

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS**



**ANÁLISIS DE TRANSIENTES DE CAUDAL A PRESIÓN CONSTANTE PARA  
POZOS VERTICALES HIDRÁULICAMENTE FRACTURADOS DE GAS Y  
PETRÓLEO UTILIZANDO LA METODOLOGÍA TDS**

**PRESENTADO POR:**

**JHON RICHARD CASTRO LOZANO  
JUAN SEBASTIAN MOSQUERA GONZALEZ**

**Neiva, Huila Enero 31 de 2014**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS**



**ANÁLISIS DE TRANSIENTES DE CAUDAL A PRESIÓN CONSTANTE PARA  
POZOS VERTICALES HIDRÁULICAMENTE FRACTURADOS DE GAS Y  
PETRÓLEO UTILIZANDO LA METODOLOGÍA TDS**

**PRESENTADO POR:**

**JHON RICHARD CASTRO LOZANO  
JUAN SEBASTIAN MOSQUERA GONZALEZ**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Ingeniero de Petróleos**

**Director  
FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO  
Doctor en Ingeniería de Petróleos**

**Neiva, Huila Enero 31 de 2014**

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

---

---

Firma del Director

---

Firma del Evaluador

---

Firma del Evaluador

**Neiva, Huila Enero 31 de 2014**

## DEDICATORIA

*Dedico esta tesis principalmente a Dios, ya que me ha permitido cumplir mi proyecto de vida tal y como lo tenía proyectado hasta ahora, por haberme ofrecido grandes oportunidades para cumplir mis metas personales y profesionales, además de llenarme de fe en mí mismo para culminar este proyecto y brindarme muchas bendiciones cada día. A mis padres Orlando Mosquera Jaramillo y Josefina González Pinzón por brindarme su apoyo incondicional, su confianza, además de enseñarme a ser perseverante y a luchar por alcanzar mis metas. A mi hermana María Fernanda Mosquera González por escucharme y darme ánimo en los momentos difíciles además brindarme su apoyo. A mi novia Diana Carolina Lozano por estar siempre ahí, brindándome cariño, una sonrisa y cuidarme. A mi tía Carmen Cecilia por quererme y ser así de especial conmigo. A mi primo Diego Fernando González, por demostrarme su afecto y brindarme su confianza. A mi primo Ismael Delgado por ser mi hermano, mi llave y por estar conmigo en las buenas y en las malas. A mi profesor y Director Freddy Humberto Escobar por haberme brindado su amistad, gracias por creer en mí y por ser paciente en el desarrollo de este proyecto.*

*A mis amigos Andrés Felipe Torrejano, Edgar Bernal, Rodrigo García y muchos más, ya que forman parte de mi vida y en algún momento dejaron su huella en ella. A mi amigo y compañero en este proyecto Jhon Richard Castro principalmente por aceptar el reto de alcanzar este logro conmigo.*

*A todas las personas que directa o indirectamente aportaron en mi paso por la universidad, muchas gracias.*

***Juan Sebastián Mosquera González***

*Mi proyecto de grado se lo dedico principalmente a Dios quien fue el ser que me dio la vida y el que ha permitido que todas las etapas de esta hayan sido satisfactorias hasta el momento. A mi madre, María Fernanda Lozano que me enseñó a ser una persona independiente y espiritual, a luchar por mis ideales y sobre todo a entender que a veces la vida no es perfecta y que a pesar de las adversidades hay que ser fuertes y sobreponerse. A mi padre, Richard Castro una persona incondicional en todo este proceso, porque cuando más lo necesité siempre estaba ahí para apoyarme y hacerme crecer; porque fue el que me enseñó a tener metas inalcanzables, a que los límites sólo están en cada persona y sobre todo a que en la vida se debe soñar constantemente, siempre para adelante, nunca para atrás. A mi hermanita María Fernanda Castro la que me enseñó a que con una sonrisa se puede cambiar a los demás. A María Paula Prado que me dio el regalo más grande en toda mi vida, porque estuvo en algunos de los momentos más importantes y fue la que me recompuso en los tiempos difíciles. A mi profesor y Director de tesis, Dr. Freddy Humberto Escobar por haberme brindado su confianza y sobre todo su tiempo en el desarrollo de este proyecto. A mi amigo y compañero de tesis Juan Sebastián Mosquera quien ha sido incondicional conmigo durante todo este tiempo.*

*Sobre todo quiero dedicar esta tesis a Mi hija, Ana Sofía Castro que ha sido mi inspiración desde que llegó a mi vida; esa personita es lo que me ha hecho querer salir adelante y no dejarme vencer por nada; “porque cuando me levanta con su sonrisa me hace recordar que es un nuevo día, una nueva oportunidad para mejorar y alcanzar lo inalcanzable”.*

*Y finalmente agradecer a todas las personas que aportaron su granito de arena en todo este proceso que gracias a Dios hoy termina, pero que también es el comienzo de una nueva etapa llena de éxitos y prosperidad.*

**Jhon Richard Castro Lozano**

## **AGRADECIMIENTOS**

Primero, nos gustaría agradecer sinceramente a nuestro director y tutor de tesis, Dr. Freddy Humberto Escobar por su confianza en nosotros al momento de empezar este proyecto. Por sus orientaciones, su manera de trabajar, su persistencia, su paciencia y su motivación que han sido fundamentales para nuestra formación como investigadores. Por inculcar en nosotros un sentido de responsabilidad y seriedad al momento de constituir este proyecto.

A los ingenieros Javier Martinez y Luis Enrique Mantilla , evaluadores de este proyecto; por su colaboración y tiempo prestado.

A la Universidad Surcolombiana y Profesores gestores de nuestro desarrollo profesional.

Muchas gracias por todo.

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
<b>CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA</b>	
1.1 PRUEBAS A PRESIÓN CONSTANTE	14
1.2 POZOS FRACTURADOS HIDRÁULICAMENTE	15
1.3 FRACTURAS DE CONDUCTIVIDAD FINITA	16
1.4 FRACTURAS DE CONDUCTIVIDAD INFINITA	17
1.5 REGÍMENES DE FLUJO	18
<b>CAPÍTULO 2. ANÁLISIS DE CAUDAL TRANSITORIO PARA FRACTURAS DE CONDUCTIVIDAD FINITA E INFINITA EN POZOS DE GAS Y ACEITE</b>	
2.1 GENERACIÓN DE LOS DATOS DE LA PRUEBA	21
2.2 LINEAS CARACTERÍSTICAS	24
2.2.1 Análisis de flujo bilineal	24
2.2.2 Análisis de flujo lineal	25
2.2.3 Análisis de flujo birradial	26
2.2.4 Análisis de flujo pseudo-radial	29
2.2.5 Análisis de flujo pseudoestable	30
2.3 PUNTOS DE INTERSECCIÓN	32

2.3.1 Intersección entre la línea de flujo pseudoestable y la línea de flujo bilineal, lineal y birradial.	32
2.3.2 Intersección entre las líneas de flujo bilineal y lineal.	32
2.3.3 Intersección entre las líneas de flujo bilineal y birradial.	33

### **CAPÍTULO 3. APLICACIONES**

3.1 EJEMPLO FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD INFINITA PARA POZO DE PETRÓLEO	34
3.2 EJEMPLO FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD INFINITA PARA POZO DE GAS	38
3.3 EJEMPLO FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD FINITA PARA POZO DE GAS	42
3.4 EJEMPLO DE LA LITERATURA: POZO HIDRAULICAMENTE FRACTURADO PRODUCIDO A PRESIÓN CONSTANTE	46

<b>4. CONCLUSIONES</b>	<b>52</b>
------------------------	-----------

<b>5. RECOMENDACIONES</b>	<b>53</b>
---------------------------	-----------

**NOMENCLATURA**

**REFERENCIAS**

**ANEXOS**



## LISTA DE FIGURAS

**Fig. 1.** Diferencia entre presión y caudal transitorio

**Fig. 2.** Esquema de una fractura ideal

**Fig. 3.** Periodos de flujo para un pozo fracturado verticalmente

**Fig. 4.** Flujo birradial o elíptico

**Fig. 5.** Gráfico característico de un pozo hidráulicamente fracturado de conductividad finita

**Fig. 6.** Gráfico característico de un pozo hidráulicamente fracturado de conductividad infinita

**Fig. 7.** Representación de la pendiente unitaria del estado pseudoestable para varios radios de yacimiento

**Fig. 8.** Gráfico log-log del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para Ejemplo conductividad infinita para petróleo

**Fig. 9.** Gráfico log-log del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para Ejemplo conductividad infinita para gas

**Fig. 10** Gráfico log-log del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para Ejemplo conductividad finita pozo de gas

**Fig. 11.** Recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para el ejemplo de campo

## LISTA DE TABLAS

- Tabla 1.** Datos de entrada ejemplo fractura de conductividad infinita pozo de aceite
- Tabla 2.** Líneas y puntos característicos (Ejercicio conductividad infinita pozo de aceite)
- Tabla 3.** Comparación de los resultados (Ejemplo simulado conductividad infinita)
- Tabla 4.** Datos de entrada ejemplo fractura de conductividad infinita pozo de gas
- Tabla 5.** Líneas y puntos característicos (Ejercicio simulado conductividad infinita gas)
- Tabla 6.** Comparación de los resultados (Ejemplo conductividad infinita pozo de gas)
- Tabla 7.** Datos de entrada ejemplo fractura de conductividad finita pozo de gas
- Tabla 8.** Líneas y puntos característicos (Ejercicio simulado conductividad finita gas)
- Tabla 9.** Comparación de los resultados (Ejemplo Conductividad finita pozo de gas)
- Tabla 10.** Rata de flujo para una prueba a presión de fondo constante en un yacimiento homogéneo con pozo fracturado (Ejemplo de campo)
- Tabla 11.** Líneas y puntos característicos (Ejemplo de campo)
- Tabla 12.** Data de entrada para pozo fracturado en yacimiento homogéneo (Ejemplo de campo)
- Tabla 13.** Comparación de los resultados (Ejemplo de campo)

## RESUMEN

Este estudio presenta el análisis de pruebas de caudal en pozos verticales fracturados artificialmente que fluyen bajo presión constante, en yacimientos homogéneos de forma circular. Se simularon un número significativo de dichas pruebas con parámetros definidos para fracturas de conductividad finita e infinita utilizando el programa Ecrin V 4.02.04 (Kappa Saphir) de la compañía Kappa Engineering, con el fin de obtener las curvas características de los sistemas bajo estudio.

El análisis consistió en estudiar el comportamiento del recíproco del caudal y de la derivada del recíproco del caudal para pozos productores de petróleo y gas en yacimientos homogéneos circulares, analizando los regímenes de flujo teniendo en cuenta el tipo de fractura y haciendo énfasis en el período antes del flujo radial.

La curva de la derivada del recíproco del caudal permite identificar puntos de intersección, líneas y pendientes características de cada régimen de flujo para así generar ecuaciones analíticas que son apropiadas para calcular parámetros importantes en la caracterización de este tipo de yacimientos.

Por último las ecuaciones propuestas se verificaron satisfactoriamente mediante algunos ejemplos sintéticos y un ejemplo tomado de la literatura.

## ABSTRACT

This study presents a transient rate analysis for artificially fractured vertical wells flowing under constant pressure in homogenous deposits with circular shape. A significant number of such test with parameters defined for finite and infinite fracture conductivity were simulated using the commercial software Ecrin V 4.02.04 (Kappa Saphir ) produced by Kappa Engineering company, in order to obtain the characteristic curves of the systems under study.

The analysis consisted of studying the behavior of reciprocal rate and reciprocal rate derivative for producing oil and gas wells in homogenous deposits with circular shape, analyzing flow regimes taking into account the type of fracture and emphasizing on the period before the radial flow.

The plot of the derivative of the reciprocal rate allows identifying intersection points, lines and characteristics slopes of each flow regimen in order to generate analytical equations which are appropriate for calculating important parameters for the characterization of this kind of deposits.

Finally the proposed equations were successfully verified by some synthetic examples and one example taken from the literature.

## INTRODUCCIÓN

Durante las primeras etapas en la producción de un pozo a presión constante, el comportamiento del recíproco del caudal es esencialmente el mismo que el de un yacimiento infinito que produce a caudal constante, éste es el período de flujo transitorio. Si se grafica el recíproco del caudal del pozo contra el logaritmo del tiempo se obtendrá para el período transitorio una línea recta.

Las técnicas convencionales utilizadas para realizar los estudios concernientes a los análisis de pruebas de caudal tienen su base en un gráfico semilogarítmico del recíproco del caudal contra tiempo. Además de esta, existen las técnicas de ajuste por curvas tipo del recíproco del caudal contra tiempo, en escala semilogarítmica o logarítmica, extendida incluso a la derivada del recíproco del caudal. Por su parte, el método semilogarítmico o análisis convencional de la línea recta, solo hace una buena interpretación cuando se presentan todos los regímenes de flujo, lo cual no ocurre muy a menudo, además de que presentan dificultades para determinar correctamente los regímenes de flujo y el punto exacto donde estos inician y terminan, dificultando definir en forma apropiada las pendientes.

El contenido de este trabajo se enmarca en cinco capítulos. El primero de ellos es una recopilación y revisión de aspectos teóricos, conceptos generales y antecedentes asociados al análisis de flujo transitorio. Allí se verán las características de los pozos fracturados hidráulicamente, las pruebas a presión constante, los tipos de fracturas, los regímenes de flujo asociados a estas y por supuesto la técnica *TDS*. El capítulo dos se centra en el análisis detallado de los regímenes de flujo y las posibles intersecciones entre las pendientes con el fin de encontrar ecuaciones que sean capaces de representar los flujos y poder hallar parámetros de fractura importantes para el análisis de los yacimientos. En el capítulo tres se encuentran las aplicaciones, donde se ilustran algunos ejemplos simulados y un ejemplo tomado de la literatura con el fin de validar la técnica propuesta para el caso específico en estudio. Y finalmente, se encuentran los capítulos cuatro y cinco donde se dan las recomendaciones y las conclusiones que se trazaron en este trabajo.

## CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

### 1.1 PRUEBAS A PRESIÓN CONSTANTE

Las pruebas de pozos son una herramienta utilizada para caracterizar al sistema pozo-yacimiento, ya que los cambios presentes en la producción generan disturbios de presión en el pozo y en su área de drenaje, dando una respuesta de presión que depende de las características del yacimiento. Estas propiedades del yacimiento son determinadas utilizando mediciones de dos variables que son tasa de producción o presión. Para ello se introduce un disturbio o perturbación en el yacimiento, cambiando una de las dos variables que en la mayoría de los casos es la tasa de flujo y posteriormente se registran las consecuencias sobre la otra variable que es la presión. La característica del comportamiento de la presión en función del tiempo obtenida como resultado, muestra las propiedades del yacimiento.

Ahora bien, no todos los yacimientos son convencionales y aunque la mayoría de los métodos de interpretación de pruebas de pozos asumen producción a caudal constante, varias condiciones de producción resultan en flujo a presión constante. A menudo, pozos en yacimientos apretados producen a presión de fondo constante ya que el cambio de presión es mínimo a través de largos períodos de tiempo y las pruebas convencionales podrían ser poco útiles e injustificables económicamente resultando en pérdidas de producción cuando se compara con una prueba a caudal constante.

