# ANÁLISIS DE PRUEBAS DE INYECCIÓN EN YACIMIENTOS HOMOGÉNEOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS

JOHANNA MARCELA ASCENCIO NIVIA
DANIEL FELIPE REAL RAMIREZ

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
NEIVA-HUILA
2013

# ANÁLISIS DE PRUEBAS DE INYECCIÓN EN YACIMIENTOS HOMOGÉNEOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS

JOHANNA MARCELA ASCENCIO NIVIA
DANIEL FELIPE REAL RAMIREZ

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de Ingeniero de Petróleos

Director
FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO
Doctor en Ingeniería de Petróleos

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
NEIVA-HUILA
2013

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Neiva, 07 de agosto  de 2013

## DEDICATORIA

*Dedico esta tesis a ti Dios,*
*Por iluminarme y guiarme cada día de mi vida.*
*A mis padres Fabiola Nivia y José Ascencio*
*Por su apoyo, amor, comprensión y valores que me enseñaron.*
*A mis hermanos Paola y Alexander,*
*Los amo inmensamente y orgullosa me siento de ustedes.*

***Johanna Marcela A.***

*A Dios, mi fuerza y mi guía.*
*A mis padres, quienes  han sido baluarte y faros de luz en mi trayectoria de vida, en especial a mi madre, a quien siempre llevaré en mi corazón.*
*A mis hermanas por estar siempre presentes y en especial Andrea, mi proveedora y cómplice.*
*A mis maestros  formadores y facilitadores de copiosos conocimientos.*
*A la Universidad Surcolombiana "foro humanista de ciencia y de verdad" y*
*A mis compañeros por su camaradería y solidaridad.*

***Daniel Felipe R.***

## AGRADECIMIENTOS

Queremos presentar nuestros agradecimientos a nuestro director de tesis, profesor Freddy Humberto Escobar Macualo, Ph.D, prestigioso docente e investigador, quien con su constante y paciente acompañamiento pedagógico y disciplinar hizo posible el desarrollo y culminación de nuestro trabajo de grado, el cual contribuyó significativamente a nuestra formación profesional.

A la profesora Carmen Pinzón y el profesor Jairo Sepúlveda, quienes con mucha dedicación y excelente profesionalismo leyeron nuestro trabajo e hicieron importantes aportes que lo enriquecieron.

A nuestro amigo y compañero Maiver Díaz por su valiosa amistad y camaradería que nos sirvieron de impulso en la dinámica universitaria.

# RESUMEN


El uso de fluidos no newtonianos no es nuevo en la industria petrolera. Algunas de sus propiedades se han reconocido y utilizado en fluidos de completamiento y estimulación, en operaciones de fracturamiento y en proyectos de recobro mejorado. Además muchos crudos pesados tienen comportamiento no newtoniano.

Para el análisis de los datos obtenidos de las pruebas de inyección de fluidos no newtonianos se han desarrollado métodos convencionales y la metodología *TDS*. Para su adecuada interpretación no se pueden usar los modelos de flujo de los fluidos newtonianos ya que éstos tienen un comportamiento totalmente diferente. Realizar un adecuado análisis de estos datos ayudará a obtener una máxima recuperación de petróleo, determinar un comportamiento aproximado de la presión en el yacimiento y servirá como base teórica de futuros análisis.

En este estudio se presenta el estado del arte de las metodologías desarrolladas para interpretar pruebas de presión con fluidos no newtonianos, se realiza un análisis de pruebas de inyección comparando el método convencional y la metodología *TDS* analizando el comportamiento de la presión a diferentes índices de comportamiento de flujo "*n*" y se desarrolla un software que permita un cálculo rápido y preciso de los datos, el cual tiene como base las ecuaciones y consideraciones desarrolladas para la aplicación del método convencional. El software se probó satisfactoriamente con varios problemas encontrados en la literatura.



**PALABRAS CLAVE:** Reología, fluidos no newtonianos, viscosidad aparente, viscosidad efectiva, viscosidad absoluta, metodología *TDS*, radio de investigación.

**ABSTRACT**

The use of non-newtonian fluids is not new in the oil industry. Some of their qualities have been used in completition and stimulation fluids, fracturing operations and in projects like enhanced recovery. Besides, some heavy oils have non newtonian behavior.

To analize the collected data from the non-newtonian fluids injection testing, conventional methods have been developed as well as the *TDS* (Tiab Direct Syntesis) methodology. For its accurate interpretation the newtonian fluid flow models cannot be used because they have a completely different behavior. To produce an adeccuate analysis of these data will help obtaining a maximum oil recovery, and to determine an aproximate behavior of the reservoir pressure and will work as a theoretical foundation for future analysis.

This research is presented as a summary of the methodologies developed for the interpretation of pressure tests using non-newtonian fluids, an analysis of injection testing is performed comparing the conventional method and the *TDS* methodology, analyzing the pressure behaviour at different flow behavior indexes "*n*", a software is developed with the aim of allowing a fast and precise calculation of data, this software has as a foundation the equations and considerations developed for the application of the conventional method.

KEYWORDS: Rheology, non-newtonian fluids, apparent viscosity, effective viscosity, absolute viscosity, *TDS* methodology, radius of investigation.

## TABLA DE CONTENIDO

## LISTA DE GRÁFICAS

**Pág.**

# LISTA DE TABLAS

# INTRODUCCIÓN

Los yacimientos no convencionales son un tema de gran importancia para la industria petrolera debido a que gran parte de la producción de crudo y gas se encuentra en este tipo de yacimientos, enfocando la atención especialmente en los crudos parafínicos y crudos de tipo pesado, debido a que en muchas pruebas de inyección realizadas en estos yacimientos, se utilizan fluidos con características especiales o comúnmente llamados fluidos "no newtonianos".

Los fluidos no newtonianos están generalmente clasificados según su comportamiento independiente del tiempo, su comportamiento dependiente del tiempo y los viscoelásticos. Ejemplos de la primera clasificación son los fluidos Bingham, fluidos pseudoplásticos y fluidos dilatantes, siendo los fluidos pseudoplásticos los más utilizados en las pruebas de inyección, esto hace que se preste atención a sus características tales como el índice de comportamiento de flujo "*n*" y la consistencia de flujo "*k*"; también hay que considerar la importancia de la denominada ley de potencia.

Muchos de los modelos de interpretación de pruebas de pozos convencionales no trabajan en yacimientos que contengan fluidos no newtonianos, lo que crea una necesidad de ampliar metodologías convencionales y modernas del análisis de pruebas de presión, con especial interés en el uso de la presión y la derivada de la presión junto con el método *Tiab's Direct Synthesis* para formaciones homogéneas y así poder caracterizar este tipo de yacimientos y de esta manera poder mejorar el esquema de explotación.

## CAPÍTULO 1.
## ASPECTOS TEÓRICOS

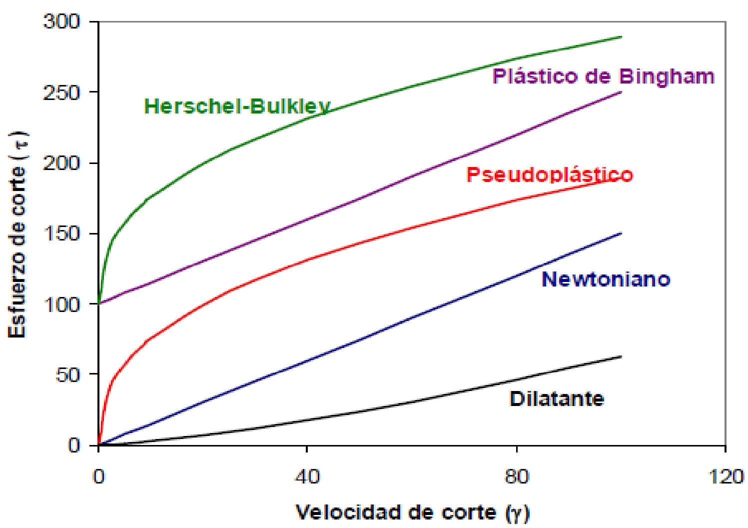
Los fluidos no newtonianos se han usado durante muchas décadas en la industria petrolera, sus propiedades se han reconocido y utilizado en fluidos de completamiento y estimulación, en operaciones de fracturamiento y recientemente se ha enfocado la atención en su uso para procesos de recobro mejorado.

Okpobiri e Ikoku (1983)[26] manifiestan que estos fluidos se inyectan en los yacimientos para aumentar la eficiencia de barrido de aceite mediante la reducción de la movilidad ($k_D/\mu_D$) de la fase de conducción debido a su peculiar característica de alta viscosidad. Con la reducción de la movilidad de la fase de conducción, se puede lograr una relación de movilidad favorable ($\leq 1$) lo que conduciría a un desplazamiento de aceite por la solución de polímero de una manera más o menos tipo pistón.

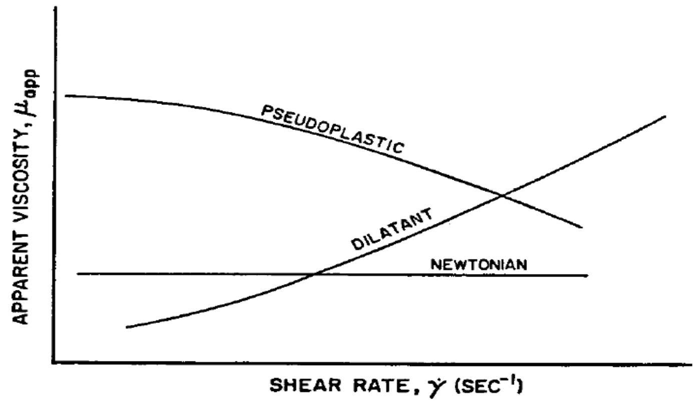
Los fluidos más sencillos son los newtonianos, llamados así porque su comportamiento sigue la ley de Newton: El esfuerzo de corte es proporcional al gradiente de velocidad o velocidad de corte y por lo tanto, tienen una viscosidad constante a determinadas condiciones de temperatura y presión.

En los fluidos no newtonianos el esfuerzo de corte y la velocidad de corte no son directamente proporcionales y las viscosidades varían de acuerdo con la velocidad de corte, el cambio es en función de si el fluido es pseudoplástico o dilatante.
En un fluido pseudoplástico su viscosidad disminuye con el aumento de la velocidad de corte mientras que para un fluido dilatante es el caso contrario.

El comportamiento reológico de esos fluidos se representan en las gráficas 1 y 2.




Gráfica 1. Esfuerzo de corte vs. Velocidad de corte para distintos fluidos. Steffe (1992)[33].




Gráfica 2. Viscosidad aparente vs. Velocidad de corte para fluidos no newtonianos independientes del tiempo. Okpobiri and Ikoku (1983)[26]

## 1.1 REOLOGÍA DE LOS FLUIDOS NO NEWTONIANOS

La reología es la ciencia que trata de la deformación y del flujo de la materia. Se trata de una disciplina que analiza principalmente la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte, y el impacto que éstos tienen sobre las características de flujo. Al tomar ciertas medidas en un fluido, es posible determinar la manera en que dicho fluido fluirá bajo diversas condiciones, incluyendo la temperatura y la presión.

La viscosidad es el término reológico más conocido. En su sentido más amplio, la viscosidad se puede describir como la resistencia de una sustancia al flujo.

La viscosidad efectiva ($\mu_e$) es la viscosidad de un fluido bajo condiciones específicas. Estas condiciones incluyen la velocidad de corte, la presión y la temperatura.

La viscosidad plástica se describe generalmente como la resistencia al flujo que es causada por la fricción mecánica.

Esfuerzo de corte es una fuerza en el fluido que se opone al flujo. Se puede describir como un esfuerzo de fricción que aparece cuando una capa de fluido se desliza encima de otra. Como el corte ocurre más fácilmente entre capas de fluido que entre la capa exterior del fluido y la pared de una tubería, el fluido que está en contacto con la pared no fluye.

La velocidad de corte es la velocidad a la cual una capa pasa por delante de la otra capa. Por lo tanto, la velocidad de corte ($\gamma$) es un gradiente de velocidad.

Tixotropía es la propiedad demostrada por algunos fluidos que forman una estructura de gel cuando están estáticos, regresando luego al estado de fluido cuando se aplica un esfuerzo de corte.

## 1.2 MODELO REOLÓGICO: LEY DE OSTWALD DE WAELE, LEY DE POTENCIA

Un modelo reológico es una descripción de la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte. El modelo newtoniano es el modelo reológico que describe el comportamiento de flujo de los fluidos newtonianos. Sin embargo, existen fluidos no newtonianos y este modelo no describe su comportamiento de flujo. Como no existe ningún modelo reológico específico que pueda describir con precisión las características del flujo de los fluidos no newtonianos se han desarrollado varios modelos para describir su comportamiento.

### Ley de Ostwald de Waele, Ley de Potencia

Durante muchas décadas se ha modelado la velocidad de corte, el esfuerzo de corte y muchos fluidos no newtonianos con la ley de potencia, Ostwald de Waele[14, 23]:

$$\tau = H * \gamma^{n} \tag{1}$$

Para un fluido newtoniano, la viscosidad está dada por:

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{2}$$

Análogamente, se puede definir una "viscosidad aparente" para los fluidos no newtonianos combinando las ecuaciones 1 y 2 y obtener:

$$\mu_{app} = H * \dot{\gamma}^{n-1} \tag{3}$$

Para un fluido newtoniano $n = 1$, y la viscosidad es igual a la constante $H$.

Para fluidos pseudoplásticos, $0 < n < 1$, y la gráfica log ($\mu_{app}$) vs log ($\dot{\gamma}$) muestra una línea recta con pendiente negativa. Si $n > 1$, el fluido es dilatante y la viscosidad aparente incrementa con el aumento de la rata de corte.

La expresión semiempírica más exitosa que describe el flujo laminar de fluidos newtonianos a través de empaques es la ecuación de Blake-Kozeny[14]:

$$u_0 = \frac{D_p{}^2 \phi^3 \Delta p}{150 \mu (1-\phi)^2 L} \tag{4}$$

La permeabilidad del empaque es:

$$k = \frac{D_p{}^2 \phi^3}{150(1-\phi)^2} \tag{5}$$

La ecuación modificada de Blake-Kozeny[14] para flujo unidimensional de fluidos, ley de potencia a través del medio poroso es:

$$u_o = \frac{n\phi}{3n+1}\left(\frac{D_p \phi}{3(1-\phi)}\right)^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{6\Delta p}{25HL}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{6}$$

Si la ecuación 5 se combina con la ecuación 6:

$$u_o = \left(\frac{k}{\mu_{eff}} \frac{\Delta p}{L}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{7}$$

Donde $\mu_{eff}$ es la “viscosidad efectiva” y está dada por:

$$\mu_{eff} = \frac{H}{12}(9+3/n)^n (150k\phi)^{(1-n)/2} \tag{8}$$

Así, una analogía a la ley de Darcy para fluidos ley de potencia, despreciando la gravedad, puede ser escrita en coordenadas radiales como:

$$u_r{}^n = -\frac{kr}{\mu_{eff}} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{9}$$

# CAPÍTULO 2.
# ESTADO DEL ARTE DE LA METODOLOGÍA CONVENCIONAL

Muchos estudios se han realizado sobre las propiedades reológicas y comportamiento del flujo de fluidos no newtonianos a través del medio poroso. Aunque estos estudios han avanzado significativamente, aún no hay algún método válido disponible en la interpretación de los resultados de pruebas de pozo. A continuación se presenta el estado del arte el cual recoge la investigación y metodología en condiciones de inyección de los principales autores que han trabajado con los fluidos no newtonianos.

El primer estudio en inundaciones de polímero se realizó en 1964. **Pye** (1964)[28] fue el pionero en realizar pruebas de laboratorio y campo con soluciones muy diluidas de alto peso molecular, polímeros sintéticos. Él observó en ambos casos, un mayor recobro de aceite debido a la mejora del barrido areal y eficiencia de desplazamiento. También observó que las viscosidades de la formación obtenidas mediante la ley de Darcy eran mucho más altas que sus mediciones de laboratorio y este fenómeno lo atribuyó al factor de resistencia. Pye mostró que mediante el empleo del concepto de factor de resistencia, el recobro de aceite es función de la relación de movilidad ya que la presencia de polímeros en concentraciones diluidas disminuye la movilidad del agua entre 5 y 20 veces.

**Sandiford** (1964)[31] realizó estudios de laboratorio con soluciones de polímeros en núcleos lineales y radiales, modelos de paquetes de arena, y también realizó algunos estudios de campo y llegó a las mismas conclusiones de Pye.

**Sadowski et al.** (1965)[30] realizaron trabajos experimentales y teóricos sobre el flujo de fluidos no newtonianos a través del medio poroso y concluyeron que el modelo de Ellis es una buena representación del comportamiento de muchas soluciones de polímeros.

**Gogarty** (1967)[7] correlacionó resultados reológicos y de flujo y desarrolló una ecuación para la viscosidad efectiva en función de la velocidad de corte. En su estudio encontró que la eficiencia en la inyección del polímero disminuye con la disminución de la permeabilidad, y que la porosidad puede ser afectada por algunas moléculas grandes de polímero fluyendo.

**Mungan et al**. (1966)[23] investigaron el uso de polímeros en inyección de agua y obtuvieron una reducción de la movilidad la cual depende del tipo de polímero, peso molecular, salinidad y pH del agua, tipo de aceite y las propiedades capilares del medio poroso. Mostraron que durante la inyección de polímeros existe una marcada reducción de la permeabilidad del núcleo.

**Nouri** y **Root** (1971)[24] hicieron un extenso trabajo experimental con 88 soluciones de polímeros comerciales y concluyeron que todos los comportamientos reológicos de los fluidos podrían ser modelados con el modelo ley de potencia, que casi todos eran pseudoplásticos, y que el aumento en el recobro de aceite se debía a la mayor eficiencia del barrido volumétrico.

**Hirasaki** y **Pope** (1974)[8] observaron que el comportamiento reológico del flujo de soluciones de polímeros a través del medio poroso, podía ser newtoniano a bajos caudales, pseudoplástico a caudales intermedios y dilatantes a altos caudales.

**Van Pollen** y **Jargon** (1969)[34] presentaron el primer estudio del comportamiento del transiente de presión durante el flujo de fluidos no newtonianos en yacimientos de petróleo. Ellos realizaron un estudio numérico usando técnicas de diferencias finitas, consideraron flujos en estado estable y en estado inestable, usaron las ecuaciones de flujo de fluidos newtonianos y representaron el comportamiento no newtoniano variando la viscosidad como una función de la posición.

En 1979 fueron publicados los primeros artículos que propusieron métodos de análisis de pruebas de pozo para la inyección de fluidos no newtonianos.

**Odeh** y **Yang** (1979)[25] derivaron una ecuación diferencial parcial que describe el flujo de fluidos no newtonianos, ley de potencia, ligeramente compresible en el medio poroso homogéneo, la cual se desarrolló para flujo en estado inestable, formularon un método para analizar los datos de las pruebas de inyección y de los resultados teóricos se derivaron ecuaciones de flujo en estado estable, un método para interpretar pruebas isócronas y ecuaciones para calcular el radio de drenaje del transiente equivalente.

La ecuación diferencial parcial desarrollada es:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\left(1-\frac{1}{n}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=r^{1/n}\,\mathrm{B}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{10}$$

$$B=\frac{A\phi^{1+1/2n}ch^{1/n}}{k^{1-1/2n}(1500q)^{1/n}} \tag{11}$$

$$A=\mu\dot{e}^{1/n} \tag{12}$$

La solución y las condiciones de la ecuación son:

$p = p_i$ $\quad t = 0$

$p \rightarrow p_i$ $\quad t = 0$ $\quad r \rightarrow \infty$

$\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=rw}$ Constante $\quad t > 0$

$$p_w-p_i=\frac{q\mu r_w}{2\pi kh}\left[\frac{n^{(2n-1)/(2n+1)}(2n+1)^{2/(2n+1)}t^{1/(2n+1)}}{\Gamma\left(\frac{2n}{2n+1}\right)r_w^{\;1/n}B^{1/(2n+1)}}-n\right] \tag{13}$$

La rata corte se expresa con la siguiente ecuación:

$$\dot{e} = \frac{1500q}{hr(k\phi)^{1/2}} \tag{14}$$

La ecuación para hallar el flujo en estado estable es:

- Para inyección,

$$q^{1-1/n} = \frac{2\pi k^{1-1/2n} h^{1-1/n} (1500)^{1/n} (p_w - p_{rd})}{nA\phi^{1/2n} (rd^{1/n} - rw^{1/n})} \tag{15}$$

- Para producción,

$$q^{1-1/n} = \frac{2\pi k^{1-1/2n} h^{1-1/n} (1500)^{1/n} (p_{rd} - p_w)}{nA\phi^{1/2n} (rd^{1/n} - rw^{1/n})} \tag{16}$$

Odeh y Yang[25] tuvieron en cuenta que una ecuación en estado estable es igual a una ecuación en estado inestable si la caída de presión y la rata de inyección son las mismas, y tomaron la ecuación diferencial parcial para fluidos no newtonianos en estado inestable (ecuación 13), y la ecuación para flujo en estado estable (ecuación 15) y desarrollaron una ecuación para el radio de drenaje efectivo; asumen que el medio poroso está totalmente lleno de fluido no newtoniano.

$$r_{de}^{\ 1/n} = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{2n}{2n+1}\right)} \bullet \left[ \frac{q^{1/n} k^{(2n-1)/2n} (1500)^{1/n} (2n+1)^2 t}{A\phi^{(2n+1)/2n} n^2 h^{1/n} c} \right]^{1/(2n+1)} \tag{17}$$

En pruebas isócronas y teniendo dos pruebas con caudales distintos, la ecuación para hallar el $t_1$ y el $t_2$ a los cuales $r_{de1} = r_{de2}$ es:

$$t_2 = (t_1)\left(\frac{q_1}{q_2}\right)^{1/n} \tag{18}$$

**McDonald** (1979)[20] presentó un estudio numérico usando la ecuación de flujo ley de potencia propuesta por Odeh y Yang (1979)[25]**.** Él presentó diferentes soluciones numéricas de la ecuación y comparó los resultados con los resultados analíticos de Odeh y Yang[25]; descubrió que se requería una malla más fina para la simulación en diferencias finitas de los fluidos, ley de potencia, que para los aceites negros.

**Bondor et al**. (1972)[1] presentaron una simulación numérica de una inyección de polímeros. Se presentó mucha información útil en el flujo de polímeros pero no consideraron el transiente de flujo.

**Ikoku** y **Ramey** (1979)[14] estudiaron el comportamiento del transiente de flujo de los fluidos no newtonianos en los yacimientos. Desarrollaron una nueva ecuación diferencial parcial, la cual describe el flujo de un fluido no newtoniano, ley de potencia, ligeramente compresible en el medio poroso homogéneo e isotrópico. Esta ecuación gobierna el flujo de muchos agentes no newtonianos usados en proyectos de recobro secundario y terciario, como soluciones de polímeros, soluciones micelares y soluciones de surfactantes. Implementaron nuevas técnicas de análisis para las pruebas de inyección de fluidos no newtonianos que involucran gráficos log $\Delta p$ vs log $t$, y $\Delta p$ o $p_{wf}$ vs $t^{1-n/3-n}$.

La solución general en el espacio Laplaciano de la ecuación 97 es:

$$\bar{p}(r_D, z) = \frac{r_D^{\frac{1-n}{2}} K_{\frac{1-n}{3-n}}\left(\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\, r_D^{\frac{3-n}{2}}\right)}{z^{\frac{3}{2}} K_{\frac{2}{3-n}}\left(\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right)} \tag{19}$$

La ecuación 19 (1979) puede ser evaluada directamente por inversión numérica. Sin embargo, Ikoku and Ramey[14] encontraron una solución aproximada.

$$p_{DNw} \simeq \frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}} t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \frac{1}{1-n} \tag{20}$$

Una gráfica de $\Delta p$ o $p_{wf}$ vs $t^{1-n/3-n}$ da una línea recta con una pendiente, $m_{NN}$, dada por:

$$m_{NN} = \frac{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^{\frac{1+n}{3-n}} \left(\frac{\mu_{eff}}{k}\right)^{\frac{2}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\left[\frac{n\phi c_t}{(3-n)^2}\right]^{\frac{1-n}{3-n}}} \tag{21}$$

A un $t = 0$ seg, el intercepto es:

$$\Delta p_o = \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_r (n-1)} \tag{22}$$

A un $t = 0$ seg., $\Delta p = \Delta p_o$, el factor de daño se puede calcular con la siguiente expresión:

$$s = \left(\frac{\Delta p_o}{r_w^{\;1-n}}\right)\left(\frac{2\pi h}{q}\right)^n\left(\frac{k_r}{\mu_{eff}}\right)+\left(\frac{1}{1-n}\right) \tag{23}$$

La ecuación para hallar el radio de investigación es:

$$r_{inv} = \left[\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\right]^{\frac{1}{n-1}}\left[\frac{\left(3-n\right)^2 t}{G}\right]^{\frac{1}{3-n}} \tag{24}$$

Si se conoce el valor de la consistencia, $H$, se puede usar la siguiente expresión para hallar la permeabilidad in-situ:

$$k_r = \left(\frac{q}{2\pi h}\right)\left\{\left[\left(1-n\right)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\right]^{n-3}\bullet\frac{\left[\frac{H}{12}\left(9+\frac{3}{n}\right)^n\left(150\right)^{\frac{1-n}{2}}\right]^2\left(3-n\right)^{2(1-n)}}{\left(nc_t\right)^{1-n}\left(m_{NN}\right)^{3-n}}\right\}^{\frac{1}{1+n}} \tag{25}$$

En otra investigación, Ikoku y Ramey (1978)[13] hicieron una aproximación de la ecuación diferencial parcial no lineal transformándola en forma lineal, usaron el método de predicción-corrección Douglas-Jones (para la solución numérica de ecuaciones en derivadas parciales no lineales). Esta aproximación es equivalente a asumir que el caudal es constante en cualquier radio y asumir una serie de flujo en estado estable. Esas suposiciones son casi correctas en la región de expansión cerca del pozo, pero no son correctas cerca del radio de investigación. Comparan los métodos numéricos con las soluciones analíticas considerando el caso de un yacimiento infinitamente grande con caudal constante. Entre sus conclusiones se tiene que con el aumento del valor del índice de comportamiento de flujo, $n$, y el aumento del tiempo, los errores debido a la aproximación linealizada se hacen más pequeños.

Ikoku y Ramey (1980)[15] extendieron su teoría original a yacimientos circulares finitos (flujo radial) considerando los efectos de daño y almacenamiento en el transiente de flujo. Estipularon un caudal de flujo constante en el pozo y consideraron dos condiciones de frontera externa: no flujo y presión constante. Como los periodos tempranos son dominados por el efecto de almacenamiento, obtuvieron una expresión para hallar su duración y desarrollan nuevas relaciones para el factor de daño y el radio efectivo del pozo, y usaron un simulador numérico para estudiar los efectos de almacenamiento y daño durante el transiente de flujo.

En el modelo matemático desarrollado, la frontera interna es el pozo. Para el caso de no flujo en la frontera externa, ésta se considera sellada y en el caso de presión contante, la presión permanece constante debido a su carácter natural o al mantenimiento de la presión artificial.

La ecuación diferencial parcial aplicable en variables adimensionales es:

$$\frac{\partial^2 p_{DNN}}{\partial r_D{}^2} + \frac{n}{r_D}\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D} = r_D{}^{1-n}\frac{\partial p_{DNN}}{\partial t_{DNN}} \tag{26}$$

- Para el caso de no flujo en la frontera externa, las condiciones iniciales y de frontera son:

$$p_{DNN}(r_D, 0) = 0$$

$$\left(\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = -1 \text{ para } t_{DNN} > 0$$

$$\left(\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D}\right)_{r_{eD}=1} = 0 \text{ para todo } t_{DNN}$$

La solución de la ecuación en el espacio Laplaciano y para $r_D = 1$ es:

$$\overline{p}(\mathrm{z}) = \frac{\left\{\begin{array}{l} K_{2/(3-n)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}{}^{(3-n)/2}\right]\bullet I_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right]+ \\ I_{2/(3-n)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}{}^{(3-n)/2}\right]\bullet K_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right] \end{array}\right\}}{\left(z^{3/2}\left\{\begin{array}{l} I_{2/(n-3)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}{}^{(3-n)/2}\right]\bullet K_{2/(3-n)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right]- \\ K_{2/(3-n)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}{}^{(3-n)/2}\right]\bullet I_{2/(n-3)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right] \end{array}\right\}\right)} \tag{27}$$

- Para el caso de presión constante en la frontera externa, las condiciones iniciales y de frontera son:

$$p_{DNN}(r_D, 0) = 0$$

$$\left(\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = -1 \text{ para } t_{DNN} > 0$$

$$p_{DNN}(r_{eD}, t_{DNN}) = 0$$

La solución de la ecuación en el espacio Laplaciano y para $r_D$ = 1 es:

$$\overline{p}(z)=\frac{\left\{\begin{array}{l} I_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}^{(3-n)/2}\right]\bullet K_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right]- \\ K_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}^{(3-n)/2}\right]\bullet I_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right] \end{array}\right\}}{\left(z^{3/2}\left\{\begin{array}{l} I_{2/(n-3)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right]\bullet K_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}^{(3-n)/2}\right]+ \\ K_{2/(3-n)}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}\right]\bullet I_{\frac{1-n}{3-n}}\left[\frac{2}{3-n}\sqrt{z}r_{eD}^{(3-n)/2}\right] \end{array}\right\}\right)} \tag{28}$$

Una ecuación aproximada para el tiempo de estabilización es:

$$t_{DNN}\simeq\left[\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\right]^{\frac{3-n}{1-n}}\frac{r_{eD}^{\;3-n}}{(3-n)^2} \tag{29}$$

Cuando $n$ = 1, $t_D \approx 0.25 r_{eD}^2$, la cual es la ecuación para el tiempo de estabilización para el flujo newtoniano.

