

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS						  
	CARTA DE AUTORIZACIÓN						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-06	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2015	PÁGINA	1 de 2

Neiva, 29 de Octubre de 2015

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Laura Natalia Salcedo Pinzón , con C.C. No. 1075275056 ,

_____, con C.C. No. _____,

_____, con C.C. No. _____,

_____, con C.C. No. _____,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado METODOLOGÍA PARA INTERPRETAR PRUEBAS DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS HOMOGÉNEOS FRACTALES CON FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS, presentado y aprobado en el año 2015 como requisito para optar al título de Ingeniero de petróleos;

autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS						  
	CARTA DE AUTORIZACIÓN						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-06	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2015	PÁGINA	2 de 2

• Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Laura Jakedo Pinzón

Firma: _____

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: _____

Firma: _____

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2015	PÁGINA	1 de 5

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Metodología para interpretar pruebas de presión en yacimientos homogéneos fractales con fluidos no newtonianos.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Salcedo Pinzón	Laura Natalia

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Escobar Macualo	Freddy Humberto

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Ingeniero de Petróleos

FACULTAD: Ingeniería

PROGRAMA O POSGRADO: Petróleos

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2015 **NÚMERO DE PÁGINAS:** 97

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2015	PÁGINA	2 de 5

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas x Fotografías x Grabaciones en discos ___ Ilustraciones en general x Grabados ___ Láminas ___
 Litografías ___ Mapas ___ Música impresa ___ Planos ___ Retratos ___ Sin ilustraciones ___ Tablas o Cuadros x

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Dimensión fractal	Fractal dimension	6. _____	_____
2. Índice de conductividad	Conductivity index	7. _____	_____
3. Comportamiento de flujo	Flow behaviour	8. _____	_____
4. Homogéneo	Homogenous	9. _____	_____
5. Yacimiento fractal	Fractal reservoir	10. _____	_____

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Para el estudio de las distintas clases de yacimientos se han hecho varias suposiciones, entre ellas asumir que la permeabilidad y la conductividad son uniformes en el yacimiento, además se asume que los fluidos se comportan como newtonianos, es decir que existe una relación lineal entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad. Aunque esta suposición ha sido válida por muchos años, en la actualidad las condiciones en las que se encuentran los estratos de interés son cada vez más complejos, y por lo tanto la clasificación de los fluidos como de comportamiento newtoniano no sería preciso según la teoría.

En el desarrollo del presente proyecto se plantea un método de estudio para yacimientos que se pueden clasificar de manera correcta como yacimientos homogéneos, y que contengan fluidos con características tanto newtonianas como no newtonianas; una forma



GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS

DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO



CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2015

PÁGINA

3 de 5

en la que se puede estudiar más fácilmente esta clase de yacimientos es mediante la geometría fractal, la cual asume que una fracción de éste, representa al patrón que se repite a lo largo del yacimiento a diferentes escalas.

En este trabajo se busca desarrollar ecuaciones con base en los análisis realizados en las gráficas de presión y derivada de la presión adimensional contra tiempo, que permitan encontrar parámetros que puedan proporcionar la caracterización de los yacimientos homogéneos fractales los cuales son la dimensión fractal D_f , el índice de conductividad θ , y además observar la incidencia del índice de comportamiento de flujo sobre los parámetros mencionados.

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2015	PÁGINA	4 de 5

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

For the study of different classes of reservoirs there have been made several assumptions, one of them is that the permeability and conductivity are uniform in the reservoir, and also fluids inside them behave as Newtonian, namely that a linear relationship is assumed between shear stress and velocity gradient. Although this assumption has been valid for many years, nowadays the conditions of the layers of interest are increasingly complex, and therefore the classification as Newtonian fluid behavior would not be accurate according to the theory.

In this thesis a method of study for reservoirs that can be classified correctly as homogeneous reservoirs is presented, and containing either Newtonian fluids or non-Newtonian fluids; and a way that can be more easily study this kind of deposits is by fractal geometry, which assumes that a fraction of this reservoir represents the pattern repeated through it at different scales.

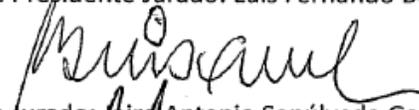
This work seeks to develop equations based on the analysis of graphs of pressure and pressure derivative of the dimensionless pressure against time, that will allow us to find parameters that can provide the characterization of homogeneous fractal reservoirs, which are the fractal dimension Df , the index θ conductivity, and also to look at the impact of flow behavior index on the above parameters.

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS				  		
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2015	PÁGINA	5 de 5

APROBACION DE LA TESIS

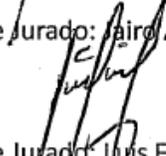
Nombre Presidente Jurado: Luis Fernando Bonilla Camacho

Firma:



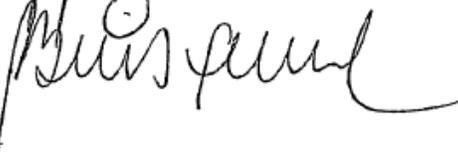
Nombre Jurado: Jairo Antonio Sepúlveda Gaona

Firma:



Nombre Jurado: Luis Fernando Bonilla Camacho

Firma:



**METODOLOGÍA PARA INTERPRETAR PRUEBAS DE PRESIÓN EN
YACIMIENTOS HOMOGÉNEOS FRACTALES CON FLUIDOS NO
NEWTONIANOS**



PRESENTADO POR:

LAURA NATALIA SALCEDO PINZÓN

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
Neiva, Huila
Mayo de 2015**

**METODOLOGÍA PARA INTERPRETAR PRUEBAS DE PRESIÓN EN
YACIMIENTOS HOMOGÉNEOS FRACTALES CON FLUIDOS NEWTONIANOS
Y NO NEWTONIANOS**



PRESENTADO POR:

LAURA NATALIA SALCEDO PINZÓN

**Proyecto de Grado presentado como requisito para optar
al título de Ingeniero de Petróleos**

**Director: FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO
Doctor en Ingeniería de Petróleos**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS
Neiva, Huila
Mayo de 2015**

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

RESUMEN

Para el estudio de las distintas clases de yacimientos se han hecho varias suposiciones, entre ellas asumir que la permeabilidad y la conductividad son uniformes en el yacimiento, además se asume que los fluidos se comportan como newtonianos, es decir que existe una relación lineal entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad. Aunque esta suposición ha sido válida por muchos años, en la actualidad las condiciones en las que se encuentran los estratos de interés son cada vez más complejos, y por lo tanto la clasificación de los fluidos como de comportamiento newtoniano no sería preciso según la teoría.

En el desarrollo del presente proyecto se plantea un método de estudio para yacimientos que se pueden clasificar de manera correcta como yacimientos homogéneos, y que contengan fluidos con características tanto newtonianas como no newtonianas; una forma en la que se puede estudiar más fácilmente esta clase de yacimientos es mediante la geometría fractal, la cual asume que una fracción de éste, representa al patrón que se repite a lo largo del yacimiento a diferentes escalas.

En este trabajo se busca desarrollar ecuaciones con base en los análisis realizados en las gráficas de presión y derivada de la presión adimensional contra tiempo, que permitan encontrar parámetros que puedan proporcionar la caracterización de los yacimientos homogéneos fractales los cuales son la dimensión fractal D_f , el índice de conductividad θ , y además observar la incidencia del índice de comportamiento de flujo sobre los parámetros mencionados.

ABSTRACT

For the study of different classes of reservoirs there have been made several assumptions, one of them is that the permeability and conductivity are uniform in the reservoir, and also fluids inside them behave as Newtonian, namely that a linear relationship is assumed between shear stress and velocity gradient. Although this assumption has been valid for many years, nowadays the conditions of the layers of interest are increasingly complex, and therefore the classification as Newtonian fluid behavior would not be accurate according to the theory.

In this thesis a method of study for reservoirs that can be classified correctly as homogeneous reservoirs is presented, and containing either Newtonian fluids or non-Newtonian fluids; and a way that can be more easily study this kind of deposits is by fractal geometry, which assumes that a fraction of this reservoir represents the pattern repeated through it at different scales.

This work seeks to develop equations based on the analysis of graphs of pressure and pressure derivative of the dimensionless pressure against time, that will allow us to find parameters that can provide the characterization of homogeneous fractal reservoirs, which are the fractal dimension Df , the index θ conductivity, and also to look at the impact of flow behavior index on the above parameters.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	10
CAPÍTULO 1: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	12
1.1 PROPIEDADES DE LA ROCA.....	12
1.1.1. Permeabilidad	12
1.1.1.1. Tipos de permeabilidad	12
1.1.1.1.1 Permeabilidad absoluta	12
1.1.1.1.2 Permeabilidad efectiva	12
1.1.1.1.3 Permeabilidad relativa.....	13
1.1.2. Porosidad	13
1.1.2.1. Porosidad absoluta.....	13
1.1.2.2. Porosidad efectiva	13
1.2. GEOMETRÍA FRACTAL.....	14
1.2.1. Dimensión fractal	14
1.2.1. Dimensión de autosimilitud.....	16
1.3. FLUIDOS.....	17
1.3.1. Fluidos newtonianos	17
1.3.2. Fluidos no newtonianos	17
1.4. YACIMIENTO FRACTAL.....	19
1.5. LEY DE POTENCIA DE OSTWALD DE WAELE	21
CAPÍTULO 2: MODELO MATEMÁTICO.....	23
2.1. DESCRIPCIÓN DEL MODELO	24
CAPÍTULO 3: ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN PARA YACIMIENTOS HOMOGÉNEOS FRACTALES.....	27
3.1. MODELO PARA YACIMIENTOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS ..	27
3.1.1 Regímenes de flujo	28
3.1.2. Análisis de la presión y la derivada de la presión adimensional	29
3.1.3 Dimensión fractal (D_f).....	30
3.1.3.1. Generación de la correlación para el cálculo de la dimensión fractal, D_f	30
3.1.3.2. Determinación de D_f mediante la pendiente del flujo radial.....	32
3.1.4 Exponente fractal (θ)	35

3.1.4.1.	Generación de las correlaciones para el cálculo del exponente fractal, θ	35
3.1.4.2.	Determinación de θ mediante la pendiente del flujo radial.....	38
3.1.4.3.	Determinación de θ mediante la ecuación propuesta por Chang y Yortsos (1990)	38
3.2.	MODELO PARA YACIMIENTOS CON FLUIDOS NEWTONIANOS	39
3.2.1	Análisis de la presión y de la derivada de la presión adimensional	39
3.2.2.	Dimensión fractal (D_f).....	40
3.2.2.1.	Generación de la correlación para el cálculo de la dimensión fractal, D_f	40
3.2.2.2.	Determinación de D_f mediante la pendiente del flujo radial.....	42
3.2.3	Exponente fractal (θ)	45
3.2.3.1.	Generación de las correlaciones para el cálculo del exponente fractal, θ	45
3.2.3.2.	Determinación de θ mediante la pendiente del flujo radial.....	48
CAPÍTULO 4:	APLICACIONES	49
4.1.	EJEMPLO SINTÉTICO N° 1	49
4.2.	EJEMPLO SINTÉTICO N° 2	53
4.3.	EJEMPLO SINTÉTICO N° 3	57
4.4.	EJEMPLO SINTÉTICO N° 4	61
CONCLUSIONES.....		65
RECOMENDACIONES		67
NOMENCLATURA.....		68
BIBLIOGRAFÍA		70
ANEXOS		73

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Permeabilidad	12
Figura 1.2. Curvas de permeabilidad relativa.....	13
Figura 1.3. Porosidad	14
Figura 1.4. Dimensión fractal.....	15
Figura 1.5. Descripción matemática de la dimensión fractal	16
Figura 1.6. Autosimilitud	17
Figura 1.7. Representación de esfuerzo de corte vs velocidad de corte para distintos fluidos.....	18
Figura 1.8. Tixotropía de suspensiones de arcilla	19
Figura 1.9. Definición de un volumen elemental representativo para mediciones de la porosidad	21
Figura 1.10. Reograma de un fluido pseudoplástico en escala log-log.....	22
Figura 2.1. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para un yacimiento homogéneo fractal y no fractal.....	23
Figura 3.1. Concepto gráfico de una prueba de presión	27
Figura 3.2. Curvas tipo de un yacimiento infinito con diferentes exponentes fractales, θ	28
Figura 3.3. Curvas tipo de un yacimiento infinito con diferentes dimensiones fractales, Df	28
Figura 3.4. Influencia de la dimensión fractal Df sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.9$ y $\theta=0.8$	31
Figura 3.5. Influencia de la dimensión fractal Df sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.9$ y $\theta=0.8$	33
Figura 3.6. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.8$ y $Df=1.7$	36
Figura 3.7. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.8$ y $Df=1.7$	37
Figura 3.8. Influencia de la dimensión fractal Df sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $\theta=0.8$	41
Figura 3.9. Influencia de la dimensión fractal Df sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $\theta=0.8$	43
Figura 3.10. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $Df=1.7$	46
Figura 3.11. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $Df=1.7$	47
Figura 4.1. Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°1.....	52
Figura 4.2. Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°2.....	56
Figura 4.3. Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°3.....	60
Figura 4.4. Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°4.....	64

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1. Coeficientes para la correlación 3.1	32
Tabla 3.2. Criterio para la selección de constantes del cálculo de <i>Df</i> de acuerdo con la pendiente.....	34
Tabla 3.3. Coeficientes para la correlación 3.2	38
Tabla 3.4. Coeficientes para la correlación 3.6	42
Tabla 3.5. Criterio para la selección de constantes del cálculo de <i>Df</i> de acuerdo con la pendiente.....	44
Tabla 3.6. Coeficientes para la correlación 3.7	48
Tabla 4.1. Datos característicos para el ejemplo 1	50
Tabla 4.2. Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 1.....	51
Tabla 4.3. Datos característicos para el ejemplo 2	53
Tabla 4.4. Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 2.....	55
Tabla 4.5. Datos característicos para el ejemplo 3	58
Tabla 4.6 Resumen de los parámetros calculados en el ejemplos 3	59
Tabla 4.7. Datos característicos para el ejemplo 4	62
Tabla 4.8 Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 4.....	63

INTRODUCCIÓN

Actualmente, debido a la constante creciente en los costos de las operaciones de exploración, y también debido a la caída del precio del barril de crudo, es necesario que antes de realizar cualquier operación en cualquier tipo de yacimiento, éste cuente con una caracterización detallada, con la mayor precisión y en el menor tiempo posible.

Una de las suposiciones que hace el ingeniero de petróleos para simular el comportamiento esperado en el yacimiento, es asumir que las propiedades dentro de éste son constantes, y aún no solo esto, también supone que los fluidos que se encuentran contenidos en éste, se comportan como newtonianos o ideales, lo cual es válido para condiciones específicas ideales, que no se encuentran a altas presiones y temperaturas a las que está sometida el yacimiento, por lo tanto es importante observar la influencia que el índice de comportamiento de flujo tiene sobre los parámetros usados para caracterizar el yacimiento.

Los yacimientos homogéneos son los yacimientos que han sido más trabajados en los más de 150 años de la industria petrolera, y por lo tanto representa el enfoque convencional para los modelos de estudio. Una de las preocupaciones en la actualidad en la industria es lograr aumentar el factor de recobro en este tipo de yacimientos de los cuales se tiene más conocimiento, y para estos procesos se involucra el uso de la inyección de fluidos no newtonianos; sin embargo su éxito a veces no es el esperado, y esto se debe a que no se cuenta con un estudio detallado para el comportamiento del yacimiento cuando contiene fluidos de este tipo.

