cuenta el parámetro de Laplace  $f(s)$  que es función del tipo de modelo y la geometría del sistema de fractura la cual es mostrada a continuación y aplica a los diversos tipos de geometrías existentes sin tener en cuenta el daño interporoso, se tiene:

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda}{(1-\omega)s + \lambda} \quad (1.2)$$

Donde;

$\omega$  es el coeficiente de almacenamiento

$\lambda$  es el parámetro de flujo interporoso

$s$  es el parámetro de Laplace

Las fronteras internas del yacimiento condicionan el valor de la presión adimensional, la cual tiene la siguiente solución en el espacio de Laplace, introducida por Olarewaju J.S.: **“A Reservoir Model of No Newtonian Fluid Flow”** SPE paper 25301

$$\widehat{P}_{DNN} = \frac{K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right) + S(sf_s)^{1/2} K_{\frac{2}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right)}{s \left( (sf_s)^{1/2} K_{\frac{2}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right) + sC_D \left[ K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right) + S(sf_s)^{1/2} K_{\frac{2}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right) \right] \right)} \quad (1.3)$$

Para fluidos no newtonianos en yacimientos de doble porosidad sin almacenamiento y daño, tenemos:

$$\widehat{P}_{DNN} = \frac{K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right)}{s \left( (sf_s)^{1/2} K_{\frac{2}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right) \right)} \quad (1.4)$$

Estas expresiones serán la base de nuestro trabajo y con base a ellas hallaremos ecuaciones que nos permitan la adecuada caracterización de yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos.

## 1.5. Objetivos

El presente estudio pretende extender la metodología *TDS* a yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos usando la solución de la presión adimensional,  $P_D$ , que incorpora el índice de comportamiento de flujo,  $n$ , para obtener expresiones que permitan estimar los parámetros característicos de los yacimientos naturalmente fracturados; para lograr alcanzar este objetivo se realizaron varias etapas.

Primero, se debía programar las ecuaciones que diesen solución a la ecuación de la presión adimensional, en el espacio de Laplace utilizando las funciones de Bessel y poder estimar la derivada de presión a partir de la presión generada sintéticamente.

Para esto en el grupo de Investigación GIPP y con base a las ecuaciones en el espacio de Laplace para la solución de la  $P_D$ , se realizó un programa llamado **NonNewtonianYNF**, con el cual teniendo los datos del yacimiento se generaban los datos de presión con los que se podían llevar a cabo los análisis y dar solución a nuestro trabajo. Además el programa es de gran utilidad al trabajarse en yacimientos naturalmente fracturados con fluidos no newtonianos pseudoplásticos cuando se esperan resultados rápidos y con un margen de error muy bajo.

Cuando ésto se logró se procedió a estudiar el comportamiento de la presión y la derivada de la presión en fluidos no newtonianos pseudoplásticos en yacimientos heterogéneos.

Más adelante, cuando se analizó el comportamiento de la presión y de la derivada de presión para nuestro caso particular, se generaron las ecuaciones necesarias para caracterizar formaciones heterogéneas drenadas por un pozo vertical.

De esta forma se aplicó la metodología a problemas simulados ya que no teníamos a disposición problemas reales.

## 2. RESPUESTA DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS HETEROGÉNEOS (YNF)

En este tipo de yacimientos, se observan dos tipos de porosidad. La matriz, la cual tiene una menor permeabilidad y su porosidad es pequeña comparada con la de las fracturas, las cuales también tienen una permeabilidad mayor. Sin embargo, se pueden presentar casos donde la matriz tiene porosidad y permeabilidad con valor cero, entonces el flujo solo ocurre desde las fracturas.

Cuando se realiza la clasificación de los yacimientos naturalmente fracturados, YNF, desde el punto de vista de flujo (ingeniería) se debe tener en cuenta la permeabilidad y la porosidad de la fractura y realizar la comparación con la porosidad y permeabilidad de la matriz.

Los yacimientos naturalmente fracturados son heterogéneos. Desde el punto de vista de prueba de un pozo, se deben cumplir tres condiciones para determinar si se trata de un yacimiento fracturado naturalmente:

- a) La porosidad de la matriz es mayor que la porosidad de la fractura.
- b) La permeabilidad de la matriz no es cero, pero su permeabilidad es mucho más pequeña que la permeabilidad de la fractura.
- c) El pozo intercepta la fractura.

### 2.1. SOLUCIÓN ANALÍTICA

Joseph Olarewaju (1992) presentó una solución en el espacio de Laplace para un pozo naturalmente fracturado con producción a rata constante, para fluidos con índice de comportamiento de flujo,  $n$ , diferente de 1. Los efectos de almacenamiento y daño no son considerados:

$$\widehat{P}_{DNN} = \frac{K_{\frac{1-n}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right)}{s \left( (sf_s)^{1/2} K_{\frac{2}{3-n}} \left( \frac{2}{3-n} (sf_s)^{1/2} \right) \right)} \quad (2.1)$$

Teniéndose en cuenta el parámetro de Laplace  $f(s)$  que es función del tipo de modelo y la geometría del sistema de fractura la cual es mostrada a continuación y aplica a los diversos tipos de geometrías existentes sin tener en cuenta el daño interporoso:

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda}{(1-\omega)s + \lambda} \quad (2.2)$$



Donde;

$\omega$  es el coeficiente de almacenamiento  
 $\lambda$  es el parámetro de flujo interporoso  
 $s$  es el parámetro de Laplace

La solución en el espacio real del comportamiento de presión de un yacimiento en función del tiempo en forma dimensional es obtenida evaluando la solución de la transformada inversa de Laplace.

Los parámetros adimensionales se definen mediante<sup>1</sup>:

Para el tiempo adimensional se tiene:

$$t_{DNN} = \frac{t}{Gr_w^{3-n}} \quad (2.3)$$

Para la presión adimensional utilizar:

$$P_{DNN} = \frac{\Delta P}{141.2(96681.605)^{1-n} \left(\frac{qB}{h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_1}} \quad (2.4)$$

Teniendo en cuenta que:

$$G = \frac{3792.188n\phi c_t \mu_{eff}}{k_1} \left(96681.605 \frac{h}{qB}\right)^{1-n} \quad (2.5)$$

y

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_1 \phi)^{(1-n)/2} \quad (2.6)$$

A su vez, la derivada adimensional se calcula de:

$$(t_D * P_D')_{NN} = \frac{(t * \Delta P')}{141.2(96681.605)^{1-n} \left(\frac{qB}{h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_1}} \quad (2.7)$$

<sup>1</sup>Escobar, F., Martínez, J. and Montealegre, M.: "Pressure and pressure derivative analysis for a well in a radial composite reservoir with a non-newtonian/newtonian interface", 2010.

### 3. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB (TDS)

En 1993, Tiab introdujo una técnica que interpreta gráficos log-log de las curvas de la presión y la derivada de presión sin utilizar el método de las curvas tipo. Este método conocido como *Tiab's Direct Synthesis Technique* combina los puntos característicos y las pendientes de un gráfico log-log de datos de presión y derivada de presión con las soluciones analíticas exactas para obtener propiedades del yacimiento. Este trabajo pretende incorporar el concepto de derivada de presión en la interpretación de pruebas de presión en yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos para estimar el coeficiente adimensional de almacenamiento,  $\omega$ , y el parámetro de flujo interporoso,  $\lambda$ , sin utilizar el ensayo y error por curvas tipo o por análisis de regresión no lineal.

#### 3.1. ANÁLISIS DEL FLUJO RADIAL

Katime, (2001)<sup>2</sup> presentó un procedimiento para obtener los factores de caracterización del yacimiento tales como permeabilidad, almacenamiento y daño. Un resumen de su trabajo se presenta a continuación.

**Procedimientos:** Existen casos donde todos los regímenes de flujo son observados y están definidos claramente según los datos de derivada de la presión. En muchas ocasiones, al menos uno de los regímenes de flujo no es observado o existe mucho ruido en la curva de la derivada de presión. Se discuten cinco casos, los cuales son una simplificación del caso ideal que se presenta.

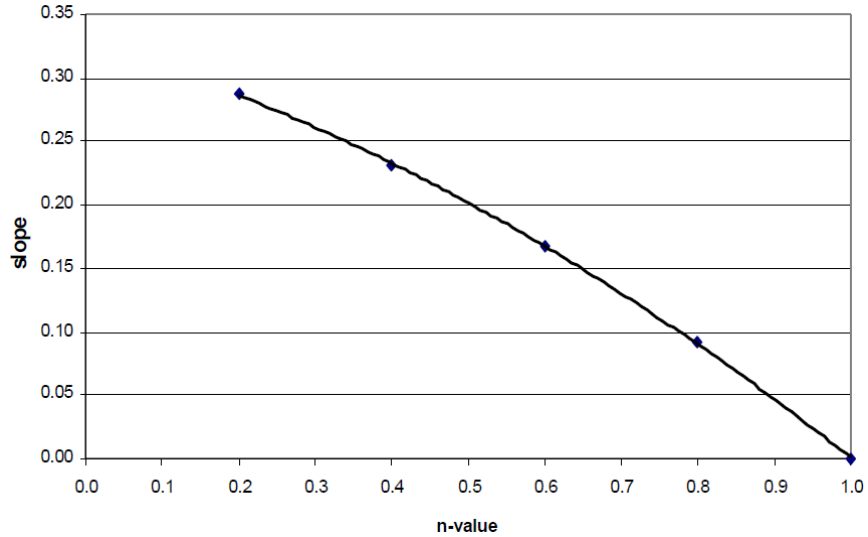
**Caso I. Caso ideal:** El siguiente es un procedimiento paso a paso para el caso donde todas las líneas correspondientes a los diferentes regímenes de flujo son observadas y bien definidas.

**Paso 1:** Grafique los cambios de presión y la deriva de presión versus el tiempo en un gráfico log – log.

**Paso 2:** Identifique y dibuje la línea correspondiente al almacenamiento ( $m=1$ ) usando los puntos tempranos de presión y derivada de presión.

**Paso 3:** Identifique y dibuje la línea de acción infinita del flujo radial usando los tiempos tardíos de la derivada de presión. Encuentre el valor de la pendiente y lea el valor del índice de comportamiento de flujo en la figura 3.

<sup>2</sup> Katime I. D. Tiab D.: "Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique", SPE 71587, 2001



**Figura 3.** Relación entre las pendientes de la línea de acción infinita de flujo radial y diferentes índices de comportamiento de flujo, n.

FUENTE: KATIME I.D. Tiab D., 2001 “**Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique**”, SPE 71587

**Paso 4:** Lea las coordenadas del punto máximo en la curva de derivada de presión:  $t_x$  y  $(t^* \Delta P')_x$ .

**Paso 5:** Lea las coordenadas del punto donde la línea de pendiente unitaria se intercepta con la línea del flujo radial:  $t_i$  y  $(t^* \Delta P')_i$ .

**Paso 6:** Calcule el coeficiente de almacenamiento de la ecuación 3.1

$$C = q \frac{t}{\Delta P} \quad (3.1)$$

**Paso 7:** Lea cualquier tiempo conveniente,  $t_r$ , durante la línea de acción infinita del flujo radial y lea  $(t^* \Delta P')_r$  de la curva de derivada de presión.

**Paso 8:** Calcule la relación de movilidad,  $k/\mu_{eff}$ , usando la ecuación 3.2

$$\frac{k}{\mu_{eff}} = \left[ 0.5 \frac{t_r^\alpha}{C^\alpha (t^* \Delta P')_r} \frac{(2\pi h)^{n(\alpha-1)} r_w^{(1-n)(1-\alpha)}}{q^{n(\alpha-1)-\alpha}} \right] \quad (3.2)$$

**Paso 9:** Calcule el factor de daño, S. Usando las ecuaciones 3.3 y 3.7

$$S = \frac{1}{2} \left[ 5.27 \Psi \frac{(t^* \Delta P')_x}{(t^* \Delta P')_i} - 2.303 \delta - \ln(C_D) \right] \quad (3.3)$$

Sabiendo que

$$C_D = \frac{t_D}{P_D} \quad (3.4)$$

Donde

$$\Psi = 4.36 e^{-2.14n} \quad (3.5)$$

$$\delta = 25.341n^2 - 48.336n + 23.447 \quad (3.6)$$

$$S = \frac{1}{2} \left[ 1.91 \Gamma \frac{t_x}{t_i} - 2.303 \gamma - \ln(C_D) \right] \quad (3.7)$$

Donde

$$\Gamma = 3.13 e^{-1.85n} \quad (3.8)$$

$$\gamma = 42.268n^2 - 80.879n + 40.097 \quad (3.9)$$

**Caso II. El almacenamiento no es observado:** Cuando la prueba de presión no tiene puntos tempranos suficientes para dibujar la línea unitaria de almacenamiento. El siguiente paso a paso es el procedimiento recomendado:

**Paso 1:** Grafique los cambios de presión y la deriva de presión versus el tiempo en un gráfico log – log.

**Paso 2:** Identifique y dibuje la línea de acción infinita del flujo radial usando los tiempos tardíos de la derivada de presión. Encuentre el valor de la pendiente y lea el valor del índice de comportamiento de flujo en la figura 3.

**Paso 3:** Lea las coordenadas del punto máximo en la curva de derivada de presión:  $t_x$  y  $(t^* \Delta P)_x$ .

**Paso 4:** Lea cualquier tiempo conveniente,  $t_r$ , durante la línea de acción infinita del flujo radial y lea  $(t^* \Delta P)_r$  de la curva de derivada de presión.

**Paso 5:** Calcule la relación de movilidad,  $k/\mu_{eff}$ , usando la ecuación 3.2

**Paso 6:** Calcule el coeficiente de almacenamiento, C, de la ecuación 3.10

$$C = \frac{0.36qt_x}{(t^* \Delta P)_x - \beta \frac{\mu_{eff}}{k} \left( \frac{q}{2\pi h} \right)^n r_w^{1-n}} \quad (3.10)$$

Sabiendo que;

$$\beta = -8.64n^2 + 15.94n - 7.72 \quad (3.11)$$

**Paso 7:** Calcule el factor de daño, S, usando la ecuación 3.12 o la ecuación 3.13

$$S = \frac{1}{2} \left[ 5.27 (2\pi h)^n \frac{k}{\mu_{eff}} \left( \frac{r_w}{q} \right)^{n-1} \frac{t_x}{C} - 2.303 \delta - \ln(C_D) \right] \quad (3.12)$$

Sabiendo que  $\delta$  esta dado por la ecuación 3.6

$$S = \frac{1}{2} \left[ 1.91 (2\pi h)^n \frac{k}{\mu_{eff}} \left( \frac{r_w}{q} \right)^{n-1} \frac{t_x}{C} - 2.303 \gamma - \ln(C_D) \right] \quad (3.13)$$

Sabiendo que  $\gamma$  esta dado por la ecuación 3.9

**Caso III. La línea de acción infinita del flujo radial no es observada:** La línea de acción infinita de flujo radial no será observada si la prueba de presión es muy corta o hay mucha dispersión de los puntos de la derivada en tiempo tardío o los efectos de las fronteras se sienten muy pronto. En este caso el siguiente procedimiento paso a paso es recomendado. En este caso el índice de comportamiento de flujo, n, debe ser conocido por experimentos de laboratorio.

**Paso 1:** Grafique los cambios de presión y la deriva de presión versus el tiempo en un gráfico log – log.

**Paso 2:** Identifique y dibuje la línea correspondiente al almacenamiento ( $m=1$ ) usando los puntos tempranos de presión y derivada de presión.

**Paso 3:** Lea las coordenadas del punto máximo en la curva de derivada de presión:  $t_x$  y  $(t^* \Delta P')_x$ .

**Paso 4:** Calcule el coeficiente de almacenamiento, C, de la ecuación 3.1

**Paso 5:** Calcule la relación de movilidad,  $k/\mu_{eff}$ , usando la ecuación 3.14

$$\frac{k}{\mu_{eff}} = \frac{\beta \left( \frac{q}{2\pi h} \right)^n r_w^{1-n}}{0.36 \frac{qt_x}{C} - (t^* \Delta P')_x} \quad (3.14)$$

Sabiendo que  $\beta$  está dado por la ecuación 3.11

**Paso 6:** Calcule las coordenadas del punto de intercepción de la línea de pendiente unitaria y la línea de acción infinita del flujo radial de la ecuación 3.15 y la ecuación 3.16

$$t_i = \frac{(3.13e^{-1.85n}) C \mu_{eff}}{(2\pi h)^n k} \left( \frac{q}{r_w} \right)^{n-1} \quad (3.15)$$

$$(t^* \Delta P')_i = \frac{(4.36e^{-2.14n}) C \mu_{eff}}{r_w^{n-1} k} \left( \frac{q}{2\pi h} \right)^n \quad (3.16)$$

**Paso 7:** Calcule el factor de daño, S. Usando las ecuaciones 3.3 y 3.7

**Caso IV. La línea correspondiente al almacenamiento y el pico no son observados:** En algunas pruebas de presión, los primeros datos de presión ocurren al final del flujo de almacenamiento, además el pico de la derivada de presión no es observado. El siguiente procedimiento paso a paso es recomendado.

**Paso 1:** Grafique los cambios de presión y la deriva de presión versus el tiempo en un gráfico log – log.

**Paso 2:** Identifique y dibuje la línea de acción infinita del flujo radial usando los tiempos tardíos de la derivada de presión. Encuentre el valor de la pendiente y lea el valor del índice de comportamiento de flujo en la figura 3.

**Paso 3:** Lea cualquier tiempo conveniente,  $t_r$ , durante la línea de acción infinita del flujo radial y lea  $(t^* \Delta P')_r$  de la curva de derivada de presión.

**Paso 4:** Calcule la relación de movilidad,  $k/\mu_{eff}$ , usando la ecuación 3.2

**Paso 5:** Determine de forma gráfica el tiempo en el cual inicia la línea de acción infinita del flujo radial,  $t_{SR}$ , de la curva de derivada de presión.

**Paso 6:** Calcule el coeficiente de almacenamiento usando la ecuación 3.17

$$t_{SR} = 9.5689 * 10^4 n^{2.932} \frac{\mu_{eff}}{k} \frac{C}{(2\pi h)^n} \left( \frac{q}{r_w} \right)^{n-1} \quad (3.17)$$

**Paso 7:** Grafique  $\Delta P$  vs  $t^{(1-n)/(3-n)}$  en coordenadas cartesianas. Debe obtenerse una línea recta. Extrapolar la línea y encontrar el valor de  $dP$  cuando  $t=0$ . Usando la inversión analítica evaluando a  $t=0$  y  $\Delta P = \Delta P_0$ , el factor de daño puede ser calculado por la ecuación 4.19 dada por Ikoku y Ramey.

$$S = \left( \frac{\Delta P_0}{r_w^{1-n}} \right) \left( \frac{2\pi h}{q} \right)^n \frac{k}{\mu_{eff}} + \frac{1}{1-n} \quad (3.18)$$

**Caso V. La línea unitaria del almacenamiento y la línea de acción infinita del flujo radial no son observadas:** En algunas pruebas cortas, la línea del almacenamiento y la del flujo radial pueden estar ausentes. En este caso, si el coeficiente de almacenamiento y el índice de comportamiento de flujo,  $n$ , son conocidos por pruebas de laboratorio, se recomienda el siguiente procedimiento.

**Paso 1:** Grafique los cambios de presión y la deriva de presión versus el tiempo en un gráfico log – log.

**Paso 2:** Estime el coeficiente de almacenamiento,  $C$ , de los datos de completamiento del pozo. Para un pozo con nivel de líquido cambiante

$C = 144 \frac{V_u}{\rho}$  donde  $V_u$  es el volumen del pozo por unidad de longitud. Cuando el

pozo es completamente llenado por una fase de un fluido  $C = c_w V_w$  donde  $V_w$  es el volumen total del pozo y  $c_w$  es la compresibilidad del fluido en el pozo.

**Paso 3:** Lea las coordenadas del punto máximo de la curva de la derivada de presión:  $t_x$  y  $(t^* \Delta P')_x$

**Paso 4:** Calcule la relación de movilidad,  $k/\mu_{eff}$ , usando la ecuación 3.14

**Paso 5:** Calcule las coordenadas del punto de intercepción de la línea de pendiente unitaria y la línea de acción infinita del flujo radial de la ecuación 3.15 y la ecuación 3.16

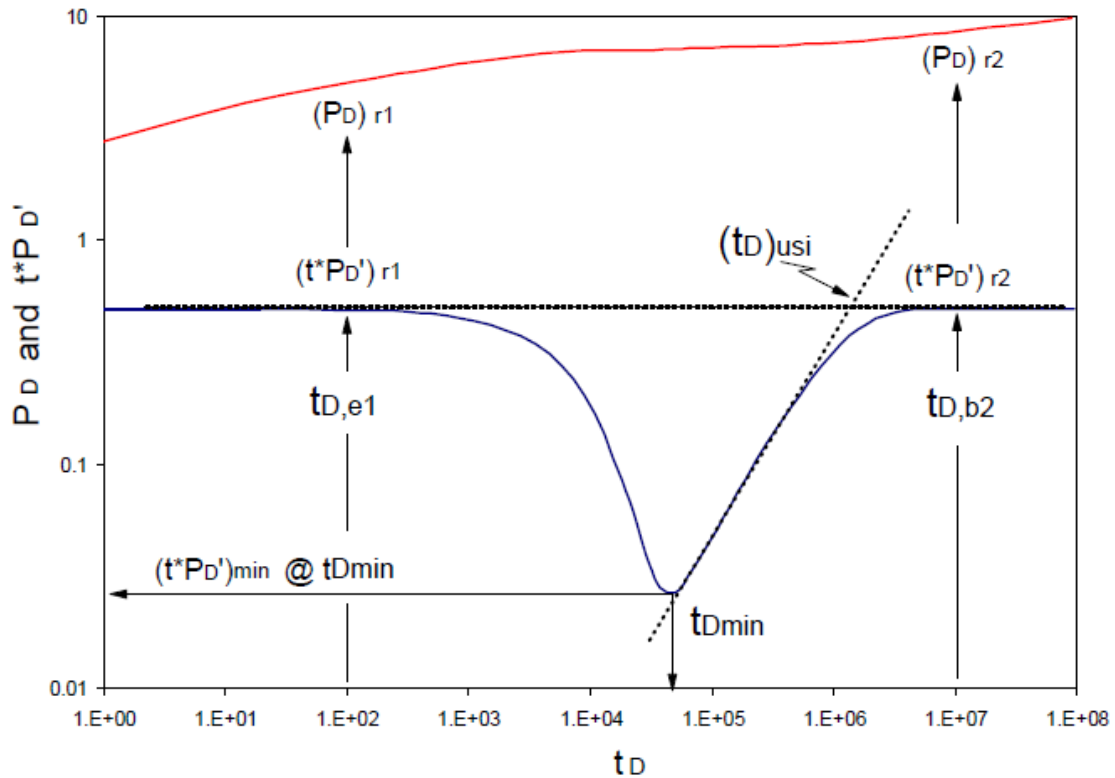
**Paso 6:** Calcule el factor de daño,  $S$ . Usando las ecuaciones 3.3 y 3.7

### 3.2. CARACTERIZACIÓN DE YACIMIENTOS HETEROGÉNEOS

La Figura 4 ilustra las características únicas de un gráfico de presión adimensional y derivada de presión versus el tiempo para un yacimiento naturalmente fracturado. Referente a esta figura, se puede efectuar el siguiente análisis: Los periodos de flujo radial de acción infinita están representados por una línea recta, horizontal para el caso de  $n=1$  (fluido convencional), de derivada de presión. El primer segmento corresponde al depletamiento de la fractura y el segundo a la respuesta del yacimiento homogéneo equivalente.

Note en la Figura 4 que en la parte recta de la curva de derivada se indica el periodo de transición para yacimientos naturalmente fracturados. La parte más

baja de esta curva es dependiente del coeficiente de almacenamiento adimensional, pero independiente del parámetro de flujo interporoso.



**Figura 4** Puntos y líneas característicos de un yacimiento naturalmente fracturado con flujo interporoso en estado pseudoestable con  $n=1$ ,  $\omega=0.1$ ,  $\lambda=1 \cdot 10^{-6}$

FUENTE: ESCOBAR. F.H "Análisis Moderno de Pruebas de Presión", Capítulo 7, pág. 368, Neiva-Huila, 2006

Todos los puntos mostrados en la Figura 4 pueden ser utilizados para determinar ecuaciones que permitan caracterizar adecuadamente el yacimiento, en este estudio se consideraran aquellos puntos, que sumados al índice de comportamiento de flujo,  $n$ , nos permitan hallar el coeficiente adimensional de almacenamiento y el parámetro de flujo interporoso de una forma adecuada y asertiva para el tipo de problema propuesto.

El énfasis de este trabajo es desarrollar expresiones y correlaciones analíticas de los puntos y líneas característicos. Estos valores característicos o combinaciones de valores determinaran los parámetros necesarios para la descripción de un yacimiento naturalmente fracturado. Se ilustra un

procedimiento paso a paso con un ejemplo que permite facilitar el entendimiento del método y demostrar la credibilidad de los resultados.

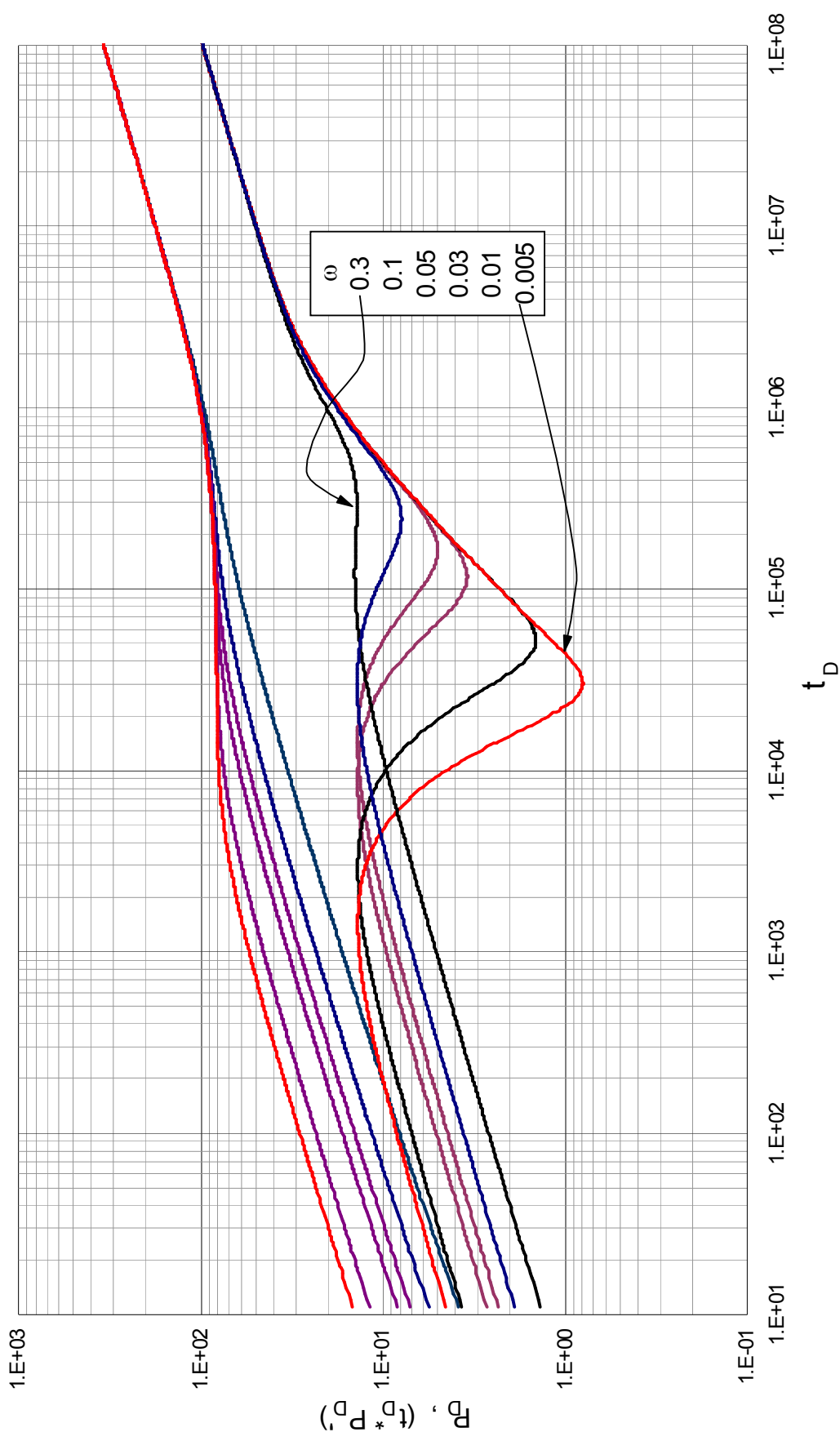
**Yacimiento infinito sin efectos de almacenamiento y daño:** Este caso proporciona los fundamentos para entender la síntesis directa. Una gráfica de  $P_D$  y  $t_D * P_D'$  vs.  $t_D$  como se muestra en la Figura 5 muestra las características del comportamiento de la presión y de su derivada en un yacimiento heterogéneo. En esta figura, el parámetro de flujo interporoso y el índice de comportamiento de flujo permanecen constantes mientras varía el coeficiente adimensional de almacenamiento. La Figura 6 muestra el efecto de la variación en el parámetro de flujo interporoso a un coeficiente adimensional de almacenamiento e índice de comportamiento de flujo determinados. Finalmente, la Figura 7 nos muestra el comportamiento de la presión y de su derivada cuando el índice de comportamiento de flujo varía a un coeficiente adimensional de almacenamiento y parámetro de flujo interporoso constantes. En estos casos, tanto el efecto de almacenamiento como el daño son ignorados.

De acuerdo al índice de comportamiento de flujo que se presente, el comportamiento de las gráficas se diferencia en la pendiente de la línea de acción infinita de flujo radial; este efecto lo podemos observar en las Figuras 8 y 9. De igual manera, se observa que a medida que el índice de comportamiento de flujo toma valores más cercanos a cero el valor de la derivada del punto mínimo se hace mayor, permitiéndonos relacionar dichos valores para la obtención de los parámetros deseados.