La ecuación para el factor de daño en términos del radio de la zona de permeabilidad alterada es:

$$s=\left(\frac{k_r}{k_s}-1\right)\left[\left(\frac{r_s}{r_w}\right)^{1-n}-1\right]\left(\frac{1}{1-n}\right) \tag{30}$$

La ecuación para el radio efectivo del pozo, la cual es válida si (1 – $n$) $s$ < 1 es:

$$r_s=r_w\left[1-(1-n)s\right]^{1/(1-n)} \tag{31}$$

Los efectos de almacenamiento y daño siempre distorsionan el comportamiento del transiente de presión, y el efecto de almacenamiento siempre dominará los periodos tempranos del transiente de presión.

Ikoku y Ramey (1980)[15] definen radio de investigación como la medida de la distancia radial sobre la cual hay una caída de presión significante causada por producción o inyección en el pozo, y el tiempo de estabilización lo toman como el tiempo cuando el radio de investigación alcanza la frontera externa.

Ikoku (1979)[11] también aplicó las nuevas técnicas para el análisis de pruebas de abatimiento para el flujo de fluidos no newtonianos y usó el principio de superposición lineal en el desarrollo de la solución teórica. El principio de superposición permite analizar el cambio del flujo del caudal desde la solución de un caso de caudal constante.

La solución para un caudal constante para un yacimiento infinito es:

$$p_{DNw} = \left[ \frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}} t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)} - \left(\frac{1}{1-n}\right) \right] \tag{32}$$

Para cualquier prueba de presión de abatimiento, la presión de cierre en fondo de pozo debe ser expresada usando el principio de superposición para un pozo que fluye a un caudal constante, $q$, hasta el tiempo, $t_f$, y después con caudales igual a cero. En cualquier momento después del cierre se tiene:

$$p_{DNN} = \frac{p_{ws} - p_i}{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_r}} \tag{33}$$

$$\Delta p = p_{DNN} \cdot \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{1-n}}{k_r} \tag{34}$$

**Kazemi et al.** (1972)[16] estudiaron los problemas en la interpretación de pruebas de abatimiento. Asumieron un desplazamiento tipo pistón y desarrollaron un modelo de simulación para dos y tres zonas de yacimientos compuestos llenos de líquidos. Simularon una serie de pruebas de abatimiento asumiendo una presión constante en el radio externo del banco de aceite. Encontraron que la primera línea recta de una curva de abatimiento da la movilidad de la primera zona, la segunda línea recta es aproximada a la movilidad de la segunda zona únicamente si la capacidad de almacenamiento ($\phi c_t$) de las dos zonas son iguales y si $r_{f2} / r_{f1} > 10$, donde $r_{f2}$ es el radio del banco de aceite (segunda zona) y $r_{f1}$ es la frontera de la primera zona (interfase agua-aceite).

**Merrill et al**. (1974)[21] continuó con los hallazgos de Kazemi et al.[16] y sugirió un método para analizar las curvas de presión de abatimiento para sistemas de bancos de dos fluidos. Presentaron técnicas para ubicar el frente de inundación, saturaciones delante y atrás del frente y el coeficiente de almacenamiento máximo permisible que puede ser tolerado en una prueba.

**Huh** y **Snow** (1985)[9] realizaron un método de análisis de pruebas de pozo el cual considera la distribución del polímero y su reología, ya que consideran que la interpretación de los datos obtenidos de las pruebas no se pueden hacer siguiendo la teoría del método convencional, porque la inyección de polímeros presenta dos inconvenientes; primero, debido a la reología no newtoniana, la viscosidad del fluido depende de su velocidad en cualquier ubicación en el yacimiento. Segundo, la distribución del polímero dentro del yacimiento no es uniforme y en muchos casos se desconoce. Como resultado de lo anterior, la viscosidad del fluido varía con el tiempo y la posición, y una interpretación estándar de los datos de las pruebas para determinar la transmisibilidad y difusividad es imposible.

La ecuación de transiente de presión la solucionan junto con la ecuación de transporte del polímero para obtener la respuesta de presión para cualquier distribución radial supuesta del polímero en el yacimiento. Emplean una técnica de optimización para dar la mejor forma a los datos de campo. Así, para una determinada distribución del polímero en el yacimiento se puede deducir los parámetros de formación apropiados, porosidad, permeabilidad y espesor, e inversamente, conociendo los parámetros de formación, se puede obtener la distribución aproximada del polímero dentro del yacimiento. A diferencia de anteriores soluciones para la reología de no newtonianos, ellos conservan el carácter no lineal de las ecuaciones. También usan una adaptación del modelo de Carreau para la viscosidad aparente, la cual es más realista al describir la reología del polímero que el modelo de ley de potencia comúnmente empleado.

Hasta el momento todos los estudios realizados en el tema de yacimientos compuestos asumen una saturación constante dentro de cada zona.

**Sosa** (1981)[32] fue quien presentó el primer artículo considerando los efectos del gradiente de saturación en sistemas compuestos en pruebas de abatimiento. Usó un modelo de diferencias finitas para dos fases y representó las características de permeabilidad relativa del medio poroso. También consideró el significado de varios segmentos de líneas semirrectas semilogarítmicas que aparecen en las curvas de presión de abatimiento, como una función de la permeabilidad relativa, relación de movilidad, tiempo de inyección, caudal y distancia a la frontera externa.

**Lund** y **Ikoku** (1981)[18] estudiaron yacimientos con zonas compuestas de fluidos no-newtonianos y newtonianos. En su estudio analizan el efecto de los parámetros del fluido y las condiciones de frontera sobre el comportamiento del transiente de presión. Se examina la aplicación de técnicas de análisis de pruebas de pozo (inyección y abatimiento) donde diferentes cantidades de fluidos no newtonianos se inyectan dentro del yacimiento para desplazar el fluido newtoniano in situ. (Agua/Crudo). En sus resultados muestran que a tiempos tempranos la presión del pozo se comporta como si el yacimiento estuviera completamente lleno con el fluido no newtoniano y esos datos de tiempo tempranos pueden ser analizados por métodos no newtonianos. Para pruebas de inyección y al inicio de la prueba, cierta cantidad del fluido no newtoniano necesita ser presentado en el yacimiento para permitir el análisis de los datos del transiente por los métodos no newtonianos. Para pruebas de abatimiento, los métodos de los fluidos no newtonianos pueden ser usados para analizar los datos de tiempos tempranos, y si las condiciones son favorables, los métodos convencionales semilogarítmicos (Horner) pueden ser usados para analizar los datos tardíos del cierre. Para calcular el radio del banco del fluido no newtoniano utilizan la ecuación del radio de investigación.

Desarrollaron una ecuación para calcular la rata de corte y la viscosidad aparente para los fluidos ley de potencia. La ecuación para la rata de corte a condiciones de yacimiento para fluidos no newtonianos es válida cuando las velocidades del fluido del yacimiento no son afectadas por las fronteras del mismo.

$$\dot{\gamma} = \frac{0.120728 q n^{-0.0483}}{r h \sqrt{k \phi}} \tag{35}$$

La viscosidad aparente del fluido no newtoniano puede ser calculada en cualquier lugar del yacimiento con la siguiente ecuación:

$$\mu_{app} = H \dot{\gamma}^{n-1} \tag{36}$$

**Okpobiri** y **Ikoku** (1983)[26] analizan pruebas de abatimiento en yacimientos compuestos de fluidos newtonianos y no newtonianos. Los fluidos no newtonianos de interés son los de comportamiento dilatante. Analizan el comportamiento del transiente de presión frente a los efectos de inyección a diferentes tiempos antes del cierre, radio externo, índice de comportamiento de flujo y la consistencia del fluido no newtoniano. Demuestran que los datos de presión de abatimiento en tiempos tempranos pueden ser analizados por técnicas de fluidos no newtonianos, mientras que para los datos tardíos de cierre, bajo ciertas condiciones, pueden ser analizados por el método convencional de Horner. Por medio de la ecuación del radio de investigación, encuentran el tiempo al cual el fluido newtoniano empieza a influenciar las curvas de abatimiento no newtonianas y la ubicación del frente no newtoniano.

**Vongvuthipornchai** y **Raghavan** (1987)[35] fueron los primeros en utilizar la derivada de presión para el análisis de las pruebas de los fluidos no newtonianos, asumieron que el pozo penetra completamente el yacimiento y que el fluido es inyectado a un caudal constante. Proponen modificar el concepto de radio efectivo de pozo, incorporando la región de daño, asumiendo que la zona de daño se extiende sobre un radio finito desde el frente de la formación y la permeabilidad de la zona es diferente a la permeabilidad de la formación. Desarrollaron una expresión para el radio efectivo del pozo con lo cual concluyen que el radio efectivo del pozo (para un fluido de ley de potencia) es función del factor de daño, $s$, y el índice de comportamiento de flujo, $n$. Y si $s = 1 / (1 - n)$, entonces el radio efectivo del pozo es cero y si $s > 1 / (1 - n)$, en términos físicos, el concepto de radio efectivo del pozo falla.

La expresión para el radio efectivo del pozo está dada por:

$$r'_w = r_w\left[1 - s(1-n)\right]^{1/(1-n)} \tag{37}$$

Además, que debido a la naturaleza no lineal del problema, las respuestas de la prueba de abatimiento son totalmente diferentes de las respuestas de la prueba de inyección y las soluciones para el caso de inyección no se pueden utilizar para analizar los datos de abatimiento, y para condiciones idénticas, el tiempo para que el efecto del almacenamiento llegue a ser insignificante es mucho más largo durante el periodo de abatimiento que durante el periodo de inyección.

En el modelo matemático usado, la presión adimensional en la cara del pozo, $p_{wD}$, está definida por la siguiente ecuación:

$$p_{wD} = \frac{2\pi kh}{qB\mu^*}(p_{wf} - p_i) \tag{38}$$

$u$*= viscosidad característica, dada por:

$$\mu^* = F_f\left|\frac{qB}{2\pi hr_w}\right|^{n-1} \tag{39}$$

Aquí, $r_w$ es el radio del pozo y $F_f$ es el factor de amortiguamiento definido por:

$$F_f = \frac{K}{12}\left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (150k\phi)^{(1-n)/2} \tag{40}$$

El tiempo adimensional, $t_D$, está dado por la siguiente relación:

$$t_D = \frac{kt}{\phi c_t \mu^* r_w^{\,2}} \tag{41}$$

Si se sigue el procedimiento de Ikoku y Ramey (1980)[15], entonces se puede expresar el factor de daño, $s$, en términos del radio de la zona del daño, $r_s$, y de la permeabilidad de la zona de daño, $k_s$, por medio de la siguiente relación:

$$s = \left(\frac{kF_s}{k_s F_f} - 1\right)\left(\frac{r_{sD}^{\,1-n} - 1}{1-n}\right) \tag{42}$$

Aquí, $r_{sD} = r_s / r_w$ y $F_s$ es el factor de amortiguamiento de la región del daño.(Ikoku y Ramey (1980) asumen que $F_s = F_f$)[15].

La constante de almacenamiento del pozo en forma adimensional, $S_D$, es definida por el método convencional, donde $S$ es el factor de almacenamiento:

$$S_D = \frac{S}{2\pi\phi h c_t r_w^{\ 2}} \tag{43}$$

Más tarde **Katime-Meindl y Tiab** (2001)[16], aplicaron la metodología *TDS* (*Tiab´s Direct Synthesis*) para interpretar el comportamiento de la presión del flujo de fluidos no newtonianos en un yacimiento homogéneo. También investigaron la inclusión de no flujo y/o una línea de presión constante.

La metodología *TDS* (*Tiab's Direct Synthesis*) se aplicó para analizar el comportamiento de la presión de un pozo ubicado en:

1. Un yacimiento infinito.
2. Cerca de la frontera lineal en donde se consideraron efectos de almacenamiento y daño del pozo.

Ellos generan un conjunto de curvas tipo para diferentes valores de almacenamiento y daño y presentan un procedimiento paso a paso para el cálculo de los parámetros del yacimiento: relación permeabilidad/viscosidad, coeficiente de almacenamiento, factor de daño y la distancia a la frontera más cercana.

En el modelo matemático usado, la presión adimensional en el espacio Laplaciano para un pozo con almacenamiento y daño y su derivada se obtienen a partir de la siguiente expresión:

$$P_{Dw}(\mathrm{z}) = \frac{K_v\left(\beta\sqrt{z}\,r_D^{\ 1/\beta}\right) + S\sqrt{z}K_\beta\left(\beta\sqrt{z}\right)}{z\left(\sqrt{z}K_\beta\left(\beta\sqrt{z}\right) + zC_D\left[K_v\left(\beta\sqrt{z}\right) + S\sqrt{z}K_\beta\left(\beta\sqrt{z}\right)\right]\right)} \tag{44}$$

$$\beta = \frac{2}{3-n} \tag{45}$$

$$v = \frac{1-n}{3-n} \tag{46}$$

Katime-Meindl y Tiab desarrollan la ecuación 44 por medio del algoritmo de Stehfest y usaron la relación *spline* para obtener la derivada de presión.

Las ecuaciones desarrolladas por Katime-Meindl y Tiab para aplicar la metodología *TDS* son:

- Efecto de almacenamiento:

$$C = q\frac{t}{\Delta p} \tag{47}$$

$$C = \frac{0.36qt_x}{(t\Delta P')_x - \beta\frac{\mu_{eff}}{k}\left(\frac{q}{2\pi h}\right)nr_w^{\,1-n}} \tag{48}$$

$$P'_D = \frac{2\pi n\phi c_t h r_w^{\,2}}{q}\Delta P' \tag{49}$$

- Relación de movilidad:

$$\frac{k}{\mu_{eff}} = \left[0.5\frac{tr^{\alpha}}{C^{\alpha}\left(t\Delta P'\right)_r}\frac{(2\pi h)^{n(\alpha-1)}\,r_w^{\,(1-n)(1-\alpha)}}{q^{n(\alpha-1)-\alpha}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{50}$$

Dónde: $\alpha = -0.1486\,n^2 - 0.178\,n + 0.3269$

$$\frac{k}{\mu_{eff}} = \frac{\beta\left(\frac{q}{2\pi h}\right)nr_w^{\,1-n}}{0.36\frac{qt_x}{C} - (t\Delta P')_x} \tag{51}$$

- Daño:

$$s = \frac{1}{2}\left[5.27\Psi\frac{(t\Delta P')_x}{(t\Delta P')_i} - 2.303\delta - \ln(C_D)\right] \tag{52}$$

$$s = \frac{1}{2}\left[1.91\Gamma\frac{t_x}{t_i} - 2.303\delta - \ln(C_D)\right] \tag{53}$$

$$\Psi = 4.36e^{-2.14n} \tag{54}$$

$$\Gamma = 3.13e^{-1.85n} \tag{55}$$

- Tiempo de inicio de la línea de flujo radial de acción infinita:

$$t_{SR} = 9.5689x10^4 n^{2.932} \frac{\mu_{eff}}{k} \frac{C}{(2\pi h)^n} \left( \frac{q}{r_w} \right)^{n-1} \tag{56}$$

- Distancia a la frontera:

Para el caso de no flujo en la frontera:

$$b_x = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{k}{\mu_{eff}} \right)^{\alpha-1} \frac{1}{(t\Delta P')_{bx}} \left( \frac{t_{bx} q}{C} r_w{}^2 \right)^{\alpha} \left( \frac{q}{(2\pi h)} \right)^{n(1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{n(1-\alpha)+3\alpha-1}} \tag{57}$$

Para el caso de presión constante en la frontera:

$$b_x = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1x10^7 e^{-7.0193n}} \frac{k}{\mu_{eff}} \frac{(2\pi h)^n q^{1-n}}{C} r_w{}^2 t_{irxD} \right]^{\frac{1}{3-n}} \tag{58}$$

**Igbokoyi** y **Tiab** (2007)[10] utilizaron curvas tipo para interpretar las pruebas de presión para fluidos no newtonianos en sistemas infinitos con daño y efectos de almacenamiento.

**Escobar et al.** (2010)[4] **y Martínez et al**. (2011)[19] aplicaron la metodología *TDS* a yacimientos radiales compuestos con una interfase no newtoniana/newtoniana para sistemas pseudoplásticos y dilatantes. Escobar et al. (2010)[4] construyeron un simulador numérico para generar las curvas de presión y derivada de presión, y en la derivada de presión encontraron algunos puntos característicos y líneas para desarrollar expresiones analíticas que permiten la caracterización de los yacimientos con fluidos que exhiben comportamientos no newtonianos, ley de potencia. Se basaron en la ecuación diferencial propuesta por Ikoku y Ramey (Ec. 86 y Ec. 88)[14].

Escobar et al. (2010)[4] presentaron expresiones prácticas para determinar la permeabilidad y el factor de daño:

$$k = \left[ 70.6(96681.605)^{(1-\alpha)(1-n)} \left( \frac{0.0002637 t_r}{n\phi c_t} \right)^{\alpha} \left( \frac{qB}{h} \right)^{n-\alpha(n-1)} \left( \frac{1}{(t*\Delta P')_r} \right) \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{59}$$

Otra expresión para la permeabilidad es:

$$k=\left\{\frac{\left[70.6\left(96681.605\right)^{(1-\alpha)(1-n)}\left(\frac{0.0002637t_r}{n\phi c_t}\right)^{\alpha}\left(\frac{qB}{h}\right)^{n-\alpha(n-1)}\left(\frac{r_w^{\;\alpha(n-3)+(1-n)}}{\left(t*\Delta P'\right)_r}\right)\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left[\left(\frac{H}{12}\right)\left(9+\frac{3}{n}\right)^{n}\left(1.59344\times10^{-12}\phi\right)^{\left(\frac{1-n}{2}\right)}\right]}\right\}^{\frac{2}{1+n}} \tag{60}$$

Donde α es la pendiente de curva de derivada de presión y se define:

$$\alpha=\frac{1-n}{3-n} \tag{61}$$

Factor de Daño:

$$s_{rNN}=\frac{1}{2}\left(\frac{\left(\Delta P\right)_{rNN}}{\left(t*\Delta P'\right)_{rNN}}-\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{t_{rNN}}{G\,r_w^{3-n}}\right)^{\alpha} \tag{62}$$

**Olarewaju** (1992)[27] presentó el único estudio relacionado con el flujo de fluidos no newtonianos a través de yacimientos naturalmente fracturados. Él presentó una solución analítica para el comportamiento del transiente de formaciones infinitas de doble porosidad las cuales poseen un fluido pseudoplástico, en su solución analítica también considera los efectos de almacenamiento y factor de daño. Sin embargo, no presentó alguna técnica de interpretación ni ejemplos, y su aplicación sólo se enfoca en caso homogéneo.

La primer metodología para caracterizar formaciones heterogéneas mediante pruebas de presión fue desarrollada por **Escobar et al. (2011)**[6], ellos usaron las soluciones analíticas con y sin almacenamiento y daño desarrolladas por Olarewaju (1992)[27] para extender la metodología de interpretación *TDS,* en la cual, se usa la curva logarítmica de presión y derivada de presión para fluidos no newtonianos en formaciones naturalmente fracturadas y encuentran las expresiones para hallar los parámetros de Warrent  y Root (coeficiente adimensional de almacenamiento, $\omega$, y parámetro de flujo interporoso, λ).

- Coeficiente adimensional de almacenamiento, $\omega$

La siguiente correlación se desarrolló como una función del tiempo mínimo de la derivada de presión durante el punto de transición (canal), el índice de comportamiento de flujo y el comienzo del segundo régimen de flujo radial de acción infinita. Esta correlación es válida para $0 \le \omega \ge 1$ con un error menor al 3%.

$$\frac{1}{\omega}=\left|\begin{array}{l}3180.6369+551.0582\left(\ln\frac{t_{\min}}{t_{b2}}\right)^{2}-\frac{2053.5888}{x^{0.5}}+\frac{75.337547}{x}-\frac{1.4787073}{x^{1.5}}\\-\frac{910.05377}{n^{0.5}}+\frac{988.80592}{n}-\frac{459.61296}{n^{1.5}}+\frac{73.93695}{n^{2}}\end{array}\right| \quad (63)$$

Otra manera de estimar $\omega$ es usando una correlación que es función del tiempo de intersección entre la pendiente unitaria de la línea recta del estado pseudoestable desarrollado durante el período de transición. Esta correlación también es válida para $0 \leq \omega \geq 1$ con un error menor al 0.7%.

$$\begin{aligned}\omega = 0.019884508-\frac{1.153351}{y}+\frac{43.428536}{y^{2}}-\frac{555.85387}{y^{3}}+\frac{3232.6805}{y^{4}}\\-\frac{6716.9801}{y^{5}}-\frac{0.0093613189}{n}+\frac{0.0042870178}{n^{2}}+\frac{0.00027356586}{n^{3}}\\-\frac{0.0005221335}{n^{4}}+\frac{0.000072466135}{n^{5}}\end{aligned} \quad (64)$$

Una última correlación para estimar ω en el intervalo $0 \leq \omega \geq 1$ con un error inferior a 0.4% es:

$$\omega=\frac{\left(\begin{array}{l}-0.098427346+0.00046337048y+0.000025063353y^{2}\\-0.00000050316996y^{3}+0.0036057682n-0.0073959605n^{2}\end{array}\right)}{1-0.36468068y-0.064934748n-0.047596083n^{2}} \quad (65)$$

- Parámetro de flujo interporoso, λ

La siguiente correlación es válida para el siguiente intervalo $1 \times 10^{-4} < \lambda < 9 \times 10^{-7}$ y presenta un error menor al 4%:

$$\lambda=\frac{\left(\begin{array}{l}6.9690127x10^{-7}+3.4893658x10^{-8}n-3.2315082x10^{-8}n^{2}\\-5.9013807w+21571690w^{2}+3.6102987x10^{12}w^{3}\end{array}\right)}{1+0.0099353372n-3740035.1w+6.7143604x10^{12}w^{2}} \quad (66)$$

Otra correlación para estimar λ la cual involucra las coordenadas del canal y es válida para el intervalo 1 x10$^{-4}$ < λ < 9 x10$^{-7}$ con un error menor al 3.7% es:

$$\begin{aligned}
\lambda &= -0.00082917155 - 0.0014247498n - 0.00028717451z \\
&-0.00077173053n^2 - 3.2538271x10^{-5}z^2 - 0.0003203949nz \\
&-0.0001423889n^3 - 1.212213x10^{-6}z^3 - 1.7831692x10^{-5}nz^2 \\
&-8.6457217x10^{-5}n^2z
\end{aligned} \tag{67}$$

Finalmente, en la siguiente correlación para estimar λ se involucra el tiempo mínimo del canal, es válida para el intervalo 1 x10$^{-4}$ < λ < 9 x10$^{-7}$ y presenta un error inferior a 1.3%:

$$\begin{aligned}
ln\lambda &= -2.1223034 - 0.09473309n + 0.077489686n^{0.5}ln(n) - \frac{0.010651118}{n^{0.5}} \\
&- \frac{0.043958503}{w^{0.5}} + \frac{1.5653137x10^{-5}lnw}{w} + \frac{0.00024143014}{w} + \frac{8.7148736x10^{-9}}{w^{1.5}} \\
&- \frac{4.0331364x10^{-13}}{w^2}
\end{aligned} \tag{68}$$

Hasta el momento ninguno de los estudios anteriormente nombrados involucran el área de drenaje del pozo.

**Escobar et al.** (2012)[5] presentaron una metodología practica para estimar el área de drenaje de un pozo vertical, considerando modelos de fluidos no newtonianos y usando un gráfico logarítmico de presión y derivada de presión, aplicado a sistemas cerrados o abiertos.

La ecuación para hallar el área de drenaje de un pozo es:

$$A = \pi \left[ \frac{t_{rpiNN}}{G} \left( \frac{1}{4} \right)^{1/\alpha - 1} \right]^{2/3-n} \tag{69}$$

Donde $t_{rpiNN}$ es el punto de intersección formado por líneas rectas de los regímenes de flujo radial y estado pseudoestable exhibidos en la derivada de presión.

Escobar et al. (2012)[5] también desarrollaron una correlación para fluidos pseudoplásticos que trabaja para todo el rango de fluidos dilatantes (1 < $n$ <2)

$$t_{DA_{NN}} = -0.003n^2 + 0.0337n + 0.052 \quad (70)$$

Donde $t_{DANN}$ se refiere al tiempo adimensional basado en el área dada para fluidos no newtonianos.

Para el área de drenaje del yacimiento se tiene:

$$A = \pi \left[ \frac{t_{rsiNN}}{G\pi\left(-0.003n^2 + 0.0337n + 0.052\right)} \right]^{2/3-n} \quad (71)$$

Para los fluidos dilatantes la correlación desarrollada es:

$$t_{DA_{NN}} = 0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913 \quad (72)$$

De manera similar como para los fluidos pseudoplásticos se tiene:

$$A = \pi \left[ \frac{t_{rsiNN}}{G\pi\left(0.9175n^3 - 3.7505n^2 + 5.1777n - 2.2913\right)} \right]^{2/3-n} \quad (73)$$

$t_{rsiNN}$ en las ecuaciones 71 y 72 se refiere al punto de intersección formado entre la línea recta del flujo radial, línea de pendiente unitaria negativa, dibujada tangencialmente al régimen de flujo en estado estable exhibido por la derivada de presión.

**Escobar et al.** (2012)[3] presentaron una metodología en la cual se usa el gráfico log-log de la presión y la derivada de presión en la interpretación de las pruebas del transiente de presión para pozos fracturados verticalmente de conductividad infinita con un fluido pseudoplástico. Desarrollaron ecuaciones para estimar la longitud del medio fracturado y el área de drenaje del pozo.

La ecuación para hallar la longitud del medio fracturado es:

$$x_f = \left[ 0.028783 \frac{(1.570796)^{\frac{n-1}{2}}}{\left( \frac{0.0002637 k t_{LRi}}{\phi c_t \mu_{eff}} \right)^{\alpha}} \sqrt{\frac{t_{LRi} k}{\phi c_t \mu_{eff}}} \right]^{\left(\frac{3-n}{1+n}\right)} \tag{74}$$

Donde $t_{LRi}$ es el punto de intersección en la derivada de presión del régimen del flujo lineal con el régimen del flujo radial.

La ecuación para hallar el área de drenaje del pozo es:

$$A = \pi \left[ \frac{t_{LPi}}{0.0625 \left( \frac{\pi}{2} \right)^{n-1} G} \right]^{2/(3-n)} \tag{75}$$

Donde $t_{LPi}$ es el punto de intersección en la derivada de presión durante el régimen del flujo lineal y el estado pseudoestable.

Recientemente, **Escobar** (2012)[2] presentó un estado del arte sobre el análisis del transiente de fluidos no newtonianos, el cual contiene metodologías convencionales y modernas de interpretación de las pruebas de pozo. Escobar (2012), da un especial interés al uso de la presión y derivada de presión para las formaciones homogéneas y doble porosidad.

# CAPÍTULO 3.
# MODELAMIENTO MATEMÁTICO

Ikoku y Ramey (1979)[14] realizaron las siguientes suposiciones cuando derivaron el modelo matemático para el flujo de fluidos no newtonianos a través del medio poroso:

1. Flujo radial
2. Yacimiento con espesor constante
3. Yacimiento homogéneo
4. Permeabilidad constante en el medio poroso
5. Compresibilidad del sistema constante y pequeña
6. Efectos de gravedad despreciados
7. Caída de presión pequeña
8. Fluido no newtoniano que obedece la relación Ostwald de Waele, ley de potencia
9. Los fluidos bajo consideración son fluidos pseudoplásticos ($0 < n < 1$)
10. El efecto de almacenamiento es despreciado.

La descripción matemática del flujo de fluidos en medios porosos está basada en estos principios físicos:

1. Conservación de la masa
2. Ecuación de transporte (ley de Darcy)
3. Ecuación de estado

La ecuación de continuidad para el flujo radial en el medio poroso es:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho u_r\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\phi\rho\right) \tag{76}$$

Una analogía a la ley de Darcy para fluidos ley de potencia, despreciando la gravedad, en coordenadas radiales es:

$$u_r^{\ n} = -\frac{k_r}{\mu_{eff}}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{77}$$

Al sustituir la ecuación 77 en la ecuación 76:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\rho\left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}}\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}}\right] = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\phi\rho\right) \tag{78}$$

Para flujo de fluidos isotermales, la compresibilidad, *c*, está definida como:

$$c = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \tag{79}$$

Si *c* es constante, la ecuación 79 se puede integrar para obtener:

$$\rho = \rho_o e^{c(p-p_o)} \tag{80}$$

Donde $\rho_o$ es el valor de $\rho$ a la presión de referencia $p_o$. De la ecuación 80

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} = c\rho \frac{\partial p}{\partial r} \tag{81}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = c\rho \frac{\partial p}{\partial t} \tag{82}$$

Expandiendo la ecuación 78, se obtiene:

$$\frac{\rho}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}}\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}}\right] + \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}}\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}}\frac{\partial \rho}{\partial r} = -\phi\frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho\frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{83}$$

Aplicando la ecuación 81 y 82 y cancelando ρ:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}}\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}}\right] - c\left(\frac{k_r}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}}\left(-\frac{\partial \rho}{\partial r}\right)^{\frac{1+n}{n}} = -c\phi\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{84}$$

Éste da a lugar a:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{n}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + cn\left(-\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2 = c_t\phi n\left(\frac{\mu_{eff}}{k_r}\right)^{\frac{1}{n}}\left(-\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{n-1}{n}}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{85}$$

Donde $c_t=(c + c_f)$ y $c_f = (1/\phi)(\partial\phi/\partial p)$

Si se asume una compresibilidad del fluido constante y pequeña y si el gradiente de presión involucrado es pequeño, el término del gradiente al cuadrado es despreciable.