Para el estudio de yacimientos que contienen fluidos con características no newtonianas, Odeh y Yang, e Ikoku y Ramey en el año 1979, fueron los primeros que propusieron modelos para cuando estos tipos de fluidos estaban contenidos en yacimientos infinitos, y luego en 1992 se propusieron modelos para pruebas de tasa transitoria, y para yacimientos de doble porosidad. Sin embargo para el presente trabajo se estudió el caso para el flujo radial monofásico en un yacimiento infinito cilíndrico simétrico, con estructura fractal, con un solo pozo y que contiene fluidos de características no newtonianas; además se supone una pequeña caída de presión dentro del yacimiento.

Chang y Yortsos en 1990 presentaron una formulación matemática para una red de fracturas fractales incrustadas en una matriz euclidiana, luego ese mismo año Beier amplió el modelo que estaba hasta el momento propuesto, y desarrolló un modelo para un yacimiento con simetría cilíndrica que contiene un red fractal, luego Acuña en 1992 interpretó las características fractales de un yacimiento geotermal naturalmente fracturado.

Cuando Chang y Yortsos hicieron la caracterización de las redes de fracturas en un yacimiento a través del uso de la geometría fractal, introdujeron el parámetro D_f el cual representa la dimensión fractal de masa de una red fractal de fracturas y θ la cual caracteriza las propiedades geométricas y de transporte de la red de fracturas.

En este trabajo se buscó diseñar ecuaciones basadas en puntos claves obtenidos de la interpretación de las gráficas de presión y derivada de presión adimensional contra tiempo, en el periodo de flujo radial para fluidos no newtonianos caracterizados por la ley de la potencia, que puedan servir para generar correlaciones que logren simplificar procedimientos en el cálculo de los parámetros introducidos por Chang y Yorstos, y al mismo tiempo relacionarlos y observar la influencia que tiene el parámetro n de comportamiento de flujo sobre ellos.

CAPÍTULO 1: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

1.1 PROPIEDADES DE LA ROCA

1.1.1. Permeabilidad

La permeabilidad es una propiedad del medio poroso que mide la capacidad y habilidad de la formación para transmitir fluidos a través de un sistema de poros interconectados (fig1.1). La permeabilidad de la roca, k , es una propiedad muy importante ya que controla la dirección del movimiento y la tasa de flujo de los fluidos que están contenidos en el yacimiento. Esta característica de la roca fue definida por Darcy en 1856 de la forma:

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{dP}{dL} \quad (1.1)$$

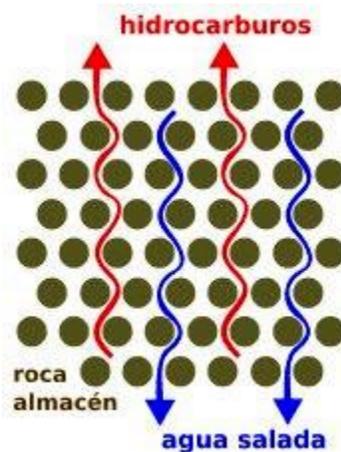


Figura 1.1 Permeabilidad

1.1.1.1 Tipos de permeabilidad

1.1.1.1.1 Permeabilidad absoluta. Es aquella permeabilidad que se mide cuando un fluido satura 100 % el espacio poroso. Normalmente, el fluido de prueba es aire o agua.

1.1.1.1.2 Permeabilidad efectiva. Es la medida de la permeabilidad a un fluido que se encuentra en presencia de otro u otros fluidos que saturan el medio poroso. La permeabilidad efectiva es función de la saturación de fluidos, siempre las permeabilidades efectiva son menores que la permeabilidad absoluta.

1.1.1.1.3 Permeabilidad relativa. Es la relación existente entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta. Esta medida es muy importante en ingeniería de yacimientos, ya que da una medida de la forma como un fluido se desplaza en el medio poroso. La sumatoria de las permeabilidades relativas es menor de 1.0. En la figura 1.2 se muestra las curvas de permeabilidad relativa para el agua y el aceite a unas saturaciones dadas.

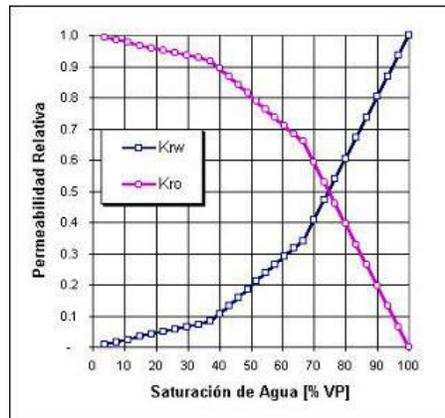


Figura 1.2. Curvas de permeabilidad relativa

1.1.2 Porosidad

La porosidad constituye una parte del volumen total poroso de la roca el cual no está ocupado por granos o rocas finas de barro, que actúan como cemento entre las partículas de grano. Entre los tipos de porosidad está la absoluta y la efectiva, las cuales se diferencian por la capacidad de acceso a los fluidos del yacimiento.

1.1.2.1. Porosidad absoluta. Se define como la relación que existe entre el volumen total de espacios vacíos o porosos sin importar si están o no interconectados, entre el volumen total de la roca.

$$\phi_{eff} = \frac{V_p}{V_b} \quad (1.2)$$

1.1.2.2. Porosidad efectiva: Se define como la relación que existe entre el volumen total de espacios vacíos o porosos que están interconectados, entre el volumen total de la roca.

$$\phi_{eff} = \frac{V_{pi}}{V_b} \quad (1.3)$$

La porosidad efectiva depende de varios factores entre ellos el tipo de roca, la heterogeneidad del tamaño de los granos, el tipo de empaque, cementación, desgaste, lixiviación, el tipo de

arcilla, su contenido y la hidratación. En la figura 1.3 se muestra un gráfico que incluye algunos de los factores de los cuales depende la porosidad.

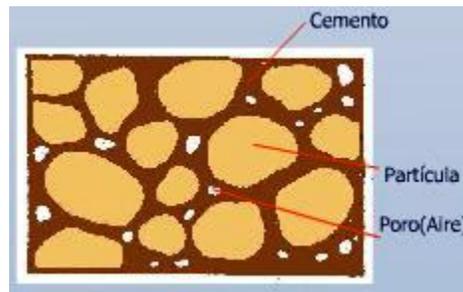


Figura 1.3. Porosidad

1.2 GEOMETRÍA FRACTAL

Un **fractal** es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o irregular, se repite a diferentes escalas. El término fue propuesto por el matemático Benoît Mandelbrot en 1975 y deriva del latín *fractus*, que significa quebrado o fracturado. Muchas estructuras naturales son de tipo fractal, y a lo largo de este capítulo se mostrarán distintos ejemplos de estructuras fractales, y las aplicaciones de éstas.

Los objetos fractales son aquellos que carecen de simetría traslatoria, ésto es, carecen de la suavidad asociada con líneas, planos y esferas euclidianas. En cambio, mantienen en cualquier escala un contorno rugoso y gastado. Una propiedad de un sistema se puede considerar como fractal, si su comportamiento caótico e impredecible con respecto al espacio o al tiempo, puede ser descrito con una ecuación que cumpla la ley de potencia, en donde en esta ecuación se caracteriza la propiedad caótica del sistema estudiado, como se demostrará más adelante.

En este capítulo se definirán las propiedades de un objeto fractal, el cual posee las características que se describirán a continuación de autosimilitud y dimensión fractal.

Según Mandelbrot el más reconocido en el tema de los fractales, dice que un fractal es un objeto matemático cuya dimensión topológica es siempre menor a su dimensión fractal, concepto que se explicará a continuación.

1.2.1 Dimensión fractal

Una dimensión fractal (D_f) es una cantidad estadística que da una indicación de qué tanto un objeto fractal parece ocupar el espacio que lo contiene una vez éste se acerca, y puede adquirir valores continuos en el espacio de los números reales, entre 0 y 3. La descripción gráfica de la definición de la dimensión fractal se muestra en la figura 1.4, y su descripción matemática se muestra en la figura 1.5.

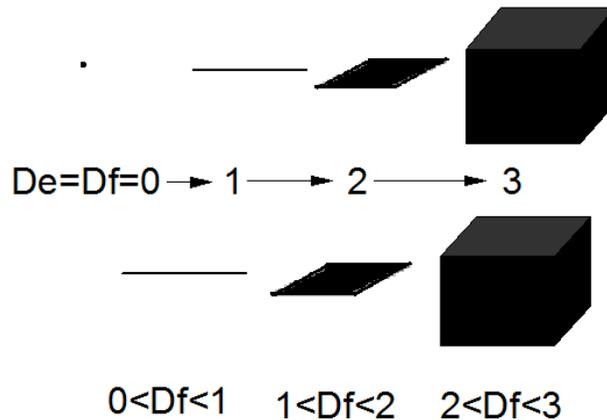


Figura 1.4. Explicación gráfica de la dimensión fractal

Si los objetos fueran continuos en el espacio, su dimensión fractal coincidiría con la dimensión euclidiana ($Df = De$), sin embargo al ir amplificando el cubo o las representaciones de la línea y el plano, en determinada escala de amplificación, se encontrará que estos objetos tienen espacios vacíos, es decir están llenos de “poros”, por lo que de acuerdo a la geometría fractal, la línea tendría una dimensión fractal mayor que 0, pero menor que 1, dependiendo de qué tantos poros tiene, y del mismo modo Df varía para el plano y para el cubo entre 1 y 2 y entre 2 y 3, respectivamente.

Con base en lo mencionado, para hacer una descripción de objetos complejos o caóticos, el cálculo para la dimensión de autosimilitud no aplica, ya que los parámetros involucrados no se pueden calcular con facilidad. Por lo tanto para medir la fractalidad de estos objetos se requiere realizar un procedimiento distinto que se menciona a continuación, en donde se emplea la dimensión de *Hausdorff*:

Se coloca la estructura cuya fractalidad se quiere medir en una red de cuadrículas cuyos lados o aristas tengan longitud $1/s$. Las cuadrículas deben ser de la dimensión correspondiente, por ejemplo: un papel cuadrículado si se trata de una fotografía, un cubo dividido en cubículos si el objeto es tridimensional. Posteriormente se cuenta el número de cuadrículas que contiene algún punto del objeto y se denota por $N(s)$. Se hace exactamente lo mismo con distintos niveles de precisión, esto es, variando el valor de s , y anotando los valores obtenidos. Una vez efectuadas estas mediciones, se disponen en unos ejes coordenados en forma de puntos ($\log s, \log N(s)$) tal y como se indica en la siguiente ilustración. A esta nube de puntos se le asocia la recta que mejor se aproxime a la información obtenida.

Por último, se calcula la pendiente de esa recta D y es precisamente ese valor, al que se denomina dimensión fractal Df .

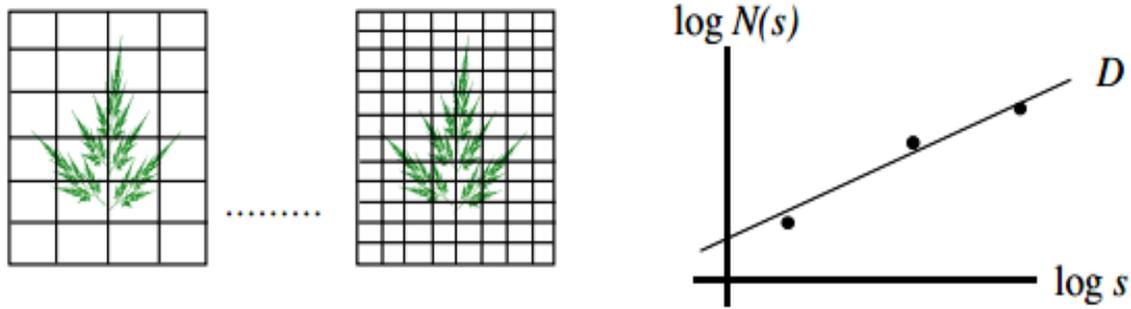


Figura 1.5. Descripción matemática de la dimensión fractal

En la década de los noventa, diversos autores propusieron el concepto de geometría fractal para modelar el flujo de fluidos newtonianos en los yacimientos. Para lograrlo, se modelaron unos parámetros, los cuales se encargan de caracterizar el yacimiento y la conectividad en éste como:

$$\begin{aligned} \theta &\rightarrow \text{índice de conductividad} \\ D_f &\rightarrow \text{propiedad geométrica de un objeto fractal} \end{aligned}$$

Sin embargo, en la vida real los fluidos que se manejan en el yacimientos son de características no newtonianas, por lo tanto es de vital importancia introducir el parámetro de índice de comportamiento de flujo, n ,

$$n \rightarrow \text{medición de las características no newtonianas}$$

con el fin de poder caracterizar los fluidos pseudoplásticos que cumplen la ley de la potencia, los cuales están contenidos en el yacimiento.

1.2.2 Dimensión de autosimilitud

Con el fin de introducir el tema de la dimensión fractal, es conveniente hablar primero de la dimensión de autosimilitud; se dice que los objetos son autosimilares cuando están formados por trozos que son a su vez, reducciones a escala del objeto inicial. La dimensión de autosimilitud se obtiene por la proporción existente entre el número de esos trozos que conforman el objeto en sí y el factor de reducción de cada uno de ellos. Formalmente, si un objeto autosimilar está formado por un número n de reducciones a escala $1/r$ del mismo objeto, se define su dimensión de autosimilitud D por:

$$D = \frac{\log(n)}{\log(r)} \quad (1.4)$$

En la figura 1.6 se muestran ejemplos para el cálculo de la dimensión de autosimilitud, en objetos considerados de estructura regular.

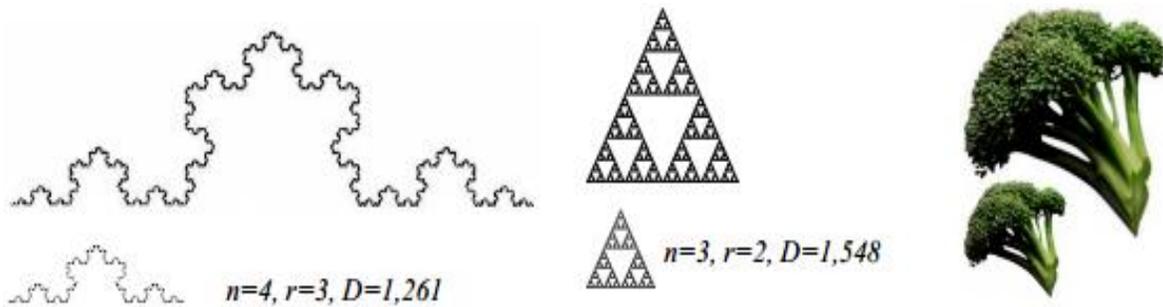


Figura 1.6. Autosimilitud

1.3 FLUIDOS

Un fluido se define como una sustancia que se deforma continuamente bajo la acción de un esfuerzo de corte, por tanto, en ausencia de éste, no habrá deformación. Los fluidos pueden clasificarse de manera general de acuerdo con la relación entre el esfuerzo de corte aplicado y la relación de deformación.

