

**DETERMINACIÓN DEL ÁREA DE DRENAJE EN YACIMIENTOS SATURADOS
CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS, PSEUDOPLASTICOS Y DILATANTES,
POR MEDIO DE PRUEBAS DE PRESIÓN**

LAURA JIMENA VEGA OLIVEROS

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
NEIVA
2012**

**DETERMINACIÓN DEL ÁREA DE DRENAJE EN YACIMIENTOS SATURADOS
CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS, PSEUDOPLASTICOS Y DILATANTES,
POR MEDIO DE PRUEBAS DE PRESIÓN**

LAURA JIMENA VEGA OLIVEROS

Tesis de grado presentado como requisito
para obtener el título de Ingeniera de Petróleos.

Director

FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO, Ph.D.

Ingeniero de Petróleos

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS**

NEIVA

2011

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

DEDICATORIA

*Este trabajo de grado se lo dedico, en primer lugar, a Dios Omnipotente.
A Él, quien me dio la vida y las herramientas para ser la persona que soy hoy.
Quien durante mi carrera y en todo instante ha estado presente
Y me ha dado la fuerza para luchar por mis sueños con constancia y dedicación.*

*Se lo dedico también a mi hermosa familia.
Quienes son el reflejo del amor de Dios.
Mis hermanos: Caro, Didier y Sofi, que me aconsejan y me llenan de alegría
Y mis padres: Guillermo y Lulú, en quienes siempre he encontrado frases de aliento y amor.*

*Este trabajo de grado también se lo dedico a mis profesores,
Muy especialmente a Freddy Escobar,
Profe, Dios lo bendiga a usted y a su familia y los llene de satisfacciones.
Gracias por brindarme siempre su apoyo incondicional.*

*También se lo dedico a mis queridos amigos,
Que fueron mi alegría, mi distracción y mi paño de lágrimas en la Universidad:
Pipe, Yilmar, Pily, David, Taty, Gordo, Ana, Vico,
Gracias porque me enseñaron lo que es realmente la amistad.*

*Finalmente, dedico este trabajo
Al hombre que por más de dos años, ha caminado junto a mí.
Sin vacilar, sin dudar, siempre llevándome de la mano.
Amor, este logro no hubiera sido lo mismo sin ti.*

LAURA JIMENA VEGA OLIVEROS

AGRADECIMIENTOS

La precursora y autora de este documento agradece a Dios y a:

FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO, Ph.D en Ingeniería de Petróleos, Profesor del Programa de Ingeniería de Petróleos de la Facultad de Ingeniería, Coordinador del Grupo de Investigación de Pruebas de Pozos - GIPP y director de este proyecto; por su valiosa colaboración para la realización del mismo.

LUIS FERNANDO BONILLA CAMACHO, M.Sc en Investigación Experimental en Reología de espumas de la Universidad de Oklahoma. Decano y profesor de la facultad de ingeniería, investigador del Grupo de investigación de Pruebas de Pozos y evaluador de este proyecto; por su valiosa colaboración para la realización del mismo.

JAVIER ANDRÉS MARTINEZ, egresado de la Universidad Surcolombiana, docente de la Universidad, investigador del Grupo de investigación de Pruebas de Pozos y evaluador de este proyecto; por su valiosa colaboración para la realización del mismo.

CONTENIDO

	Pág.
RESÚMEN	11
ABSTRACT	12
INTRODUCCIÓN	13
1. MARCO TEÓRICO	14
1.1 CRUDOS PESADOS	14
1.2 FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS	15
1.2.1 Clasificación de los fluidos no newtonianos	16
1.2.2 Los fluidos No Newtonianos en la industria petrolera...	19
1.3 ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN	24
1.3.1 Metodología de Tiab (<i>TDST</i>)	24
2. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA DETERMINAR EL ÁREA DE DRENAJE EN YACIMIENTOS SATURADOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS, POR MEDIO DE PRUEBAS DE PRESIÓN USANDO LA TÉCNICA DE TIAB – <i>TDST</i>	26
2.1 FRONTERAS CERRADAS	28
2.1.1 Ecuaciones para fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) y dilatantes ($n > 1$)	28
2.2 FRONTERAS ABIERTAS	31
2.2.1 Ecuación para fluidos pseudoplásticos ($n < 1$).....	32
2.2.2 Ecuación para fluidos dilatantes ($n > 1$).....	33

3. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES GENERADAS	36
3.1 EJEMPLOS PARA FRONTERA CERRADA.	36
3.1.1 Fluido Pseudoplástico	36
3.1.2 Fluido Dilatante	38
3.2 EJEMPLOS PARA FRONTERA ABIERTA.....	40
3.2.1 Fluido Pseudoplástico	40
3.2.2 Fluido Dilatante	42
4. RESULTADOS	44
5. CONCLUSIONES.....	47
6. RECOMENDACIONES.....	48
BIBLIOGRAFÍA.....	49

LISTA DE TABLAS

		Pág.
Tabla 1.	Clasificación de crudos	14
Tabla 2.	Variación de los interceptos de radial y estado estable, al variar n	32
Tabla 3.	Variación de los interceptos del flujo radial y el estado estable, al variar n para los fluidos dilatantes.	33
Tabla 4.	Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos cerrados saturados con fluidos pseudoplásticos.	44
Tabla 5.	Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos cerrados saturados con fluidos dilatantes.	44
Tabla 6.	Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos abiertos saturados con fluidos pseudoplásticos.	45
Tabla 7.	Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos abiertos saturados con fluidos dilatantes	45

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
Figura 1.	Esquema de la representación matemática de una prueba de presión ¹⁷ .	24

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Comportamiento de los fluidos Newtonianos	16
Gráfica 2. Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo, según la relación: $T=f(\gamma)$	17
Gráfica 3. Representación logarítmica de la Ley Potencial.	19
Gráfica 4. Variación de la derivada de presión en un yacimiento con frontera cerrada, para un $n=0.2$ (pseudoplástico) y un $n= 1.8$ (dilatante)	28
Gráfica 5. Variación de la derivada de presión en un yacimiento abierto, para un $n=0.2$ (pseudoplástico) y un $n = 1.8$ (dilatante)	31
Gráfica 6. Ecuación de t_{DA} a partir de la variación de t_{rsi} con n	32
Gráfica 7. Ecuación de t_{DA} a partir de la variación de t_{rsi} con n , para fluidos dilatantes.	34
Gráfica 8. Derivada de presión para un $n=0.5$ en un yacimiento con frontera externa cerrada	36
Gráfica 9. Derivada de presión para un $n=1.5$ en un yacimiento con frontera externa cerrada.	38
Gráfica 10. Derivada de presión para un yacimiento con frontera externa abierta, saturado con un fluido cuyo $n = 0.5$	40
Gráfica 11. Derivada de presión para un yacimiento con frontera externa abierta, saturado con un fluido cuyo $n = 0.5$	42

RESÚMEN

En esta investigación se logra determinar ecuaciones complementarias a la metodología de Tiab, *TDS*, con las cuales se pueda determinar el área de drenaje para yacimientos saturados con fluidos no newtonianos (pseudoplásticos y dilatantes) por medio de pruebas de presión.

Éstas ecuaciones permiten determinar el área de drenaje en yacimientos cerrados y yacimientos abiertos y parten de planteamientos previos para fluidos no newtonianos para dos regímenes de flujo específicos que se aprecian al momento de la interpretación de pruebas de presión (flujo radial y estado estable o pseudoestable, dependiendo del tipo de yacimiento).

En el caso de los yacimientos cerrados, se encontró que una misma ecuación funciona correctamente con un porcentaje de error máximo de 8.96% tanto para fluidos pseudoplásticos como dilatantes. En el caso de los yacimientos abiertos, debido a la falta de ecuaciones básicas para el estado estable en este tipo de yacimientos saturados con estos fluidos, se desarrollaron dos ecuaciones por separado; una para fluidos pseudoplásticos que muestra un porcentaje de error máximo de 2.27% y otra para los fluidos dilatantes que muestra un porcentaje de error máximo de 1.80%.

Por medio de un simulador numérico se simularon pruebas de presión para cada uno de estos tipos de yacimientos y se analizó el comportamiento de la presión y la derivada para radios de drenaje de 200, 1000, 2000 y 5000 pies cuadrados para cada índice de comportamiento de flujo n de 0.2, 0.5 y 0.9 para los fluidos pseudoplásticos y de 1.2, 1.5 y 1.9 para los fluidos dilatantes, tanto para sistemas abiertos como para sistemas cerrados. En ambos casos se desarrollaron ecuaciones para determinar el área de drenaje y se validaron exitosamente mediante pruebas sintéticas.

ABSTRACT

This research is done to determinate some complementary equations to the Tiab's Direct Synthesis Technique, *TDS*, with which it is able to determinate the drainage area to Non Newtonian fluids saturated reservoirs, (pseudoplastic and dilatant) through pressure tests.

These equations enable the determination of the drainage area in closed and opened border reservoirs, starting from previous approaches for Non Newtonian fluids in two specific flow regimes which are seen when interpreting pressure tests (radial flow and steady or pseudo-steady state, depending on the type of reservoir). In the closed border reservoir case, it was found a single equation which works rightly with a maximum error percent of 2.23% for both pseudoplastic and dilatant fluids. In the opened border reservoir case, due to the absent of basic equations for the stable state for this type of reservoirs saturated with this kind of fluids, were developed two separated equations; one for pseudoplastic fluids showing a maximum error percent of 2.27% and another for the dilatant fluids that shows an maximum error percent of 1.8%.

Through a numeric simulator, pressure tests were simulated for each one of the reservoirs described before and it was analyzed the equations behavior for drainage radii of 200, 1000, 2000 and 5000 square feet for each flow behavior index n of 0.2, 0.5 and 0.9 for pseudoplastic fluids and of 1.2, 1.5, and 1.9 for dilatant fluids, for opened border as well as closed border reservoirs. In both cases, there were developed some equations for determining the drainage area and they were validated through synthetic pressure tests.

INTRODUCCIÓN

Hasta hace pocos años, el petróleo pesado era desechado como recurso energético por los inconvenientes y costos vinculados con su producción, pero hoy, ante el paulatino agotamiento de los yacimientos de petróleo liviano, sus reservas han despertado el interés en todo el mundo.

A finales de la década del noventa se incrementó el desarrollo de las reservas de crudo pesado en el mundo. Cifras de la Agencia Internacional de Energía de Estados Unidos estiman estas reservas en 1,5 billones de barriles, que equivalen a tres veces la cantidad de reservas de petróleo y gas convencional juntas.

Aproximadamente el 90% de las reservas de crudo pesado del mundo se encuentran en el yacimiento de la Faja Petrolífera del Orinoco, y el 10% restante se aloja en las arenas bituminosas de Atabasca, Canadá, generando nuevos desafíos para la ingeniería local en los ámbitos de investigación, desarrollo de proyectos de explotación, producción de hidrocarburos, entre otros.