Y así, se llega a la ecuación diferencial parcial no lineal para el flujo radial de fluidos no newtonianos, ley de potencia, a través del medio poroso. Esta ecuación es análoga a la ecuación de difusividad.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{n}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=c_t\phi n\left(\frac{\mu_{eff}}{k_r}\right)^{\frac{1}{n}}\left(-\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{n-1}{n}}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{86}$$

De la ecuación 86:

$$\left(-\frac{\partial p}{\partial r}\right)^{\frac{1}{n}}=\left(\frac{\mu_{eff}}{k_r}\right)^{\frac{1}{n}}u_r\simeq\left(\frac{\mu_{eff}}{k_r}\right)^{\frac{1}{n}}\frac{q}{2\pi hr} \tag{87}$$

Sustituyendo la ecuación 87 en la ecuación 86, se obtiene una forma lineal de la ecuación diferencial parcial para el flujo de fluidos no newtonianos, ley de potencia, a través del medio poroso.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{n}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=Gr^{1-n}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{88}$$

Donde:

$$G=\frac{n\phi c_t u_{eff}}{k_r}\left(\frac{2\pi h}{q}\right)^{1-n} \tag{89}$$

$$G=\frac{3792.188n\phi\mu_{eff}}{k}\left(96681.605\frac{h}{qB}\right)^{1-n} \tag{90}$$

Y la viscosidad efectiva esta dada por:

$$\mu_{eff}=\frac{H}{12}\left(9+3/n\right)^{n}\left(150k\phi\right)^{(1-n)/2} \tag{91}$$

$$\mu_{eff}=\frac{H}{12}\left(9+\frac{3}{n}\right)^{n}\left(1.59344x10^{-12}k\phi\right)^{(1-n)/2} \tag{92}$$

## 3.1 ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL EN FORMA ADIMENSIONAL

Ikoku y Ramey (1979)[14] definen los siguientes grupos adimensionales:

$$p_{DNN} = \frac{p - pi}{\left(\dfrac{q}{2\pi h}\right)^n \dfrac{\mu_{eff} {r_w}^{1-n}}{k_r}} \tag{93}$$

$$p_{DNN} = \frac{p - pi}{141.2(96681.605)^{1-n}\left(\dfrac{qB}{h}\right)^n \dfrac{\mu_{eff} {r_w}^{1-n}}{k}} \tag{94}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{95}$$

$$t_{DNN} = \frac{t}{G{r_w}^{3-n}} \tag{96}$$

Sustituyendo las ecuaciones 93, 95 y 96 en la ecuación 88:

$$\frac{\partial^2 p_{DNN}}{\partial {r_D}^2} + \frac{n}{r_D}\frac{\partial p_{DNN}}{\partial r_D} = {r_D}^{1-n}\frac{\partial p_{DNN}}{\partial t_{DNN}} \tag{97}$$

## 3.2 SOLUCIÓN ANALITICA USADA

La expresión usada para estudiar el comportamiento de la presión y la derivada de presión, fue la solución a la Ecuación 97 presentada por Ikoku (1979)[11] considerando un yacimiento infinito donde se inyecta un fluido no newtoniano ligeramente compresible y considerando las demás suposiciones tradicionales en análisis de presiones, es decir, yacimiento homogéneo (porosidad y permeabilidad constantes) y flujo laminar.

$$p_{DNw} = \left[\frac{(3-n)^{\frac{2(1-n)}{3-n}}\, t_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\dfrac{2}{3-n}\right)} - \left(\frac{1}{1-n}\right)\right] \tag{98}$$

$$\Delta p = p_{DNN} \cdot \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{eff} {r_w}^{1-n}}{k_r} \tag{99}$$

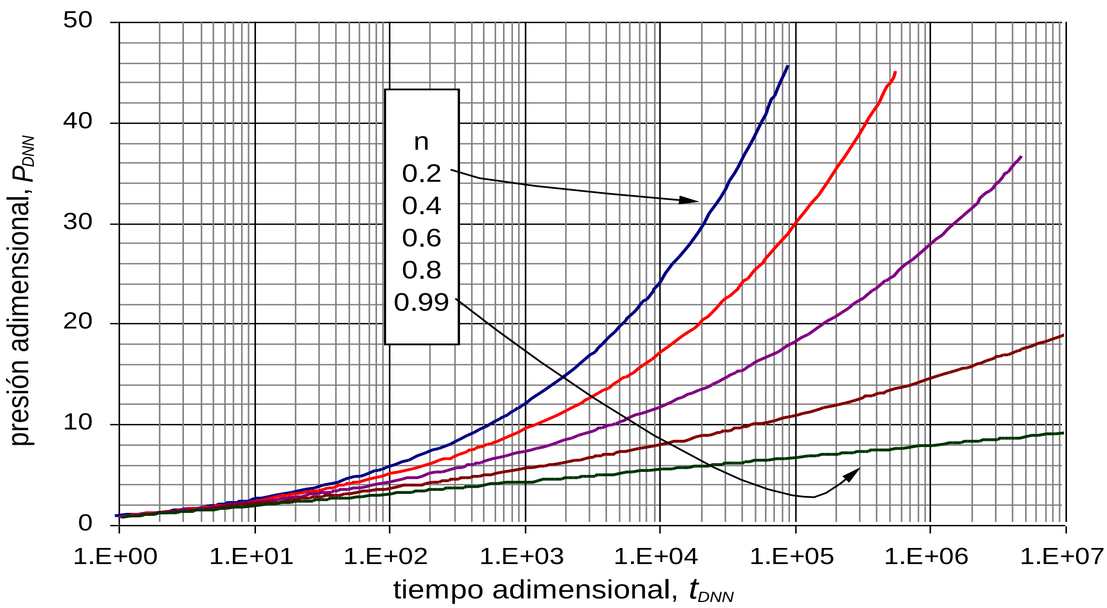
$$G = \frac{n\phi c_t u_{eff}}{k_r}\left(\frac{2\pi h}{q}\right)^{1-n} \tag{100}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{101}$$

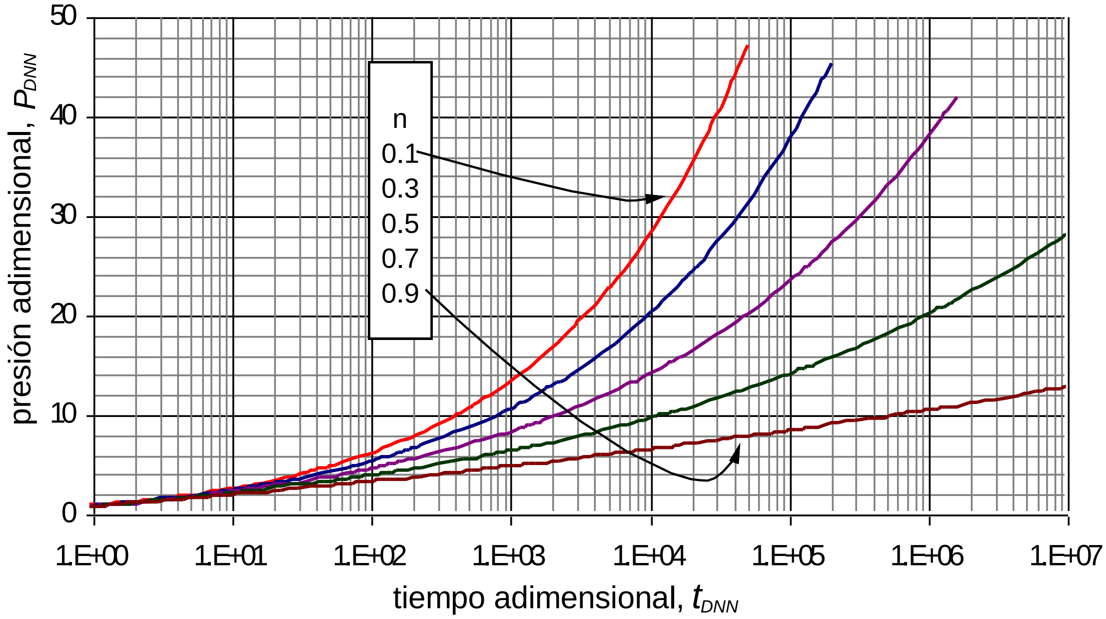
$$t_{DNN} = \frac{t}{G r_w^{\,3-n}} \tag{102}$$

La solución analítica dada por la Ecuación 98 (Ikoku, 1979)[11] permitió generar las tablas de presión adimensional dadas en el anexo 3 al igual que las Figs. 3 a 9 mediante el uso de un programa de cómputo desarrollado en el lenguaje Microsoft Visual Basic 6.0.

Las gráficas 3 y 4 son semilogarítmicas de presión adimensional vs tiempo adimensional. El índice de comportamiento de flujo, *n*, menor que la unidad hace que las líneas rectas que normalmente se esperarían para un fluido newtoniano, sean curvas ascendentes y se alejen del comportamiento newtoniano a medida que *n* disminuye.




Gráfica 3. Presión adimensional vs tiempo adimensional para un fluido no newtoniano pseudoplástico en un yacimiento infinito para n par. Semilog.

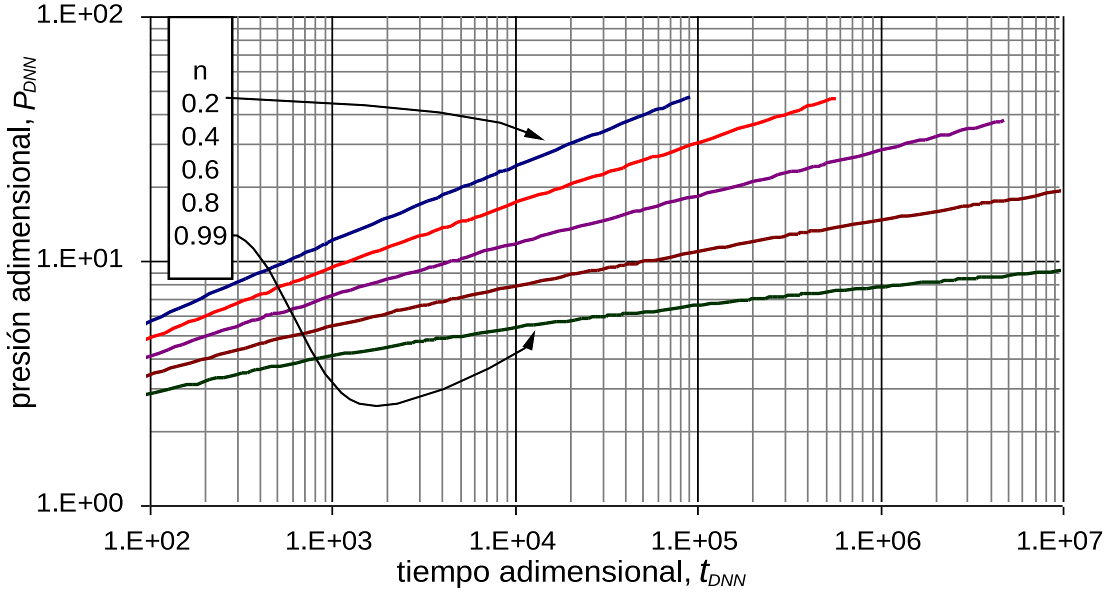



Gráfica 4. Presión adimensional vs tiempo adimensional para un fluido no newtoniano pseudoplástico en un yacimiento infinito para n impar. Semilog.

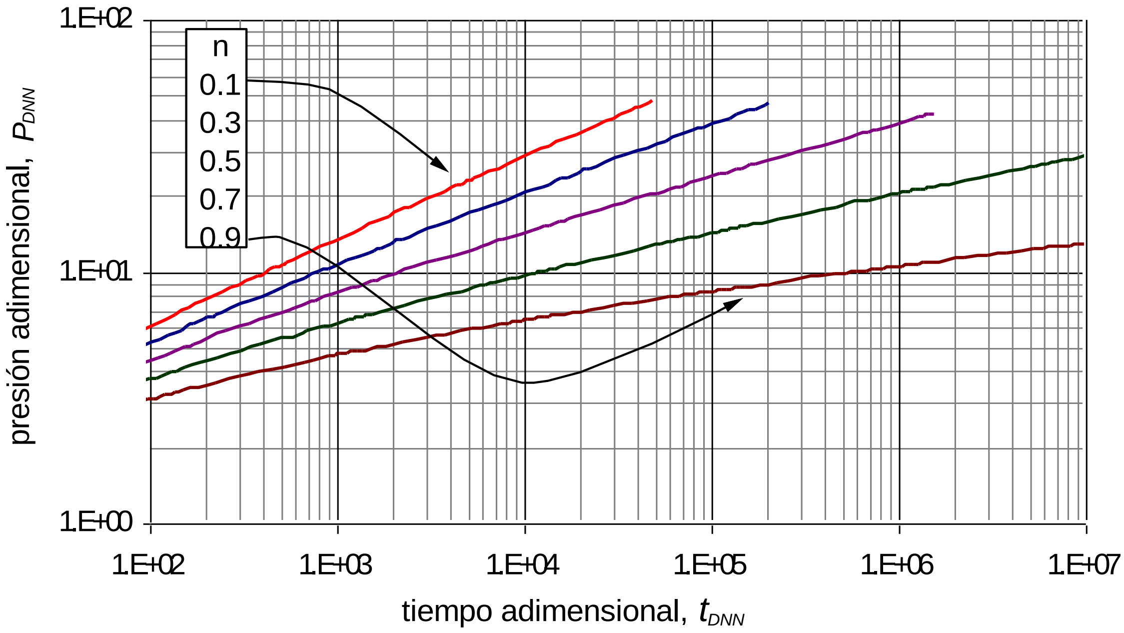
Las gráficas 5 y 6 son log-log de presión adimensional vs tiempo adimensional. Se observa que para todos los valores de $n$ inicialmente se presenta un comportamiento curvo ascendente y después de un largo tiempo inicia una tendencia de líneas rectas, el comienzo de estas líneas rectas está dado por la ecuación 103 (Ikoku y Ramey, 1979)[14]:

$$t_{DNN} \simeq 9.82x10^{4} n^{2.7} \tag{103}$$

Las gráficas 5 y 6 podrían ser utilizadas directamente en un procedimiento de curvas tipo log-log. Sin embargo, las pendientes de las líneas para diferentes $n$ no difieren en gran medida y la posibilidad de un efecto de daño sugiere usar otros métodos alternativos de interpretación.

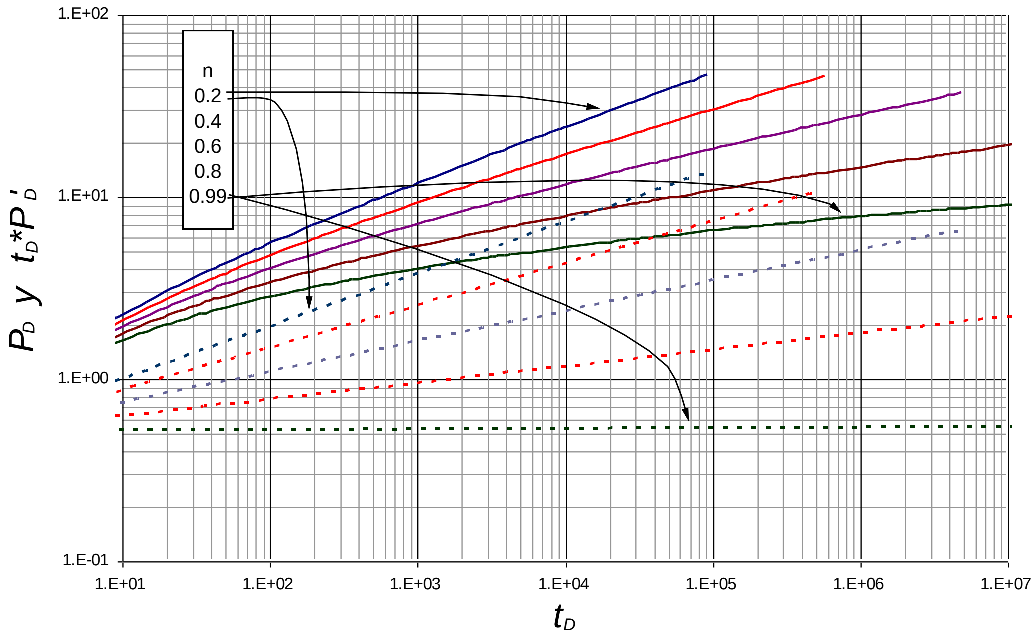



Gráfica 5. Presión adimensional vs tiempo adimensional para un fluido no newtoniano pseudoplástico en un yacimiento infinito para n par. Log-log.



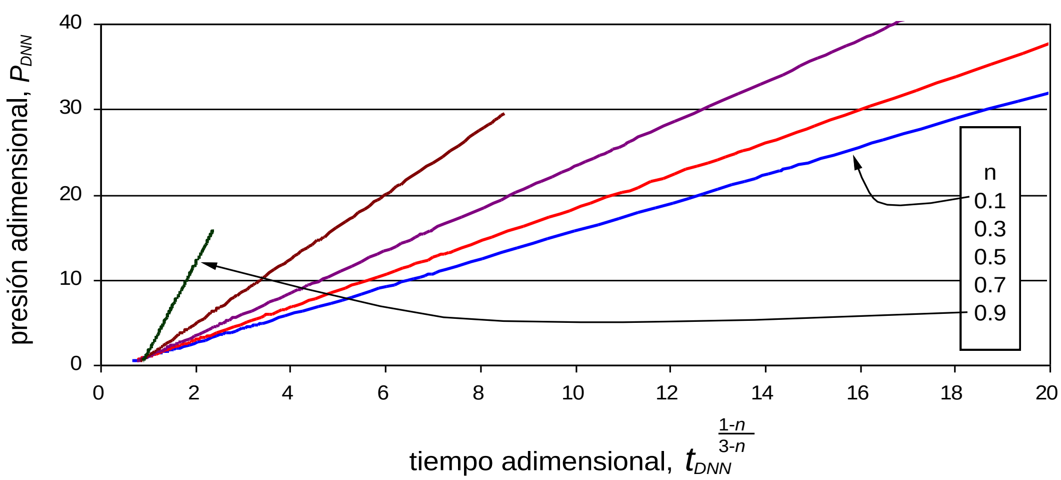

Gráfica 6. Presión adimensional vs tiempo adimensional para un fluido no newtoniano pseudoplástico en un yacimiento infinito para n impar. Log-log.

En la gráfica 7, el régimen de flujo radial de acción infinita para el caso newtoniano ($n$ = 1) se caracteriza por una línea recta de pendiente cero en la derivada de presión y para el caso no newtoniano ($n$ < 1) se identifica por una línea recta en la cual el valor de la pendiente aumenta a medida que el índice de comportamiento de flujo disminuye.

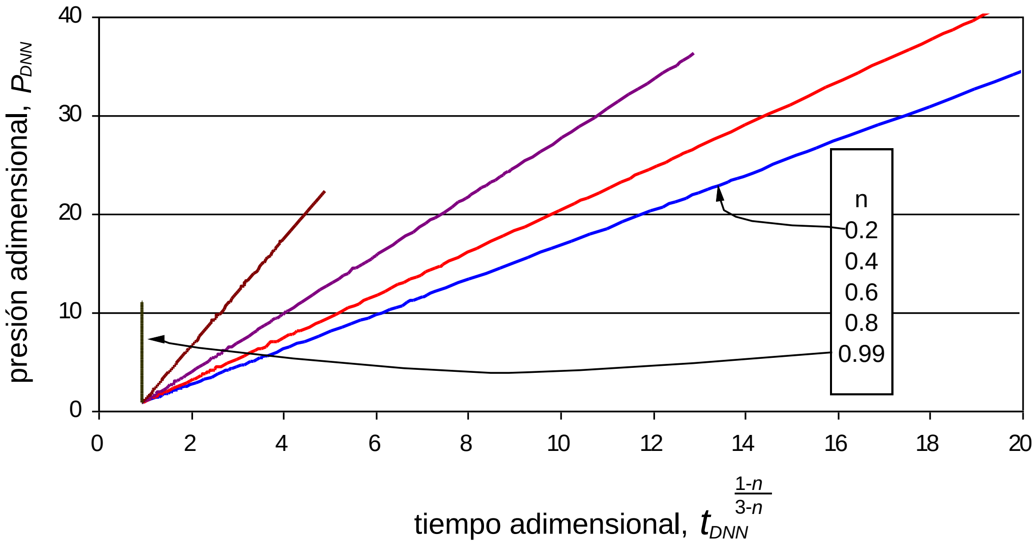



Gráfica 7. Curvas de presión y derivada de presión para diferentes índices de comportamiento de flujo, *n.*

Las gráficas 8 y 9 representan el comportamiento que se requiere para desarrollar la metodología convencional. Se observa líneas rectas las cuales aumenta el valor de la pendiente a la medida que aumenta el índice de comportamiento de flujo. El valor de la pendiente permite hallar la movilidad efectiva por medio de la ecuación 21.




Gráfica 8. Presión adimensional vs tiempo adimensional para un fluido no newtoniano pseudoplástico en un yacimiento infinito para n impar.




Gráfica 9. Presión adimensional vs tiempo adimensional para un fluido no newtoniano pseudoplástico en un yacimiento infinito para n par.

## CAPÍTULO 4.
## APLICACIONES Y EJEMPLOS

**Ejemplo 1.**
Los datos de una prueba de abatimiento utilizando fluidos no newtonianos, están dados en la tabla 1. También se dan otros datos del yacimiento y el pozo que fueron obtenidos del documento "Pressure and pressure derivate analysis for a well in a radial composite reservoir with a non-newtonian/ newtonian interface"[4]:

$q$ = 551.98 $cm^3$/seg
$k$ = 0.1 D
$\phi$ = 0.2
$r_w$ = 10.06 cm
$\mu$ = 3 cp

$c_t$ = 0.00000689 $psi^{-1}$
$h$ = 499.87 cm
$n$ = 0.6
$H$= 20 $cp^*seg^{n-1}$
$B$= 1 rb/STB

Tabla 1. Datos de una prueba de abatimiento generada por el programa realizado. Ejemplo 1.

| ***t*, seg** | **$\Delta P$, psi** | **$t_D$** | **$P_D$** | **$(t^*\Delta P')$, psi** |
|---|---|---|---|---|
| 0.15 | 50.16 | 12.72 | 2.03 | 16.5 |
| 0.2 | 55.65 | 17.01 | 2.25 | 17.38 |
| 0.25 | 60.1 | 21.27 | 2.43 | 18.04 |
| 0.3 | 63.86 | 25.52 | 2.58 | 18.7 |
| 0.35 | 67.13 | 29.77 | 2.72 | 19.14 |
| 0.4 | 70.02 | 34.03 | 2.83 | 19.58 |
| 0.45 | 72.64 | 38.28 | 2.94 | 20.02 |
| 0.5 | 75.01 | 42.54 | 3.04 | 20.24 |
| 0.55 | 77.2 | 46.79 | 3.12 | 20.68 |
| 0.6 | 79.23 | 51.04 | 3.21 | 20.9 |
| 0.65 | 81.13 | 55.3 | 3.28 | 21.12 |
| 0.7 | 82.9 | 59.55 | 3.35 | 21.56 |
| 0.75 | 84.57 | 63.81 | 3.42 | 21.78 |
| 0.8 | 86.15 | 68.06 | 3.49 | 22 |
| 0.85 | 87.66 | 72.31 | 3.55 | 22.22 |
| 0.9 | 89.08 | 76.57 | 3.61 | 22.44 |
| 1 | 91.76 | 85.08 | 3.71 | 22.88 |
| 1.5 | 102.48 | 127.62 | 4.15 | 24.42 |
| 2 | 110.55 | 170.16 | 4.48 | 25.52 |
| 2.5 | 117.07 | 212.70 | 4.74 | 26.62 |
| 3 | 122.59 | 255.24 | 4.96 | 27.28 |
| 3.5 | 127.38 | 297.78 | 5.16 | 28.16 |
| 4 | 131.64 | 340.32 | 5.33 | 28.82 |
| 4.5 | 135.47 | 382.86 | 5.49 | 29.26 |
| 5 | 138.96 | 425.40 | 5.63 | 29.92 |
| 5.5 | 142.18 | 467.94 | 5.76 | 30.36 |
| 6 | 145.15 | 510.48 | 5.88 | 30.8 |
| 6.5 | 147.93 | 553.02 | 5.99 | 31.24 |
| 7 | 150.54 | 595.56 | 6.10 | 31.46 |
| 7.5 | 152.99 | 638.11 | 6.20 | 31.9 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 155.31 | 680.65 | 6.29 | 32.34 |
| 8.5 | 157.52 | 723.19 | 6.38 | 32.56 |
| 9 | 159.61 | 765.73 | 6.46 | 32.78 |
| 9.5 | 161.62 | 808.27 | 6.55 | 33.22 |
| 10 | 163.53 | 850.81 | 6.62 | 33.44 |
| 15 | 179.28 | 1276.22 | 7.26 | 35.64 |
| 20 | 191.11 | 1701.62 | 7.74 | 37.62 |
| 25 | 200.69 | 2127.03 | 8.13 | 38.94 |
| 30 | 208.79 | 2552.44 | 8.46 | 40.26 |
| 35 | 215.83 | 2977.84 | 8.74 | 41.14 |
| 40 | 222.07 | 3403.25 | 9.00 | 42.24 |
| 45 | 227.7 | 3828.66 | 9.22 | 42.9 |
| 50 | 232.82 | 4254.07 | 9.43 | 43.78 |
| 55 | 237.54 | 4679.47 | 9.62 | 44.44 |
| 60 | 241.91 | 5104.88 | 9.96 | 45.1 |
| 65 | 245.99 | 5530.29 | 10.13 | 45.76 |
| 70 | 249.81 | 5955.69 | 10.27 | 46.2 |
| 75 | 253.41 | 6381.10 | 10.40 | 46.86 |
| 80 | 256.82 | 6806.51 | 10.53 | 47.3 |
| 85 | 260.06 | 7231.91 | 10.66 | 47.74 |
| 90 | 263.14 | 7657.32 | 10.78 | 48.18 |
| 95 | 266.08 | 8082.73 | 10.89 | 48.62 |
| 100 | 268.89 | 8508.14 | 11.83 | 49.06 |
| 150 | 292 | 12762.22 | 12.53 | 52.36 |
| 200 | 309.37 | 17016.28 | 13.10 | 55.22 |
| 250 | 323.43 | 21270.35 | 13.59 | 57.2 |
| 300 | 335.32 | 25524.42 | 14.00 | 58.96 |
| 350 | 345.65 | 29778.49 | 14.38 | 60.5 |
| 400 | 354.81 | 34032.56 | 14.71 | 61.82 |
| 450 | 363.07 | 38286.63 | 15.01 | 63.14 |
| 500 | 370.6 | 42540.70 | 15.30 | 64.24 |
| 550 | 377.52 | 46794.77 | 15.56 | 65.34 |
| 600 | 383.93 | 51048.84 | 15.80 | 66.22 |
| 650 | 389.92 | 55302.91 | 16.03 | 67.1 |
| 700 | 395.53 | 59556.98 | 16.24 | 67.98 |
| 750 | 400.82 | 63811.05 | 16.44 | 68.64 |
| 800 | 405.82 | 68065.12 | 16.63 | 69.52 |
| 850 | 410.57 | 72319.19 | 16.82 | 70.18 |
| 900 | 415.09 | 76573.26 | 16.99 | 70.84 |
| 950 | 419.4 | 80827.33 | 17.16 | 71.5 |
| 1000 | 423.53 | 85081.40 | 18.54 | 72.16 |
| 1500 | 457.46 | 127622.17 | 19.57 | 77 |
| 2000 | 482.95 | 170162.80 | 20.41 | 80.96 |
| 2500 | 503.59 | 212703.51 | 21.11 | 84.04 |
| 3000 | 521.03 | 255244.21 | 21.73 | 86.68 |
| 3500 | 536.2 | 297784.91 | 22.27 | 88.88 |
| 4000 | 549.65 | 340325.61 | 22.76 | 90.86 |
| 4500 | 561.77 | 382866.32 | 23.21 | 92.62 |
| 5000 | 572.82 | 425407.02 | 23.62 | 94.38 |
| 5500 | 582.98 | 467947.72 | 24.02 | 95.7 |
| 6000 | 592.39 | 510488.42 | 24.36 | 97.24 |
| 6500 | 601.18 | 553029.13 | 24.69 | 98.56 |
| 7000 | 609.41 | 595569.83 | 25.01 | 99.66 |

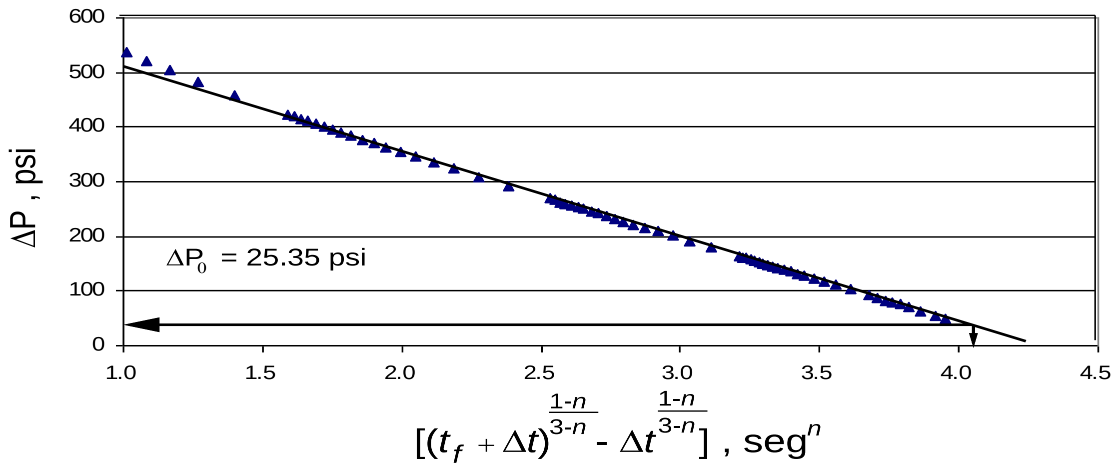
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7500 | 617.18 | 638110.53 | 25.31 | 100.98 |
| 8000 | 624.52 | 680651.23 | 25.59 | 102.08 |
| 8500 | 631.49 | 723191.94 | 25.86 | 102.96 |
| 9000 | 638.12 | 765732.64 | 26.11 | 104.06 |
| 9500 | 644.46 | 808273.34 | 26.36 | 104.94 |
| 10000 | 650.52 | 850814.04 | 28.38 | 105.82 |
| 15000 | 700.31 | 1276221.04 | 29.89 | 113.08 |
| 20000 | 737.74 | 1701628.09 | 31.12 | 118.8 |
| 25000 | 768.03 | 2127035.12 | 32.16 | 123.2 |
| 30000 | 793.63 | 2552442.14 | 33.06 | 127.16 |
| 35000 | 815.88 | 2977849.17 | 33.86 | 130.46 |
| 40000 | 835.63 | 3403256.19 | 34.58 | 133.32 |
| 45000 | 853.42 | 3828663.22 | 35.24 | 135.96 |
| 50000 | 869.63 | 4254070.24 | 35.84 | 138.38 |
| 55000 | 884.55 | 4679477.27 | 36.41 | 140.58 |
| 60000 | 898.37 | 5104884.29 | 36.93 | 142.78 |
| 65000 | 911.26 | 5530291.32 | 37.42 | 144.54 |
| 70000 | 923.35 | 5955698.34 | 37.88 | 146.3 |
| 75000 | 934.75 | 6381105.37 | 38.32 | 148.06 |
| 80000 | 945.52 | 6806512.39 | 38.73 | 149.82 |
| 85000 | 955.75 | 7231919.42 | 39.13 | 150.7 |

MÉTODO CONVENCIONAL

Reemplazando $\Delta t$ igual a 0 y $t_f$ igual 10500 seg en la siguiente función de tiempo:

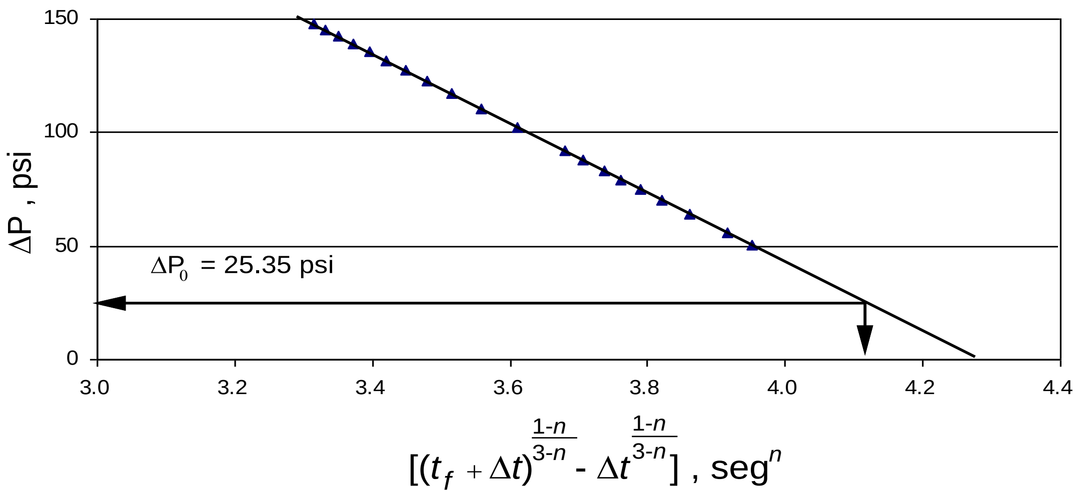
$$\left[\left(t_f + \Delta t\right)^{\frac{1-n}{3-n}} - \Delta t^{\frac{1-n}{3-n}}\right]$$

Da como resultado un tiempo de 4.14 seg$^{0.6}$ que al ser intersectado en la línea recta de la gráfica 10 se encuentra con un $\Delta P_0$ igual a 25.35 psi lo que equivale a 1.75x10$^{05}$ pa. Hay que tener en cuenta el cambio de unidades de laboratorio por unidades internacionales, ya que las ecuaciones del método convencional utilizan estas últimas.