El comportamiento de un pozo que produce a presión constante sobre la cara de la arena es análogo a la de un pozo que opera a velocidad de flujo constante (Fig. 1). En una prueba de flujo a presión constante, el pozo produce a una presión de fondo constante y el caudal se registra con el tiempo. Desde que se encontraron las soluciones de rata de flujo en los principios básicos, los datos de caudal se pueden utilizar para la caracterización de yacimientos y la estimación de diferentes propiedades. Por lo tanto, esta técnica puede ser considerada como una alternativa a las técnicas de pruebas de pozos convencionales (casos de rata de flujo constante).

Varios métodos de análisis de caudal se describen en la literatura, sin embargo, la técnica más utilizada es el "análisis avanzado de curvas de declinación" introducido por Fetkovich<sup>1</sup>. Esta técnica supone un yacimiento homogéneo circular y no es aplicable a sistemas heterogéneos. Además, casi todos los métodos publicados se basan en la técnica de ajuste por curvas tipo. Desafortunadamente, este es un método de ensayo y error, que con frecuencia no proporciona respuestas únicas.

La técnica de síntesis directa de Tiab ó TDS (Tiab's Direct Synthesis technique<sup>2, 3</sup>), es introducida para superar los problemas encontrados con las curvas tipo. La curva de la derivada a menudo tiene más curvatura y definición que las curvas de presión, o de tasa de flujo, y por lo tanto es más fácil obtener las características únicas o "huellas dactilares" de los conceptos de la derivada.

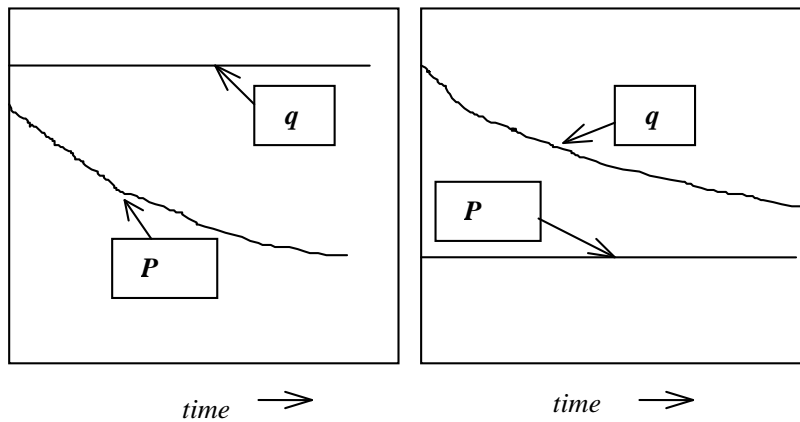


Fig. 1. Diferencia entre Presión y caudal transiente

## 1.2 POZOS FRACTURADOS HIDRÁULICAMENTE

Según Ahmed-Mckinney (2005), una fractura se define como una sola grieta iniciada desde la cara del pozo por fracturamiento hidráulico. Es importante diferenciar las fracturas de las "fisuras", ya que estas últimas son formadas de fracturas naturales. Las fracturas inducidas hidráulicamente son por lo general verticales, pero pueden ser horizontales, si la formación está a menos de 3000 pies de profundidad aproximadamente. Las fracturas verticales son caracterizadas por las siguientes propiedades:

- Longitud media de la fractura  $x_f$ , ft.
- Radio adimensional  $r_{eD}$ , donde  $r_{eD} = r_e/x_f$
- Altura de la fractura  $h_f$ , que a menudo se supone igual al espesor de la formación, ft.
- Permeabilidad de la fractura  $k_f$ , md.
- Ancho de la fractura  $w_f$ , ft.
- Conductividad de la fractura  $F_C$ , donde  $F_C = k_f w_f$

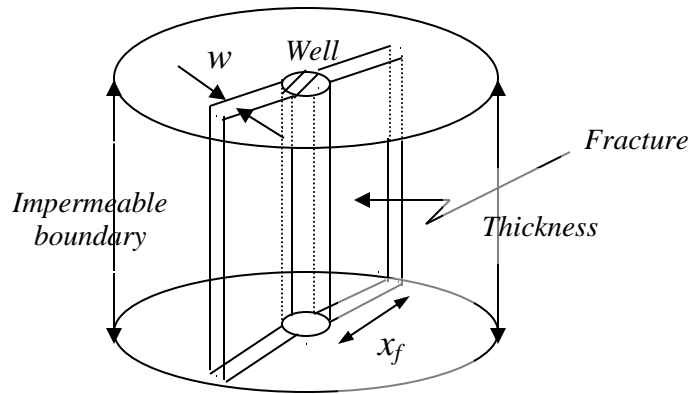


Fig. 2. Esquema de una fractura ideal

El análisis de las pruebas de pozos fracturados lidia con la identificación de las variables del pozo y del yacimiento que podrían tener un impacto en el futuro rendimiento del mismo. Sin embargo, los pozos fracturados son sustancialmente más complicados. La fractura penetrante en el pozo tiene características geométricas desconocidas, como  $x_f$ ,  $w_f$ ,  $h_f$ , y algunas otras propiedades de conductividad desconocidas.

Gringarten et al. (1974) y Cinco y Samaniego (1981), entre otros, proponen tres modelos de flujo transitorio a considerar en el análisis de los datos de presión transitoria de los pozos verticalmente fracturados. Cabe aclarar que la número tres no se analizará ya que la investigación se llevará a cabo solo para fracturas de conductividad finita e infinita.

1. Fracturas de conductividad finita
2. Fracturas de conductividad infinita
3. Fracturas de flujo uniforme

Antes de hablar de los tipos de fracturas en los que se va a enfatizar el estudio y los diferentes regímenes de flujo, se debe recordar que el comportamiento de un pozo que produce a presión constante es análogo a la de un pozo que opera a velocidad de flujo constante, lo que significa, que cuando se mencione presión en realidad se está hablando del recíproco del caudal.

### 1.3 FRACTURAS DE CONDUCTIVIDAD FINITA

Estas son fracturas muy largas creadas por un fracturamiento hidráulico masivo (MHF). Estos tipos de fracturas necesitan grandes cantidades de agente de apuntalamiento para mantenerlos abiertos y, como resultado, la permeabilidad de la fractura  $k_f$  se reduce en comparación con la de las fracturas de conductividad infinita. Estas fracturas verticales de conductividad finita se caracterizan por las caídas de presión medibles en la fractura y, por lo tanto, exhiben respuestas de presión únicas al probar los pozos fracturados hidráulicamente. El comportamiento de la presión transitoria para este sistema puede incluir los siguientes cuatro períodos de flujo:



1. Flujo lineal dentro de la fractura
2. Flujo bilineal
3. Flujo lineal en la formación
4. Flujo pseudo-radial

#### 1.4 FRACTURAS DE CONDUCTIVIDAD INFINITA

Estas fracturas son creadas por fracturación hidráulica convencional y se caracterizan por tener una muy alta conductividad, que para todos los fines prácticos puede considerarse como infinita. En este caso, la fractura actúa similar a un tubo de gran diámetro con conductividad infinita y, por lo tanto, esencialmente no hay caída de presión de la punta de la fractura hacia la cara del pozo, es decir, sin pérdida de presión en la fractura. Este modelo supone que el flujo en el pozo es sólo a través de la fractura y presenta tres períodos de flujo:

1. Flujo lineal en la fractura
2. Flujo lineal en la formación
3. Flujo birradial o elíptico (pendiente 0.36)
3. Flujo pseudo-radial

## 1.5 REGÍMENES DE FLUJO

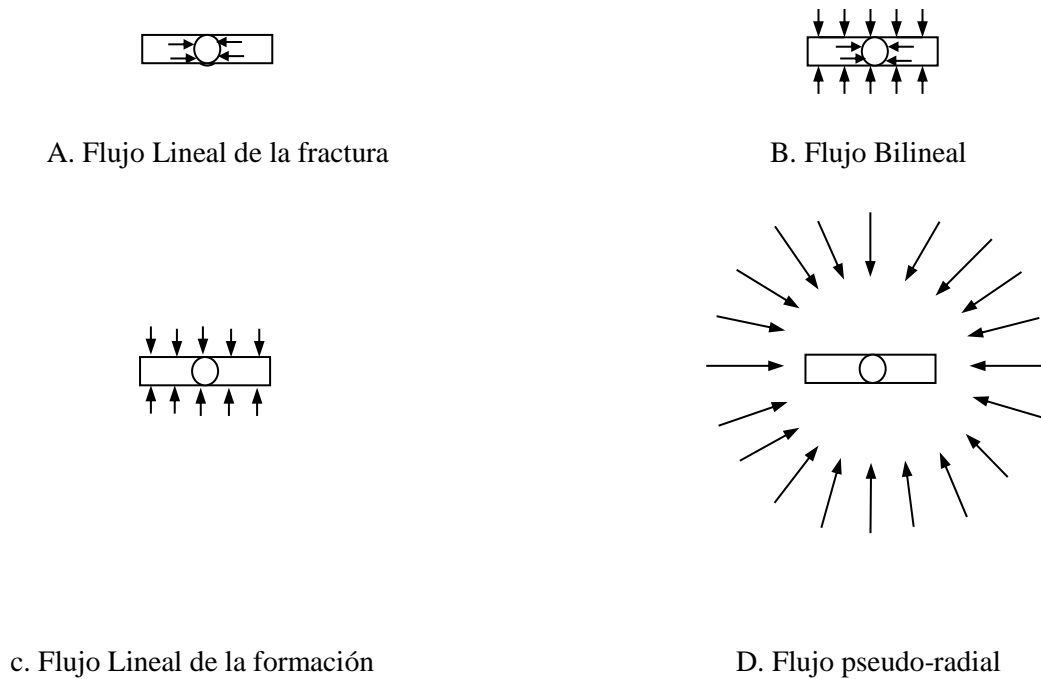


Fig. 3 Periodos de flujo para un pozo fracturado vertical

### 1.5.1 Flujo Bilineal

Este período de flujo es llamado así porque dos tipos de flujo lineal ocurren simultáneamente (Fig. 1B). Como se propuso originalmente por Cinco-Ley (1981), uno de los flujos es un flujo incompresible lineal dentro de la fractura y el otro es un flujo compresible lineal en la formación. La mayor parte del fluido que entra en el pozo durante este período de flujo proviene de la formación. Efectos de la punta de la fractura no afectan al comportamiento del pozo durante el flujo bilineal y, en consecuencia, no será posible determinar la longitud de la fractura a partir de los datos del período de flujo bilineal.

Sin embargo, el valor real de la conductividad de fractura  $F_C$  puede ser determinado durante este período de flujo. La caída de presión a través de la fractura es importante para el caso de conductividad finita y se observa el comportamiento del flujo bilineal, sin embargo, el caso de conductividad infinita no exhibe un comportamiento de flujo bilineal porque la caída de presión en la fractura es insignificante. Por lo tanto, la identificación del período de flujo bilineal es muy importante por dos razones:

(1) No será posible determinar una única longitud de la fractura de los datos del período de flujo bilineal. Si se utiliza esta información para determinar la longitud de la fractura, se producirá una longitud de la fractura mucho menor que la real.

(2) La conductividad de la fractura actual  $k_{fwf}$  puede determinarse a partir de los datos de presión de flujo bilineal.

### 1.5.2 Flujo Lineal

Este es el primer período de flujo que se produce en un sistema fracturado. La mayor parte del fluido entra en el pozo durante este período de tiempo, como resultado de la expansión dentro de la fractura, es decir, hay fluido insignificante procedente de la formación. El flujo dentro de la fractura y de la fractura para el pozo durante este período de tiempo es lineal y puede ser descrita por la ecuación de difusividad como se expresa en la forma lineal y se aplica tanto a la fractura de flujo lineal y períodos de flujo lineal de la formación. Los datos de los ensayos transitorios de presión durante el período de flujo lineal se pueden analizar con un gráfico de  $P$  vs  $t^{1/2}$ . Desafortunadamente, el flujo lineal de la fractura se produce en momentos muy tempranos para ser de uso práctico en el análisis de pruebas de pozo.

Si se produce flujo lineal de la fractura, la duración del período de flujo es corto, ya que a menudo se encuentra en las fracturas de conductividad finitas con  $C_{fD} < 300$ , y se debe tener cuidado de no malinterpretar los primeros datos de presión. Es común en esta situación para efectos de daño o efectos almacenamiento de pozo, alterar las presiones en la medida en que no se produce la línea recta de flujo lineal o es muy difícil de reconocer. Si la pendiente de tiempo temprano se utiliza en la determinación de la longitud de la fractura, la pendiente  $m_{vf}$  será erróneamente alta, la longitud de la fractura calculada será irrealmente pequeña, e información no cuantitativa se obtendrá sobre la capacidad de flujo en la fractura.

### 1.5.3 Flujo Birradial

Tiab (1993b) fue el primero en señalar el comportamiento de la línea de pendiente 0.36 a la cual bautizó como régimen de flujo birradial o elíptico. Es importante no confundir esta línea de flujo birradial con la línea de flujo lineal debido a que sus pendientes (0.5 y 0.36) son relativamente cercanas. Este flujo se da más que todo para el caso de fracturas de conductividad infinita y este puede usarse para hallar longitud media de la fractura. En la Fig. 4. se puede observar la representación gráfica de este flujo.

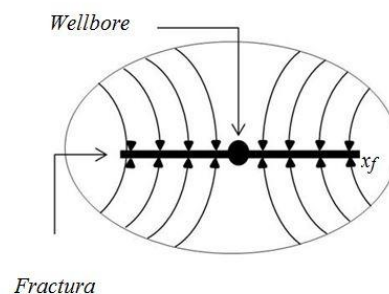


Fig. 4. Flujo birradial o elíptico

## CAPITULO 2. ANÁLISIS DE FLUJO TRANSITORIO EN FRACTURAS DE CONDUCTIVIDAD FINITA E INFINITA PARA POZOS DE GAS Y ACEITE

La técnica de análisis de caudal y derivada del recíproco del caudal sin el uso del ajuste de curvas tipo consiste en determinar huellas características de estas variables dispuestas en un gráfico log-log que permiten obtener relaciones directas para calcular las propiedades de fractura y yacimiento usando las ecuaciones apropiadas de las líneas y puntos característicos de las curvas.