Debido a las grandes inversiones que deben realizarse sobre estos yacimientos, el principal objetivo de la ingeniería actual es optimizar la cantidad de volumen de crudo extraído, por lo cual es necesario, implementar nuevas técnicas tanto para la extracción y estimación de reservas, así como del estudio del comportamiento de los crudos pesados, en especial los que se asemejan a los No Newtonianos, cuyo comportamiento se trata en el presente trabajo. El poder realizar una estimación de cálculos sobre el área de drenaje de estos fluidos en un yacimiento, con un margen de error aceptable, proporciona un parámetro importante al momento de tomar decisiones en cuanto a la forma de explotar el yacimiento o al método de recobro más adecuado para implementar en él.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. CRUDOS PESADOS.

Los crudos pesados son cualquier tipo de petróleo crudo que no fluye con facilidad. Se le denomina pesado debido a que su densidad o peso específico es superior a la del petróleo crudo ligero. Su principal característica es que tiene un índice API inferior a 20°, lo que significa que su densidad relativa es superior a 0.933¹.

Según el Instituto de las Naciones Unidas para la Formación y la Investigación (UNITAR por sus siglas en inglés) un crudo extrapesado es aquel que tiene una viscosidad de más de 10.000 cp en el yacimiento y una densidad mayor a 0.975. Un crudo pesado se encontraría entonces en el rango de densidad 0.950 – 0.975².

Un grupo de estudio formado durante el WPC 11th (World Petroleum Council - 1983) acordó definir los diferentes tipos de crudos de acuerdo al comportamiento de los parámetros de °API y densidad, según la tabla 1.

Tabla 1. Clasificación de crudos².

Tipo de crudo	API	Densidad (kg/m3)
Liviano	Mayor a 31,1	870
Mediano	22,3 - 31,1	920-870
Pesado	10,0 - 22,3	1000-920
Extrapesado	menor a 10,0	mayor a 1000

De acuerdo a algunos geólogos, el petróleo crudo pesado es el resultado de la degradación por diferentes procesos, entre los que se tienen:

- Un proceso biológico, químico y físico, por bacterias transportadas por agua superficial que metaboliza a los hidrocarburos en moléculas más pesadas.
- Por medio de las aguas de formación, que remueven los componentes más livianos por solución, debido a que estos son más solubles en agua.
- Debido a la volatilidad del crudo cuando la roca sello no es eficiente, permitiendo el paso de las moléculas más livianas a través de sus poros interconectados.

Como consecuencia de estos procesos, el petróleo crudo pierde sus fracciones más ligeras, dejando componentes más pesados en el yacimiento.

Estos yacimientos se asocian a formaciones jóvenes que corresponden al Pleistoceno, Plioceno y Mioceno. Tienden a ser yacimientos someros con rocas sellos de baja eficiencia³.

1.2. FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS.

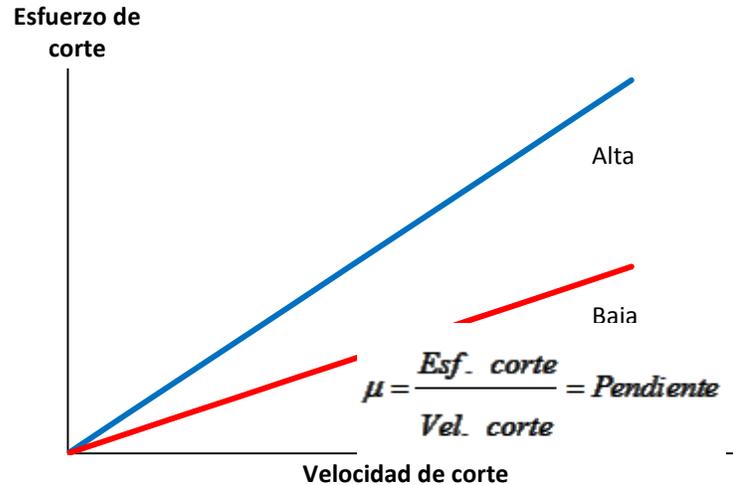
Un fluido Newtoniano, también llamado fluido verdadero, es aquel que sometido a un esfuerzo tangencial o cortante τ , se deforma con una velocidad du/dx que es directamente proporcional al esfuerzo aplicado⁴.

Dicho de otra forma: si se aplica un esfuerzo tangencial a un fluido newtoniano, este se pondrá en movimiento sin importar cuán pequeño sea el esfuerzo tangencial y se generará una cierta distribución de velocidad en el fluido. Ese esfuerzo tangencial y el gradiente de velocidad que se produce serán directamente proporcionales. A esta constante de proporcionalidad se la define como viscosidad.

Si se considera la deformación de dos fluidos newtonianos diferentes, glicerina y agua por ejemplo, se puede apreciar que éstos se deformarán a diferentes proporciones ante la acción del mismo esfuerzo de corte aplicado. La glicerina presenta una resistencia mucho mayor a la deformación que el agua, por ello se dice que es mucho más viscosa (Ver Gráfica 1). La constante de proporcionalidad de la ecuación es la viscosidad absoluta (dinámica) μ . Así, la ley de viscosidad de Newton está dada para un flujo unidimensional:

$$\tau = \mu \frac{du}{dx}$$

Por otro lado los fluidos no newtonianos son aquellos fluidos en los cuales el esfuerzo de corte no es directamente proporcional a la relación de deformación. En algunos casos muy puntuales y con base en estudios reológicos, un crudo pesado o extra-pesado puede llegar a comportarse como un fluido no newtoniano, si sus características físicas y las condiciones ambientales son concluyentes y determinantes para catalogarlo como tal.



Gráfica 1. Comportamiento de los fluidos Newtonianos.

1.2.1 Clasificación de los fluidos no newtonianos

Por lo común, los fluidos no newtonianos se clasifican con respecto a su comportamiento en el tiempo⁴:

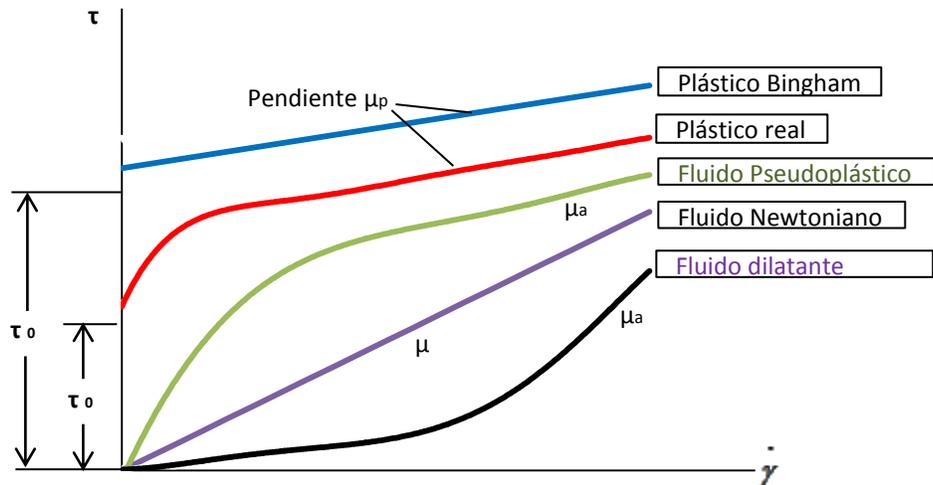
- Fluidos no-Newtonianos independientes del tiempo
- Fluidos no-Newtonianos dependientes del tiempo
- Fluidos Visco-elásticos

Ya que este trabajo de grado se enfoca en los fluidos no Newtonianos independientes del tiempo (específicamente pseudoplásticos y dilatantes) sólo se entrará en detalle con estos fluidos.

✓ Fluidos no Newtonianos independientes del tiempo:

Los fluidos no-newtonianos independientes del tiempo, se caracterizan porque las tensiones tangenciales dependen únicamente de la velocidad de deformación, y se representan funcionalmente en tres formas equivalentes:

$$\tau = f\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = f\left(\frac{d\gamma}{dt}\right) = f(\dot{\gamma})$$



Gráfica 2. Fluidos No Newtonianos independientes del tiempo, según la relación

$$\tau = f(\dot{\gamma})$$

- Pseudoplásticos:

Muchos materiales muestran este tipo de comportamiento en mayor o menor grado y es el comportamiento más común. Así por ejemplo, numerosas sustancias que se encuentran en emulsiones, suspensiones, o dispersiones son ejemplos de este tipo de fluidos⁴.

Los fluidos pseudoplásticos no tienen una tensión de fluencia para que comiencen a deformarse, pero la viscosidad medida por la pendiente de la curva $\tau=f(\dot{\gamma})$ es alta para bajas velocidades de deformación, y decrece con el incremento de $\dot{\gamma}$ hasta alcanzar un valor asintótico μ_a constante. La relación más simple que describe el comportamiento de los fluidos pseudoplásticos es la denominada ley potencial o Ley de Ostwald que puede escribirse como:

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad n < 1$$

k y n son constantes para un fluido particular. La constante k es una medida de la consistencia del fluido y se denomina índice de consistencia, y el exponente n es indicativo de la desviación respecto al fluido con comportamiento newtoniano y se lo suele llamar índice de comportamiento. Obsérvese que cuando $n = 1$, y $k = \mu$ la ecuación anterior representa a un fluido newtoniano.

- Dilatantes:

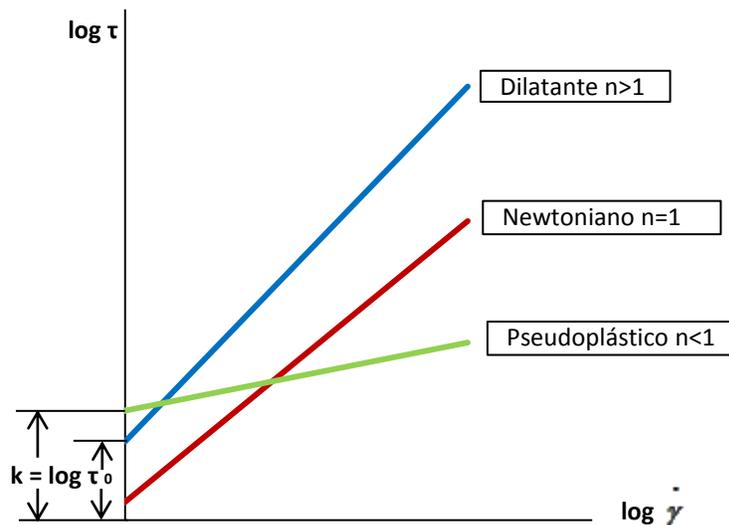
Los fluidos dilatantes, al igual que los pseudoplásticos, no tienen una tensión de fluencia inicial, pero el coeficiente n disminuye al aumentar el gradiente de velocidad hasta que para grandes valores de éste adquiere un valor μ_a constante⁴. Los fluidos dilatantes son mucho menos comunes que los pseudoplásticos. Ejemplo de fluidos que exhiben este comportamiento son la manteca, las arenas movedizas y las suspensiones de almidón. Se pueden modelar con la ley potencial, con exponente $n > 1$:

$$\tau = k \dot{\gamma}^n \quad n > 1$$

Los fluidos que siguen la ley potencial se pueden representar gráficamente de un modo más simple tomando logaritmos así (Ver Figura 3):

$$\log \tau = \log k + n \log \dot{\gamma}$$

La representación de la expresión anterior en escala logarítmica para los dos ejes es una línea recta, cuya pendiente es el índice de comportamiento n , y la intercepción con el eje de ordenadas correspondiente a $\log \dot{\gamma} = 0$ equivalente a $\dot{\gamma} = 1$ da el valor de $\log k$ que permite determinar el coeficiente de consistencia k .