Gráfica 10. $\Delta P$ vs $\left[\left(t_f + \Delta t\right)^{0.1667} - \Delta t^{0.1667}\right]$ para el ejemplo 1.

Para una mejor visualización del punto de intercesión del $\Delta P_0$ sobre la línea recta, se realizó un acercamiento en la zona de interés, como se muestra en la siguiente gráfica:




Gráfica 11. $\Delta P$ vs $\left[\left(t_f + \Delta t\right)^{0.1667} - \Delta t^{0.1667}\right]$ para el ejemplo 1(Aproximación).

Tabla 2. Conversión de unidades para el método convencional del ejemplo 1.

| **Parámetro** | **Unidades de laboratorio** | **Unidades Internacionales** |
|---|---|---|
| $q$ | 551.98 cm$^3$/seg | 5.52x10$^{-04}$ m$^3$/seg |
| $h$ | 499.87 cm | 4.9987 m |
| $k$ | 0.1 D | 9.87x10$^{-14}$ m$^2$ |
| $\mu$ | 3 cp | 0.03 Pa.seg |
| $r_w$ | 10.06 cm | 0.1006 m |
| $c_t$ | 6.89x10$^{-06}$ psi$^{-1}$ | 9.9931x10$^{-10}$ Pa$^{-1}$ |
| $\Delta P_0$ | 25.35 psi | 1.66x10$^{+04}$ Pa |

Utilizando la ecuación 91:

$$u_{eff} = \frac{2\times10^{-02}\ \text{Pa.seg}}{12}\left(9+\frac{3}{0.6}\right)^{0.6}\left(150\ \left(9.87\text{x}10^{-14}\ \text{m}^2\right)\ 0.2\right)^{\frac{(1-0.6)}{2}}$$

$$u_{eff} = 4.02\times10^{-05}\ \text{Pa.seg}^{0.6}.\text{m}^{0.4}$$

Reemplazando la viscosidad efectiva en la ecuación 21 se obtiene:

$$m_{NN} = \frac{\left(\dfrac{5.52\times10^{-04}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}{2\ \pi\ 4.9987\ \text{m}}\right)^{\frac{1+0.6}{3-0.6}} \left(\dfrac{4.02\times10^{-05}\ \text{Pa.seg}^{0.6}.\text{m}^{0.4}}{9.87\times10^{-14}\ \text{m}^2}\right)^{\frac{2}{3-0.5}}}{(1-0.6)\Gamma\left(\dfrac{2}{3-0.6}\right)\left[\dfrac{0.6*0.2\ \left(9.9931\times10^{-10}\ \text{Pa}^{-1}\right)}{(3-0.6)^2}\right]^{\frac{1-0.6}{3-0.6}}}$$

$$m_{NN} = 1.35\times10^{06}\ \frac{\text{Pa}}{\text{seg}^{0.6}}$$

Finalmente se halla la permeabilidad de la zona no newtoniana con la ecuación 25:

$$k_r = \left(\dfrac{5.52\times10^{-04}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}{2\ \pi\ 4.9987\ \text{m}}\right)\left\{\dfrac{\left[(1\text{-}0.6)\Gamma\left(\dfrac{2}{3\text{-}0.6}\right)\right]^{0.6\text{-}3}\left[\dfrac{2\times10^{-02}\ \text{Pa.seg}^{0.6}}{12}\left(9+\dfrac{3}{0.6}\right)^{0.6}(150)^{\frac{1\text{-}0.6}{2}}\right]^2(3\text{-}0.6)^{2(1\text{-}0.6)}}{\left(0.6*9.9931\times10^{-10}\ \text{Pa}^{-1}\right)^{1\text{-}0.6}\left(1.35\times10^{06}\ \dfrac{\text{Pa}}{\text{seg}^{0.6}}\right)^{3\text{-}0.6}}\right\}^{\frac{1}{1+0.6}}$$

$k_r = 9.87\times10^{-14}\ \text{m}^2$ Lo que corresponde a 100 mD

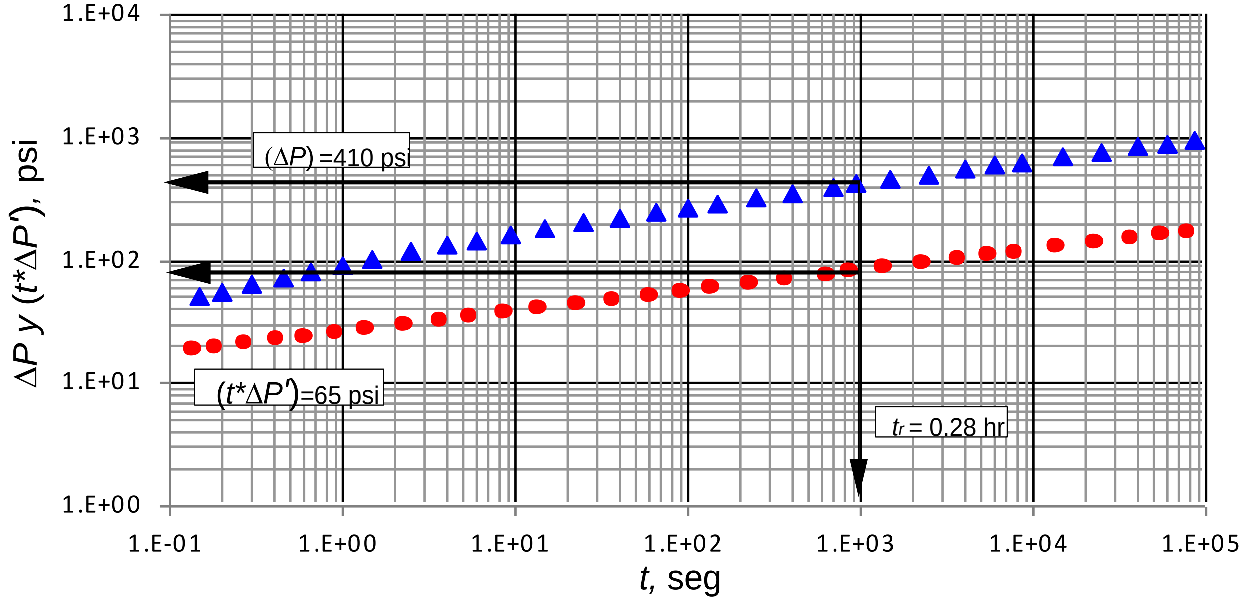
Para hallar el daño se utiliza la ecuación 23:

$$s = \left(\dfrac{1.75\times10^{05}\ \text{pa}}{0.2\ \text{m}^{1\text{-}0.6}}\right)\left(\dfrac{2\ \pi\ 4.9987\ \text{m}}{5.52\times10^{-0.4}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}\right)^{0.6}\left(\dfrac{9.87\times10^{-14}\ \text{m}^2}{4.02\times10^{-05}\ \text{Pa.seg}^{0.6}.\text{m}^{0.4}}\right)+\left(\dfrac{1}{1\text{-}0.6}\right)$$

$$s = 2.87$$

METODOLOGÍA *TDS*

Para proceder con este método es necesario hacer la lectura de $\Delta P$ y $(t*\Delta P')$ a un mismo tiempo, en este caso $t$ = 0.28 hr, además del cambio de unidades de laboratorio por unidades de campo, ya que las ecuaciones del método *TDS* utilizan estas últimas.




Gráfica 12. Gráfica de presión y derivada de presión para los datos del ejemplo 1.

Tabla 3 Conversión de unidades para la metodología *TDS* del ejemplo 1.

| **Parámetro** | **Unidades de laboratorio** | **Unidades de campo** |
|---|---|---|
| $q$ | 551.98 $cm^3$/seg | 300 Bbl/D |
| $h$ | 499.87 cm | 16.4 ft |
| $k$ | 0.1 D | 100 mD |
| $r_w$ | 10.06 cm | 0.33 ft |
| $H$ | 2 $x10^{-02}$ Pa.$seg^n$ | 20 cp.$seg^n$ |
| $t$ | 1008 seg | 0.28 hr |

$t$ = 0.28 hr $\Delta P$ = 410 psi $(t^*\Delta P')$ = 65 psi

Se calcula la pendiente de la curva de la derivada de la presión con la ecuación 61:

$$\alpha = \frac{1-0.6}{3-0.6} = 0.16667$$

Cálculo de la permeabilidad con la ecuación 60:

$$k=\left\{\frac{\left[70.6\left(96681.605\right)^{(1\text{-}0.16667)(1\text{-}0.6)}\left(\frac{0.0002637*0.28\text{ hr}}{0.6*0.2*6.89\times10^{-6}\text{ psi}^{-1}}\right)^{0.16667}\left(\frac{300\frac{\text{bbl}}{\text{D}}*1.0\frac{\text{rb}}{\text{STB}}}{16.4\text{ ft}}\right)^{0.6\text{-}0.16667(0.6\text{-}1)}\left(\frac{0.33\text{ ft}^{0.1667(0.6\text{-}3)+(1\text{-}0.6)}}{65\text{ psi}}\right)\right]^{\frac{1}{1\text{-}0.16667}}}{\left[\left(\frac{20\text{ cp.seg}^{0.6}}{12}\right)\left(9+\frac{3}{0.6}\right)^{0.5}\left(1.59344\times10^{-12}*0.2\right)^{\left(\frac{1\text{-}0.6}{2}\right)}\right]}\right\}^{\frac{2}{1+0.6}}$$

$$k=117.22\text{ mD}$$

Para hallar el daño de la región no newtoniana, se debe encontrar el valor de la viscosidad efectiva con la ecuación 92:

$$\mu_{eff}=\left(\frac{20\text{ cp.seg}^{0.6}}{12}\right)\left(9+\frac{3}{0.6}\right)^{0.6}\left(1.59344\times10^{-12}*117.22\text{ mD}*0.2\right)^{(1\text{-}0.6)/2}$$

$$\mu_{eff}=0.04521648\text{ cp}\left(\frac{\text{seg}}{\text{ft}}\right)^{0.6}$$

$G$ se calcula con la ecuación 90:

$$G=\frac{3792.188*0.6*0.2*6.89\times10^{-06}\text{ psi}^{-1}*0.04521648\text{ cp.}\frac{\text{seg}}{\text{ft}}^{0.6}}{117.22\text{ mD}}\left(96681.605\frac{16.4\text{ ft}}{300\frac{\text{Bbl}}{\text{D}}*1.0\frac{\text{rb}}{\text{STB}}}\right)^{1-0.6}$$

$$G=4.5616\times10^{-05}\frac{\text{hr}}{\text{ft}^{3\text{-n}}}$$

El valor del daño se calcula con la ecuación 62:

$$s=\frac{1}{2}\left(\frac{410\text{ psi}}{65\text{ psi}}-\frac{1}{0.16667}\right)\left(\frac{0.28\text{ hr}}{4.5616\times10^{-05}\frac{\text{hr}}{\text{ft}^{3\text{-}0.5}}\;0.33\text{ ft}^{3\text{-}0.6}}\right)^{0.16667}$$

$$s=1.92$$

Tabla 4. Porcentaje de error del método convencional según metodología *TDS* del ejemplo 1.

| Parámetro | Método convencional | Metodología *TDS* | % error |
|---|---|---|---|
| $k$ | 100 mD | 117.22 mD | 14.7 |
| $s$ | 2.87 | 1.92 | 33.1 |

**Ejemplo 2.**
Los datos de una prueba de abatimiento utilizando fluidos no newtonianos, están dados en la tabla 5. También se dan otros datos del yacimiento y el pozo que fueron sacados del documento "Pressure and pressure derivate analysis for a well in a radial composite reservoir with a non-newtonian/ newtonian interface"[4]:

$q$ = 551.98 $cm^3$/seg
$k$ = 0.2 D
$\phi$ = 0.15
$r_w$ = 7.62 cm
$\mu$ = 5 cp
$h$ = 609.6 cm
$n$ = 0.5
$H$= 10 $cp^{*}seg^{n-1}$
$B$= 1.1 rb/STB
$c_t$ = 0.0000955 $psi^{-1}$

Tabla 5. Datos de una prueba de abatimiento generada por el programa realizado. Ejemplo 2.

| $t$, seg | $\Delta P$, psi | $t_D$ | $P_D$ | ($t$*$\Delta P'$), psi |
|---|---|---|---|---|
| 0.015 | 32.42 | 1.98 | 0.84 | 7.98 |
| 0.02 | 38.9 | 2.64 | 1.01 | 8.4 |
| 0.025 | 44.19 | 3.30 | 1.14 | 8.82 |
| 0.03 | 48.69 | 3.96 | 1.26 | 9.1 |
| 0.035 | 52.63 | 4.62 | 1.36 | 9.38 |
| 0.04 | 56.13 | 5.28 | 1.45 | 9.66 |
| 0.045 | 59.31 | 5.94 | 1.53 | 9.94 |
| 0.05 | 62.21 | 6.61 | 1.61 | 10.08 |
| 0.055 | 64.89 | 7.27 | 1.68 | 10.36 |
| 0.06 | 67.38 | 7.93 | 1.74 | 10.5 |
| 0.065 | 69.71 | 8.59 | 1.8 | 10.64 |
| 0.07 | 71.9 | 9.25 | 1.86 | 10.78 |
| 0.075 | 73.97 | 9.91 | 1.92 | 10.92 |
| 0.08 | 75.93 | 10.56 | 1.97 | 11.06 |
| 0.085 | 77.8 | 11.23 | 2.01 | 11.2 |
| 0.09 | 79.58 | 11.89 | 2.06 | 11.34 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.1 | 82.91 | 13.22 | 2.15 | 11.62 |
| 0.15 | 96.42 | 19.83 | 2.5 | 12.6 |
| 0.2 | 106.69 | 26.44 | 2.77 | 13.3 |
| 0.25 | 115.07 | 33.05 | 2.98 | 14 |
| 0.3 | 122.2 | 39.66 | 3.17 | 14.42 |
| 0.35 | 128.44 | 46.27 | 3.33 | 14.98 |
| 0.4 | 134 | 52.88 | 3.47 | 15.4 |
| 0.45 | 139.03 | 59.49 | 3.61 | 15.68 |
| 0.5 | 143.63 | 66.10 | 3.72 | 16.1 |
| 0.55 | 147.88 | 72.71 | 3.83 | 16.38 |
| 0.6 | 151.83 | 79.32 | 3.94 | 16.66 |
| 0.65 | 155.52 | 85.93 | 4.03 | 16.94 |
| 0.7 | 158.99 | 92.54 | 4.12 | 17.22 |
| 0.75 | 162.27 | 99.15 | 4.21 | 17.36 |
| 0.8 | 165.38 | 105.76 | 4.29 | 17.64 |
| 0.85 | 168.34 | 112.37 | 4.37 | 17.78 |
| 0.9 | 171.16 | 118.98 | 4.44 | 18.06 |
| 1 | 176.44 | 132.20 | 4.58 | 18.48 |
| 1.5 | 197.85 | 198.30 | 5.13 | 19.88 |
| 2 | 214.13 | 264.40 | 5.56 | 21.14 |
| 2.5 | 227.41 | 330.50 | 5.9 | 22.12 |
| 3 | 238.72 | 396.60 | 6.19 | 22.96 |
| 3.5 | 248.6 | 462.70 | 6.45 | 23.66 |
| 4 | 257.42 | 528.80 | 6.68 | 24.36 |
| 4.5 | 265.39 | 594.90 | 6.89 | 24.92 |
| 5 | 272.68 | 661.00 | 7.08 | 25.48 |
| 5.5 | 279.41 | 727.10 | 7.25 | 25.9 |
| 6 | 285.67 | 793.21 | 7.41 | 26.32 |
| 6.5 | 291.52 | 859.31 | 7.57 | 26.74 |
| 7 | 297.02 | 925.41 | 7.71 | 27.16 |
| 7.5 | 302.22 | 991.51 | 7.84 | 27.58 |
| 8 | 307.14 | 1057.61 | 7.97 | 28 |
| 8.5 | 311.83 | 1123.71 | 8.09 | 28.28 |
| 9 | 316.3 | 1189.81 | 8.21 | 28.56 |
| 9.5 | 320.58 | 1255.91 | 8.32 | 28.84 |
| 10 | 324.68 | 1322.01 | 8.43 | 29.26 |
| 15 | 358.61 | 1983.02 | 9.31 | 31.64 |
| 20 | 384.41 | 2644.03 | 9.98 | 33.6 |
| 25 | 405.46 | 3305.04 | 10.52 | 35.14 |
| 30 | 423.38 | 3966.05 | 10.99 | 36.4 |
| 35 | 439.05 | 4627.06 | 11.4 | 37.52 |
| 40 | 453.02 | 5288.06 | 11.76 | 38.5 |
| 45 | 465.65 | 5949.07 | 12.09 | 39.48 |
| 50 | 477.21 | 6610.08 | 12.39 | 40.32 |
| 55 | 487.87 | 7271.09 | 12.66 | 41.02 |
| 60 | 497.79 | 7932.10 | 12.92 | 41.86 |
| 65 | 507.06 | 8593.11 | 13.16 | 42.42 |
| 70 | 515.78 | 9254.12 | 13.39 | 43.12 |
| 75 | 524.02 | 9915.12 | 13.6 | 43.68 |
| 80 | 531.83 | 10576.17 | 13.81 | 44.24 |
| 85 | 539.26 | 11237.14 | 14.01 | 44.8 |
| 90 | 546.34 | 11898.15 | 14.18 | 45.36 |
| 95 | 553.12 | 12559.16 | 14.36 | 45.78 |

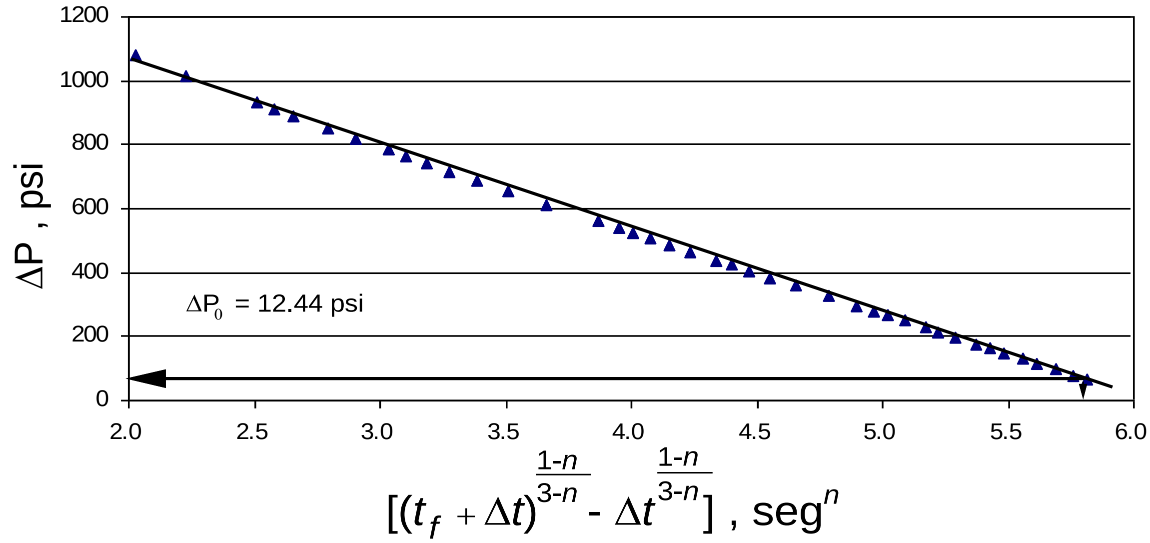
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 100 | 559.61 | 13220.17 | 14.53 | 46.34 |
| 150 | 613.39 | 19830.25 | 15.92 | 50.12 |
| 200 | 654.28 | 26440.34 | 16.99 | 53.2 |
| 250 | 687.65 | 33050.43 | 17.85 | 55.58 |
| 300 | 716.05 | 39660.51 | 18.59 | 57.68 |
| 350 | 740.88 | 46270.60 | 19.23 | 59.5 |
| 400 | 763.02 | 52880.68 | 19.81 | 61.04 |
| 450 | 783.04 | 59490.77 | 20.33 | 62.58 |
| 500 | 801.36 | 66100.86 | 20.81 | 63.84 |
| 550 | 818.26 | 72710.94 | 21.24 | 65.1 |
| 600 | 833.98 | 79321.03 | 21.65 | 66.22 |
| 650 | 848.68 | 85931.11 | 22.03 | 67.34 |
| 700 | 862.5 | 92541.20 | 22.39 | 68.32 |
| 750 | 875.55 | 99151.29 | 22.73 | 69.3 |
| 800 | 887.93 | 105761.36 | 23.05 | 70.14 |
| 850 | 899.7 | 112371.46 | 23.36 | 70.98 |
| 900 | 910.93 | 118981.54 | 23.65 | 71.82 |
| 950 | 921.67 | 125591.63 | 23.93 | 72.66 |
| 1000 | 931.97 | 132201.72 | 24.2 | 73.36 |
| 1500 | 1017.2 | 198302.58 | 26.41 | 79.38 |
| 2000 | 1082 | 264403.44 | 28.09 | 84.28 |
| 2500 | 1134.89 | 330504.30 | 29.47 | 88.06 |
| 3000 | 1179.9 | 396605.16 | 30.64 | 91.42 |
| 3500 | 1219.26 | 462706.02 | 31.66 | 94.22 |
| 4000 | 1254.34 | 528806.88 | 32.57 | 96.88 |
| 4500 | 1286.07 | 594907.74 | 33.39 | 99.12 |
| 5000 | 1315.1 | 661008.60 | 34.15 | 101.22 |
| 5500 | 1341.89 | 727109.46 | 34.84 | 103.18 |
| 6000 | 1366.8 | 793210.32 | 35.49 | 105 |
| 6500 | 1390.1 | 859311.18 | 36.09 | 106.68 |
| 7000 | 1412.01 | 925412.04 | 36.66 | 108.36 |
| 7500 | 1432.7 | 991512.90 | 37.2 | 109.76 |
| 8000 | 1452.31 | 1057613.77 | 37.71 | 111.16 |
| 8500 | 1470.96 | 1123714.62 | 38.19 | 112.56 |
| 9000 | 1488.76 | 1189815.48 | 38.66 | 113.82 |
| 9500 | 1505.78 | 1255916.34 | 39.1 | 115.08 |
| 10000 | 1522.11 | 1322017.20 | 39.52 | 116.34 |
| 15000 | 1657.18 | 1983025.81 | 43.03 | 125.86 |
| 20000 | 1759.89 | 2644034.41 | 45.7 | 133.56 |
| 25000 | 1843.72 | 3305043.02 | 47.87 | 139.72 |
| 30000 | 1915.05 | 3966051.62 | 49.73 | 144.9 |
| 35000 | 1977.43 | 4627060.23 | 51.35 | 149.38 |
| 40000 | 2033.03 | 5288068.83 | 52.79 | 153.44 |
| 45000 | 2083.33 | 5949077.44 | 54.1 | 157.08 |
| 50000 | 2129.33 | 6610086.04 | 55.29 | 160.44 |
| 55000 | 2171.79 | 7271094.65 | 56.39 | 163.52 |
| 60000 | 2211.27 | 7932103.25 | 57.42 | 166.46 |
| 65000 | 2248.2 | 8593111.85 | 58.38 | 169.12 |
| 70000 | 2282.92 | 9254120.46 | 59.28 | 171.64 |
| 75000 | 2315.71 | 9915129.06 | 60.13 | 174.02 |
| 80000 | 2346.79 | 10576137.63 | 60.94 | 176.4 |
| 85000 | 2376.36 | 11237146.27 | 61.71 | 177.8 |

MÉTODO CONVENCIONAL

Reemplazando $\Delta t$ igual a 0 y $t_f$ igual 10500 seg en la siguiente función de tiempo:

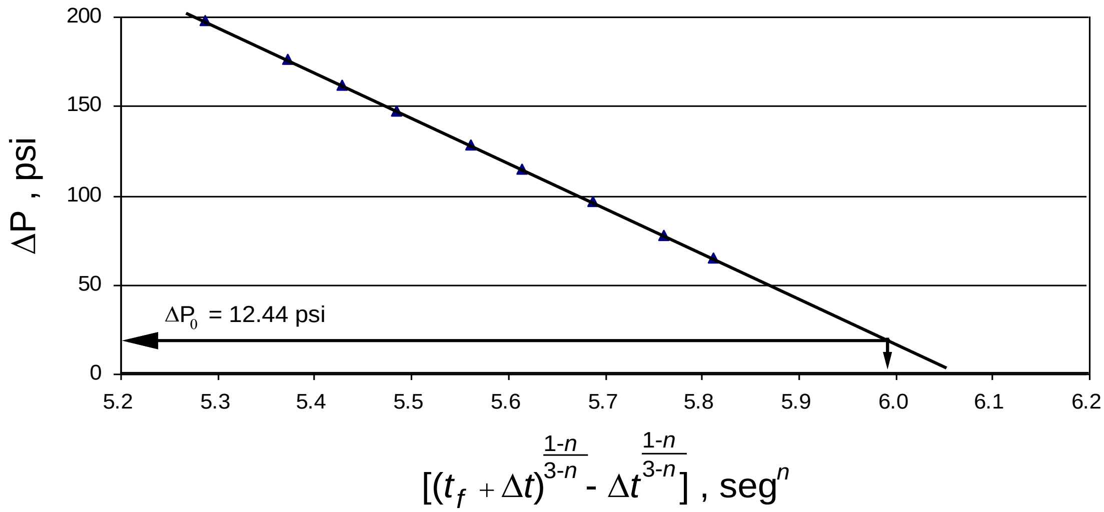
$$\left[\left(t_f + \Delta t\right)^{\frac{1-n}{3-n}} - \Delta t^{\frac{1-n}{3-n}}\right]$$

Da como resultado un tiempo de 5.98 $seg^{0.5}$ que al ser intersectado en la línea recta de la gráfica 10 se encuentra con un $\Delta P_0$ igual a 12.44 psi lo que equivale a $8.58x10^{04}$ pa. Hay que tener en cuenta el cambio de unidades de laboratorio por unidades internacionales, ya que las ecuaciones del método convencional utilizan estas últimas.