### 2.1 GENERACIÓN DE LOS DATOS DE LA PRUEBA

Delta de presión,  $\Delta P = 300$  psi

Tiempo,  $t = 100000$  horas

Daño al yacimiento,  $s = 0$

Almacenamiento en el pozo,  $C = 0$  bbl/psi

Espesor de la formación,  $h = 50$  ft

Compresibilidad Total,  $c_t = 1 \times 10^{-5}$  psi<sup>-1</sup>

Radio del pozo,  $r_w = 0.5$  ft

Porosidad,  $\phi = 20$  %

Permeabilidad,  $k = 10$  md

Viscosidad,  $\mu = 2$  cp

Factor volumétrico,  $B = 1.2$  rb/STB

Longitud media de la fractura,  $x_f = 200$  ft

Conductividad de la fractura,  $k_{fwf} = 10000$  md-cp

Radio de yacimiento,  $r_e = 300$  ft

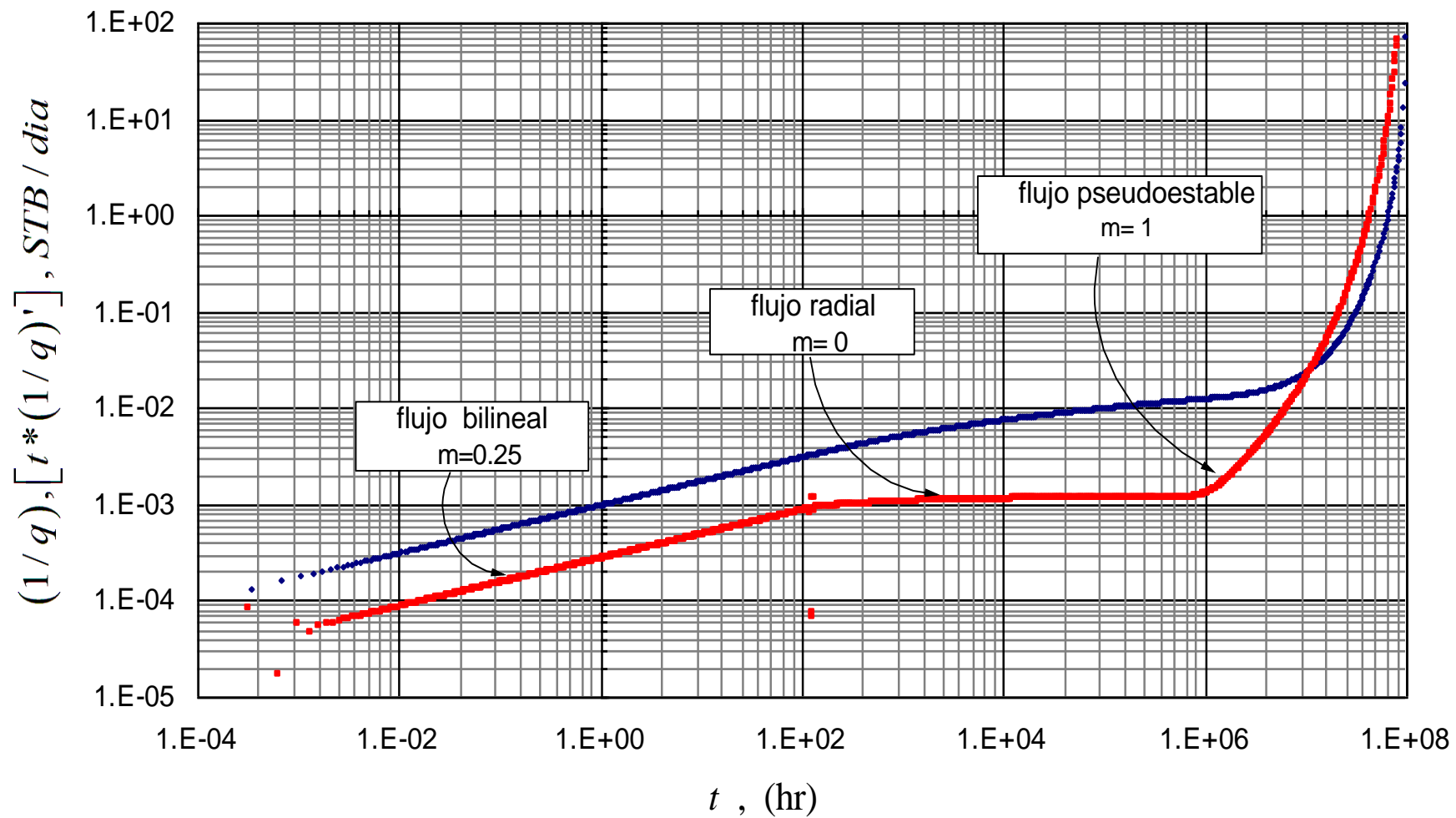
Pseudopresión,  $dm(p) = 1 \times 10^6$  psi<sup>2</sup>/cp

Temperatura,  $T = 700$  °R

No. De datos,  $N_{data} = 1000$

Conductividad de la fractura adimensional,  $C_{fD} = 5$

Yacimiento circular, fronteras cerradas



**Fig. 5.** Gráfico característico de un pozo hidráulicamente fracturado de conductividad finita.

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

- Tiempo adimensional:

$$t_D = \frac{0.0002637 kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (1)$$

- Pseudotiempo adimensional:

$$t_D(a) = \frac{0.0002637 kt_a(P)}{\phi x_f^2} \quad (2)$$

- Tiempo adimensional en términos de área, A:

$$t_{DA} = \frac{0.0002637 kt}{\phi \mu c_t A} \quad (3)$$

- Tiempo adimensional en términos de longitud de fractura

$$t_{Dxf} = \frac{0.0002637 kt}{\phi \mu c_t x_f^2} \quad (4)$$

- Recíproco del caudal adimensional para pozos de aceite:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh(P_i - P_{wf})}{141.2q\mu B} \quad (5)$$

- Derivada del recíproco del caudal adimensional para pozos de aceite:

$$(t_D * (1/q)'_D) = \frac{kh(P_i - P_{wf})}{141.2q\mu B} * (t * (1/q)') \quad (6)$$

- Recíproco del caudal adimensional para pozos de gas:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh[\Delta m(P_i) - \Delta m(P_{wf})]}{1424qT} \quad (7)$$

- Derivada del recíproco del caudal adimensional para pozos de gas:

$$[t_D * (1/q_D)'] = \frac{kh[\Delta m(P)]}{1424qT} [t_D * (1/q)'] \quad (8)$$

- Conductividad de la fractura adimensional:

$$C_{FD} = \frac{k_f w_f}{k x_f} \quad (9)$$

## 2.2. LÍNEAS CARACTERÍSTICAS

### 2.2.1.1 Análisis del flujo Bilineal para pozos de Petróleo

La ocurrencia del flujo bilineal está caracterizada por una pendiente de 0.25 en un gráfico log-log del recíproco del caudal y su derivada, como se observa en la Fig. 4. Lo que indica que el flujo bilineal ocurrió por más de un ciclo log, haciendo que la pendiente de 0.25 sea válida y pueda ser analizada para determinar la conductividad de la fractura.

Ahora, la ecuación gobernante de petróleo para flujo bilineal basada en la evaluación de la curva del recíproco del caudal usando un gráfico cartesiano de  $(1/q)$  versus  $t^{1/4}$  es igual a:

$$\frac{1}{q} = \frac{48.968 \mu B}{h \Delta P \sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i)^{0.25}} t^{0.25} \quad (10)$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al logaritmo natural de  $t$  y sustituyendo los parámetros adimensionales, se obtiene la ecuación gobernante de flujo bilineal para pozos de petróleo:

$$t^* (1/q)' = \frac{12.242 \mu B}{h \Delta P \sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i k)^{0.25}} t^{0.25} \quad (11)$$

Por consiguiente es posible hallar la conductividad de la fractura:

$$k_f w_f = \frac{149.866}{(\phi \mu c_i k)^{1/2}} \left\{ \frac{\mu B}{h \Delta P [t^* (1/q)']_{BL1}} \right\}^2 \quad (12)$$

### 2.2.1.2 Análisis del flujo bilineal para pozos gasíferos

La ecuación gobernante de gas para flujo bilineal es:

$$\frac{1}{q} = \frac{493.84 T}{h [\Delta m(P)] \sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i)^{0.25}} t^{0.25} \quad (13)$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al logaritmo natural de  $t$  y reemplazando los valores adimensionales, se obtiene la ecuación gobernante de flujo bilineal para pozos de gas:

$$t^*(1/q)' = \frac{123.46T}{h\Delta P \sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i k)^{0.25}} t^{0.25} \quad (14)$$

Por consiguiente es posible hallar la conductividad de la fractura:

$$k_f w_f = \frac{15242.372}{(\phi \mu c_i k)^{0.5}} \left\{ \frac{T}{h[\Delta m(P)][t^*(1/q)']_{BL1}} \right\}^2 \quad (15)$$

### 2.2.2.1. Análisis de Flujo lineal para pozos de petróleo

La ocurrencia de la formación de flujo lineal está caracterizada por una pendiente de 0.5 en la gráfica log-log del recíproco del caudal y su derivada como se observa en la Fig. 5. Este régimen es normalmente evidente y analizable para fracturas de muy alta conductividad ( $C_{fD} > 300$ ). Si se obtienen los datos que exhiben una pendiente de un medio (0.5) en la gráfica log-log, entonces el análisis sigue los mismos pasos que el flujo bilineal.

Del método convencional se tiene que la ecuación de petróleo para flujo lineal basándose en la evaluación de la curva del recíproco de la rata usando un gráfico cartesiano de  $(1/q)$  versus  $t^{1/2}$  es igual a:

$$\frac{1}{q} = \frac{6.3836B}{k_f h \Delta P} \left( \frac{\mu}{\phi c_i k} \right)^{0.5} t_{xf}^{0.5} \quad (16)$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al logaritmo natural de  $t$  y sustituyendo los parámetros adimensionales, se obtiene la ecuación gobernante de flujo bilineal para pozos de petróleo:

$$t^*(1/q)' = \frac{3.1918B}{x_f h \Delta P} \left( \frac{\mu}{\phi c_i k} \right)^{0.5} t_{xf}^{0.5} \quad (17)$$

Por consiguiente es posible hallar la longitud media de la fractura:

$$x_f = \frac{3.1918B}{h \Delta P [t^*(1/q)']_{L1}} \left( \frac{\mu}{\phi c_i k} \right)^{0.5} t_{xf}^{0.5} \quad (18)$$



### 2.2.2.2. Análisis de flujo lineal para pozos gasíferos

La ecuación gobernante de gas para flujo lineal es:

$$\frac{1}{q} = \frac{64.379T}{k_f h [\Delta m(P)] (\phi \mu c_i)^{0.5} t_{Dyf}^{0.5}} \quad (19)$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al  $\ln t$  y reemplazando los valores adimensionales, se obtiene la ecuación gobernante de flujo lineal para pozos de gas:

$$t^* (1/q)' = \frac{32.1895T}{x_f h [\Delta m(P)] (\phi \mu c_i k)^{0.5} t_{Dyf}^{0.5}} \quad (20)$$

Por consiguiente es posible hallar la longitud media de la fractura:

$$x_f = \frac{32.1895T}{h [\Delta m(P)] [t^* (1/q)'] (\phi \mu c_i k)^{0.5} t^{0.5}} \quad (21)$$

### 2.2.3.1. Análisis de flujo birradial (Pendiente 0.36) para pozos de petróleo

La ecuación gobernante de petróleo para flujo birradial es:

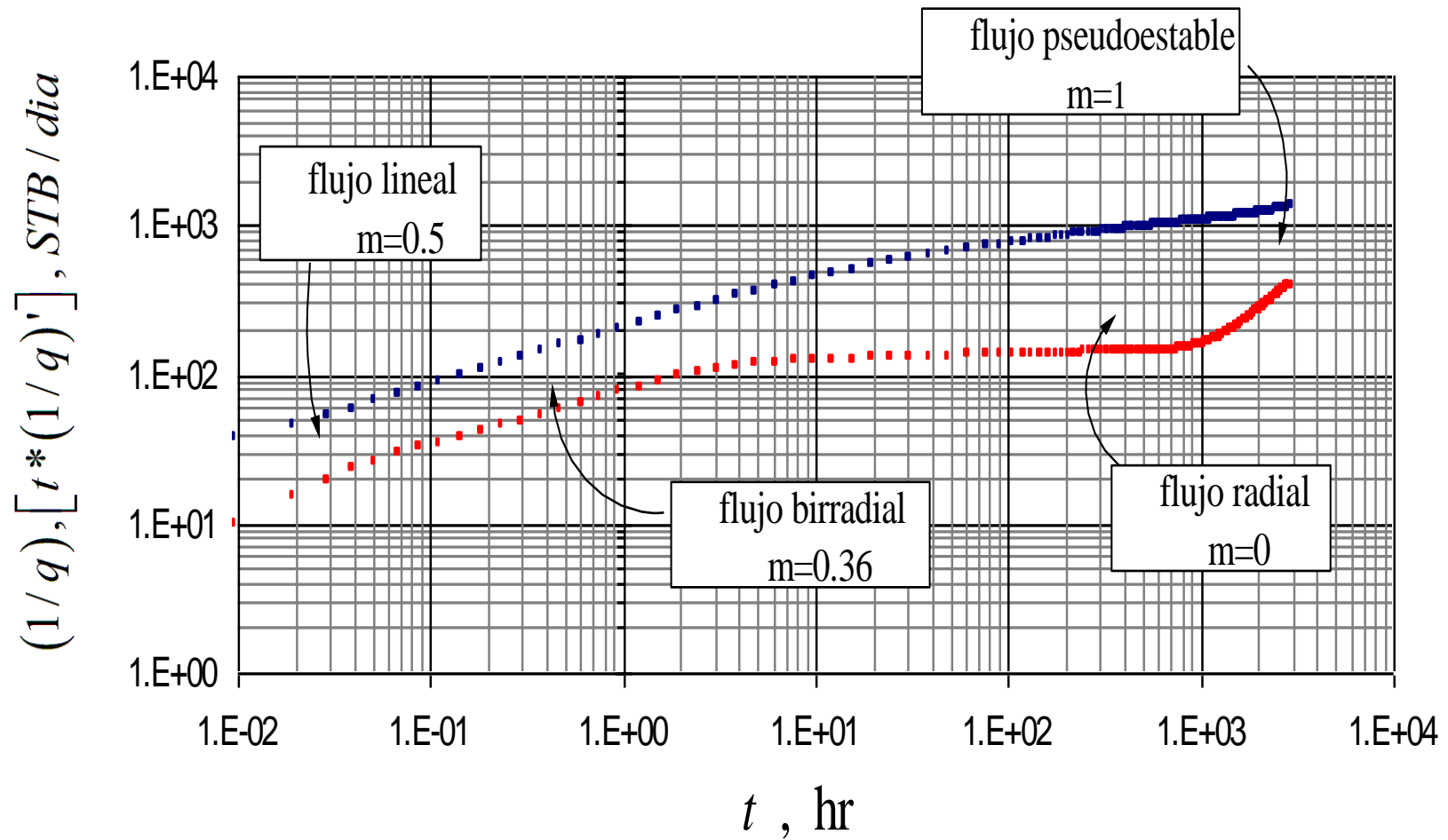
$$(1/q) = \frac{15.52B}{h \Delta P (\phi c_i A)^{0.36}} \left( \frac{\mu}{k} \right)^{0.64} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t^{0.36} \quad (22)$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al logaritmo natural de  $t$  y sustituyendo los parámetros adimensionales, se obtiene la ecuación gobernante para pozos de petróleo:

$$[t_D^* (1/q)'] = \frac{5.5891B}{h \Delta P (\phi c_i A)^{0.36}} \left( \frac{\mu}{k} \right)^{0.64} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t^{0.36} \quad (23)$$

Y despejando de la Ec. 9b, es posible hallar un valor de ancho de yacimiento ( $x_e$ ):

$$x_e = x_f \left[ \frac{1}{10.91} \left[ \frac{[t_D^* (1/q)'] h \Delta P}{B} \right]^{1.38} (\phi c_i A)^{0.5} \left( \frac{k}{\mu} \right)^{0.88} \left( \frac{1}{t} \right)^{0.5} \right] \quad (24)$$



**Fig. 6.** Gráfico característico de un pozo hidráulicamente fracturado de conductividad infinita

### 2.2.3.2 Análisis de flujo birradial (Pendiente 0.36) para pozos gasíferos

La ecuación gobernante de gas para flujo Birradial es:

$$(1/q) = \frac{156.5688T}{k^{0.64}h(\Delta mP)} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{t}{\phi A} \right)^{0.36} \quad (25)$$

Derivando la ecuación anterior con respecto al logaritmo natural de  $t$  y sustituyendo los parámetros adimensionales, se obtiene la ecuación gobernante para pozos de gas:

$$(1/q) = \frac{56.365T}{k^{0.64}h[\Delta m(P)]} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{t}{\phi A} \right)^{0.36} \quad (26)$$

### 2.2.4 Análisis de flujo pseudo-radial

De acuerdo con ARAB (2003) la porción de la derivada del recíproco del caudal correspondiente al flujo radial es una línea recta horizontal de pendiente cero y está dada por:

$$\left[ t^* \left( \frac{1}{q} \right)' \right]_R = \frac{70.6\mu B}{kh\Delta P} \quad (27)$$

Representado por la "R", del flujo radial se puede hallar la permeabilidad de la siguiente forma:

$$k = \frac{70.6\mu\beta_o}{h\Delta P \left[ t^* \left( \frac{1}{q} \right)' \right]_R} \quad (28)$$

Donde  $t_R$  es algún punto conveniente durante el régimen de flujo radial y  $(1/q)_R$  es el punto correspondiente en la curva del recíproco del caudal a  $t_R$ .