Para este proyecto se modelará para un yacimiento que contiene fluidos pseudoplásticos, sin embargo a continuación se nombrará una clasificación resumida de los fluidos.

1.3.1. Fluidos newtonianos

Un fluido newtoniano, también llamado fluido verdadero, es aquel que sometido a un esfuerzo tangencial o cortante, se deforma con una velocidad que es proporcional directamente al esfuerzo aplicado.

1.3.2. Fluidos no newtonianos

El término no newtoniano se utiliza para clasificar todos los fluidos en los cuales el esfuerzo de corte no es directamente proporcional a la relación de corte.

Una primera clasificación de los fluidos no newtonianos los divide en tres categorías que se describen a continuación:

- 1.- Comportamiento independiente del tiempo.
- 2.- Comportamiento dependiente del tiempo.
- 3.- Viscoelásticos.

1.-Comportamiento independiente del tiempo: el esfuerzo de corte sólo depende de la velocidad de corte $\dot{\gamma}$.

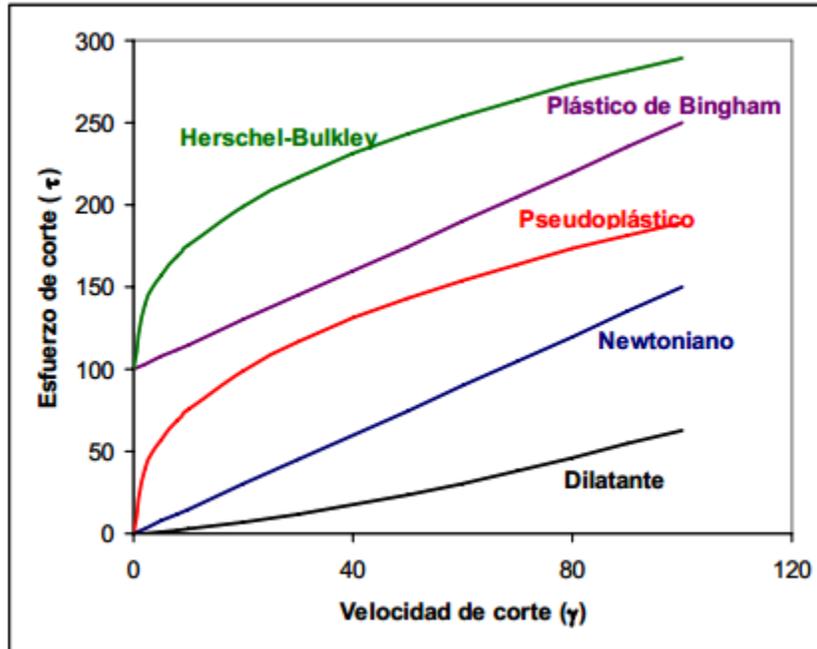


Figura 1.7. Representación de esfuerzo de corte vs. Velocidad de corte para distintos fluidos

Para el caso del desarrollo del modelo propuesto en este proyecto, los fluidos que están contenidos dentro del yacimiento son pseudoplásticos, es decir que no tienen una tensión de fluencia para que comiencen a deformarse, pero la viscosidad medida por la pendiente de la curva $\tau = f(\dot{\gamma})$ es alta para bajas velocidades de deformación, y decrece con el incremento de $\dot{\gamma}$ hasta alcanzar un valor asintótico constante. La relación más simple que describe el comportamiento de los fluidos pseudoplásticos, y que asume que los fluidos contenidos en el yacimiento obedecen esta relación, es la ley de potencia de Ostwald de Waele, la cual se explicará en detalle más adelante.

2.- Comportamiento dependiente del tiempo.

En algunas situaciones prácticas, la viscosidad aparente depende también del tiempo durante el cual el fluido es sometido a esfuerzo.

“La viscosidad aparente disminuye con el tiempo, como se observa en la relación de la figura 1.8 (tixotropía), en donde el gráfico corresponde a una suspensión de arcillas.”⁽¹⁾

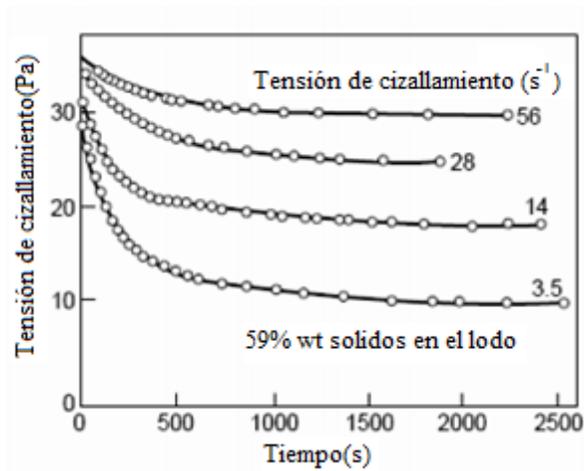


Figura 1.8. Tixotropía de suspensiones de arcilla

3.- Viscoelásticos.

Estas sustancias fluyen cuando se aplica en ellas un esfuerzo de corte, pero tienen la particularidad de recuperar parcialmente su estado inicial, presentando entonces características de los cuerpos elásticos. El comportamiento reológico de los materiales viscoelásticos durante la relajación puede modelarse mediante analogías mecánicas compuestas de resortes y amortiguadores. El resorte es considerado un elemento elástico ideal, obedece la ley de Hooke, y el amortiguador es representado por un sistema cilindro-pistón en el cual se manifiesta la parte viscosa, considerando un líquido ideal, de comportamiento newtoniano.

1.4 YACIMIENTO FRACTAL

En la vida real es raro encontrarse en la presencia de un yacimiento homogéneo, ya que el yacimiento en muchos casos contiene distintas capas, bloques, o anillos concéntricos en donde varía la permeabilidad, sin embargo existen formas para promediar la permeabilidad en el yacimiento dependiendo de su distribución dentro de este.

Existen tres técnicas para promediar la permeabilidad en el yacimiento, para que el valor obtenido represente la permeabilidad de un sistema homogéneo equivalente, y estas son:

- Permeabilidad media ponderada
- Permeabilidad media armónica
- Permeabilidad media geométrica

Sin embargo en el artículo “Transient flow behaviour of Non-Newtonian power-law fluids in fractal reservoirs” de Chakrabarty, Faouq Ali y Tortike, el cual fue la teoría que presenta el estudio numérico para realizar el modelo matemático que se usó para este trabajo, y que se presentará en el siguiente capítulo, se asume que el modelo trabajado es para yacimientos

en donde las propiedades conductivas y de almacenamiento no cambian. Además el estudio es para el análisis de un solo pozo, por lo tanto este pozo solo tendrá presencia de un tipo de permeabilidad.

Según los autores Yulong Zhao y Liehui Zhang en su artículo “Solution and type curve analysis of fluid flow model for fractal reservoir” dijeron que un yacimiento se puede asumir como un yacimiento ficticio homogéneo cuando la variación de la permeabilidad es muy pequeña. Por lo tanto se dice que la clase de yacimiento modelado en este trabajo se puede asumir como homogéneo por las condiciones anteriormente descritas.

Entonces la duda sería por qué es necesario modelar un yacimiento homogéneo usando la geometría fractal, sin embargo la realidad que se encuentra es que esta es una suposición para un yacimiento homogéneo aparente, por lo tanto todas sus propiedades no son homogéneas, ya que la distribución de poros no se puede describir de forma detallada como se cita en el siguiente párrafo, según “Fundamentos de ingeniería de yacimientos” del Ingeniero Freddy Humberto Escobar:

“Es imposible tener una descripción detallada del espacio poroso pero, con respecto a los granos en un material granular, es posible contar con una descripción estadística de una clase u otra. La determinación de la distribución del tamaño de poro es de importancia especial en materiales consolidados donde no puede obtenerse una distribución del tamaño de grano. Puesto que los medios porosos poseen una estructura porosa más o menos aleatoria, no es sorprendente que las muestras pequeñas del mismo material no tengan la misma porosidad o permeabilidad. Generalmente se observa que a mayor volumen, para muestras individuales, hay más probabilidad de que los mismos valores de permeabilidad y porosidad se observen. Estas características de los materiales porosos pueden entenderse por el siguiente análisis. Considere un volumen bruto de material poroso e imagine que este se divide en paralelepípedos muy pequeños. Estos elementos poseen una distribución de porosidad debido a la estructura aleatoria del medio poroso.”

Por lo tanto el medio es homogéneo aparente ya que la distribución de grano no es homogéneo, y es la condición para que el yacimiento no se considere como un yacimiento totalmente homogéneo, y esto se modelará con la geometría fractal como se mostrará en el capítulo siguiente.

He aquí las evidencias para que el yacimiento descrito en el modelo matemático a continuación se considere homogéneo fractal, ya que de acuerdo a la figura 1.9 la porosidad que está presente en el yacimiento es para un medio no homogéneo.

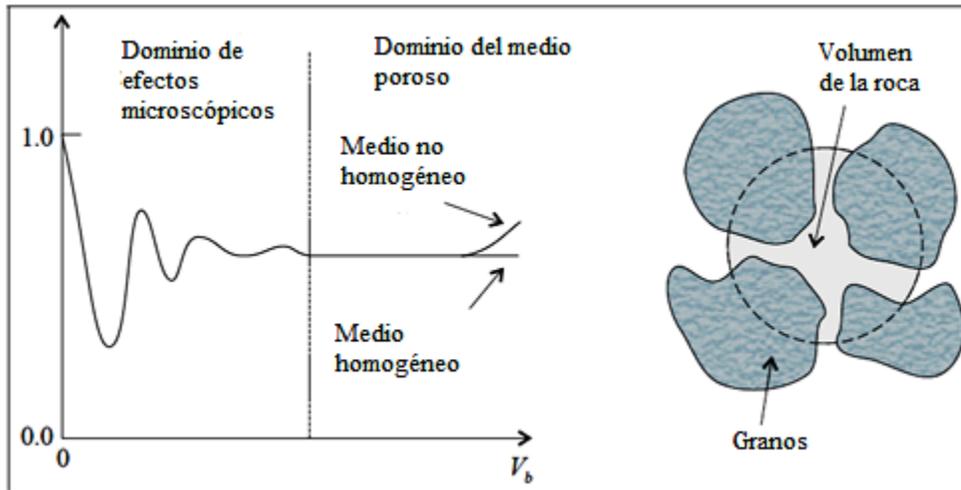


Figura 1.9. Definición de un volumen elemental representativo para mediciones de porosidad.

1.5 LEY DE LA POTENCIA DE OSTWALD DE WAELE

Esta ecuación relaciona el esfuerzo cortante con la velocidad de deformación según la expresión:

$$\tau = k(\dot{\gamma})^n \text{ o } \log \tau = \log k + n \log(\dot{\gamma})$$

Donde k es el índice de consistencia y n es el índice de fluidez.

Sí $n = 1$ el fluido es newtoniano

Sí $n < 1$ es pseudoplástico, estos fluidos fluyen más fácilmente aumentando la velocidad de deformación.

Sí $n > 1$ es dilatante

La viscosidad aparente μ_{ap} se define por: $\tau = \mu_{ap}(\dot{\gamma})$

La ecuación de Ostwald es sencilla y sirve para interpolar. Tiene el inconveniente que en el origen de coordenadas $(\dot{\gamma}) \rightarrow 0$ y $\tau \rightarrow 0$ y por tanto η_{ap} está indeterminado

En la figura 1.10 se muestra un reograma con escalas $\log(k)$ vs. $\log(\dot{\gamma})$, en los cuales se obtienen reogramas lineales.

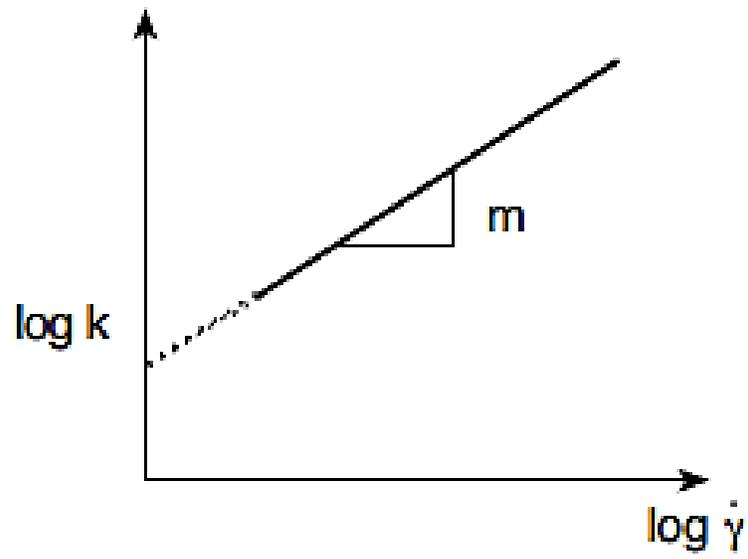


Figura 1.10. Reograma para un fluido pseudoplástico en escala log-log.

CAPÍTULO 2: MODELO MATEMATICO

El comportamiento de la derivada de la presión adimensional de un yacimiento homogéneo fractal se puede diferenciar fácilmente del comportamiento de un yacimiento homogéneo no fractal, ya que en los yacimientos homogéneos fractales la gráfica de la derivada de la presión contra el tiempo en forma adimensional, muestran un comportamiento de ley de potencia con variaciones de pendientes del flujo radial, lo cual se diferencia de un comportamiento de yacimiento homogéneo no fractal ($\theta = 0$ y $df=2$), en donde la pendiente de la derivada de la presión adimensional tiende a 0 a medida que n tiende a 1, en el caso de la gráfica $n=0.8$. Este comportamiento se puede observar en la figura 2.1.

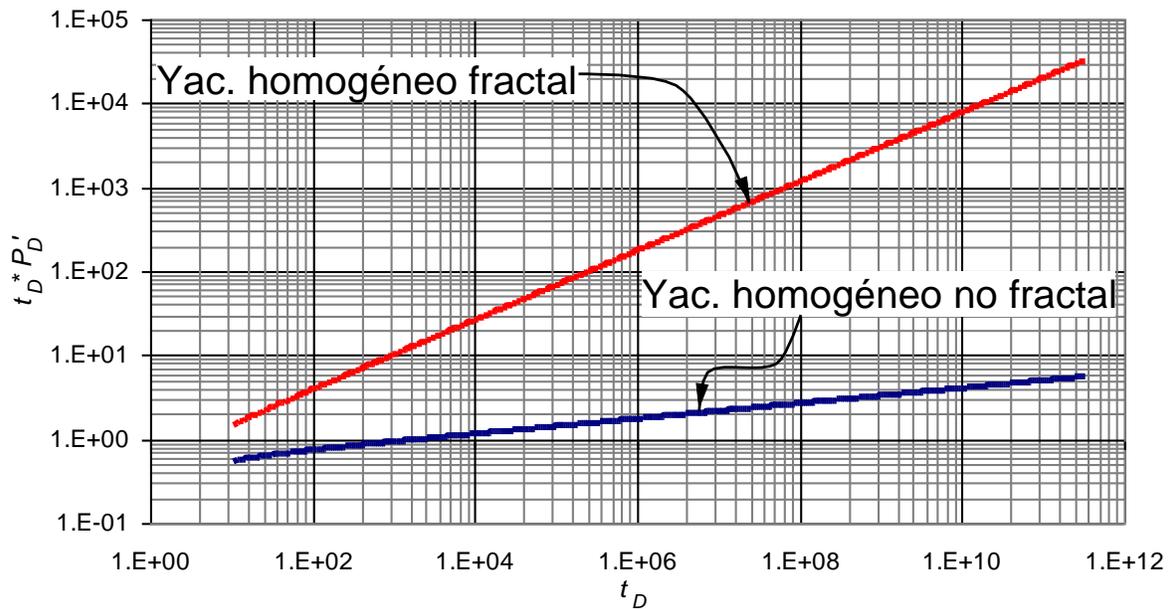


Figura 2.1. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para un yacimiento homogéneo fractal y no fractal.