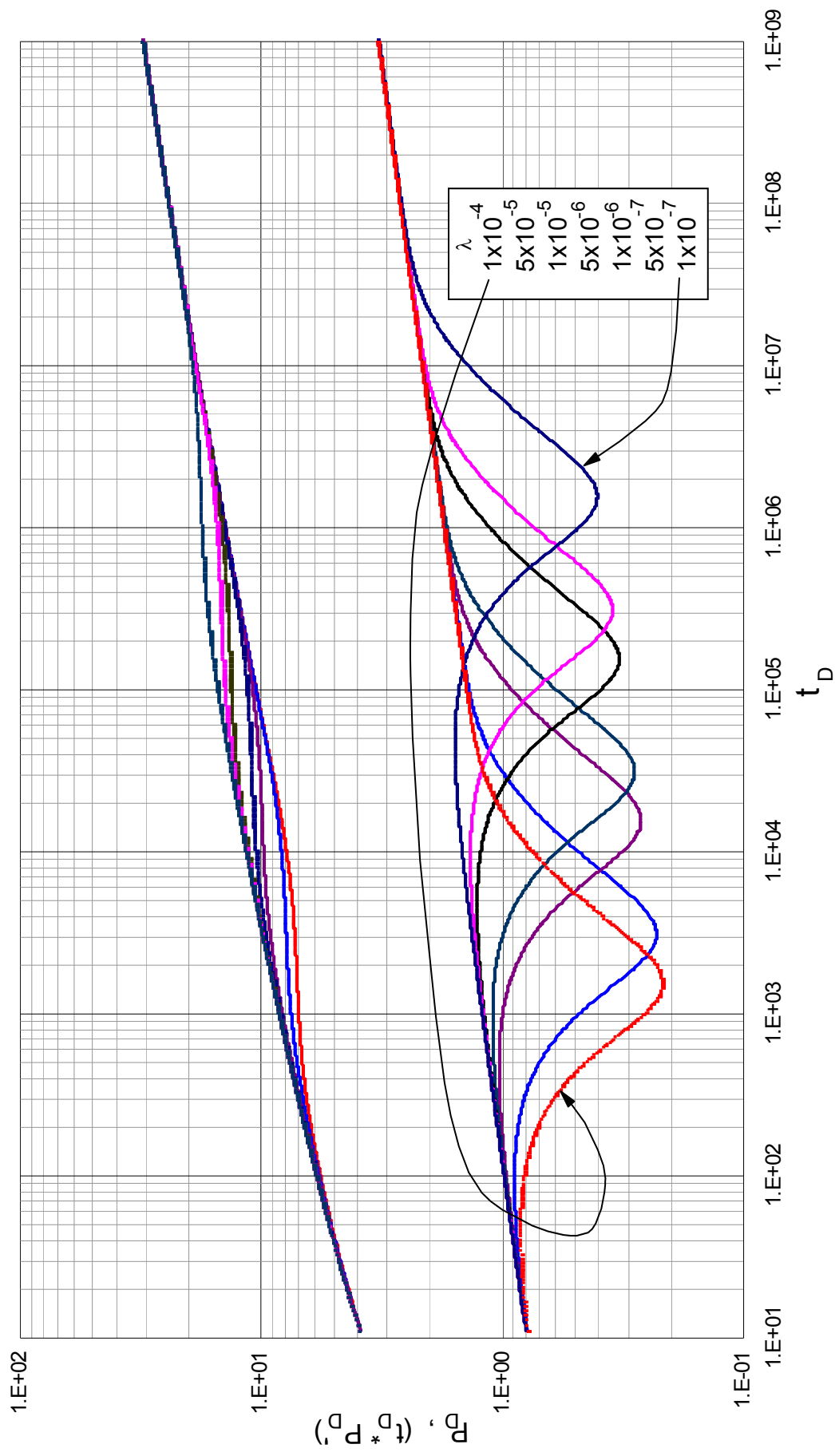
La línea recta a tiempos tempranos y tardíos representa la acción infinita de los flujos radiales. El primer segmento correspondiente a tiempos tempranos cuando las fracturas dominan el flujo. El segundo segmento representa un yacimiento homogéneo equivalente, descrito en los tiempos tardíos. Una expresión para la pendiente de la línea durante estos tiempos está dada por la ecuación 3.19:

$$m = \frac{n-1}{n-3} \tag{3.19}$$

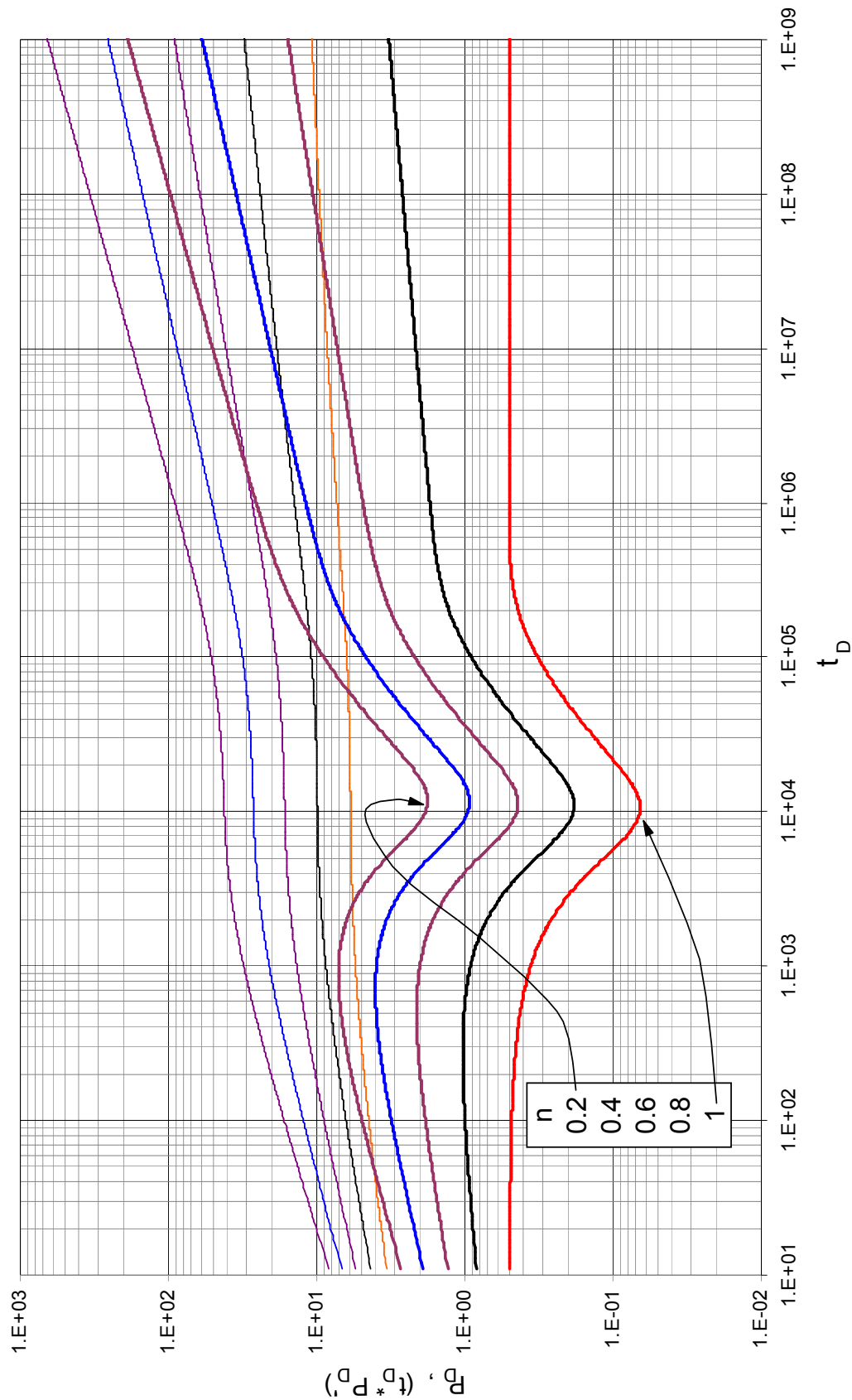




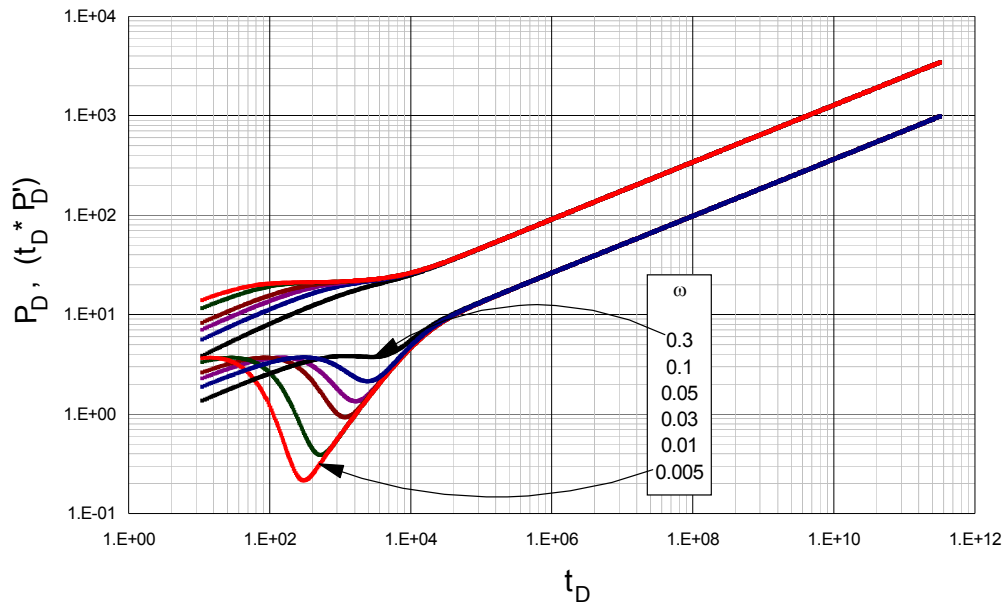
**Figura 5** Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda_i = 1 \cdot 10^{-6}$  y  $n = 0.2$



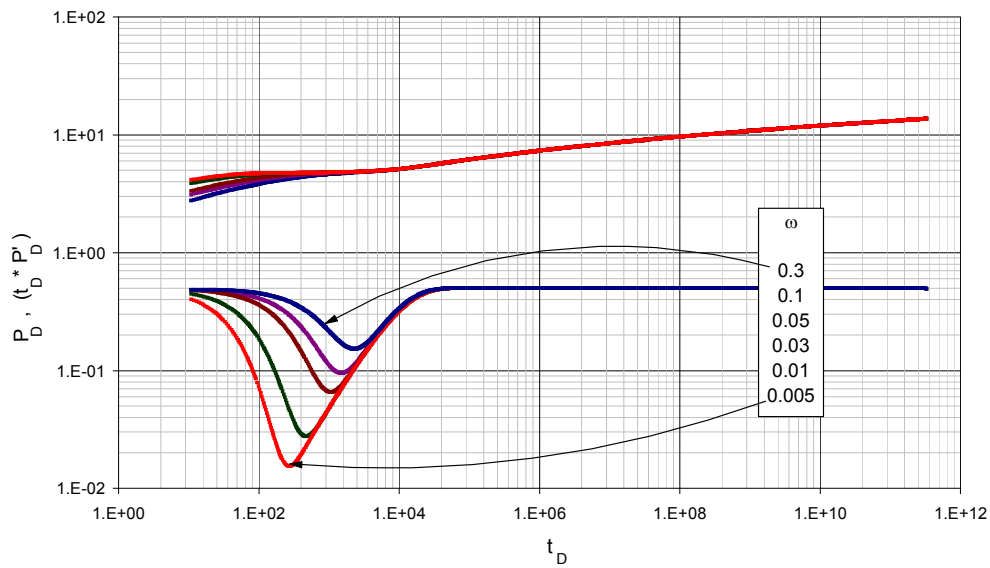
**Figura 6** Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\omega=0.05$  y  $n=0.8$



**Figura 7** Efecto del índice de comportamiento de flujo sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\omega=0.03$  y  $\lambda=1*10^{-5}$



**Figura 8** Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 * 10^{-4}$  y  $n=0.2$



**Figura 9** Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 * 10^{-4}$  y  $n=1$

El coeficiente adimensional de almacenamiento,  $\omega$ , es un parámetro importante para la caracterización de yacimientos naturalmente fracturados. Refiriéndonos a la Figura 4 se nota que sobre la curva de la derivada existe un canal durante el periodo de transición y este depende del decremento del coeficiente adimensional de almacenamiento, independientemente del parámetro de flujo interporoso y del índice de comportamiento de flujo. De aquí se puede decir que utilizando el tiempo donde la derivada de presión toma su valor mínimo y el tiempo en el cual inicia la segunda línea de acción de flujo infinito podemos hallar una ecuación para calcular  $\omega$ . Esta ecuación empírica está dada por:

$$\omega^{-1} = \left| \frac{3180.6369 + 551.0582 \left( Ln \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^2 - \frac{2053.5888}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^{0.5}} + \frac{75.337547}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)} - \frac{1.4787073}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^{1.5}} - \frac{910.05377}{n^{0.5}} + \frac{988.80592}{n} - \frac{459.61296}{n^{1.5}} + \frac{73.93695}{n^2} \right| \quad (3.20)$$

y es válida cuando  $0 \leq \omega \leq 1$  con un error menor al 3%.

Otra forma de determinar el valor de  $\omega$  basado en los puntos característicos de las gráficas log-log es utilizando el tiempo de intersección de la línea de pendiente unitaria durante el periodo de transición con la línea de acción infinita, para el segundo flujo radial, estos puntos permiten desarrollar algunas ecuaciones que permiten la obtención de dicho parámetro. Estas ecuaciones están dadas por:

$$\omega = 0.019884508 - \frac{1.153351}{\frac{t_{US,i}}{t_{min}}} + \frac{43.428536}{\left( \frac{t_{US,i}}{t_{min}} \right)^2} - \frac{555.85387}{\left( \frac{t_{US,i}}{t_{min}} \right)^3} + \frac{3232.6805}{\left( \frac{t_{US,i}}{t_{min}} \right)^4} - \frac{6716.9801}{\left( \frac{t_{US,i}}{t_{min}} \right)^5} - \frac{0.0093613189}{n} + \frac{0.0042870178}{n^2} + \frac{0.00027356586}{n^3} - \frac{0.0005221335}{n^4} + \frac{0.000072466135}{n^5} \quad (3.21)$$

La cual es válida cuando  $0 \leq \omega \leq 1$  con un error menor al 0.7%.

Además, contamos con otra ecuación que sale de la relación de estos puntos:

$$\omega = \frac{-0.098427346 + 0.00046337048 \left( \frac{t_{US,d}}{t_{min}} \right) + 0.000025063353 \left( \frac{t_{US,d}}{t_{min}} \right)^2 - 0.00000050316996 \left( \frac{t_{US,d}}{t_{min}} \right)^3 + 0.0036057682n - 0.0073959605n^2}{1 - 0.36468068 \left( \frac{t_{US,d}}{t_{min}} \right) - 0.064934748n - 0.047596083n^2} \quad (3.22)$$

Esta es válida para  $0 \leq \omega \leq 1$  con un error menor al 0.4%.

El segundo parámetro,  $\lambda$ , también juega un papel importante en la caracterización de yacimientos naturalmente fracturados. Nuevamente, se debe hallar nuevas aproximaciones que nos permitan calcular este parámetro. La primer técnica es utilizando el valor ya calculado del coeficiente adimensional de almacenamiento y retomando el valor del tiempo donde la derivada toma su valor mínimo. De ahí se tiene:

$$\lambda = \frac{\left( 6.9690127x10^{-7} + 3.4893658x10^{-8}n - 3.2315082x10^{-8}n^2 - 5.9013807 \left( \frac{\omega}{t_{Dmin}} \right) + 21571690 \left( \frac{\omega}{t_{Dmin}} \right)^2 + 3.6102987x10^{12} \left( \frac{\omega}{t_{Dmin}} \right)^3 \right)}{\left( 1 + 0.0099353372n - 3740035.1 \left( \frac{\omega}{t_{Dmin}} \right) + 6.7143604x10^{12} \left( \frac{\omega}{t_{Dmin}} \right)^2 \right)} \quad (3.23)$$

Esta ecuación es válida para  $1*10^{-4} < \lambda < 9*10^{-7}$  con un error menor al 4%.

Además, de la correlación de estos puntos se obtiene otra ecuación dada por:

$$\begin{aligned} \lambda = & -0.00082917155 - 0.0014247498n - 0.00028717451Ln \left( \frac{(P_D * t_D)'_{min}}{t_{Dmin}} \right) - \\ & 0.00077173053n^2 - 3.2538271x10^{-5} \left( Ln \left( \frac{(P_D * t_D)'_{min}}{t_{Dmin}} \right) \right)^2 - 0.0003203949nLn \left( \frac{(P_D * t_D)'_{min}}{t_{Dmin}} \right) - \\ & 0.0001423889n^3 - 1.212213x10^{-6} \left( Ln \left( \frac{(P_D * t_D)'_{min}}{t_{Dmin}} \right) \right)^3 - 1.7831692x10^{-5} n \left( Ln \left( \frac{(P_D * t_D)'_{min}}{t_{Dmin}} \right) \right)^2 \\ & - 8.6457217x10^{-5} n^2 \left( Ln \left( \frac{(P_D * t_D)'_{min}}{t_{Dmin}} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

La cual es válida para  $1*10^{-4} < \lambda < 9*10^{-7}$  con un error menor al 3.7%.

Otro método para hallar el parámetro de flujo interporoso es relacionando los valores del coeficiente adimensional de almacenamiento hallados con el valor mínimo de la derivada. La ecuación está dada por:

$$\begin{aligned}
 Ln\lambda = & -2.1223034 - 0.09473309n + 0.077489686n^{0.5} Ln(n) - \frac{0.010651118}{n^{0.5}} - \frac{0.043958503}{\left(\frac{\omega}{t_{Dmin}}\right)^{0.5}} \\
 & + \frac{1.5653137 \times 10^{-5} Ln\left(\frac{\omega}{t_{Dmin}}\right)}{\left(\frac{\omega}{t_{Dmin}}\right)} + \frac{0.00024143014}{\left(\frac{\omega}{t_{Dmin}}\right)} + \frac{8.7148736 \times 10^{-9}}{\left(\frac{\omega}{t_{Dmin}}\right)^{1.5}} - \frac{4.0331364 \times 10^{-13}}{\left(\frac{\omega}{t_{Dmin}}\right)^2}
 \end{aligned} \quad (3.25)$$

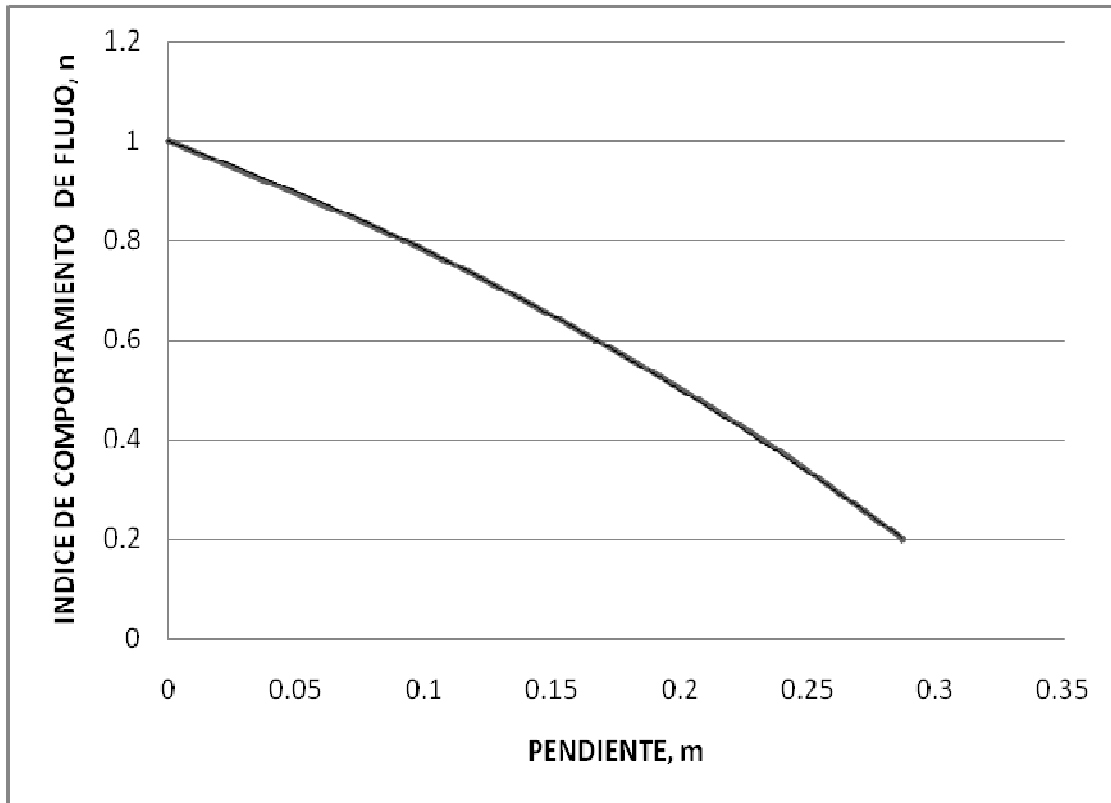
La ecuación anterior es válida para  $1 \cdot 10^{-4} < \lambda < 9 \cdot 10^{-7}$  con un error menor al 1.3%.

### 3.3. PROCEDIMIENTO PASO A PASO

**Paso 1:** Construir un gráfico log-log de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs.  $t$  e identificar las distintas líneas y puntos característicos.

**Paso 2:** Leer dos puntos cualquiera durante la segunda línea de acción infinita, segundo flujo radial, para calcular la pendiente. Utilice en cada caso las Ecs. 2.3, 2.4 y 2.7 para convertir los datos de campo a forma adimensional cuando sea necesario.

**Paso 3:** Con la pendiente hallada en el paso anterior vaya a la Figura 10 y halle el índice de comportamiento de flujo.



**Figura 10** Relación entre la pendiente del segundo flujo radial y el índice de comportamiento de flujo

FUENTE: KATIME I.D. Tiab D., 2001 “**Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique**”, SPE 71587

O calcule  $n$  de la siguiente ecuación:

$$n = -1.8783425 - 7.8618321m^3 + 0.19406557m^{0.5} + 2.8783425e^{-m} \quad (3.26)$$

**Paso 4:** Determine los parámetros  $G$  y  $\mu_{eff}$  usando las Ecs. 2.5 y 2.6, respectivamente.

**Paso 5:** Identifique los siguientes puntos en el gráfico log-log:  $t_{min}$ ,  $t_{b2}$ ,  $t_{US,i}$ ,  $(t^*\Delta P^*)_{min}$

**Paso 6:** Utilizar las ecuaciones (3.20), (3.21) y (3.22) para hallar el coeficiente adimensional de almacenamiento.

**Paso 7:** Utilizar las ecuaciones (3.23), (3.24) y (3.25) para hallar el parámetro de flujo interporoso.



## 4. EJEMPLOS SIMULADOS

Para la aplicación y verificación del método se simularon algunos ejemplos en el software diseñado para el desarrollo de este estudio.

### 4.1. EJEMPLO 1

Este ejemplo fue simulado con el software diseñado **NonNewtonianYNF** para la solución de nuestro problema:

Los datos de presión medidos en una prueba de declinación están dados en el anexo B y graficados en la Figura 11. La rata de producción fue de 100 STB. Otros datos del yacimiento son:

$$\begin{array}{lll} c_t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1} & r_w = 0.21 \text{ ft} & \mu_{eff} = 1 \text{ cp} \\ h = 150 \text{ ft} & k = 2500 \text{ md} & B = 1.05 \text{ bbl/STB} \\ \phi = 5\% & n = 0.25 & \end{array}$$

Calcule el parámetro de flujo interporoso y el coeficiente adimensional de almacenamiento después de una inyección polimérica.

### Solución

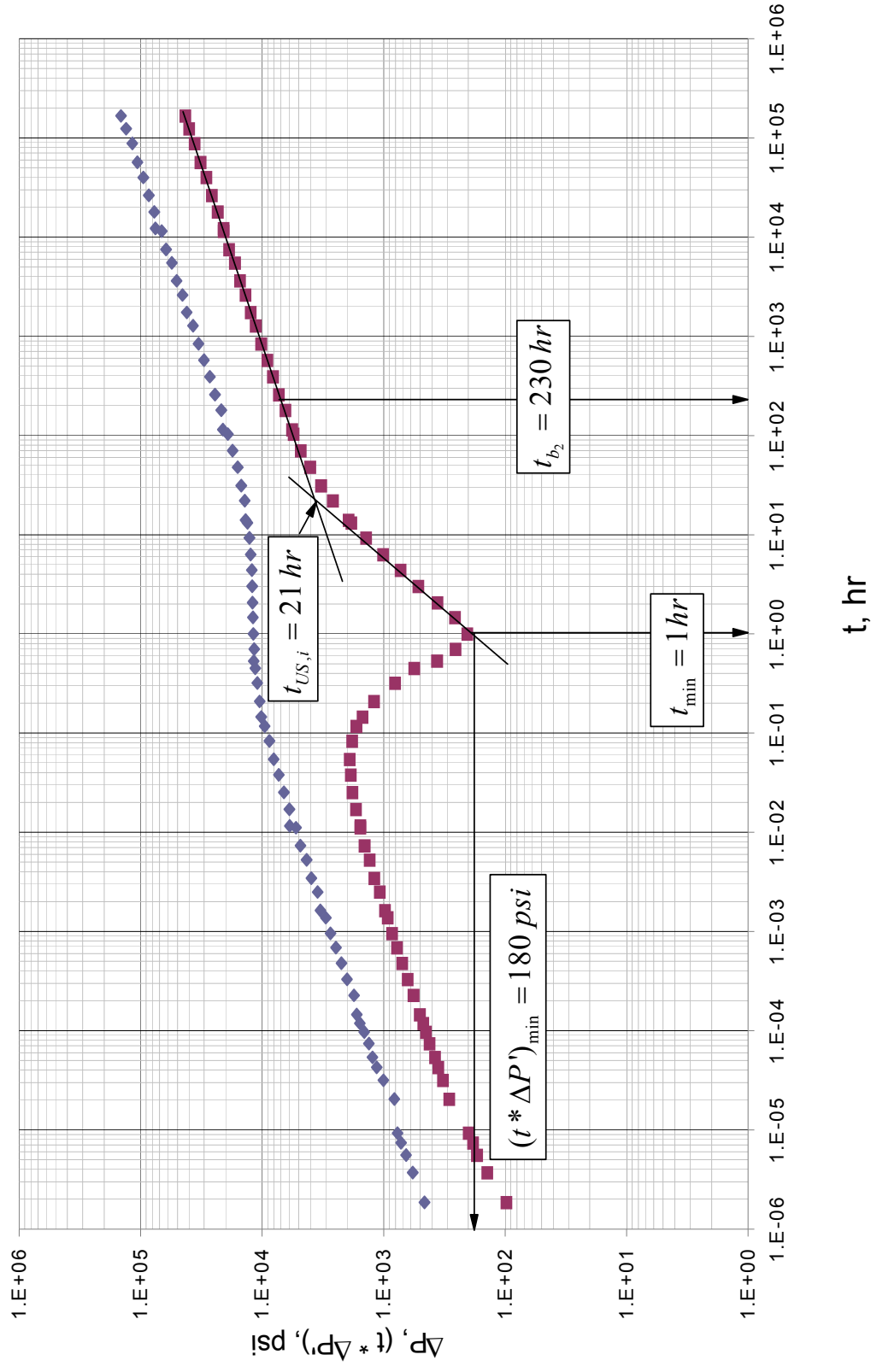
**Paso 1:** Construir un gráfico log-log de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs.  $t$ .

**Paso 2:** Leer dos puntos cualquiera durante la segunda línea de acción infinita, segundo flujo radial, para calcular la pendiente.

$$\begin{array}{ll} t_{rad1} = 1122.45686099752 \text{ hr} & (t^* \Delta P')_{rad1} = 10920.75619905 \text{ psi} \\ t_{rad2} = 2369.63121087766 \text{ hr} & (t^* \Delta P')_{rad2} = 13412.42159428 \text{ psi} \end{array}$$

$$m = \frac{\text{Log}((t^* \Delta P')_{rad2}) - \text{Log}((t^* \Delta P')_{rad1})}{\text{Log}(t_{rad2}) - \text{Log}(t_{rad1})}$$

$$m = 0.275$$



**Figura 11** Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 1.

**Paso 3:** Con la pendiente hallada en el paso anterior vaya a la Fig. 10 y halle el índice de comportamiento de flujo.

De la Figura 10 se tiene que  $n = 0.25$

De la ecuación (3.26) se tiene que  $n = 0.2457$

**Paso 4:** Determinamos los parámetros  $G$  y  $\mu_{eff}$  usando las Ecs. 2.5 y 2.6, respectivamente, los cuales nos sirven para convertir los datos reales a datos adimensionales.

**Paso 5:** Identificar los siguientes puntos en el gráfico log-log:  $t_{min}$ ,  $t_{b2}$ ,  $t_{US,i}$ ,  $(t^*dP')_{min}$ .

$$t_{min} = 1.0 \text{ hr} \quad t_{b2} = 230 \text{ hr} \quad t_{US,i} = 21 \text{ hr} \quad (t^*dP')_{min} = 180 \text{ psi}$$

Utilizando la ecuación 2.3 y 2.7, se transforman los valores a datos adimensionales:

$$t_{Dmin} = 538100 \quad t_{Db2} = 124000000 \quad t_{DUS,i} = 11300000 \quad (t_D^*P_D')_{min} = 2.05$$

**Paso 6:** Utilizar las ecuaciones (3.20), (3.21) y (3.22) para hallar el coeficiente adimensional de almacenamiento. Los datos están reportados en la tabla 1.

**Tabla 1** Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento

VARIABLE	$\omega$ (Real=0.01)
Ecuación 4.21	0.01068
Ecuación 4.22	0.00759
Ecuación 4.23	0.01226

**Paso 7:** Utilizar las ecuaciones (3.23), (3.24) y (3.25) para hallar el parámetro de flujo interporoso. Los datos están reportados en la tabla 2.

**Tabla 2** Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso

VARIABLE	$\lambda$ (Real= $1 \cdot 10^{-7}$ )
Ecuación 4.24	6.3029E-07
Ecuación 4.25	9.5581E-06
Ecuación 2.26	1.4899E-07

## 4.2. EJEMPLO 2

Este ejemplo fue simulado con el software diseñado **NonNewtonianYNF** para la solución de nuestro problema:

Los datos de presión medidos en una prueba de declinación están reportados en el anexo C y graficados en la Figura 12. La rata de producción fue de 500 STB. Otros datos del yacimiento son:

$$\begin{array}{lll} c_t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1} & k = 2000 \text{ md} & \phi = 5 \% \\ \mu_{eff} = 1.5 \text{ cp} & B = 1.2 \text{ bbl/STB} & n = 0.48 \\ h = 120 \text{ ft} & r_w = 0.25 \text{ ft} & \end{array}$$

Calcule el parámetro de flujo interporoso y el coeficiente adimensional de almacenamiento después de una inyección polimérica.