Gráfica 13. $\Delta P$ vs $\left[\left(t_f + \Delta t\right)^{0.2} - \Delta t^{0.2}\right]$ para el ejemplo 2.

Para una mejor visualización del punto de intercesión del $\Delta P_0$ sobre la línea recta, se realizó un acercamiento en la zona de interés, como se muestra en la siguiente gráfica:




Gráfica 14. $\Delta P$ vs $\left[\left(t_f + \Delta t\right)^{0.2} - \Delta t^{0.2}\right]$ para el ejemplo 2.(Aproximación)

Tabla 6. Conversión de unidades para el método convencional del ejemplo 2.

| **Parámetro** | **Unidades de laboratorio** | **Unidades Internacionales** |
|---|---|---|
| $q$ | 551.98 cm$^3$/seg | 5.52x10$^{-04}$ m$^3$/seg |
| $h$ | 609.6 cm | 6.096 m |
| $k$ | 0.2 D | 1.97x10$^{-13}$ m$^2$ |
| $\mu$ | 5 cp | 0.005 Pa.seg |
| $r_w$ | 7.62 cm | 0.0762 m |
| $c_t$ | 9.55x10$^{-05}$ psi$^{-1}$ | 1.3851x10$^{-08}$ Pa$^{-1}$ |
| $\Delta P_0$ | 12.44 psi | 8.58x10$^{+04}$ Pa |

Utilizando la ecuación 91:

$$u_{eff} = \frac{1\times10^{-02}\ \text{Pa.seg}}{12}\left(9+\frac{3}{0.5}\right)^{0.5}\left(150\ \left(1.97\times10^{-13}\ \ \text{m}^2\right)\ 0.15\right)^{\frac{(1-0.5)}{2}}$$

$$u_{eff} = 4.69\times10^{-06}\ \text{Pa.seg}^{0.5}.\text{m}^{0.5}$$

Reemplazando la viscosidad efectiva en la ecuación 21 se obtiene:

$$m_{NN} = \frac{\left(\dfrac{5.52\times10^{-04}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}{2\ \pi\ 6.096\ \text{m}}\right)^{\frac{1+0.7}{3-0.7}} \left(\dfrac{4.69\text{x}10^{-06}\ \text{Pa.seg}^{0.5}.\text{m}^{0.5}}{1.97\times10^{-13}\ \text{m}^2}\right)^{\frac{2}{3-0.5}}}{(1\text{-}0.5)\Gamma\left(\dfrac{2}{3\text{-}0.5}\right)\left[\dfrac{0.5*0.15\left(1.3851\times10^{-8}\ \text{Pa}^{-1}\right)}{(3\text{-}0.5)^2}\right]^{\frac{1-0.5}{3-0.5}}}$$

$$m_{NN} = 1.54\times10^{05}\ \frac{\text{Pa}}{\text{seg}^{0.5}}$$

Finalmente se halla la permeabilidad de la zona no newtoniana con la ecuación 25:

$$k_r = \left(\frac{5.52\times10^{-04}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}{2\ \pi\ 6.096\ \text{m}}\right)\left\{\frac{\left[(1\text{-}0.5)\Gamma\left(\dfrac{2}{3\text{-}0.5}\right)\right]^{0.5-3}\left[\dfrac{1\times10^{-02}\ \text{Pa.seg}^{0.5}}{12}\left(9+\dfrac{3}{0.5}\right)^{0.5}(150)^{\frac{1-0.5}{2}}\right]^2 (3\text{-}0.5)^{2(1-0.5)}}{\left(0.7*1.3851\times10^{-8}\ \text{Pa}^{-1}\right)^{1-0.5}\left(1.54\times10^{05}\ \dfrac{\text{Pa}}{\text{seg}^{0.5}}\right)^{3-0.5}}\right\}^{\frac{1}{1+0.5}}$$

$k_r = 1.974\times10^{-13}\ \text{m}^2$ Lo que corresponde a 0.2 D

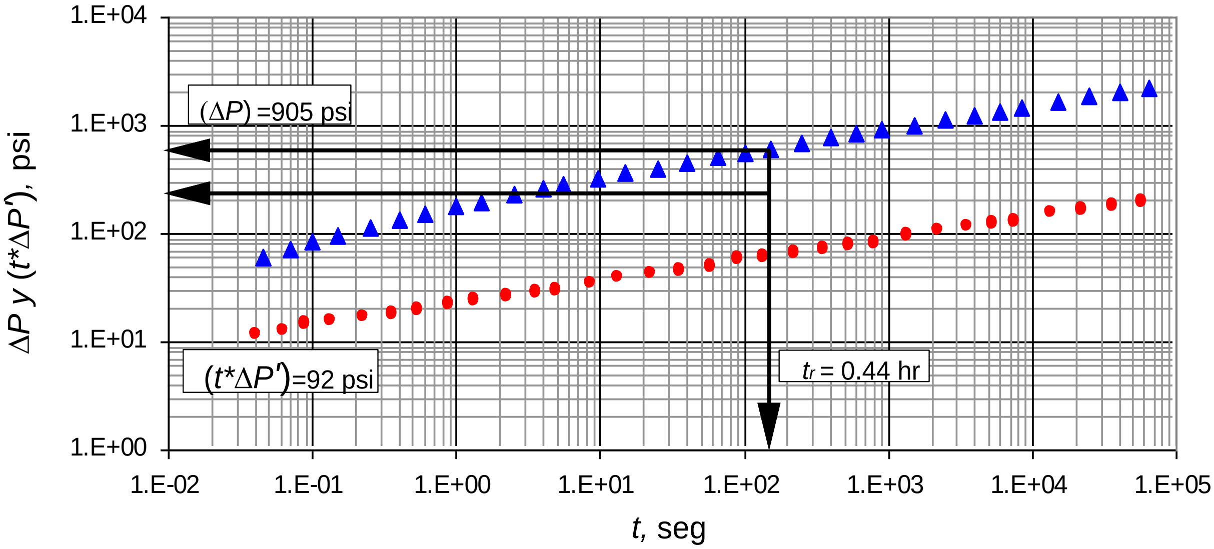
Para hallar el daño se utiliza la ecuación 23,

$$s = \left(\frac{8.58\times10^{04}\ \text{Pa}}{0.0762\ \text{m}^{1-0.5}}\right)\left(\frac{2\ \pi\ 6.096\ \text{m}}{5.52\times10^{-0.4}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}\right)^{0.5}\left(\frac{1.97\times10^{-13}\ \text{m}^2}{4.69\times10^{-06}\ \text{Pa.seg}^{0.5}.\text{m}^{0.5}}\right)+\left(\frac{1}{1\text{-}0.5}\right)$$

$$s = 5.35$$

METODOLOGÍA *TDS*

Para proceder con este método es necesario hacer la lectura de $\Delta P$ y $(t^*\Delta P')$ a un mismo tiempo, en este caso $t$ = 0.44 hr, además del cambio de unidades de laboratorio por unidades de campo, ya que las ecuaciones de la metodología *TDS* utilizan estas últimas.




Gráfica 15. Gráfica de presión y derivada de presión para los datos del ejemplo 2.

Tabla 7  Conversión de unidades para la metodología *TDS* del ejemplo 2.

| **Parámetro** | **Unidades de laboratorio** | **Unidades de campo** |
|---|---|---|
| $q$ | 551.98 $cm^3$/seg | 300 Bbl/D |
| $h$ | 609.6 cm | 20 ft |
| $k$ | 0.2 D | 200 mD |
| $r_w$ | 7.62 cm | 0.25 ft |
| $H$ | $1x10^{-02}$ $Pa.seg^n$ | 10 $cp.seg^n$ |
| $t$ | 1584 seg | 0.44 hr |

$t$ = 0.44 hr  $\Delta P$ = 905 psi  $(t^*\Delta P')$ = 92 psi

Se calcula la pendiente de la curva de la derivada de la presión con la ecuación 61:

$$\alpha = \frac{1-0.5}{3-0.5} = 0.2$$

Cálculo de la permeabilidad con la ecuación 60:

$$k=\left\{\frac{\left[70.6\left(96681.605\right)^{(1-0.5)(1-0.5)}\left(\frac{0.0002637*0.44\text{ hr}}{0.5*0.15*9.55\times10^{-05}\text{ psi}^{-1}}\right)^{0.2}\right]^{\frac{1}{1-0.2}}\left[\left(\frac{300\frac{\text{bbl}}{\text{D}}*1.1\frac{\text{rb}}{\text{STB}}}{20\text{ ft}}\right)^{0.5-0.2(0.5-1)}\left(\frac{0.25\text{ ft}^{0.2(0.5-3)+(1-0.5)}}{92\text{ psi}}\right)\right]^{\frac{1}{1-0.2}}}{\left[\left(\frac{10\text{ cp.seg}^{0.5}}{12}\right)\left(9+\frac{3}{0.5}\right)^{0.5}\left(1.59344\times10^{-12}*0.15\right)^{\left(\frac{1-0.5}{2}\right)}\right]}\right\}^{\frac{2}{1+0.2}}$$

$$k=218.21\text{ mD}$$

Para hallar el daño de la región no newtoniana, se debe encontrar el valor de la viscosidad efectiva con la ecuación 92:

$$\mu_{eff}=\left(\frac{10\text{ cp.seg}^{0.5}}{12}\right)\left(9+\frac{3}{0.5}\right)^{0.5}\left(1.59344\times10^{-12}*218.21\text{ mD}*0.15\right)^{(1-0.5)/2}$$

$$\mu_{eff}=0.050919\text{ cp}\left(\frac{\text{seg}}{\text{ft}}\right)^{0.5}$$

*G* se calcula con la ecuación 90:

$$G=\frac{3792.188*0.7*0.15*9.55\times10^{-05}\text{ psi}^{-1}*0.050919\text{ cp.}\frac{\text{seg}}{\text{ft}}^{0.5}}{698.44\text{ mD}}\left(96681.605\frac{20\text{ ft}}{300\frac{\text{Bbl}}{\text{D}}*1.1\frac{\text{rb}}{\text{STB}}}\right)^{1-0.5}$$

$$G=48.417\times10^{-05}\frac{\text{hr}}{\text{ft}^{3-n}}$$

Y finalmente el valor del daño se calcula con la ecuación 62:

$$s=\frac{1}{2}\left(\frac{905\text{ psi}}{92\text{ psi}}-\frac{1}{0.2}\right)\left(\frac{0.44\text{ hr}}{48.417\times10^{-05}\frac{\text{hr}}{\text{ft}^{3-0.5}}\ 0.25\text{ ft}^{3-0.5}}\right)^{0.2}$$

$$s=4.08$$

Tabla 8. Porcentaje de error del método convencional según la metodología *TDS* del ejemplo 2.

| Parámetro | Método convencional | Metodología *TDS* | % error |
|---|---|---|---|
| $k$ | 200 mD | 218.21 mD | 8.34 |
| $s$ | 5.35 | 4.08 | 23.73 |

**Ejemplo 3.**
Los datos de una prueba de abatimiento utilizando fluidos no newtonianos, están dados en la tabla 9. También se dan otros datos del yacimiento y el pozo que fueron sacados del documento "Practical application of non-newtonian transient flow analysis"[11]:

$q$ = 138.1 $cm^3$/seg
$k$ = 0.0344 D
$\phi$ = 0.228
$r_w$ = 2.41 cm
$\mu$ = 5 cp

$h$ = 518.2 cm
$n$ = 0.423
$H$= 65 $cp^* seg^{n-1}$
$B$= 1.0 rb/STB
$c_t$ = $7.567 \times 10^{-06}$ $psi^{-1}$

Tabla 9. Datos de una prueba de abatimiento generada por el programa realizado. Ejemplo 3.

| ***t*, seg** | **$\Delta P$, psi** | **$t_D$** | **$P_D$** | **($t^*\Delta P'$), psi** |
|---|---|---|---|---|
| 0.15 | 62.03 | 112.92 | 4.66 | 17.16 |
| 0.2 | 67.69 | 150.56 | 5.09 | 18.36 |
| 0.25 | 72.34 | 188.2 | 5.44 | 19.32 |
| 0.3 | 76.32 | 225.84 | 5.74 | 20.04 |
| 0.35 | 79.81 | 263.48 | 6 | 20.76 |
| 0.4 | 82.93 | 301.12 | 6.23 | 21.36 |
| 0.45 | 85.76 | 338.77 | 6.45 | 21.96 |
| 0.5 | 88.36 | 376.41 | 6.64 | 22.56 |
| 0.55 | 90.76 | 414.05 | 6.82 | 23.04 |
| 0.6 | 93 | 451.69 | 6.99 | 23.4 |
| 0.65 | 95.09 | 489.33 | 7.15 | 23.88 |
| 0.7 | 97.07 | 526.97 | 7.3 | 24.24 |
| 0.75 | 98.94 | 564.61 | 7.44 | 24.6 |
| 0.8 | 100.72 | 602.25 | 7.57 | 24.96 |
| 0.85 | 102.41 | 639.9 | 7.7 | 25.32 |
| 0.9 | 104.02 | 677.54 | 7.82 | 25.68 |
| 1 | 107.06 | 752.82 | 8.05 | 26.28 |
| 1.5 | 119.42 | 1129.23 | 8.98 | 28.68 |
| 2 | 128.9 | 1505.64 | 9.69 | 30.72 |
| 2.5 | 136.68 | 1882.06 | 10.28 | 32.28 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 143.34 | 2258.47 | 10.78 | 33.6 |
| 3.5 | 149.18 | 2634.88 | 11.22 | 34.8 |
| 4 | 154.4 | 3011.29 | 11.61 | 35.88 |
| 4.5 | 159.15 | 3387.71 | 11.97 | 36.84 |
| 5 | 163.5 | 3764.12 | 12.3 | 37.68 |
| 5.5 | 167.52 | 4140.53 | 12.6 | 38.52 |
| 6 | 171.27 | 4516.94 | 12.88 | 39.24 |
| 6.5 | 174.78 | 4893.36 | 13.15 | 39.96 |
| 7 | 178.09 | 5269.77 | 13.39 | 40.68 |
| 7.5 | 181.22 | 5646.18 | 13.63 | 41.28 |
| 8 | 184.2 | 6022.59 | 13.85 | 41.88 |
| 8.5 | 187.03 | 6399.01 | 14.07 | 42.48 |
| 9 | 189.73 | 6775.42 | 14.27 | 42.96 |
| 9.5 | 192.32 | 7151.83 | 14.46 | 43.56 |
| 10 | 194.81 | 7528.24 | 14.65 | 44.04 |
| 15 | 215.51 | 11292.37 | 16.21 | 48.12 |
| 20 | 231.39 | 15056.49 | 17.4 | 51.48 |
| 25 | 244.42 | 18820.62 | 18.38 | 54 |
| 30 | 255.56 | 22584.74 | 19.22 | 56.28 |
| 35 | 265.35 | 26348.87 | 19.96 | 58.32 |
| 40 | 274.1 | 30112.99 | 20.62 | 60.12 |
| 45 | 282.04 | 33877.12 | 21.21 | 61.68 |
| 50 | 289.32 | 37641.24 | 21.76 | 63.12 |
| 55 | 296.06 | 41405.37 | 22.27 | 64.56 |
| 60 | 302.34 | 45169.49 | 22.74 | 65.76 |
| 65 | 308.22 | 48933.62 | 23.18 | 66.96 |
| 70 | 313.76 | 52697.74 | 23.6 | 68.04 |
| 75 | 319.01 | 56461.87 | 24 | 69.12 |
| 80 | 323.99 | 60225.99 | 24.37 | 70.2 |
| 85 | 328.73 | 63990.12 | 24.73 | 71.16 |
| 90 | 333.26 | 67754.24 | 25.07 | 72 |
| 95 | 337.6 | 71518.37 | 25.4 | 72.84 |
| 100 | 341.76 | 75.282.496 | 25.71 | 73.8 |
| 150 | 376.43 | 112923.74 | 28.32 | 80.64 |
| 200 | 403.01 | 150564.99 | 30.32 | 86.16 |
| 250 | 424.84 | 188206.24 | 31.96 | 90.48 |
| 300 | 443.5 | 225847.48 | 33.36 | 94.32 |
| 350 | 459.88 | 263488.73 | 34.6 | 97.56 |
| 400 | 474.54 | 301129.98 | 35.7 | 100.56 |
| 450 | 487.83 | 338771.23 | 36.7 | 103.32 |
| 500 | 500.03 | 376412.48 | 37.62 | 105.72 |
| 550 | 511.31 | 414053.72 | 38.46 | 108 |
| 600 | 521.82 | 451694.97 | 39.26 | 110.16 |
| 650 | 531.68 | 489336.22 | 40 | 112.08 |
| 700 | 540.96 | 526977.47 | 40.7 | 114 |
| 750 | 549.74 | 564618.72 | 41.36 | 115.8 |
| 800 | 558.08 | 602259.96 | 41.98 | 117.48 |
| 850 | 566.02 | 639901.21 | 42.58 | 119.04 |
| 900 | 573.6 | 677542.46 | 43.15 | 120.6 |
| 950 | 580.87 | 715183.71 | 43.7 | 122.04 |
| 1000 | 587.85 | 752824.96 | 44.22 | 123.6 |
| 1500 | 645.9 | 1129237.44 | 48.59 | 135 |
| 2000 | 690.41 | 1505649.92 | 51.94 | 144.24 |

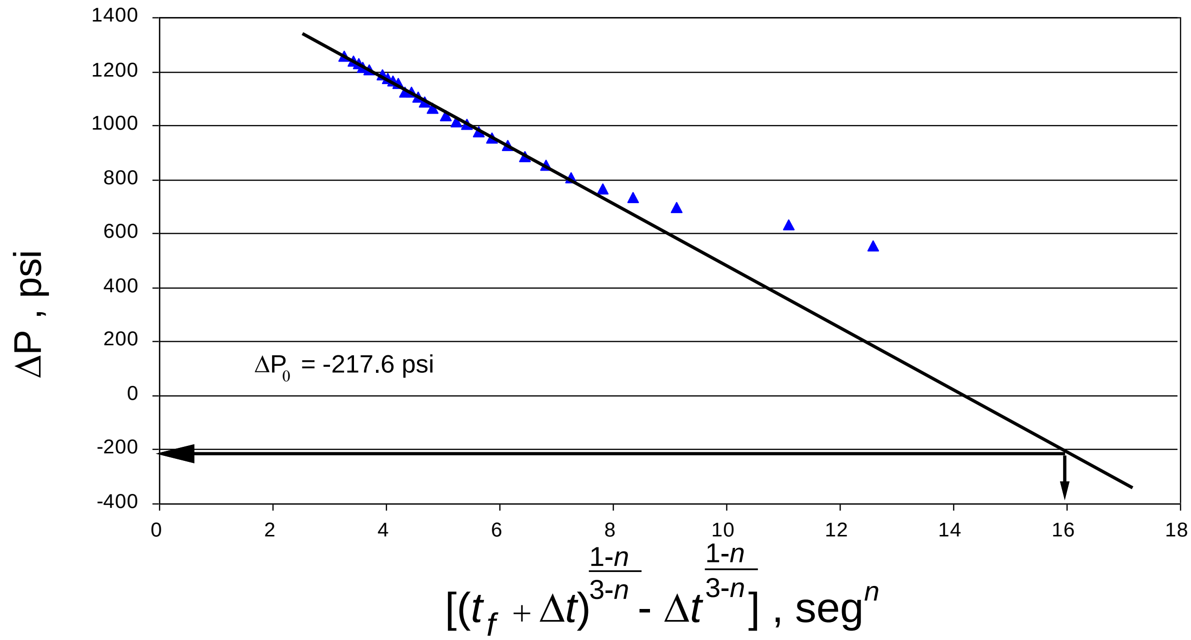
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2500 | 726.96 | 1882062.4 | 54.69 | 151.56 |
| 3000 | 758.21 | 2258474.88 | 57.04 | 157.92 |
| 3500 | 785.64 | 2634887.36 | 59.1 | 163.44 |
| 4000 | 810.19 | 3011299.84 | 60.95 | 168.48 |
| 4500 | 832.45 | 3387712.32 | 62.63 | 172.92 |
| 5000 | 852.87 | 3764124.8 | 64.16 | 177.12 |
| 5500 | 871.77 | 4140537.28 | 65.58 | 180.84 |
| 6000 | 889.37 | 4516949.76 | 66.91 | 184.44 |
| 6500 | 905.87 | 4893362.25 | 68.15 | 187.8 |
| 7000 | 921.41 | 5269774.73 | 69.32 | 190.92 |
| 7500 | 936.11 | 5646187.21 | 70.43 | 193.92 |
| 8000 | 950.08 | 6022599.69 | 71.48 | 196.68 |
| 8500 | 963.37 | 6399012.17 | 72.48 | 199.44 |
| 9000 | 976.08 | 6775424.65 | 73.43 | 201.96 |
| 9500 | 988.25 | 7151837.13 | 74.35 | 204.36 |
| 10000 | 999.93 | 7528249.61 | 75.23 | 206.88 |
| 15000 | 1097.15 | 11292374.4 | 82.54 | 225.96 |
| 20000 | 1171.67 | 15056499.2 | 88.15 | 241.56 |
| 25000 | 1232.88 | 18820624 | 92.75 | 253.8 |
| 30000 | 1285.21 | 22584748.8 | 96.69 | 264.48 |
| 35000 | 1331.15 | 26348873.7 | 100.15 | 273.72 |
| 40000 | 1372.25 | 30112998.5 | 103.24 | 282 |
| 45000 | 1409.54 | 33877123.3 | 106.05 | 289.56 |
| 50000 | 1443.74 | 37641248.1 | 108.62 | 296.52 |
| 55000 | 1475.37 | 41405372.9 | 111 | 302.88 |
| 60000 | 1504.85 | 45169497.7 | 113.22 | 308.88 |
| 65000 | 1532.48 | 48933622.5 | 115.3 | 314.4 |
| 70000 | 1558.51 | 52697747.3 | 117.25 | 319.68 |
| 75000 | 1583.13 | 56461872.1 | 119.11 | 324.6 |
| 80000 | 1606.51 | 60225996.9 | 120.86 | 329.64 |
| 85000 | 1628.78 | 63990121.7 | 122.54 | 332.88 |

MÉTODO CONVENCIONAL

Reemplazando $\Delta t$ igual a 0 y $t_f$ igual 10500 seg en la siguiente función de tiempo:

$$\left[ \left( t_f + \Delta t \right)^{\frac{1-n}{3-n}} - \Delta t^{\frac{1-n}{3-n}} \right]$$

Da como resultado un tiempo de 16.12 seg$^{0.423}$ que al ser intersectado en la línea recta de la gráfica 10 se encuentra con un $\Delta P_0$ igual a -217.6 psi lo que equivale a -1.5x10$^{06}$ pa. Hay que tener en cuenta el cambio de unidades de laboratorio por unidades internacionales, ya que las ecuaciones del método convencional utilizan estas últimas.




Gráfica 16. $\Delta P$ vs $\left[\left(t_f+\Delta t\right)^{0.2239}-\Delta t^{0.2239}\right]$ para el ejemplo 3.

Tabla 10. Conversión de unidades para el método convencional del ejemplo 3.

| **Parámetro** | **Unidades de laboratorio** | **Unidades Internacionales** |
|---|---|---|
| $q$ | 138.1 $cm^3$/seg | $1.381\text{x}10^{-04}$ $m^3$/seg |
| $h$ | 518.2 cm | 5.182 m |
| $k$ | 0.0344 D | $3.4\text{x}10^{-14}$ $m^2$ |
| $\mu$ | 5 cp | 0.005 Pa.seg |
| $r_w$ | 2.41 cm | 0.0241 m |
| $c_t$ | $7.567\text{x}10^{-06}$ $psi^{-1}$ | $1.0975\text{x}10^{-09}$ $Pa^{-1}$ |
| $\Delta P_0$ | -217.6 psi | $-1.5\text{x}10^{+06}$ Pa |

Utilizando la ecuación 91:

$$u_{eff}=\frac{6.5\times10^{-02}\ \text{Pa.seg}}{12}\left(9+\frac{3}{0.423}\right)^{0.423}\left(150\ \left(3.4\times10^{-14}\ \text{m}^2\right)\ 0.228\right)^{\frac{(1-0.423)}{2}}$$

$$u_{eff}=6.322\times10^{-06}\ \text{Pa.seg}^{0.423}.\text{m}^{0.577}$$

Reemplazando la viscosidad efectiva en la ecuación 21 se obtiene:

$$m_{NN}=\frac{\left(\dfrac{1.381\times10^{-04}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}{2\ \pi\ 5.182\ \text{m}}\right)^{\frac{1+0.423}{3-0.423}}\left(\dfrac{6.322\times10^{-06}\ \text{Pa.seg}^{0.423}.\text{m}^{0.577}}{3.4\times10^{-14}\ \text{m}^2}\right)^{\frac{2}{3-0.423}}}{(1\text{-}0.423)\Gamma\left(\dfrac{2}{3\text{-}0.423}\right)\left[\dfrac{0.423*0.228\left(1.0975\times10^{-9}\ \text{Pa}^{-1}\right)}{(3\text{-}0.423)^2}\right]^{\frac{1-0.423}{3-0.423}}}$$

$$m_{NN}=1.252\times10^{06}\ \frac{\text{Pa}}{\text{seg}^{0.423}}$$

Finalmente se halla la permeabilidad de la zona no newtoniana con la ecuación 25:

$$k_r=\left(\frac{1.381\times10^{-04}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}{2\ \pi\ 5.182\ \text{m}}\right)\left\{\frac{\left[(1\text{-}0.423)\Gamma\left(\dfrac{2}{3\text{-}0.423}\right)\right]^{0.423-3}\left[\dfrac{6.5\times10^{-02}\ \text{Pa.seg}^{0.423}}{12}\left(9+\dfrac{3}{0.423}\right)^{0.423}(150)^{\frac{1-0.423}{2}}\right]^2(3\text{-}0.423)^{2(1-0.423)}}{\left(0.423*1.0975\times10^{-09}\ \text{Pa}^{-1}\right)^{1-0.423}\left(1.252\times10^{06}\ \dfrac{\text{Pa}}{\text{seg}^{0.423}}\right)^{3-0.423}}\right\}^{\frac{1}{1+0.423}}$$

$k_r=3.4\times10^{-14}\ \text{m}^2$ Lo que corresponde a 34.4 mD

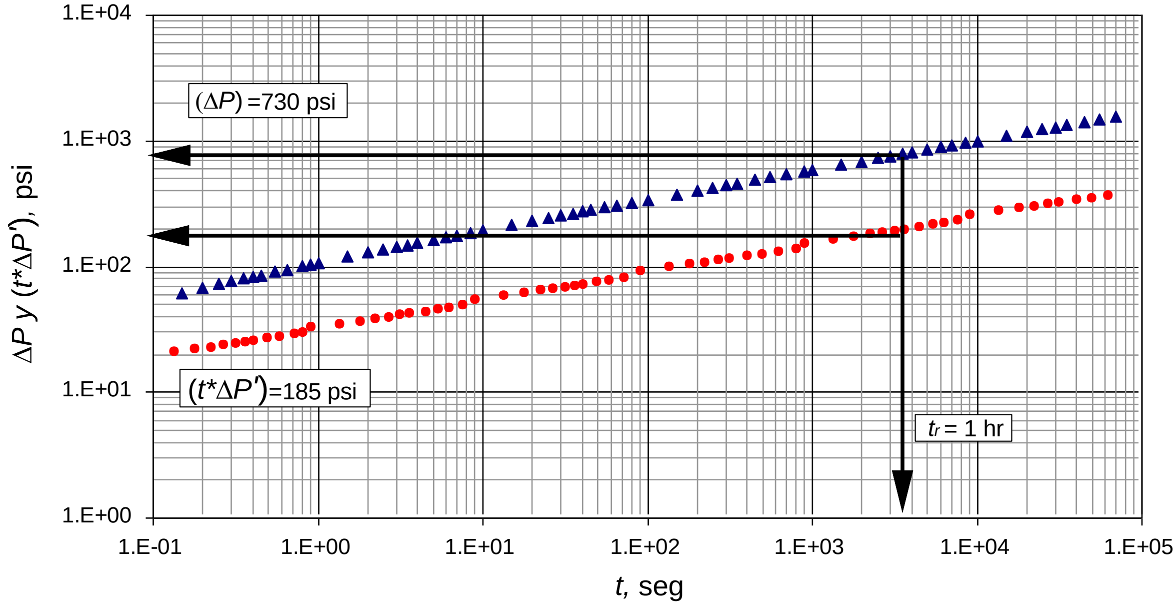
Para hallar el daño se utiliza la ecuación 23

$$s=\left(\frac{-1.5\times10^{06}\ \text{pa}}{0.0241\ \text{m}^{1-0.423}}\right)\left(\frac{2\ \pi\ 5.182\ \text{m}}{1.381\times10^{-0.4}\ \dfrac{\text{m}^3}{\text{seg}}}\right)^{0.423}\left(\frac{3.4\times10^{-14}\ \text{m}^2}{6.322\times10^{-06}\ \text{Pa.seg}^{0.423}.\text{m}^{0.577}}\right)+\left(\frac{1}{1\text{-}0.423}\right)$$

$$s=-9.8$$

METODOLOGÍA *TDS*

Para proceder con este método es necesario hacer la lectura de $\Delta P$ y $(t^*\Delta P')$ a un mismo tiempo, en este caso $t$ = 0.44 hr, además del cambio de unidades de laboratorio por unidades de campo, ya que las ecuaciones del método *TDS* utiliza estas últimas




Gráfica 17. Gráfica de presión y derivada de presión para los datos del ejemplo 3

Tabla 11 conversión de unidades para la metodología *TDS* del ejemplo 3.

| **Parámetro** | **Unidades de laboratorio** | **Unidades de campo** |
|---|---|---|
| $q$ | 138.1 $cm^3$/seg | 75 Bbl/D |
| $h$ | 518.2 cm | 17 ft |
| $k$ | 0.0344 D | 34.4 mD |
| $r_w$ | 2.41 cm | 0.0791 ft |
| $H$ | $6.5x10^{-02}$ $Pa.seg^n$ | 65 $cp.seg^n$ |
| $t$ | 3600 seg | 1 hr |

$t$ = 1 hr $\Delta P$ = 730 psi $(t^*\Delta P')$ = 185 psi

Se calcula la pendiente de la curva de la derivada de la presión con la ecuación 61:

$$\alpha = \frac{1-0.423}{3-0.423} = 0.2239$$

Cálculo de la permeabilidad con la ecuación 60:

$$k=\left\{\frac{\left[70.6\ \left(96681.605\right)^{(1\text{-}0.423)(1\text{-}0.423)}\left(\frac{0.0002637*1\text{ hr}}{0.423*0.228*7.567\times10^{-6}\text{ psi}^{-1}}\right)^{0.2239}\left(\frac{75\frac{\text{bbl}}{\text{D}}*1.0\frac{\text{rb}}{\text{STB}}}{17\text{ ft}}\right)^{0.423\text{-}0.2239(0.423\text{-}1)}\left(\frac{0.0791\text{ ft}^{0.2239(0.423\text{-}3)+(1\text{-}0.423)}}{185\text{ psi}}\right)\right]^{\frac{1}{1\text{-}0.2239}}}{\left[\left(\frac{65\text{ cp.seg}^{0.423}}{12}\right)\left(9+\frac{3}{0.423}\right)^{0.423}\left(1.59344\times10^{-12}*0.228\right)^{\left(\frac{1\text{-}0.423}{2}\right)}\right]}\right\}^{\frac{2}{1+0.423}}$$

$$k=39.01\text{ mD}$$

Para hallar el daño de la región no newtoniana, se debe encontrar el valor de la viscosidad efectiva con la ecuación 92:

$$\mu_{eff}=\left(\frac{65\text{ cp.seg}^{0.423}}{12}\right)\left(9+\frac{3}{0.423}\right)^{0.423}\left(1.59344\times10^{-12}*39.01\text{ mD}*0.228\right)^{(1\text{-}0.423)/2}$$

$$\mu_{eff}=0.012548\text{ cp}\left(\frac{\text{seg}}{\text{ft}}\right)^{0.423}$$

$G$ se calcula con la ecuación 90:

$$G=\frac{3792.188*0.423*0.228*7.567\times10^{-06}\text{ psi}^{-1}\ 0.012548\text{ cp.}\frac{\text{seg}}{\text{ft}}^{0.423}}{39.01\text{ mD}}\left(96681.605\frac{17\text{ ft}}{75\frac{\text{Bbl}}{\text{D}}*1.0\frac{\text{rb}}{\text{STB}}}\right)^{1\text{-}0.423}$$

$$G=3.22\times10^{-04}\ \frac{\text{hr}}{\text{ft}^{3\text{-n}}}$$

Y finalmente el valor del daño se calcula con la ecuación 62

$$s=\frac{1}{2}\left(\frac{730\text{ psi}}{185\text{ psi}}-\frac{1}{0.2239}\right)\left(\frac{1\text{ hr}}{3.22\times10^{-04}\ \frac{\text{hr}}{\text{ft}^{3\text{-}0.423}}\ \ 0.0791\text{ ft}^{3\text{-}0.423}}\right)^{0.2239}$$

$$s=-11.84$$

Tabla 12. Porcentaje de error del método convencional según metodología *TDS* del ejemplo 3.

| **Parámetro** | **Método convencional** | **Metodología *TDS*** | **% error** |
|---|---|---|---|
| *k* | 34.4 mD | 39.01 mD | 11.7 |
| *s* | -9.8 | -11.84 | 17.2 |

# 5. CONCLUSIONES

Se comparó satisfactoriamente que el comportamiento de la presión de una prueba de declinación es igual al de una prueba de inyección y por tanto las ecuaciones de la metodología *TDS* derivadas previamente por otros autores (Katime-Meindl y Tiab(2001)[16] , Escobar et al. (2010)[4] , Martínez et al. (2011)[19] ) trabajan para el caso de inyección, esto se demostró mediante la aplicación de ejemplos sintéticos y reales.