La diferencia entre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional entre un yacimiento homogéneo fractal y no fractal, se debe a la influencia y comportamiento de los parámetros fractales, la dimensión fractal df y el exponente fractal θ .

Debido a que cuando se habla de flujo de fluidos dentro del yacimiento esto en la mayor parte involucra fluidos del tipo que no se puede aproximar al comportamiento newtoniano, entre 1990 y 1992 diferentes autores propusieron el estudio fractal para yacimientos naturalmente fracturados, sin embargo en 1993, Chakrabarty y Farouq Ali implementaron el concepto de fractal, para modelar el comportamiento del flujo de fluidos pseudoplásticos en un yacimiento con estructura fractal.

En donde se presenta un modelo para el flujo monofásico de fluidos pseudoplásticos a través de un yacimiento homogéneo fractal, en donde se parte de las ecuaciones de continuidad, y la ley de Darcy para llegar a la solución analítica del comportamiento de la presión del pozo adimensional, teniendo en cuenta las anteriores condiciones, y también considerando que no hay daño ni almacenamiento.

2.1 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Para el desarrollo del modelo matemático que se presenta a continuación se hicieron algunas suposiciones respecto al medio poroso, y al fluido que este contenía:

- i) El flujo es radial monofásico a través de un yacimiento areal fractal, con el pozo penetrando a través de todo el espesor de la formación
- ii) El comportamiento fractal se ejerce en todas las escalas de interés
- iii) El espesor del yacimiento es constante
- iv) El fluido no newtoniano obedece la relación de Ostwald de Waele de la ley de la potencia
- v) La compresibilidad del fluido y las caídas de presión son pequeñas en el yacimiento
- vi) Las fuerzas gravitacionales son despreciables

Para la distribución de la porosidad y la permeabilidad en un yacimiento homogéneo, se usan las ecuaciones propuestas por Beier, en donde estas propiedades dependen a cualquier ubicación radial, del parámetro θ .

$$k(r) = k_w \left(\frac{r}{r_w} \right)^{-d_f \left(\frac{2}{d_s} - 1 \right)} \quad (2.1)$$

$$\phi(r) = \phi_w \left(\frac{r}{r_w} \right)^{-(2-d_f)} \quad (2.2)$$

Para el planteamiento del modelo de flujo radial de fluidos no newtonianos en yacimientos homogéneos, el cual se desarrolla en el presente trabajo, se partió de modificar la expresión de la ley de Darcy, quedando:

$$u(r) = \left(\frac{k(r)}{\mu_{eff}(r)} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{1/n} \quad (2.3)$$

Donde la viscosidad efectiva se define como

$$\mu_{eff}(r) = \frac{H}{12} \left(9 + \frac{3}{n}\right)^n (150k_w \phi_w)^{\frac{1-n}{2}} \left(\frac{r}{r_w}\right)^{(\alpha-1)\left(\frac{d_f}{d_s} - d_f - 1\right)} \quad (2.4)$$

Las ecuaciones mostradas anteriormente condujeron al desarrollo de una nueva ecuación diferencial parcial para flujo transitorio de un fluido no newtoniano que cumple la ley de la potencia, en un yacimiento fractal:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \left[d_f + \frac{1}{n} - \frac{d_f}{nd_s} - \frac{d_f}{d_s} \right] \frac{n}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \left(\frac{d_f}{d_s}\right)^2 r_D^{\left(\left(\frac{d_f}{d_s}\right)^{(n+1)-d_f(n-1)-2}\right)} \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (2.5)$$

Solución analítica

La solución analítica para rata de flujo constante en un pozo de un yacimiento infinito se obtiene para las siguientes condiciones de frontera:

$$P_D(r_D, 0) = 0, \text{ para todos los } r_D$$

$$\left. \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right|_{r_D=1} = -\frac{d_f}{d_s}, \quad (2.6)$$

para todos los t_D en el caso de un pozo de radio finito,

y

$$r_D^{nd_f+1-\left(\frac{d_f}{d_s}\right)^{(n+1)}} \left. \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right|_{r_D \rightarrow 0} = -\frac{d_f}{d_s}, \quad (2.7)$$

para todos los t_D para un pozo de línea fuente, y

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} P_D(r_D, t_D) = 0, \quad (2.8)$$

para todos los t_D

Aplicando la transformada de Laplace, y teniendo en cuenta las condiciones asociadas anteriormente, se obtiene para una condición de pozo de radio finito

$$\bar{P}_{D(r_D, I)} = \frac{r_D^\gamma K_V(\alpha r_D^\beta)}{I^{\frac{3}{2}} K_{1-\nu}(\alpha)} \quad (2.9)$$

Donde \bar{P}_D representa la solución de la presión adimensional en el espacio Laplaciano, I es la variable Laplaciana, y los parámetros γ , α y β se definen:

$$\gamma = \frac{(d_f / d_s)(n+1) - nd_f}{2} \quad (2.10)$$

$$\alpha = \frac{2\sqrt{I}(d_f / d_s)}{(d_f / d_s)(n+1) - d_f(n-1)} \quad (2.11)$$

$$\beta = \frac{d_f / d_s)(n+1) - d_f(n-1)}{2} \quad (2.12)$$

$$Y, \nu = 1 - \frac{d_s}{(n+1) - d_s(n-1)} \quad (2.13)$$

Para la solución de la presión adimensional promedia del pozo, de la ecuación de pozo de radio finito:

$$\bar{P}_{WD(I)} = \frac{K_V(\alpha)}{I^{\frac{3}{2}} K_{1-\nu}(\alpha)} \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) es la ecuación que se usará para modelar el comportamiento de la presión y derivada de presión.

CAPÍTULO 3: ANÁLISIS DE PRESIÓN Y DERIVADA DE PRESIÓN PARA YACIMIENTOS HOMOGENEOS FRACTALES

3.1 MODELO PARA YACIMIENTOS CON FLUIDOS NO NEWTONIANOS

El análisis del transiente de presión se utiliza para analizar, mejorar y predecir el comportamiento de un yacimiento, y consiste en provocar un estímulo al sistema yacimiento-pozo mediante un cambio en el gasto de producción, registrando las variaciones de presión, para hallar las propiedades petrofísicas de la roca y los fluidos del yacimiento, tales como: el coeficiente de almacenamiento, la permeabilidad, el volumen poroso y la presión promedio, entre otros. La figura 3.1 muestra el concepto gráfico del análisis del transiente de presión en un yacimiento.



Figura 3.1. Concepto gráfico de una prueba de presión

“La información del yacimiento es esencial, con el fin de analizar, mejorar y pronosticar el comportamiento actual y el futuro desarrollo de cualquier yacimiento en particular. Una prueba transitoria se realiza creando un disturbio de presión en el yacimiento y registrando la respuesta de presión en el pozo, es decir, la presión de fondo fluyendo P_{wf} , como una función del tiempo”⁽²⁾.

En el análisis de la presión promedio, la cual es el caso de estudio para este trabajo se tiene que: Si la caída de presión $(\bar{P} - P_{wf})$ es pequeña, para un caudal constante de producción, se tendrá entonces empuje de agua o la existencia de un yacimiento infinito o de gran tamaño.

Debido a que existe influencia de distintos parámetros para el comportamiento de las curvas de derivada de presión contra tiempo, es importante poder analizar estos parámetros y su influencia para poder calcular el comportamiento de la presión promedio del yacimiento en función de tiempo, los factores que se analizarán serán: dimensión fractal, exponente fractal, e índice de comportamiento de flujo.

3.1.1 REGIMENES DE FLUJO

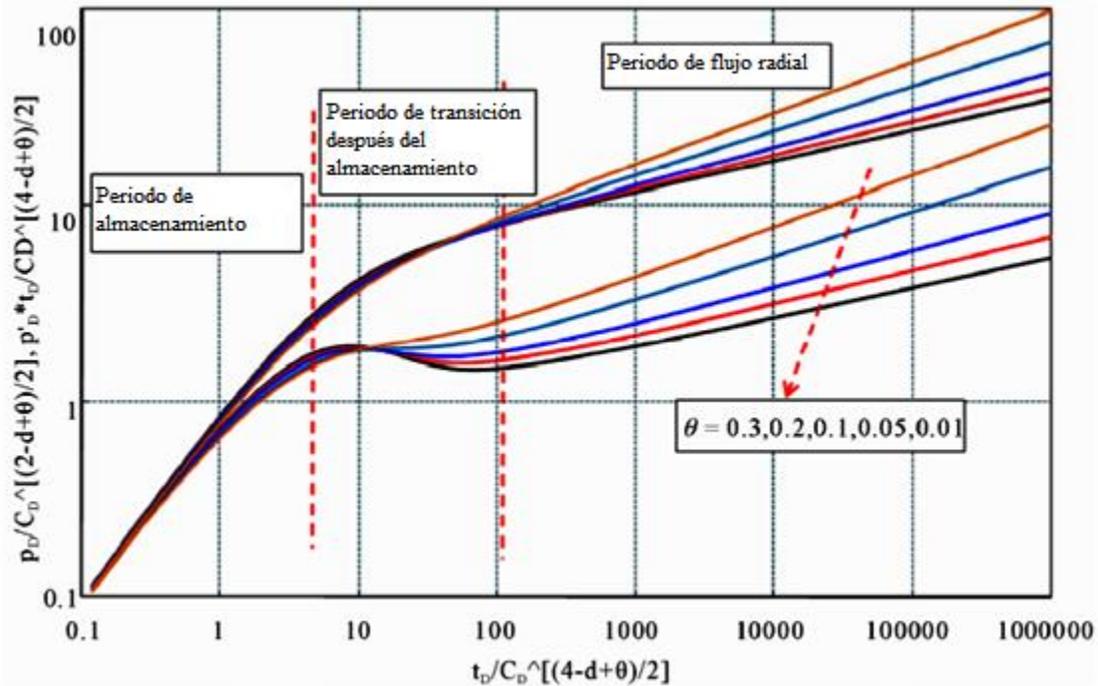


Figura 3.2. Curvas tipo de un yacimiento infinito con diferentes exponentes fractales, θ . ZHAO, Yulong and ZHANG, Liehui.: “*Solutions and Type Curve Analysis of Fluid Flow Model for Fractal Reservoir*,” Southwest Petroleum University, China, 2011.

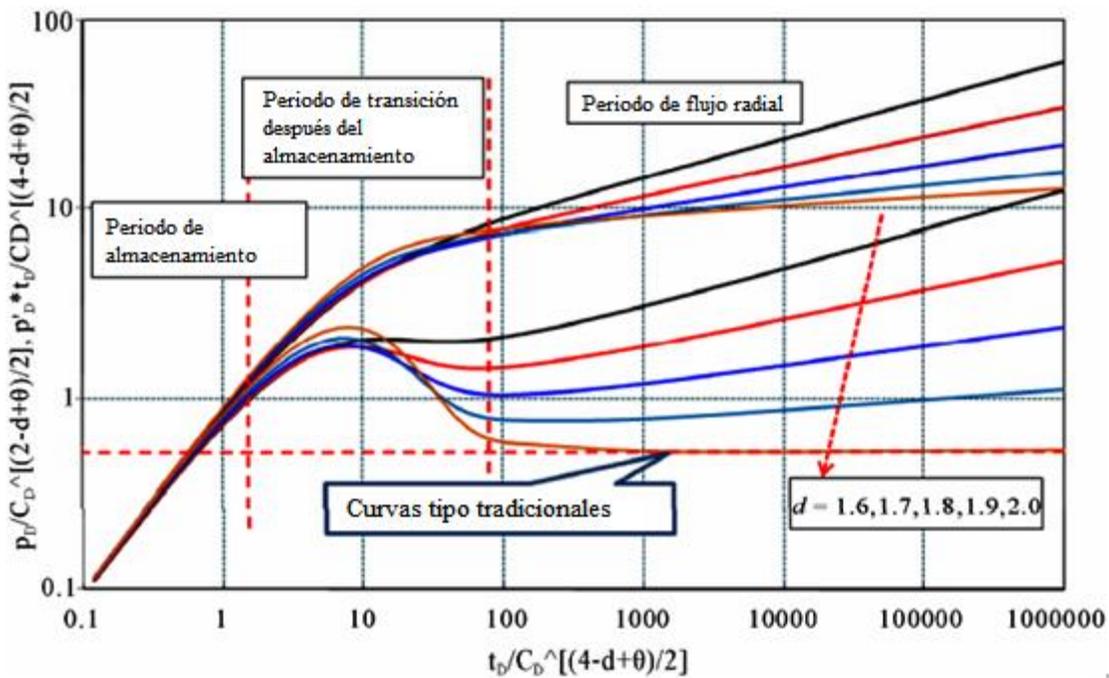


Figura 3.3. Curvas tipo de un yacimiento infinito con diferentes dimensiones fractales, D_f . ZHAO, Yulong and ZHANG, Liehui.: “*Solutions and Type Curve Analysis of Fluid Flow Model for Fractal Reservoir*,” Southwest Petroleum University, China, 2011.

En las figuras 3.2 y 3.3 se pueden apreciar las curvas tipo y los periodos de análisis de flujo, sin embargo para el caso propuesto no se consideran efectos de almacenamiento, así que solo se tiene en cuenta el periodo de flujo radial, donde debido a que el yacimiento es fractal, la pendiente del flujo de periodo radial ya no es una línea recta de pendiente 0.5 como en las curvas tipo tradicionales, sino que estas se convierten en un grupo de curvas hacia arriba, cuyas pendiente y puntos de inicio de las rectas, se relacionan con los parámetros D_f y θ .

3.1.2 ANÁLISIS DE LA PRESIÓN Y LA DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL

Para realizar el análisis de la presión y la derivada de la presión adimensional vs. el tiempo adimensional para los yacimientos homogéneos fractales, se llevaron a cabo los siguientes pasos:

1. Para el inicio de este análisis, se comenzó con la implementación de las ecuaciones del modelo de Chakrabarty, Forouq Ali y Tortike(1993) con el fin de analizar las curvas de presión y su derivada adimensionales en yacimientos homogéneos; para esto se corrieron las ecuaciones del modelo y la solución analítica sin almacenamiento ni daño de pozo usando el modelo mencionado, para generar curvas base en gráficas log-log de la presión y derivada de presión adimensionales versus tiempo adimensional, sin tener en cuenta el almacenamiento y variando los valores de la dimensión fractal D_f , el exponente fractal θ el índice de comportamiento de flujo n , estas corridas se realizaron con la ayuda del software *Non Newtonian Fractal Reservoir*.

Las variaciones se hicieron con cada uno de los parámetros mencionados, dejando los otros dos constantes. Con el fin de generar las curvas de presión y derivada de presión adimensional, se usaron los siguientes rangos de las variables anteriormente mencionadas:

Dimensión fractal, D_f : valores entre 1 y 2

Exponente fractal, θ : valores entre 0.05 y 0.8

Índice de comportamiento de flujo, n : valores entre 0.5 y 0.95

Para la aplicación de este modelo, el valor de n se debe conocer a partir de estudios de reología del fluido contenido en el yacimiento.