### Solución

**Paso 1:** Construir un gráfico log-log de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs.  $t$ .

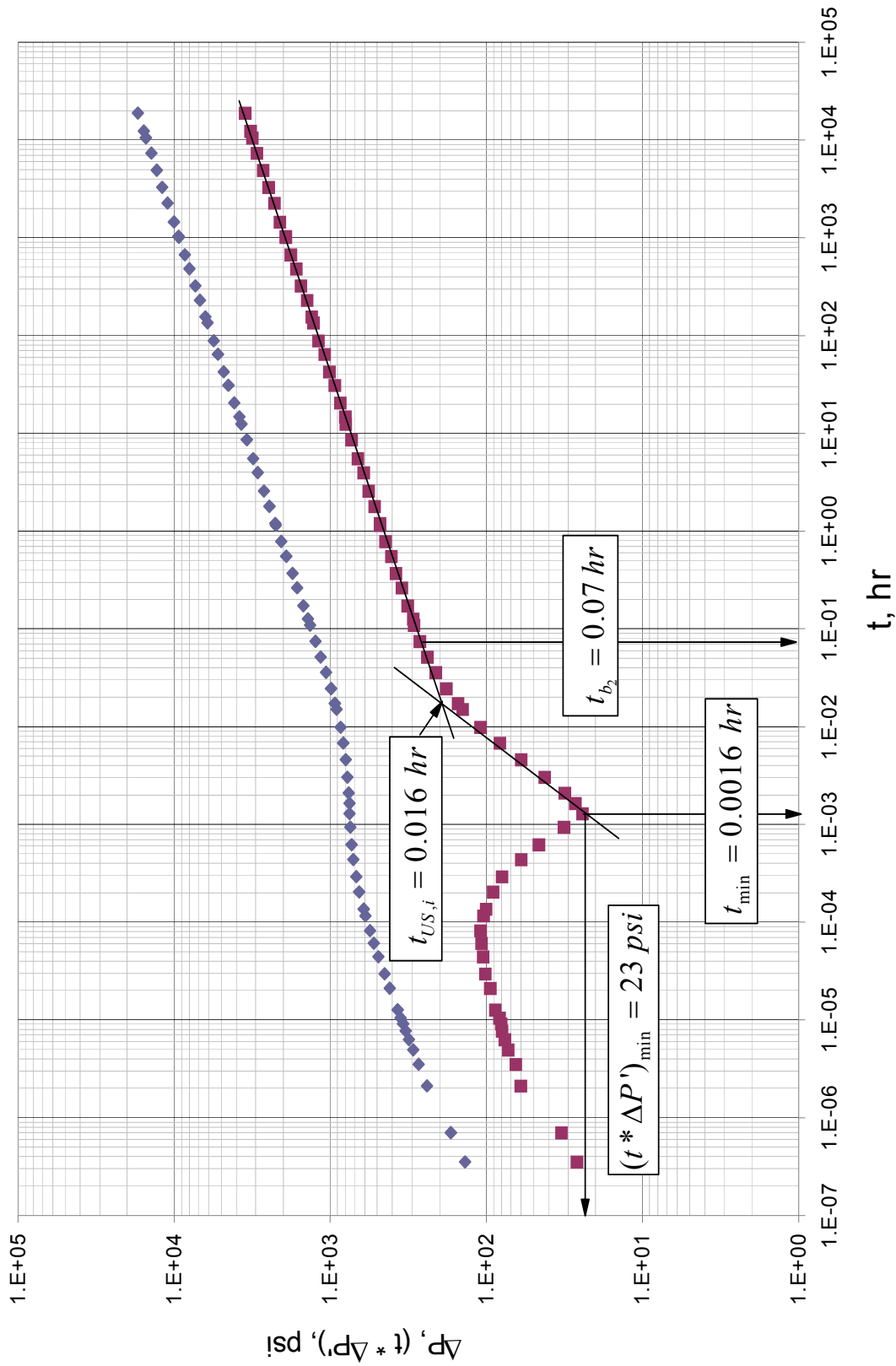
Seguimos el mismo procedimiento del ejemplo anterior hasta obtener los valores de los parámetros solicitados.

**Tabla 3** Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento

VARIABLE	$\omega$ (Real=0.03)
Ecuación 4.21	0.03115
Ecuación 4.22	0.03366
Ecuación 4.23	0.03413

**Tabla 4** Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso

VARIABLE	$\lambda$ (Real= $3 \cdot 10^{-5}$ )
Ecuación 4.24	$7.678 \cdot 10^{-6}$
Ecuación 4.25	$2.755 \cdot 10^{-6}$
Ecuación 2.26	$3.380 \cdot 10^{-5}$



**Figura 12** Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 2.

### 4.3. EJEMPLO 3

Este ejemplo fue simulado con el software diseñado **NonNewtonianYNF** para la solución de nuestro problema:

Los datos de presión medidos en una prueba de declinación están reportados en el anexo D y graficados en la Figura 13. La rata de producción fue de 1000 STB. Otros datos del yacimiento son:

$$\begin{array}{lll} c_t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1} & k = 1000 \text{ md} & \phi = 5 \% \\ \mu_{eff} = 1.5 \text{ cp} & B = 1.2 \text{ bbl/STB} & n = 0.76 \\ h = 50 \text{ ft} & r_w = 0.25 \text{ ft} & \end{array}$$

Calcule el parámetro de flujo interporoso y el coeficiente adimensional de almacenamiento después de una inyección polimérica.

#### Solución

**Paso 1:** Construir un gráfico log-log de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs.  $t$ .

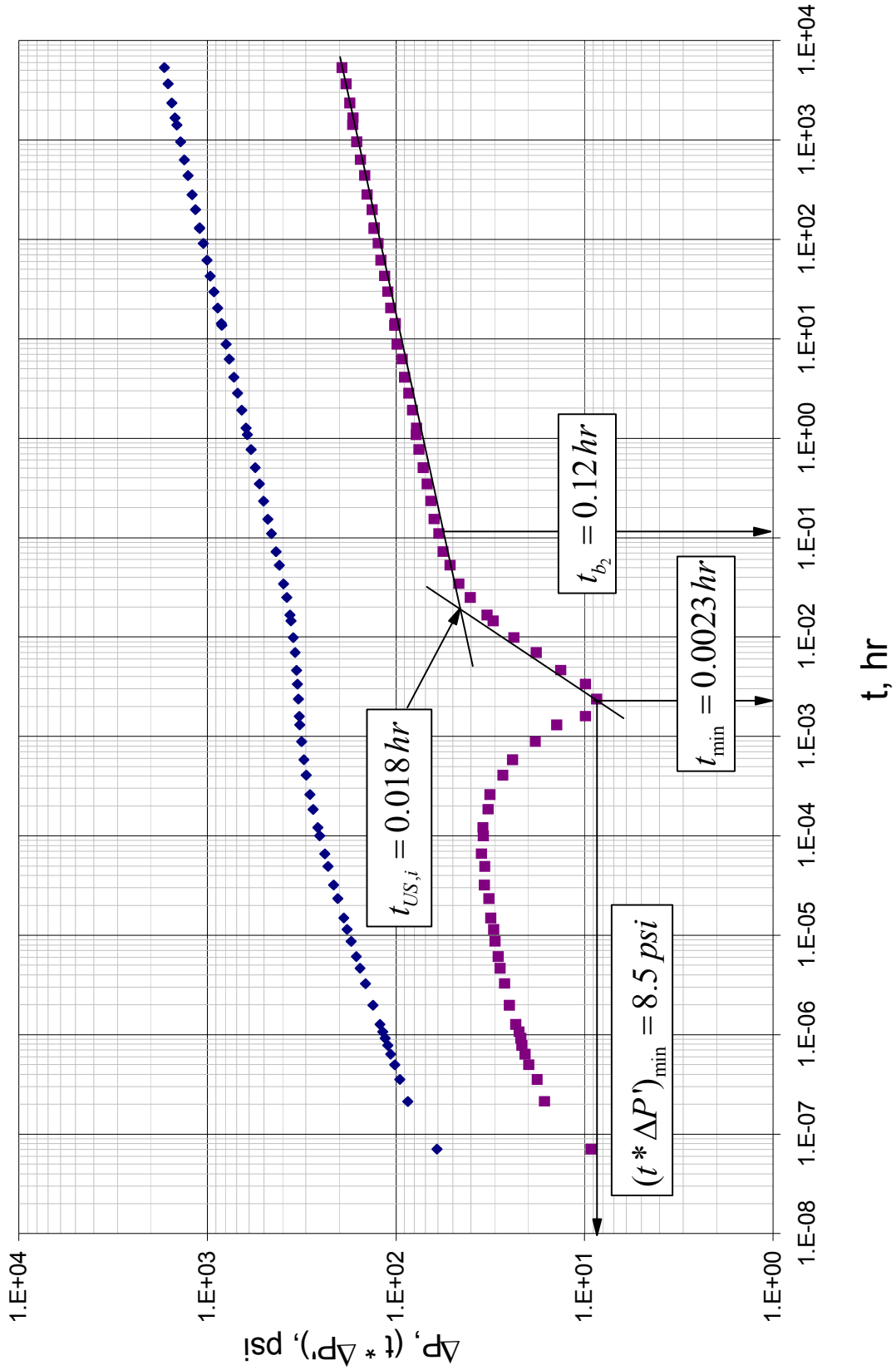
Seguimos el mismo procedimiento del ejemplo anterior hasta obtener los valores de los parámetros solicitados.

**Tabla 5** Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento

VARIABLE	$\omega$ (Real=0.05)
Ecuación 4.21	0.04989
Ecuación 4.22	0.04933
Ecuación 4.23	0.04922

**Tabla 6** Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso

VARIABLE	$\lambda$ (Real= $4.5 \cdot 10^{-6}$ )
Ecuación 4.24	$5.007 \cdot 10^{-6}$
Ecuación 4.25	$5.017 \cdot 10^{-6}$
Ecuación 2.26	$3.615 \cdot 10^{-5}$



**Figura 13** Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 3.

#### 4.4. EJEMPLO 4

Este ejemplo fue simulado con el software diseñado **NonNewtonianYNF** para la solución de nuestro problema:

Los datos de presión medidos en una prueba de declinación están reportados en el anexo E y graficados en la Figura 14. La rata de producción fue de 2500 STB. Otros datos del yacimiento son:

$$\begin{array}{lll} c_t = 1 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1} & k = 100 \text{ md} & \phi = 5 \% \\ \mu_{eff} = 1.5 \text{ cp} & B = 1.2 \text{ bbl/STB} & n = 0.97 \\ h = 30 \text{ ft} & r_w = 0.25 \text{ ft} & \end{array}$$

Calcule el parámetro de flujo interporoso y el coeficiente adimensional de almacenamiento después de una inyección polimérica.

#### Solución

**Paso 1:** Construir un gráfico log-log de  $\Delta P$  y  $t^* \Delta P'$  vs.  $t$ .

Seguimos el mismo procedimiento del ejemplo anterior hasta obtener los valores de los parámetros solicitados.

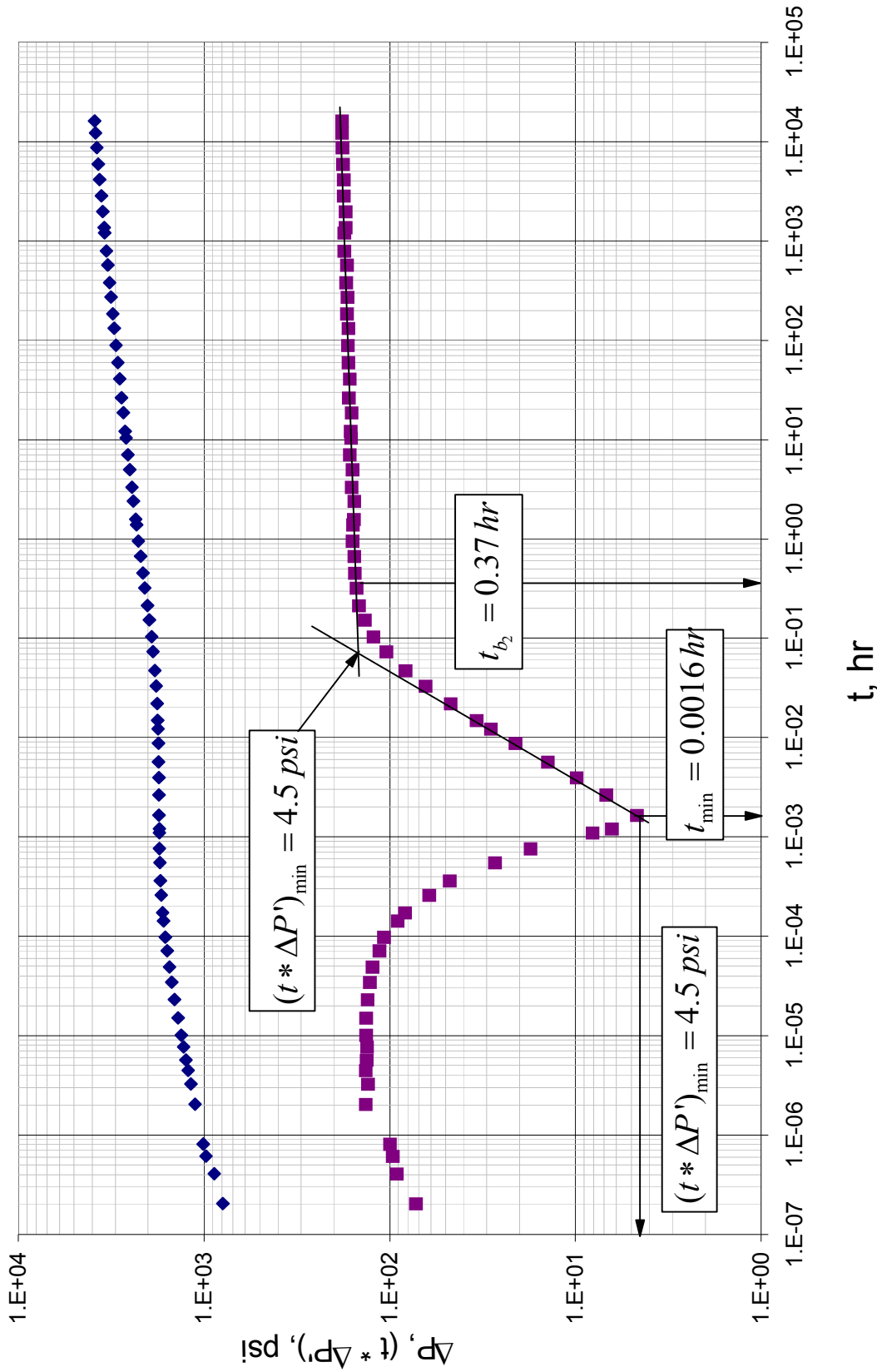
**Tabla 7** Datos hallados para el coeficiente adimensional de almacenamiento

VARIABLE	$\omega$ (Real=0.005)
Ecuación 4.21	0.00688
Ecuación 4.22	0.00511
Ecuación 4.23	0.00503

**Tabla 8** Datos hallados para el parámetro de flujo interporoso

VARIABLE	$\lambda$ (Real= $3.4 \cdot 10^{-6}$ )
Ecuación 4.24	$4.906 \cdot 10^{-6}$
Ecuación 4.25	$4.928 \cdot 10^{-6}$
Ecuación 2.26	$2.991 \cdot 10^{-6}$





**Figura 14** Curvas de presión y derivada de presión para el ejemplo 4.

## 5. CONCLUSIONES

Por primera vez en la literatura se presenta una metodología para interpretar pruebas de pozos en yacimientos heterogéneos (doble porosidad) que contienen fluidos no-newtonianos pseudoplásticos.

La metodología se verificó satisfactoriamente mediante la aplicación a ejemplos sintéticos.

El índice de comportamiento de flujo además de afectar el valor de la pendiente de la línea de acción infinita del flujo radial, afecta el valor de la derivada del punto mínimo de tal manera que este valor es mayor cuando  $n$  toma valores cercanos a cero.

A medida que el índice de comportamiento de flujo tiende a cero los valores de permeabilidad y de espesor que deben emplearse para realizar la simulación han de tener valores más altos que los empleados cuando  $n$  tiende a 1; caso contrario sucede con los valores de caudal que deben manejarse en el simulador de pruebas de presión para fluidos no newtonianos *NonNewtonianYNF*.

Mediante la técnica propuesta se determina  $\lambda$  y  $\omega$  ya que los demás parámetros ( $k$ ,  $s$  y  $C$ ) se obtienen mediante estudios previos.

## **6. RECOMENDACIONES**

Extender la solución a curvas tipo y análisis convencional.

Se recomienda el uso de esta técnica cuando se han realizado procesos de fracturamiento, completamiento, recobro con polímeros o inyección de geles en el yacimiento para tener mejores resultados en la obtención de los parámetros característicos.

## BIBLIOGRAFÍA

ENGLER T.W., 1995, Interpretation of Pressure Test in Naturally Fractured Reservoir by the Direct Synthesis Technique, Norman, Oklahoma.

ENGLER T.W., Tiab D., 1996, Analysis of Pressure and Pressure Derivate without type curve matching, 4. Naturally Fractured Reservoir, Journal of petroleum Science and Engineering 15, p. 127-138.

ESCOBAR, F.H., 2006, Análisis Moderno de Pruebas de Presión, Neiva.

IKOKU, C.U., Ramey, H.J., 1980, Wellbore Storage and Skin Effects During the Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media, SPE paper 7449.

KATIME, I.D., 2000, Application of Tiab's Direct Synthesis Technique to Transient Pressure Response of Non-Newtonian Fluids in Vertical Wells, Norman, Oklahoma.

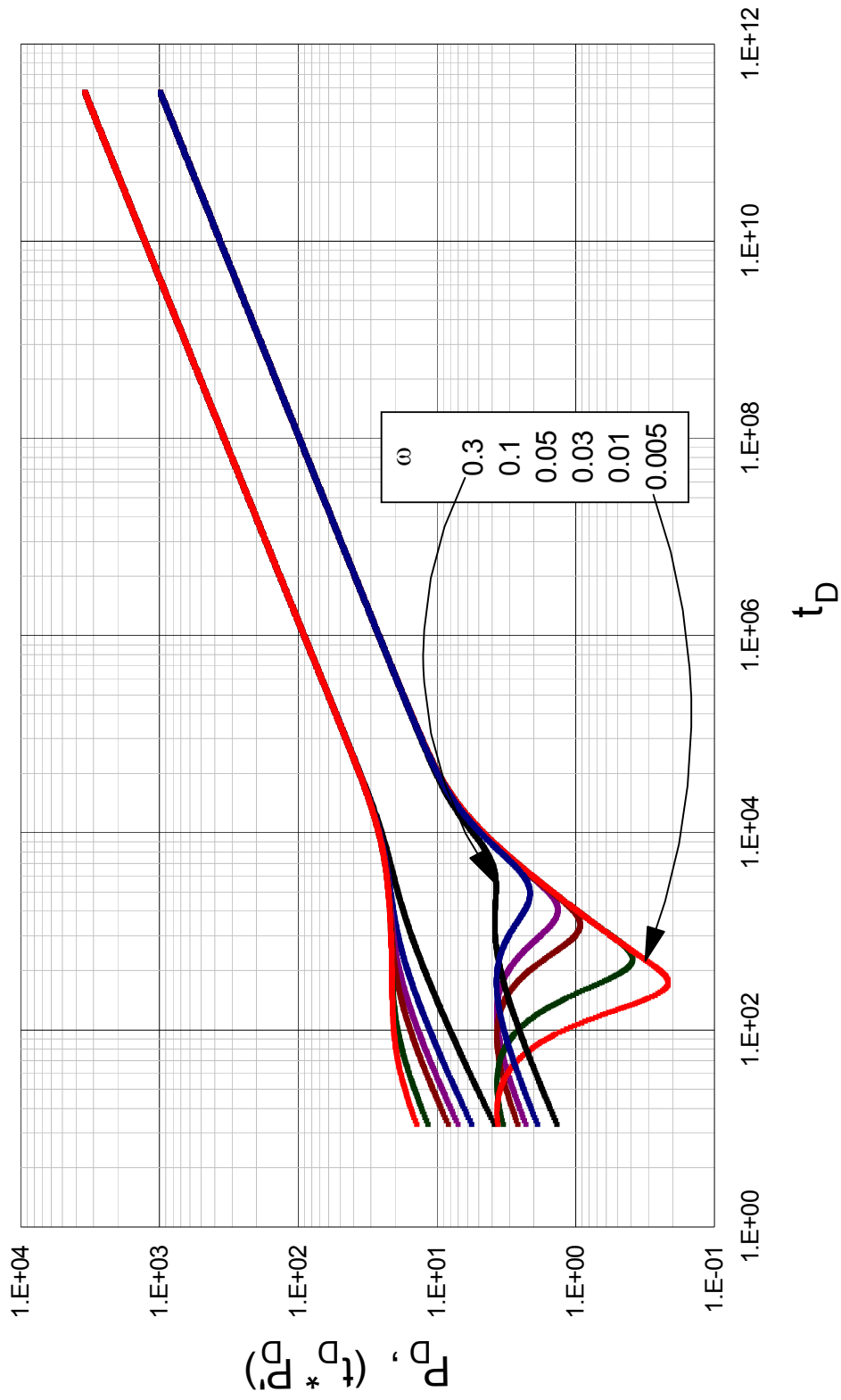
KATIME, I.D., Tiab D., 2001, Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in Infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique, SPE paper 71587.

OLAREWAJU, J.S., 1992, A Reservoir Model of Non-Newtonian Fluid Flow, SPE paper 25301.

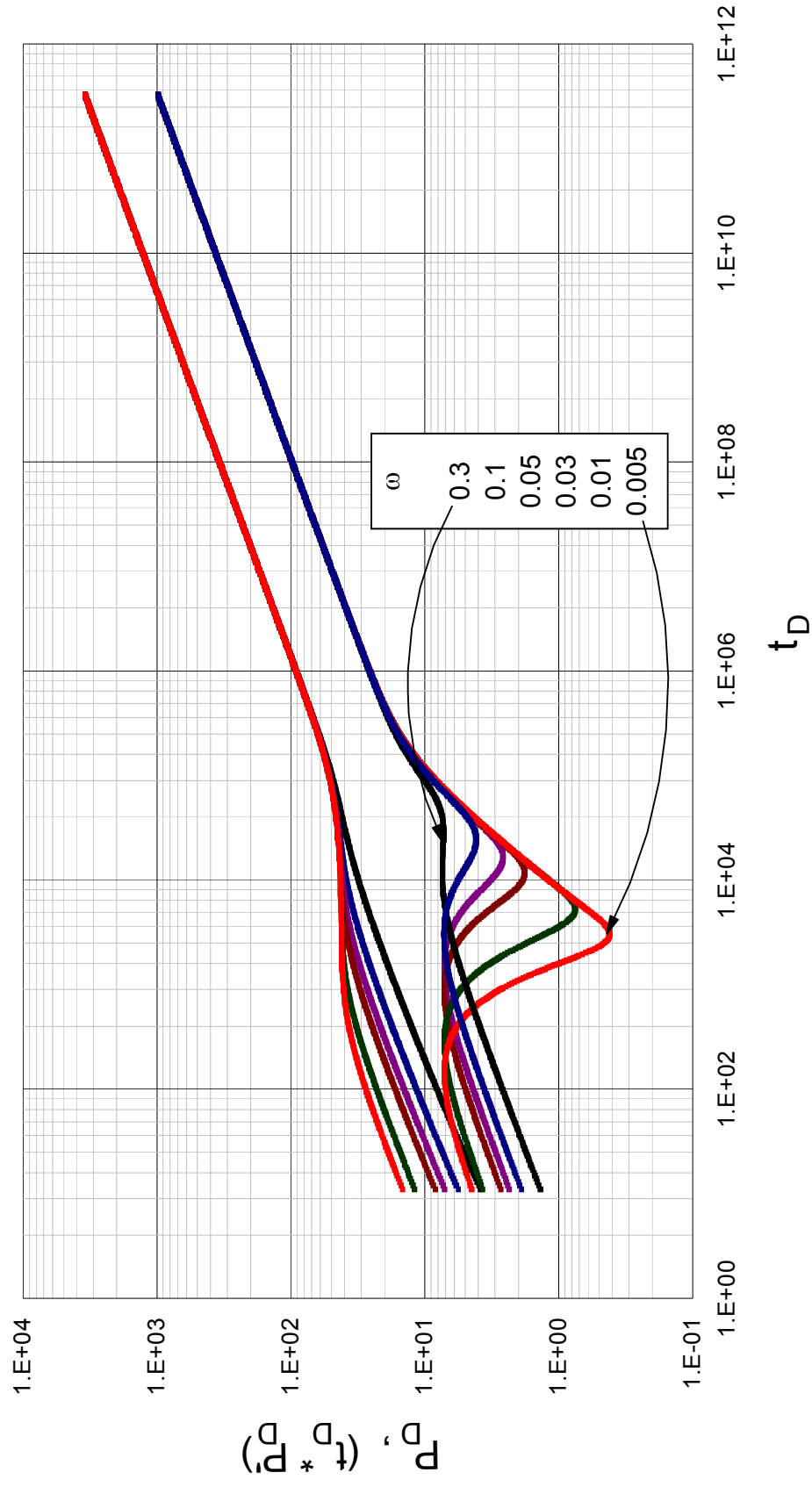
ESCOBAR, F., Martínez, J. and Montealegre, M., 2010. Pressure and pressure derivative analysis for a well in a radial composite reservoir with a non-newtonian/newtonian interface.

## **ANEXOS**

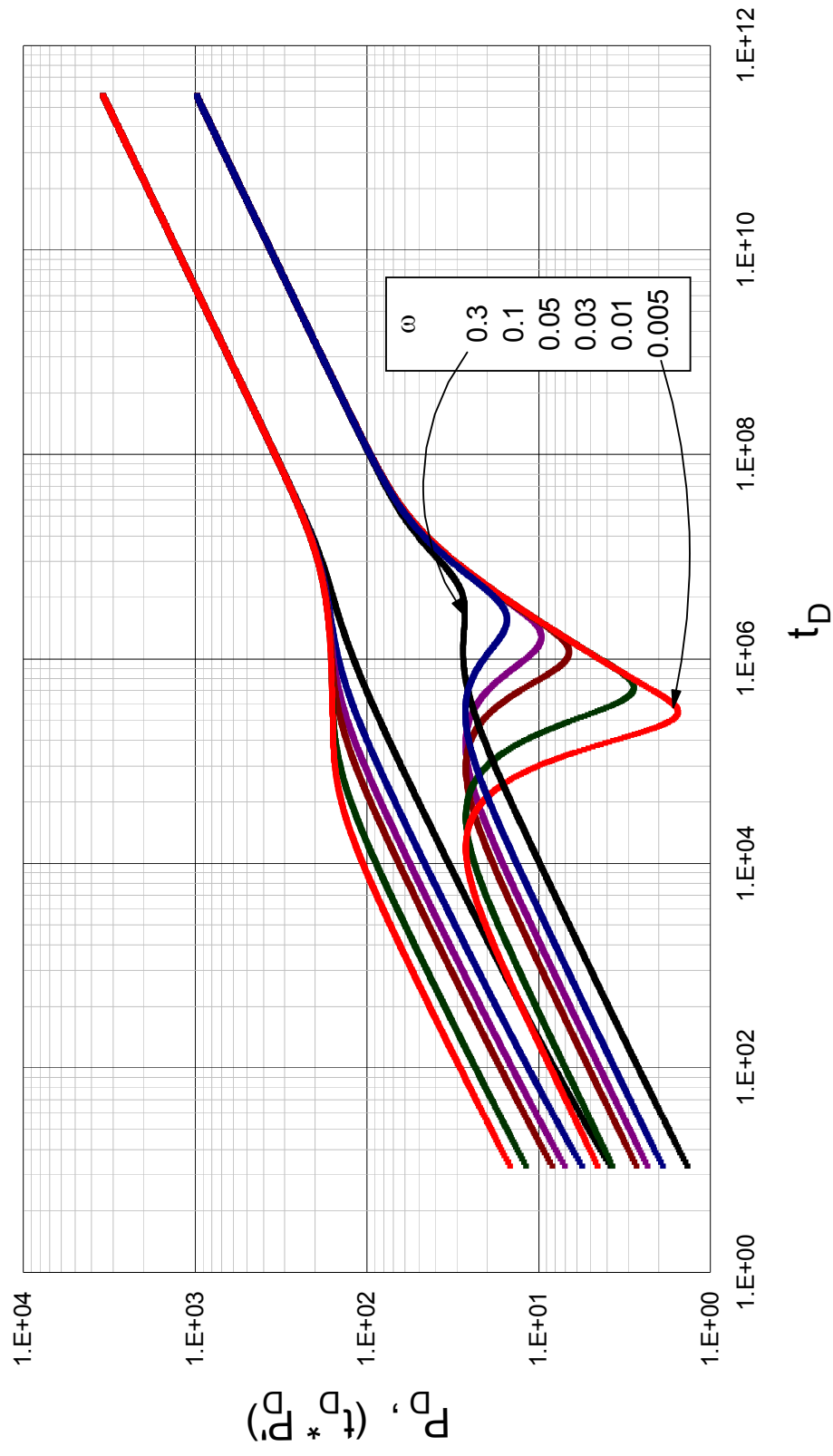
**Anexo A.** Curvas tipo para calcular los parámetros de caracterización de yacimientos heterogéneos con fluidos no newtonianos pseudoplásticos.



Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$  y  $n=0.2$

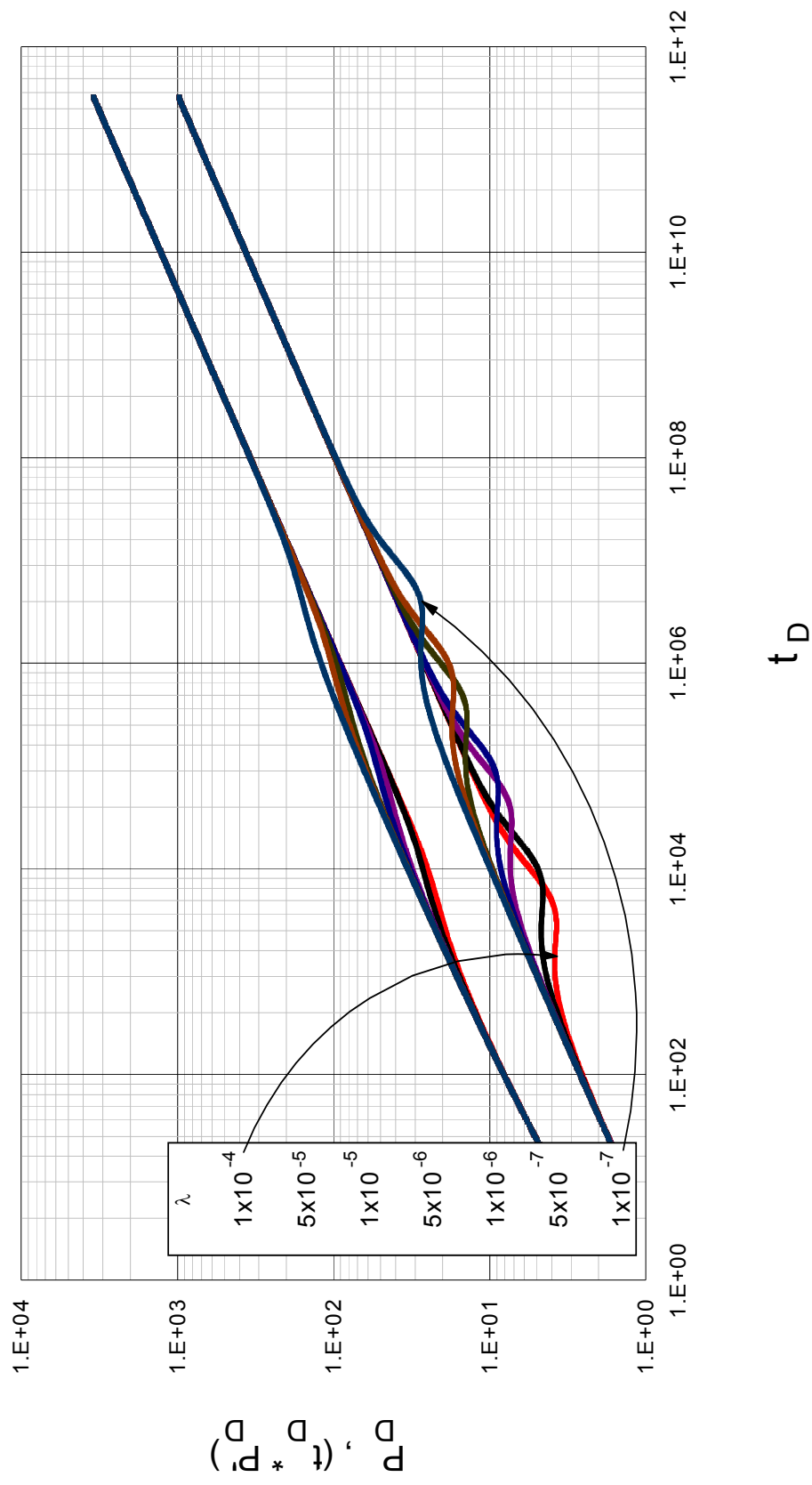


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-5}$  y  $n=0.2$

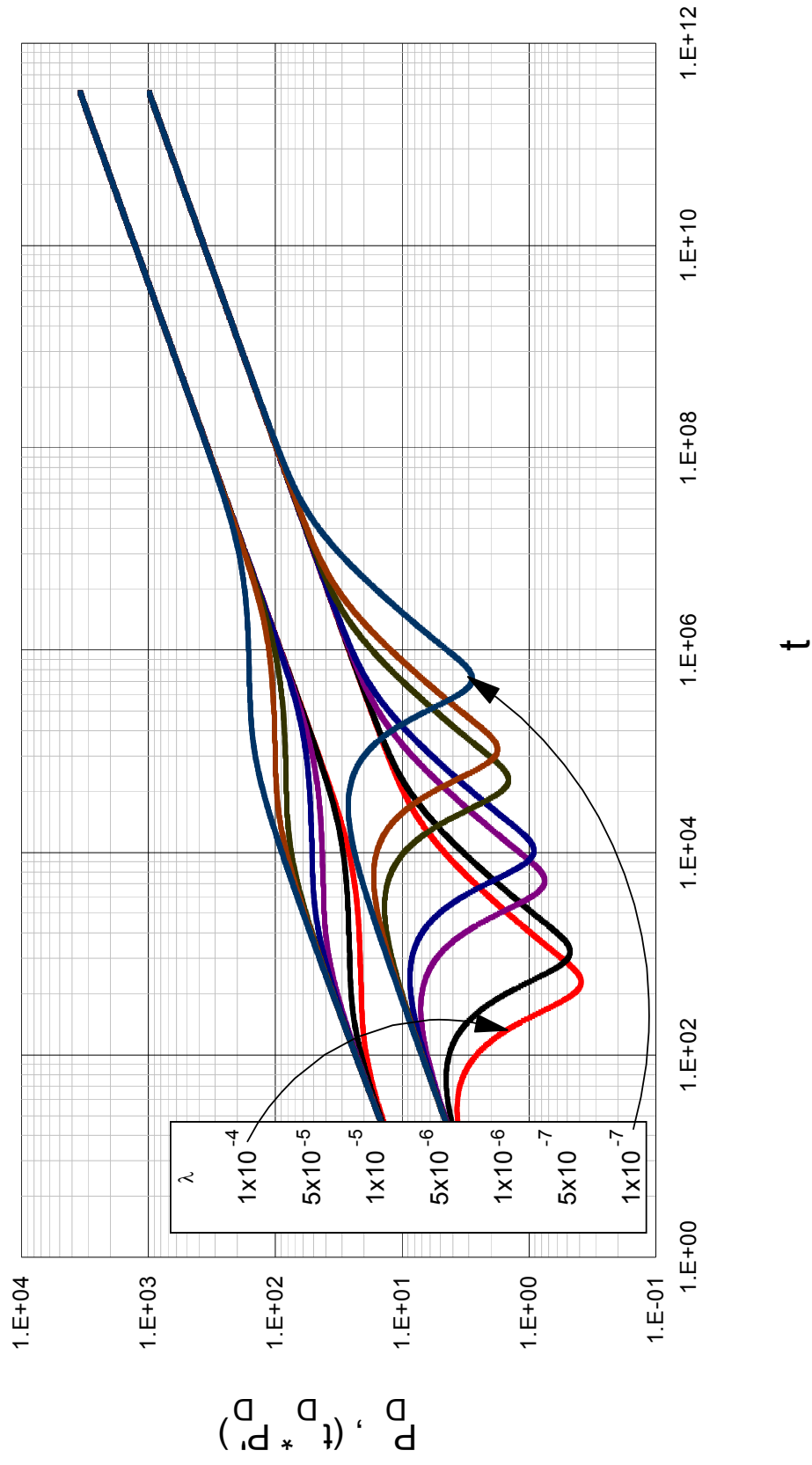


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-7}$  y  $n=0.2$



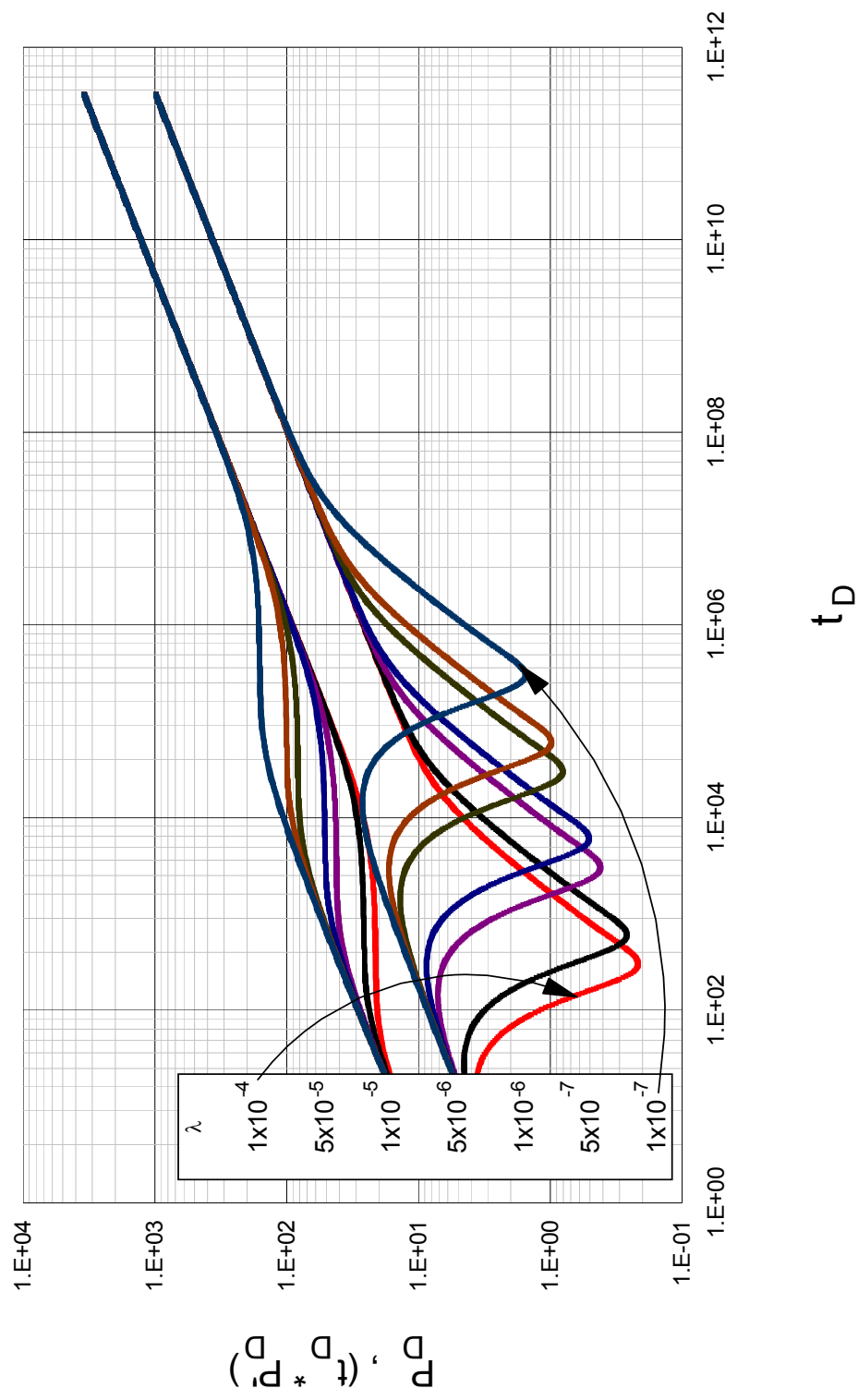


Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\omega=0.3$  y  $n=0.2$



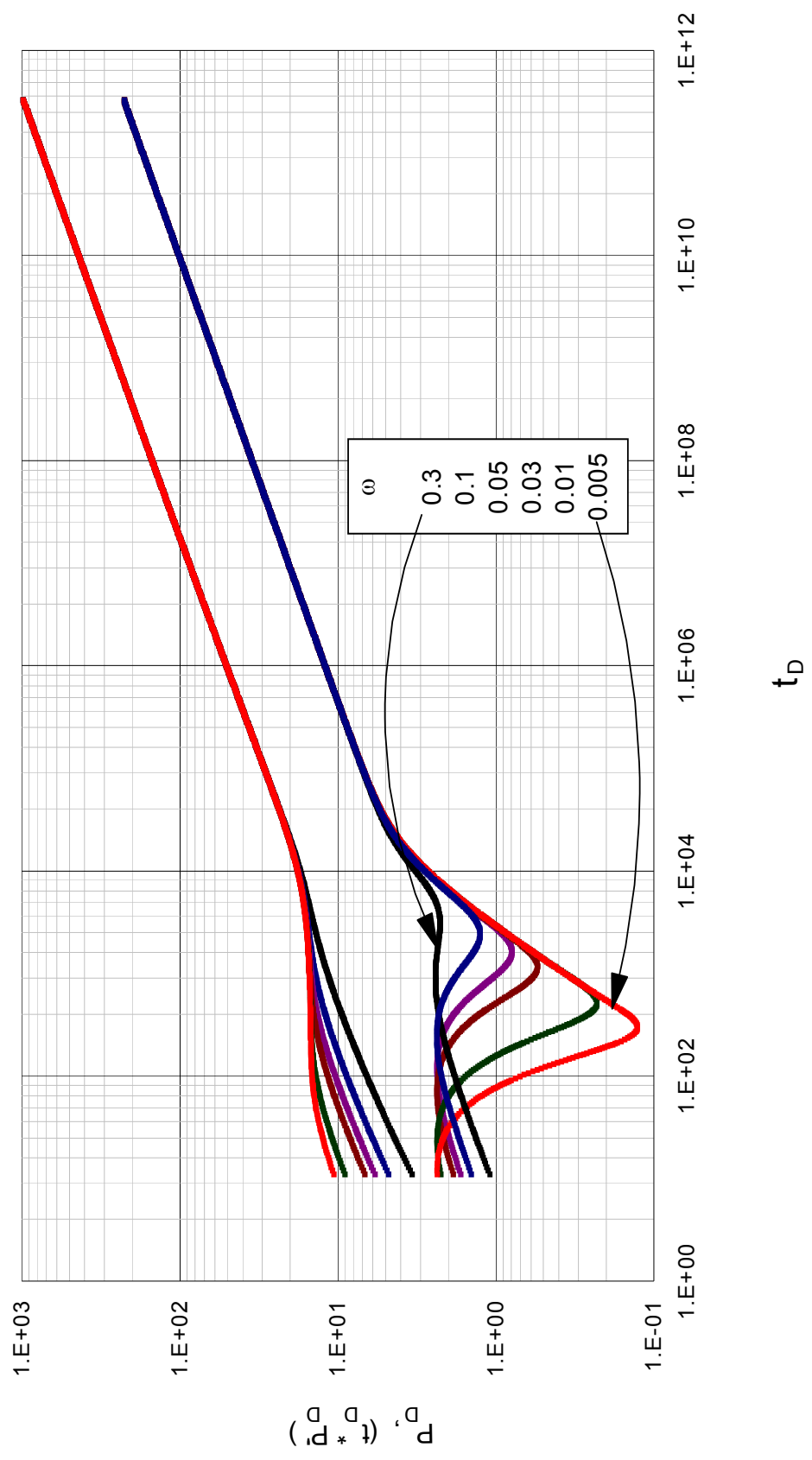
Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$\omega=0.01$  y  $n=0.2$

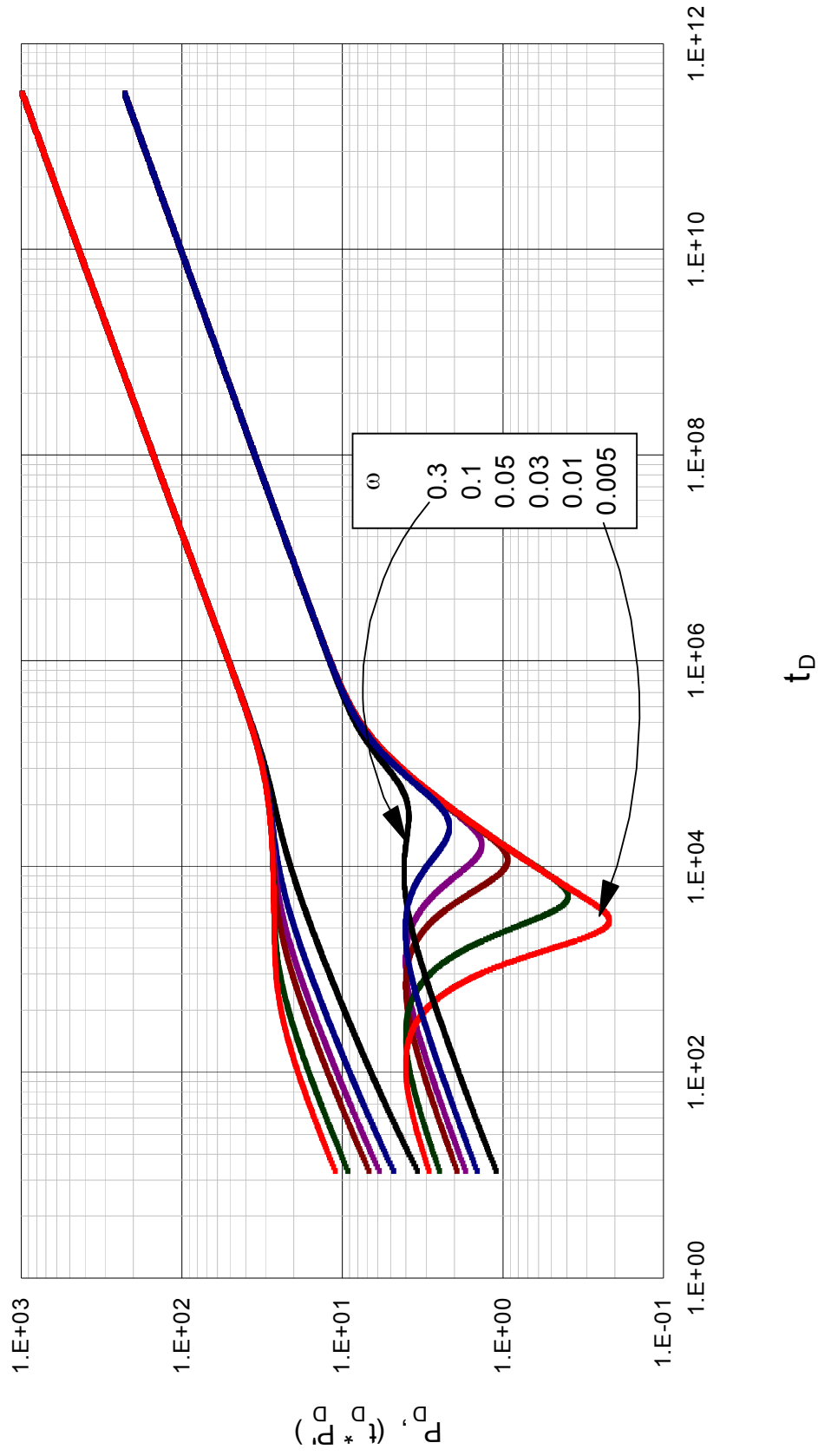


Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

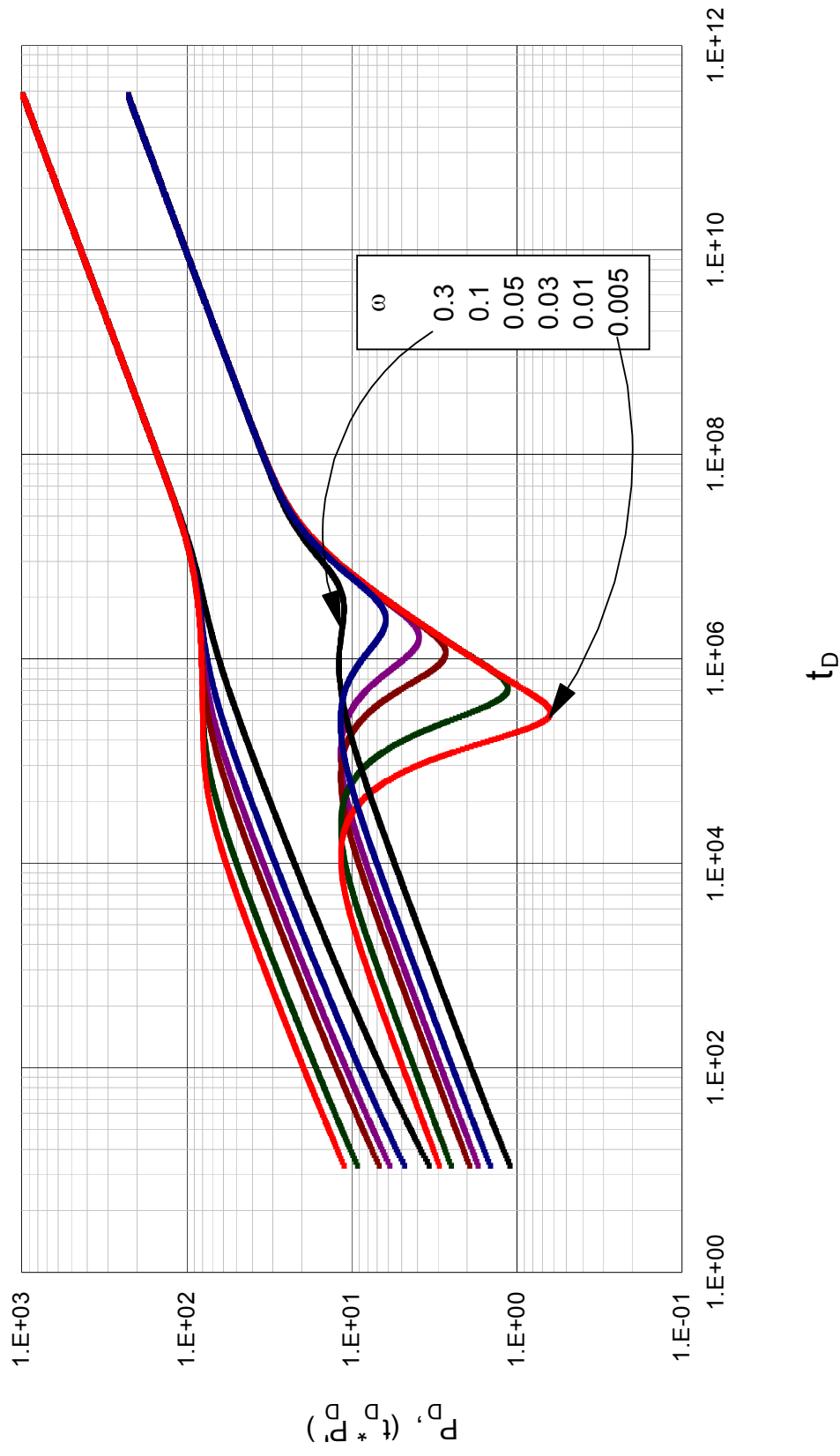
$\omega=0.005$  y  $n=0.2$



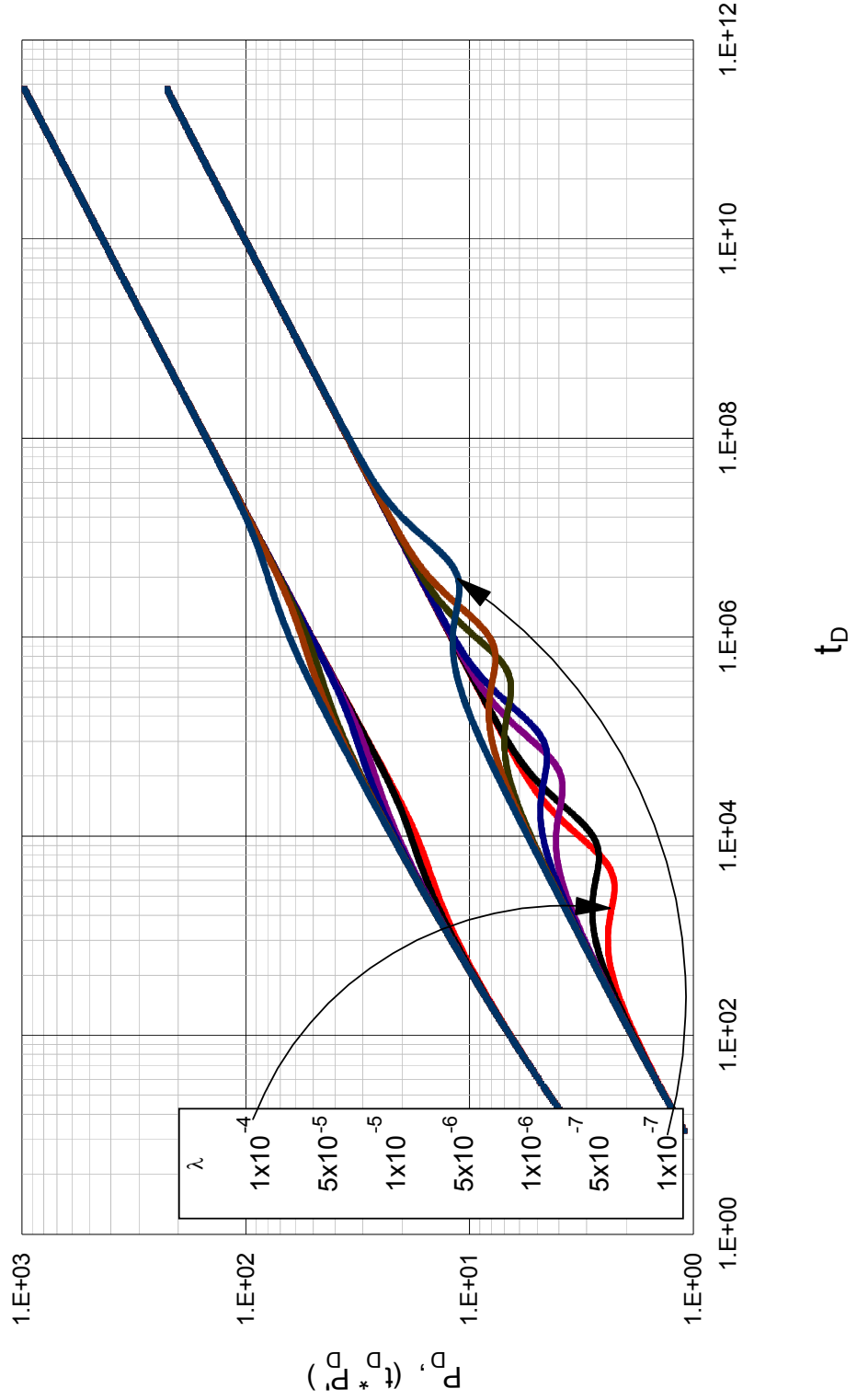
Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 * 10^{-4}$  y  $n=0.4$



Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-5}$  y  $n=0.4$

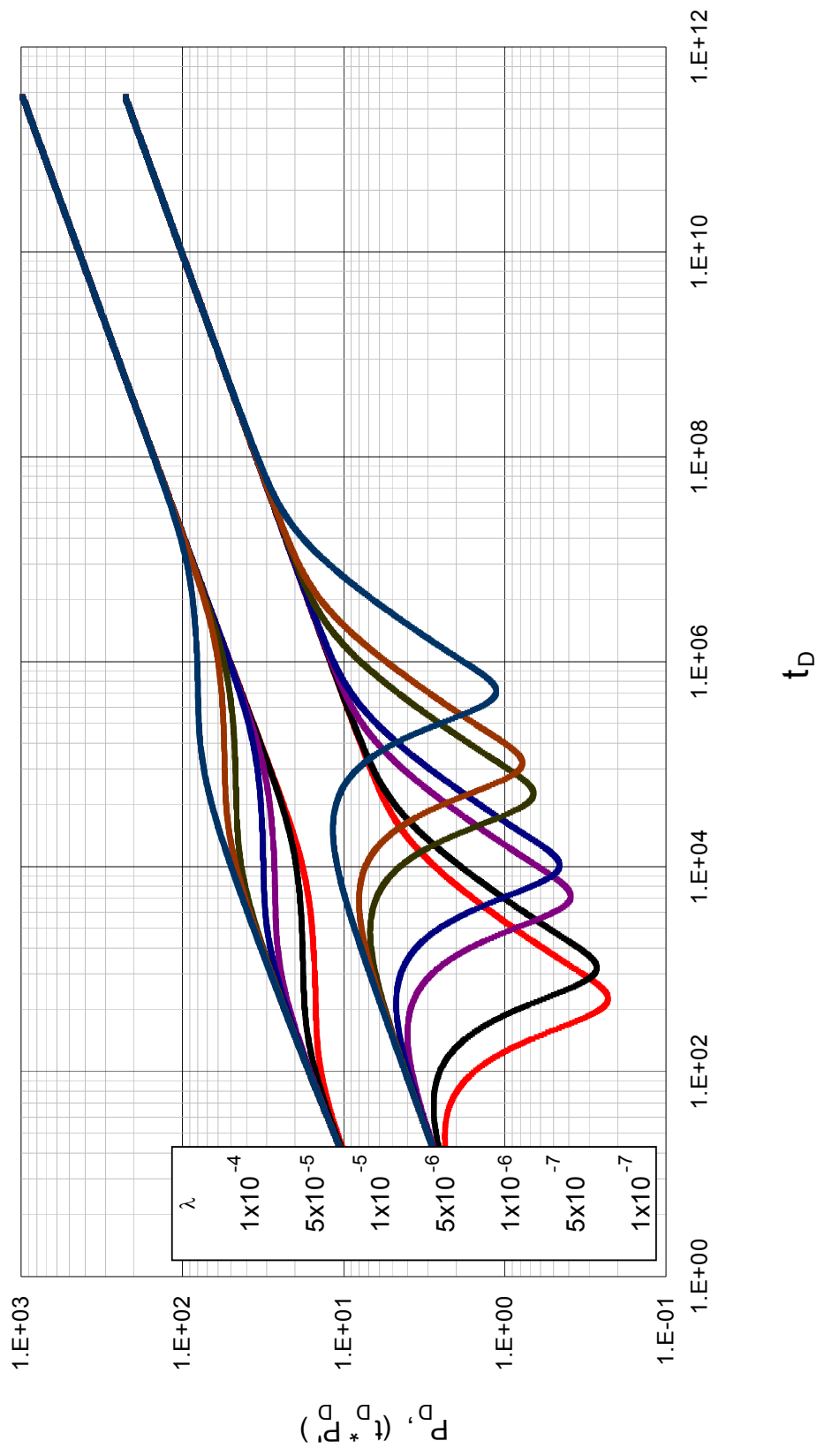


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-7}$  y  $n=0.4$



Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

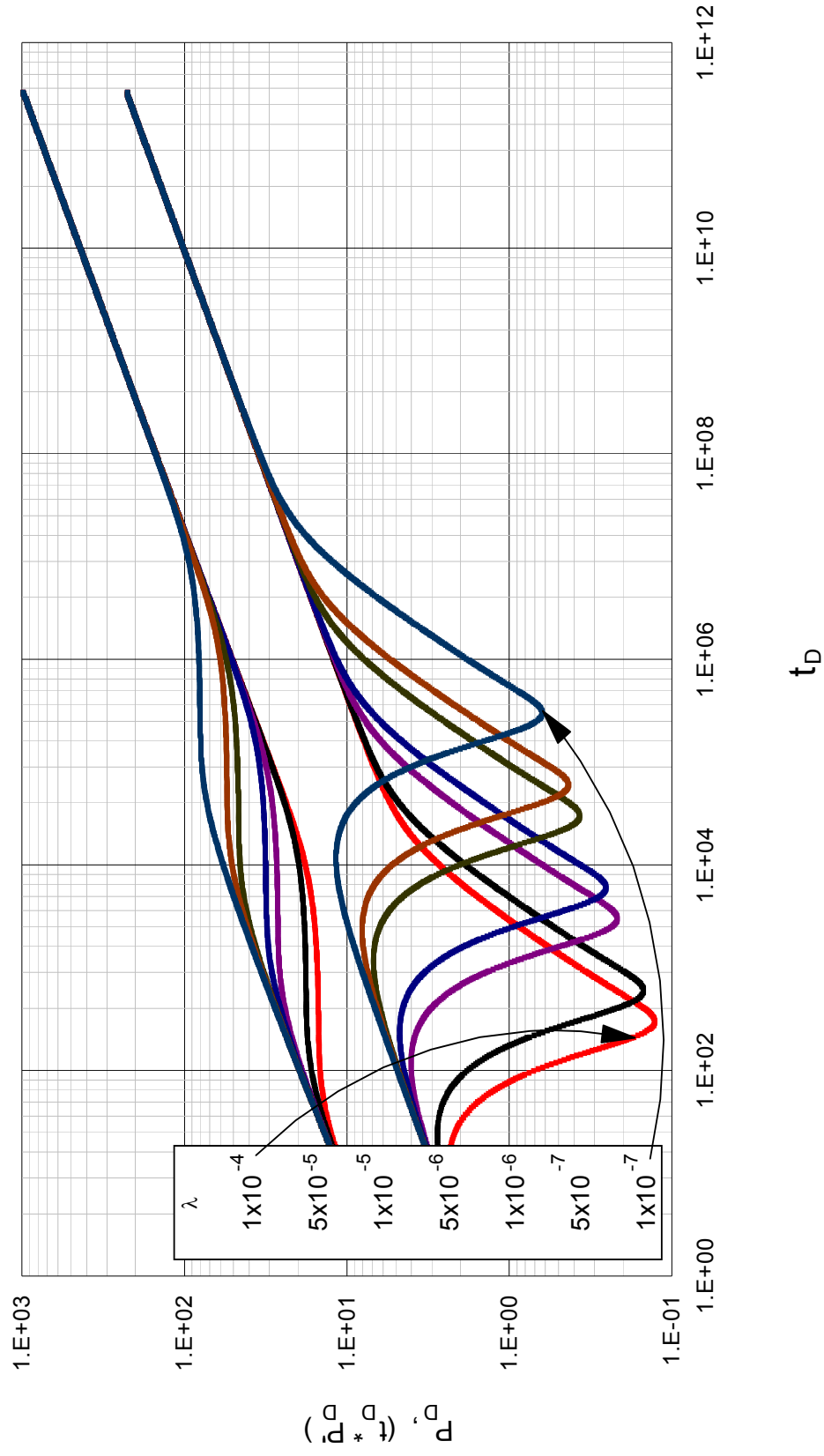
$$\omega=0.3 \text{ y } n=0.4$$



Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

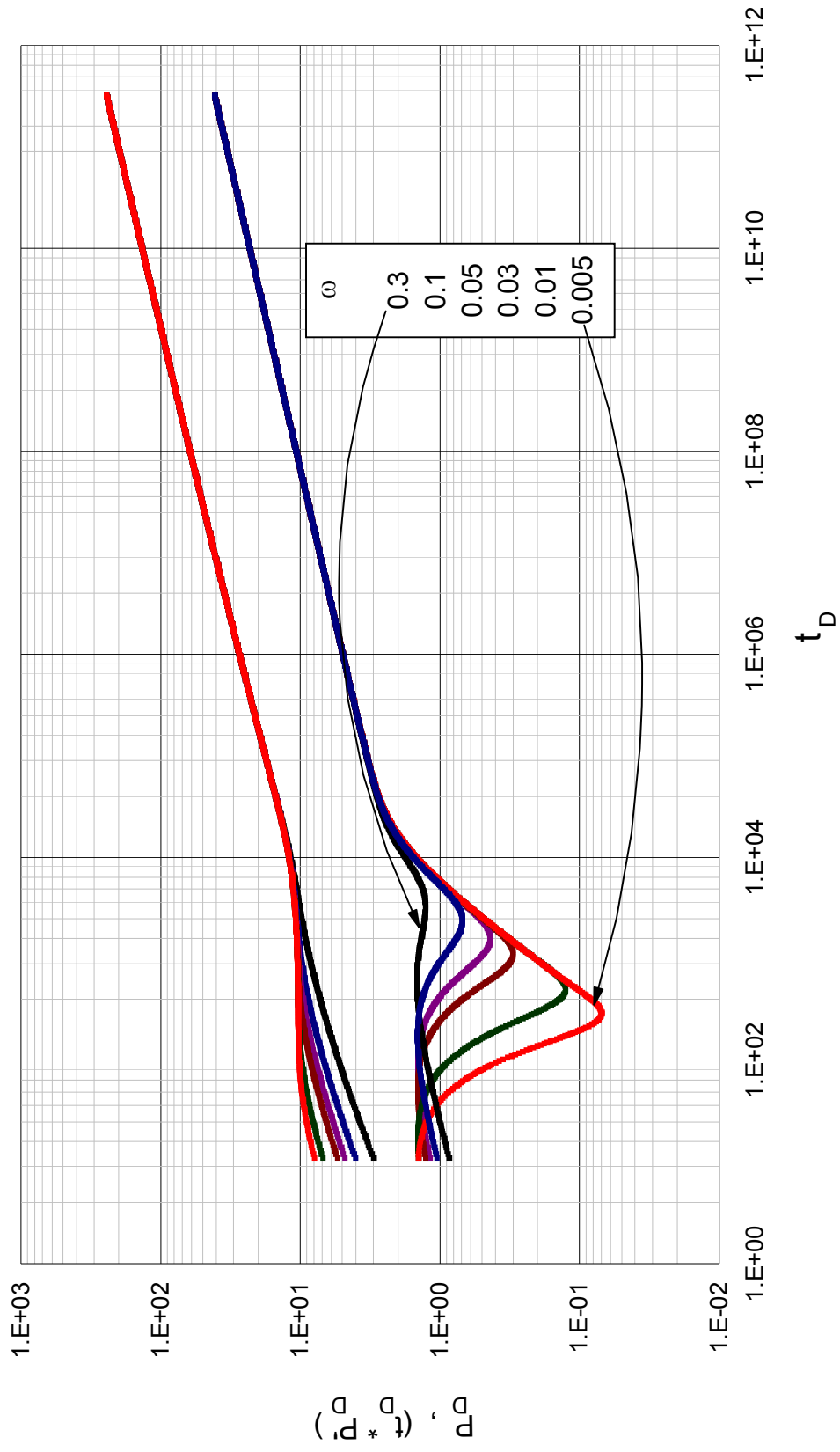
$\omega=0.01$  y  $n=0.4$



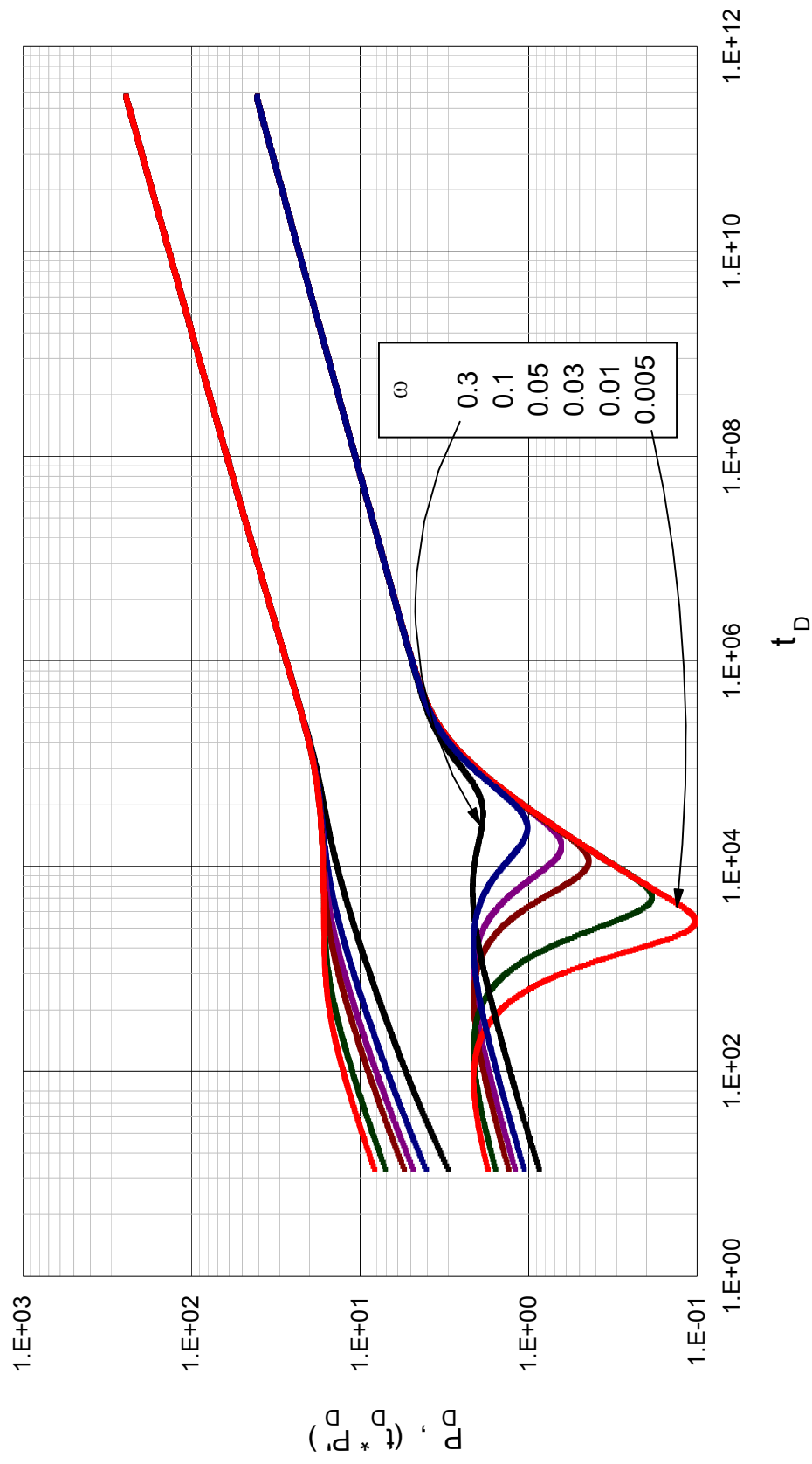


Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

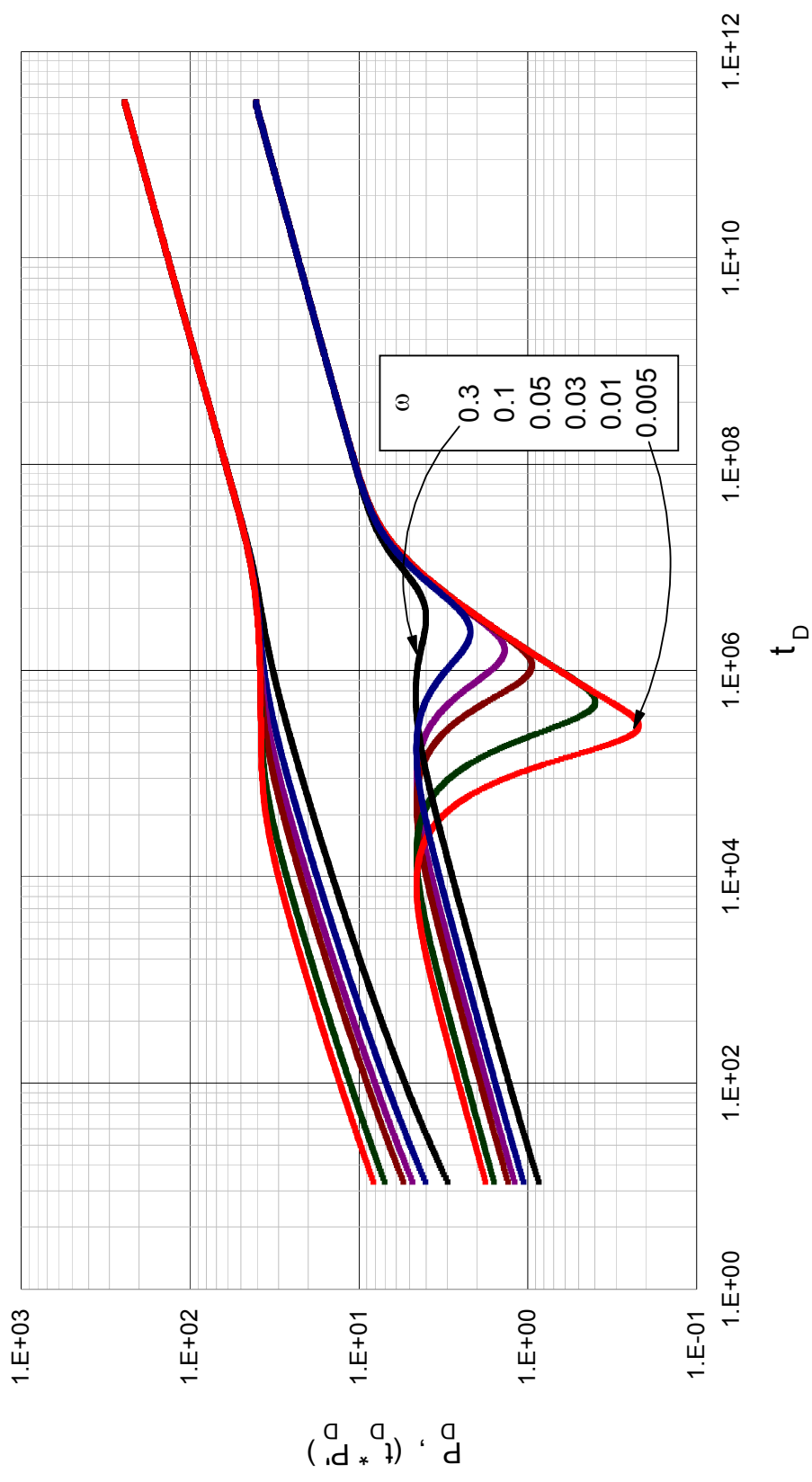
$$\omega=0.005 \text{ y } n=0.4$$



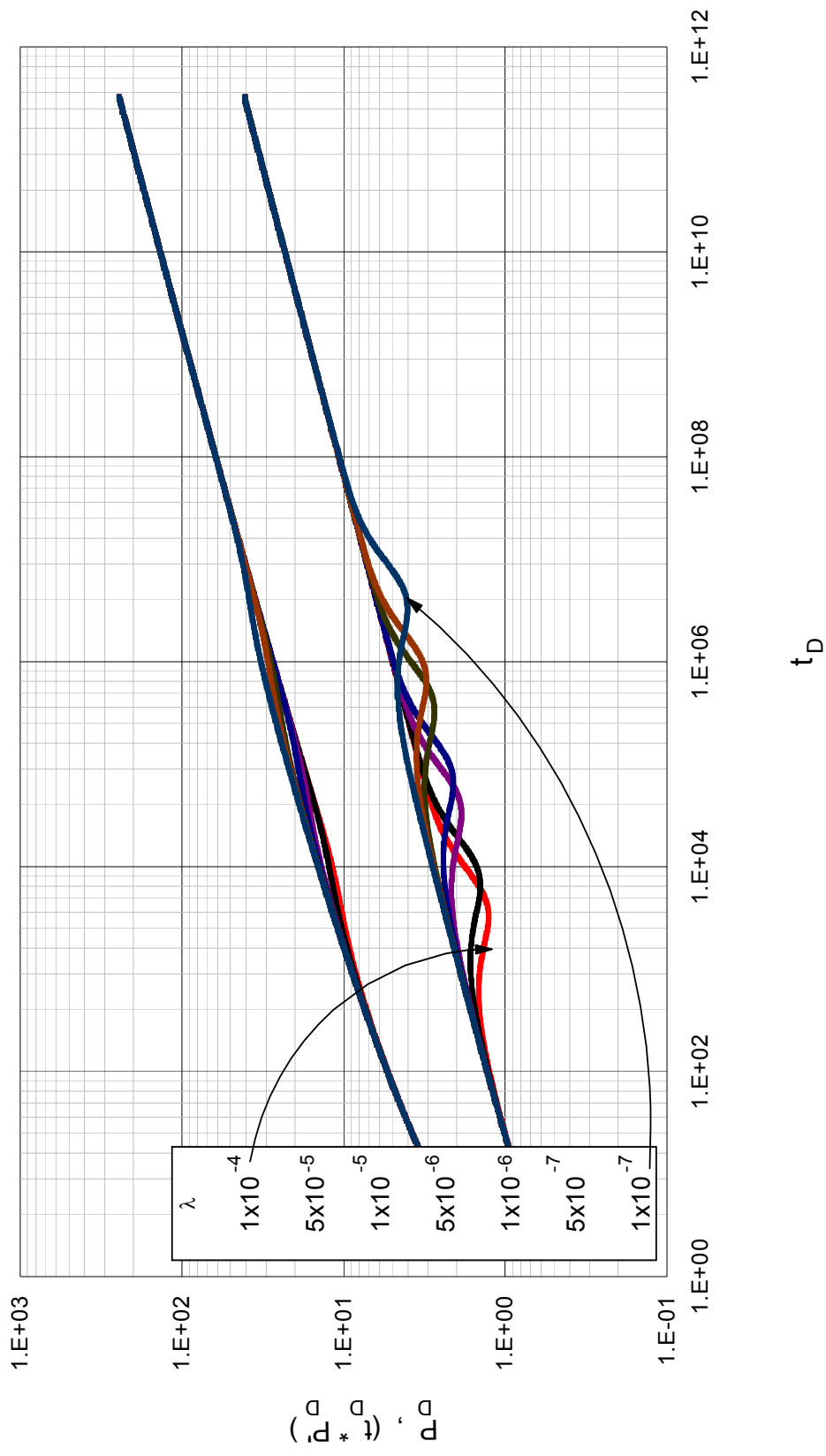
Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$  y  $n=0.6$



Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-5}$  y  $n=0.6$

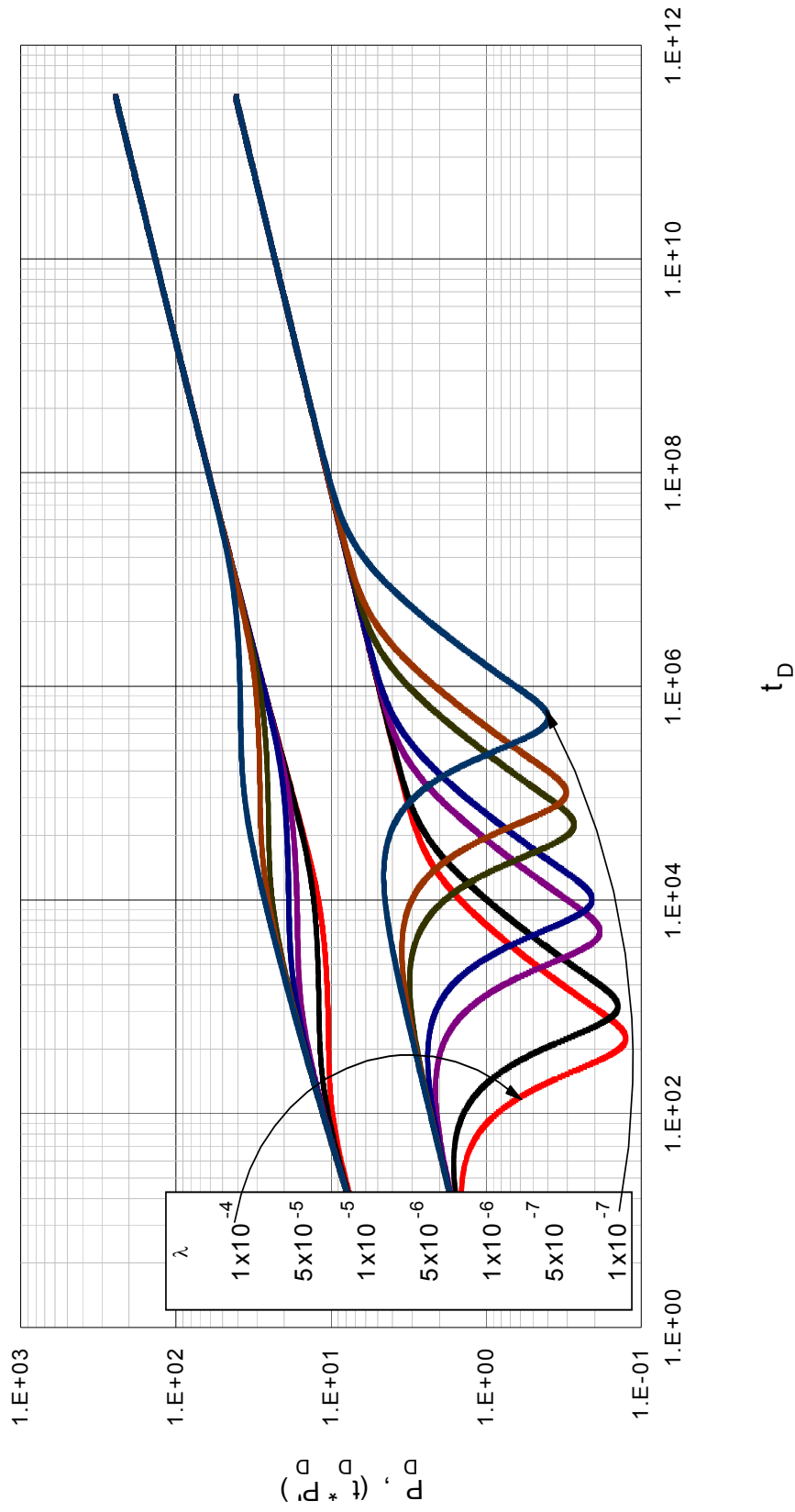


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-7}$  y  $n=0.6$



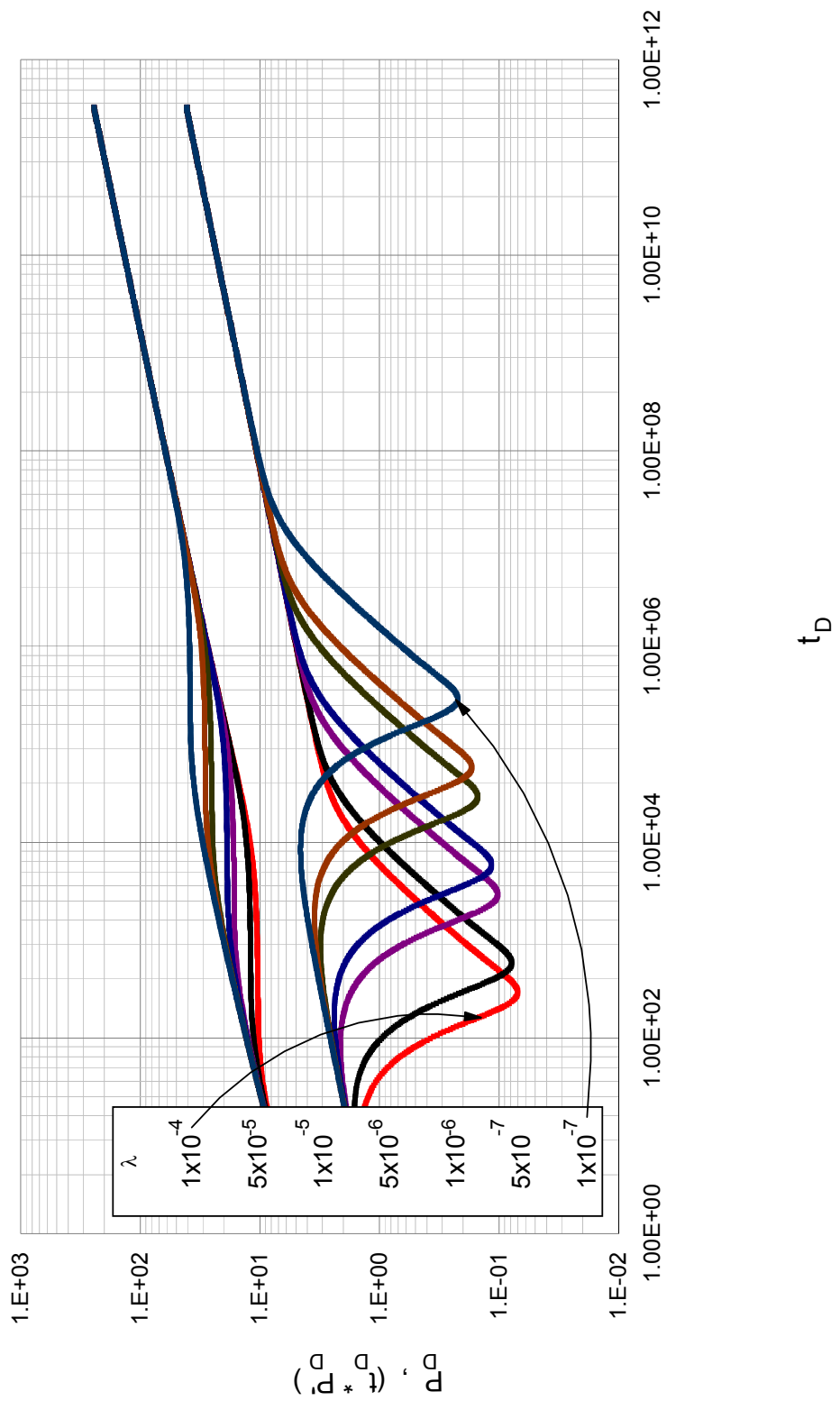
Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$\omega=0.3$  y  $n=0.6$