De acuerdo al trabajo desarrollado por Sanchez (2009), la permeabilidad ( $k$ ) y el daño ( $s$ ) para pozos de gas pueden ser calculadas con las siguientes ecuaciones:

$$k = 711.5817 \frac{T}{h[\Delta m(P)] \left[ t \times (1/q)' \right]_R} \quad (29)$$

Y el factor de daño está dado por:

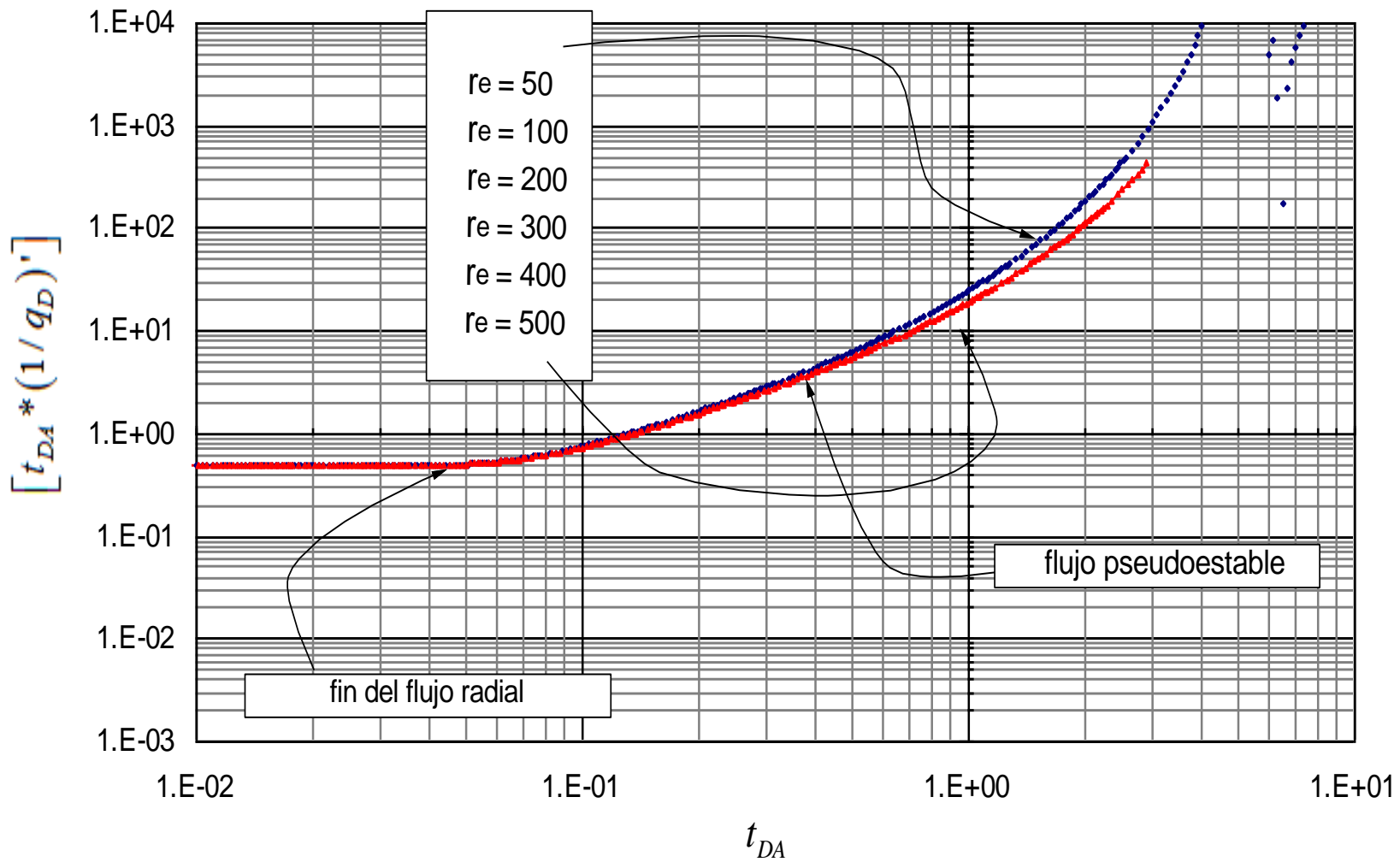
$$s = 0.5 \left\{ \frac{\left( \frac{1}{q} \right)_R}{\left[ t^* \left( \frac{1}{q} \right)' \right]_R} - \ln \left( \frac{kt_R}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 7.43 \right\} \quad (30)$$

### 2.2.5. Análisis de Flujo pseudoestable

Para poder igualar las ecuaciones entre los regímenes de flujo, es necesario deducir la ecuación para estado pseudoestable. Esto se hace con la ayuda de un gráfico logarítmico de  $[t_{DA}^*(1/q_D)']$  vs  $t_{DA}$  generado para varios radios de yacimiento, con el fin de encontrar la mejor pendiente unitaria y así representar lo mejor posible el estado pseudoestable.

Después de hacer todo el procedimiento matemático (Apéndice G), la ecuación gobernante para flujo pseudoestable, es:

$$[t^*(1/q_D)'] = 3\pi(t_{DA}) \quad (31)$$



**Fig. 7.** Representación de la pendiente unitaria del estado pseudoestable para varios radios de yacimiento

## 2. 3. PUNTOS DE INTERSECCIÓN

2.3.1. Intersección entre la línea estado pseudoestable con la línea de flujo bilineal, birradial y lineal.

Debido a que se está analizando el comportamiento de pozos hidráulicamente fracturados en yacimientos circulares con fronteras cerradas, para tiempos largos de prueba se obtiene una línea recta de pendiente unitaria en la curva de la derivada del recíproco del caudal adimensional como se muestra en la Fig. 6. la cual corresponde al estado pseudoestable, y cuya ecuación está dada por:

$$[t^*(1/q_D)'] = 3\pi(t_{DA})$$

El intercepto de esta línea con los demás flujos presentes (flujo bilineal, lineal y birradial) permite obtener las ecuaciones correspondientes para el cálculo del área de drenaje:

- Flujo bilineal

$$A = \frac{\sqrt{k_f w_f}}{34.89} \left( \frac{t_{BLPSSi}}{\phi \mu c_t} \right)^{0.75} k^{0.25} \quad (32)$$

- Flujo birradial

$$A = \frac{kt_{BRPSSi}}{75.59\phi\mu c_t} \left( \frac{x_f}{x_e} \right)^{1.125} \quad (33)$$

- Flujo lineal

$$A = \frac{x_f}{5.79} \left( \frac{kt_{LPSSi}}{\phi\mu c_t} \right)^{0.5} \quad (34)$$

2.3.2 Intersección entre las líneas de flujo bilineal y lineal.

La coordenada del punto de intersección de las líneas de flujo bilineal y lineal puede ser obtenida combinando las ecuaciones del recíproco del caudal adimensional para cada flujo, permitiendo obtener una ecuación para el cálculo de longitud media de la fractura  $x_f$ :

$$x_f = \frac{\sqrt{k_f w_f}}{1.9181} \left( \frac{t_{BLLi}}{\phi\mu c_t} \right)^{0.25} \quad (35)$$

### 2.3.3 Intersección entre las líneas de flujo bilineal y birradial.

La coordenada del punto de intersección de las líneas de flujo bilineal y birradial puede ser obtenida combinando las ecuaciones del recíproco del caudal adimensional para cada flujo, permitiendo obtener una ecuación para calcular el ancho de yacimiento:

$$x_e = \frac{2.972}{(k_f w_f)^{0.7}} * \left( \frac{\phi \mu c_t}{t_{BLBRi}} \right)^{0.15} (A^{0.5} k^{0.54} x_f) \quad (36)$$

## CAPÍTULO 3. APLICACIONES

### 3.1 EJEMPLO FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD INFINITA POZO DE ACEITE

Se simuló una prueba a presión constante para un pozo productor de petróleo estimulado hidráulicamente en un yacimiento homogéneo de forma circular considerando fracturas de conductividad infinita. Los datos de entrada son mostrados en la Tabla No. 1.

**Tabla 1.** Data de entrada ejemplo fractura de conductividad infinita pozo de aceite

DATA DE ENTRADA			
$C$ (bbl/psi)	0	$x_f$ (ft)	200
$r_w$ (ft)	0.6	$F_c$ (md-ft)	20000
$h$ (ft)	16.4	$P_i$ (psi)	5000
$\phi$ (%)	12	$P_{wf}$ (psi)	2500
$k$ (md)	0.28	$t$ (hr)	10000
$\mu_o$ (cp)	1.414	$S$	-2
$B_o$ (STBD)	1.2	$r_e$ (ft)	5000
$c_t$ (psi <sup>-1</sup> )	$1.31 \times 10^{-5}$		

- 1) Estimar la permeabilidad y el daño
- 2) Determinar la longitud media de la fractura
- 3) Determinar el área del yacimiento

De la Fig. 8. se obtienen los siguientes datos:

**Tabla 2.** Líneas y puntos característicos (Ejercicio conductividad infinita pozo de aceite)

Flujo	t, hr	$t^*(1/q)'$ , STB/D	(1/q), STB/D
Lineal	1	0.000832	0.00166
Birradial	100.0375	0.004967	0.01289
Radial	795.0375	0.0099	0.0271



Del flujo radial se estima la permeabilidad ( $k$ ) con la Ec. 29:

$$k = \frac{70.6(1.414)(1.19)}{(16.4)(2500)(0.0099)} = 0.2926 \text{ md}$$

Igualmente, se halla el daño ( $s$ ) del flujo radial con la Ec. 30:

$$s = 0.5 \left\{ \frac{(0.0271)}{(0.0099)} - \ln \left( \frac{(0.29)(795.375)}{(0.12)(1.414)(1.31 \times 10^{-5})(7.2)^2} \right) + 7.43 \right\} = -2.17$$

Ahora, del flujo lineal se halla la longitud media de la fractura  $x_f$  con la Ec. 18:

$$x_f = \frac{3.1918(1.19)}{(0.000832)(16.4)(2500)} \left[ \frac{(1.414)}{(0.12)(1.31 \times 10^{-5})(0.28)} \right]^{0.5} (1)^{0.5} = 199.56 \text{ ft}$$

Para determinar el área del yacimiento es necesario tener el tiempo donde se cruza el flujo lineal con el flujo pseudoestable.

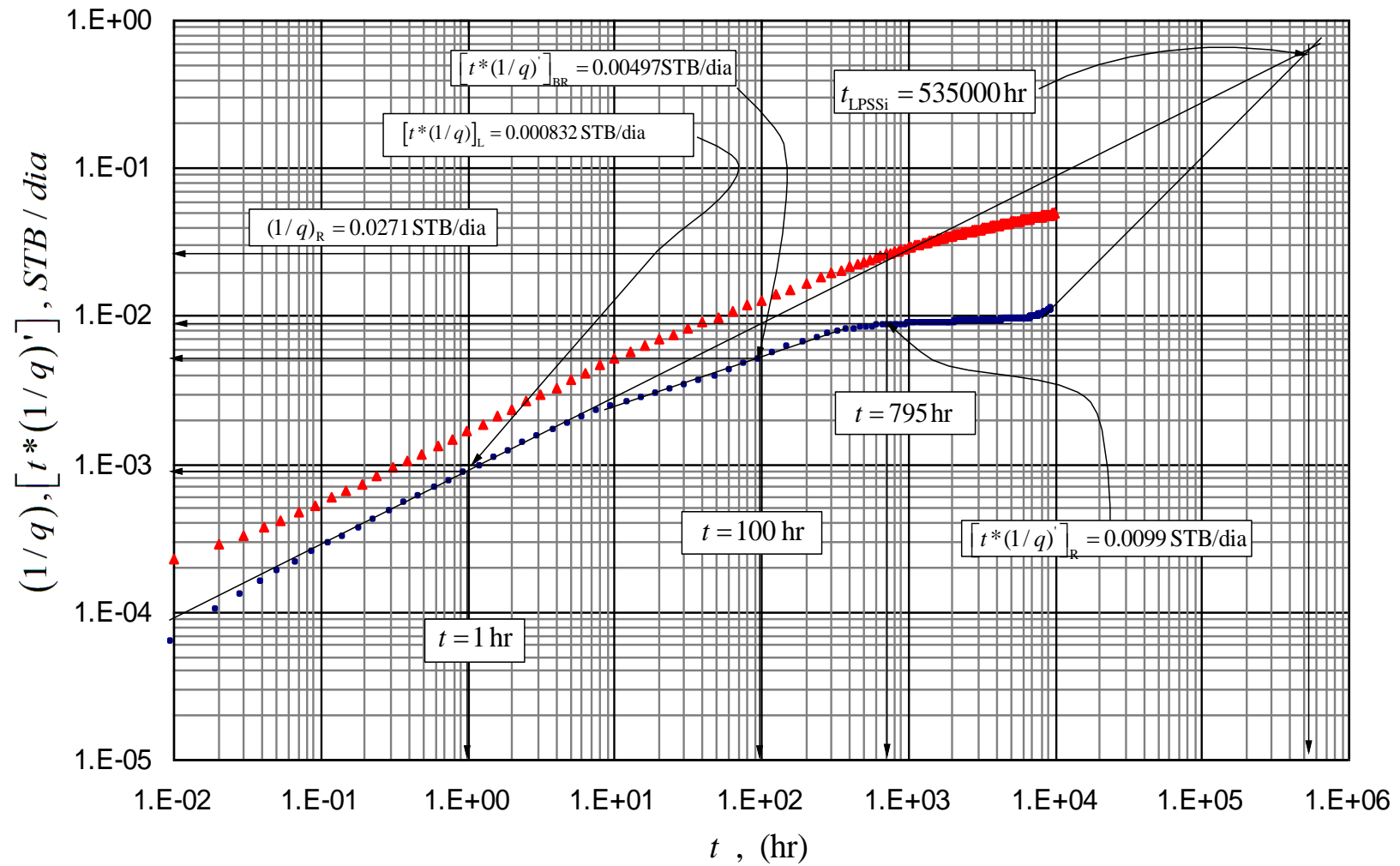
$$t_{LPSSi} = 8550$$

Con la Ec. 34, se tiene que:

$$A = \frac{(200)}{5.79} * \left( \frac{(0.28)(8550)}{(0.12)(1.414)(1.31 \times 10^{-5})} \right)^{0.5} = 1133607.027 \text{ ft}^2$$