2. A partir de las gráficas generadas de presión y la derivada de presión adimensionales, se observaron y analizaron los puntos característicos que existían en el comportamiento de las rectas con el fin de poder llegar a una generalización adecuada para yacimiento homogéneos fractales con presencia de fluidos no newtonianos.

3. Cuando se leyeron los puntos claves, que en este caso se tomó en cuenta la pendiente de la línea recta, se tomaron los pares de valores de θ y df , con su correspondiente valor de la pendiente, estos datos se ajustaron a una ecuación con la ayuda de los programas TableCurve 2D y TableCurve 3D, con el fin de ajustar los valores a la ecuación que más se acercara con el mayor coeficiente de determinación.

3.1.3 DIMENSIÓN FRACTAL (D_f)

3.1.3.1 Generación de la correlación para el cálculo de la dimensión fractal, D_f

Se emplearon gráficas log-log de la presión y derivada de presión contra el tiempo adimensional para buscar puntos característicos comunes. Para esto se varió el parámetro D_f que indica la dimensión fractal entre 1.1 y 1.9, mientras que la otra pareja de parámetros se mantenía constante para cada hoja de cálculo

En las figuras 3.4 y 3.5 se observa el efecto de la dimensión fractal sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento homogéneo fractal para valores constantes de $n=0.9$ y $\theta =0.8$. En la gráfica 3.4 se puede ver que la dimensión fractal D_f , modifica el valor de la pendiente del flujo radial, ya que se puede ver claramente que a medida que D_f aumenta, la pendiente disminuye, es decir que la pendiente m será mayor cuando $D_f=1$, y será menor cuando $D_f=2$.

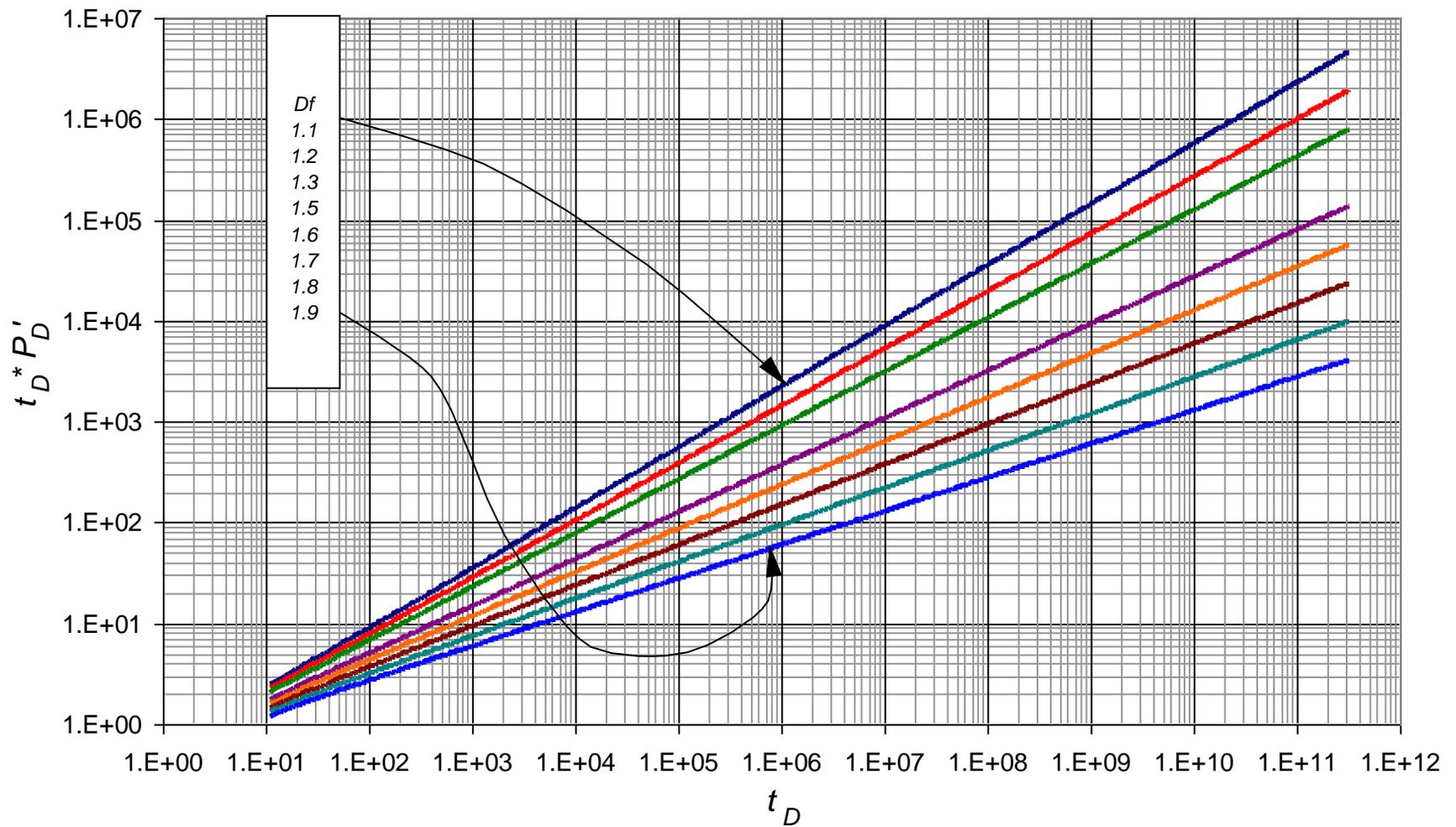


Figura 3.4. Influencia de la dimensión fractal Df sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.9$ y $\theta=0.8$.

3.1.3.2 Determinación de D_f mediante la pendiente del flujo radial

Al relacionar las pendientes del flujo radial de cada una de las curvas pertenecientes a la gráfica anterior (figura 3.4) de la derivada de presión, y relacionándolas junto a los parámetros n y θ , se obtuvo la siguiente correlación:

$$D_f = A + (B \times m) + (C \times (m^2)) + D \times (m^3) + E \times (m^4) + F \times (m^5) \quad (3.1)$$

Los valores de las constantes A, B, C, D y E se muestran en la tabla 3.1, con los pares de valores n y θ , y su criterio de selección se mostrará en la tabla 3.2:

Tabla 3.1. Coeficientes para la correlación 3.1

Contantes	1	2	3	4	5
n	0.7	0.6	0.7	0.8	0.9
θ	0.1	0.25	0.45	0.65	0.8
A	2.553156871	3.00386681	2.98037107	2.98967231	2.945503671
B	-3.64422809	-5.00215566	-4.27467153	-3.78982827	-3.16581294
C	1.58318919	3.350495285	1.97197259	1.27441266	0.008908044
D	-0.77169156	-2.2615256	-1.23521372	-1.16673195	0.343701252
E	0.439894532	1.355373631	0.95786586	1.297862	0.033868652
F	-0.25202674	-0.55803035	-0.5279646	-0.75653443	-0.31678379

Para la correlación anterior se obtuvo un r^2 de 1 con el programa table curve.

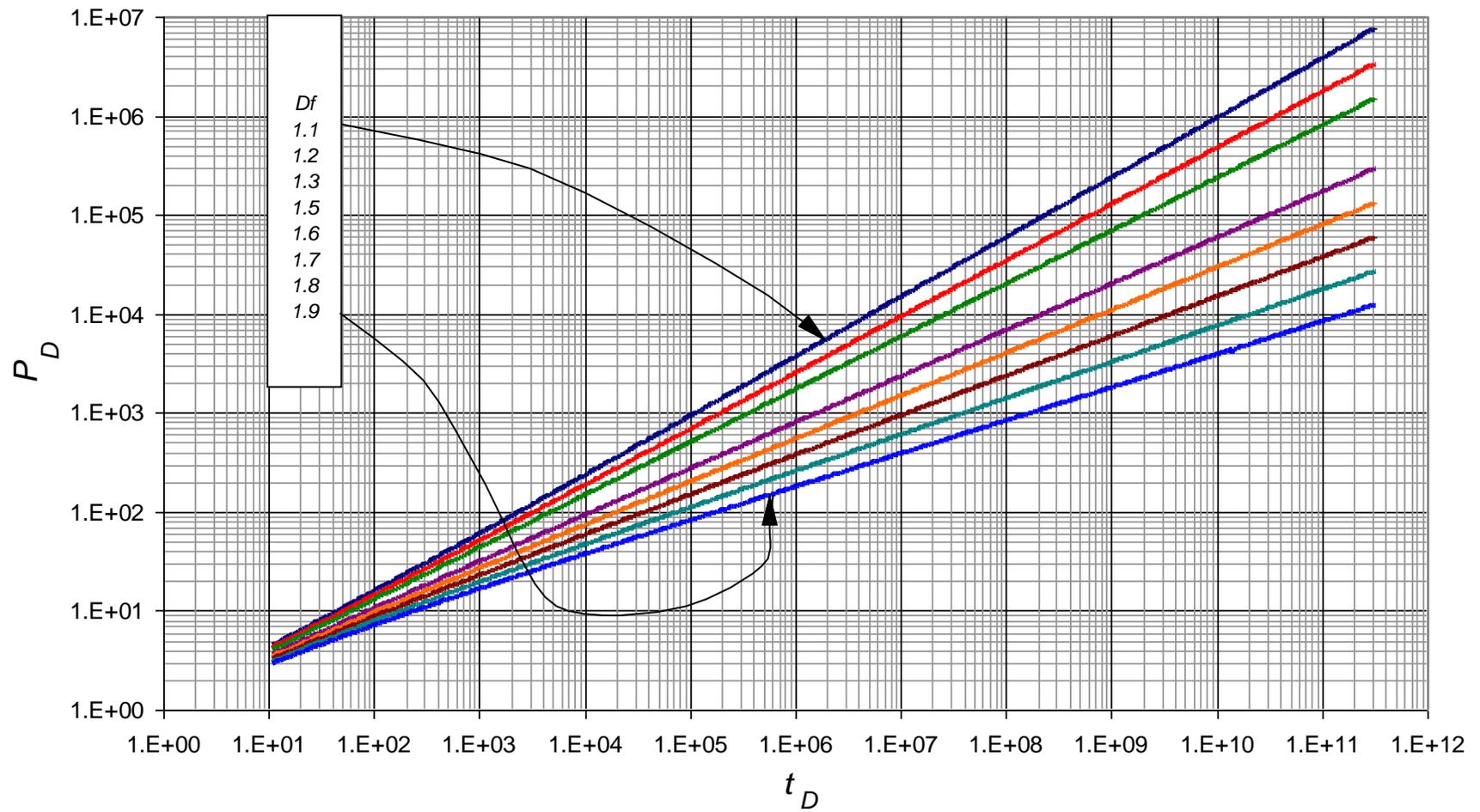


Figura 3.5. Influencia de la dimensión fractal D_f sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.9$ y $\theta=0.8$

Ya que la ecuación 3.1 puede usarse con varios conjuntos de constantes (Tabla 3.1), es necesario usar un criterio para seleccionar el grupo de constantes a usar, y ya que la pendiente del flujo radial fue el punto característico que se distinguió de las gráficas, esta se usará para poder elegir qué grupo de constantes se debe emplear para cualquier caso que se presente. Para ésto se hace uso de la Tabla 3.2 en la que se debe realizar la resta del valor de la pendiente que dé en cada caso con cada valor ubicado en la tabla indicada, los cuales indican los límites (superior, medio e inferior), y observar cuál es el límite que al ser restado con la pendiente genera un menor valor. Los pasos para escoger el conjunto de constante para el cálculo del parámetro Df son los siguientes, numerados 1 y 2.

Tabla 3.2. Criterios para la selección de constantes del cálculo de Df de acuerdo con la pendiente.

RANGO	LÍMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	INFERIOR	MEDIO	SUPERIOR	Cercana Inferior	Cercana Medio	Cercana Superior
1	0.24	0.355	0.47	1	2	3
2	0.26	0.385	0.51	2	2	3
3	0.28	0.41	0.54	2	3	4,3
4	0.31	0.445	0.58	2	2	5
5	0.33	0.465	0.6	2	2	5

1. Cuando se escoge el valor con el cual al restar la pendiente de modo absoluto genera un menor valor, se observa en la misma fila en la parte derecha de la Tabla 3.2 el número de las constantes que se recomienda usar en la ecuación 3.1.
2. Dependiendo del número que se muestre (recomendado) en la Tabla 3.2, buscar en la Tabla 3.1 el conjunto de constantes que corresponda con el número recomendado, posteriormente reemplazar las constantes sugeridas, y el valor de la pendiente obtenido, en la ecuación 3.1 para obtener Df .

3.1.4 EXPONENTE FRACTAL (θ)

3.1.4.1 Generación de las correlaciones para el cálculo del exponente fractal, θ

Se emplearon gráficas log-log de la presión y derivada de presión contra el tiempo adimensional para buscar puntos característicos comunes. Para esto se varió el parámetro θ que indica el exponente fractal entre 0.05 y 0.8, mientras que la otra pareja de parámetros se mantenía constante para cada hoja de cálculo.

En las figuras 3.6 y 3.7 se observa el efecto del exponente fractal sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento homogéneo fractal para valores constantes de $n=0.8$ y $Df=1.7$. En la gráfica 3.6 se puede ver que la dimensión fractal θ modifica el valor de la pendiente del flujo radial, ya que a medida que θ aumenta, la pendiente aumenta, es decir que la pendiente m será mayor cuando $\theta=0.8$, y será menor cuando $\theta=0.05$.