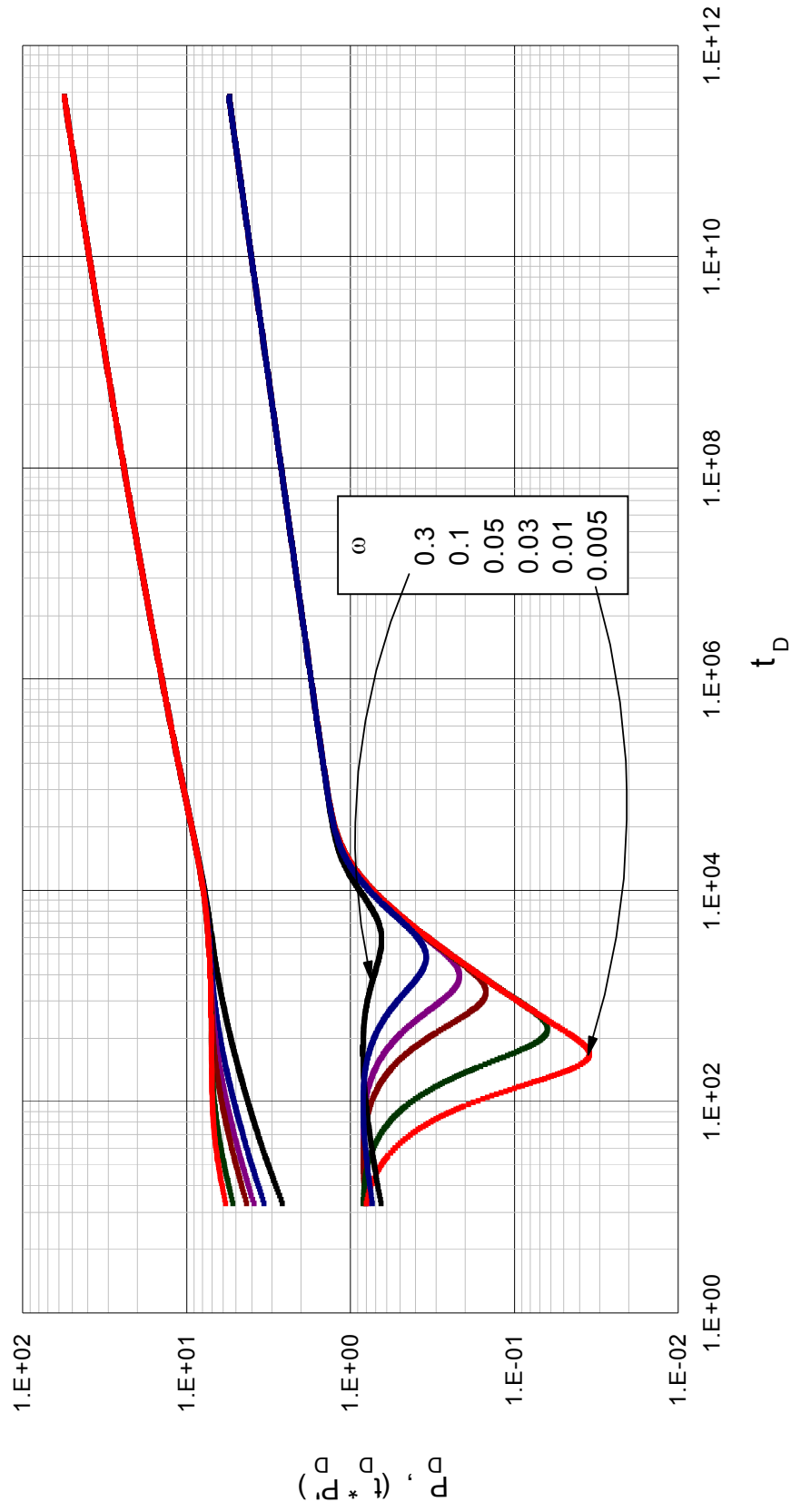


Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$\omega=0.01$  y  $n=0.6$

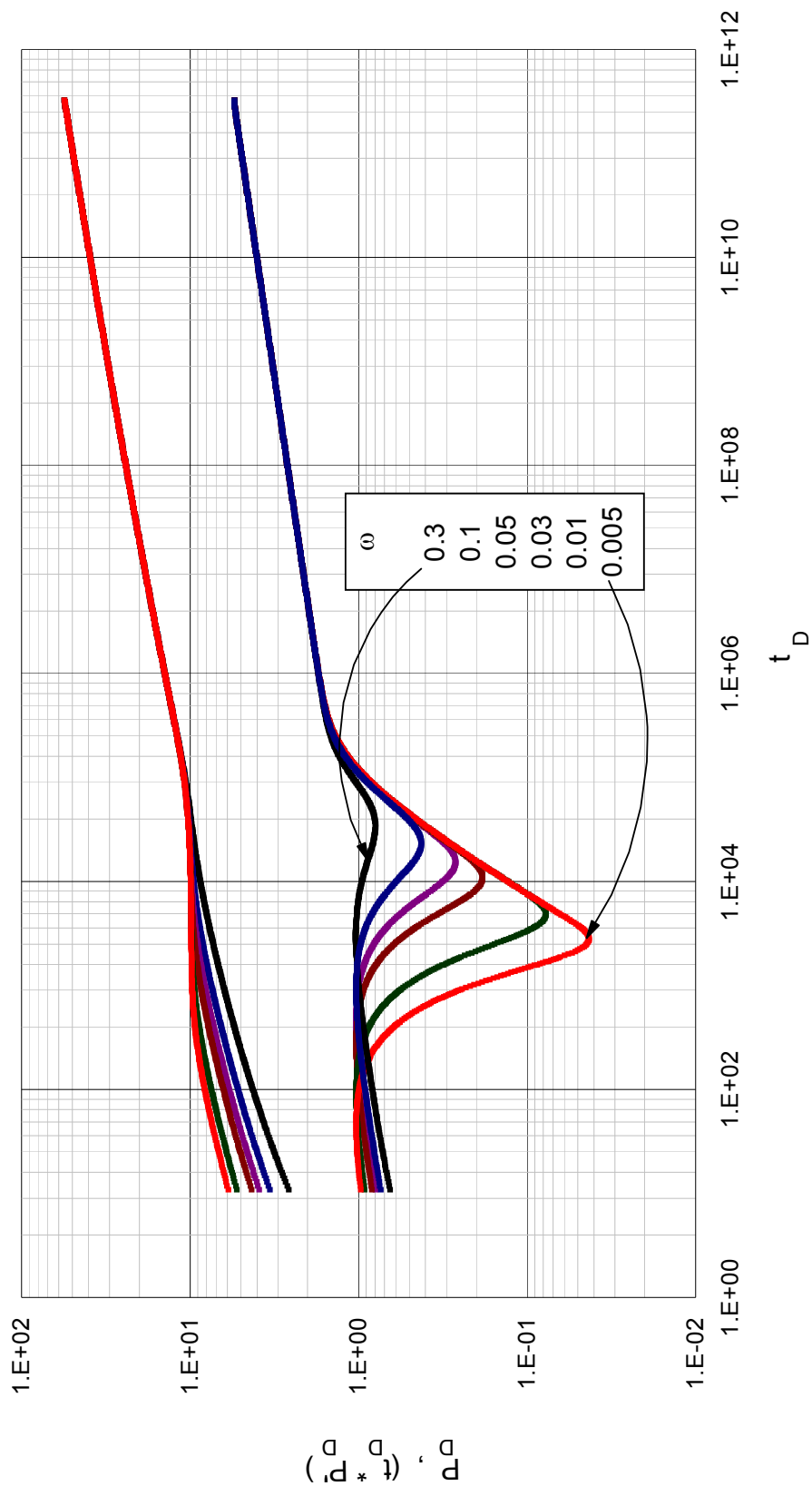


Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\omega=0.005$  y  $n=0.6$

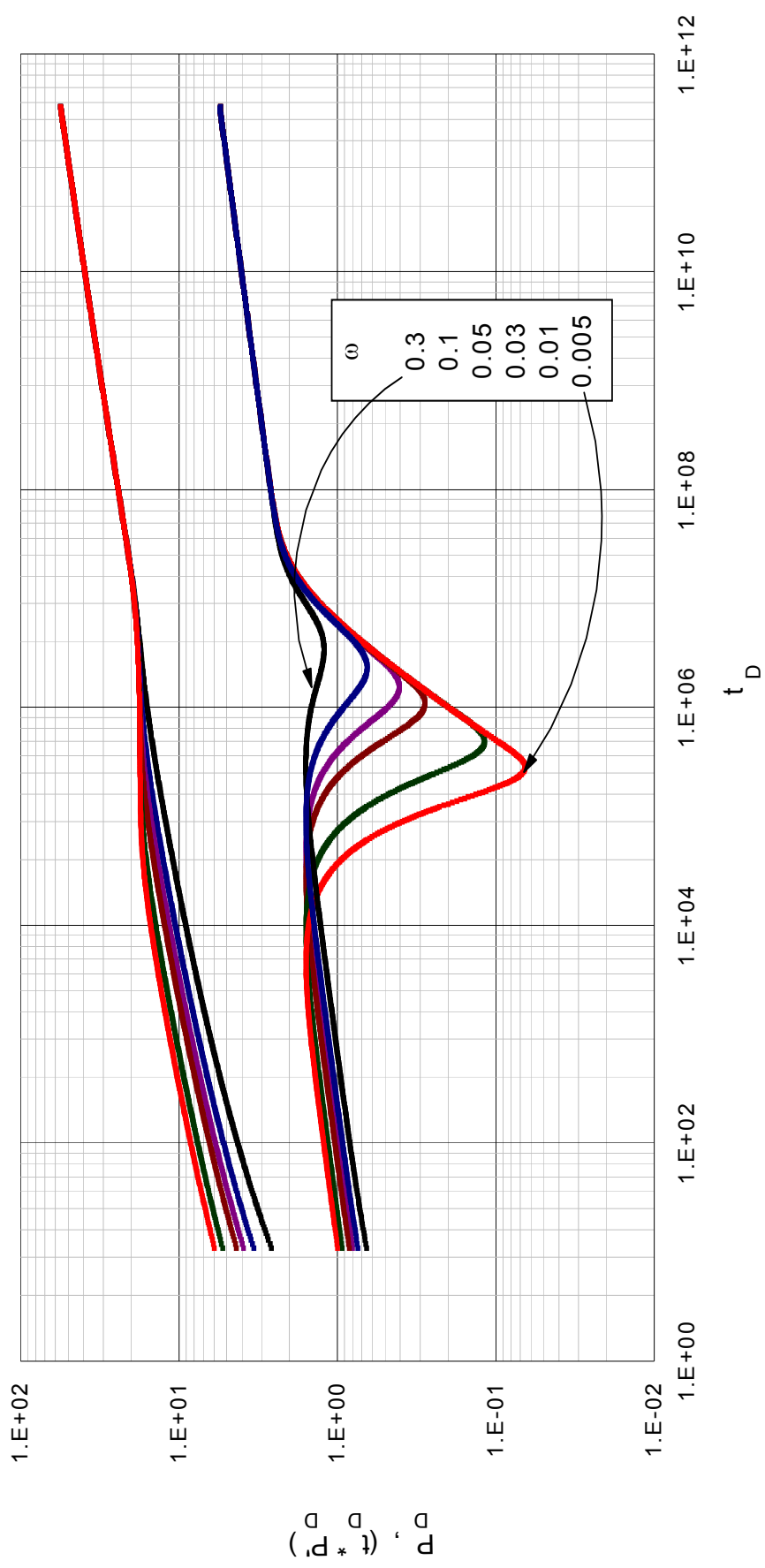


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$  y  $n=0.8$

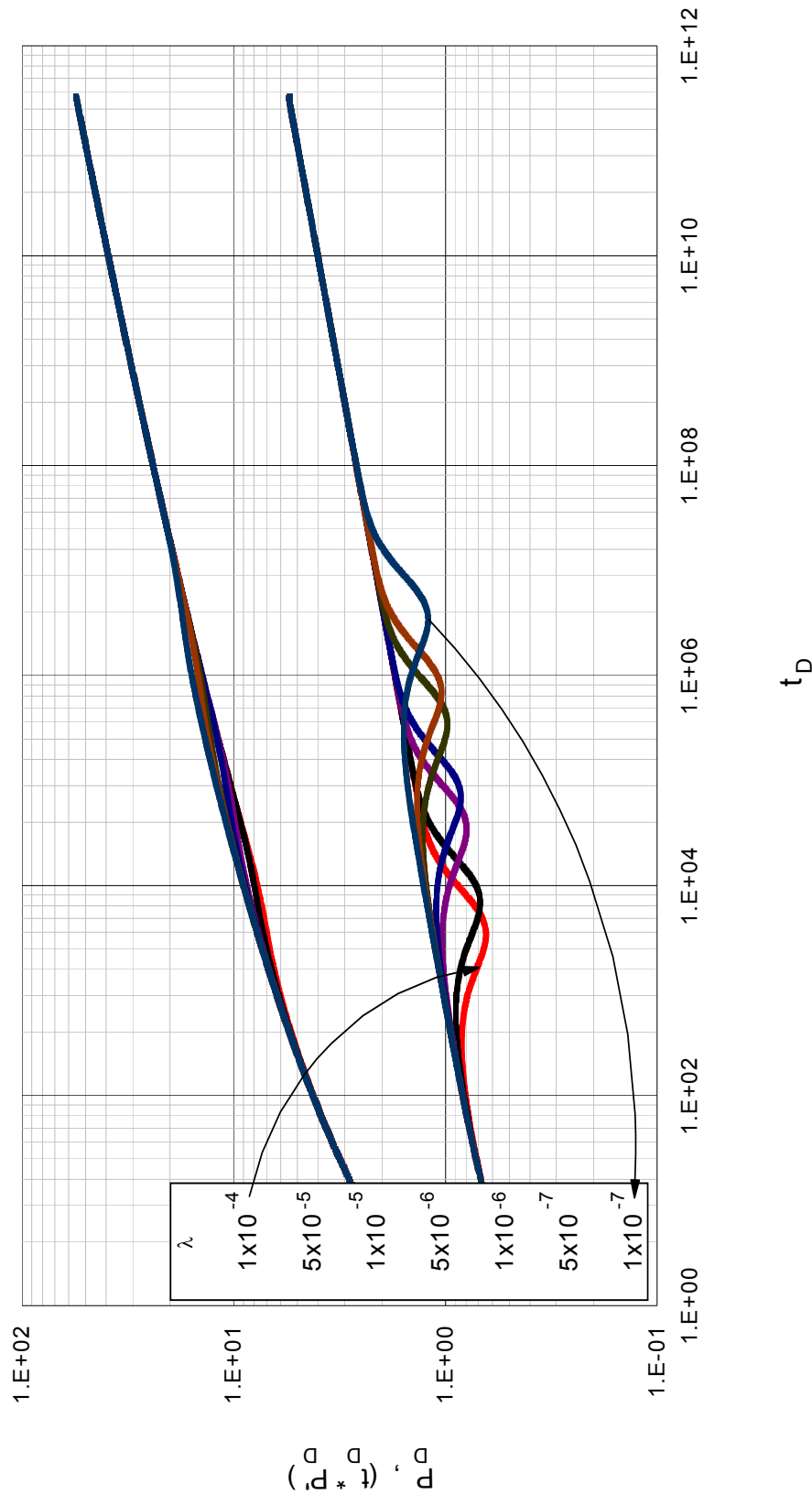




Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-5}$  y  $n=0.8$

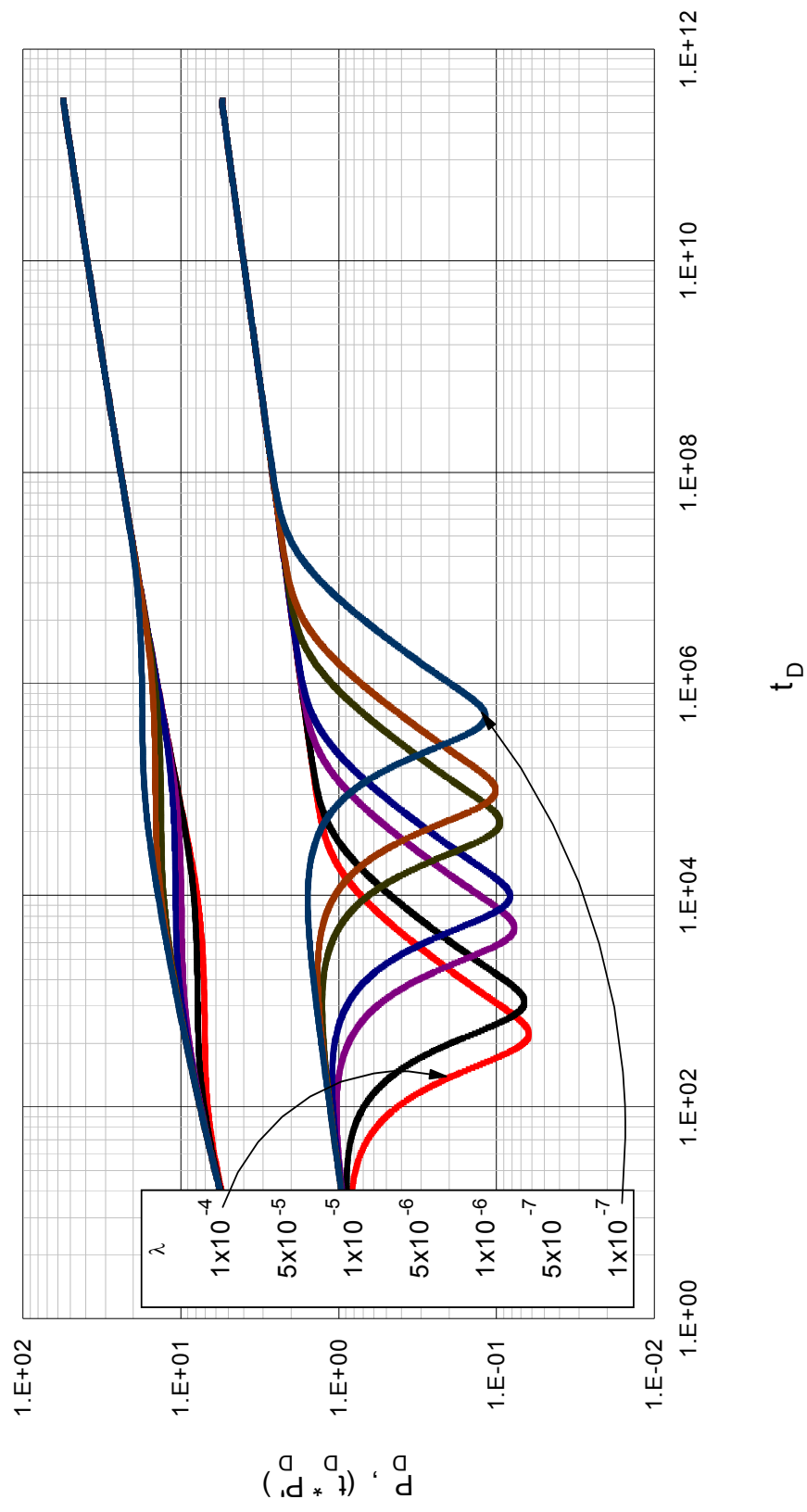


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-7}$  y  $n=0.8$



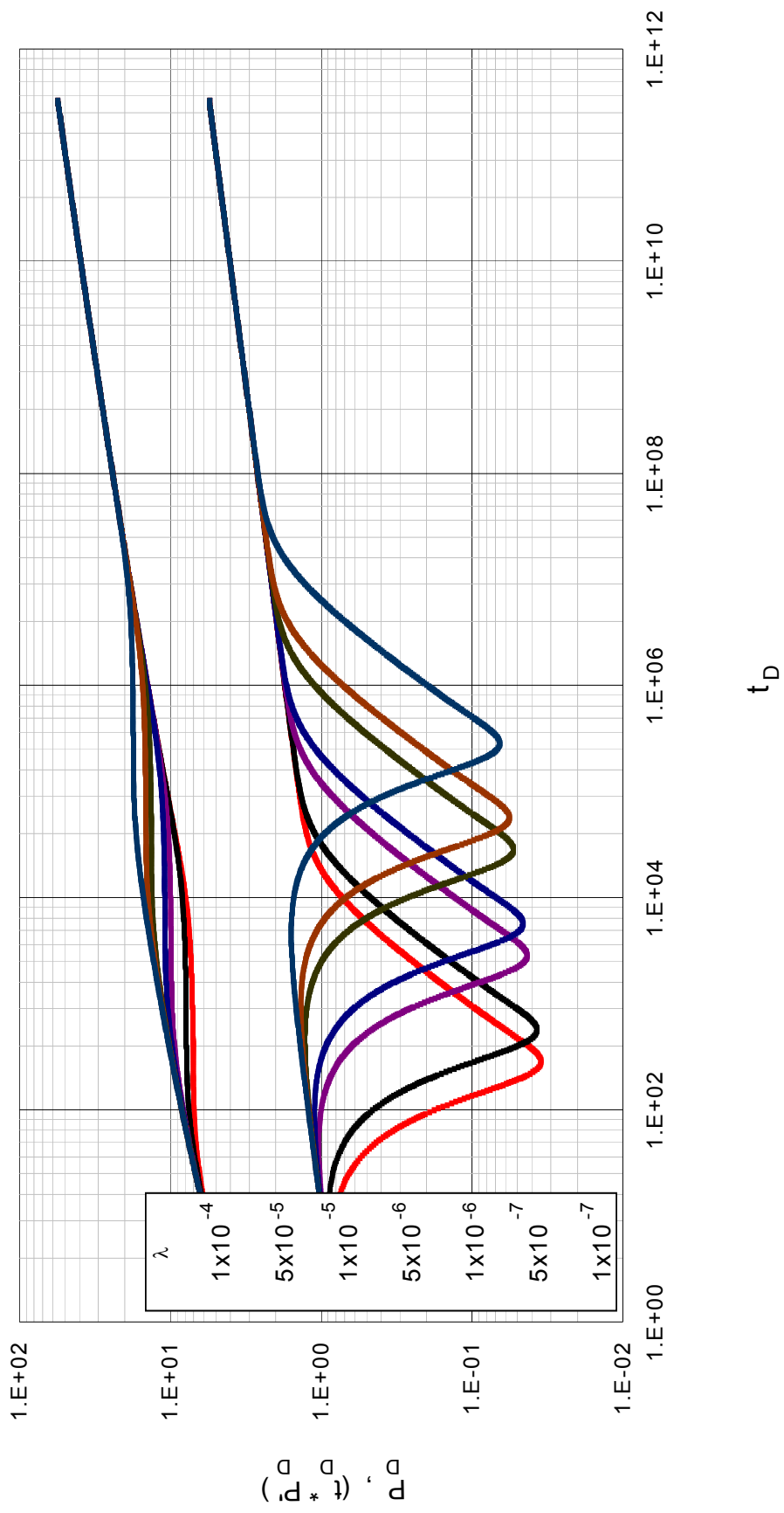
Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$\omega=0.3$  y  $n=0.8$



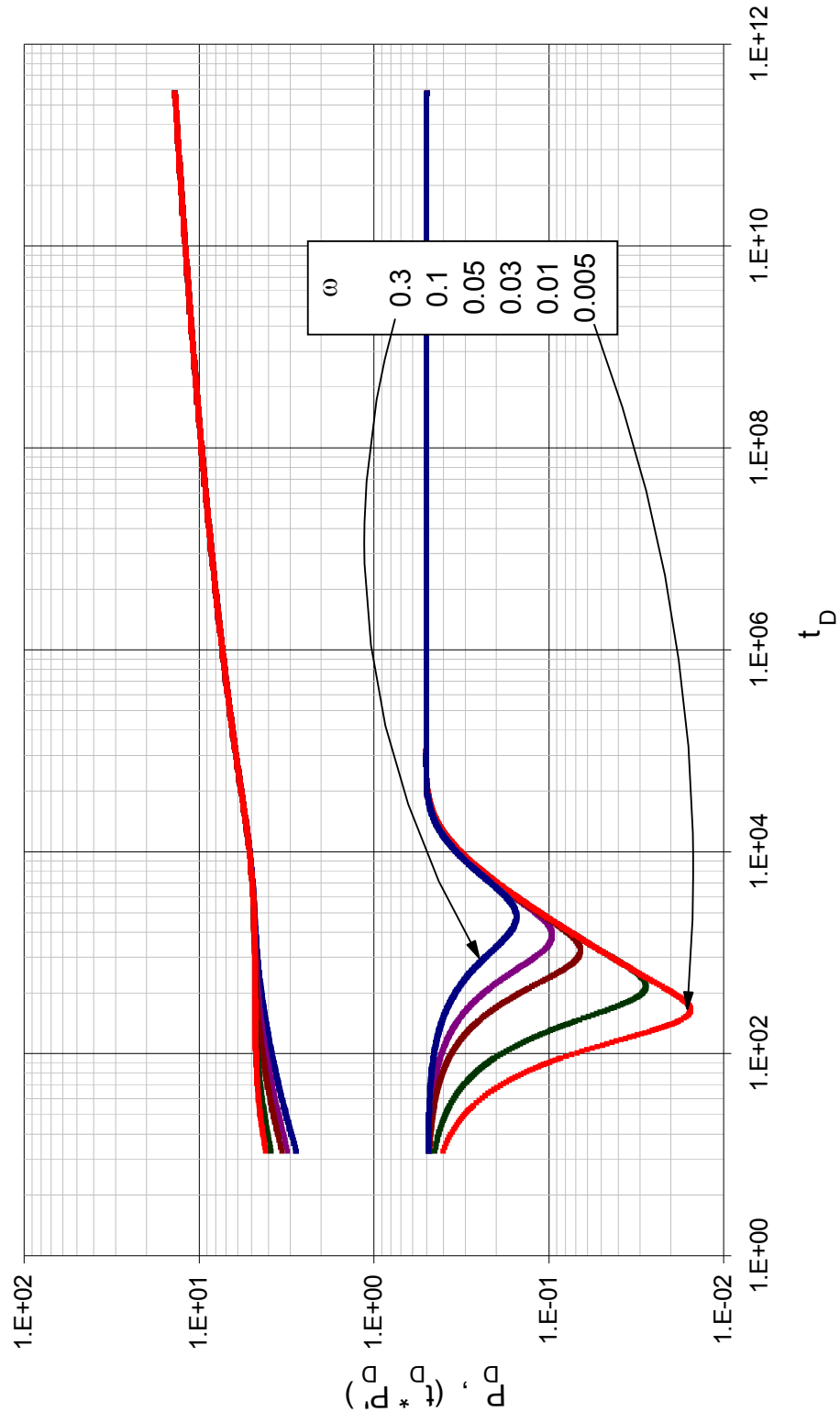
Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$\omega=0.01$  y  $n=0.8$

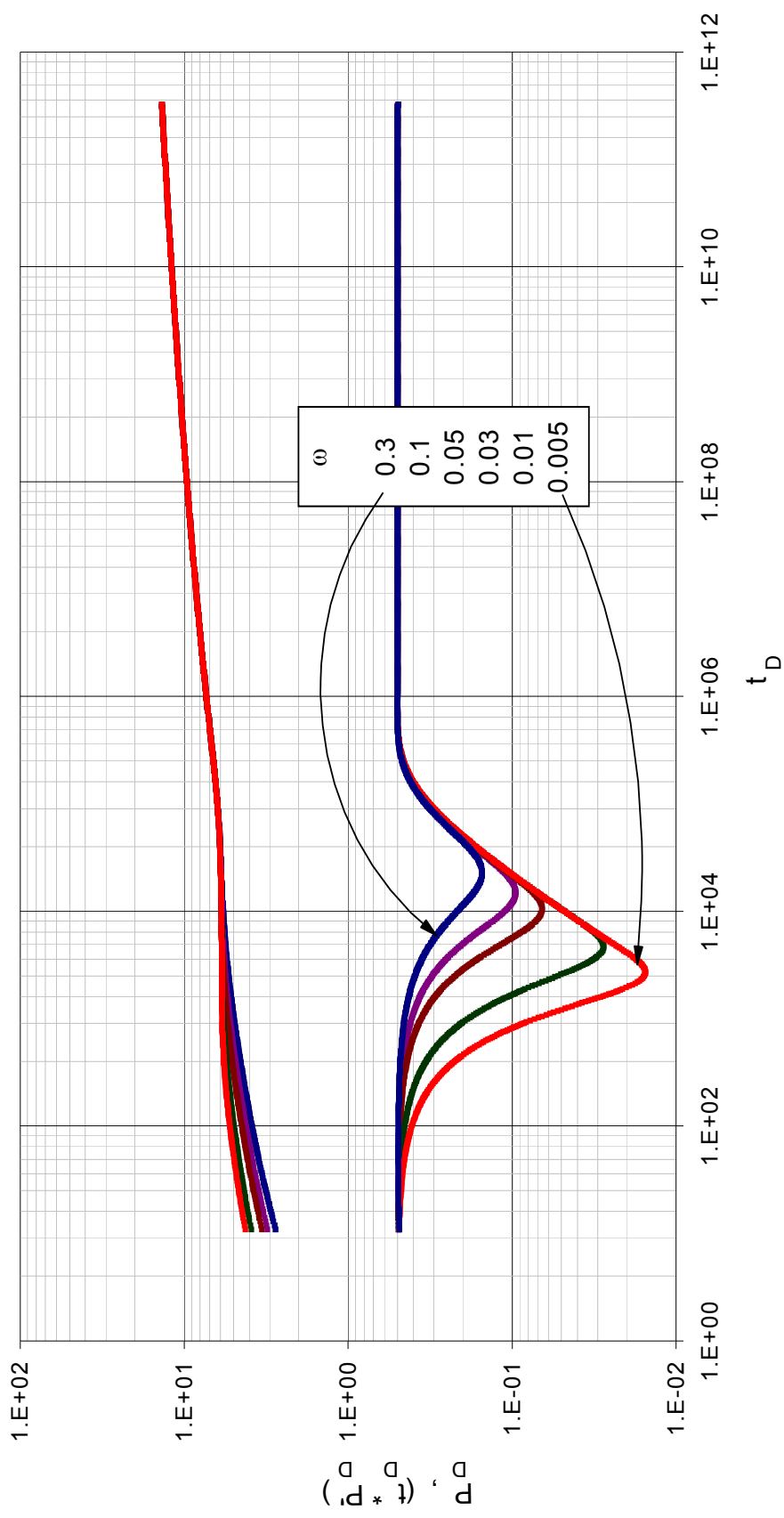


Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

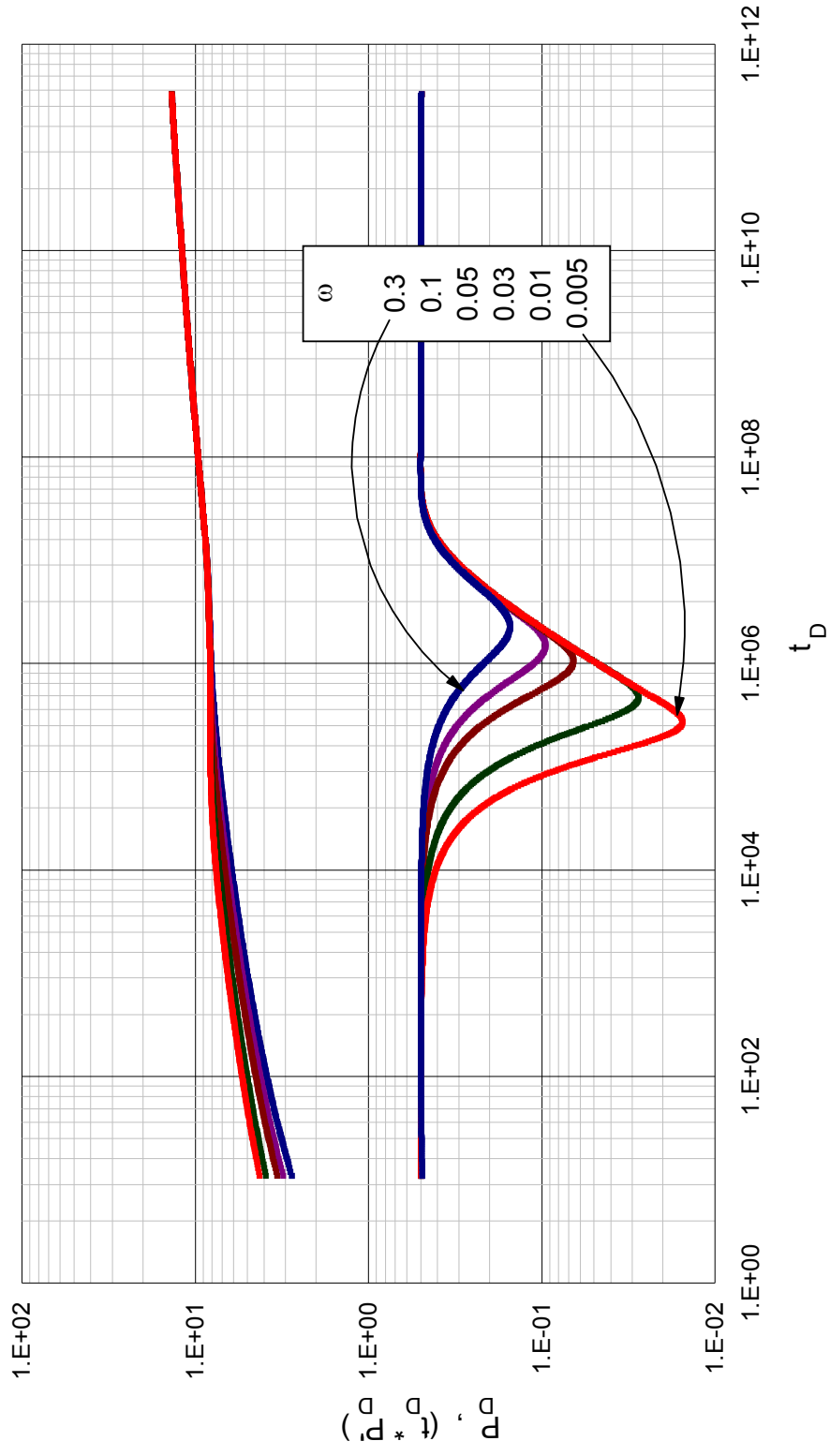
$$\omega=0.005 \text{ y } n=0.8$$



Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$  y  $n=1$

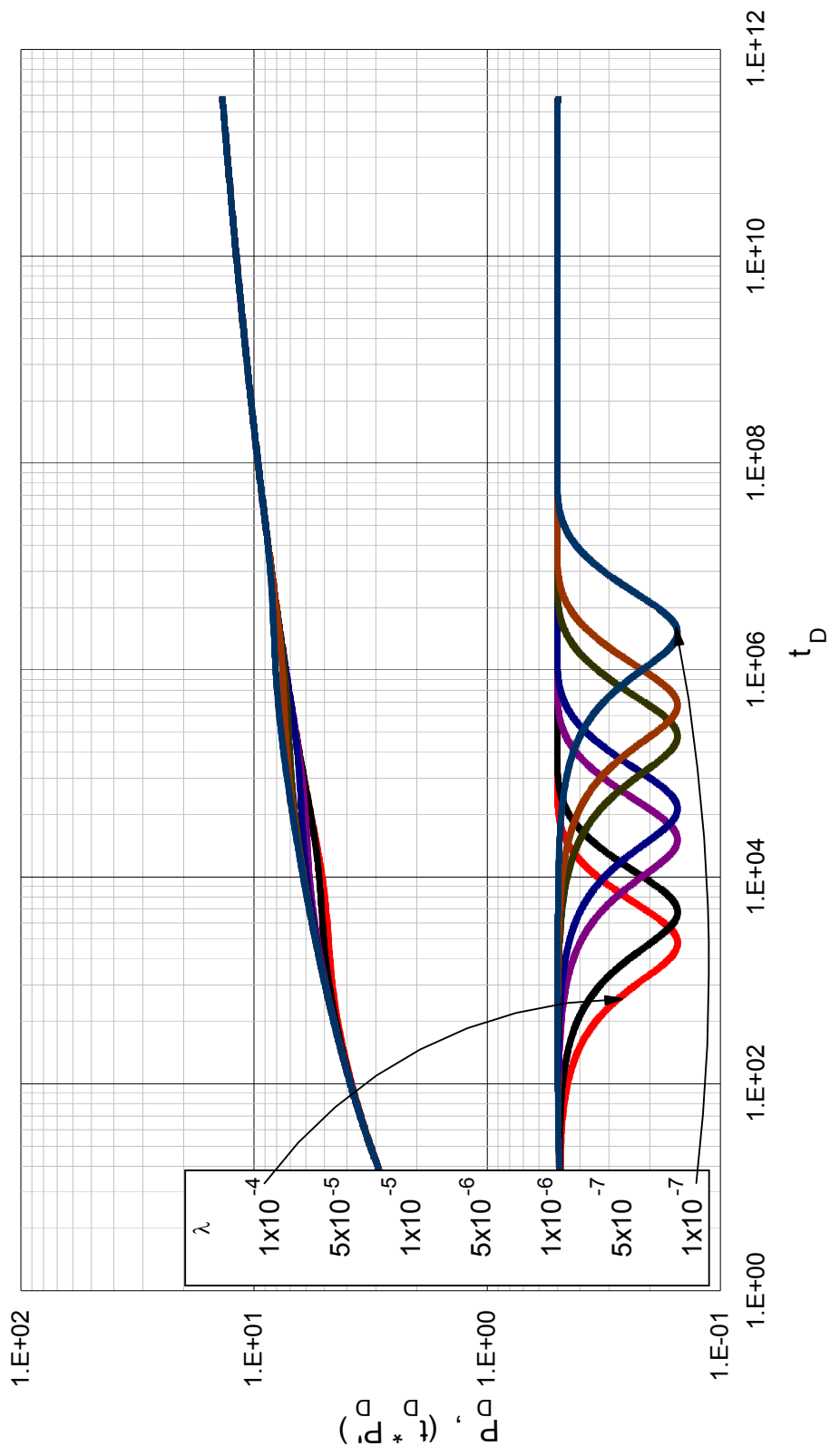


Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo  
 con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-5}$  y  $n=1$