Gráfica 3. Representación logarítmica de la ley potencial

1.2.2 Los fluidos No Newtonianos en la industria petrolera.

Los fluidos No Newtonianos son importantes en la industria petrolera debido a su uso en diversas operaciones de perforación, fracturamiento o recobro mejorado, para mejorar la eficiencia de barrido, controlar la movilidad del fluido del yacimiento, entre otros propósitos. Pero es hasta finales de la década de los setenta y principios de los ochenta que inician las investigaciones referentes a este tipo de fluidos. Durante los primeros años, las investigaciones planteaban métodos que permitieran modelar la interacción entre estos fluidos y el yacimiento de forma aproximada. Después de varios años, los investigadores hicieron avances significativos en la elaboración de métodos de interpretación de pruebas de pozos que permitieran evaluar diferentes propiedades del yacimiento, cuando éste estuviera saturado con fluidos No Newtonianos/Newtonianos. Desde entonces y hasta hace pocos años, los investigadores han perfeccionado estas técnicas de interpretación para diferentes casos que se presenten en el yacimiento. A continuación se hará un breve resumen de los aportes más significativos a lo largo de los años.

Ikoku y Ramey Jr.⁵ fueron pioneros en el tema de los fluidos No Newtonianos. En 1979, escriben un trabajo que se enfoca en el estudio del comportamiento del flujo de fluidos No Newtonianos en yacimientos de petróleo. Para esto, se desarrolla una ecuación diferencial parcial que describe el flujo de fluidos No Newtonianos ligeramente compresibles de la ley de Potencia, los cuales son usados generalmente para proyectos de recobro secundario y terciario (como soluciones de polímeros, surfactantes, entre otros).

La solución analítica de esta ecuación diferencial parcial representa un gran avance en el desarrollo de técnicas para la interpretación de pruebas de pozos hechas con fluidos No Newtonianos, las cuales se pueden obtener, por ejemplo, en los datos de pruebas de pozos en un proyecto de inyección de polímeros.

En este trabajo también se desarrolla una ecuación para poder determinar el radio de investigación que tienen los fluidos No Newtonianos en un yacimiento cuando han sido inyectados. Aunque esta ecuación se aplica para el método de interpretación de pruebas de presión convencional, pero no para la interpretación por medio de la técnica TDS o cualquier otro método, representa un gran avance para el estudio de este parámetro.

Hasta esta época, no existía un método estándar en la literatura de la industria petrolera para analizar los datos de pruebas de pozos obtenidos durante la inyección de fluidos No Newtonianos al yacimiento. Debido a que la inyección de estos fluidos es una operación importante en campo, la interpretación de estos datos también debería ser importante. Lo que desarrolla este trabajo es una

técnica útil para la interpretación y análisis de datos de pruebas de pozos que provengan de la inyección de fluidos no newtonianos, ya que obviamente los procedimientos para los fluidos newtonianos no son apropiados.

Odeh y Yang⁶, igualmente en 1979, presentan un trabajo en el cual se deriva la misma ecuación diferencial parcial que tratan Ikoku y Ramey Jr.⁵ pero a diferencia de la solución analítica de la que se habló anteriormente, en este paper se desarrolla una solución aproximada para flujo inestable en el análisis de pruebas de inyección y un método para el análisis de pruebas isocronales que, por medio de diferentes ecuaciones, permite calcular el radio de drenaje equivalente para este tipo de fluidos, estableciéndose así los fundamentos teóricos para el flujo de fluidos No Newtonianos que obedecen la ley de potencia a través del medio poroso.

Ikoku⁷ redacta un trabajo de su sola autoría en 1979, en el que adiciona a las investigaciones previas sobre las técnicas de interpretación de datos de pruebas de presión, la interpretación para pruebas de falloff en pozos inyectoros de fluidos No Newtonianos. Este trabajo deja la inquietud si las soluciones para este tipo de fluidos realmente ofrecen una mejora en el rendimiento y la eficiencia de las pruebas de pozos, por encima de las soluciones que hay para fluidos newtonianos, las cuales son las más usadas para el monitoreo de los proyectos de recobro mejorado.

Ikoku y Ramey Jr.⁸ publican su trabajo en 1980 y extienden su investigación del año anterior a yacimientos circulares finitos con dos condiciones de frontera externa: cerrada y de presión constante.

Aunque los trabajos previos proponían una nueva metodología para interpretar diferentes pruebas de pozos relacionadas a fluidos No Newtonianos, ninguno había tenido en cuenta los efectos del almacenamiento y daño, los cuales afectan y distorsionan los transientes de presión en las pruebas de pozos. Es por esto que se hace importante investigar las consecuencias de estos fenómenos para poder interpretar adecuadamente las pruebas de presión de una forma más real. Se concluye entonces, en este trabajo, que tanto el almacenamiento como el daño influyen y alteran las respuestas de las presiones en los tiempos tempranos en las pruebas de pozos, aunque tiene mayor influencia el efecto del almacenamiento.

Lund e Ikoku⁹, en 1981, extienden la teoría del flujo de fluidos No Newtonianos de la ley de Potencia por el medio poroso a yacimientos compuestos por fluidos No Newtonianos/Newtonianos, es decir, estudia la aplicación de las técnicas de análisis de pruebas de pozos tanto para fluidos No Newtonianos como para

fluidos convencionales (newtonianos) cuando diferentes cantidades de fluido No Newtonianos han sido inyectadas al yacimiento para desplazar a los fluidos newtonianos del yacimiento, bien sea agua o aceite. En este trabajo se encuentra que las presiones del pozo para tiempos tempranos se comportan como si este estuviera completamente lleno con fluido No Newtoniano. Se concluye además que para pruebas de inyectividad, las técnicas de análisis para fluidos newtonianos son inapropiadas, aunque para poder analizar éstos datos de presión por medio de técnicas de fluidos No Newtonianos, una cierta cantidad de fluido No Newtoniano debe estar presente en el yacimiento cuando inicia la prueba. También se encuentra que la ecuación hallada por Ikoku y Ramey Jr.⁵ en 1979 que permite determinar el radio de investigación para los fluidos No Newtonianos y provee un medio para estimar el tamaño del banco de los fluidos no newtonianos, se puede aplicar tanto para pruebas de falloff como de inyectividad.

Okpobiri e Ikoku¹⁰ en 1983 complementan el trabajo de Lund e Ikoku⁹, aplicando el estudio de las pruebas de falloff a fluidos No Newtonianos que muestran un comportamiento dilatante, es decir, extienden las técnicas de análisis de transientes de presión para el flujo de fluidos No Newtonianos por el medio poroso, a yacimientos compuestos por fluidos No Newtonianos/Newtonianos, con saturación de agua inicial, donde el fluido de interés tiene un comportamiento dilatante y se consideran únicamente las pruebas de falloff. En este trabajo se investiga la aplicabilidad de las técnicas de análisis de pruebas de pozos par fluidos No Newtonianos y las técnicas convencionales de Horner para fluidos Newtonianos, al momento de variar los tiempos de inyección antes de los cierres, los radios externos, el comportamiento de los índices de flujo y el comportamiento de los transientes de presión con la consistencia del fluido No Newtoniano.

Vongvuthipornchai y Raghavan¹¹ publican en 1987 uno de los trabajos más significativos en el estudio del comportamiento de los fluidos No Newtonianos. En este papar se examina el comportamiento de las presiones en pruebas de falloff en pozos con fracturas de conductividad infinita o de flujo uniforme, después de inyectárseles fluidos No Newtonianos, de la ley de potencia. Se describe también un procedimiento para identificar los diferentes regímenes de flujo. Igualmente se estudian las respuestas para pozos no fracturados, examinando la validez del uso del principio de superposición para analizar las pruebas de falloff.

Entre muchas de las conclusiones que se obtienen en este trabajo, se destaca que al comparar las soluciones de los trabajos de Odeh y Yang⁶ e Ikoku y Ramey Jr.⁵ estas no son iguales, debido a que el procedimiento usado para

linealizar la ecuación diferencial parcial y así obtener la solución de la misma en cada trabajo, es diferente. Es así como encuentran que la solución presentada por Odeh y Yang⁶ se puede usar para analizar datos de pruebas falloff en pozos sin fracturas cuando el índice de comportamiento n es mayor que 0.5. Si éste es menor, se requieren factores de corrección para analizar los datos. También concluye que si se ignoran los efectos del almacenamiento, se pueden usar técnicas de derivadas de presión para analizar los datos y, una ventaja por encima del método de Ikoku y Ramey Jr.⁵, es que se podría eliminar la influencia del daño. Ya para el caso de pozos que intercepten fracturas, tanto de conductividad infinita como de flujo uniforme, se presentan nuevas correlaciones para analizar los datos de pruebas de falloff.

Vongvuthipornchai y Raghavan¹² redactaron en el mismo año un trabajo que estudia los efectos del almacenamiento y daño en pruebas de falloff, después de inyectarse al yacimiento un fluido No Newtoniano. Entre sus conclusiones, se resalta que las técnicas para evaluar datos de presión cuando éstos son de pruebas de inyección, no se pueden aplicar a yacimientos con condiciones idénticas, si la prueba es de falloff, como anteriormente se creía. También resaltan que el radio efectivo del pozo es función del daño s y del índice de la ley de potencia n del fluido. Finalmente, dan unos tiempos adimensionales a los que el efecto del almacenamiento se puede despreciar en las pruebas de falloff, donde el tiempo adimensional está basado en el radio efectivo del pozo.

Los trabajos citados anteriormente fueron los más sobresalientes y de mayor aporte al tema de los fluidos No Newtonianos durante las décadas de los ochenta y noventa. Sin embargo, durante la última década han sobresalido nuevos autores con investigaciones más concretas respecto a los fluidos No Newtonianos y la interpretación, como fluidos originales dentro del yacimiento, de pruebas de pozos cuando éstos están involucrados, como se mostrará a continuación.

Katime-Meindl y Tiab¹³ realizan un trabajo de gran aporte al tema de la interpretación de pruebas de pozos para fluidos No Newtonianos en el 2001, ya que en él se plantea que estos fluidos pueden ser tanto aquellos inyectados al yacimiento, como ciertos crudos pesados que pueden llegar a tener este comportamiento, el cual es el enfoque que se le da a este trabajo de grado. Es así como Katime-Meindl y Tiab¹³ proponen una nueva técnica de interpretación del comportamiento de las pruebas de presión para fluidos No Newtonianos en un yacimiento homogéneo sin usar curvas tipo, y se estudia el flujo de los mismos por el medio poroso. También estudian las variaciones de la línea de la derivada de presión del flujo radial infinito, al variar los índices de

comportamiento n de los fluidos No Newtonianos, ya que cuando éste índice es diferente de uno, esta línea no es horizontal.