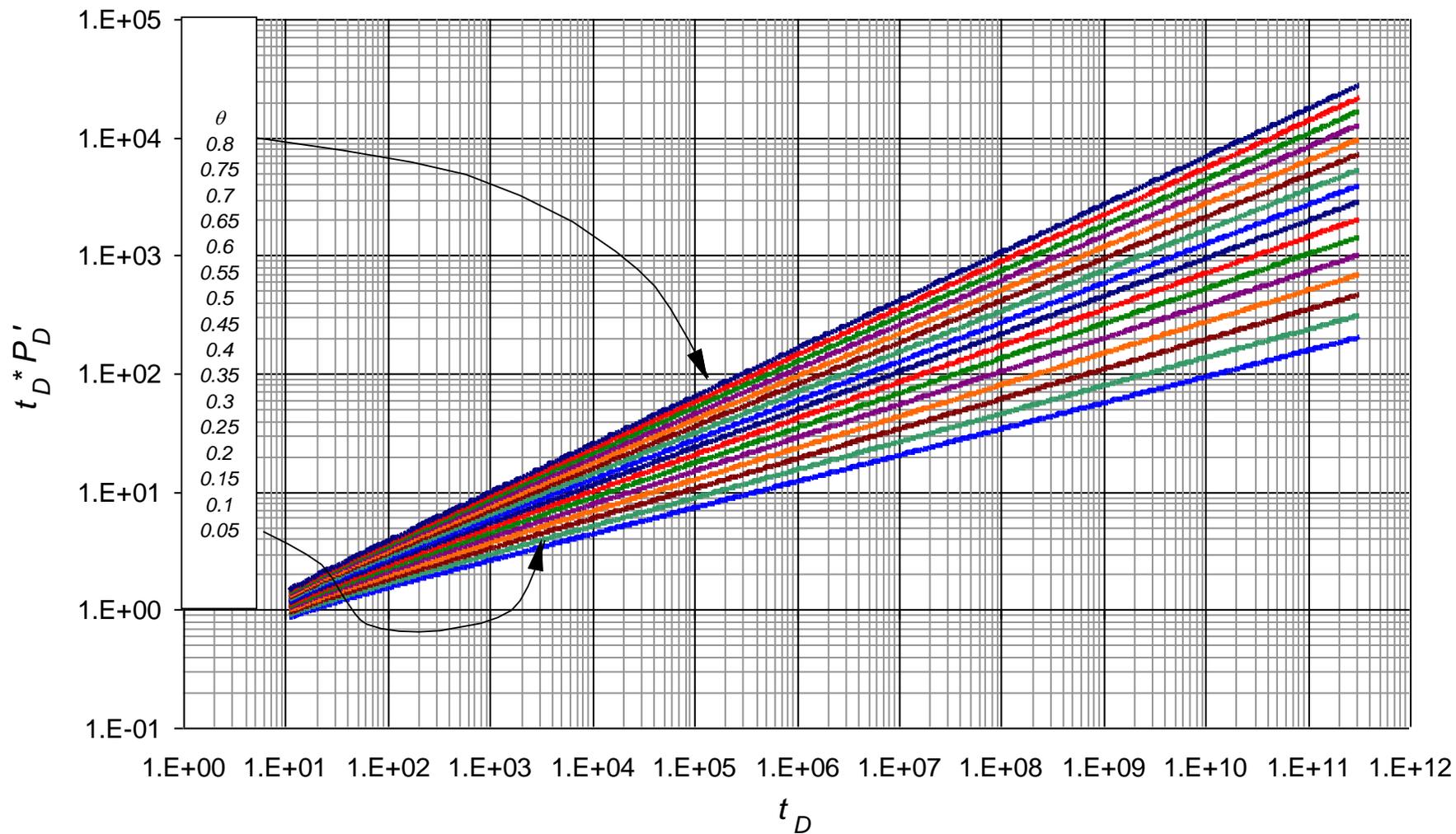


Figura 3.6. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.8$ y $Df=1.7$.

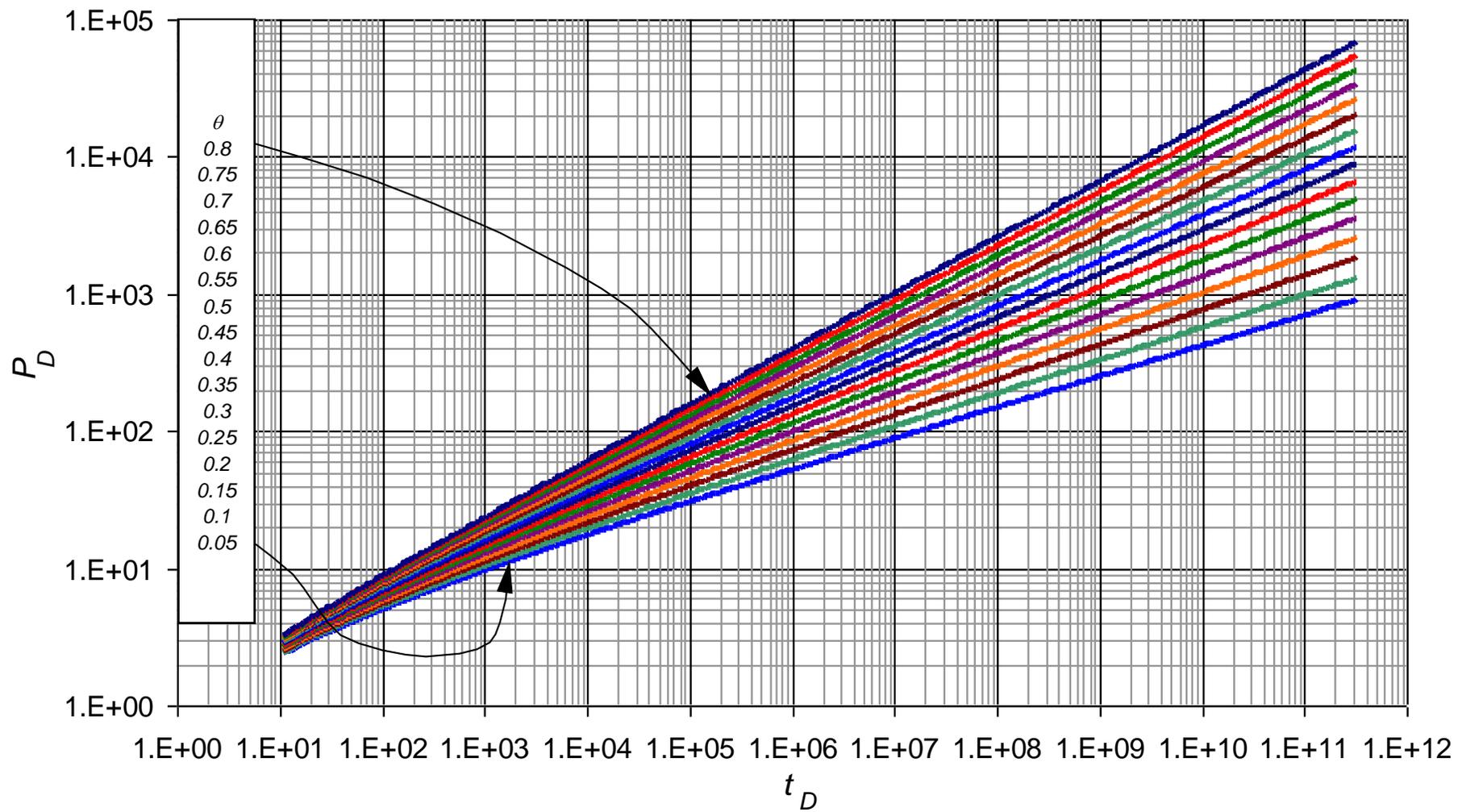


Figura 3.7. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=0.8$ y $Df=1.7$

3.1.4.2 Determinación de θ mediante la pendiente del flujo radial

Relacionando las pendientes del flujo radial de cada una de las curvas pertenecientes a la figura 3.6 de la derivada de presión, y relacionándolas junto a los parámetros anteriormente mencionados de n y D_f , se obtuvo la siguiente correlación:

$$\theta = \frac{A + (B \times D_f) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times D_f) + (F \times m)} \quad (3.2)$$

Las constantes A , B , C , D y E se muestran en la tabla 3.3, en donde el criterio para escoger el grupo de constantes, dependen del valor de D_f obtenido con la correlación 3.1.

Tabla 3.3. Coeficientes para la correlación 3.2

Rangos de aplicación					
	$1.1 \leq D_f < 1.3$	$1.3 \leq D_f < 1.5$	$1.5 \leq D_f < 1.7$	$1.7 \leq D_f < 1.9$	$1.9 \leq D_f < 2$
A	-2.50590942	-2.73549209	-3.13908379	-3.92451482	-3.46549684
B	1.079388695	1.232464809	1.472309182	1.896228061	1.659823035
C	2.789111701	2.819513168	2.945769097	3.284308705	2.989123469
D	0.117351004	0.271415758	0.408992564	0.53855853	0.271945527
E	0.064042785	0.109170291	0.171079289	0.27675392	0.184407294
F	-1.08750618	-1.13627575	-1.22314634	-1.396272	-1.30014593

Para la correlación 3.2 se obtuvo un r^2 entre 0. 0.999999995 y 1

3.1.4.3 Determinación de θ mediante la ecuación propuesta por Chang y Yortsos (1990)

Los autores Chang y Yortsos (1990) propusieron la ecuación 3.3, la cual relaciona la pendiente del flujo radial tardío con un parámetro δ que se describe a continuación, de donde se despejó el exponente fractal θ , quedando de la siguiente manera:

$$m = 1 - \delta \quad (3.3)$$

Donde

$$\delta = \frac{D_f}{\theta + 2} \quad (3.4)$$

$$\theta = -\frac{D_f}{m - 1} - 2 \quad (3.5)$$

Donde Df es la dimensión fractal y m la pendiente del radial tardío.

La diferencia entre la ecuación propuesta por Chang y Yorstos con la propuesta en este trabajo, da un error menor a 0.2, por lo tanto se considera un error aceptable, y se toma la ecuación 3.2 como válida.

3.2 MODELO PARA YACIMIENTOS CON FLUIDOS NEWTONIANOS

3.2.1 ANÁLISIS DE LA PRESIÓN Y DE LA DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL

Para realizar análisis de la presión y derivada de presión adimensional vs. el tiempo adimensional para los yacimientos homogéneos fractales equivalentes, se llevaron a cabo los siguientes pasos:

1. Para el inicio de este análisis, se comenzó con la implementación de las ecuaciones del modelo de Chakrabarty, Forouq Ali y Tortike(1993) con el fin de analizar las curvas de presión y su derivada adimensionales en yacimientos homogéneos; para esto se corrieron las ecuaciones del modelo y la solución analítica sin almacenamiento y daño de pozo usando el modelo mencionado, para generar curvas base en gráficas log-log de la presión y derivada de presión adimensionales versus tiempo adimensional, sin tener en cuenta el almacenamiento y variando los valores de la dimensión fractal Df , el exponente fractal θ , dejando constante el índice de comportamiento de flujo n con un valor igual a 1.

Esta variación se realizó cambiando cada uno de los parámetros anteriormente mencionados por vez, mientras se dejaban las demás variables constantes. Con el fin de generar las curvas de presión y derivada de presión adimensional, se usaron los siguientes rangos de las variables anteriormente mencionadas:

Dimensión fractal, Df : valores entre 1 y 2

Exponente fractal, θ : valores entre 0.05 y 0.8

Índice de comportamiento de flujo, n : 1

2. A partir de las gráficas generadas de presión y de la derivada de presión adimensionales, se observaron y analizaron los puntos característicos que existían en el comportamiento de las rectas con el fin de poder llegar a una generalización adecuada para yacimientos homogéneos fractales con presencia de fluidos newtonianos.
3. Cuando se leyeron los puntos claves, que en este caso se tomó en cuenta la pendiente de la línea recta, se tomaron los pares de valores de θ y Df , con su correspondiente valor de la pendiente, estos datos se ajustaron a una ecuación con la ayuda de los

programas TableCurve 2D y TableCurve 3D, con el fin de ajustar los valores a la ecuación que más se acercara con el mayor coeficiente de determinación.

3.2.2 DIMENSION FRACTAL (D_f)

3.2.2.1 Generación de la correlación para el cálculo de la dimensión fractal, D_f

Se emplearon gráficas log-log de la presión y derivada de presión contra el tiempo adimensional para buscar puntos característicos comunes. Para esto se varió el parámetro D_f que indica la dimensión fractal entre 1.1 y 1.9, mientras que la otra pareja de parámetros se mantenía constante para cada hoja de cálculo.

En las figuras 3.8 y 3.9 puede observar el efecto de la dimensión fractal sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento homogéneo fractal para valores constantes de $n=1$ y $\theta=0.8$. En la figura 3.8 se puede ver que la dimensión fractal D_f , modifica el valor de la pendiente del flujo radial, se observa que a medida que D_f aumenta, la pendiente disminuye, es decir que la pendiente m será mayor cuando $D_f=1.1$, y será menor cuando $D_f=1.9$.

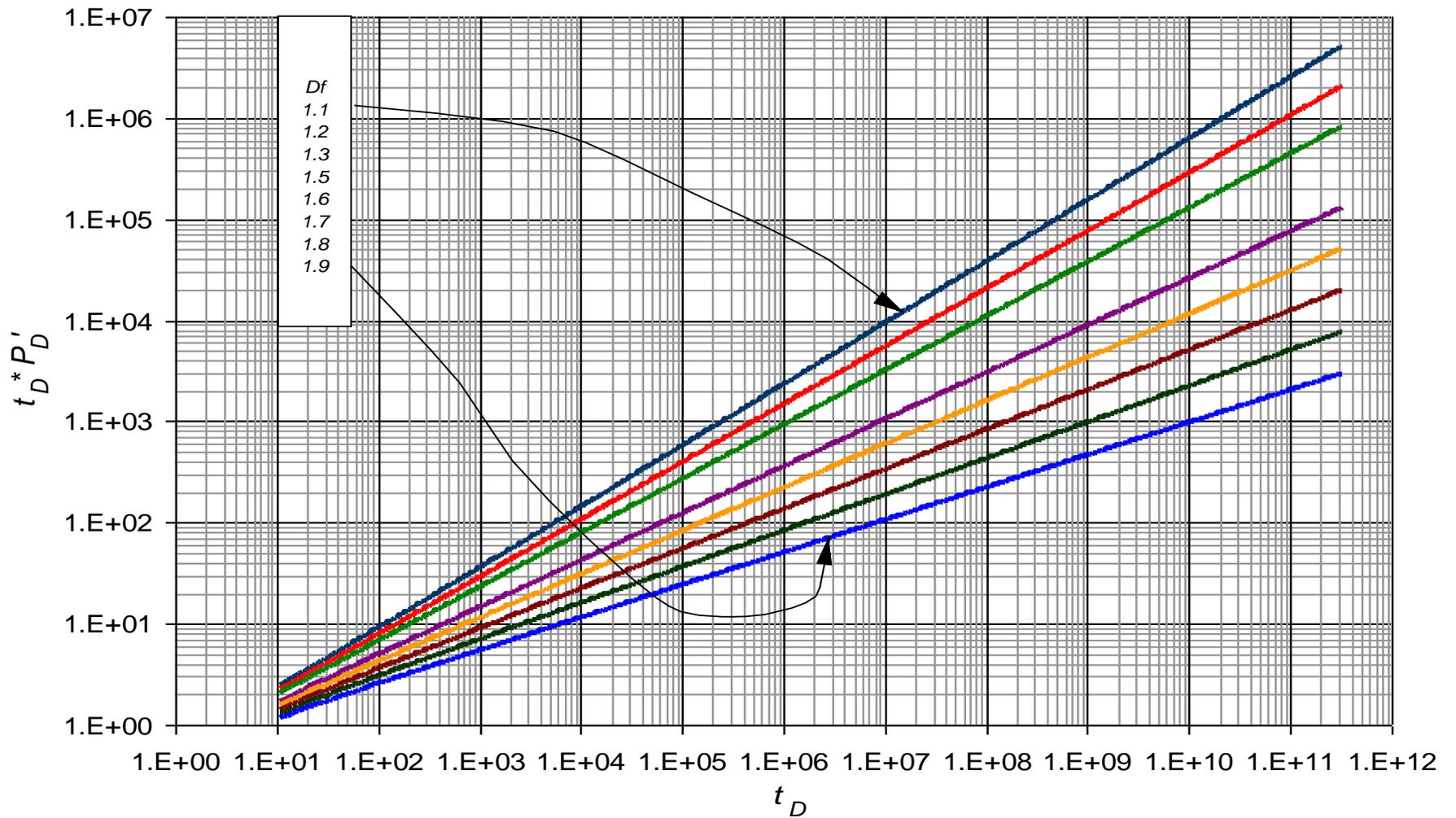


Figura 3.8. Influencia de la dimensión fractal D_f sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $\theta=0.8$.