Del flujo Birradial es posible hallar el ancho del yacimiento con la Ec. 24:

$$x_e = 200 \left[ \frac{1}{10.91} \left[ \frac{(0.004967)(16.4)(2500)}{(1.2)} \right]^{1.38} \left[ (0.12)(1.31 \times 10^{-5})(8967189.818) \right]^{0.5} \left( \frac{0.28}{1.414} \right)^{0.88} \left( \frac{1}{100.0375} \right)^{0.5} \right]$$



**Fig. 8.** Gráfico log-log del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal Ejemplo Conductividad Infinita pozo de aceite

$$x_e = 1976.26 \text{ ft}$$

Con el fin de definir el tipo de fractura, se utiliza la ecuación (9):

$$C_{fd} = \frac{20000}{(200)(0.28)} * 100 = 320.44$$

Sabiendo que  $C_{fd} > 300$ , se demuestra que la fractura es de conductividad infinita.

En la siguiente tabla se muestran los resultados del análisis por el Método TDS y se compara con los datos de entrada del ejercicio.

**Tabla 3.** Comparación de los resultados (Ejemplo simulado Conductividad Infinita)

<b>Parámetro</b>	<b>Data de entrada</b>	<b>Resultados TDS</b>	<b>% error</b>
<i>k</i>	0.28 md	0.2926 md	4.5
<i>S</i>	-2	-2.17	8.5
<i>X<sub>f</sub></i>	200 ft	199.56 ft	0.22

### 3.2 EJEMPLO FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD INFINITA POZO DE GAS

Se simuló una prueba a presión constante para un pozo productor de gas estimulado hidráulicamente en un yacimiento homogéneo de forma circular considerando fractura de conductividad infinita. Los datos de entrada son mostrados en la Tabla 4.

**Tabla 4.** Data de entrada ejemplo fractura de conductividad infinita pozo de gas

DATA DE ENTRADA			
$C$ (bbl/psi)	0	$x_f$ (ft)	300
$r_w$ (ft)	0.3	$F_c$ (md-ft)	$25 \times 10^3$
$h$ (ft)	150	$P_i$ (psi)	5000
$\phi$ (%)	10	$P_{wf}$ (psi)	4600
$T$ (°F)	212	$r_e$ (ft)	3500
$\gamma_g$	0.9	$c_g$ (psi <sup>-1</sup> )	0.000128664
$k$ (md)	0.25	$t$ (hr)	10000
$P_{cte}$	3000	$S$	-5
$\mu_g$ (cp)	0.02657394	$\Delta m(P)$ (psi)	149600000

- 1) Estimar la permeabilidad y el daño
- 2) Determinar la longitud media de la fractura
- 3) Determinar el área del yacimiento

De la Fig. 9. se obtienen los siguientes datos:

**Tabla 5.** Líneas y puntos característicos (Ejercicio simulado conductividad infinita gas)

<i>Flujo</i>	<i>t, hr</i>	<i>t*(1/q)', STB/D</i>	<i>(1/q), STB/D</i>
<i>Lineal</i>	1	0.0107	
<i>Birradial</i>	10	0.0231	
<i>Radial</i>	1000	0.0795	0.304

Del flujo radial se estima la permeabilidad ( $k$ ) con la Ec. 29:

$$k = \left[ 711.5817 \frac{672}{(150)(149600000)(0.0795)} \right] * 1000$$

$$k = 0.268 \text{ md}$$

Igualmente, se halla el daño ( $s$ ) del flujo radial con la Ec. 30:

$$s = 0.5 \left\{ \frac{(0.304)}{(0.0795)} - \ln \left( \frac{(0.25)(1000)}{(0.1)(0.02657394)(0.000128664)(0.3)^2} \right) + 7.43 \right\}$$

$$s = -5.78$$

Ahora, del flujo lineal se halla la longitud media de la fractura  $x_f$  con la Ec. 21:

$$x_f = \left[ 32.1895 \frac{672}{(150)(149600000)(0.0107)(0.1 * 1.29x^{-4} * 0.026 * 0.268)^{0.5}} \right] * 1000 \text{ ft}$$

$$x_f = 300.49 \text{ ft}$$

Para determinar el área del yacimiento es necesario tener el tiempo donde se cruza el flujo lineal con el flujo pseudoestable y este se obtiene con la ayuda de la Fig. 9.

$$t_{LPSSi} = 1.56x10^6 \text{ hr}$$

Y con la Ec. 34, se tiene que:

$$A = \frac{300}{5.79} \left( \frac{(0.26)(1373359)}{(0.1)(0.0266)(1.29x10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$A = 52854957 \text{ ft}^2$$

Con el fin de definir el tipo de fractura, se utiliza la ecuación (9):

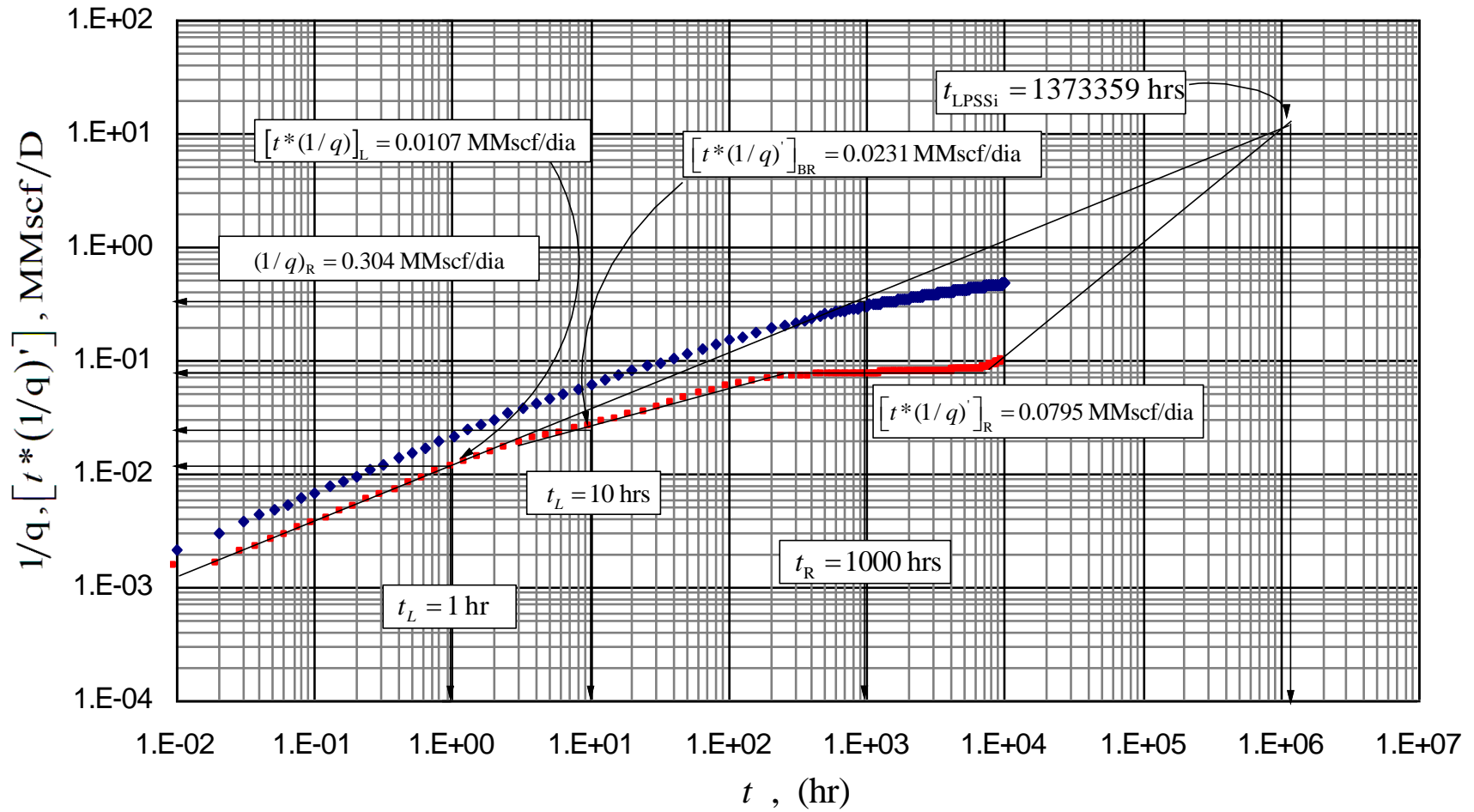
$$C_{fd} = \frac{25000}{(300)(0.25)} * 100 = 333.33$$

Sabiendo que  $C_{fD} > 300$ , se demuestra que la fractura es de conductividad infinita.

En la siguiente tabla se muestran los resultados del análisis por el Método TDS y se compara con los datos de entrada del ejercicio.

**Tabla 6.** Comparación de los resultados (Ejemplo Conductividad Infinita pozo de gas)

<b>Parámetro</b>	<b>Data de entrada</b>	<b>Resultados TDS</b>	<b>% error</b>
$k$	0.25 md	0.268 md	7.2
$S$	-5	-5.78	15.6
$X_f$	300 ft	300.49 ft	0.163



**Fig. 9** Gráfico log-log del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para Ejemplo Conductividad Infinita pozo de gas

### 3.3 EJEMPLO FRACTURA DE CONDUCTIVIDAD FINITA PARA POZO DE GAS

Se simuló una prueba a presión constante para un pozo productor de gas estimulado hidráulicamente en un yacimiento homogéneo de forma circular considerando fracturas de conductividad finitas. Los datos de entrada son mostrados en la Tabla 7.

**Tabla 7.** Data de entrada ejemplo fractura de conductividad finita pozo de gas

DATA DE ENTRADA			
$C$ (bbl/psi)	0	$x_f$ (ft)	400
$r_w$ (ft)	0.3	$F_c$ (md-ft)	1200
$h$ (ft)	150	$P_i$ (psi)	2000
$\phi$ (%)	5	$P_{wf}$ (psi)	1800
$T$ (F)	212	$r_e$ (ft)	4000
$\gamma_g$	0.9	$c_g$ (psi <sup>-1</sup> )	$5.1 \times 10^{-4}$
$k$ (md)	1.5	$t$ (hr)	10000
$P_{cte}$	3000	$s$	-5
$\mu_g$ (cp)	0.01703281	$\Delta m(P)$ (psi)	51235000

- 1) Estimar la permeabilidad y el daño
- 2) Determinar la longitud media de la fractura
- 3) Determinar el área del yacimiento

De la Fig. 10. se obtienen los siguientes datos:

**Tabla 8.** Líneas y puntos característicos (Ejercicio simulado conductividad finita gas)

<i>Flujo</i>	<i>t, hr</i>	<i>t*(1/q)', STB/D</i>	<i>(1/q), STB/D</i>
<i>Bilineal</i>	1	0.000087	
<i>Radial</i>	1000	0.000287	0.0017



Del flujo radial se estima la permeabilidad ( $k$ ) con la Ec. 29:

$$k = 711.5817 \frac{672}{(20)(51235000)(0.000287)}$$

$$k = 1.62 \text{ md}$$

Igualmente, se halla el daño ( $s$ ) del flujo radial con la Ec. 30:

$$s = 0.5 \left\{ \frac{(0.0017)}{(0.000287)} - \ln \left( \frac{(1.5)(1000)}{(0.05)(0.017)(5.1 \times 10^{-4})(0.3)^2} \right) + 7.43 \right\}$$

$$s = -5.5$$

Ahora del flujo bilineal se halla la conductividad de la fractura con la ecuación 15:

$$k_f w_f = \frac{15242.372}{\left[ (0.05)(0.017)(5.1 \times 10^{-4})(1.5) \right]^{0.5}} \left\{ \frac{672}{(20)(51235000)(0.000087)} \right\}^2$$

$$k_f w_f = 1074.04 \text{ md-ft}$$

Para determinar el área del yacimiento es necesario tener el tiempo donde se cruza el flujo bilineal con el flujo pseudoestable y este se obtiene con la ayuda de la Fig. 10.

$$t_{BLPSSi} = 5138.365 \text{ hr}$$

Y con la Ec. 32, se tiene que:

$$A = \frac{\sqrt{1074}}{34.89} \left( \frac{5138.365}{(0.05)(0.017)(5.1 \times 10^{-4})} \right)^{0.75} (1.6)^{0.25}$$

$$A = 37950381.05 \text{ ft}^2$$

Con el fin de definir el tipo de fractura, se utiliza la ecuación (9):