En el desarrollo de este trabajo, la técnica TDS (Tiab's Direct Synthesis) se aplica para pozos localizados, en el primer caso en un yacimiento infinito y en el segundo cerca de una barrera de no flujo, donde se consideran tanto los efectos del daño como del almacenamiento. Mediante esta técnica se pueden determinar algunos parámetros del yacimiento como permeabilidad o relación de movilidad, coeficientes de almacenamiento y daño y la distancia a la frontera más cercana al pozo, todo esto sin usar curvas tipo y con un margen de error bastante aceptable.

Ya para el 2007, Alpheus, Igbokoyi y Tiab¹⁴ plantean, a partir de la solución matemática propuesta por Ikoku y Ramey Jr.⁵, un nuevo método para la interpretación de pruebas de pozos usando curvas tipo. Esta solución permite determinar propiedades del yacimiento y del fluido tales como permeabilidad, coeficiente de almacenamiento y movilidad por medio de las ecuaciones desarrolladas para analizar los datos de presión y la derivada de presión de pruebas de pozos, a través de curvas tipo desarrolladas por los autores.

En 2010, Escobar, Martínez y Montealegre-Madero¹⁵ publican un trabajo mediante el cual estudian el comportamiento de pruebas de falloff hechas en yacimientos saturados con fluidos newtonianos después de haberseles inyectado fluidos No Newtonianos, ya que los datos obtenidos no pueden ser analizados mediante técnicas convencionales. En este trabajo se aplica la técnica TDS para determinar permeabilidad y daño del yacimiento, se introducen nuevas ecuaciones para determinar el radio del banco del fluido No Newtoniano, cuando este tiene el índice de comportamiento de la ley de potencia, no se tiene en cuenta el efecto del almacenamiento y no se aplica para pruebas de inyección de rata variable.

Finalmente, en 2011, Escobar, Zambrano, Giraldo y Cantillo- Silva¹⁶ publican un estudio en el que se presenta una metodología para interpretar pruebas de pozos usando los datos de presión y derivada de presión para formaciones naturalmente fracturadas que estén saturadas con fluidos No Newtonianos. También se desarrollan unas ecuaciones para calcular la capacidad de almacenamiento de la fractura ω y el parámetro de flujo interporoso λ a partir de ciertos puntos específicos de las gráficas de presión y derivada. Hasta el momento, esta es la única técnica disponible en la literatura para la interpretación de los datos de pruebas de pozos de yacimientos con estas características.

1.3. ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN

Las pruebas de presión pueden entenderse por aplicación de la tercera ley de Newton, como se ilustra en la Figura. 1.¹⁷

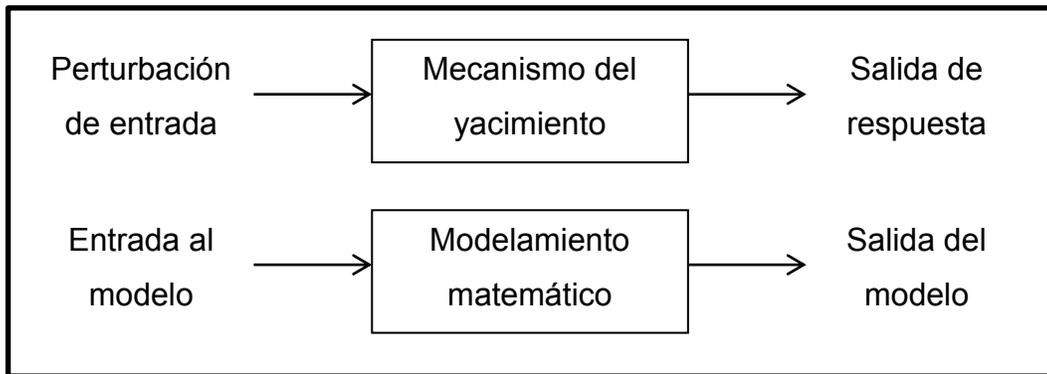


Figura 1. Esquema de la representación matemática de una prueba de presión.

Básicamente los objetivos del análisis de las pruebas de presión son:

- Evaluación del Yacimiento: Entrega, propiedades, tamaño, permeabilidad por espesor (útil para espaciamiento y estimulación), presión inicial (energía y pronóstico), límites (tamaño y determinación de existencia de un acuífero).
- Administración del yacimiento.
- Descripción del yacimiento.

Una vez los datos han sido obtenidos y revisados, el análisis de presiones permite en primer lugar realizar el modelo del yacimiento e identificar los diferentes regímenes de flujo encontrados durante la prueba, y en segundo lugar estimar diferentes parámetros tanto de la formación como del fluido, tales como permeabilidad, factor de daño, presión de yacimiento, longitud y conductividad de fractura, heterogeneidad del yacimiento entre muchos otros.

1.3.1 Metodología de Tiab (TDST)

Djebbar Tiab¹⁸ ha sido pionero en la técnica de derivada de presión para el análisis de presiones y ha contribuido considerablemente al entendimiento de la ingeniería petrofísica y de yacimientos a través de sus investigaciones y publicaciones, desde 1991 hasta hoy en día.

La metodología *TDS*, consiste en desarrollar la derivada de los datos de presión que se tengan de una prueba de pozo, y a partir de ésta, identificar ciertas líneas o regímenes de flujo específicos con los que se puedan calcular de forma muy aproximada y gracias al desarrollo de ecuaciones, las propiedades del yacimiento y del fluido.

Este gráfico log-log de presión adimensional y de la derivada de presión, versus tiempo tiene varias características únicas:

1. La curva de presión tiene una línea de pendiente unitaria durante tiempos tempranos, la cual corresponde al flujo de almacenamiento puro.
2. En la gráfica de derivada de presión se define una línea recta horizontal que corresponde a la porción de flujo radial de acción infinita.
3. La línea de pendiente unitaria a tiempos tempranos y la línea de acción infinita a tiempos tardíos de la derivada de presión, siempre interceptan en 0.5
4. El punto de intercepción entre la línea de comportamiento infinito y la línea de estado pseudoestable, permiten determinar el área del yacimiento.

Además de estas características, la técnica *TDS* ha evolucionado a lo largo del tiempo y ha desarrollado muchas más ecuaciones que permiten calcular de forma muy precisa información del yacimiento para diferentes tipos de pruebas (declinación de presión, restauración de presión, DST, múltiples) y para diferentes tipos de yacimientos (naturalmente fracturados, hidráulicamente fracturados, pozos con penetración parcial o completamiento parcial).

Por medio de este trabajo de grado, se complementará esta técnica a yacimientos homogéneos saturados con fluidos No Newtonianos para poder determinar el área del yacimiento, tanto para fluidos dilatantes como pseudoplásticos.

2. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PARA DETERMINAR EL ÁREA DE DRENE EN YACIMIENTOS SATURADOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS, POR MEDIO DE PRUEBAS DE PRESIÓN USANDO LA TÉCNICA DE TIAB

Con base en los fundamentos matemáticos para la interpretación de pruebas de pozos de los diferentes trabajos revisados anteriormente, especialmente las investigaciones de los autores Katime-Meindl y Tiab¹³ y Escobar, Martínez y Montealegre-Madero¹⁵, se parte de los siguientes planteamientos para el desarrollo de las ecuaciones para determinar el área de drenaje, tanto para yacimientos con frontera externa cerrada como yacimientos con frontera externa abierta, saturados con fluidos o bien pseudoplásticos o bien dilatantes.

En primer lugar, se acopla la ley de Darcy para fluidos no newtonianos, con la ecuación de continuidad y se deriva la ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = c_t \phi n \left(\frac{\mu_{eff}}{k} \right)^{1/n} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^{(n-1)/n} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

Teniendo como condiciones iniciales y de frontera:

$$p_{DNN}(r_D, 0) = 0 \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \quad \text{para } t_{DNN} > 0 \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D} \right)_{r_{e,D}=1} = 0 \quad \text{para } t_{DNN} \quad (4)$$

Donde

$$p_{DNN} = \frac{p - p_i}{\left(\frac{q}{2\pi h} \right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_r}} \quad (5)$$

$$r_D = r / r_w \quad (6)$$

$$r_{e,D} = r_e / r_w \quad (7)$$

$$t_{DNN} = \frac{t}{Gr_w^{3-n}} \quad (8)$$

$$G = \frac{n\phi c_t \mu_{eff}}{k_r} \left(\frac{2\pi h}{q} \right)^{1-n} \quad (9)$$

En el sistema se asume flujo radial y la forma del yacimiento es cilíndrica. La solución para la ecuación 1 para condición de frontera externa de no flujo con un pozo localizado en el centro que admite las ecuaciones para fluidos que obedecen la ley de potencia a rata constante, a un $r_D = 1$ es:

$$\bar{p}(z) = \frac{\left\{ \begin{array}{l} I_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} \right] - \\ K_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} \right] \end{array} \right\}}{\left(z^{3/2} \left\{ \begin{array}{l} I_{\frac{2}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] + \\ K_{\frac{2}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \end{array} \right\} \right)} \quad (10)$$

Para una frontera externa de presión constante, se tienen las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

$$p_{DNN}(r_D, 0) = 0 \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1 \text{ para } t_{DNN} > 0 \quad (12)$$

$$p_{DNN}(r_{eD}, t_{DNN}) = 0 \quad (13)$$

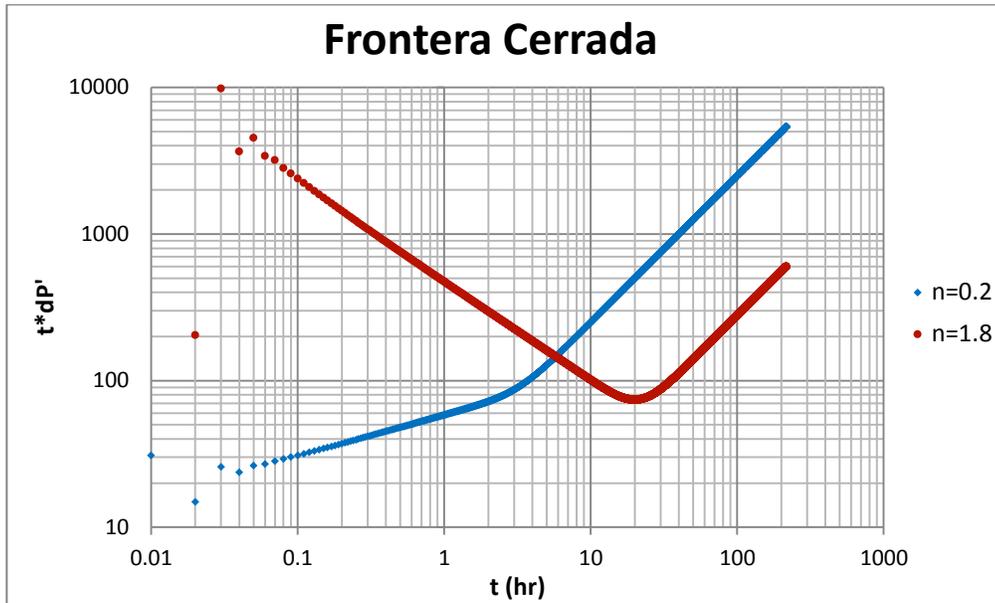
Y para el pozo, cuando $r_D = 1$ se obtiene:

$$\bar{p}(z) = \frac{\left\{ \begin{array}{l} I_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} \right] - \\ K_{\frac{1-n}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} \right] \end{array} \right\}}{\left(z^{3/2} \left\{ \begin{array}{l} I_{\frac{2}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] + \\ K_{\frac{2}{3-n}} \left[\frac{2}{3-n} \sqrt{z} \right] \cdot \left[\frac{1}{n} \sqrt{z} r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \end{array} \right\} \right)} \quad (14)$$

Aunque por medio de las ecuaciones lineales (10 y 14) los resultados obtenidos indicaban unos errores introducidos por la aproximación lineal pequeños que disminuían a medida que el valor de n (índice del comportamiento de flujo) aumentaba e incrementaba el tiempo, se optó por el uso de un simulador

numérico para estudiar los efectos de daño y las variaciones de n tanto para yacimientos cerrados como para yacimientos de presión constante.