3.2.2.2 Determinación de D_f mediante la pendiente del flujo radial

Relacionando las pendientes del flujo radial para cada una de las curvas pertenecientes a la figura 3.8 de la derivada de presión, y relacionándolas junto a los parámetros anteriormente mencionados de n y θ , se obtuvo el mismo modelo de la correlación 3.1, en donde lo que varía con respecto a esta correlación son los valores de las constantes:

$$D_f = A + (B \times m) + (C \times (m^2)) + D \times (m^3) + E \times (m^4) + F \times (m^5) \quad (3.6)$$

Los valores de las constantes A, B, C, D y E se muestran en la tabla 3.4, junto con los pares de valores n y θ y su criterio de selección se mostrará en la tabla 3.5

Tabla 3.4. Coeficientes para la correlación 3.6

Contantes	1	2	3	4	5
n	1	1	1	1	1
θ	0.1	0.25	0.45	0.65	0.8
A	2.1023483	2.25269008	2.45384029	2.65707953	2.81245258
B	-2.09948218	-2.25267439	-2.46651168	-2.70517205	-2.91574824
C	0.00883457	0.03242381	0.11465493	0.31160477	0.5918897
D	-0.05940761	-0.14207932	-0.38111403	-0.8771319	-1.5207173
E	0.11636895	0.25386346	0.5926728	1.20927262	1.94228908
F	-0.14923089	-0.24224806	-0.43698308	-0.74679768	-1.08351081

Para la correlación 3.6 se obtuvo un r^2 de 1 con el programa table curve.

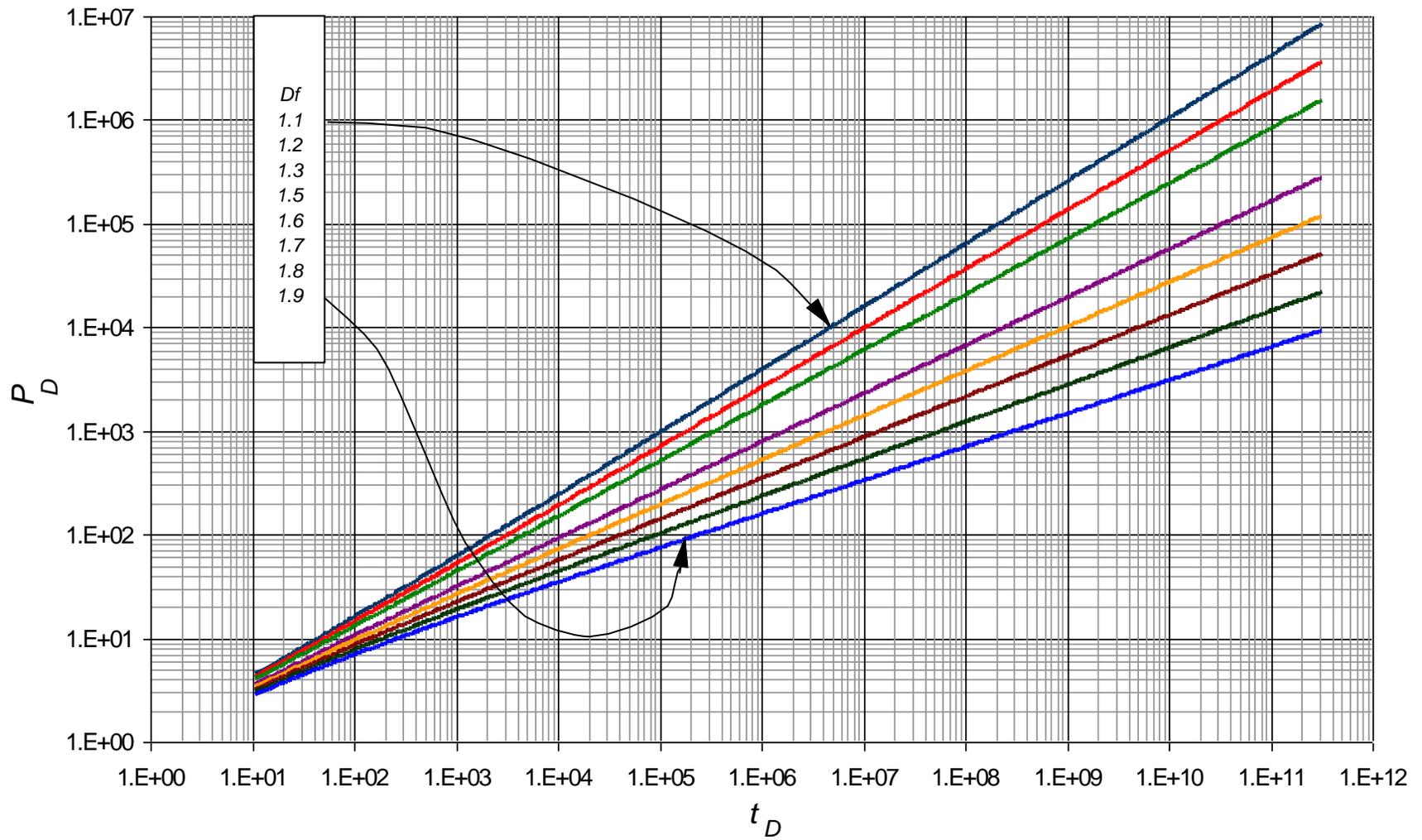


Figura 3.9. Influencia de la dimensión fractal D_f sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $\theta=0.8$

Debido que la ecuación 3.6 puede usarse con varios conjuntos de constantes (Tabla 3.4), es necesario usar un criterio para seleccionar las que se van a usar, y debido a que la pendiente del flujo radial fue el punto característico que se distinguió de las gráficas, este se usa para poder elegir qué grupo de constantes se debe emplear para cualquier caso que se presente. Para esto se hace uso de la Tabla 3.5 en la que se debe realizar la resta del valor de la pendiente que dé en cada caso con cada valor ubicado en la tabla indicada, los cuales indican los límites (superior, medio e inferior), y observar cuál es el límite que al ser restado con la pendiente genera un menor valor. Los pasos para escoger el conjunto de constante para el cálculo del parámetro Df son los siguientes, numerados 1 y 2.

Tabla 3.5. Criterios para la selección de constantes del cálculo de Df de acuerdo con la pendiente.

RANGO	LÍMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	INFERIOR	MEDIO	SUPERIOR	Cercana Inferior	Cercana Medio	Cercana Superior
1	0.1	0.29	0.48	1	3	3
2	0.16	0.335	0.51	2	3	3
3	0.23	0.39	0.55	2	2	4
4	0.28	0.43	0.58	2	2	5
5	0.32	0.46	0.6	3	2	5

1. Cuando se escoge el valor con el cual al restar la pendiente de modo absoluto se genera un menor valor, se observa en la misma fila en la parte derecha de la Tabla 3.5 el número del grupo de constantes que se recomienda usar en la ecuación 3.6.
2. Dependiendo del número que se muestre (recomendado) en la Tabla 3.5, buscar en la Tabla 3.4 el conjunto de constantes que corresponda con el número recomendado, posteriormente reemplazar las constantes sugeridas, y el valor de la pendiente obtenido, en la ecuación 3.6 para obtener Df .

3.2.3 EXPONENTE FRACTAL (θ)

3.2.3.1 Generación de las correlaciones para el cálculo del exponente fractal, θ

Se emplearon gráficas log-log de la presión y derivada de presión contra el tiempo adimensional para buscar puntos característicos comunes. Para esto se varió el parámetro θ que indica el exponente fractal entre 0.05 y 0.8, mientras que la otra pareja de parámetros se mantenía constante para cada hoja de cálculo.

En las figuras 3.10 y 3.11, se observa el efecto del exponente fractal sobre el comportamiento de la presión y la derivada de la presión de un yacimiento homogéneo fractal para valores constantes de $n=1$ y $Df=1.7$. En la figura 3.10 se puede ver que la dimensión fractal θ modifica el valor de la pendiente del flujo radial, ya que a medida que θ aumenta, la pendiente aumenta, es decir que la pendiente m será mayor cuando $\theta=0.8$, y será menor cuando $\theta=0.05$.

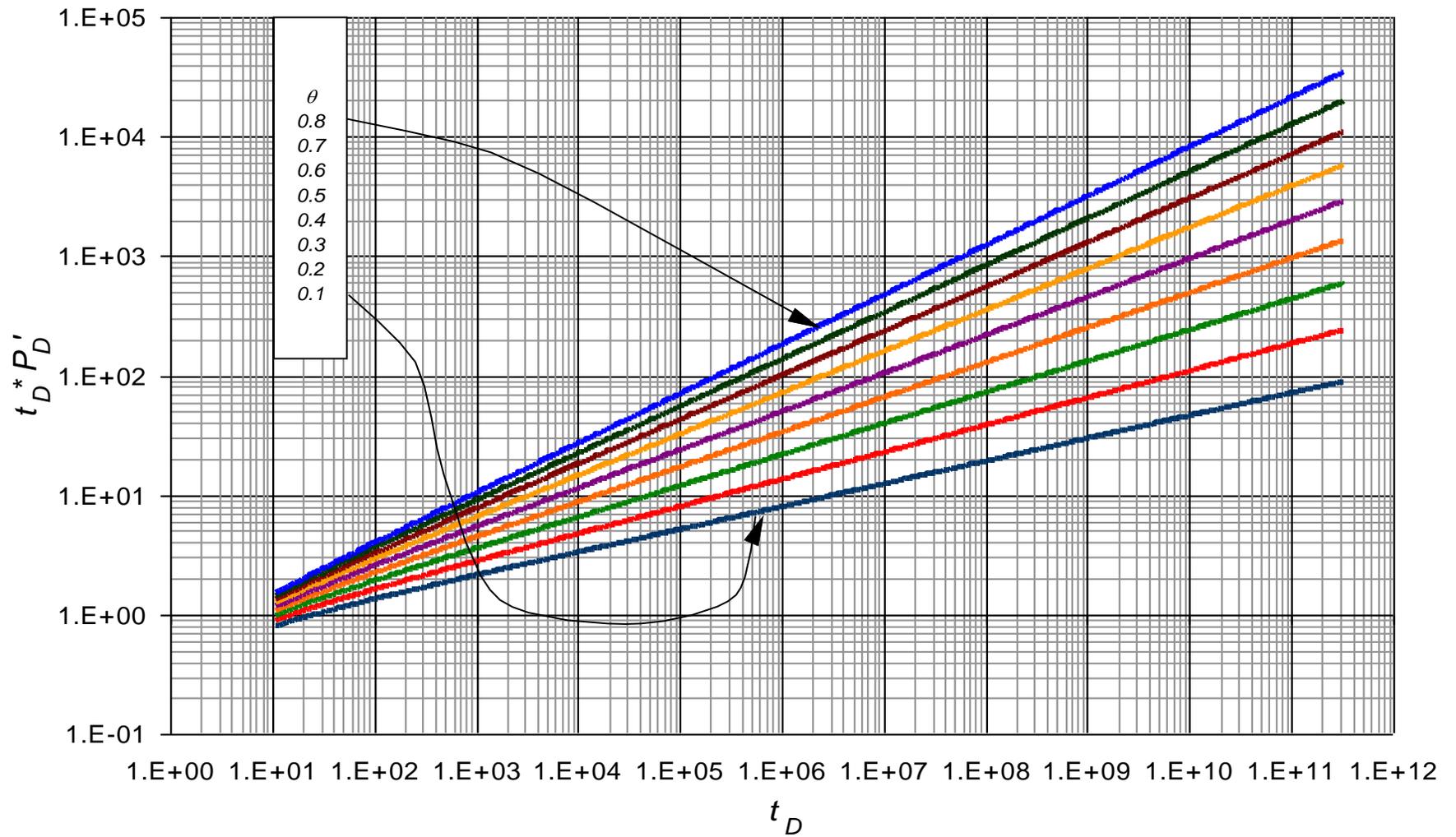


Figura 3.10. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la derivada de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $Df=1.7$

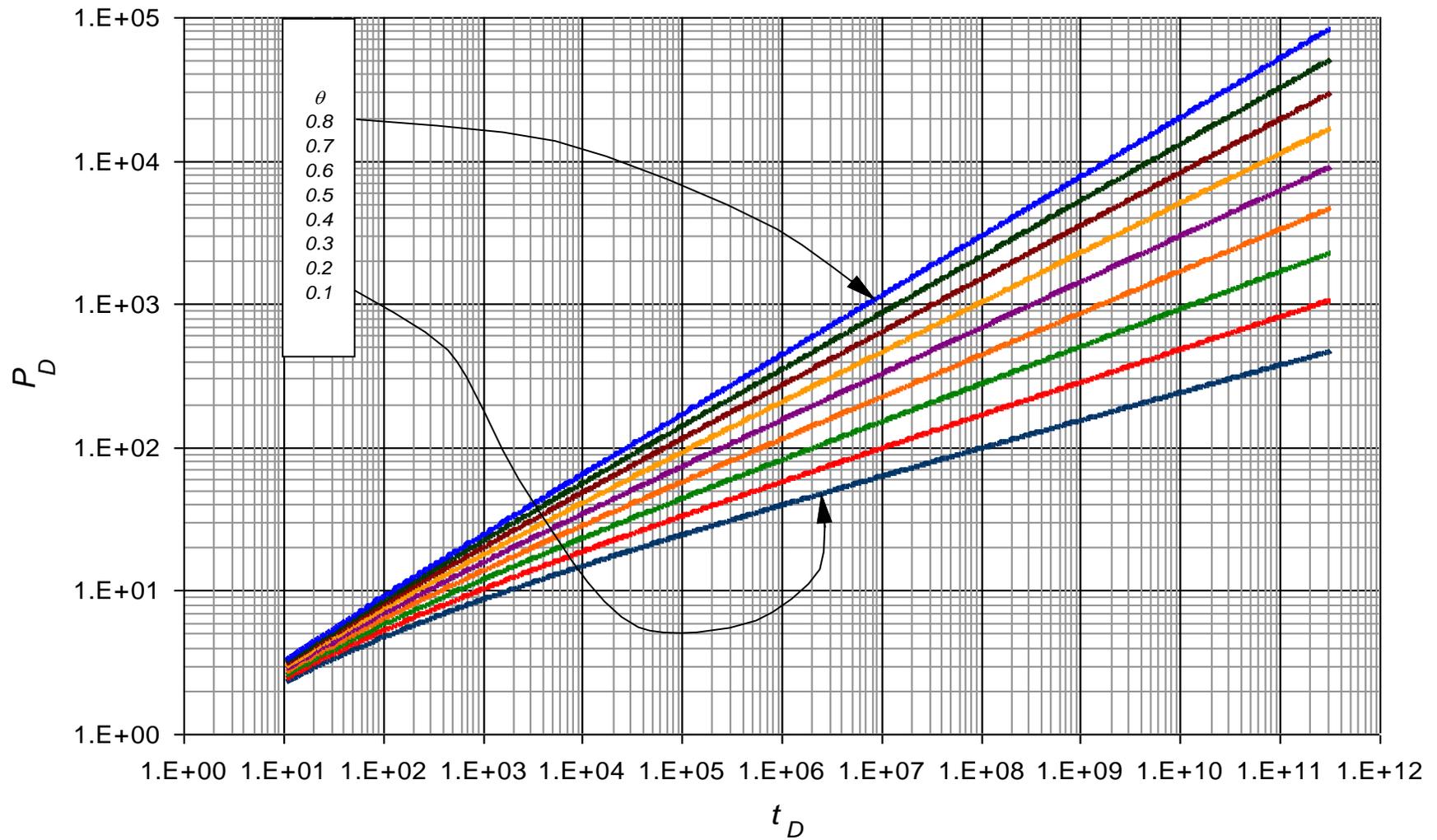


Figura 3.11. Influencia del exponente fractal θ sobre el comportamiento de la presión adimensional en un yacimiento homogéneo fractal para $n=1$ y $Df=1.7$

3.2.3.2 Determinación de θ mediante la pendiente del flujo radial

Relacionando las pendientes del flujo radial de cada una de las curvas pertenecientes a la figura 3.10 de la derivada de presión, y relacionándolas con los parámetros n y Df se obtuvo el mismo modelo de la correlación 3.2, en donde lo que varía con respecto a esta correlación son los valores de las constantes:

$$\theta = \frac{A + (B \times D_f) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times D_f) + (F \times m)} \quad (3.7)$$

Las constantes A , B , C , D y E se muestran en la tabla 3.7, en donde el criterio para escoger el grupo de constantes, dependen del valor de Df obtenido con la correlación 3.6.