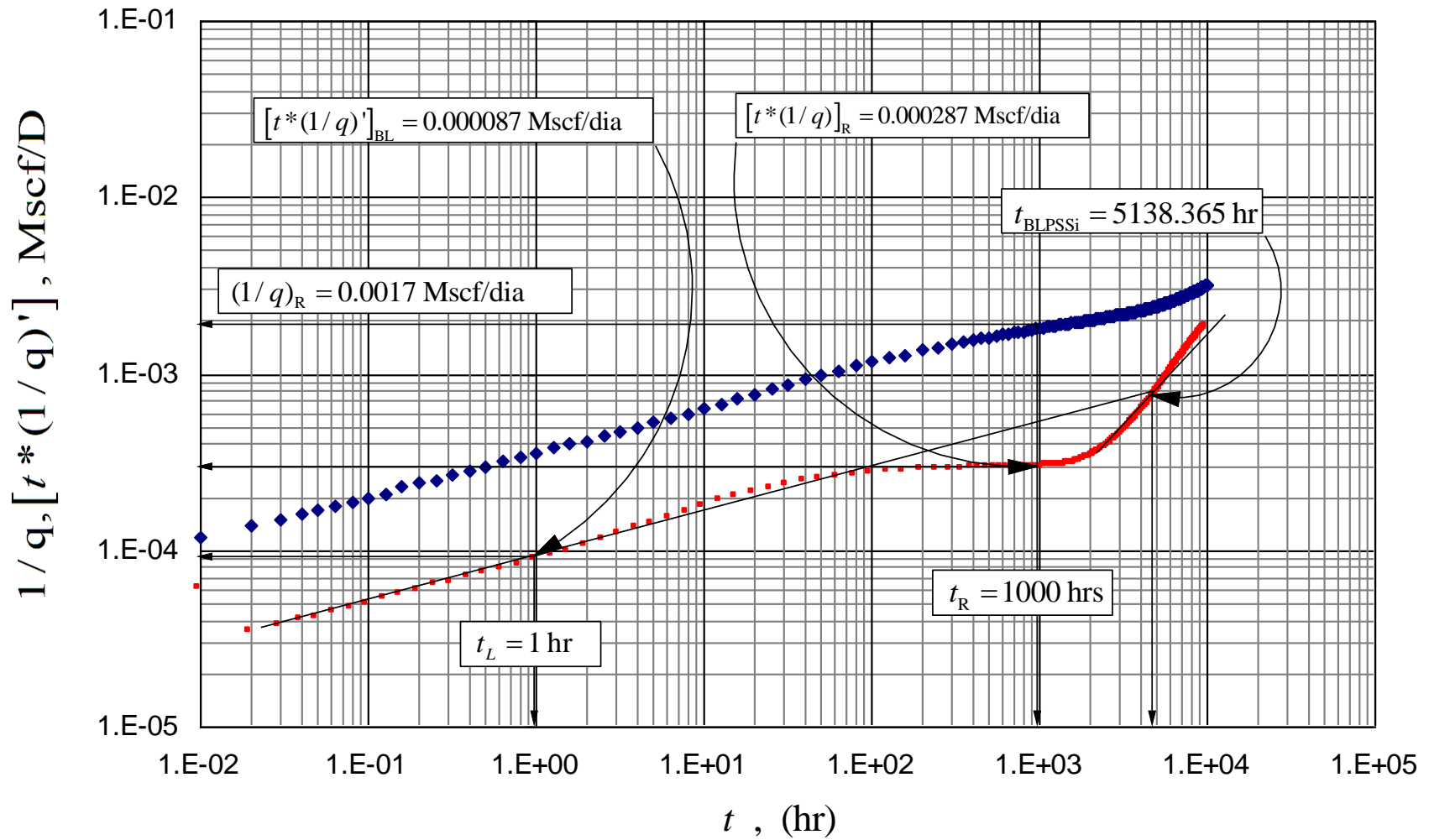
$$C_{fd} = \frac{1200}{(400)(1.62)} * 100 = 7.41$$

Sabiendo que  $C_{fD} < 300$ , se demuestra que la fractura es de conductividad finita.

En la siguiente tabla se muestran los resultados del análisis por el Método TDS y se compara con los datos de entrada del ejercicio.

**Tabla 9.** Comparación de los resultados (Ejemplo conductividad finita pozo de gas)

<b>Parámetro</b>	<b>Data de entrada</b>	<b>Resultados TDS</b>	<b>% error</b>
$k$	1.5 md	1.62 md	8
$S$	-5	-5.55	10
$k_f w_f$	1200 md-ft	1074.04 md-ft	10.5



**Fig. 10** Gráfico log-log del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para ejemplo conductividad finita pozo de gas

### 3.4 EJEMPLO TOMADO DE LA LITERATURA

Arab (2003) presentó datos de caudal en función del tiempo de una prueba a presión de fondo constante en un yacimiento homogéneo para un pozo vertical fracturado hidráulicamente. La data de caudal en función del tiempo es ilustrada en la Tabla 10. Las líneas y puntos característicos fueron identificados de los datos del recíproco del caudal y el tiempo (Fig. 11). La información se resume en la Tabla 11. Los parámetros del yacimiento y del pozo son ilustrados en la Tabla 12.

**Tabla 11.** Líneas y Puntos característicos ejemplo de Arab (2003)

<i>Ejemplo de pozo fracturado</i>	
$t_R$	40.7 hr
$[1/q]_R$	0.000339 día/bls
$t^*[1/q]'_R$	0.000077 día/bls
$t^*[1/q]'_{BLI}$	0.0000173 día/bls
$t^*[1/q]'_{LI}$	0.000054 día/bls
$t'_{BLI}$	0.0124 hr
$t'_{RBLI}$	360 hr
$t'_{RLI}$	2 hr

**Tabla 12.** Datos de entrada para pozo fracturado en yacimiento homogéneo

<i>Ejemplo de pozo fracturado</i>	
<i>Propiedades del pozo</i>	
Radio de pozo, $r_w$	0.29 ft
Factor de daño, $s$	0
Longitud media de la fractura, $x_f$	110 ft
Conductividad de la fractura adimensional, $C_{fD}$	10
Almacenamiento, $C$	0
<i>Propiedades del yacimiento</i>	
Radio de drenaje, $r_e$	Infinito
Espesor neto, $h$	30 ft
Permeabilidad de la formación, $k$	15 md
Saturación de agua irreducible, $S_w$	0
Porosidad, $\phi$	0.2
<i>Propiedades del fluido</i>	
Factor volumétrico, $B$	1.05 RB/STB
Viscosidad del aceite, $\mu$	0.85 cp
Compresibilidad del aceite, $c_o$	0.00003 psi <sup>-1</sup>
Compresibilidad de la formación, $c_f$	0.000001 psi <sup>-1</sup>
Compresibilidad total, $c_t$	0.000031 psi <sup>-1</sup>
<i>Parámetros de producción</i>	
Presión inicial de yacimiento, $P_i$	5200 psi
Presión de fondo fluyendo, $P_{wf}$	3500 psi

**Tabla 10.** Rata de flujo para una prueba a presión de fondo constante en un yacimiento homogéneo con pozo fracturado.

Tiempo hr	rata BPD	Continuación		Continuación	
		hr	BPD	hr	BPD
1.37E-05	176574	0.00199165	62138	0.28153	14753.5
1.56E-05	172294	0.00210938	61236.7	0.307783	14251.1
1.75E-05	168570	0.00223254	60354	0.335964	13759
1.95E-05	165246	0.00236172	59486.8	0.366425	13274.7
2.16E-05	162187	0.00249738	58633.6	0.399564	12796.2
2.39E-05	159313	0.00264027	57790.3	0.435762	12323.3
2.63E-05	156563	0.00279179	56951.6	0.475711	11853.5
2.88E-05	153905	0.00295297	56117.1	0.520271	11386.8
3.15E-05	151298	0.00312479	55285.8	0.570536	10922.8
3.45E-05	148724	0.00330886	54453	0.627824	10462.7
3.77E-05	146166	0.00350767	53613.7	0.69433	10004.2
4.12E-05	143619	0.00372358	52764.6	0.773055	9548.32
4.51E-05	141061	0.00395937	51902.9	0.868413	9095.52
4.94E-05	138483	0.00421896	51020.1	0.986811	8647.61
5.43E-05	135870	0.00450846	50112.2	1.1377	8213.29
5.98E-05	133221	0.00483517	49173.5	1.30687	7852.13
6.62E-05	130509	0.00520938	48192.4	1.48357	7552.31
7.37E-05	127710	0.00564579	47149.5	1.66967	7293.7
8.26E-05	124799	0.00617061	46023.1	1.86615	7062.92
9.35E-05	121740	0.00682512	44774.6	2.07579	6849.82
0.00010665	118680	0.00767522	43393.5	2.30082	6648.45
0.000120552	115896	0.00868193	42023.4	2.54382	6454.74
0.000135194	113316	0.00984008	40685.1	2.80684	6265.94
0.000150702	110880	0.01111187	39440.6	3.09467	6079.64
0.000167292	108541	0.0124815	38288.7	3.41203	5894.53
0.000185147	106274	0.0139459	37201.5	3.76477	5710.11
0.000204454	104064	0.0155401	36154.7	4.15865	5526.29
0.000225405	101898	0.017291	35138.6	4.60464	5341.99
0.000248342	99763.2	0.0192322	34142.9	5.11611	5156.82
0.000273591	97654.4	0.021397	33160.9	5.7109	4970.76
0.00030151	95575	0.0238468	32181.8	6.41221	4783.92
0.000332502	93518.7	0.0266492	31198	7.25631	4595.32
0.000367222	91476.4	0.0298905	30207.2	8.2947	4404.88
0.000406354	89446.7	0.0336704	29203.2	9.58203	4217.95
0.000450689	87430.1	0.0381067	28200.2	11.0853	4045.43
0.000500892	85444.6	0.0429412	27264.1	12.819	3887.57
0.000554935	83579	0.0481645	26379.1	14.8187	3741.5
0.000612543	81814.6	0.0538653	25527.7	17.157	3604.3
0.000674229	80125.7	0.0601352	24700.6	19.9159	3474.14
0.000740301	78501.3	0.0670686	23892.5	23.1925	3349.7
0.000811439	76921.6	0.0748005	23094.8	27.1225	3229.43
0.000888223	75377.4	0.0835081	22303.5	31.8881	3112.75
0.000971175	73862.1	0.0933884	21515.1	37.5394	3002.62
0.00105951	72405.9	0.104656	20731.4	44.19	2898.2
0.00115111	71026.3	0.117589	19951.4	52.1376	2797.98
0.00124509	69731.8	0.132347	19185.6	61.7379	2701.2
0.00134041	68519.8	0.149156	18435.2	73.4768	2607.35
0.00143738	67376.2	0.167573	17739	87.9691	2516.03
0.00153644	66291	0.18677	17102.4	106.153	2427.01
0.00163787	65256.8	0.206898	16508.7	128.635	2342.48
0.00174242	64261.5	0.228219	15945.6	156.471	2261.9
0.00185063	63299.5	0.250951	15404.4	191.33	2184.55
0.00196288	62366.6	0.275219	14881.8	235.468	2117.62
				250	2107.29

Con los datos ya dados, se debe analizar los regímenes de flujo con el fin de encontrar parámetros importantes para el caso de estudio específico, siendo los pozos verticales fracturados hidráulicamente producidos a presión constante. Algunos de estos parámetros son:

1. Conductividad de la fractura,  $F_C$
2. Longitud media de la fractura,  $x_f$ .
3. Factor de daño ( $s$ )

Ahora bien, para comenzar; de la Ec. 28 es posible obtener la permeabilidad de la formación,  $k$ :

$$k = \frac{70.6(0.85)(1.05)}{(30)(1700)(0.000077)} = 16 \text{ md}$$

Usando la Ec. 30, se puede calcular el factor de daño,  $s$ :

$$s = 0.5 \left\{ \frac{3.39 * 10^{-4}}{0.000077} - \ln \left( \frac{(16)(40.7)}{(0.2)(0.85)(3.1 \times 10^{-5})(0.29)^2} \right) + 7.43 \right\} = -4.64$$

El valor de daño negativo confirma que este pozo verdaderamente fue fracturado hidráulicamente.

Ahora, la longitud media de la fractura puede ser calculada de la Ec. 18:

$$x_f = 3.192 \left( \frac{0.85}{(0.2)(3.1 \times 10^{-5})(16)} \right)^{1/2} \left[ \frac{1.05}{(30)(1700)(0.000054)} \right] = 112 \text{ ft}$$

La conductividad de la fractura puede ser estimada de la Ec. 12:

$$k_f w_f = \frac{149.866}{\left[ (0.2)(0.85)(3.1 \times 10^{-5})(16) \right]^{1/2}} \left\{ \frac{(0.85)(1.05)}{(30)(1700)(0.0000173)} \right\}^2 = 18711 \text{ md-ft}$$

Con el fin de definir el tipo de fractura, se utiliza la ecuación (9):

$$C_{fD} = \frac{18711}{(111)(16.5)} = 10.53$$

Sabiendo que  $C_{fD} < 300$ , da como resultado que la fractura es de conductividad finita.

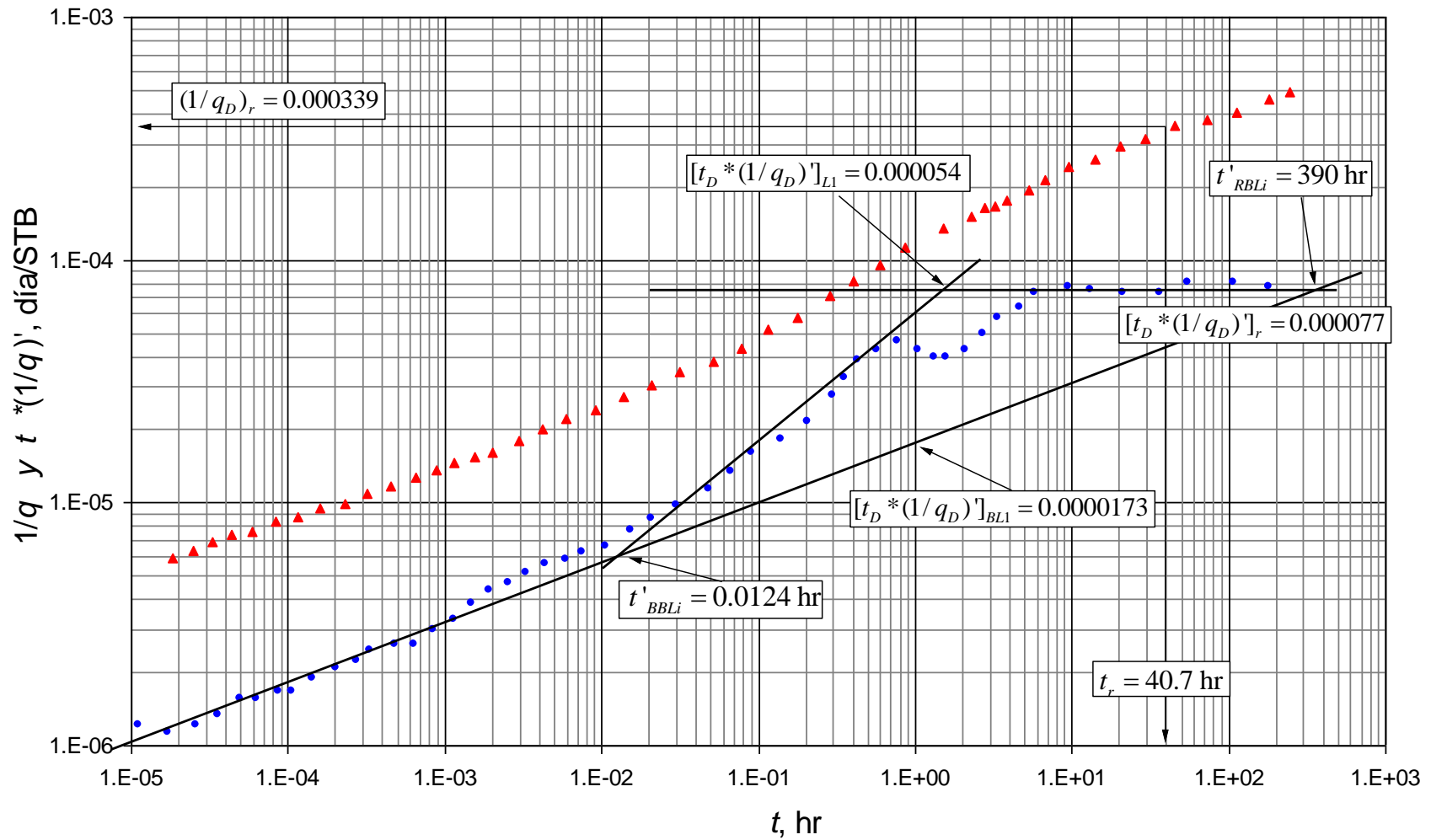
**Análisis de los resultados:**

Como conclusión, los resultados del análisis con la Técnica TDS se muestran muy cercanos a los valores de entrada del ejercicio. La comparación entre los datos de entrada y el resultado de los análisis son ilustrados en la Tabla 13.