Se realizó un análisis detallado entre el método convencional y el método *Tiab's Direct Synthesis* (*TDS*), donde se variaron las características del fluido no newtoniano de inyección, teniendo en cuenta el índice de comportamiento de flujo "*n*" y de esta manera poder hacer el cálculo de permeabilidad de la zona no newtoniana "*k*", la viscosidad efectiva "$\mu_{eff}$" y el parámetro adimensional del daño (factor *skin*), mostrando con ambos métodos resultados similares para cada ejemplo.

Con el software implementado en Visual Basic 6.0 "*NON NEWTONIAN FLUIDS INJECTION*" es posible simular e interpretar el comportamiento de la presión y la derivada de la presión para pruebas de inyección de fluidos no newtonianos en yacimientos homogéneos.

Se presentó un compendio del estado del arte de las metodologías desarrolladas de los principales autores que han trabajado con fluidos no newtonianos, teniendo relevancia en las pruebas de inyección.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


1. Bondor, P.L., Hirasaki, G.J., and Tham, M.J.: *"Mathematical Simulation of Polymer Flooding in Complex Reservoir",* paper SPE 3524 presented at the SPE 46th Annual Fall Meeting, New Orleans, Oct.3-6, 1971. Revised manuscript received April 5, 1972.

2. Escobar, F.H.: "*Transient Pressure and Pressure Derivative Analysis for Non-Newtonian Fluids*", Chapter 7-New Technologies in the Oil and Gas Industry, ISBN 978-953-51-0825-2, InTech, Oct. 31, 2012

3. Escobar, F.H., Bonilla, D.F., and Cicery, Y.Y.: *"Pressure and Pressure Derivative Analysis for Pseudoplastic Fluids in Vertical Fractured Wells"*, ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. Vol 7, No. 8. August, 2012.

4. Escobar, F.H., Martínez, J.A., and Montealegre-M, M., 2010: *"Pressure and Pressure Derivative Analysis for a Well in a Radial Composite Reservoir with a Non-Newtonian/Newtonian Interface",* paper sent to CT&F to request publication, Vol 4, No. 1. P. 33-42, Dec., 2010.

5. Escobar, F.H., Vega, L.J., and Bonilla, L.F.: *"Determination of Well-Drainage area for Power-Law Fluids by Transient Pressure Analysis"*, CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro. Vol 5, No. 1. P. 45-56. Dec., 2012.

6. Escobar, F.H., Zambrano, A.P., Giraldo, D.V., and Cantillo, J.H.: *"Pressure and Pressure Derivative Analysis for Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids in Double-Porosity Formations"*, CT&F-Ciencia, Tecnología y Futuro. Vol 4, No. 3. P. 47-59. Jun., 2011.

7. Gogarty, W.B.: "Rheological Properties of Pseudoplastic Fluids in Porous Media", paper SPE 1566-A presented at SPE 41st Annual Fall Meeting, Dallas-Tex., Oct. 2-5, 1966. Revised manuscript received April 18, 1967.

8. Hirasaki, G.J. and Pope, G.A.: *"Analysis of Factors Influencing Mobility and Adsorption in the Flow of Polymer Solution Through Porous Media",* paper SPE 4026 presented at SPE-AIME 47th Annual Fall Meeting, San Antonio-Texas, Oct. 8-11, 1972. Revised manuscript received Jan 10, 1974.

9. Huh, C. and Snow, T.M.: "*Well Testing With a Non-Newtonian Fluid in the Reservoir",* paper SPE 14453 prepared for presentation at the 60th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, Las Vegas-NV, Sept. 22-25, 1985.

10. Igbokoyi, A. and Tiab, D.: *"New Type Curves for the Analysis of Pressure Transient Data Dominated by Skin and Wellbore Storage: Non-Newtonian Fluid".* paper SPE

106997 presented at the SPE Production and Operations Symposium, Oklahoma, 31 March – 3 April, 2007.

11. Ikoku, C. U.: *"Practical Application of Non-Newtonian Transient Flow Analysis",* paper SPE 8351 presented at the 54th Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Las Vegas-NV, Sept. 23-26, 1979.

12. Ikoku, C.U.: "*Well Test Analysis for Enhanced Oil Recovery Projects".* ASME Journal of Energy Resources Technology, June 1, 1982.

13. Ikoku, C. U., and Ramey H. J., Jr.: *"Numerical Solution of the Nonlinear Non-Newtonian Partial Differential Equation"*, paper SPE 7661. American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, 1978.

14. Ikoku, C.U., and Ramey, H.J., Jr.: *"Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media"*, paper SPE 7139 presented at the SPE-AIME 48th California Regional Meeting, San Francisco, April 12-14, 1978. Revised manuscript received Jan. 22, 1979.

15. Ikoku, C. U., and Ramey H. J., Jr.: *"Wellbore Storage and Skin Effects During the Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media"*, paper SPE 7449 presented at the SPE 53rd Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, Oct. 1-4, 1978. Society of Petroleum Engineers of Aime, Feb., 1980.

16. Katime-Meindl, I. and Tiab, D., 2001: "*Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in Infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique*", paper SPE 71587 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans-Louisiana, 30 Sept.–3 Oct, 2001.

17. Kazemi, H., Merrill, L.S. and Jargon, J.R.: *"Problems in Interpretation of Pressure Falloff Tests in Reservoirs with and without Fluids Banks",* paper 3696 presented at SPE 42nd Annual California Regional Fall Meeting, Los Angeles, Nov. 4-5, 1971. Revised manuscript received May. 22, 1972.

18. Lund, O., and Ikoku, C.U.: "*Pressure Transient Behavior of Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs"*, paper SPE 9401 presented at the SPE 55th Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Sept. 21-24, 1980. Revised manuscript received Jan. 12, 1981.

19. Martínez, J.A., Escobar, F.H., and Montealegre-M, M. 2011. *"Vertical Well Pressure and Pressure Derivative Analysis for Bingham Fluids in a Homogeneous Reservoirs".* Dyna, Year 78, Nro. 166, p.21-28. Dyna. 2011.

20. McDonald, A.E.: "Approximate Solutions for Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids through Porous Media", paper SPE 7690 presented at the SPE Fifth Symposium on Reservoir Simulation, Denver, Feb 1-2, 1979.

21. Merrill, L.S., Jr., Kazemi, H. and Gogarty, W.B.: *"Pressure Falloff Analysis in Reservoirs with Fluid Banks",* paper 4528 presented at the SPE-AIME 48th Annual Fall Meeting, Las Vegas-NV, Sept. 30-Oct. 3, 1973. Revised manuscript received April 4, 1974.

22. Mi-Swaco. *"Drilling Fluids Engineering Manual".* Cap. 5. No. Rev: A-1. (Feb. 2001).

23. Mungan, N., Smith, F.W. and Thompson, J.L.: *"Some Aspects of Polymer Floods".* Revised manuscript of SPE 1628 received Aug. 3, 1966.

24. Nouri, H.H. and Root, P.J.: "*A Study of Polymer Rheology, Flow Behavior, and Oil Displacement Processes",* paper SPE 3523 presented at the 46th Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the SPE of AIME, New Orleans, La., Oct. 3-6, 1971.

25. Odeh, A.S. and Yang, H.T.: *"Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids through Porous Media,* paper SPE 7150 presented at the SPE-AIME 48th Annual California Regional Meeting, San Francisco, April 12-14, 1978. Revised manuscript received Jan. 31, 1979.

26. Okpobiri G.A., and Ikoku. C.U.: *"Pressure Transient Behavior of Dilatant Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs"*, paper SPE 12307 presented at the Eastern Regional Meeting held in Champion, Pennsylvania, November 9-11, 1983.

27. Olarewaju, J.S.: *"A Reservoir Model of Non-Newtonian Fluid Flow"*, paper SPE 25301. Society of Petroleum Engineers, Copyright 1992.

28. Pye, D.J.: *"Improved Secondary Recovery by Control of Water Mobility"*, paper SPE 845 presented at SPE Secondary Recovery Symposium, Wichita Falls, May 4-5, 1964. Revised manuscript received Jul. 1, 1964.

29. Sadowski, T.J.: "*Non-Newtonian Flow through Porous Media, II. Experimental".* Trans., Soc. Rheol., Vol. 9. Part 2, 251-271, 1965.

30. Sadowski, T.J. and Bird, R.B.: "*Non-Newtonian Flow through Porous Media, I. Theoretical".* Trans., Soc. Rheol.,Vol. 9. Part 2, 243-250, 1965.

31. Sandiford, B.B.: *"Laboratory and Field Studies of Water Floods Using Polymer Solutions to Increase Oil Recoveries",* paper SPE 844 presented at SPE Secondary

Recovery Symposium, Wichita Falls-Texas, May 4-5, 1964. Revised manuscript received June 8, 1964.

32. Sosa, A.: *"Effect of Relative Permeability and Mobility Ratio on Falloff Tests",* paper SPE 9398 presented at the SPE 55th Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Sept. 21-24, 1980. Revised manuscript received April 20, 1981.

33. Steffe J.F., *"Rheological Methods in Food Process Engineering",* Second Edition, Ed. Freeman Press, 1966.

34. Van Poollen, H.K. and Jargon, J.R.: *"Steady-State and Unsteady-State Flow of Non-Newtonian Fluids through Porous Media",* paper SPE 1567 presented at SPE 41st Annual Fall Meeting, Dallas-Texas, Oct. 2-5, 1966. Revised manuscript received Jan. 10, 1969.

35. Vongvuthipornchai, S. and Raghavan, R.: "*Well test analysis of Data Dominated by Storage and Skin: Non-Newtonian Power-Law Fluids"*, paper SPE 14454 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Sept. 22-25, 1985. Revised manuscript received Jan. 23, 1987.

# 7. NOMENCLATURA.

| | |
|---|---|
| $A$ | Constante en la ecuación 11 $\mu e^{1/n} = A$ |
| $B$ | Factor de volumen de formación del aceite, rb/STB |
| $C$ | Coeficiente de almacenamiento, RB/psi (Ecuación 47, 48, 50, 51, 56, 57, 58) |
| $c$ | Compresibilidad, 1/atm (1/Kpa) (Ecuación 11) |
| $c_t$ | Compresibilidad total, 1/psi (Ecuación 59, 60) |
| $c_t$ | Compresibilidad total, 1/pa (Ecuación 21) |
| $D_p$ | Diámetro de la partícula, m |
| $F_f$ | Factor de amortiguamiento de la formación, pa.$s^n$.$m^{1-n}$ (Ecuación 39, 40, 42) |
| $F_s$ | Factor de amortiguamiento de la región de daño, pa.$s^n$.$m^{1-n}$ (Ecuación 42) |
| $G$ | Grupo definido por las ecuaciones 76 y 77. |
| $G$ | Gradiente de presión mínimo, psi/ft |
| $H$ | Consistencia (parámetro ley de potencia) Pa.$s^n$ |
| $h$ | Espesor de la formación, ft (Ecuación 48, 49, 50, 51, 56, 57, 58, 59, 60) |
| $h$ | Espesor de la formación, m (Ecuación 21, 35, 38, 39, 43) |
| $h$ | Espesor de la formación, cm (Ecuación 11) |
| $k$ | Permeabilidad, Darcy (Ecuación 11) |
| $k$ | Permeabilidad, md (Ecuación 5, 7, 8, 9, 38, 40, 41, 42, 48, 50, 51, 56, 57, 58) |
| $k$ | Parámetro de consistencia de flujo |
| $n$ | Índice de comportamiento de flujo, adimensional |
| $m_{NN}$ | Pendiente de la línea de flujo |
| $p_i$ | Presión en tiempo cero, atm (Ecuación 13) |
| $p_i$ | Presión en tiempo cero, pa (Ecuación 33, 38) |
| $p_{wf}$ | Presión de fondo fluyente, pa (Ecuación 38) |
| $p_{wf}$ | Presión de fondo fluyente (pruebas de declinación de presión), psi |
| $p_w$ | Presión del pozo, atm (Ecuación 13) |
| $p_{ws}$ | Presión en el cierre, Pa (Ecuación 33) |
| $p_i$ | Presión de fondo estática (pruebas de restauración de presión), psi |
| $p_{rd}$ | Presión en el radio de drenaje, atm (Ecuación 15, 16) |
| $P_D$ | presión adimensional |
| $P_D$’ | Derivada de presión adimensional aritmética |
| $P_R$ | Presión del yacimiento, psi |
| $q$ | Caudal de flujo total, STB/D (Ecuación 47, 48, 49, 50, 51, 56, 57, 58, 59, 60) |
| $q$ | Caudal, $cm^3$/s (Ecuación 11) |

| | |
|---|---|
| $q$ | Caudal, $m^3/s$ (Ecuación 21, 22, 23, 25, 33, 34, 35, 38) |
| $r$ | Radio, ft |
| $r$ | Radio, m (Ecuación 35) |
| $r$ | Radio, cm (Ecuación 14) |
| $r_a$ | Distancia del pozo desde la interfase newtoniana – no newtoniana |
| $r_e$ | Radio de drenaje, ft |
| $r_{de}$ | Radio de drenaje del transiente equivalente, cm (Ecuación 17) |
| $r_d$ | Radio de drenaje, cm (Ecuación 15, 16) |
| $r_w$ | Radio del pozo, ft (Ecuación 48, 49, 50, 51, 56, 57, 58) |
| $r_w$ | Radio del pozo, m (Ecuación 22, 23, 30, 31, 33, 34, 37, 39, 41, 43) |
| $r_w$ | Radio del pozo, cm (Ecuación 13) |
| $r'_w$ | Radio efectivo del pozo, m (Ecuación 37) |
| $r_{inv}$ | Radio de investigación, m (Ecuación 24) |
| $s$ | Daño (skin factor) |
| $t$ | Tiempo, hr (Ecuación 47) |
| $t$ | Tiempo, seg (Ecuación 13) |
| $t_D$ | Tiempo adimensional |
| $t_D*P_D'$ | Derivada de presión adimensional |
| $t*\Delta P'$ | Derivada de presión, psi |
| $\Delta P$ | Caída de presión, psi |
| $\Delta p/L$ | Caída de presión, Pa/m (Ecuación 4, 6, 7) |
| $u_o$ | Velocidad superficial, m/s |
| $W$ | $\omega/t_{Dmin}$ |
| $X$ | $t_{min}/t_{b2}$ |
| $Y$ | $t_{USi}/t_{min}$ |
| $Z$ | $\ln [(t_D*P_D')_{min}/t_{Dmin}]$ |

**SIMBOLOS**

| | |
|---|---|
| $\Delta$ | Cambio. |
| $\alpha$ | Pendiente de la derivada de la presión de la región no-newtoniano |
| $\Gamma(X)$ | Función Gamma |
| $\lambda$ | Movilidad, md/cp |
| $\lambda_{eff}$ | Movilidad efectiva para fluidos de ley de potencia, $md/cp(s/ft)^{n-1}$ |
| $\varphi$ | Porosidad |
| $\dot{e}$ | Velocidad de corte, 1/seg |
| $\mu$ | Viscosidad, pa.s (cp) |
| $\mu^*$ | Viscosidad característica pa.s (cp) (Ecuación 38, 39, 41) |
| $\tau$ | Esfuerzo de corte, $N/m^2$ (Pa) |
| $\gamma$ | Velocidad de corte, $s^{-1}$ |
| $\omega$ | Coeficiente de almacenamiento |

**SUBÍNDICES**

| | |
|---|---|
| *app* | Aparente |
| *b2* | Inicio del segundo periodo del regimen del flujo radial |
| *eff* | Efectivo |
| *D* | Adimensional |
| *L* | Lineal |
| *max* | Máximo |
| *Min* | Mínimo |
| *N* | Newtoniano |
| *NN* | No newtoniano |
| *R* | Radial o pseudorradial |
| *W* | Pozo |

# 8. ANEXOS

## ANEXO 1. CÓDIGO DEL PROGRAMA E INSTRUCCIONES DE USO.

En el desarrollo de este estudio se implementó un software denominado "*NON NEWTONIAN FLUIDS INJECTION*" en Visual Basic 6.0, el cual permite un cálculo rápido y preciso de datos y tiene como base las ecuaciones y consideraciones desarrolladas en la aplicación del método convencional implementado por Ikoku.

El software simula el comportamiento de la presión y la derivada de presión en un periodo de tiempo y permite ingresar los parámetros básicos como permeabilidad ($k$), porosidad (φ), caudal ($q$), radio del pozo ($r_w$), espesor ($h$), compresibilidad ($c_t$), viscosidad ($\mu$), índice de comportamiento de flujo ($n$). Una vez ingresado los parámetros se oprime el botón "calculate" que genera una gráfica log-log de la presión adimensional y la derivada de presión adimensional vs el tiempo adimensional; además, genera un reporte en bloc de notas que incluye los datos de: tiempo real, tiempo adimensional, presión real, presión adimensional y el delta de presión con el cual se pueden realizar diferentes tipos de gráficas, que pueden ser utilizadas en otras técnicas, un ejemplo de esto es la metodología *TDS.*

```
Dim alfa() As Double
Dim gama() As Double
Dim CoefB() As Double
Dim CoefC() As Double
Dim CoefD() As Double
Dim fi() As Double
Dim D() As Double
Dim C() As Double
Dim bb() As Double
Dim E() As Double
Dim PDSpline() As Double
Dim TypePlot As Integer
Dim NUMERO As Integer
Dim reD As Double
'
Dim YY() As Double
Dim A() As Double       'Coeficiente B
Dim h() As Double
Dim NNNN As Integer, NMAX As Integer

Dim tD() As Double, PD() As Double, PDP() As Double, tDD() As Double
'       CONSTANTS USED TO ASSIST IN PROGRAMMING WITH OLECTRA CHART
'
Dim HolDP As Double
Const Closeness As Integer = 3
'
'       VARIABLES FOR TRACKING THE MOUSES COORDENATES
'
Dim px As Long
Dim py As Long
'
'       VARIABLES FOR USER INTERACTION VALUES
'
Dim Series As Long
Dim pnt As Long
Dim distance As Long
Dim Region As Long
Dim XVal As Double
Dim YVal As Double

Dim PubTest As Integer
```

```
Dim StartX As Long
Dim EndX As Long
Dim StartY As Long
Dim EndY As Long

'
'     VARIABLES FOR MINIMUM AND MAXIMUM AXES VALUES
'
Dim Xmin As Double, XMax As Double, Ymin As Double, YMax As Double
'
'     MINIMUM AND MAXIMUM DATA VALUES
'
Dim XminD As Double, XMaxD As Double, YminD As Double, YMaxD As Double
'
'     HUGEVALUE IS RETURNED IN SOME API CALLS WHEN THE CONTROL CAN'T DETERMINE AN APPROPRIATE VALUE.
'
Private Const ocHugeValue As Double = 1E+308
'
'     WINDOWS MESSAGES, TAKEN OUT OF THE WINAPI.TXT FILE. CONSTANTS FOR DEALING WITH MOUSE EVENTS
'
Private Const WM_MOUSEFIRST = &H200
Private Const WM_MOUSEMOVE = &H200
Private Const WM_LBUTTONDOWN = &H201
Private Const WM_LBUTTONUP = &H202
Private Const WM_LBUTTONDBLCLK = &H203
Private Const WM_RBUTTONDOWN = &H204
Private Const WM_RBUTTONUP = &H205
Private Const WM_RBUTTONDBLCLK = &H206
Private Const WM_MBUTTONDOWN = &H207
Private Const WM_MBUTTONUP = &H208
Private Const WM_MBUTTONDBLCLK = &H209
Private Const WM_MOUSELAST = &H209
'
'     FLAGS SET WHEN ONE OF THE MOUSE EVENTS IS TRIGGERED
'
Private Const MK_LBUTTON = &H1
Private Const MK_MBUTTON = &H10
Private Const MK_RBUTTON = &H2
'
'     KEYBOARD EVENTS FOR WHEN A KEY IS PRESSED/RELEASED
'
Private Const WM_KEYDOWN = &H100
Private Const WM_KEYUP = &H101
'
'     FLAGS SET WHEN A KEYBOARD EVENT IS TRIGGERED
'
Private Const MK_ALT = &H20
Private Const MK_CONTROL = &H8
Private Const MK_SHIFT = &H4
'
'     THE VIRTUAL KEY CODES
'
Private Const VK_ESCAPE = &H1B
'The <Esc> key (ASCII Character 27)
Private Const VK_SHIFT = &H10
'The <Shift> key
Private Const VK_CONTROL = &H11
'The <Ctrl> key
'
'        OUTPUT CHART OPTIONS
'
```

```
Dim FileName As String          '
VARIABLE FOR IMAGE FILE NAME
Dim ImageLocation As Integer    '
VARIABLE TO DETERMINE THE
LOCATION OF IMAGE
Dim CurrentAction As Integer    '
SELECT ZOOM, SCALE OF CHART
MOVEMENT
'
'   Constants for the Common Dialog
Box
'
Const cdiOFNLongNames = &H200000
Const cdiOFNPathMustExist =
&H800&
Const cdiOFNOverWritePrompt =
&H2&
Const cdiOFNHideReadOnly = &H4&
'
'   Holder for return codes
'
Dim Result As Boolean
'
'   Storage for the different chart values
'
Dim C2Height As Long
Dim C2Width As Long

'
Private Sub About1_Click()
Load Form3
Form3.Show
End Sub
'
Private Sub Calculate_Click()
Dim q As Double, k As Double, rw As
Double, espesor As Double, t As Double
Dim n As Double, phi As Double, ct As
Double, visco As Double
Dim kl As Integer
Dim deltaP() As Double, treal() As
Double

ShowData.Enabled = True
resetzoom.Enabled = True
'
If Text1.Text = "" Or Text2.Text = "" Or
Text3.Text = "" Or Text4.Text = "" Or
Text5.Text = "" Or Text6.Text = "" Or
Text7.Text = "" Or Text8.Text = "" Then
        Dim titulo, respuesta, Estilo
        titulo = "WARNING"
        Estilo = vbCritical
        respueste = MsgBox("There are
empty boxes", Estilo, titulo)
      Else
        q = Text1.Text              'Caudal
        k = Text2.Text
'permeabilidad
        rw = Text3.Text             'radio del
pozo
        espesor = Text4.Text        'espesor
        n = Text5.Text
        phi = Text6.Text            'porosidad
        ct = Text7.Text
'compresibilidad total en fracción
        visco = Text8.Text          'viscosidad
    If Label2.Caption = "cm3/seg" Then
'conversion de unidades
      Else
        q = q * 1.84
        k = k / 1000
        rw = rw * 30.48
        ct = ct * 14.7
    End If
    '
     kl = 0
    For i = -4 To 4
        For t = 1 * 10 ^ (i) To 9.5 * 10 ^ (i)
Step 0.5 * 10 ^ (i)
            kl = kl + 1
            ReDim Preserve tD(0 To kl),
treal(0 To kl)
            tD(kl) = t              ' tiempo real en
segundos
            treal(kl) = t

        Next t
    Next i
    'conversion de unidades
    rw = rw / 100   ' rw en metros
    q = q / (100 ^ 3)  'caudal en m3/seg
```

```
   k = k * 9.86923E-13  'permeabilidad
en m2
   espesor = espesor / 100        ' espesor
en ft
   ct = ct / 101325 'ct en pa-1
   visco = visco * (0.1 / 100) ' viscosidad
en Pa.s

   G = (n * phi * ct * visco / k) * ((2 *
3.1416 * espesor / q) ^ (1 - n))
   ReDim Preserve tDD(0 To kl)
   ReDim PDP(0 To kl), PD(0 To kl),
deltaP(0 To kl)
   NMAX = kl
   For jl = 0 To kl
      tD(jl) = tD(jl) / (G * (rw ^ (3 - n)))
         l = Exp(GAMMLN(2 / (3 - n)))
         a1 = (3 - n) ^ (2 * (1 - n) / (3 - n))
         b1 = tD(jl) ^ ((1 - n) / (3 - n))
         c1 = ((1 - n) * l)
         d1 = 1 / (1 - n)
         PD(jl) = a1 * b1 / c1 - d1   'paper
8351 ec 6    presion adimensional
         deltaP(jl) = (PD(jl)) * (((q / (2 *
3.1416 * espesor)) ^ n) * (visco * rw ^ (1
- n) / k))           deltaP(jl) = (deltaP(jl)) *
0.000145037738
         deltaP(jl) = Round(deltaP(jl), 2)

   Next jl
End If

'                DERIVATIVE BY SPLINE

   ReDim A(0 To NMAX) As Double
   For i = 0 To NMAX
      A(i) = PD(i)
   Next i
   ReDim CoefC(0 To NMAX)
   ReDim CoefD(0 To NMAX - 1)
   ReDim CoefB(0 To NMAX - 1)
   CoefC(0) = 0        ' Natural Spline
   CoefC(NMAX) = 0        ' Natural
Spline
   ReDim h(0 To NMAX - 1)
   For i = 0 To NMAX - 1
      h(i) = tD(i + 1) - tD(i)
   Next i
   ReDim D(1 To NMAX - 1) As
Double
   ReDim fi(1 To NMAX - 1) As Double
   ReDim E(2 To NMAX - 1) As Double
   For i = 1 To NMAX - 1
      D(i) = 2 * (h(i - 1) + h(i))
      fi(i) = h(i)
   Next i
   For i = 2 To NMAX - 1
      E(i) = h(i - 1)
   Next i
   Call coeficientes   'Calcula el
coeficiente C(i)
   For i = 0 To NMAX - 1
      CoefB(i) = (1 / h(i)) * (A(i + 1) -
A(i)) - (h(i) / 3) * (CoefC(i + 1) + 2 *
CoefC(i))
      CoefD(i) = (1 / 3 / h(i)) * (CoefC(i
+ 1) - CoefC(i))
   Next i
   For i = 1 To NMAX - 1
      PDP(i) = Abs((CoefB(i) + 2 *
CoefC(i) * (tD(i) - tD(i)) + 3 * CoefD(i)
* (tD(i) - tD(i)) ^ 2) * tD(i))
      PDP(i) = Round(PDP(i), 2)
   Next i
'
   Dim NEO As Variant, File As Variant
   Dim Abrir As Boolean
   NUMERO = FreeFile()
   Set NEO =
CreateObject("Scripting.FileSystemObje
ct")
   Set File =
NEO.CreateTextFile(App.Path &
"\safefile.txt", True)
   File.Close
   Open (App.Path & "\SAFEFILE.txt")
For Output As #NUMERO
   Print #NUMERO, "
Print #NUMERO, "     tD", "
PD", "           tD*DP'", "deltaP,psi", "
t,seg"
   For i = 1 To NMAX
```

```
   Print #NUMERO, tD(i), PD(i),
PDP(i), deltaP(i), treal(i)
   Next i
   Close #NUMERO
   Abrir = Shell("notepad.exe " &
App.Path & "\safefile.txt", 2)
   Call Plotting
End Sub
'              COEFFICIENTS FOR
SPLINE
'
Sub coeficientes()
   ReDim alfa(1 To NMAX) As Double
   ReDim gama(1 To NMAX) As
Double
   ReDim C(1 To NMAX) As Double
   ReDim bb(1 To NMAX) As Double
   Dim i As Long
   alfa(1) = D(1)
   gama(1) = fi(1) / alfa(1)
   For i = 2 To NMAX - 2
      alfa(i) = D(i) - E(i) * gama(i - 1)
      gama(i) = fi(i) / alfa(i)
   Next i
   alfa(NMAX - 1) = D(NMAX - 1) -
E(NMAX - 1) * alfa(NMAX - 2)
   For i = 1 To NMAX - 1
      bb(i) = (3 / h(i)) * (A(i + 1) - A(i)) -
(3 / h(i - 1)) * (A(i) - A(i - 1))
   Next i
   C(1) = bb(1) / D(1)
   For i = 2 To NMAX - 1
      C(i) = (bb(i) - E(i) * C(i - 1)) /
alfa(i)
   Next i
   CoefC(NMAX) = 0
   For i = NMAX - 1 To 1 Step -1
      CoefC(i) = C(i) - gama(i) * CoefC(i
+ 1)
   Next i
End Sub
Private Sub Form_Load()
TypePlot = 1
'                    MAIN FORM -
SETTINGS
   Me.Top = 0
   Me.Left = 0

   Me.Width = 11430
   Me.Height = 8900
'
'        BATCH THE UPDATES TO
THE CHART SO ALL THE CHANGES
WILL OCCUR AT ONCE
'
   Chart2D1.IsBatched = True
'
'        PREVENT THE USER FROM
BRINGING UP THE PROPERTY
PAGES AT RUN-TIME
'
   Chart2D1.AllowUserChanges = True
'
'        SPECIFY ACTIONS FOR
ZOOMING WITHIN THE CHART
'
   With Chart2D1.ActionMaps
      .RemoveAll        '    REMOVE ALL
OF THE CURRENTLY DEFINED
ACTION MAPS FROM THE
ACTIONMAP STRUCTURE
      .Add WM_LBUTTONDOWN, 0,
0, oc2dActionZoomStart
      .Add WM_MOUSEMOVE,
MK_LBUTTON, 0,
oc2dActionZoomUpdate
      .Add WM_LBUTTONUP, 0, 0,
oc2dActionZoomEnd
      .Add WM_KEYDOWN,
MK_LBUTTON, VK_ESCAPE,
oc2dActionZoomCancel
   End With
   CurrentAction =
oc2dActionZoomStart
   Chart2D1.ActionMaps.Remove
WM_LBUTTONUP, 0, 0
'oc2dActionZoomEnd
```