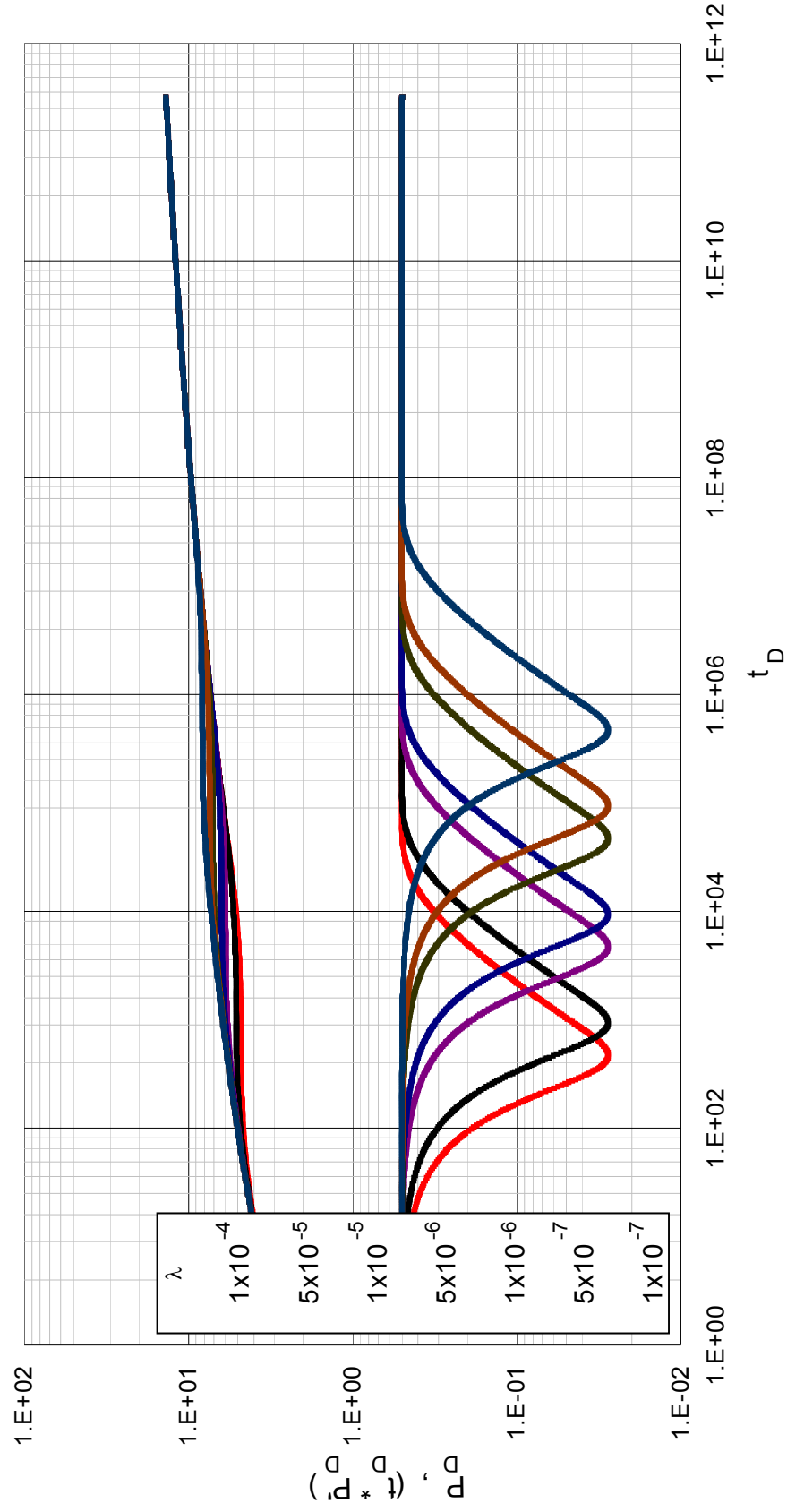
Efecto del coeficiente adimensional de almacenamiento sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con  $\lambda = 1 \cdot 10^{-7}$  y  $n=1$





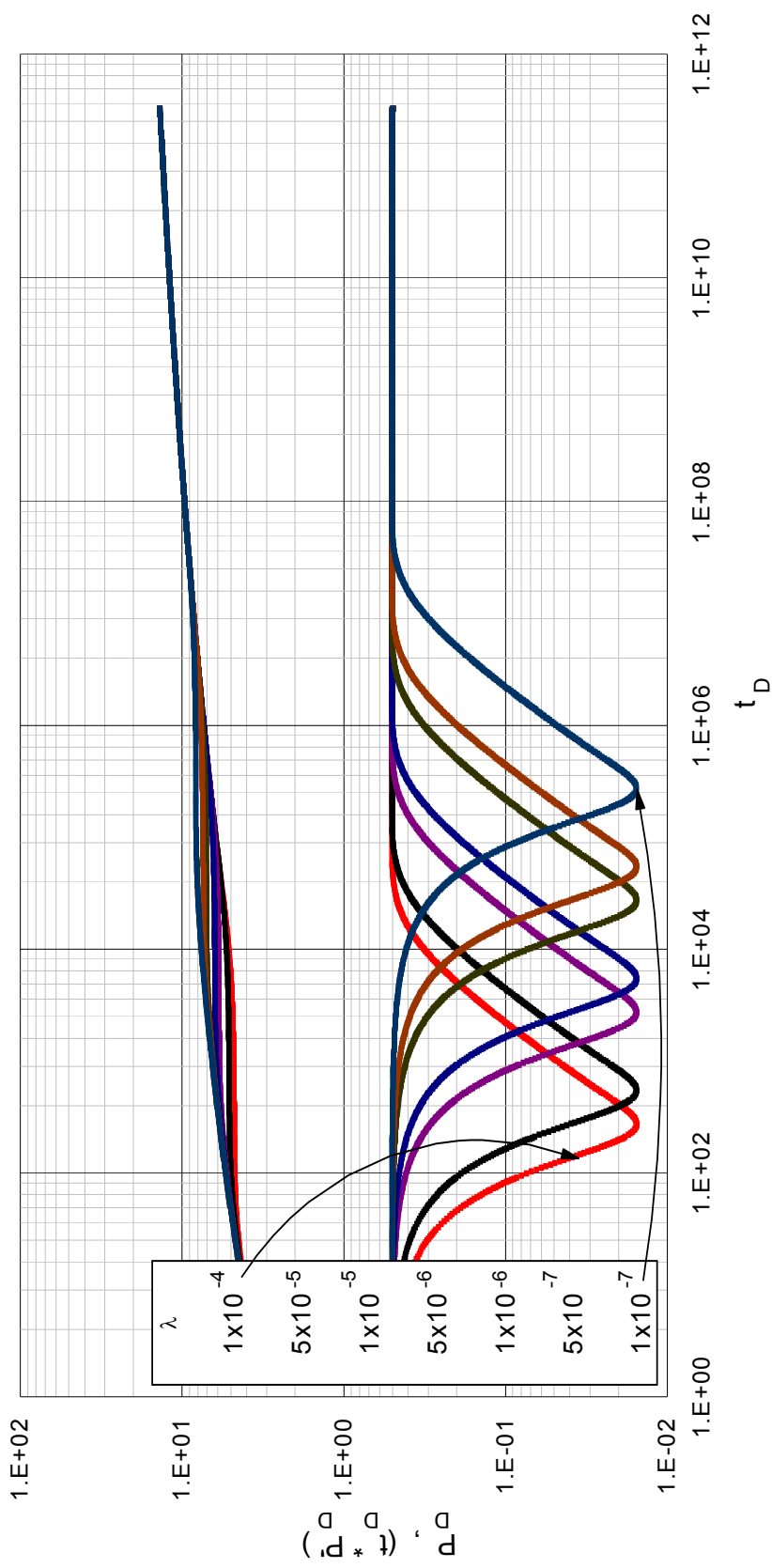
Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$$\omega=0.3 \text{ y } n=1$$



Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$$\omega=0.01 \text{ y } n=1$$



Efecto del parámetro de flujo interporoso sobre la respuesta de presión en un yacimiento heterogéneo con

$\omega=0.005$  y  $n=1$

**Anexo B.** Datos reportados de presión y derivada de presión para el ejemplo 1.

**Tabla 9** Datos de la prueba de presión para el ejemplo 1

t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$	t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$
1.86E-06	458.787311	97.2880713	0.70026188	11627.6009	295.754154
3.72E-06	575.164346	139.864736	1.0047478	11780.5	245.315093
5.58E-06	654.546665	170.245436	1.46147669	11856.8768	268.786672
7.43E-06	716.578525	182.883173	2.07044854	11937.8994	360.095141
9.29E-06	768.231488	198.307815	3.0448035	12039.7219	518.033927
2.04E-05	812.87406	288.039276	4.38454157	12201.3765	726.209765
3.16E-05	1004.69511	325.092236	6.33325149	12419.8164	1008.08873
4.27E-05	1135.10114	356.049069	9.25631638	12728.1156	1388.82477
5.39E-05	1236.83811	377.608786	13.1537362	13170.415	1844.35446
7.43E-05	1321.46667	416.943153	14.1280912	13725.7695	1938.27182
9.66E-05	1448.9675	446.089288	21.9229309	13858.9262	2609.38862
0.00011894	1562.2205	469.50197	31.179303	14851.425	3257.9582
0.00014496	1658.09999	503.354335	47.7433373	15886.7889	4023.87393
0.00022673	1754.86358	565.881284	70.1535014	17447.7487	4801.00233
0.0003308	1994.55181	634.789456	103.28157	19149.6816	5474.74172
0.00047948	2221.54407	702.067512	114.97383	21132.6429	5640.67798
0.00068762	2468.80765	772.474395	179.281257	21730.3872	6418.65681
0.00095524	2734.23672	853.68908	257.229654	24432.1382	7259.29858
0.00137153	2999.93481	927.964144	389.741929	26907.8057	8117.82623
0.00163914	3320.78699	974.417024	576.818081	30095.0108	9066.50434
0.00250145	3490.66158	1074.99705	841.84263	33465.6842	10142.3938
0.00345297	3926.94114	1194.47314	1278.35365	37085.2599	11250.3124
0.00529654	4293.44702	1303.49479	1746.04403	41551.3769	12429.8689
0.00731852	4828.51248	1437.82429	2619.06608	45236.5165	13676.3369
0.01112459	5271.84059	1558.19235	3616.80556	50526.4328	15182.1625
0.01160035	5897.6125	1561.11416	5487.56708	55178.7341	16724.0909
0.01707158	5963.41988	1687.30117	7483.04604	61829.2078	18653.4741
0.02515949	6597.66581	1804.00897	11474.004	67292.6624	20679.1828
0.03800499	7280.15782	1856.3997	12222.3086	75622.6059	20821.1986
0.0541808	8046.26256	1903.57993	17959.3106	76938.3988	23230.3637
0.08367788	8722.92549	1817.90749	26440.0962	85462.6351	26016.8845
0.11793254	9542.99103	1669.1321	39909.5791	94980.8973	28848.4864
0.14457506	10150.0101	1489.49578	56871.1503	106280.387	32213.0944
0.20927832	10479.155	1195.78138	87801.0742	117069.109	35962.437
0.31965447	10992.0148	805.088701	123719.696	131803.123	39935.7311
0.44906099	11415.3542	556.56693	167620.233	144736.462	43051.3995

**Anexo C.** Datos reportados de presión y derivada de presión para el ejemplo 2.

**Tabla 10** Datos de la prueba de presión para el ejemplo 2

t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$	t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$
3.5147E-07	136.477778	26.3162317	0.12667533	1391.61116	294.095998
7.0293E-07	168.46577	33.1043377	0.17274293	1487.51241	319.333446
2.1088E-06	240.342978	60.06691	0.26487811	1630.73601	347.27856
3.5147E-06	271.312923	64.8934465	0.36853019	1750.71315	378.717735
4.9206E-06	294.264446	72.2807823	0.55280056	1909.94922	407.342484
6.3264E-06	312.723197	76.1431208	0.78313852	2057.98428	442.816665
7.7323E-06	328.266584	79.4417499	1.15167926	2234.95334	479.488767
9.1382E-06	341.74785	80.4314601	1.19774685	2253.75929	480.614185
1.0544E-05	353.684717	82.3011479	1.79662555	2457.42483	519.058076
1.2653E-05	369.407455	87.5438709	2.57977462	2654.18981	568.477333
2.1088E-05	416.435417	94.3975119	3.96180238	2907.43356	610.055707
2.9523E-05	449.647109	101.950819	5.52810052	3120.19413	667.851518
4.4285E-05	491.654275	105.118583	8.66069678	3431.09731	728.876465
6.1155E-05	526.218855	107.511831	12.5303745	3709.40954	795.655719
8.2243E-05	558.33856	108.57401	14.7416189	3838.7552	799.834183
0.00011598	595.303267	104.521369	20.6382707	4120.74644	861.075495
0.00013567	611.756587	100.705109	30.9574114	4487.63836	935.299789
0.00020315	651.820163	90.3932373	42.750715	4802.46871	1016.40629
0.00029312	683.685758	79.3610157	64.8631592	5241.41135	1087.10801
0.00043933	711.856423	59.8712732	88.4497664	5593.36344	1189.02372
0.00061929	729.337238	46.1133049	135.622981	6116.84864	1283.94182
0.0009342	743.665644	31.7711195	156.261262	6300.76481	1316.1513
0.0012941	752.068771	28.1990073	229.96941	6830.69717	1407.39684
0.00133909	752.897039	27.9700111	324.315838	7339.00867	1538.9189
0.00210389	764.666322	31.4012398	483.525437	7976.66281	1651.24373
0.00304863	777.562953	42.3186761	672.218294	8543.73814	1794.43115
0.00457822	797.538038	59.62334	1014.2241	9307.93837	1922.4982
0.00682761	825.275826	82.10528	1037.81071	9352.59772	1925.87559
0.00988679	860.088326	108.728765	1462.36963	10044.5781	2104.12947
0.01510538	912.833878	142.333334	2264.31428	11000.8422	2272.93599
0.0172648	932.570743	151.871961	3302.125	11898.3191	2478.20193
0.02446286	991.232175	180.538351	4906.01428	12918.2723	2686.18718
0.03597976	1067.89454	211.250509	7359.02143	14052.9342	2947.86867
0.0518155	1150.73494	238.082183	10566.8	15148.7136	3152.88637
0.07484929	1243.52096	266.29113	12453.7286	15674.0112	3231.02094
0.10939999	1348.52751	290.06724	18869.2857	17084.7277	3512.97216

**Anexo D.** Datos reportados de presión y derivada de presión para el ejemplo 3.

**Tabla 11** Datos de la prueba de presión para el ejemplo 3

t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$	t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$
7.102E-08	60.6728056	9.2435507	0.02501518	379.600733	40.2260073
2.1306E-07	86.5489267	16.3041366	0.03432394	393.549803	46.4309968
3.551E-07	95.0729178	17.8354571	0.05235967	414.675167	51.7165151
4.9714E-07	101.384703	19.7837067	0.0721408	432.200332	56.2953599
6.3918E-07	106.432679	20.7258408	0.10937586	456.402769	59.0738832
7.8122E-07	110.6567	21.5014337	0.1535925	477.159544	62.6757187
9.2326E-07	114.29843	21.7552885	0.232717	503.719809	65.185778
1.0653E-06	117.50553	22.2568422	0.34442219	529.952802	68.2563613
1.2784E-06	121.705189	23.1011137	0.5026712	556.358714	71.6308032
1.9886E-06	132.389281	25.0090564	0.76331664	586.841729	75.4334634
3.2669E-06	145.209631	26.4542689	1.07981466	613.231173	78.0632948
4.6873E-06	155.052712	28.0692957	1.26598997	625.668963	77.9315325
6.1077E-06	162.540429	28.7804247	1.89898602	658.358864	81.6218038
8.6645E-06	172.776277	29.892746	2.82986256	691.94625	85.6956002
1.1505E-05	181.358889	30.3112509	4.09585466	724.392937	90.0681496
1.4914E-05	189.42815	31.4113124	6.25548825	763.174357	92.6650009
2.3437E-05	203.949453	32.1511005	8.78747245	795.599469	98.7574522
3.1959E-05	214.230597	33.9448097	13.7025006	839.805957	101.235278
4.9004E-05	228.755313	33.8221556	14.2982616	844.152586	100.919091
6.6049E-05	239.080601	35.2176527	20.2558715	880.480689	106.592785
0.00010014	253.585666	34.3129273	29.7880473	922.319666	110.451536
0.00012059	260.046548	34.5908741	42.894789	963.501191	115.141451
0.00018423	274.528659	32.5612286	61.9591407	1006.69306	119.874468
0.0002615	285.970344	31.7793103	90.5556681	1053.08782	124.223759
0.00040695	299.195707	27.1744387	128.684371	1097.76348	130.533719
0.00057967	308.34528	24.0265196	131.067415	1100.14287	130.468516
0.00088875	317.241085	18.2760923	200.17569	1156.37751	134.0483
0.00130691	323.157184	14.1034642	281.199184	1203.3913	142.37851
0.00159781	325.568218	11.9293498	438.480085	1267.48343	146.202773
0.00217961	328.714201	10.2243215	629.123602	1321.86117	154.616469
0.00334321	332.791342	10.9008675	953.217579	1387.1082	161.712116
0.00465225	336.530812	13.3849711	1410.76202	1451.39045	169.487137
0.00697944	342.656607	18.0513801	1677.66294	1480.67328	168.674781
0.00988843	349.783585	23.6701762	2363.9796	1540.25841	175.640971
0.01454281	360.139582	30.5511347	3660.35551	1619.4673	184.088276
0.01657911	364.306918	32.9201145	5338.01845	1690.86765	193.635408

**Anexo E.** Datos reportados de presión y derivada de presión para el ejemplo 4.

**Tabla 12** Datos de la prueba de presión para el ejemplo 4

t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$	t, hr	$\Delta P$	$t^* \Delta P'$
2.0328E-07	790.873247	72.0345552	0.10324223	1919.87632	122.157217
4.0657E-07	883.532442	91.3811778	0.1532011	1972.07414	135.946656
6.0985E-07	977.527257	96.6534694	0.21315174	2019.62227	146.282451
8.1314E-07	1008.02396	99.8884312	0.31973066	2080.64233	150.531713
2.0328E-06	1116.51822	134.816166	0.4529543	2134.12286	154.585889
3.2525E-06	1176.78149	130.994047	0.66611214	2193.83364	154.910689
4.4722E-06	1218.70232	134.696825	0.95920417	2250.6136	158.580599
5.6919E-06	1250.85188	133.445317	1.38551984	2308.1849	157.910324
7.7248E-06	1291.89071	132.495946	1.57203295	2328.03201	156.049015
1.0164E-05	1328.93464	133.600042	2.39801956	2394.67258	155.319786
1.5043E-05	1381.82288	133.882812	3.30394037	2445.53557	160.864897
2.3174E-05	1439.55942	131.748018	5.00920306	2511.95459	158.737737
3.4558E-05	1491.76648	127.985567	7.03420251	2566.44773	163.787174
4.9195E-05	1536.29919	123.621902	10.4447279	2630.24671	161.355356
7.1962E-05	1581.72562	113.669785	12.1499906	2654.75304	162.037251
9.7983E-05	1615.91121	107.069112	18.7578835	2725.43376	160.246025
0.00014352	1653.77018	90.3949425	26.4315656	2781.57109	166.11767
0.00017279	1670.03826	82.8073336	40.9262985	2853.5542	163.970091
0.00026061	1700.17118	61.3672326	59.6841881	2916.04763	166.823683
0.00036469	1718.25597	47.4334832	88.6736539	2981.99821	167.689854
0.00055334	1732.67595	27.0645441	133.010484	3049.94433	167.345211
0.0007615	1738.7768	17.4705476	184.168365	3104.77265	170.225725
0.00116481	1742.7669	8.06639827	272.842025	3171.34649	168.564702
0.00121685	1743.02633	7.35132286	381.978837	3228.6465	172.093021
0.00176328	1744.84643	5.81008502	572.968258	3298.07541	170.139689
0.00264797	1747.01181	6.81109314	791.241883	3353.64301	175.678662
0.00394898	1750.13421	9.85369862	1200.50493	3425.80748	175.146532
0.00571835	1754.37816	14.1020913	1364.21015	3448.0247	172.637537
0.0087367	1761.49586	21.0128074	1964.46262	3511.63017	172.406576
0.01227546	1769.61985	28.5494074	2837.55711	3576.12125	176.156706
0.01498156	1775.67727	33.9239691	4147.19886	3643.04412	176.339672
0.02205907	1790.92075	47.003819	5893.38786	3705.3486	178.662031
0.03329981	1813.48756	64.2545429	8730.94498	3775.4213	179.452291
0.04745483	1839.34677	82.455048	12223.323	3835.73269	181.015618
0.07326691	1880.31036	104.380928	16152.2482	3885.91863	180.424721

**ANEXO F. Obtención de las ecuaciones para calcular el coeficiente adimensional de almacenamiento**

Para obtener cada una de las ecuaciones que nos permiten calcular el coeficiente adimensional de almacenamiento,  $\omega$ , se siguió el procedimiento descrito a continuación el cual involucra la correlación de variables y la utilización de software especializado en dicha tarea. Para obtener cada una de las ecuaciones se desarrollo el método, el cual es descrito y mostrado con sus resultados para cada una de las expresiones halladas.

**Procedimiento:**

**Paso 1:** Se identificaron los puntos característicos a relacionar.

**Paso 2:** Se leyeron los valores de los puntos característicos a trabajar en las simulaciones realizadas en el software diseñado.

**Paso 3:** Se acomodaron los datos de forma tal de que se pudieran trabajar en el *TableCurve 3D*.

**Paso 4:** Se ingresaron los datos al *TableCurve 3D* y se corrió el programa.

**Paso 5:** Se observaron los resultados y se escogieron las ecuaciones que se ajustaban con mayor precisión.

**Para la primera ecuación:**

$$\omega^{-1} = \frac{3180.6369 + 551.0582 \left( Ln \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^2 - \frac{2053.5888}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^{0.5}} + \frac{75.337547}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)} - \frac{1.4787073}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^{1.5}} - \frac{910.05377}{n^{0.5}} + \frac{988.80592}{n} - \frac{459.61296}{n^{1.5}} + \frac{73.93695}{n^2}}{\left( \frac{t_{min}}{t_{b2}} \right)^{1.5}} - \frac{910.05377}{n^{0.5}} + \frac{988.80592}{n} - \frac{459.61296}{n^{1.5}} + \frac{73.93695}{n^2}}$$

Para obtener esta expresión se obtuvo la siguiente tabla de datos, extraídos de pruebas simuladas en el software especializado:

**Tabla 13** Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente adimensional de almacenamiento

<b>tb2</b>	<b>tmin</b>	<b>n</b>	<b>Omega Real</b>
3407843	237539	0.6	0.1
3735523	241635	0.4	0.1
3801059	233443	0.8	0.1



3932131	229347	1	0.1
4718563	241635	0.2	0.1
4194275	159715	0.6	0.05
4063203	151523	1	0.05
4587491	163811	0.4	0.05
5111779	163811	0.2	0.05
5111779	155619	0.8	0.05
4194275	106467	1	0.03
4456419	112611	0.6	0.03
5636067	116707	0.2	0.03
5898211	110563	0.8	0.03
6291427	116707	0.4	0.03
4325347	47075	1	0.01
5111779	50147	0.6	0.01
5767139	52195	0.2	0.01
5898211	49123	0.8	0.01
6553571	52195	0.4	0.01
4325347	26595	1	0.005
6029283	30691	0.2	0.005
5767139	29155	0.6	0.005
5898211	28131	0.8	0.005
6684643	30179	0.4	0.005

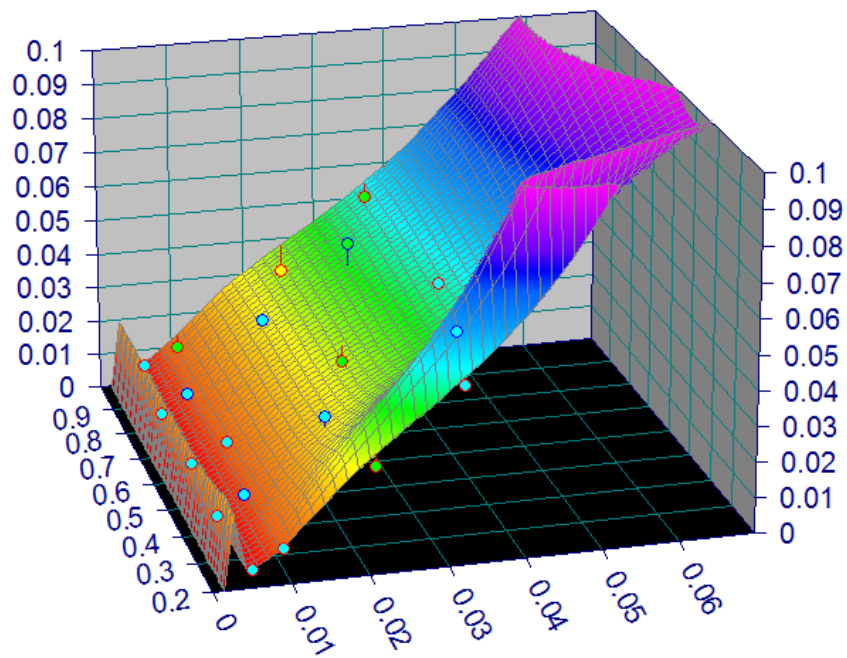
Debido a que el software *Table Curve 3D*, solo nos permite hallar ecuaciones que nos relacionen el valor de la variable independiente con dos variables dependientes, el  $t_{min}$  y el  $t_{b2}$ , se unieron en una sola expresión para ingresar los datos al programa; donde finalmente se ingresaron los siguientes datos:

**Tabla 14** Datos manejados por el *TableCurve 3D* para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente adimensional de almacenamiento

X Value	Y Value	Z Value	Z Predict
0.0697036	0.6	0.1	0.0994586
0.0646857	0.4	0.1	0.1005098
0.0614153	0.8	0.1	0.1019989
0.0583264	1	0.1	0.0984153
0.0512094	0.2	0.1	0.0992201
0.0380793	0.6	0.05	0.0505247
0.0372915	1	0.05	0.0544511
0.0357082	0.4	0.05	0.0492004
0.0320458	0.2	0.05	0.0520321

0.0304432	0.8	0.05	0.0438383
0.0253839	1	0.03	0.0378244
0.0252694	0.6	0.03	0.0352261
0.0207072	0.2	0.03	0.0336148
0.0187452	0.8	0.03	0.0279791
0.0185502	0.4	0.03	0.0271066
0.0108835	1	0.01	0.0137576
0.0098101	0.6	0.01	0.0115303
0.0090504	0.2	0.01	0.0107012
0.0083285	0.8	0.01	0.0092421
0.0079644	0.4	0.01	0.0086251
0.0061486	1	0.005	0.0063071
0.0050903	0.2	0.005	0.0054115
0.0050554	0.6	0.005	0.0052728
0.0047694	0.8	0.005	0.0051518
0.0045147	0.4	0.005	0.0050379

En la tabla 4, los valores de X corresponden a la relación  $t_{min}/t_{b2}$ , en Y tenemos los valores de  $n$ , y Z es el valor real de  $\omega$ . De igual manera en la cuarta columna de dicha tabla se observan los valores de  $\omega$  calculados por medio de la ecuación dada anteriormente y cuyo comportamiento se observa en la siguiente grafica:



**Figura 15** Comportamiento de la ecuación en el software *TableCurve 3D*.

Para la segunda ecuación:

$$\omega = 0.019884508 - \frac{1.153351}{\frac{t_{US,i}}{t_{\min}}} + \frac{43.428536}{\left(\frac{t_{US,i}}{t_{\min}}\right)^2} - \frac{555.85387}{\left(\frac{t_{US,i}}{t_{\min}}\right)^3} + \frac{3232.6805}{\left(\frac{t_{US,i}}{t_{\min}}\right)^4} - \frac{6716.9801}{\left(\frac{t_{US,i}}{t_{\min}}\right)^5} - \frac{0.0093613189}{n} + \frac{0.0042870178}{n^2} + \frac{0.00027356586}{n^3} - \frac{0.0005221335}{n^4} + \frac{0.000072466135}{n^5}$$

Para obtener esta expresión se obtuvo la siguiente tabla de datos, extraídos de pruebas simuladas en el software especializado:

**Tabla 15** Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente adimensional de almacenamiento

tUS,i	tmin	n	Omega Real
1.18E+06	26595	1	0.005
1.21E+06	28131	0.8	0.005
1.24E+06	29155	0.6	0.005
1.27E+06	30179	0.4	0.005
1.28E+06	30691	0.2	0.005
1.18E+06	47075	1	0.01
1.24E+06	50147	0.6	0.01
1.21E+06	49123	0.8	0.01
1.28E+06	52195	0.2	0.01
1.27E+06	52195	0.4	0.01
1.18E+06	106467	1	0.03
1.28E+06	116707	0.2	0.03
1.24E+06	112611	0.6	0.03
1.27E+06	116707	0.4	0.03
1.21E+06	110563	0.8	0.03
1.28E+06	163811	0.2	0.05
1.18E+06	151523	1	0.05
1.21E+06	155619	0.8	0.05
1.24E+06	159715	0.6	0.05
1.27E+06	163811	0.4	0.05
1.28E+06	241635	0.2	0.1