**Tabla 13.** Comparación de los resultados (ejemplo Arab 2003)

<b>Parámetro</b>	<b>Data de entrada</b>	<b>Resultados TDS</b>	<b>% error</b>
$k$	15 md	16 md	6.7
$x_f$	110 ft	112 ft	1.82
$C_{fD}$	10	10.53	5.3





**Fig. 11** Gráfico del recíproco del caudal y derivada del recíproco del caudal para el ejemplo de Arab (2003)

## CONCLUSIONES

- Se extendió la técnica TDS, para pozos verticales hidráulicamente fracturados de gas y petróleo que producen a presión constante en yacimientos homogéneos de geometría circular, verificándose satisfactoriamente en la aplicación a pruebas sintéticas y a una prueba de campo real contemplando los casos de fracturas de conductividad finita e infinita.
- Los resultados que se proporcionan en este estudio muestran que los métodos de análisis de pruebas de pozos producidos a presión constante proporcionan la misma información que los métodos convencionales. Por lo tanto, el análisis de los datos de caudal transiente puede ser un método alternativo en la ausencia de datos de presión transiente.
- Nuevas expresiones analíticas y empíricas fueron desarrolladas para algunos parámetros importantes de fractura.

## RECOMENDACIONES

- Al momento de extraer los datos de la curva de la derivada del recíproco del caudal, se debe ser lo más preciso posible con el fin de minimizar el margen de error y obtener resultados satisfactorios usando el método de TDS.
- En las fracturas de conductividad finita es importante tener en cuenta que el flujo bilineal muchas veces se presenta en períodos de flujo muy cortos, por lo que se recomienda extender la pendiente hasta el punto de 1 hora y hacer correcciones por efectos inerciales.

## NOMENCLATURA

$A$	Área de drenaje, ft <sup>2</sup>
$B$	Factor de volumen de formación del aceite, rb/STB
$c_t$	Compresibilidad, 1/psi
$h$	Espesor de la formación, ft
$k$	Permeabilidad de la formación, md
$1/q$	Recíproco del caudal, D/STB
$1/q_D$	Recíproco del caudal adimensional en el pozo
$P_i$	Presión inicial del yacimiento, psia
$P_{wf}$	Presión de fondo fluyente, psi
$P$	Presión, psi
$r_e$	Radio de drenaje, ft
$r_{eD}$	Radio de drenaje adimensional
$r_w$	Radio de pozo, ft
$s$	Factor de daño
$x_f$	Longitud media de la fractura, ft
$h_f$	Altura de la fractura, ft
$k_f$	Permeabilidad de la fractura, md
$w_f$	Ancho de la fractura, ft
$F_C$	Conductividad de la fractura, md-ft
$C_{fD}$	Conductividad de la fractura adimensional
$t$	Tiempo de prueba, hr
$t_D$	Tiempo adimensional
$t_{DA}$	Tiempo adimensional respecto al área de drenaje
$t_{Dxf}$	Tiempo adimensional respecto a la longitud de fractura
$t_D^* 1/q_D'$	Derivada del recíproco del caudal adimensional
$t_{LiPSSi}$	Tiempo de intersección del flujo lineal y el flujo pseudoestable
$t_{RPSSi}$	Tiempo de intersección del flujo radial y el flujo pseudoestable
$t_{BPSSi}$	Tiempo de intersección del flujo birradial y el flujo pseudoestable
$t_{BLPSSi}$	Tiempo de intersección del flujo bilineal y el flujo pseudoestable
$t^*(1/q)$	Derivada del recíproco del caudal, psi

### Griego

$\Delta$	Cambio
$\phi$	Porosidad, fracción
$\rho$	Densidad, lbm/ft <sup>3</sup>
$\mu$	Viscosidad del aceite, cp

## Sufijos

$B_i$	Comienzo, intercepto
$D$	Adimensional
$L$	Lineal
$BL$	Bilineal
$BR$	Birradial
$R$	Radial o pseudoradial
$PSS$	Pseudoestable
$w$	Pozo

## REFERENCIAS

1. Agarwal, R.G., Carter, R. D., and Pollock, C. B. (1979) "Evaluation and Performance Prediction of Low Permeability Gas wells Stimulated by Massive Hydraulic Fracturing", JPT (March 1979) p. 362-72; Trans. AIME, 267.
2. Ahmed, T. (2005) "Advanced Reservoir Engineering", Elsevier. p. 93-111
3. Arps, J. J. (1945) "Analysis of Decline Curves" Petroleum Transaction, AIME, Vol.160, p. 228-47.
4. Azari, M., Wooden, W. O., and Coble, L.E.( 1990) "A Complete Set of Laplace Transforms for Finite-Conductivity Vertical Fractures under Bilinear and Trilinear Flows", Paper SPE 20556 presented at the 1990 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA, September. P. 23-26.
5. Cinco-Ley, H., Samaniego, F., and Dominguez, N. (1978) "Transient Pressure Behavior for a Well with a Finite Conductivity Vertical Fracture", Soc, Pet, Eng. J. (Aug. 1978). P. 265-277.
6. Cinco-Ley, H., and Samaniego, F.(1978) "Transient Pressure Analysis for Fractured Wells", Paper SPE 7490 presented at the 1978 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, October 1-4.
7. Earlougher, R.C., Jr.(1977) "Advances in Well Test Analysis", Monograph series, SPE of AIME, Dallas, 5.
8. Fetkovich, M.J.(1973) "Decline Curve Analysis Using Type Curves", Paper SPE 4629, presented at the 48<sup>th</sup> Annual Meeting of SPE of AIME.
9. Giovani, D.P, Cinco-Ley, H, and Ramey, H.J, Jr.(1981) "Decline Curve Analysis Using Type Curves for Two-Porosity Systems", SPEJ (Jun. 1981). P. 354-62.
10. Guppy, K.H., Kumar, S., and Kagawan, V.D.(1988) "Pressure Transient Analysis for Fractured Wells Producing at Constant Pressure", Paper SPE 13629, Formation Evaluation, March 1988.

11. Ozkan, E., Ohaeri, U., and Raghavan, R.(1987) “Unsteady Flow to a Well Produced at a Constant Pressure in a Fractured Reservoir”, Paper SPE 9902, Formation Evaluation (Jun. 1987).
12. Tiab, D. (1993) “Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type Curve Matching: Skin and Wellbore Storage”, Paper 25476 prepared for the presentation at the production Operation Symposium held in Oklahoma City, OK, USA. March 21-23, 1993.
13. Tiab, D. (1994) “Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type Curve Matching: Vertically Fractured Wells in Closed Systems”, Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 11 (1994). P. 323-333.
14. Van Everdingen, A. F., and Hurst. W. (1949) “The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs”, Trans., AIME, 186 (1949). P. 305-324.
15. Yizhu, L., and Lee, W. J. (1994) “New Solutions for Wells with Finite Conductivity Fracture including Fracture Face Skin: Constant Well Pressure Cases”, SPE 28605, presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA, USA (Sep. 1994).

## ANEXOS

### Apéndice A

Desarrollo de ecuaciones gobernantes de flujo bilineal para aceite por el método convencional y la técnica TDS (*Tiab's Direct Síntesis Technique*).

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

Tiempo adimensional en términos de longitud de fractura  $x_f$ :

$$t_{Dxf} = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \quad (1)$$

Recíproco del caudal adimensional:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh\Delta P}{141.2\mu B} \frac{1}{q} \quad (2)$$

Se plantea la ecuación del flujo bilineal del recíproco del caudal para aceite adimensional:

$$(1/q_D) = \left[ \frac{2.722}{\sqrt{C_{FD}}} \right] t_{Dxf}^{0.25} \quad (3)$$

Reemplazando  $t_{Dxf}$  y  $F_{CD}$ :

$$(1/q_D) = \left( \frac{2.722}{\sqrt{\frac{k_f w_f}{kx_f}}} \right) * \left( \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \right)^{0.25} \quad (4)$$

Agrupando y cancelando términos, se obtiene la ecuación del recíproco del caudal adimensional:

$$(1/q_D) = \left[ \frac{0.3468k^{0.75}}{\sqrt{k_f w_f}} \right] \left( \frac{t}{\phi\mu c_i} \right)^{0.25} \quad (5)$$

Ahora de la Ec. 4 se despeja  $(1/q)$ :



$$\frac{1}{q} = \frac{141.2\mu B}{kh\Delta P} \left( \frac{1}{q_D} \right) \quad (6)$$

Sustituyendo la Ec. 5 en la Ec. 6:

$$\frac{1}{q} = \frac{141.2\mu B}{kh\Delta P} \left[ \frac{0.3468k^{0.75}}{\sqrt{k_f w_f}} \right] \left( \frac{t}{\phi \mu c_i} \right)^{0.25} \quad (7)$$

Se obtiene la ecuación de petróleo para flujo bilineal basándose en la evaluación de la curva del recíproco de la rata usando un gráfico cartesiano de  $(1/q)$  versus  $t^{1/4}$

$$\frac{1}{q} = \frac{48.968\mu B}{h\Delta P \sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i)^{0.25}} t^{0.25} \quad (8)$$

Cuyo gráfico cartesiano produce una pendiente útil para estimar la conductividad de fractura:

$$k_f w_f = \left( \frac{48.968\mu B}{M_{BL} h\Delta P (\phi \mu c_i k)^{0.25}} \right)^2 \quad (9)$$

### Método TDS para Fracturas de Conductividad Finita.

Para utilizar el método TDST se deriva la Ec. 3 con respecto al  $\ln t$ , quedando de la siguiente forma:

$$t_{Dxf}^* (1/q)' = \frac{0.6805}{\sqrt{F_{CD}}} t_{Dxf}^{0.25} \quad (10)$$

La rata recíproca adimensional para el sistema bilineal es:

$$(1/q_D)' = \frac{26.856x_f^2 \phi c_i h\Delta P}{B} (1/q)' \quad (11)$$

Después de sustituir los parámetros adimensionales, se obtiene:

$$t^* (1/q)' = \frac{12.242\mu B}{h\Delta P \sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i k)^{0.25}} t^{0.25} \quad (12)$$

La cual equivale a:

$$t^* (1/q)' = 0.25 M_{BL} t^{0.25} \quad (13)$$

Donde  $M_{BL}$  se define en la Ec. 8. Tomando logaritmo a los dos miembros de la Ec.13 se llega a:

$$\log [t^*(1/q)'] = 0.25 \log(t) + \log(0.25M_{BL}) \quad (14)$$

Lo que demuestra que un gráfico log-log de  $[t^*(1/q)']$  versus tiempo produce una recta de pendiente  $1/4$  cuando el flujo bilineal es dominante, similar a lo establecido por Tiab et al. (1999) para el caso de presión. A  $t = 1$  hr, extrapolado si se requiere, la Ec. 14 produce:

$$[t^*(1/q)']_{BL1} = 0.25M_{BL} \quad (15)$$

Luego:

$$M_{BL} = 4[t^*(1/q)']_{BL1} \quad (16)$$

Comparando con  $M_{BL}$  de la Ec. 9.

$$[t^*(1/q)']_{BL1} = 0.25(1/q)_{BL1} \quad (17)$$

Lo que comprueba que entre el recíproco del caudal y su derivada hay cuatro unidades, similar al caso de presión. La conductividad se haya reemplazado la Ec. 17 en la Ec. 9, quedando de la siguiente forma:

$$k_f w_f = \frac{149.866}{(\phi \mu c, k)^{1/2}} \left\{ \frac{T}{h \Delta P [t^*(1/q)']_{BL1}} \right\}^2 \quad (18)$$

## Apéndice B

Desarrollo de ecuaciones gobernantes de flujo bilineal para gas por el método convencional y la técnica TDS (*Tiab's Direct Síntesis Technique*).

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

Tiempo adimensional en términos de longitud de fractura  $x_f$ :

$$t_{Dxf} = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \quad (1)$$

Recíproco del caudal adimensional:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh[\Delta m(P)]}{1424T} \frac{1}{q} \quad (2)$$

Se plantea la ecuación del flujo bilineal del recíproco del caudal para aceite adimensional:

$$(1/q_D) = \left[ \frac{2.722}{\sqrt{C_{fD}}} \right] t_{Dxf}^{0.25} \quad (3)$$

Reemplazando  $t_{Dxf}$  y  $C_{fD}$ :

$$(1/q_D) = \left( \frac{2.722}{\sqrt{\frac{k_f w_f}{kx_f}}} \right) * \left( \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \right)^{0.25} \quad (4)$$

Agrupando y cancelando términos, se obtiene la ecuación del recíproco del caudal adimensional:

$$(1/q_D) = \left[ \frac{0.3468k^{0.75}}{\sqrt{k_f w_f}} \right] \left( \frac{t}{\phi\mu c_i} \right)^{0.25} \quad (5)$$

Ahora de la Ec. 4 se despeja  $(1/q)$ :

$$\frac{1}{q} = \frac{1424T}{kh[\Delta m(P)]} \left( \frac{1}{q_D} \right) \quad (6)$$

Sustituyendo la Ec. 5 en la Ec. 6:

$$\frac{1}{q} = \frac{1424T}{kh[\Delta m(P)]} \left[ \frac{0.3468k^{0.75}}{\sqrt{k_f w_f}} \right] \left( \frac{t}{\mu c_i \phi} \right)^{0.25} \quad (7)$$

Se obtiene la ecuación de petróleo para flujo bilineal basándose en la evaluación de la curva del recíproco de la rata usando un gráfico cartesiano de  $(1/q)$  versus  $t^{1/4}$

$$\frac{1}{q} = \frac{493.84T}{h[\Delta m(P)]\sqrt{k_f w_f} (k\mu c_i \phi)^{0.25}} t^{0.25} \quad (8)$$

Cuyo gráfico cartesiano produce una pendiente útil para estimar la conductividad de fractura:

$$k_f w_f = \left( \frac{493.84T}{M_{BL} h[\Delta m(P)] (\phi \mu c_i k)^{0.25}} \right)^2 \quad (9)$$

### Método TDS para Fracturas de Conductividad Finita.

Para utilizar el método TDS se deriva la Ec. 8 con respecto al  $\ln t$ , quedando de la siguiente forma:

$$t^* (1/q)' = \frac{123.46T}{h[\Delta m(P)]\sqrt{k_f w_f} (\phi \mu c_i k)^{0.25}} t^{0.25} \quad (10)$$

La cual equivale a:

$$t^* (1/q)' = 0.25 M_{BL} t^{0.25} \quad (11)$$

Donde  $M_{BL}$  se define en la Ec. 8. Tomando logaritmo a los dos miembros de la Ec.11 se llega a:

$$\log[t^* (1/q)'] = 0.25 \log(t) + \log(0.25 M_{BL}) \quad (12)$$

Lo que demuestra que un gráfico log-log de  $[t^*(1/q)']$  versus tiempo produce una recta de pendiente 0.25 cuando el flujo bilineal es dominante, similar a lo establecido por Tiab et al. (1999) para el caso de presión. A  $t = 1$  hr, extrapolado si se requiere, la Ec. 12 produce:

$$[t^* (1/q)']_{BL1} = 0.25 M_{BL} \quad (13)$$

Luego:

$$M_{BL} = 4[t^*(1/q)']_{BL1} \quad (14)$$

Comparando con  $M_{BL}$  de la Ec. 9

$$[t^*(1/q)']_{BL1} = 0.25(1/q)_{BL1} \quad (15)$$

Lo que comprueba que entre el recíproco del caudal y su derivada hay cuatro unidades, similar al caso de presión. La conductividad se haya reemplazado la Ec. 15 en la Ec. 9, quedando de la siguiente forma:

$$k_f w_f = \frac{15242.372}{(\phi \mu c_t k)^{1/2}} \left\{ \frac{T}{h[\Delta m(P)][t^*(1/q)']_{BL1}} \right\}^2 \quad (16)$$

## Apéndice C

Desarrollo de ecuaciones gobernantes de flujo lineal para aceite por el método convencional y la técnica TDS (*Tiab's Direct Síntesis Technique*).