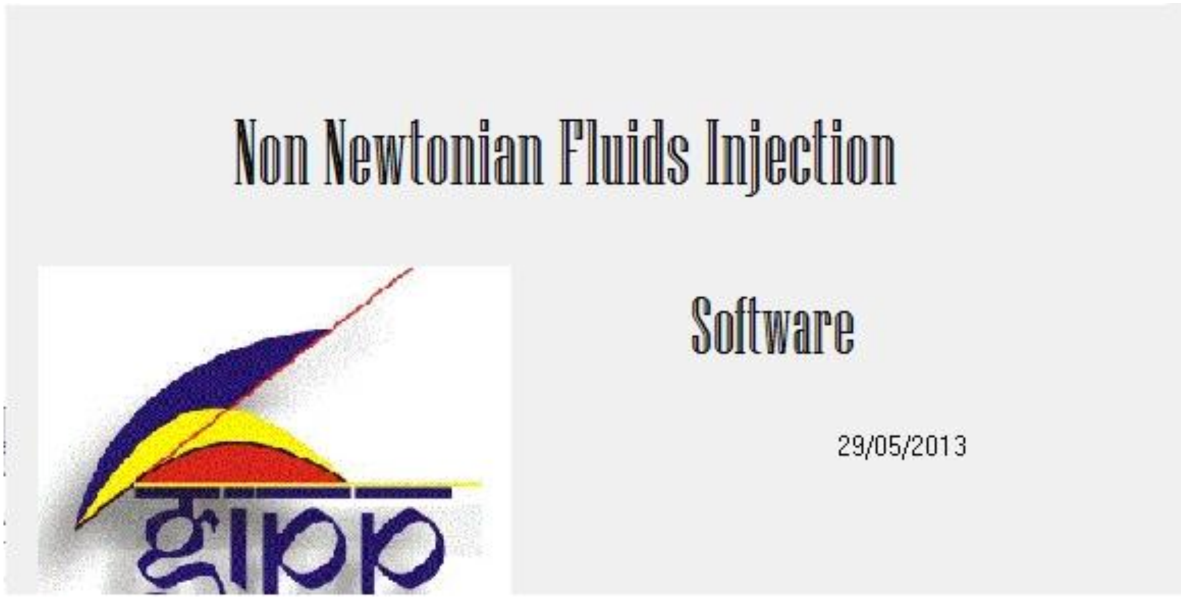
```
   Chart2D1.ActionMaps.Add
WM_LBUTTONUP, 0, 0,
oc2dActionZoomAxisEnd
'
'          DEFINE THE TYPE OF
CHART
'
   Chart2D1.ChartGroups(1).ChartType
= oc2dTypePlot
'
'          RESUME NORMAL
UPDATING OF THE CHART
'

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").IsLogari
thmic = True

Chart2D1.ChartArea.Axes("y").IsLogari
thmic = True
   Chart2D1.ActionMaps.Remove
WM_LBUTTONUP, 0, 0
'oc2dActionZoomEnd
   Chart2D1.ActionMaps.Add
WM_LBUTTONUP, 0, 0,
oc2dActionZoomAxisEnd
   Chart2D1.IsBatched = False
   'Store the location values of the chart
'    C2DTop = Chart2D1.Top /
Screen.TwipsPerPixelY
'    C2DLeft = Chart2D1.Left /
Screen.TwipsPerPixelX
'    C2DWidth = Chart2D1.Width /
Screen.TwipsPerPixelX
'    C2DHeight = Chart2D1.Height /
Screen.TwipsPerPixelY
'   Store the original Chart Width and
Height for use when resizing the Chart
   C2Width = Chart2D1.Width
   C2Height = Chart2D1.Height
   'Store the values for where the
chartarea begins
End Sub
Private Sub Plotting()

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.NumSeri
es = 2

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.NumPoi
nts(1) = NMAX + 1

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.NumPoi
nts(2) = NMAX + 1

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").Font.Bo
ld = True

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").Font.Siz
e = 8

Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").Font.Siz
e = 8

Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").TitleRot
ation = oc2dRotate90Degrees

Chart2D1.ChartArea.Axes("x").LabelFo
rmat.Scientific.DecimalPlaces = 0

Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").LabelFo
rmat.Scientific.DecimalPlaces = 0
'
'             SETUP THE LEGEND
'
   Chart2D1.IsBatched = True
   With Chart2D1.Legend
      .Location.Height.Value = 1
      .Location.Top.Value = 1
      .Location.Left.Value = 1
      .Location.Width.Value = 1
      .Font.Name = "Arial"
      .Font.Size = 10
      .Font.Bold = True
      .Border = oc2dBorderShadow
      .Border.Width = 4
      .Interior.BackgroundColor =
RGB(255, 255, 255)
   End With
'
'          SETUP THE HEADER
'
If TypePlot = 2 Then
   With Chart2D1.Header
```

```
        .Text = "Pressure & Pressure
Derivative"
        .Border = oc2dBorderShadow
        .Border.Width = 4
        .Font.Name = "Arial"
        .Interior.ForegroundColor =
RGB(255, 0, 0)
        .Font.Size = 10
        .Font.Bold = True
        .Interior.BackgroundColor =
RGB(255, 255, 255)
    End With
End If
If TypePlot = 1 Then
    With Chart2D1.Header
        .Text = "Dimensionless Pressure &
Pressure Derivative"
        .Border = oc2dBorderShadow
        .Border.Width = 4
        .Font.Name = "Arial"
        .Interior.ForegroundColor =
RGB(255, 0, 0)
        .Font.Size = 10
        .Font.Bold = True
        .Interior.BackgroundColor =
RGB(255, 255, 255)
    End With

End If
'
'       SETUP THE FOOTER
'
    With Chart2D1.Footer
        '.Text = "Nowhere"
        .Border = oc2dBorderShadow
        .Border.Width = 4
        .Font.Name = "Arial"
        .Font.Size = 8
        .Font.Bold = False
        .Interior.BackgroundColor =
RGB(255, 255, 255)
    End With
'
'       MAKE SOME CHANGES TO
THE X-AXIS
'
    With Chart2D1.ChartArea.Axes("X")
        .Font.Name = "Arial"
        .Font.Size = 7
        .Font.Bold = True
        .AxisStyle.LineStyle.Width = 1
        .AxisStyle.TickLength = 2
    End With

    If TypePlot = 2 Then

Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").Title.Te
xt = "dP & t*dP', dina/cm2"

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").Title.Te
xt = "t, seg"
  End If
    If TypePlot = 1 Then

Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").Title.Te
xt = "PD & tD*PD'"

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").Title.Te
xt = "tD"
    End If
    Chart2D1.Interior.BackgroundColor =
RGB(255, 255, 255)

Chart2D1.ChartGroups(1).SeriesLabels.
RemoveAll

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").IsLogari
thmic = True

Chart2D1.ChartArea.Axes("y").IsLogari
thmic = True

Chart2D1.ChartArea.Axes("X").MajorG
rid.Spacing = 10

Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").MajorG
rid.Spacing = 10

Chart2D1.ChartGroups(1).PointLabels.R
emoveAll
```

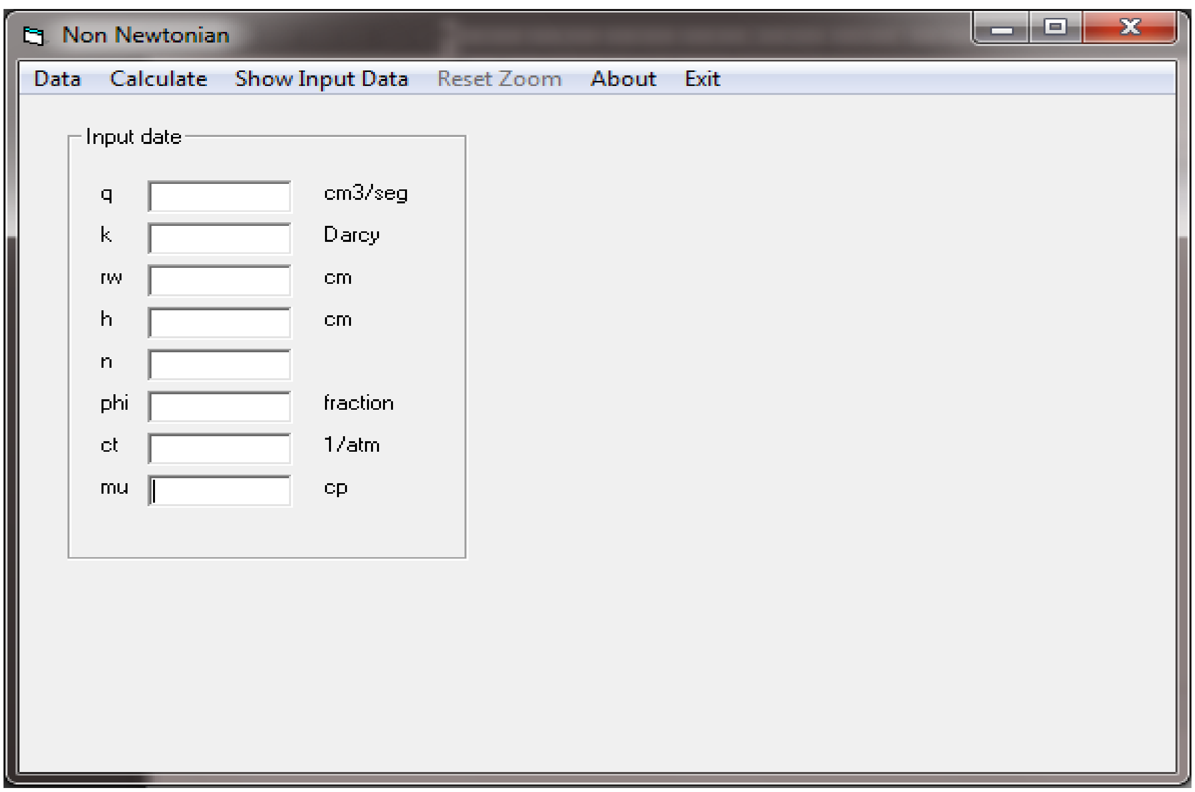
```
Chart2D1.ChartGroups(1).Data.Layout
= oc2dDataGeneral
   Xmin =
Chart2D1.ChartArea.Axes("X").Min
   XMax =
Chart2D1.ChartArea.Axes("X").Max
   Ymin =
Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").Min
   YMax =
Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").Max
   XminD =
Chart2D1.ChartArea.Axes("X").DataMi
n
   XMaxD =
Chart2D1.ChartArea.Axes("X").DataMa
x
   YminD =
Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").DataMi
n
   YMaxD =
Chart2D1.ChartArea.Axes("Y").DataMa
x
'
'        dp
'

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(1).Line
.Pattern = oc2dLineNone

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(1).Sym
bol.Shape = oc2dShapeStar

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(1).Sym
bol.Size = 6

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(1).Sym
bol.Color = RGB(0, 0, 255)

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(1).Fill.
Color = 12
'
'        t*dp
'
Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(2).Line
.Pattern = oc2dLineNone

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(2).Sym
bol.Shape = oc2dShapeCircle

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(2).Sym
bol.Size = 6

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(2).Sym
bol.Color = RGB(255, 0, 0)

Chart2D1.ChartGroups(1).Styles(2).Fill.
Color = 12
   If TypePlot = 2 Then
      With
Chart2D1.ChartGroups(1).SeriesLabels
         .Add "dP"
         .Add "t*dP'"
      End With
   End If
   If TypePlot = 1 Then
      With
Chart2D1.ChartGroups(1).SeriesLabels
         .Add "PD"
         .Add "tD*PD'"
      End With
   End If
   Chart2D1.IsBatched = False

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.CopyXV
ectorIn 1, tD

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.CopyYV
ectorIn 1, PD

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.CopyXV
ectorIn 2, tD

Chart2D1.ChartGroups(1).Data.CopyYV
ectorIn 2, PDP

   Chart2D1.Visible = True
End Sub
Private Sub Form_Resize()
```

```
   Chart2D1.Width = Me.Width
   Chart2D1.Height = Me.Height - 350
   Chart2D1.Top = 0
   Chart2D1.Left = 0
End Sub

Private Sub resetzoom_Click()
   Chart2D1.CallAction
oc2dActionReset, 0, 0
End Sub

Function GAMMLN(XX)
Dim COF(6) As Double
COF(1) = 76.18009173
COF(2) = -86.50532033
COF(3) = 24.01409822
COF(4) = -1.231739516
COF(5) = 0.00120858003
COF(6) = -0.00000536382

STP = 2.50662827465
HALF = 0.5
ONE = 1
FPF = 5.5
X = XX - ONE
TMP = X + FPF
TMP = (X + HALF) * Log(TMP) - TMP
SER = ONE
For j = 1 To 6
  X = X + ONE
  SER = SER + COF(j) / X
Next j
GAMMLN = TMP + Log(STP * SER)
Erase COF
End Function

Private Sub Clear1_Click()
Text1.Text = ""
Text2.Text = ""
Text3.Text = ""
Text4.Text = ""
Text5.Text = ""
Text6.Text = ""
Text7.Text = ""
Text8.Text = ""
End Sub

Private Sub default1_Click()
Text1.Text = "200"
Text2.Text = "1"
Text3.Text = "10"
Text4.Text = "10000"
Text5.Text = "0.2"
Text6.Text = "0.8"
Text7.Text = "1e-6"
Text8.Text = "10"
End Sub

Private Sub Exit1_Click()
Unload Me
End Sub

Private Sub Field1_Click()
Label2.Caption = "Bbl/D"
Label10.Caption = "milidarcy"
Label11.Caption = "ft"
Label12.Caption = "ft"
Label15.Caption = "1/psi"
End Sub

Private Sub Laboratory1_Click()
Label2.Caption = "cm3/seg"
Label10.Caption = "Darcy"
Label11.Caption = "cm"
Label12.Caption = "cm"
Label15.Caption = "1/atm"
End Sub

Private Sub plot1_Click()

End Sub
Private Sub ShowData_Click()
   Chart2D1.Visible = False
   ShowData.Enabled = False
   resetzoom.Enabled = False
End Sub
```

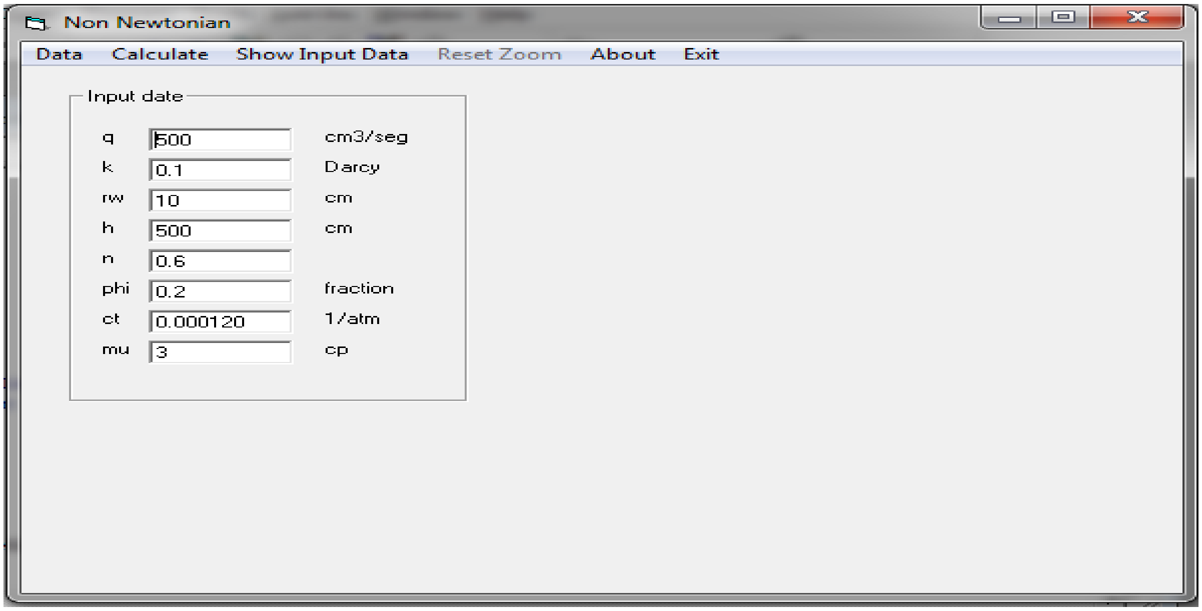
## ANEXO 2.
## CORRIDAS DEL PROGRAMA



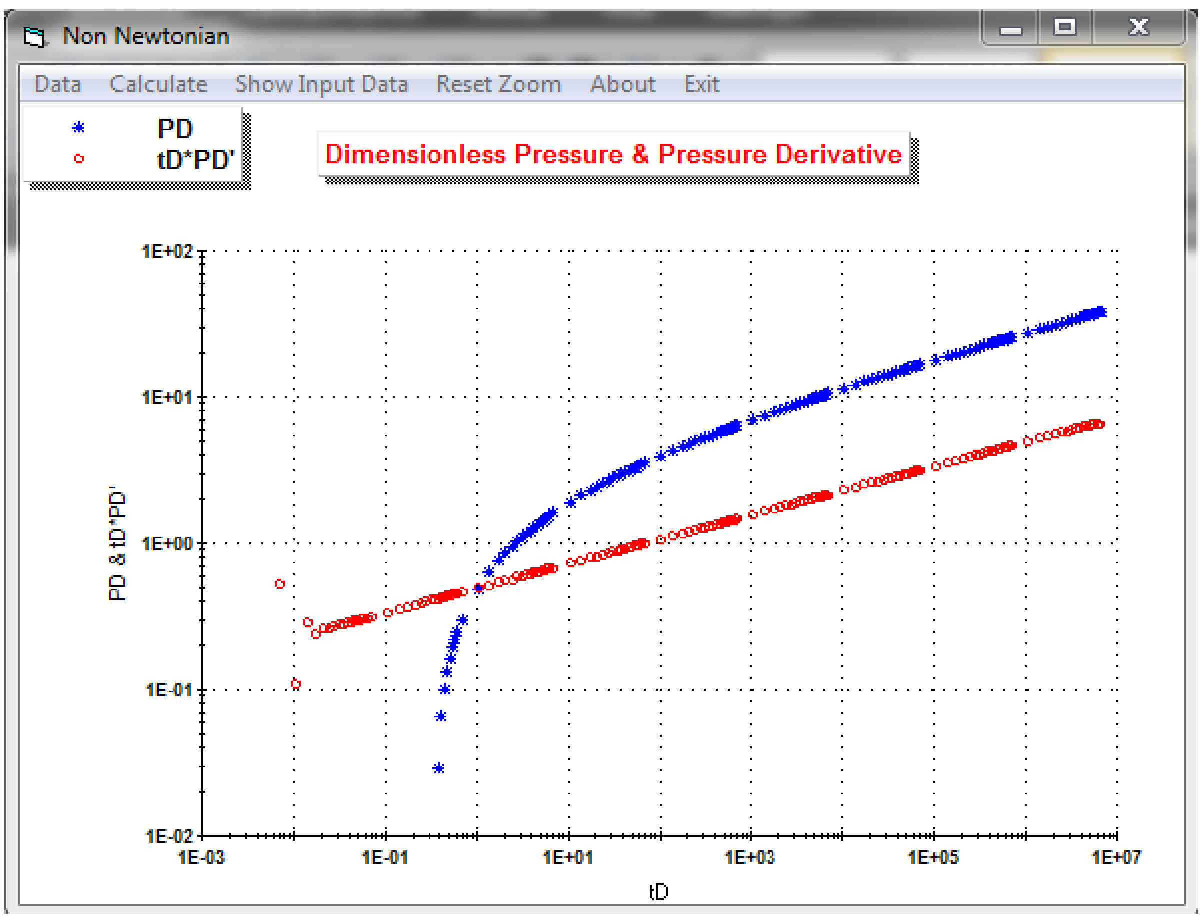

Parámetros iniciales:



Parámetros predeterminados:




Grafica adimensional de Presión y derivada de presión.



Nomenclatura utilizada en el programa

NON NEWTONIAN™

**Version 1.0**

**NOMENCLATURE**

A= constant in the equation (80)
ct= total compressibility
h= thickness
k= permeability
n= exponent in the shear rate/viscosity relationship
deltap= difference between initial pressure and Pwf
q= rate
rw= wellbore radius
mu= viscosity
t= time
phi= porosity
PDNN= non-Newtonian dimensionless pressure
tD= dimensionaless time
t*deltaP'=¨pressuere derivate

Reporte generado por el programa en bloc de notas.

safefile: Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

```
***************************************************
*                                                 *
*        REPORT FOR NON-NEWTONIAN INJECTION       *
*           Johanna Marcela Ascencio Nivia        *
*             Daniel Felipe Real Ramirez          *
*           Freddy Humberto Escobar M., Ph.D.     *
*                                                 *
*                  .oooO    Oooo.                 *
******************(    )***(    )******************
                   \  (     )  /
                    \_)     (_/
```

| tD | PD | tD*DP' | deltaP,psi | t,seg |
|---|---|---|---|---|
| 7.0023494814409E-03 | -1.2030027885293 | 0.53 | -27.9 | 0.0001 |
| 1.05035242221614E-02 | -1.11232557095233 | 0.11 | -25.8 | 0.00015 |
| 1.40046989628818E-02 | -1.04416985336106 | 0.29 | -24.22 | 0.0002 |
| 1.75058737036023E-02 | -0.989007261793587 | 0.24 | -22.94 | 0.00025 |
| 2.10070484443227E-02 | -0.942388117984617 | 0.26 | -21.86 | 0.0003 |
| 2.45082231850432E-02 | -0.901851800862286 | 0.26 | -20.92 | 0.00035 |
| 2.80093979257636E-02 | -0.865885911613119 | 0.27 | -20.08 | 0.0004 |
| 3.15105726664841E-02 | -0.833490496403898 | 0.28 | -19.33 | 0.00045 |
| 3.50117474072045E-02 | -0.803967996092241 | 0.28 | -18.65 | 0.0005 |
| 0.038512922147925 | -0.776811355906237 | 0.29 | -18.02 | 0.00055 |
| 4.20140968886454E-02 | -0.751639776441996 | 0.29 | -17.43 | 0.0006 |
| 4.55152716293659E-02 | -0.728159592159442 | 0.3 | -16.89 | 0.00065 |
| 4.90164463700863E-02 | -0.706139298893946 | 0.3 | -16.38 | 0.0007 |
| 5.25176211108068E-02 | -0.685392981685339 | 0.3 | -15.9 | 0.00075 |
| 5.60187958515272E-02 | -0.665768953178057 | 0.31 | -15.44 | 0.0008 |
| 5.95199705922477E-02 | -0.647141745444991 | 0.31 | -15.01 | 0.00085 |
| 6.30211453329681E-02 | -0.629406329066483 | 0.31 | -14.6 | 0.0009 |
| 0.070023494814409 | -0.596268442895447 | 0.32 | -13.83 | 0.001 |
| 0.105035242221614 | -0.463172489345962 | 0.34 | -10.74 | 0.0015 |
| 0.140046989628818 | -0.363133576981231 | 0.36 | -8.42 | 0.002 |
| 0.175058737036023 | -0.282165965478361 | 0.37 | -6.55 | 0.0025 |
| 0.210070484443227 | -0.213738420338387 | 0.38 | -4.96 | 0.003 |
| 0.245082231850432 | -0.154239243754135 | 0.39 | -3.58 | 0.0035 |
| 0.280093979257636 | -0.10144853785483 | 0.4 | -2.35 | 0.004 |
| 0.315105726664841 | -5.38985711364224E-02 | 0.41 | -1.25 | 0.0045 |
| 0.350117474072045 | -0.010565466800601 | 0.41 | -0.25 | 0.005 |
| 0.38512922147925 | 2.92950297754926E-02 | 0.42 | 0.68 | 0.0055 |
| 0.420140968886454 | 6.62418556779967E-02 | 0.43 | 1.54 | 0.006 |
| 0.455152716293659 | 0.100706052971559 | 0.43 | 2.34 | 0.0065 |
| 0.490164463700863 | 0.133027423299478 | 0.44 | 3.09 | 0.007 |

## ANEXO 3.
## VALORES DE PRESIÓN ADIMENSIONAL PARA DIFERENTES ÍNDICES DE COMPORTAMIENTO DE FLUJO "*n*".

Considerando el caso de una inyección de un fluido no newtoniano a una rata constante dentro de un yacimiento infinito, se generaron algunos datos que son representados en las tablas 13 y 14 y en las gráficas 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Tabla 13. Presión adimensional para fluidos no newtonianos pseudoplásticos en un yacimiento infinito.

| $t_{DNN}$ | Presión adimensional, $P_{DNN}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **n = 0.1** | **n = 0.3** | **n = 0.5** | **n = 0.7** | **n = 0.9** |
| 1 | 0.7099 | 0.6863 | 0.4690 | 0.4321 | 0.4672 |
| 2 | 0.9959 | 0.9207 | 0.6936 | 0.6915 | 0.6465 |
| 3 | 1.2147 | 0.9858 | 1.0177 | 1.0723 | 1.0038 |
| 4 | 1.4497 | 1.2534 | 1.3423 | 1.2025 | 1.1213 |
| 5 | 1.6447 | 1.4611 | 1.4664 | 1.3116 | 1.3010 |
| 1E+01 | 2.6099 | 2.3276 | 1.9818 | 1.7511 | 1.6390 |
| 2E+01 | 3.1942 | 2.6421 | 2.2691 | 2.1014 | 1.8803 |
| 3E+01 | 3.7715 | 2.9573 | 2.7827 | 2.6157 | 2.2789 |
| 4E+01 | 4.1216 | 3.4434 | 3.2971 | 2.7914 | 2.4101 |
| 5E+01 | 4.5199 | 3.8207 | 3.4938 | 2.9388 | 2.6106 |
| 1E+02 | 6.4922 | 5.0489 | 4.2019 | 3.6043 | 2.9878 |
| 2E+02 | 7.6862 | 5.6969 | 4.8439 | 4.0053 | 3.2570 |
| 3E+02 | 8.8658 | 6.5388 | 5.5800 | 4.6997 | 3.7019 |
| 4E+02 | 9.5812 | 7.4219 | 6.3954 | 4.9370 | 3.8482 |
| 5E+02 | 10.3951 | 8.1073 | 6.7072 | 5.1360 | 4.1617 |
| 1E+03 | 14.4251 | 10.3384 | 8.0019 | 6.0347 | 4.4929 |
| 2E+03 | 16.8649 | 11.5155 | 8.8468 | 6.5101 | 4.7933 |
| 3E+03 | 19.2754 | 13.0449 | 10.0135 | 7.5138 | 5.4530 |
| 4E+03 | 20.7372 | 14.6493 | 11.3058 | 7.8342 | 5.5878 |
| 5E+03 | 22.4003 | 15.8943 | 11.7999 | 8.1030 | 5.8028 |
| 1E+04 | 30.6350 | 19.9474 | 13.5785 | 9.3156 | 6.2296 |
| 2E+04 | 35.6203 | 22.0856 | 14.9956 | 9.9584 | 6.5076 |
| 3E+04 | 40.5458 | 24.8640 | 17.0402 | 11.3138 | 7.0615 |
| 4E+04 | 43.5328 | 27.7784 | 19.0882 | 11.7463 | 7.2438 |
| 5E+04 | 46.9311 | 30.0401 | 19.8714 | 12.1092 | 7.5223 |
| 1E+05 | 52.9376 | 37.4030 | 23.1236 | 13.5705 | 8.0465 |
| 2E+05 | 58.6482 | 40.4100 | 25.2459 | 14.6147 | 8.4205 |
| 3E+05 | 65.1937 | 42.9018 | 28.1766 | 16.4448 | 9.0387 |
| 4E+05 | 71.4555 | 44.3639 | 29.9634 | 17.0290 | 9.2421 |
| 5E+05 | 77.4253 | 45.7036 | 32.6638 | 17.9425 | 9.5529 |