2.1. FRONTERA CERRADA



Gráfica 4. Variación de la derivada de presión en un yacimiento con frontera cerrada, para un $n = 0.2$ (pseudoplástico) y un $n = 1.8$ (dilatante)

Para la determinación del área, según la técnica directa de Tiab, TDS , se puede determinar una única ecuación que permita determinar este parámetro para ambos fluidos No Newtonianos, tanto pseudoplásticos como dilatantes, ya que la técnica TDS tiene definidas unas ecuaciones previas para los dos regímenes que se necesitan, radial y pseudoestable, y éstas se pueden dejar en función del índice de comportamiento de flujo, sin discriminar qué tipo de fluido No Newtoniano se esté trabajando, aunque la inclinación de las gráficas al variar este parámetro no sea la misma, como se aprecia en la gráfica 4. Para mayor claridad ver el ejemplo en la Sección 3.

De acuerdo a investigaciones pasadas Katime-Meindl y Tiab¹³, la derivada de la ecuación adimensional para el flujo radial para un fluido no newtoniano es:

$$(t_D * P_D')_{rNN} = 0.5t_{DANN}^\alpha \quad (15)$$

Ahora, en la gráfica de la derivada de pseudopresión se obtiene una línea recta de pendiente unitaria la cual corresponde al flujo de estado pseudoestable, cuya ecuación está dada por:

$$(t_D * P_D')_{pssNN} = 2\pi * t_{DANN} \quad (16)$$

Asumiendo que existe un único punto en el que éstas dos líneas rectas se encuentran, las ecuaciones 15 y 16 se igualarían de la siguiente manera:

$$2\pi * t_{DANN} = 0.5t_{DANN}^\alpha \quad (17)$$

Sabiendo que:

$$t_{DANN} = \frac{t_{rpiNN}}{G * A'} \quad (18)$$

Como lo plantearon inicialmente Ikoku y Ramey Jr.⁵, el área de drenaje para fluidos No Newtonianos y la constante G para la ecuación 18 son:

$$A' = \pi * r_e^{3-n} \quad (19)$$

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_t \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q} \right)^{1-n}$$

Reemplazando las ecuaciones 18 y 19 en la ecuación 17, se tiene:

$$2\pi \left(\frac{t_{rpiNN}}{G * (\pi * r_e^{3-n})} \right) = 0.5 \left(\frac{t_{rpiNN}}{G * (\pi * r_e^{3-n})} \right)^\alpha \quad (20)$$

Debido a que sólo se tiene interés en el radio de drene, r_e , se cancela el π del término de t_{DA} de la ecuación 20, obteniendo:

$$2\pi \left(\frac{t_{rpiNN}}{G * (r_e^{3-n})} \right) = 0.5 \left(\frac{t_{rpiNN}}{G * (r_e^{3-n})} \right)^\alpha \quad (21)$$

Operando:

$$\frac{2\pi}{0.5} = \left(\frac{t_{rpiNN}^\alpha}{G^\alpha * (r_e^{3-n})^\alpha} \right) \left(\frac{G * (r_e^{3-n})}{t_{rpiNN}} \right)$$

$$4\pi = \left(\frac{t_{rpiNN}^{\alpha-1}}{G^{\alpha-1} * (r_e^{3-n})^{\alpha-1}} \right)$$

$$4\pi^{1/\alpha-1} = \frac{t_{rpiNN}}{G * (r_e^{3-n})}$$

$$r_e^{3-n} = \frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/\alpha-1}$$

$$r_e = \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/\alpha-1} \right]^{1/3-n}$$

Para disminuir el porcentaje de error, se aplica un factor correctivo equivalente a:

$$r_e = \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/\alpha-1} \right]^{1/3-n} * (\pi^{1/\alpha-1})^{1/3-n}$$

$$r_e = \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4}\right)^{1/\alpha-1} \right]^{1/3-n} \quad (22)$$

Ya con la ecuación 22 y sabiendo que $A = \pi \times r_e^2$, se llega finalmente el área de drenaje:

$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4}\right)^{1/\alpha-1} \right]^{2/3-n} \quad (23)$$

La Ecuación 23 permite determinar el área de drenaje de fluidos no newtonianos tanto para fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) como dilatantes ($n > 1$) en yacimientos cerrados y homogéneos. (Ver ejemplo en la Sección 3).

Donde:

t_{rpi} = Tiempo en el que intersectan las extrapolaciones de las líneas de flujo de estado radial y estado pseudoestable de la derivada de presión, por el la técnica de Tiab, *TDS*.

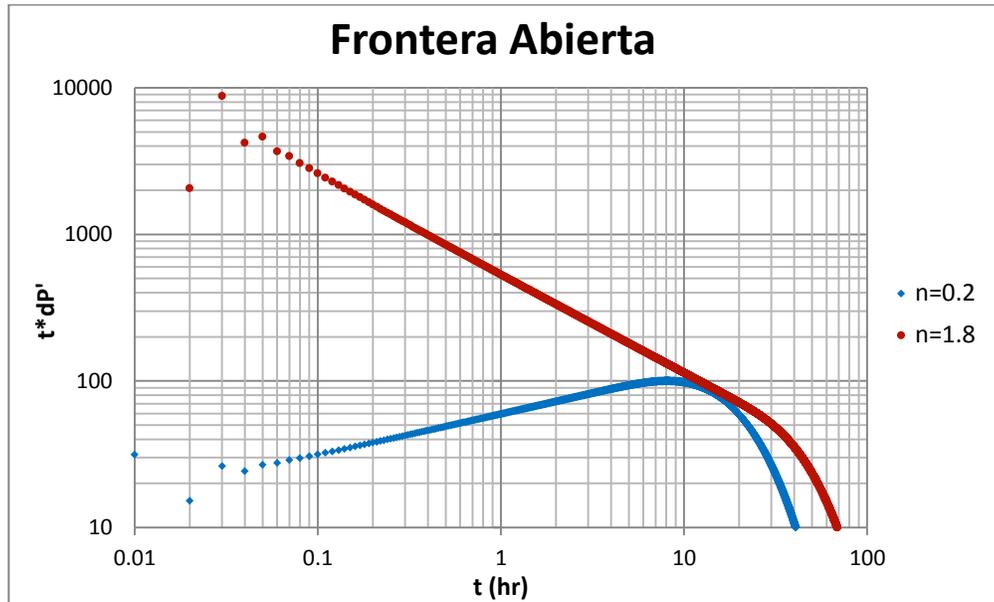
n = Índice de comportamiento de flujo.

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_i \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q} \right)^{1-n}$$

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n}$$

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12} \right) \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_i \phi)^{(1-n)/2}$$

2.2. FRONTERA ABIERTA



Gráfica 5. Variación de la derivada de presión en un yacimiento abierto, para un $n = 0.2$ (pseudoplástico) y un $n = 1.8$ (dilatante)

En el caso de los yacimientos abiertos, no se tienen las ecuaciones base para el estado estable en yacimientos saturados con fluidos No Newtonianos por medio de la técnica *TDS*, que es la línea que se forma al final de la gráfica de la derivada de presión, como se aprecia en la gráfica 5, por lo que no se puede hacer un procedimiento como en el caso de los yacimientos cerrados.

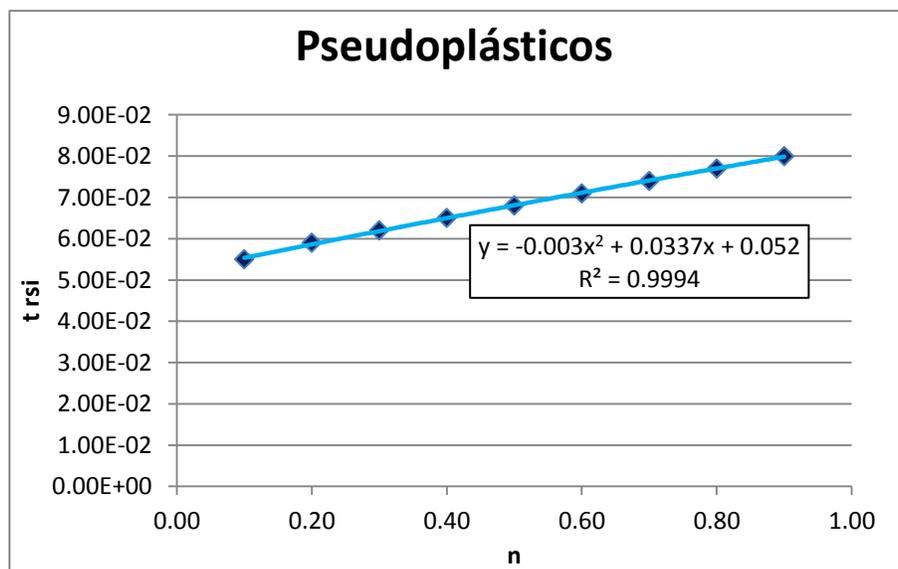
Es por esto que se plantea una alternativa de solución diferente. Para cada variación del índice de comportamiento de flujo n (pseudoplásticos y dilatantes por separado), se observa la variación del punto de intersección entre el régimen radial y el estado estable en una prueba de presión con ciertos datos de entrada constantes. Al graficar el tiempo de intercepción vs los diferentes n , se obtienen de forma muy aproximada una línea de tendencia de estos datos, la cual representa el comportamiento de t_{Da} a medida que varía n . Y ya que se sabe la equivalencia de t_{Da} (Ecuación 24), se igualan estos dos términos, despejando así el radio de drenaje r_e y obteniendo finalmente la ecuación que permita hallar el área de drenaje para yacimientos abiertos, saturados con fluidos no newtonianos, tanto pseudoplásticos como dilatantes.

$$t_{DANN} = \frac{t_{rsiNN}}{G^* (\pi r_e^{3-n})} \quad (24)$$

2.2.1. Ecuaciones para los fluidos pseudoplásticos (n<1)

PEUDOPLÁSTICOS	
<i>n</i>	<i>trsi</i>
0.1	5.50E-02
0.2	5.90E-02
0.3	6.20E-02
0.4	6.50E-02
0.5	6.80E-02
0.6	7.10E-02
0.7	7.40E-02
0.8	7.70E-02
0.9	8.00E-02

Tabla 2. Variación de los interceptos de radial y estado estable al variar *n*, para los fluidos pseudoplásticos.