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

Tiempo adimensional en términos de longitud de fractura  $x_f$ :

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \quad (1)$$

Recíproco del caudal adimensional:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh\Delta P}{141.2\mu B} \frac{1}{q} \quad (2)$$

La solución a la ecuación de flujo en el espacio real para flujo lineal es:

$$q_D = \frac{2}{\pi^{1.5}} t_{Dxf}^{-0.5} \quad (3)$$

Cuya rata recíproca adimensional es:

$$\frac{1}{q_D} = 2.7842 t_{Dxf}^{0.5} \quad (4)$$

Reemplazando los valores adimensionales, se tiene:

$$\frac{1}{q_D} = 2.7842 \left( \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \right)^{0.5} \quad (5)$$

$$\frac{1}{q_D} = 0.04521 \left( \frac{kt}{\phi\mu c_i x_f^2} \right)^{0.5} \quad (6)$$

Dejando la Ec.2 expresada en el recíproco del caudal real se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{q} = \frac{141.2\mu B}{kh\Delta P} \left( \frac{1}{q_D} \right) \quad (7)$$

Reemplazando la Ec. 6 en la Ec. 7 se obtiene la ecuación de petróleo para flujo lineal basándose en la evaluación de la curva del recíproco de la rata usando un gráfico cartesiano de  $(1/q)$  versus  $t^{1/2}$

$$\frac{1}{q} = \frac{6.3836B}{x_f h \Delta P} \left( \frac{\mu}{k \phi c_i} \right)^{0.5} t_{Dxf}^{0.5} \quad (8)$$

Para determinar la longitud de fractura se despeja de la ecuación anterior:

$$x_f = \frac{6.3836B}{M_L h \Delta P} \left( \frac{\mu}{k \phi c_i} \right)^{0.5} t_{Dxf}^{0.5} \quad (9)$$

### **Método TDS para Fracturas de Conductividad Infinita.**

Para utilizar el método TDS se deriva la Ec. 8 con respecto al  $\ln t$ , quedando de la siguiente forma:

$$t^* (1/q)' = \frac{3.1918B}{x_f h \Delta P} \left( \frac{\mu}{\phi c_i k} \right)^{0.5} t^{0.5} \quad (10)$$

De la ecuación se puede despejar la longitud de fractura reagrupando la ecuación:

$$x_f = \frac{3.1918B}{[t^* (1/q)'] h \Delta P} \left( \frac{\mu}{\phi c_i k} \right)^{0.5} t^{0.5} \quad (11)$$

## Apéndice D

Desarrollo de ecuaciones gobernantes de flujo lineal para gas por el método convencional y la técnica TDS (*Tiab's Direct Síntesis Technique*).

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

Tiempo adimensional en términos de longitud de fractura  $x_f$  :

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_r x_f^2} \quad (1)$$

Recíproco del caudal adimensional:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh[\Delta mP]}{1424T} \frac{1}{q} \quad (2)$$

La solución a la ecuación de flujo en el espacio real para flujo lineal es:

$$q_D = \frac{2}{\pi^{1.5}} t_{Dxf}^{-0.5} \quad (3)$$

Cuya rata recíproca adimensional es:

$$\frac{1}{q_D} = 2.7842 t_{Dxf}^{0.5} \quad (4)$$

Reemplazando los valores adimensionales, se tiene:

$$\frac{1}{q_D} = 2.7842 \left( \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_r x_f^2} \right)^{0.5} \quad (5)$$

$$\frac{1}{q_D} = 0.04521 \left( \frac{kt}{\phi\mu c_r x_f^2} \right)^{0.5} \quad (6)$$

Dejando la Ec.2 expresada en el recíproco del caudal real se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{q} = \frac{1424T}{kh[\Delta m(P)]} \left( \frac{1}{q_D} \right) \quad (7)$$



Reemplazando la Ec. 6d en la Ec. 7 Se obtiene la ecuación de petróleo para flujo lineal basándose en la evaluación de la curva del recíproco de la rata usando un gráfico cartesiano de  $(1/q)$  versus  $t^{1/2}$

$$\frac{1}{q} = \frac{64.382t}{x_f h [\Delta m(P)] (k \mu c_i \phi)} t_{Dxf}^{0.5} \quad (8)$$

Para determinar la longitud de fractura se despeja de la ecuación anterior:

$$x_f = \frac{64.382T}{M_L h [\Delta m(P)] (k \mu c_i \phi)} t_{Dxf}^{0.5} \quad (9)$$

### **Método TDS para Fracturas de Conductividad Infinita.**

Para utilizar el método TDS se deriva la Ec. 8 con respecto al  $\ln t$ , quedando de la siguiente forma:

$$t^* (1/q)' = \frac{32.1895T}{x_f h [\Delta mP] (\phi \mu c_i k)^{0.5}} t^{0.5} \quad (10)$$

De la ecuación se puede despejar la longitud de fractura reagrupando la ecuación:

$$x_f = \frac{32.1895T}{h [\Delta mP] [t^* (1/q)'] (\phi \mu c_i k)^{0.5}} t^{0.5} \quad (11)$$

## Apéndice E

Desarrollo de ecuaciones gobernantes de flujo birradial para aceite por el método convencional y la técnica TDS (*Tiab's Direct Síntesis Technique*).

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

Tiempo adimensional en términos de área:

$$t_{DA} = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i A} \quad (1)$$

Recíproco del caudal adimensional:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh\Delta P}{141.2\mu B} \frac{1}{q} \quad (2)$$

El planteamiento de la ecuación del flujo birradial de forma dimensional es:

$$(1/q_D) = 2.1361 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t_{DA}^{0.36} \quad (3)$$

Sustituyendo la Ec. 1:

$$(1/q_D) = 2.1361 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i A} \right)^{0.36} \quad (4)$$

Despejando la ecuación anterior en términos del recíproco del caudal dimensional:

$$(1/q_D) = 0.10995 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{k}{\phi\mu c_i A} \right)^{0.36} t^{0.36} \quad (5)$$

Despejando la Ec. 2 y dejándola en términos del recíproco del caudal real queda de la siguiente forma:

$$\frac{1}{q} = \frac{141.2\mu B}{kh\Delta P} \left( \frac{1}{q_D} \right) \quad (6)$$

Reemplazando la Ec. 5 en la Ec. 6, se tiene:

$$\frac{1}{q} = \frac{141.2\mu B}{kh\Delta P} \left[ 0.10995 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{k}{\phi\mu c_i A} \right)^{0.36} t^{0.36} \right] \quad (7)$$

Obteniendo así la ecuación de petróleo para flujo birradial en un plano convencional:

$$(1/q) = \frac{15.52B}{h\Delta P(\phi c_i A)^{0.36}} \left( \frac{\mu}{k} \right)^{0.64} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t^{0.36} \quad (8)$$

Para implementar la técnica TDS se deriva con respecto al  $\ln t$  con la pendiente de 0.36:

$$[t_D * (1/q)'] = \frac{5.5891B}{h\Delta P(\phi c_i A)^{0.36}} \left( \frac{\mu}{k} \right)^{0.64} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t^{0.36} \quad (9)$$

De donde se puede hallar el ancho de yacimiento,  $x_e$ :

$$x_e = x_f \left[ \frac{1}{10.91} \left[ \frac{[t_D * (1/q)'] h\Delta P}{B} \right]^{1.38} (\phi c_i A)^{0.5} \left( \frac{k}{\mu} \right)^{0.88} \left( \frac{1}{t} \right)^{0.5} \right] \quad (10)$$

## Apéndice F

Desarrollo de ecuaciones gobernantes de flujo Birradial para gas por el método convencional y la técnica TDS (*Tiab's Direct Síntesis Technique*).

Para el desarrollo matemático se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

Pseudo tiempo adimensional en términos de área:

$$t_{DA} = \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i A} \quad (1)$$

Recíproco del caudal adimensional:

$$\frac{1}{q_D} = \frac{kh[\Delta mP]}{1424T} \frac{1}{q} \quad (2)$$

El planteamiento de la ecuación del flujo Birradial de forma dimensional es:

$$(1/q_D) = 2.1361 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t_{DA}^{0.36} \quad (3)$$

Sustituyendo la Ec. 1:

$$(1/q_D) = 2.1361 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{0.0002637kt}{\phi\mu c_i A} \right)^{0.36} \quad (4)$$

Despejando la ecuación anterior en términos del recíproco del caudal dimensional:

$$(1/q_D) = 0.10995 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{k}{\phi\mu c_i A} \right)^{0.36} t^{0.36} \quad (5)$$

Despejando la Ec. 2 dejándola en términos del recíproco del caudal real queda de la siguiente forma:

$$\frac{1}{q} = \frac{1424T}{kh[\Delta m(P)]} \left( \frac{1}{q_D} \right) \quad (6)$$

Reemplazando la Ec. 5 en la Ec. 6, se tiene:

$$\frac{1}{q} = \frac{1424T}{kh[\Delta m(P)]} \left[ 0.10995 \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} \left( \frac{k}{\phi\mu c_i A} \right)^{0.36} t^{0.36} \right] \quad (7)$$

Obteniendo así la ecuación de petróleo para flujo birradial en un plano convencional:

$$(1/q) = \frac{156.5688T}{h[\Delta m(P)](\phi\mu c_i A)^{0.36}} \left( \frac{1}{k} \right)^{0.64} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t^{0.36} \quad (8)$$

Para implementar la técnica TDS se deriva con respecto al  $\ln t$  con la pendiente de 0.36:

$$[t_D * (1/q)'] = \frac{56.365T}{h[\Delta mP](\phi\mu c_i A)^{0.36}} \left( \frac{1}{k} \right)^{0.64} \left( \frac{x_e}{x_f} \right)^{0.72} t^{0.36} \quad (9)$$

De la ecuación anterior se puede despejar bien sea el área o la longitud total del yacimiento o cualquiera de las propiedades expuestas en la expresión.

## Apéndice G

Desarrollo de la ecuación gobernante del flujo pseudoestable

Para poder igualar las ecuaciones entre los regímenes de flujo, es necesario deducir la ecuación para estado pseudoestable. Esto se hace con la ayuda de un gráfico logarítmico de  $[t_{DA}^*(1/q_D)']$  vs  $t_{DA}$  generado para varios radios de yacimiento, con el fin de encontrar la mejor pendiente unitaria y así representar lo mejor posible el estado pseudoestable.

Para generar la data se utilizó el programa TRA (Rate Transient Analysis) creado y desarrollado por el grupo de investigación GIPP (Grupo de Investigación en Pruebas de Pozos). A continuación se ilustran los valores de entrada con los cuales se generó la data:

Delta de presión,  $\Delta P = 300$  psi  
Daño al yacimiento,  $s = 0$   
Almacenamiento en el pozo,  $C = 0$  bbl/psi  
Espesor de la formación,  $h = 50$  ft  
Compresibilidad de la formación,  $c_t = 1 \times 10^{-5}$  psi<sup>-1</sup>  
Radio del pozo,  $r_w = 0.5$  ft  
Porosidad,  $\phi = 20$  %  
Factor volumétrico,  $B = 1.2$  rb/STB  
Longitud media de la fractura,  $x_f = 200$  ft  
Conductividad de la fractura,  $k_{wf} = 10000$  md-cp  
Radio de yacimiento,  $r_e = 100-500$   
Pseudopresión,  $\Delta m(P) = 6 \times 10^6$  psi  
Número de datos = 1000  
Temperatura,  $T = 700$  R  
Yacimiento homogéneo, fronteras cerradas  
Fractura de conductividad finita

Se graficaron los datos con valores de radio de yacimiento desde  $r_e = 100$  hasta  $r_e = 500$ . Los resultados se ven en la Fig. 7. Donde el estado pseudoestable de pendiente unitaria se ve representado desde  $t_{DA} = 6 \times 10^{-2}$  hasta  $t_{DA} = 3 \times 10^{-1}$ . Lo que permite tomar la curva de radio de yacimiento  $r_e = 200$  ft, como la curva que mejor representa al estado pseudoestable.

Ahora se dará paso al desarrollo matemático para hallar la ecuación que mejor represente el estado pseudoestable para las características de nuestro caso de estudio que son los pozos de gas y aceite fracturados hidráulicamente producidos a presión constante.

Se sabe que:

$$y = mx + b$$

Tomando los datos de forma adimensional:

$$[t^*(1/q_D)'] = m(t_{DA}) + b$$

Ubicando logaritmo a los dos miembros de la ecuación:

$$\log[t^*(1/q_D)'] = \log(mt_{DA}) + \log(b)$$

Con los puntos representativos para  $r_e = 200$  ft y con la ecuación de la recta en un espacio logarítmico es posible hallar el intercepto.

Entonces:

$$\log(b) = \log(mt_{DA}) - \log[t^*(1/q_D)']$$

Pero, como  $m = 1$ :

$$\log(b) = \log(t_{DA}) - \log[t^*(1/q_D)']$$

Y si:

$$\log(t_{DA}) - \log[t^*(1/q_D)'] = f$$

Entonces se tiene que:

$$\log b = 0.9743$$

Quitando el logaritmo:

$$b = 9.4254$$

Ahora, ya entendido el desarrollo matemático y dejando todo en términos de  $\pi$ , se obtiene la ecuación gobernante del flujo pseudoestable:

$$[t^*(1/q_D)'] = 3\pi(t_{DA})$$