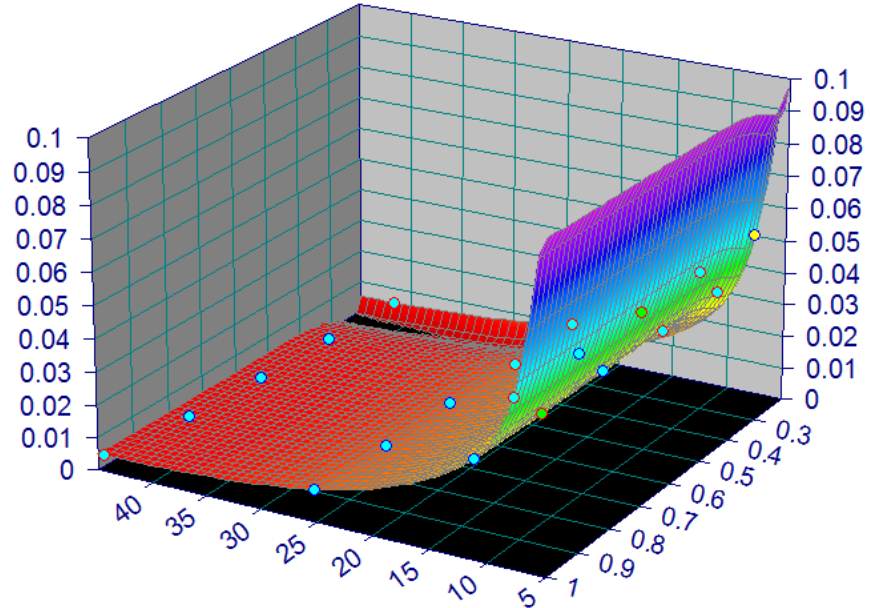
1.27E+06	241635	0.4	0.1
1.24E+06	237539	0.6	0.1
1.21E+06	233443	0.8	0.1
1.18E+06	229347	1	0.1

Debido a que el software *Table Curve 3D*, solo nos permite hallar ecuaciones que nos relacionen el valor de la variable independiente con dos variables dependientes, el  $t_{US,i}$  y el  $t_{min}$ , se unieron en una sola expresión para ingresar los datos al programa; donde finalmente se ingresaron los siguientes datos:

**Tabla 16** Datos manejados por el *TableCurve 3D* para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente adimensional de almacenamiento

X Value	Y Value	Z Value	Z Predict
44.4	1	0.005	0.0051262
43	0.8	0.005	0.0049302
42.5	0.6	0.005	0.0049569
42.1	0.4	0.005	0.0048418
41.7	0.2	0.005	0.0051394
25.1	1	0.01	0.0099328
24.7	0.6	0.01	0.0099071
24.6	0.8	0.01	0.0099792
24.5	0.2	0.01	0.010162
24.3	0.4	0.01	0.0100298
11.1	1	0.03	0.0298509
11	0.2	0.03	0.0300052
11	0.6	0.03	0.0298821
10.9	0.4	0.03	0.0300585
10.9	0.8	0.03	0.0302088
7.81	0.2	0.05	0.0496714
7.79	1	0.05	0.0500752
7.78	0.8	0.05	0.0499249
7.76	0.6	0.05	0.0501684
7.75	0.4	0.05	0.0501508
5.3	0.2	0.1	0.100022
5.26	0.4	0.1	0.0999191
5.22	0.6	0.1	0.1000855
5.18	0.8	0.1	0.0999568
5.15	1	0.1	0.100015

En la tabla 6, los valores de X corresponden a la relación  $t_{US,i}/t_{min}$ , en Y tenemos los valores de  $n$ , y Z es el valor real de  $\omega$ . De igual manera en la cuarta columna de dicha tabla se observan los valores de  $\omega$  calculados por medio de la ecuación dada anteriormente y cuyo comportamiento se observa en la siguiente grafica:



**Figura 16** Comportamiento de la ecuación en el software *TableCurve 3D*.

• **Para la ecuación:**

$$\omega = \frac{-0.098427346 + 0.00046337048 \left(\frac{t_{US,i}}{t_{min}}\right) + 0.000025063353 \left(\frac{t_{US,i}}{t_{min}}\right)^2 - 0.00000050316996 \left(\frac{t_{US,i}}{t_{min}}\right)^3 + 0.0036057682n - 0.0073959605n^2}{1 - 0.36468068 \left(\frac{t_{US,i}}{t_{min}}\right) - 0.064934748n - 0.047596083n^2}$$

Para obtener esta expresión se obtuvo la siguiente tabla de datos, extraídos de pruebas simuladas en el software especializado:

**Tabla 17** Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente adimensional de almacenamiento

tUS,i	tmin	n	Omega Real
1.18E+06	26595	1	0.005
1.21E+06	28131	0.8	0.005
1.24E+06	29155	0.6	0.005
1.27E+06	30179	0.4	0.005
1.28E+06	30691	0.2	0.005
1.18E+06	47075	1	0.01

1.24E+06	50147	0.6	0.01
1.21E+06	49123	0.8	0.01
1.28E+06	52195	0.2	0.01
1.27E+06	52195	0.4	0.01
1.18E+06	106467	1	0.03
1.28E+06	116707	0.2	0.03
1.24E+06	112611	0.6	0.03
1.27E+06	116707	0.4	0.03
1.21E+06	110563	0.8	0.03
1.28E+06	163811	0.2	0.05
1.18E+06	151523	1	0.05
1.21E+06	155619	0.8	0.05
1.24E+06	159715	0.6	0.05
1.27E+06	163811	0.4	0.05
1.28E+06	241635	0.2	0.1
1.27E+06	241635	0.4	0.1
1.24E+06	237539	0.6	0.1
1.21E+06	233443	0.8	0.1
1.18E+06	229347	1	0.1

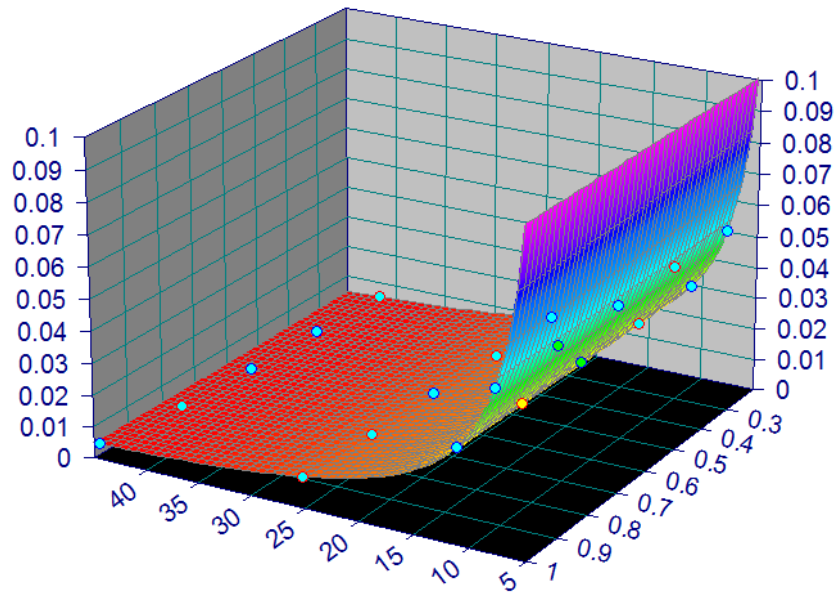
Debido a que el software *Table Curve 3D*, solo nos permite hallar ecuaciones que nos relacionen el valor de la variable independiente con dos variables dependientes, el  $t_{US,i}$  y el  $t_{min}$ , se unieron en una sola expresión para ingresar los datos al programa; donde finalmente se ingresaron los siguientes datos:

**Tabla 18** Datos manejados por el *TableCurve 3D* para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente adimensional de almacenamiento

X Value	Y Value	Z Value	Z Predict
44.4	1	0.005	0.004984
43	0.8	0.005	0.0050133
42.5	0.6	0.005	0.0049872
42.1	0.4	0.005	0.0049896
41.7	0.2	0.005	0.0050332
25.1	1	0.01	0.0100113
24.7	0.6	0.01	0.0098928
24.6	0.8	0.01	0.0100826
24.5	0.2	0.01	0.0099383
24.3	0.4	0.01	0.0100476
11.1	1	0.03	0.0299556
11	0.2	0.03	0.0299176

11	0.6	0.03	0.0298171
10.9	0.4	0.03	0.0301772
10.9	0.8	0.03	0.0303848
7.81	0.2	0.05	0.0499687
7.79	1	0.05	0.0498235
7.78	0.8	0.05	0.0496925
7.76	0.6	0.05	0.0498705
7.75	0.4	0.05	0.0501682
5.3	0.2	0.1	0.1001553
5.26	0.4	0.1	0.0999263
5.22	0.6	0.1	0.0999202
5.18	0.8	0.1	0.1001315
5.15	1	0.1	0.1001732

En la tabla 8, los valores de X corresponden a la relación  $t_{US,i}/t_{min}$ , en Y tenemos los valores de  $n$ , y Z es el valor real de  $\omega$ . De igual manera en la cuarta columna de dicha tabla se observan los valores de  $\omega$  calculados por medio de la ecuación dada anteriormente y cuyo comportamiento se observa en la siguiente grafica:



**Figura 17** Comportamiento de la ecuación en el software *TableCurve 3D*.

## ANEXO G. Obtención de las ecuaciones para calcular el coeficiente de flujo interporoso

Para obtener cada una de las ecuaciones que nos permiten calcular el coeficiente de flujo interporoso,  $\lambda$ , se siguió el procedimiento descrito a continuación el cual involucra la correlación de variables y la utilización de software especializado en dicha tarea. Para obtener cada una de las ecuaciones se desarrollo el método, el cual es descrito y mostrado con sus resultados para cada una de las expresiones halladas.

### Procedimiento:

**Paso 1:** Se identificaron los puntos característicos a relacionar.

**Paso 2:** Se leyeron los valores de los puntos característicos a trabajar en las simulaciones realizadas en el software diseñado.

**Paso 3:** Se acomodaron los datos de forma tal de que se pudieran trabajar en el *TableCurve 3D*.

**Paso 4:** Se ingresaron los datos al *TableCurve 3D* y se corrió el programa.

**Paso 5:** Se observaron los resultados y se escogieron las ecuaciones que se ajustaban con mayor precisión.

### Para las ecuaciones:

$$\lambda = \frac{\left( 6.9690127 \times 10^{-7} + 3.4893658 \times 10^{-8} n - 3.2315082 \times 10^{-8} n^2 - 5.9013807 \left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right) + 21571690 \left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)^2 + 3.6102987 \times 10^{12} \left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)^3 \right)}{\left( 1 + 0.0099353372 n - 3740035.1 \left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right) + 6.7143604 \times 10^{12} \left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)^2 \right)}$$

y

$$\begin{aligned} \ln \lambda = & -2.1223034 - 0.09473309 n + 0.077489686 n^{0.5} \ln(n) - \frac{0.010651118}{n^{0.5}} - \frac{0.043958503}{\left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)^{0.5}} \\ & + \frac{1.5653137 \times 10^{-5} \ln \left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)}{\left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)} + \frac{0.00024143014}{\left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)} + \frac{8.7148736 \times 10^{-9}}{\left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)^{1.5}} - \frac{4.0331364 \times 10^{-13}}{\left( \frac{\omega}{t_{D\min}} \right)^2} \end{aligned}$$



Para obtener estas expresiones se obtuvo la siguiente tabla de datos, extraídos de pruebas simuladas en el software especializado:

**Tabla 19** Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo el coeficiente de flujo interporoso

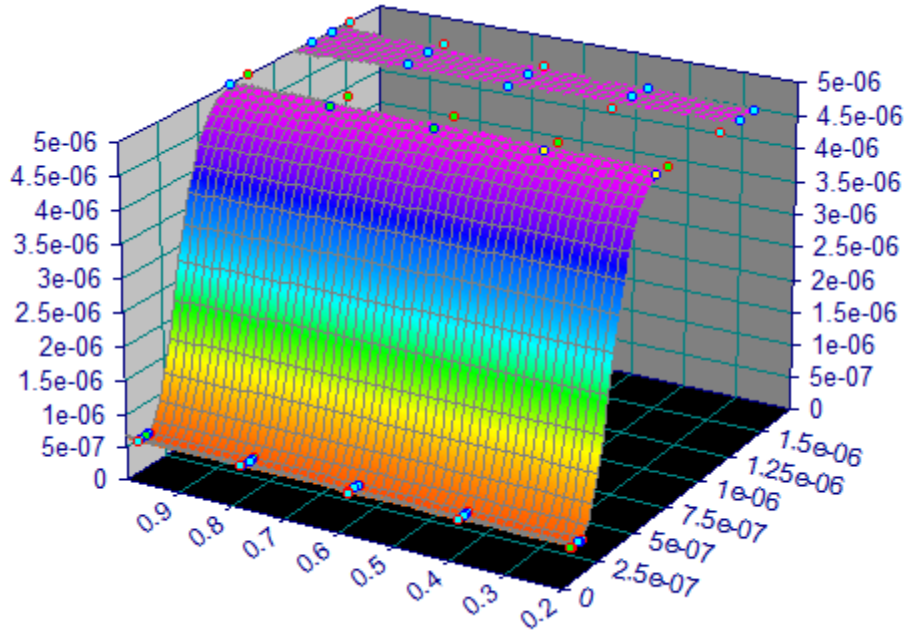
w	t <sub>Dmin</sub>	n	lambda real	w	t <sub>Dmin</sub>	n	lambda real
0.02	15843	1	5.00E-06	0.02	172003	0.6	5.00E-07
0.03	21475	1	5.00E-06	0.03	225251	0.6	5.00E-07
0.04	26083	1	5.00E-06	0.04	278499	0.6	5.00E-07
0.001	1411	1	5.00E-06	0.001	14075	0.6	5.00E-07
0.003	3619	1	5.00E-06	0.003	38883	0.6	5.00E-07
0.02	159715	1	5.00E-07	0.02	17379	0.4	5.00E-06
0.03	212963	1	5.00E-07	0.03	23011	0.4	5.00E-06
0.04	262115	1	5.00E-07	0.04	28131	0.4	5.00E-06
0.001	14051	1	5.00E-07	0.001	1539	0.4	5.00E-06
0.003	35811	1	5.00E-07	0.003	3939	0.4	5.00E-06
0.02	16355	0.8	5.00E-06	0.02	172003	0.4	5.00E-07
0.03	21987	0.8	5.00E-06	0.03	233443	0.4	5.00E-07
0.04	27107	0.8	5.00E-06	0.04	278499	0.4	5.00E-07
0.001	1475	0.8	5.00E-06	0.001	15331	0.4	5.00E-07
0.003	3747	0.8	5.00E-06	0.003	39907	0.4	5.00E-07
0.02	163811	0.8	5.00E-07	0.02	17891	0.2	5.00E-06
0.03	221155	0.8	5.00E-07	0.03	23523	0.2	5.00E-06
0.04	270307	0.8	5.00E-07	0.04	28643	0.2	5.00E-06
0.001	14563	0.8	5.00E-07	0.001	1571	0.2	5.00E-06
0.003	37859	0.8	5.00E-07	0.003	4067	0.2	5.00E-06
0.02	16867	0.6	5.00E-06	0.02	176099	0.2	5.00E-07
0.03	22499	0.6	5.00E-06	0.03	237539	0.2	5.00E-07
0.04	27619	0.6	5.00E-06	0.04	286691	0.2	5.00E-07
0.001	1507	0.6	5.00E-06	0.001	15843	0.2	5.00E-07
0.003	3747	0.6	5.00E-06	0.003	39907	0.2	5.00E-07

Debido a que el software *Table Curve 3D*, solo nos permite hallar ecuaciones que nos relacionen el valor de la variable independiente con dos variables dependientes, el coeficiente adimensional de almacenamiento y el  $t_{Dmin}$ , se unieron en una sola expresión para ingresar los datos al programa; donde finalmente se ingresaron los siguientes datos:

**Tabla 20** Datos manejados por el *TableCurve 3D* para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso

X Value	Y Value	Z Value	X Value	Y Value	Z Value
1.2624E-06	1	5.00E-06	1.1628E-07	0.6	5.00E-07
1.397E-06	1	5.00E-06	1.3318E-07	0.6	5.00E-07
1.5336E-06	1	5.00E-06	1.4363E-07	0.6	5.00E-07
7.0872E-07	1	5.00E-06	7.1048E-08	0.6	5.00E-07
8.2896E-07	1	5.00E-06	7.7155E-08	0.6	5.00E-07
1.2522E-07	1	5.00E-07	1.1508E-06	0.4	5.00E-06
1.4087E-07	1	5.00E-07	1.3037E-06	0.4	5.00E-06
1.526E-07	1	5.00E-07	1.4219E-06	0.4	5.00E-06
7.1169E-08	1	5.00E-07	6.4977E-07	0.4	5.00E-06
8.3773E-08	1	5.00E-07	7.6161E-07	0.4	5.00E-06
1.2229E-06	0.8	5.00E-06	1.1628E-07	0.4	5.00E-07
1.3644E-06	0.8	5.00E-06	1.2851E-07	0.4	5.00E-07
1.4756E-06	0.8	5.00E-06	1.4363E-07	0.4	5.00E-07
6.7797E-07	0.8	5.00E-06	6.5227E-08	0.4	5.00E-07
8.0064E-07	0.8	5.00E-06	7.5175E-08	0.4	5.00E-07
1.2209E-07	0.8	5.00E-07	1.1179E-06	0.2	5.00E-06
1.3565E-07	0.8	5.00E-07	1.2753E-06	0.2	5.00E-06
1.4798E-07	0.8	5.00E-07	1.3965E-06	0.2	5.00E-06
6.8667E-08	0.8	5.00E-07	6.3654E-07	0.2	5.00E-06
7.9241E-08	0.8	5.00E-07	7.3764E-07	0.2	5.00E-06
1.1857E-06	0.6	5.00E-06	1.1357E-07	0.2	5.00E-07
1.3334E-06	0.6	5.00E-06	1.263E-07	0.2	5.00E-07
1.4483E-06	0.6	5.00E-06	1.3952E-07	0.2	5.00E-07
6.6357E-07	0.6	5.00E-06	6.3119E-08	0.2	5.00E-07
8.0064E-07	0.6	5.00E-06	7.5175E-08	0.2	5.00E-07

En la tabla 4, los valores de X corresponden a la relación  $\omega/t_{min}$ , en Y tenemos los valores de  $n$ , y Z es el valor real de  $\lambda$ . El comportamiento se observa en la siguiente grafica:



**Figura 18** Comportamiento de la ecuación en el software *TableCurve 3D*.

**Para la segunda ecuación:**

$$\lambda = -0.00082917155 - 0.0014247498n - 0.00028717451 \operatorname{Ln}\left(\frac{(P_D * t_D)'_{\min}}{t_{D\min}}\right) -$$

$$0.00077173053n^2 - 3.2538271 \times 10^{-5} \left(\operatorname{Ln}\left(\frac{(P_D * t_D)'_{\min}}{t_{D\min}}\right)\right)^2 - 0.0003203949n \operatorname{Ln}\left(\frac{(P_D * t_D)'_{\min}}{t_{D\min}}\right) -$$

$$0.0001423889n^3 - 1.212213 \times 10^{-6} \left(\operatorname{Ln}\left(\frac{(P_D * t_D)'_{\min}}{t_{D\min}}\right)\right)^3 - 1.7831692 \times 10^{-5} n \left(\operatorname{Ln}\left(\frac{(P_D * t_D)'_{\min}}{t_{D\min}}\right)\right)^2$$

$$- 8.6457217 \times 10^{-5} n^2 \left(\operatorname{Ln}\left(\frac{(P_D * t_D)'_{\min}}{t_{D\min}}\right)\right)$$

Para obtener esta expresión se obtuvo la siguiente tabla de datos, extraídos de pruebas simuladas en el software especializado:

**Tabla 21** Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso

$(P_D * t_D)'_{\min}$	$t_{D\min}$	n	lambda real	$(P_D * t_D)'_{\min}$	$t_{D\min}$	n	lambda real
4.82E-02	15843	1	5.00E-06	5.30E-01	172003	0.6	5.00E-07
6.57E-02	21475	1	5.00E-06	7.23E-01	225251	0.6	5.00E-07
8.12E-02	26083	1	5.00E-06	8.93E-01	278499	0.6	5.00E-07
3.39E-03	1411	1	5.00E-06	3.63E-02	14075	0.6	5.00E-07

9.79E-03	3619	1	5.00E-06	1.07E-01	38883	0.6	5.00E-07
4.82E-02	159715	1	5.00E-07	7.99E-01	17379	0.4	5.00E-06
6.57E-02	212963	1	5.00E-07	1.09E+00	23011	0.4	5.00E-06
8.12E-02	262115	1	5.00E-07	1.35E+00	28131	0.4	5.00E-06
3.39E-03	14051	1	5.00E-07	5.42E-02	1539	0.4	5.00E-06
9.79E-03	35811	1	5.00E-07	1.60E-01	3939	0.4	5.00E-06
1.43E-01	16355	0.8	5.00E-06	1.36E+00	172003	0.4	5.00E-07
1.95E-01	21987	0.8	5.00E-06	1.85E+00	233443	0.4	5.00E-07
2.41E-01	27107	0.8	5.00E-06	2.29E+00	278499	0.4	5.00E-07
9.91E-03	1475	0.8	5.00E-06	9.22E-02	15331	0.4	5.00E-07
2.89E-02	3747	0.8	5.00E-06	2.73E-01	39907	0.4	5.00E-07
1.76E-01	163811	0.8	5.00E-07	1.60E+00	17891	0.2	5.00E-06
2.41E-01	221155	0.8	5.00E-07	2.18E+00	23523	0.2	5.00E-06
2.98E-01	270307	0.8	5.00E-07	2.69E+00	28643	0.2	5.00E-06
1.22E-02	14563	0.8	5.00E-07	1.07E-02	1571	0.2	5.00E-06
3.57E-02	37859	0.8	5.00E-07	3.19E-01	4067	0.2	5.00E-06
3.61E-01	16867	0.6	5.00E-06	3.08E+00	176099	0.2	5.00E-07
4.92E-01	22499	0.6	5.00E-06	4.20E+00	237539	0.2	5.00E-07
6.08E-01	27619	0.6	5.00E-06	5.19E+00	286691	0.2	5.00E-07
2.47E-02	1507	0.6	5.00E-06	2.07E-01	15843	0.2	5.00E-07
7.27E-02	3747	0.6	5.00E-06	6.55E-01	39907	0.2	5.00E-07

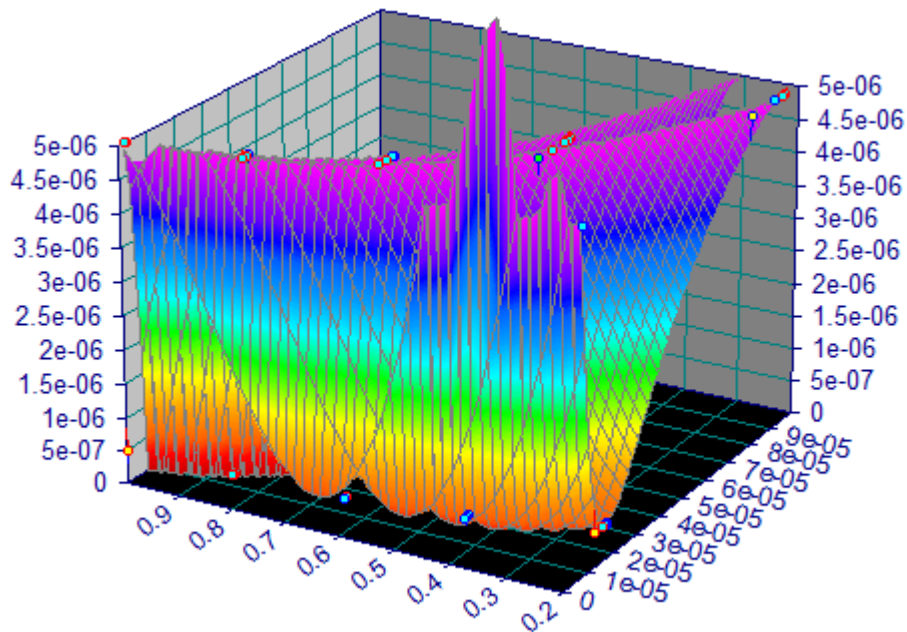
Debido a que el software *Table Curve 3D*, solo nos permite hallar ecuaciones que nos relacionen el valor de la variable independiente con dos variables dependientes, la  $(P_D * t_D)'_{min}$  y el  $t_{Dmin}$ , se unieron en una sola expresión para ingresar los datos al programa; donde finalmente se ingresaron los siguientes datos:

**Tabla 22** Datos manejados por el *TableCurve 3D* para hallar la ecuación para el cálculo del parámetro de flujo interporoso

X Value	Y Value	Z Value	X Value	Y Value	Z Value
3.04E-06	1	5.00E-06	3.08E-06	0.6	5.00E-07
3.06E-06	1	5.00E-06	3.21E-06	0.6	5.00E-07
3.11E-06	1	5.00E-06	3.21E-06	0.6	5.00E-07
2.40E-06	1	5.00E-06	2.58E-06	0.6	5.00E-07
2.70E-06	1	5.00E-06	2.74E-06	0.6	5.00E-07
3.02E-07	1	5.00E-07	4.60E-05	0.4	5.00E-06
3.08E-07	1	5.00E-07	4.74E-05	0.4	5.00E-06
3.10E-07	1	5.00E-07	4.79E-05	0.4	5.00E-06
2.41E-07	1	5.00E-07	3.52E-05	0.4	5.00E-06

2.73E-07	1	5.00E-07	4.06E-05	0.4	5.00E-06
8.76E-06	0.8	5.00E-06	7.91E-06	0.4	5.00E-07
8.88E-06	0.8	5.00E-06	7.94E-06	0.4	5.00E-07
8.90E-06	0.8	5.00E-06	8.23E-06	0.4	5.00E-07
6.72E-06	0.8	5.00E-06	6.02E-06	0.4	5.00E-07
7.72E-06	0.8	5.00E-06	6.83E-06	0.4	5.00E-07
1.07E-06	0.8	5.00E-07	8.92E-05	0.2	5.00E-06
1.09E-06	0.8	5.00E-07	9.25E-05	0.2	5.00E-06
1.10E-06	0.8	5.00E-07	9.39E-05	0.2	5.00E-06
8.39E-07	0.8	5.00E-07	6.84E-06	0.2	5.00E-06
9.42E-07	0.8	5.00E-07	7.84E-05	0.2	5.00E-06
2.14E-05	0.6	5.00E-06	1.75E-05	0.2	5.00E-07
2.19E-05	0.6	5.00E-06	1.77E-05	0.2	5.00E-07
2.20E-05	0.6	5.00E-06	1.81E-05	0.2	5.00E-07
1.64E-05	0.6	5.00E-06	1.31E-05	0.2	5.00E-07
1.94E-05	0.6	5.00E-06	1.64E-05	0.2	5.00E-07

En la tabla 6, los valores de X corresponden a la relación entre  $(P_D * t_D)'_{min} / t_{Dmin}$  Y tenemos los valores de n, y Z es el valor real de  $\lambda$ . El comportamiento se observa en la siguiente grafica:



**Figura 19** Comportamiento de la ecuación en el software *TableCurve 3D*.

## ANEXO H. Obtención de la gráfica y la ecuación para calcular el índice de comportamiento de flujo

Para obtener la gráfica y la ecuación que nos permite calcular el índice de comportamiento de flujo,  $n$ , se siguió el procedimiento descrito a continuación el cual involucra la relación de los datos digitalizados de la Figura 3. y la utilización de software especializado en dicha tarea.

### Procedimiento para la obtención de la gráfica:

**Paso 1:** Se digitalizaron los puntos de la Figura 3. Relación entre las pendientes de la línea de acción infinita de flujo radial y diferentes índices de comportamiento de flujo,  $n$ , con el programa Digitize it 2010.

**Paso 2:** Se llevaron los datos a Excel y se graficaron de nuevo. Obteniéndose de manera sencilla y gráfica la Figura 8, que nos relaciona las mismas variables y nos permite hallar el índice de comportamiento de flujo,  $n$ .

### Procedimiento para la obtención de la ecuación:

Para la ecuación:

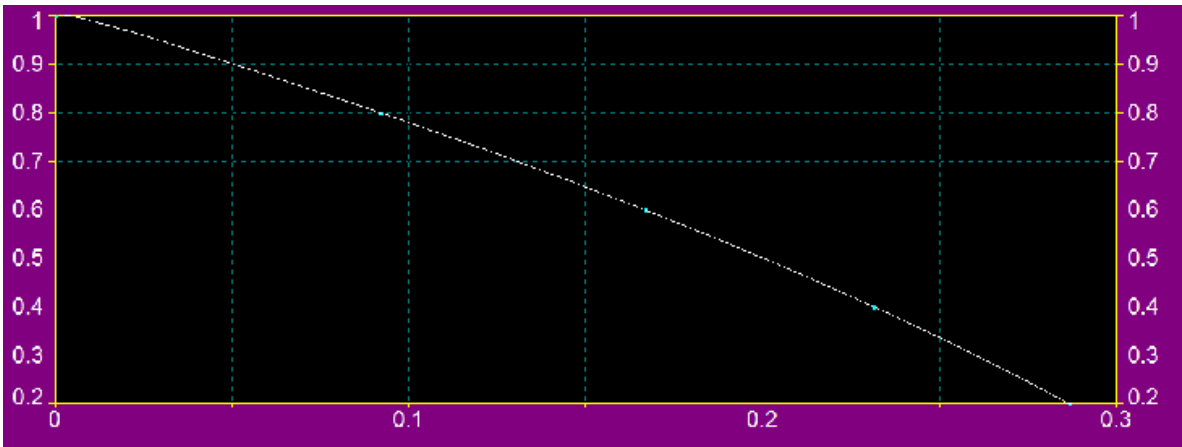
$$n = -1.8783425 - 7.8618321m^3 + 0.19406557m^{0.5} + 2.8783425e^{-m}$$

Para obtener esta expresión se obtuvo la siguiente tabla de datos, extraídos de la digitalización de la Figura 3, en el Digitize it 2010:

**Tabla 23** Datos tomados para hallar la ecuación para el cálculo del índice de comportamiento de flujo

$m$	$n$
0	1
0.0919	0.8
0.167	0.6
0.2318	0.4
0.287	0.2

Luego de ingresar los valores anteriores en el TableCurve 2D, y correr el programa, se observó el comportamiento de la ecuación en la siguiente gráfica por lo cual se escogió esta ecuación:



**Figura 20** Comportamiento de la ecuación en el software *TableCurve 2D*.