Gráfica 6. Ecuación de t_{DA} a partir de la variación de t_{rsi} con *n*, para fluidos pseudoplásticos

De los resultados obtenidos al graficar los diferentes interceptos entre el flujo radial y el estado estable (Ver gráfica 6), de cada derivada de presión que se obtiene del grupo de datos para cada variación del índice de comportamiento de flujo (Ver tabla 2), se tiene la siguiente ecuación para t_{DA} para fluidos pseudoplásticos:

$$t_{DA_{NN}} = -0.003n^2 + 0.0337n + 0.052 \quad (25)$$

Igualando las ecuaciones 24 y 25:

$$-0.003n^2 + 0.0337n + 0.052 = \frac{t_{rsiNN}}{G * (\pi r_e^{3-n})}$$

Despejando el radio de drene:

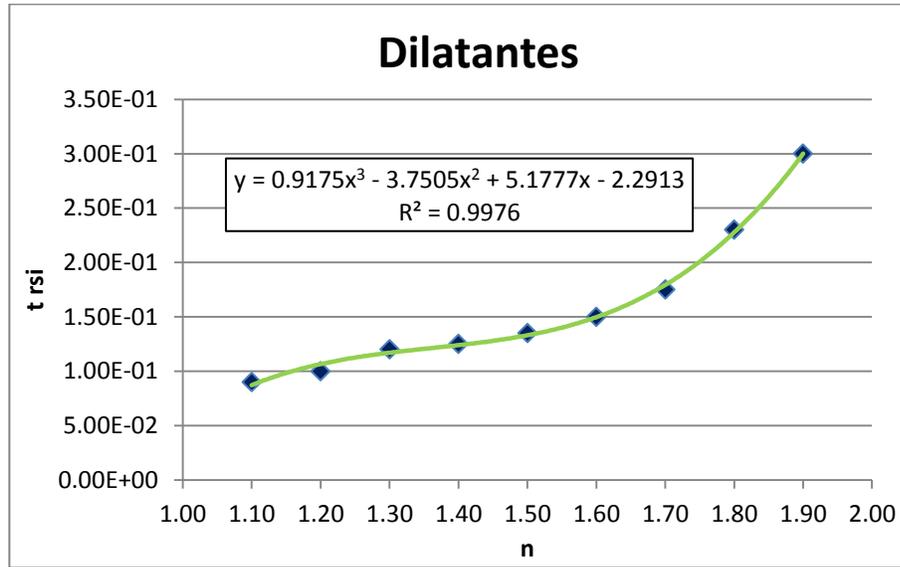
$$r_e^{3-n} = \frac{t_{rsiNN}}{G\pi(-0.003n^2 + 0.0337n + 0.052)}$$

$$A = \pi \left[\frac{t_{rsiNN}}{G\pi(-0.003n^2 + 0.0337n + 0.052)} \right]^{2/3-n} \quad (26)$$

2.2.2. Ecuaciones para los fluidos dilatantes ($n > 1$):

DILATANTES	
n	$trpi$
1.1	9.00E-02
1.2	1.00E-01
1.3	1.20E-01
1.4	1.25E-01
1.5	1.35E-01
1.6	1.50E-01
1.7	1.75E-01
1.8	2.30E-01
1.9	3.00E-01

Tabla 3. Variación de los interceptos del flujo radial y el estado estable al variar n , para los fluidos dilatantes.



Gráfica 7. Ecuación de t_{DA} a partir de la variación de t_{rsi} con n , para fluidos dilatantes.

De los resultados obtenidos al graficar los diferentes interceptos entre el flujo radial y el estado estable (Ver gráfica 7), de cada derivada de presión que se obtiene del grupo de datos para cada variación del índice de comportamiento de flujo (Ver tabla 3), se tiene la siguiente ecuación para t_{DA} para fluidos dilatantes:

$$t_{DA_{NN}} = 0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913 \quad (27)$$

Igualando las ecuaciones 24 y 27:

$$0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913 = \frac{t_{rpiNN}}{G * (\pi r_e^{3-n})}$$

$$r_e^{3-n} = \frac{t_{rpiNN}}{G\pi(0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913)}$$

$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G\pi(0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913)} \right]^{\frac{2}{3-n}} \quad (28)$$

Donde las Ecuaciones 26 y 28 permiten calcular el área de drene para yacimientos abiertos, saturados con fluidos pseudoplásticos (Ecuación 26) y dilatantes (Ecuación 27), donde:

t_{rpi} = tiempo en el que intersectan las extrapolaciones de las líneas de flujo de estado radial y estado estable en la derivada de presión, por el método *TDS*.

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_1 \phi)^{(1-n)/2}$$

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_i \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q}\right)^{1-n}$$

3. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES GENERADAS

Es importante resaltar que para el desarrollo de las pruebas de presión se usaron datos de pruebas 'sintéticas' a partir de un simulador numérico, ya que no se tenía disponibilidad de datos de pruebas de campo reales.

El procedimiento para comprobar las ecuaciones desarrolladas, fue el siguiente:

1. Se tomó constante un índice de comportamiento de flujo n para cada tipo de fluido (pseudoplástico y dilatante).
2. Se ingresaron al simulador ciertos datos de la formación y del fluido del yacimiento, variando en cada corrida del simulador los radios de drenaje.
3. Para cada data de presiones obtenida al variar los radios de drenaje, a n constante, se graficó la derivada de presión y se aplicó la ecuación desarrollada, obteniendo así el área de drenaje.
4. Después de los resultados del área de drenaje para diferentes radios y un único n , se tomó un valor de n diferente y se repite el procedimiento, para diferentes índices de comportamiento.

3.1 EJEMPLOS PARA FRONTERA CERRADA.

3.1.1 Fluido Pseudoplástico.($n = 0.5$)

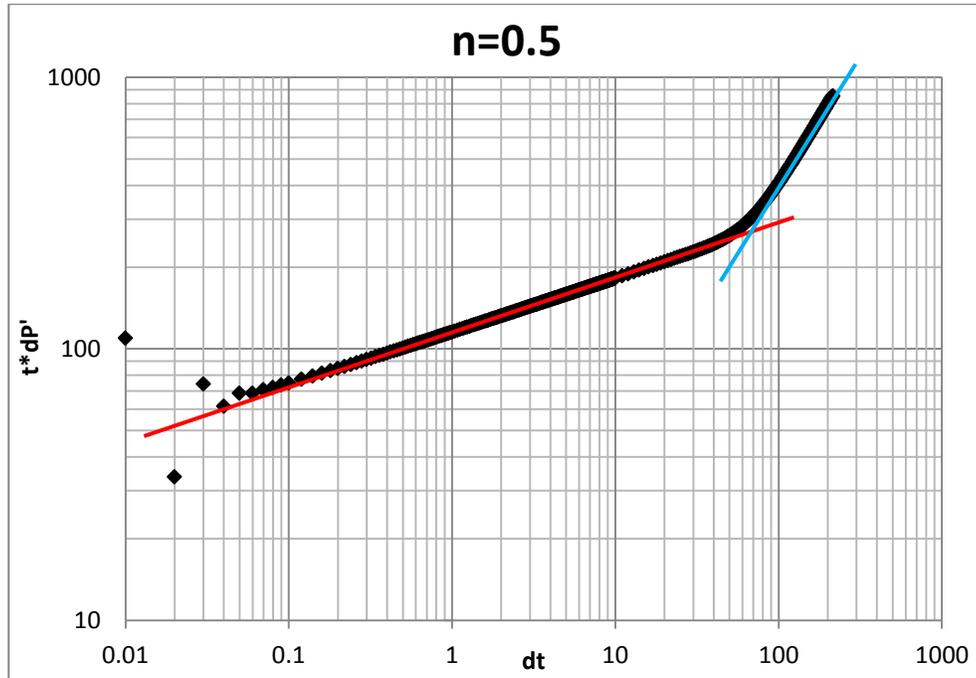
1. Datos de entrada del simulador:

re =	1000 (ft)	k=	100 (mD)
Ct =	6.89E-06 (1/psi)	ϕ =	0.1 (fracción)
Pi =	2500 (psi)	rw =	0.33 (ft)
h =	16.4 (ft)	μ =	20 (Cp*s ⁿ⁻¹)
q =	300 (bbl/día)	Bo =	1 (bbl /BF)
tiempo =	9 (dias)	n =	0.5
Δt =	0.01 (horas)	N. Celdas=	1000

2. Cálculo del área de drenaje real del yacimiento, con el radio de drenaje supuesto:

$$A = \pi * r_e^2 = \pi * (1000 ft)^2 \cong 3.141 \times 10^6 ft^2 = 72.12 Acres$$

3. Con base en los datos arrojados por el simulador, se construye la gráfica:



Gráfica 8. Prueba de Presión – Variables reales para un $n=0.5$ en yacimiento con frontera externa cerrada.

Donde con ayuda de un programa para gráficos, se puede apreciar que el intercepto entre el flujo radial (línea roja) y el estado pseudoestable (línea azul) equivale a un $\Delta t = 68$ horas.

4. Aplicando las ecuaciones vistas en la Sección 2 para yacimientos cerrados saturados con fluidos pseudoplásticos, se tiene:

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_1 \phi)^{(1-n)/2} = 1.28967 \times 10^{-2}$$

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_t \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q}\right)^{1-n} = 1.22487 \times 10^{-5}$$

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n} = 0.2$$

$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4\pi} \right)^{1/\alpha-1} \right]^{2/3-n} = 3.124 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 71.72 \text{ Acres}$$

5. Finalmente se calcula el margen de error:

$$E = \left| \frac{A_{real} - A_{calculada}}{A_{real}} \right| \times 100 = 0.2765\%$$

3.1.1 Fluido Dilatante (n = 1.5)

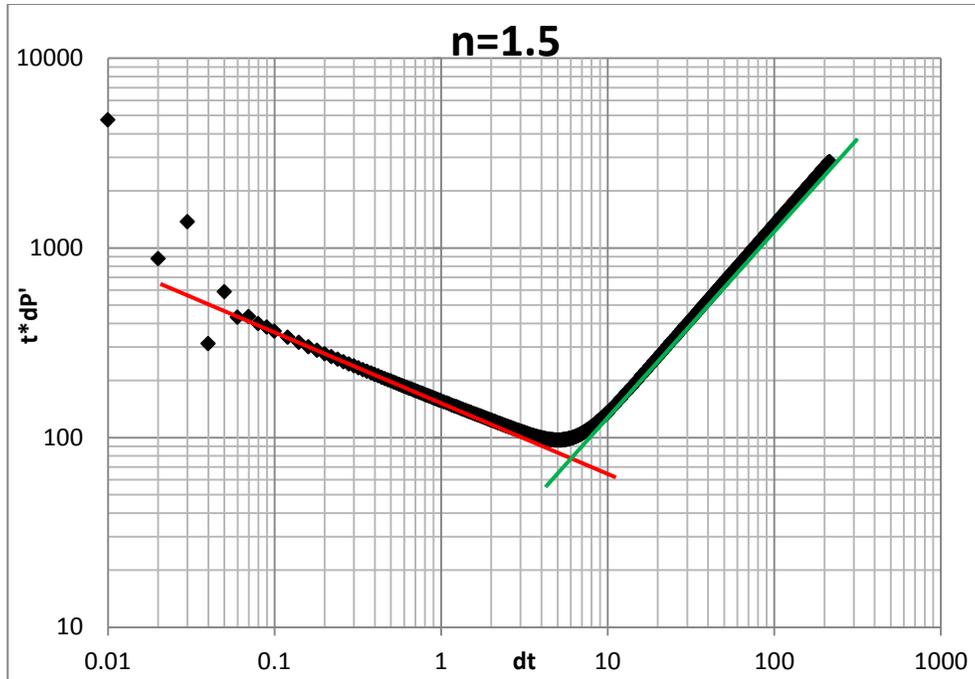
1. Datos de entrada del simulador:

re =	1000 (ft)	k=	400 (mD)
Ct =	6.89E-06 (1/psi)	ϕ =	0.01 (fracción)
Pi =	2500 (psi)	rw =	0.33 (ft)
h =	16.4 (ft)	μ =	20 (Cp*s ⁿ⁻¹)
q =	300 (bbl/día)	Bo =	1 (bbl /BF)
tiempo =	9 (días)	n =	1.5
Δt =	0.01 (horas)	N. Celdas=	1000