Tabla 14. Presión adimensional para fluidos no newtonianos pseudoplásticos en un yacimiento infinito.

| $t_{DNN}$ | Presión adimensional, $P_{DNN}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **n = 0.2** | **n = 0.4** | **n = 0.6** | **n = 0.8** | **n = 0.99** |
| 1 | 0.5146 | 0.6082 | 0.4916 | 0.5453 | 0.4595 |
| 2 | 0.9011 | 0.9218 | 0.7840 | 0.7176 | 0.7537 |
| 3 | 1.1653 | 1.2064 | 0.9851 | 0.9574 | 0.9382 |
| 4 | 1.3722 | 1.3708 | 1.1862 | 1.1278 | 1.0426 |
| 5 | 1.5448 | 1.5100 | 1.3438 | 1.2902 | 1.3591 |
| 1E+01 | 2.1073 | 2.2034 | 1.8910 | 1.8366 | 1.6170 |
| 2E+01 | 2.9030 | 2.7370 | 2.3202 | 2.2118 | 1.7872 |
| 3E+01 | 3.4131 | 3.2211 | 2.6155 | 2.4570 | 2.0606 |
| 4E+01 | 3.8126 | 3.5008 | 2.9105 | 2.6411 | 2.2067 |
| 5E+01 | 4.1459 | 3.7376 | 3.1420 | 2.7548 | 2.5269 |
| 1E+02 | 5.2320 | 4.9174 | 3.9451 | 3.4284 | 2.7878 |
| 2E+02 | 6.7683 | 5.8250 | 4.7344 | 3.8911 | 3.1428 |
| 3E+02 | 7.7531 | 6.6486 | 5.1287 | 4.1267 | 3.2776 |
| 4E+02 | 8.5244 | 7.1245 | 5.4416 | 4.3685 | 3.3843 |
| 5E+02 | 9.1678 | 7.5274 | 5.9280 | 4.5605 | 3.7081 |
| 1E+03 | 11.2647 | 9.5345 | 7.3186 | 5.1823 | 3.9720 |
| 2E+03 | 14.2308 | 11.0786 | 8.3291 | 5.8446 | 4.1462 |
| 3E+03 | 16.1323 | 12.4798 | 9.0136 | 6.2518 | 4.4259 |
| 4E+03 | 17.6214 | 13.2894 | 9.5400 | 6.5499 | 4.5755 |
| 5E+03 | 18.8637 | 13.9747 | 9.8706 | 6.7866 | 4.9030 |
| 1E+04 | 22.9122 | 17.3893 | 11.9117 | 8.0246 | 5.2654 |
| 2E+04 | 28.6388 | 20.0162 | 13.3950 | 8.6437 | 5.5333 |
| 3E+04 | 32.3099 | 22.4000 | 14.3996 | 9.0675 | 5.6711 |
| 4E+04 | 35.1849 | 23.7774 | 15.1724 | 9.3926 | 5.7803 |
| 5E+04 | 37.5835 | 24.9433 | 15.6576 | 9.5311 | 6.1117 |
| 1E+05 | 45.3998 | 30.7524 | 18.6535 | 11.0573 | 6.4782 |
| 2E+05 | 53.8384 | 35.2214 | 20.8307 | 11.6602 | 6.6932 |
| 3E+05 | 63.9464 | 39.2769 | 22.3053 | 12.3430 | 6.8886 |
| 4E+05 | 72.1229 | 41.6201 | 23.4395 | 12.7438 | 6.9991 |
| 5E+05 | 84.2833 | 43.6037 | 24.1517 | 12.9146 | 7.3342 |

VOL. x, NO. x, YYYYYYY 2013 ISSN 1819-6608
ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences

www.arpnjournals.com

# INJECTION AND FALL-OFF TESTS TRANSIENT ANALYSIS OF NON-NEWTONIAN FLUIDS

Freddy Humberto Escobar, Johanna Marcela Ascencio and Daniel Felipe Real
Universidad Surcolombiana/CENIGAA, Avenida Pastrana – Cra 1, Neiva, Huila, Colombia
E-Mail: fescobar@usco.edu.co

## ABSTRACT

The use of non-Newtonian fluids is not new in the oil industry. Some of their qualities have been used as completion and stimulation fluids, fracturing operations and enhanced oil recovery projects. Besides, most heavy oils obey a non-Newtonian behavior. Therefore, it is important to have available a practical well test interpretation methodology for testing wells through which non-Newtonian fluids have been injected.

Conventional analysis has been used for well test interpretation of injected non-Newtonian fluids. The main drawback of conventional analysis resides in properly identification of the points through which certain flow regime goes. This is not the case for the pressure derivative. Needless to say that an adequate analysis of these data will help obtaining a maximum oil recovery since it depends on a better reservoir characterization, then, a more practical and accurate methodology is required.

Once the behavior of non-Newtonian injection fluids was obtained for different flow behavior indexes appropriate equations of the *TDS* technique were used along with conventional analysis for interpretation well test data. Both methodologies were used and successfully tested with synthetic and field examples.

**Keywords:** Power-law fluids, Transient-pressure analysis, flow behavior index, consistency, *TDS* technique

## 1. INTRODUCTION

It appears to be that Van Pollen and Jargon (1969) were the first researchers who studied the transient pressure behavior of Non-Newtonian fluid flow in oil formations. They conducted a numerical study under steady and unsteady state conditions and represented the non-Newtonian behavior by varying the viscosity as a function of the position. Odeh and Yang (1979) derived a partial differential equation to describe flow of Non-Newtonian flow through porous media. They provided a methodology for interpretation of injection tests. In the same year, McDonald (1979) presented a numerical study using the model proposed by Odeh and Yang (1979) and found that the grid had to be finer in non-Newtonian fluids than those used in black oil. It is the authors' opinnion that Ikoku and Ramey (1978), Ikoku and Ramey (1979) and Ikoku and Ramey (1980) have contributed the most to the field of transient pressure analysis of Non-NewtomniPower-law fluids. Ikoku and Ramey (1979) developed a new mathematical model for describing non-Newtonian fluid flow through isotropic and homogeneous porous materials assuming power-law and slightly compressible fluid. Their partial differential equation governs such non-Newtonian agents used in secondary and tertiary oil recovery projects as polymeric, miscellar and surfactant solutions. Also, Ikoku and Ramey (1978) transformed their model into a linear form by using the predictor-corrector method proposed by Douglas-Jones. Additionally, Ikoku and Ramey (1980) extended their original theory to finite reservoirs including skin and wellbore storage effects. The reservoir was assumed to have a circular shape and both, steady and pseudosteady state situations were considered. Ikoku (1979) applied new techniques for fall-of tests in power-law flow. He used linear superposition to develop an analytical solution. Huh and Snow (1985) considering both the distribution and rheology of the fluid concluded that conventional techniques cannot be applied for interpretation of tests run in reservoirs containing non-Newtonian fluids. They found out that polymer injection presents two problems: (1) because of the fluid rheology, viscosity is a function of fluid velocity and (2) polymer distribution is non-uniform in the reservoir.

Lund and Ikoku (1981) conducted a study of Newtonian/Non-Newtonian behavior which may be presented when a non-Newtonian fluid is injected into a reservoir containing a Newtonian fluid such as a black oil. They treated the problem as a composite reservoir. Okpobiri and Ikoku (1982) analyzed fall-off pressure tests in composite Newtonian/Non-Newtonian. However, they considered that the non-Newtonian fluid is dilatant. Vongvuthipornchai and Raghavan (1987) introduced for the first time the pressure derivative function to pressure tests in non-Newtonian fluids and included a new expression to estimate the effective wellbore. Olarewaju (1992) presented the unique study of non-Newtonion fluid flow through naturally fractured (double porosity) formations. They presented an analytical solution for infinite transient pressure behavior is such reservoirs including skin and wellbore storage.

Later on, Katime-Meindl and Tiab (2001), applied the *TDS* (*Tiab's Direct Synthesis*) methodology for interpretation of pressure tests conducted in infinite reservoirs with non-Newtonian fluids. They also included the effect of a close and an open linear boundary. Igbokoyi and Tiab (2007) applied type-curve matching for the interpretation of pressure tests for non-Newtonian fluids in infinite systems including skin and wellbore storage effects. Escobar et al (2011) used the model proposed by

VOL. x, NO. x, YYYYYYY 2013 ISSN 1819-6608
ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences



www.arpnjournals.com

Olarewaju (1992) to extend the *TDS* technique for interpretation pressure tests in double porosity reservoirs.

Escobar et al. (2010) and Martínez et al. (2011) applied the *TDS* methodology to radial composite reservoirs with non-newtonian/Newtonian interphase. The works were performed for pseudoplastic and dilatant non-Newtonain fluids, respectively. Also, Escobar et al. (2012a) and Escobar et al. (2012b) used the *TDS* technique for characterizing fractured wells and determining reservoir area, respectively. Recently, Escobar (2012) presented the state-of-the-art on pressure transient analysis for non-Newtonian fluids which include both conventional straight-line and *TDS* interpretation techniques. He gives special emphasis to the pressure derivative function application to homogeneous and heterogeneous porous rocks.

## 2. MATHEMATICAL FORMULATION

Ikoku (1979) presented an analytical dimensionless solution for the pressure fall-off behavior of non-Newtonian fluids for the case of a well under constant injection rate in an infinite reservoir. Skin and wellbore storage effects are excluded.

$$P_{DNNs} = \frac{(3-n)^{(2[1-n])/(3-n)}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)}\left[\left[t_f+\Delta t\right]_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}} - \left[\Delta t\right]_{DNN}^{\frac{1-n}{3-n}}\right] \tag{1}$$

The dimensionless quantities are defined as:

$$P_{DNN} = \frac{\Delta P}{141.2\left(96681.605\right)^{1-n}\left(\frac{qB}{h}\right)^{n}\frac{\mu_{eff}\, r_w^{1-n}}{k}} \tag{2}$$

$$t_{DNN} = \frac{t}{G r_w^{3-n}} \tag{3}$$

$$G = \frac{3792.188\, n\phi c_t \mu_{eff}}{k}\left(96681.605\frac{h}{qB}\right)^{1-n} \tag{4}$$

and,

$$\mu_{eff} = \left(\frac{H}{12}\right)\left(9+\frac{3}{n}\right)^{n}\left(1.59344\times10^{-12}k\phi\right)^{(1-n)/2} \tag{5}$$

Figure 1 is obtained from Equation 1. The pressure behavior is very similar to that of a producer well. Therefore, the equations presented by Escobar et al. (2010) for the determination of permeability and skin using the *TDS* technique, Tiab (1995), apply here:

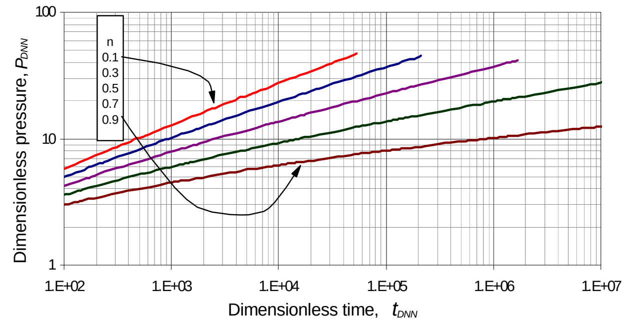



**Figure 1.** Dimensionless Fall-off pressure for a non-Newtonian fluid in an infinite reservoir

$$k = \left[\frac{70.6\left(96681.605\right)^{(1-\alpha)(1-n)}\left(\frac{0.0002637t_r}{n\phi c_t}\right)^{\alpha}}{\left(\frac{qB}{h}\right)^{n-\alpha(n-1)}\left(\frac{1}{(t*\Delta P')_r}\right)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{6}$$

Another expression for permeability:

$$k = \left\{\frac{\left[\frac{70.6\left(96681.605\right)^{(1-\alpha)(1-n)}\left(\frac{0.0002637t_r}{n\phi c_t}\right)^{\alpha}\left(\frac{qB}{h}\right)^{n-\alpha(n-1)}}{\left(\frac{r_w^{\alpha(n-3)+(1-n)}}{(t*\Delta P')_r}\right)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left[\left(\frac{H}{12}\right)\left(9+\frac{3}{n}\right)^{n}\left(1.59344\times10^{-12}\phi\right)^{\left(\frac{1-n}{2}\right)}\right]}\right\}^{\frac{2}{1+n}} \tag{7}$$

being $\alpha$ the slope of the pressure derivative curve, defined by:

$$\alpha = \frac{1-n}{3-n} \tag{7}$$

The skin factor is estimated by:

$$s = \frac{1}{2}\left(\frac{(\Delta P)_{rNN}}{(t*\Delta P')_{rNN}} - \frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{t_{rNN}}{G\, r_w^{3-n}}\right)^{\alpha} \tag{8}$$

Ikoku and Ramey (1979) presented the expressions for the determination of permeability, skin factor and investigation radius by means of the straight-line conventional analysis. A plot of either $\Delta P$ o $P_{wf}$ vs. $t^{1-n/3-n}$ yields a straight line during radial flow regime which slope, $m_{NN}$, is given by:

$$m_{NN} = \frac{\left(\frac{q}{2\pi h}\right)^{\frac{1+n}{3-n}}\left(\frac{\mu_{eff}}{k}\right)^{\frac{2}{3-n}}}{(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\left[\frac{n\phi c_t}{(3-n)^2}\right]^{\frac{1-n}{3-n}}} \tag{9}$$

VOL. x, NO. x, YYYYYYY 2013 ISSN 1819-6608
ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences

www.arpnjournals.com

At time $t = 0$ sec, the intercept is,

$$\Delta P_o = \left(\frac{q}{2\pi h}\right)^n \frac{\mu_{eff} r_w^{\,1-n}}{k_r (n-1)} \tag{10}$$

At time $t = 0$ sec, $\Delta P = \Delta P_o$, then the skin factor can be estimated from:

$$s = \left(\frac{\Delta P_o}{r_w^{\,1-n}}\right)\left(\frac{2\pi h}{q}\right)^n \left(\frac{k_r}{\mu_{eff}}\right) + \left(\frac{1}{1-n}\right) \tag{11}$$

The radius of investigation is found from:

$$r_{inv} = \left[\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\right]^{\frac{1}{n-1}} \left[\frac{(3-n)^2 t}{G}\right]^{\frac{1}{3-n}} \tag{12}$$

If the consistency index, $H$, is known, permeability can be solved from Equation 9, as follows:

$$k = \left(\frac{q}{2\pi h}\right) \left\{ \frac{\left[(1-n)\Gamma\left(\frac{2}{3-n}\right)\right]^{n-3}}{\dfrac{\left[\dfrac{H}{12}\left(9+\dfrac{3}{n}\right)^n (150)^{\frac{1-n}{2}}\right]^2 (3-n)^{2(1-n)}}{(nc_t)^{1-n} (m_{NN})^{3-n}}} \right\}^{\frac{1}{1+n}} \tag{13}$$

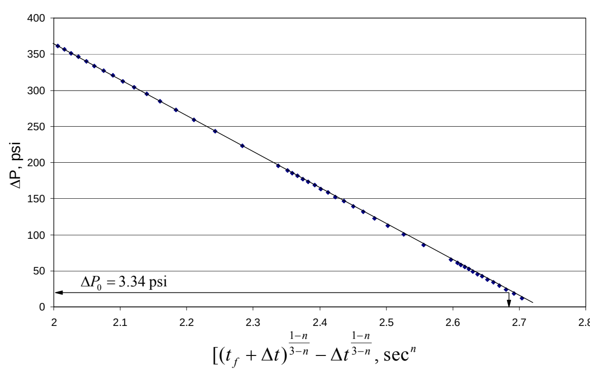



**Figure 2.** Shut-in well pressure drop vs. $[(t_f+\Delta t)^{0.1304} - \Delta t^{0.1304}]$ plot for synthetic example

## 3. EXAMPLES

### 3.1. Synthetic Example

Figure 2 presents data for a synthetic fall-off simulated with the below given information after an injection period of 10300 sec. It is required to determine permeability and skin.

| | | |
|---|---|---|
| $q = 300$ cm$^3$/sec | $\phi = 0.18$ | $r_w = 20$ cm |
| $\mu = 15$ cp | $c_t = 1.5\text{x}10^{-6}$ psi$^{-1}$ | $h = 6000$ cm |
| $n = 0.7$ | $k = 700$ md | |

**Solution by conventional analysis**

As additional information is given that $\Delta P_0$ = 3.34 psi = 23000 Pa at a time $t = 0$ sec. Additionally, $H$ = 2.5 x10$^{-02}$ Pa.seg$^n$. The effective viscosity is 0.000313 Pa.sec$^{0.7}$.m$^{0.3}$ estimated from Equation 5. Then, a slope $m_{NN}$ = 94400 Pa/sec$^{0.7}$ is found from Equation 9 and a permeability of 6.91x10$^{-13}$ m$^2$ = 700 md is calculated using Equation 12. Finally, a skin factor of 4.86 is found with Equation 11.

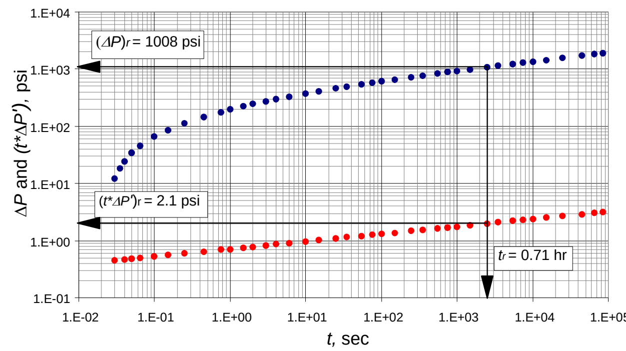



**Figure 3.** Pressure and pressure derivative plot for synthetic example

**Solution by the *TDS* Technique**

Assuming a volume factor of 1 bbl/STB and taking an arbitrary time of $t$ = 0.71 hr at which $\Delta P$ = 1008 psi and $(t^*\Delta P')$ = 2.1 psi were read from figure 3, permeability of 698.44 md and skin factor of 4.73 were determined using Equations 6 and 8, respectively. A value of $\alpha$ = 0.13 is also found from Equation 7.

### 3.2. Field Example

Estimate reservoir permeability and skin factor for an example provided by Ikoku (1979) of a pressure test run into a waterflooded reservoir which was subject to polymer flooding. Figure 4 provides the pressure drop vs. $[(t_f+\Delta t)^{0.224} - \Delta t^{0.224}]$ plot. First, 24000 bls (3815.7 m$^3$) of water were injected, followed by 19000 bbl (3020.8 m$^3$) of polymer solution. Other important data are provided below:

| | |
|---|---|
| $q = 0.0001381$ m$^3$/sec | $\phi = 0.228$ |
| $r_w = 24.1$ cm | $\lambda_{eff} = 8.694\text{x}10^{-9}$ m$^{1.423}$/Pa.sec |
| $c_t = 7.567\text{x}10^{-6}$ psi$^{-1}$ | $h = 5182$ cm |
| $n = 0.423$ | $t_f = 292500$ sec |
| $H = 0.065$ Pa.sec$^{0.423}$ | $B = 1$ bbl/STB |

**Solution by conventional analysis**

A $\Delta P_0$ value of -1500 Kpa and $m_{NN}$ of 74100 Pa/sec$^{0.224}$ are found from Figure 3. From Equation 9 the permeability resulted to be 34.4 md and the skin factor of -9.8 is found with Equation 11.

ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences



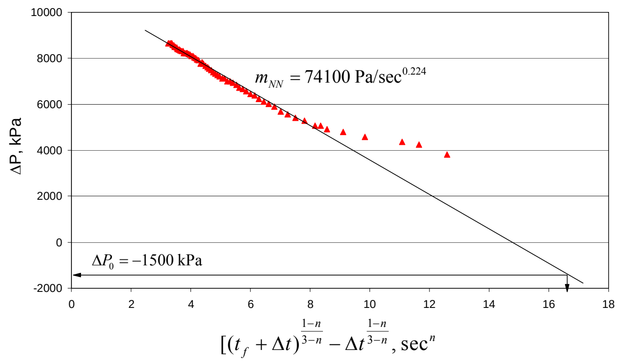



**Figure 4.** Shut-in well pressure vs. $[(t_f+\Delta t)^{0.224} - \Delta t^{0.224}]$ plot for field example

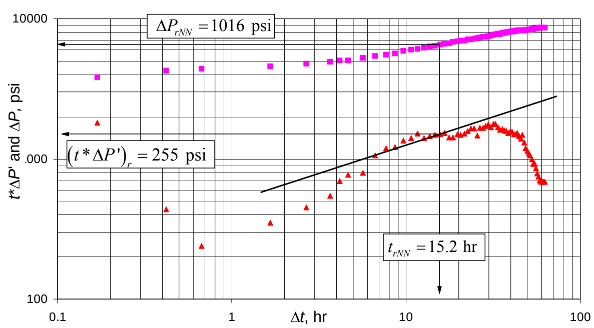



**Figure 5.** Pressure and pressure derivative plot for field example

**Solution by the *TDS* Technique**

The slope of the pressure derivative curve during radial flow resulted to be 0.224 psi/hr from which a flow behavior index, $n$, of 0.427 was estimated. This value is very close to the one given in the test of 0.423. From the pressure derivative plot the following information was read:

$$t = 15.2 \text{ hr} \qquad \Delta P = 1016 \text{ psi} \qquad (t^*\Delta P') = 255 \text{ psi}$$

A formation permeability value of 39.44 md was obtained using Equations 6. An effective viscosity of 0.01385 cp was found with Equation 5 and the $G$ parameter resulted to be $4.4814\times10^{-4}$ from Equation 4. Finally, Equation 8 allows to determine a skin factor of -11.9.

## 4. COMMENTS OF THE RESULTS

From the worked examples was found a close agreement between the results obtained by the straight-line conventional and the *TDS* technique which confirm the accuracy and practicality of the last methodology for handling either injection or fall-off tests.

## CONCLUSION

The *TDS* technique was successfully extended to injection and fall-off tests of non-Newtonian pseudoplastic fluids. The equations were tested by its application to field and synthetic examples and compared to results from the straight-line conventional analysis.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully thank the Most Holy Trinity and the Virgin Mary mother of God for all the blessing received during their lives.

## NOMENCLATURE

For conventional analysis SI units are used. For TDS technique field units are used

| | |
|---|---|
| $B$ | Volumetric factor |
| $c_t$ | System total compressibility |
| $H$ | Consistency, Pa.sec$^n$ |
| $k$ | Permeability |
| $m$ | Slope |
| $n$ | Flow behavior index |
| $P$ | Pressure |
| $q$ | flow rate |
| $t$ | Time, hr |
| $r_{inv}$ | Radius of investigation |
| $r_w$ | Wellbore radius |
| $t^*\Delta P'$ | Pressure derivative |
| $\Delta P$ | Pressure drop |

### Greeks

| | |
|---|---|
| $\Delta$ | Change, drop |
| $\phi$ | Porosity, fraction |
| $\mu$ | Viscosity, cp |

### Suffices

| | |
|---|---|
| *D* | Dimensionless |
| *eff* | effective |
| *NN* | Non Newtonian |
| *rNN* | Arbitrary point during radial Non-Newtonian fluid |
| 0 | Zero value |

## REFERENCES

Escobar, F.H.: "*Transient Pressure and Pressure Derivative Analysis for Non-Newtonian Fluids*", Chapter 7-New Technologies in the Oil and Gas Industry, ISBN 978-953-51-0825-2, InTech, Oct. 31, 2012

Escobar, F.H., Martinez, J.A., and Montealegre-M, M., 2010: *"Pressure and Pressure Derivative Analysis for a Well in a Radial Composite Reservoir with a Non-Newtonian/Newtonian Interface",* paper sent to CT&F to request publication, Vol 4, No. 1. P. 33-42, Dec 2010.

Escobar, F.H., Zambrano, A.P, Giraldo, D.V. and Cantillo, J.H., 2011. "Pressure and Pressure Derivative Analysis for

Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids in Double-Porosity Formations". CT&F, Vol. 5, No. 3. p. 47-59. June.

Escobar, F.H., Bonilla, D.F. and Ciceri, Y,Y. 2012[a]. *Pressure and Pressure Derivative Analysis for Pseudoplastic Fluids in Vertical Fractured wells*. Journal of Engineering and Applied Sciences. ISSN 1819-6608. Vol. 7. Nro. 8. Aug. 2012.

Escobar, F.H., Vega, L.J. and Bonilla, L.F., 2012[b]. Determination of Well Drainage Area for Power-Law Fluids by Transient Pressure Analysis". CT&F. Vol. 5 No. 1. P. 45-55. Dec. 2012.

Igbokoyi, A. and Tiab, D. 2007. "*New Type Curves for the Analysis of Pressure Transient Data Dominated by Skin and Wellbore Storage: Non-Newtonian Fluid*". Paper SPE 106997 presented at the SPE Production and Operations Symposium, Oklahoma, 31 March – 3 April.

Ikoku, C. U. 1979. "*Practical Application of Non-Newtonian Transient Flow Analysis*". paper SPE 8351 presented at the 54th Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Las Vegas-NV, Sept. 23-26.

Ikoku, C. U., and Ramey H. J., Jr. 1979. "*Numerical Solution of the Nonlinear Non-Newtonian Partial Differential Equation*". Paper SPE 7661. American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, 1978.

Ikoku, C.U., and Ramey, H.J., Jr. 1979. "*Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media*". Paper SPE 7139 presented at the SPE-AIME 48th California Regional Meeting, San Francisco, April 12-14, 1978. Revised manuscript received Jan. 22, 1979.

Ikoku, C. U., and Ramey H. J., Jr. 1980. "*Wellbore Storage and Skin Effects During the Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media*". paper SPE 7449 presented at the SPE 53rd Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, Oct. 1-4, 1978. Society of Petroleum Engineers of Aime, Feb.

Ikoku, C.U. 1982. "*Well Test Analysis for Enhanced Oil Recovery Projects*". ASME Journal of Energy Resources Technology, June 1.

Katime-Meindl, I. and Tiab, D., 2001: "*Analysis of Pressure Transient Test of Non-Newtonian Fluids in Infinite Reservoir and in the Presence of a Single Linear Boundary by the Direct Synthesis Technique*", paper SPE 71587 prepared for presentation at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans-Louisiana, 30 Sept.–3 Oct.

Lund, O., and Ikoku, C.U. 1981. "*Pressure Transient Behavior of Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs"*, paper SPE 9401 presented at the SPE 55th Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Sept. 21-24, 1980. Revised manuscript received Jan. 12, 1981.

Martinez, J.A., Escobar, F.H., and Montealegre-M, M. 2011. *"Vertical Well Pressure and Pressure Derivative Analysis for Bingham Fluids in a Homogeneous Reservoirs".* Dyna, Year 78, Nro. 166, p.21-28. Dyna. 2011.

McDonald, A.E. 1979. "*Approximate Solutions for Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids Through Porous Media*", paper SPE 7690 presented at the SPE Fifth Symposium on Reservoir Simulation, Denver, Feb 1-2, 1979.

Odeh, A.S. and Yang, H.T. 1979. "*Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids Through Porous Media*". paper SPE 7150 presented at the SPE-AIME 48th Annual California Regional Meeting, San Francisco, April 12-14, 1978. Revised manuscript received Jan. 31, 1979.

Okpobiri G.A., and Ikoku. C.U. 1983. "*Pressure Transient Behavior of Dilatant Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs*". paper SPE 12307 presented at the Eastern Regional Meeting held in Champion, Pennsylvania, November 9-11.

Olarewaju, J.S. 1992. "*A Reservoir Model of Non-Newtonian Fluid Flow*", paper SPE 25301. Society of Petroleum Engineers.

Tiab, D. (1993). Analysis of pressure and pressure derivative without type-curve matching: 1- skin and wellbore storage. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 12: 171-181.

Van Poollen, H.K. and Jargon, J.R. 1969. *"Steady-State and Unsteady-State Flow of Non-Newtonian Fluids Through Porous Media",* paper SPE 1567 presented at SPE 41st Annual Fall Meeting, Dallas-Texas, Oct. 2-5, 1966. Revised manuscript received Jan. 10.

Vongvuthipornchai, S. and Raghavan, R. 1987. "*Well test analysis of Data Dominated by Storage and Skin: Non-Newtonian Power-Law Fluids*". Paper SPE 14454 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Sept. 22-25, 1985. Revised manuscript received Jan. 23, 1987.