2. Cálculo del área de drenaje real del yacimiento, con el radio de drenaje supuesto:

$$A = \pi * r_e^2 = \pi * (1000 \text{ ft})^2 \cong 3.141 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 72.12 \text{ Acres}$$

3. Con base en los datos arrojados por el simulador, se construye la gráfica:



Gráfica 9. Prueba de Presión – Variables reales para un $n=1.5$ en yacimiento con frontera externa cerrada.

Donde con ayuda de un programa para gráficos, se puede apreciar que el intercepto entre el flujo radial (línea roja) y el estado pseudoestable (línea verde) equivale a un $dt = 5.8$ horas.

4. Aplicando las ecuaciones vistas en la Sección 2 para yacimientos cerrados saturados con fluidos pseudoplásticos, se tiene:

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_1 \phi)^{(1-n)/2} = 3.82683 \times 10^4$$

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_t \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q}\right)^{1-n} = 5.15758 \times 10^{-4}$$

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n} = -0.3333$$

$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4\pi} \right)^{1/\alpha-1} \right]^{2/3-n} = 3.1660 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 72.68 \text{ Acres}$$

5. Finalmente se calcula el margen de error:

$$E = \left| \frac{A_{real} - A_{calculada}}{A_{real}} \right| \times 100 = 0.3887\%$$

3.2 EJEMPLOS PARA FRONTERA ABIERTA

Aunque para cada tipo de fluido (pseudoplástico y dilatante) se desarrolló una ecuación específica, para hallar el punto de intersección entre el estado estable y el flujo radial siempre se tuvo en cuenta que la línea del estado estable debía tener pendiente unitaria.

3.2.1. Fluido Pseudoplástico (n = 0.5)

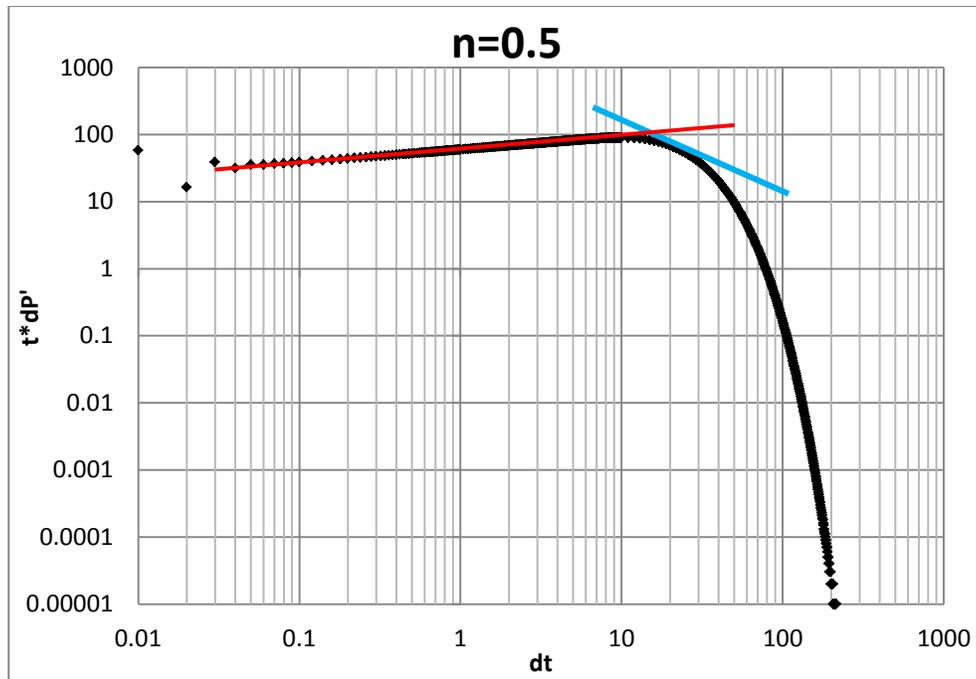
1. Datos de entrada al simulador:

re =	1000 (ft)	k=	300 (mD)
Ct =	6.89E-06 (1/psi)	ϕ =	0.05 (fracción)
Pi =	2500 (psi)	rw =	0.33 (ft)
h =	16.4 (ft)	μ =	20 (Cp*s ⁿ⁻¹)
q =	300 (bbl/día)	Bo =	1 (bbl /BF)
tiempo =	9 (dias)	n =	0.5
Δt =	0.01 (horas)	N. Celdas=	1000

2. Cálculo del área de drenaje real del yacimiento, con el radio de drenaje supuesto:

$$A = \pi * r_e^2 = \pi * (1000 \text{ ft})^2 \cong 3.141 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 72.12 \text{ Acres}$$

3. Con base en los datos arrojados por el simulador, se construye la gráfica:



Gráfica 10. Prueba de Presión – Variables reales para un $n=0.5$ en yacimiento con frontera externa abierta.

Donde con ayuda de un programa para gráficos, se puede apreciar que el intercepto entre el flujo radial (línea roja) y el estado estable (línea azul) equivale a un $dt = 15$ horas.

4. Aplicando las ecuaciones vistas en la Sección 2.2.1. para yacimientos cerrados saturados con fluidos pseudoplásticos, se tiene:

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_1 \phi)^{(1-n)/2} = 1.4273 \times 10^{-2}$$

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_t \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q}\right)^{1-n} = 2.2592 \times 10^{-6}$$

$$A = \pi \left[\frac{t_{rsi_{NN}}}{G\pi(-0.003n^2 + 0.0337n + 0.052)} \right]^{2/3-n} = 3.0947 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 71.04 \text{ Acres}$$

5. Finalmente se calcula el margen de error:

$$E = \left| \frac{A_{real} - A_{calculada}}{A_{real}} \right| \times 100 = 0.75\%$$

3.2.2. Fluido Dilatante (n = 1.5)

1. Datos de entrada al simulador:

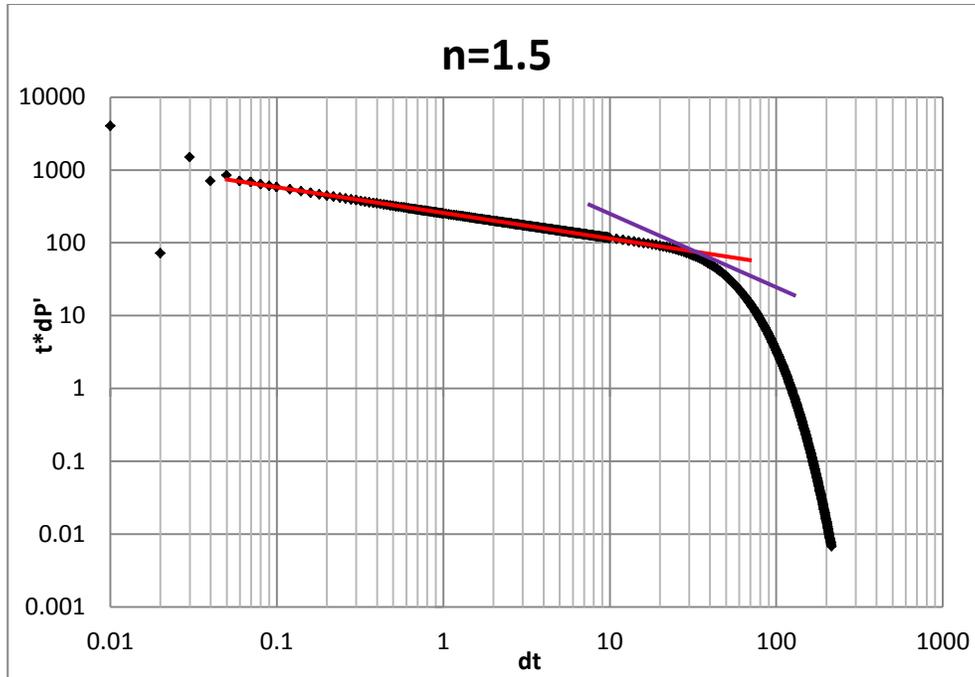
re =	1000 (ft)	k=	300 (mD)
Ct =	6.89E-06 (1/psi)	ϕ =	0.05 (fracción)
Pi =	2500 (psi)	rw =	0.33 (ft)
h =	16.4 (ft)	μ =	20 (Cp*s ⁿ⁻¹)
q =	300 (bbl/día)	Bo =	1 (bbl /BF)
tiempo =	9 (dias)	n =	0.5
Δt =	0.01 (horas)	N. Celdas=	1000

2. Cálculo del área de drenaje real del yacimiento, con el radio de drenaje supuesto:

$$A = \pi * r_e^2 = \pi * (1000 \text{ ft})^2 \cong 3.141 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 72.12 \text{ Acres}$$

3. Con base en los datos arrojados por el simulador y la derivada de presión, se construye la Gráfica 10.

Donde con ayuda de un programa para gráficos, se puede apreciar que el intercepto entre el flujo radial (línea roja) y el estado estable (línea morada) equivale a un dt = 32 horas.



Gráfica 11. Derivada de presión para un yacimiento con frontera externa abierta, saturado con un fluido cuyo $n = 1.5$

4. Aplicando las ecuaciones vistas en la Sección 2.2.2. para yacimientos abiertos saturados con fluidos dilatantes, se tiene:

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right) \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (1.59344 \times 10^{-12} k_i \phi)^{(1-n)/2} = 2.75 \times 10^4$$

$$G = \frac{(3792.188)n\phi c_i \mu_{eff}}{k} \left(\frac{96681.605h}{q}\right)^{1-n} = 2.4709 \times 10^{-3}$$

$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G\pi(0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913)} \right]^{\frac{2}{3-n}} = 3.1054 \times 10^6 \text{ ft}^2 = 71.29 \text{ Acres}$$

5. Finalmente se calcula el margen de error:

$$E = \left| \frac{A_{real} - A_{calculada}}{A_{real}} \right| \times 100 = 0.58\%$$

4. RESULTADOS

En las tabla 4, 5, 6 y 7 se muestra un resumen de los resultados obtenidos para cada prueba corrida para yacimientos con frontera externa cerrada y abierta. Los radios se encuentran en unidades de pies cuadrados, donde:

re^1 = radio de drene supuesto para la corrida del simulador.

re^2 = radio de drene hallado por medio de las ecuaciones desarrolladas.

- Yacimientos Cerrados:

PSEUDOPLÁSTICOS:
$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4} \right)^{1/\alpha-1} \right]^{2/3-n}$$

n = 0.2			n = 0.5			n = 0.9		
re^1	re^2	%Error	re^1	re^2	%Error	re^1	re^2	%Error
200	199.21	0.391	200	199.64	0.182	200	200.13	0.066
1000	992.73	0.727	1000	997.23	0.276	1000	993.05	0.695
2000	1985.45	0.727	2000	2004.48	0.224	2000	1985.88	0.706
5000	5020.83	0.417	5000	4970.91	0.585	5000	4930.16	1.397

Tabla 4. Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos cerrados saturados con fluidos pseudoplásticos.

DILATANTES:
$$A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G} * \left(\frac{1}{4} \right)^{1/\alpha-1} \right]^{2/3-n}$$

n = 1.2			n = 1.5			n = 1.9		
re^1	re^2	%Error	re^1	re^2	%Error	re^1	re^2	%Error
200	201.81	0.908	200	201.09	0.548	200	217.91	8.956
1000	1001.59	0.159	1000	1003.89	0.389	1000	1056.51	5.651
2000	2031.53	1.576	2000	1974.60	1.270	2000	2126.95	6.347
5000	5004.21	0.084	5000	4975.68	0.486	5000	5218.53	4.371

Tabla 5. Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos cerrados saturados con fluidos dilatantes.

- Yacimientos Abiertos:

$$PSEUDOPLÁSTICOS: A = \pi \left[\frac{t_{rsiNN}}{G\pi(-0.003n^2 + 0.0337n + 0.052)} \right]^{2/3-n}$$

n = 0.2			n = 0.5			n = 0.9		
re ¹	re ²	%Error	re ¹	re ²	%Error	re ¹	re ²	%Error
200	204.54	2.271	200	198.99	0.503	200	201.09	0.544
1000	1004.91	0.490	1000	992.51	0.750	1000	1004.92	0.492
2000	1993.95	0.300	2000	1986.39	0.678	2000	1996.44	0.178
5000	5015.94	0.320	5000	4954.05	0.919	5000	5005.87	0.117

Tabla 6. Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos abiertos saturados con fluidos pseudoplásticos.

$$DILATANTES: A = \pi \left[\frac{t_{rpiNN}}{G\pi(0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913)} \right]^{2/3-n}$$

n = 1.2			n = 1.5			n = 1.9		
re ¹	re ²	%Error	re ¹	re ²	%Error	re ¹	re ²	%Error
200	202.65	1.316	200	200.59	0.296	200	198.85	0.575
1000	993.84	0.616	1000	994.22	0.577	1000	1001.83	0.183
2000	2004.59	0.230	2000	1980.98	0.951	2000	1993.12	0.344
5000	4909.93	1.801	5000	4985.32	0.294	5000	4989.98	0.200

Tabla 7. Resumen de los resultados obtenidos por las ecuaciones, para yacimientos abiertos saturados con fluidos dilatantes.

Al estudiar los resultados obtenidos por medio de las ecuaciones desarrolladas, se puede apreciar que el máximo porcentaje de error que proporciona la ecuación para yacimientos cerrados saturados con fluidos pseudoplásticos es de 1.397%, mientras que para los dilatantes es de 8.956%. Para el primer caso el porcentaje de error es aceptable, aunque para el segundo es un poco grande. Es importante resaltar que ambos porcentajes son resultado de la simulación hecha para un índice de comportamiento de 0.9 y 1.9 respectivamente, y para éstos valores de n el fluido ya está muy lejos de su comportamiento original, bien sea pseudoplástico o dilatante, es por esto que se obtienen errores más significativos, aunque en la mayoría de aplicaciones, la ecuación trabajó satisfactoriamente.

Para el caso de los yacimientos abiertos, la ecuación desarrollada para los fluidos pseudoplásticos arrojó un error máximo de 2.27%, pero si se mira con claridad, todos los resultados obtenidos fueron bastante precisos, por lo que se concluye que esta ecuación trabaja perfectamente.

Ya para los fluidos dilatantes, el porcentaje de error máximo obtenido fue de 1.80%, pero la tendencia de todos los resultados es muy aproximada al dato real.

Algunas de estas fluctuaciones en el porcentaje de error pueden atribuirse a otros factores, bien sea imprecisión en los datos, ya que como se dijo inicialmente, estos son sintéticos pues no se cuenta con datos reales, imprecisión al medir el punto de intercepción o falta o exceso del uso de cifras significativas al momento de emplear las ecuaciones, pero en general, los resultados obtenidos fueron muy precisos y aproximados.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo de grado se han generado un grupo de ecuaciones para que por medio de una prueba de presión y la metodología *TDS*, se pueda determinar el área de drenaje de un yacimiento circular homogéneo con frontera externa cerrada o con frontera externa abierta.

Para cada caso de frontera externa, se desarrolló una ecuación que permitiera hallar el área de drenaje para dos tipos de fluidos No Newtonianos diferentes: Pseudoplásticos y Dilatantes. Para el caso de la frontera cerrada, estas ecuaciones son la misma, pero para el caso de la frontera externa abierta, son diferentes. Las ecuaciones se pueden ver en la Sección 2 y algunos ejemplos de aplicación en la Sección 3.

Por medio de simuladores numéricos matemáticos, se llevaron a cabo diferentes pruebas de presión a tres diferentes índices de caracterización n , para cada uno de los dos tipos de fluidos No Newtonianos analizados. Para cada valor de n se simularon cuatro pruebas, cada una correspondiente a un radio de drenaje diferente. Los resultados se pueden ver en la Sección 4. De éstos se concluye que las ecuaciones desarrolladas funcionan satisfactoriamente y el margen de error arrojado por cada una es más que aceptable.

6. RECOMENDACIONES

En primer lugar, se recomienda tener mucho cuidado al momento de la lectura del punto de intercepción de la gráfica de la derivada de presión, ya que las ecuaciones son extremadamente sensibles a cambios del orden de 1×10^{-1} . Esto quiere decir que con una lectura errónea que varíe en 0.1, ya la ecuación va a arrojar un resultado con un porcentaje de error por lo menos de 1% mayor que el esperado si se lee correctamente el intercepto.

Las ecuaciones presentadas en este trabajo son para el uso de la técnica TDS y sólo para el análisis de pruebas de presión por este método de derivada. Si se aplica a otros métodos no aseguramos que funcionen correctamente.

Las unidades, constantes y de más datos que se necesiten al momento de emplear las ecuaciones están descritos en este trabajo de grado, cualquier variación en alguno de los datos alterará las ecuaciones y puede que no funcionen de la misma manera a como se plantean aquí.

El estudio realizado es un fundamento para estudios futuros. Se recomienda ampliar esta investigación a yacimientos heterogéneos, naturalmente o hidráulicamente fracturados o que contengan una zona de transición entre fluido newtoniano y uno No Newtoniano.

BIBLIOGRAFÍA

1. Comparing Venezuelan and Canadian Heavy Oil and Tar Sands. M.B. Dusseault. PRISM Production Technologies Inc. Canadian International Petroleum Conference 2001. Paper 2001-061.
http://www.energy.gov.ab.ca/OilSands/pdfs/RPT_Chops_app3.pdf
2. G.P.A. Estudios y Servicios Petroleros S.R.L. Norma técnica N° 63. Disponible en la internet: URL:
http://www.oilproduction.net/cms/files/GPA_Nota_Tecnica_63.pdf.
3. Yacimientos de Crudo Pesado y Extrapesado. "Curtis Carl, Decoster Erick, Guzmán Angel, Huggins Cynthia, Minner Mike, Linares Luz Marina, Rough Howard y Waite Mike: 'Yacimientos de petróleo pesado,' Oilfield Review 14, n° 3 (Invierno 2003): 32-55."
http://ingenieria-de-yacimientos.lacomunidadpetrolera.com/2008_10_01_archive.html
4. "Non-Newtonian Flow in the Process Industries - Fundamentals and Engineering Applications." R.P. Chhabra & J.F. Richardson. Ed. Butterworth-Heinemann, 1999.
5. "Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media." Chi u. Ikoku, Henry J. Ramey Jr. SPE Paper No. 7139. (1979)
6. "Flow of Non Newtonian Power-Law Fluids through Porous Media." A.S. Odeh, H.T. Yang. SPE paper No. 7150 (1979)
7. "Practical Application of Non-Newtonian Transient Flow Analysis." Chi U. Ikoku. SPE paper No. 8351 (1979)
8. "Wellbore Storage and Skin Effects During the Transient Flow of Non Newtonian, Power-Law Fluids in Porous Media." Chi U. Ikoku, Henry J. Ramey Jr. SPE paper No. 7449 (1980)
9. "Pressure Transient Behavior of Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs." O. Lund, Chi U. Ikoku. SPE paper No. 9401 (1981)
10. "Pressure Transient Behavior of Dilatant Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs." G.A. Okpobiri, C.U. Ikoku. SPE paper No. 12307 (1983)
11. "Pressure Falloff Behavior In Vertically Fractured Wells: Non-Newtonian Power-Law Fluids." S. Vongvuthipornchai, R. Raghavan. SPE paper No. 13058, (1987)

12. "Well Test Analysis of Data Dominated by Storage and Skin: Non-Newtonian Power-Law Fluids." S. Vongvuthipornchai, Rajagopal Raghavan. SPE paper No. 14454 (1987)
13. "Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in Infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique." Irina Katime-Meindl, Djebbar Tiab. SPE paper No. 71587 (2001)
14. "New Type Curves for the Analysis of Pressure Transient Data Dominated by Skin and Wellbore Storage – Non Newtonian Fluid. Alpheus.O." Igbokoyi and Djebbar Tiab, SPE, University of Oklahoma. SPE paper No. 106997 (2007)
15. "Pressure And Pressure Derivative Analysis For A Well In A Radial Composite Reservoir With A Non-Newtonian/Newtonian Interface." Freddy-Humberto Escobar, Javier-Andrés Martínez y Matilde Montealegre-Madero. CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro - Vol. 4 Num. 2 Dec. 2010. Páginas 33-42
16. "Pressure And Pressure Derivative Analysis For Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids In Double-Porosity Formations." Freddy-Humberto Escobar, Angela-Patricia Zambrano, Diana-Vanessa Giraldo y José-Humberto Cantillo- Silva. CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro - Vol. 4 Num. 3 Jun. 2011. Páginas 47-59
17. "Análisis Moderno de Pruebas de Presión." Freddy Humberto Escobar Macualo. Editorial Universidad Surcolombiana. Segunda edición: Abril de 2010.
18. "Analysis of pressure and pressure derivative without type-curve matching. Skin and wellbore storage." Djebbar Tiab. SPE paper No. 25426, 1991.