Tabla 3.6. Coeficientes para la correlación 3.7

Rangos de aplicación					
	$1.1 \leq Df < 1.3$	$1.3 \leq Df < 1.5$	$1.5 \leq Df < 1.7$	$1.7 \leq Df < 1.9$	$1.9 \leq Df < 2$
A	-2.02708559	-2.02538601	-2.02313443	-2.02064878	-2.0176753
B	0.999189039	1.006675153	1.008936453	1.00890713	1.007722791
C	2.114831633	2.069433758	2.042296822	2.025832129	2.015467882
D	-0.12143831	-0.0776653	-0.05031282	-0.03261901	-0.0211884
E	0.020632277	0.014518013	0.01003045	0.006904136	0.00469389
F	-1.05455816	-1.04248245	-1.03227394	-1.0239305	-1.01721715

Para la correlación 3.7 se obtuvo un valor de r^2 entre 0.999943 y 1 con el programa table curve.

CAPÍTULO 4: APLICACIONES

EJEMPLO SINTÉTICO N° 1

Se simuló una prueba de presión para un yacimiento homogéneo fractal, con los siguientes datos de entrada:

Caudal, $q = 250$ bbl/día

Almacenamiento en el pozo, $C = 0$ bbl/psi

Espesor de la formación, $h = 100$ ft

Compresibilidad de la matriz, $c_t = 20 \times 10^{-5}$ psi⁻¹

Radio del pozo, $r_w = 3.7$ in

Porosidad $\phi = 15\%$

Factor volumétrico, $B = 1.23$ bbl/STB

El yacimiento contiene un fluido, el cual tiene un comportamiento de índice de flujo $n=0.7$, con base en pruebas reológicas.

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO B

Calcular:

- La dimensión fractal, Df y el exponente fractal, θ

Paso 1. Generar una curva de ΔP y $t^* \Delta P'$ vs t con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.1)

Paso 2. Mirar en la gráfica el tiempo donde empieza y termina el flujo radial, y leer los datos $(t^* \Delta P')_r$. Según la gráfica de la figura 4.1 el flujo radial empieza cuando $(t)_r=10$ y termina cuando $(t)_r=\text{máximo}$, por lo tanto se mira la derivada de presión para estos tiempos en la tabla correspondiente al ejemplo, ubicada en el anexo B, y se calcula la pendiente.

Puntos leídos:

Tabla 4.1. Datos característicos para el ejemplo 1

$((t^* \Delta P'))_{P1}$	1.16666995648643
$(tr)_{P1}$	10
$((t^* \Delta P')_{r2})_{P2}$	5069.59301578241
$(tr)_{P2}$	326417514467

Paso 3. Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\log(t^* \Delta P')_{p2} - \log(t^* \Delta P')_{p1}}{\log(tr)_{p2} - \log(tr)_{p1}}$$

$$m = 0.34602468$$

Paso 4. Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el grupo de constantes para calcular D_f , que se encuentra consignado en la Tabla 3.2, que se muestra a continuación:

RANGO	LÍMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	INFERIOR	MEDIO	SUPERIOR	Cercana Inferior	Cercana Medio	Cercana Superior
1	0.24	0.355	0.47	1	2	3
2	0.26	0.385	0.51	2	2	3
3	0.28	0.41	0.54	2	3	4
4	0.31	0.445	0.58	2	2	5
5	0.33	0.465	0.6	2	2	5

Debido a que la pendiente calculada se encuentra más cerca al límite inferior del rango 5, se escoge el grupo de constantes 2.

Paso 5. Calcular el valor de D_f con la correlación 3.1 y las constantes del conjunto 2.

$$D_f = A + (B \times m) + (C \times (m^2)) + D \times (m^3) + E \times (m^4) + F \times (m^5)$$

$$D_f = 3.00386681 + (-5.00215566 \times 0.34602468) + (3.350495285 \times (0.34602468)^2) \\ + (-2.2615256 \times (0.34602468)^3) + (1.35537361 \times (0.34602468)^4) \\ + (-0.55803035 \times (0.34602468)^5) = 1.597128734$$

Para calcular θ se utiliza la correlación 3.2:

$$\theta = \frac{A + (B \times D_f) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times D_f) + (F \times m)}$$

Y sus constantes se escogen de acuerdo a la tabla 3.3 que se nombra nuevamente a continuación:

Rangos de aplicación					
	$1.1 \leq Df < 1.3$	$1.3 \leq Df < 1.5$	$1.5 \leq Df < 1.7$	$1.7 \leq Df < 1.9$	$1.9 \leq Df < 2$
<i>A</i>	-2.50590942	-2.73549209	-3.13908379	-3.92451482	-3.46549684
<i>B</i>	1.079388695	1.232464809	1.472309182	1.896228061	1.659823035
<i>C</i>	2.789111701	2.819513168	2.945769097	3.284308705	2.989123469
<i>D</i>	0.117351004	0.271415758	0.408992564	0.53855853	0.271945527
<i>E</i>	0.064042785	0.109170291	0.171079289	0.27675392	0.184407294
<i>F</i>	-1.08750618	-1.13627575	-1.22314634	-1.396272	-1.30014593

Debido a que el valor de D_f calculado se encuentra en el rango 3, se escogen este grupo de constantes para reemplazar en la ecuación 3.2.

$$\theta = -3.13908379 + (1.472309182 \times 1.597128734) + (2.945769097 \times 0.34602468) \\ + (0.117351004 \times (0.34602468)^2) / ((1 + 0.171079289 \times 1.597128734) \\ + (-1.22314634 \times (0.34602468)^5)) = 0.33019212$$

Tabla 4.2. Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 1

Parámetro calculado	valor	Valor real
<i>Df</i>	1.597128734	1.6
θ	0.330192	0.3

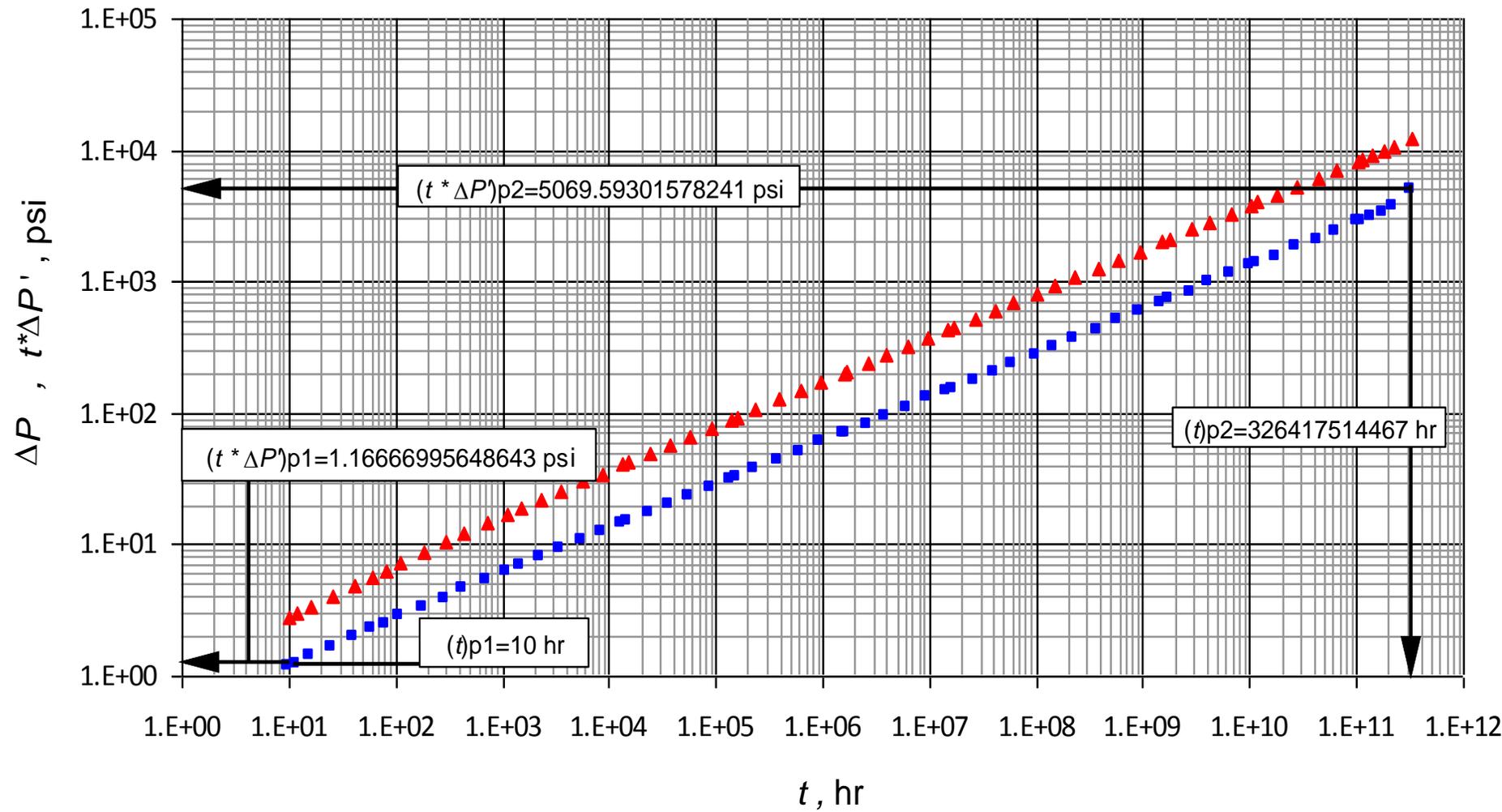


Figura 4.1 Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°1

EJEMPLO SINTÉTICO N° 2

Se simuló una prueba de presión para un yacimiento homogéneo fractal, con los siguientes datos de entrada:

Caudal, $q = 410$ bbl/día

Almacenamiento en el pozo, $C = 0$ bbl/psi

Espesor de la formación, $h = 130$ ft

Compresibilidad de la matriz, $c_t = 1.6 \times 10^{-6}$ psi⁻¹

Radio del pozo, $r_w = 5$ ft

Porosidad, $\phi = 10\%$

Factor volumétrico, $B = 1.2$ bbl/STB

El yacimiento contiene un fluido, al cual de acuerdo a pruebas reológicas se determinó su índice de comportamiento de flujo $n=0.73$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO B

Calcular:

- La dimensión fractal, D_f y el exponente fractal, θ

Paso 1. Generar una curva de ΔP y $t^* \Delta P'$ vs t con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.2)

Paso 2. Mirar en la gráfica el tiempo donde empieza y termina el flujo radial, y leer los datos $(t^* \Delta P')_r$. Según la gráfica de la figura 4.2 el flujo radial empieza cuando $(t)_r=10$ y termina cuando $(t)_r=\text{máximo}$, por lo tanto se mira la derivada de presión para estos tiempos en la tabla correspondiente al ejemplo, ubicada en el anexo B, y se calcula la pendiente.

Puntos leídos:

Tabla 4.3. Datos característicos para el ejemplo 2

$((t^* \Delta P')_{P1})$	2.01213291071035
$(t_r)_{P1}$	10
$((t^* \Delta P')_{r2})_{P2}$	1126999.61038498
$(t_{r2})_{P2}$	326417514467

Paso 3. Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\log(t * \Delta P')_{p2} - \log(t * \Delta P')_{p1}}{\log(tr)_{p2} - \log(tr)_{p1}}$$

$$m = 0.546736824$$

Paso 4. Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el grupo de constantes para calcular D_f , que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

RANGO	LÍMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	SUPERIOR	MEDIO	INFERIOR	Cercana Medio	Cercana Superior	Cercana Inferior
1	0.24	0.355	0.47	1	2	3
2	0.26	0.385	0.51	2	2	3
3	0.28	0.41	0.54	2	3	4
4	0.31	0.445	0.58	2	2	5
5	0.33	0.465	0.6	2	2	5

Debido a que la pendiente calculada se encuentra más cerca al límite inferior del rango 3, escogemos el grupo de constantes 4.

Paso 5. Calcular el valor de D_f con la correlación 3.1 y las constantes del conjunto 2.

$$D_f = A + (B \times m) + (C \times (m^2)) + D \times (m^3) + E \times (m^4) + F \times (m^5)$$

$$\begin{aligned} D_f &= 2.98967231 + (-3.78982827 \times 0.546736824) + (1.27441266 \times (0.546736824)^2) \\ &+ (-1.16673195 \times (0.546736824)^3) + (1.297862 \times (0.546736824)^4) \\ &+ (-0.75653443 \times (0.546736824)^5) = 1.1869121 \end{aligned}$$

Para calcular θ se utiliza la correlación 3.2:

$$\theta = \frac{A + (B \times D_f) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times D_f) + (F \times m)}$$

Y sus constantes se escogen de acuerdo con la tabla 3.3:

Rangos de aplicación					
	$1.1 \leq Df < 1.3$	$1.3 \leq Df < 1.5$	$1.5 \leq Df < 1.7$	$1.7 \leq Df < 1.9$	$1.9 \leq Df < 2$
<i>A</i>	-2.50590942	-2.73549209	-3.13908379	-3.92451482	-3.46549684
<i>B</i>	1.079388695	1.232464809	1.472309182	1.896228061	1.659823035
<i>C</i>	2.789111701	2.819513168	2.945769097	3.284308705	2.989123469
<i>D</i>	0.117351004	0.271415758	0.408992564	0.53855853	0.271945527
<i>E</i>	0.064042785	0.109170291	0.171079289	0.27675392	0.184407294
<i>F</i>	-1.08750618	-1.13627575	-1.22314634	-1.396272	-1.30014593

Debido a que el valor de D_f calculado se encuentra en el rango 1, se escogen esas constantes para reemplazar en la correlación 3.2.

$$\begin{aligned} \theta = & (-2.50590942 + (1.079388695 \times 1.1869121) + (2.789111701 \times 0.546736824) \\ & + (0.117351004 \times (0.546736824)^2) / ((1 + 0.064042785 \times 1.1869121) \\ & + (-1.08750618 \times (0.546736824))) = 0.69629319 \end{aligned}$$

Tabla 4.4. Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 2

Parámetro calculado	valor	Valor real
<i>Df</i>	1.186912	1.2
θ	0.696293	0.7

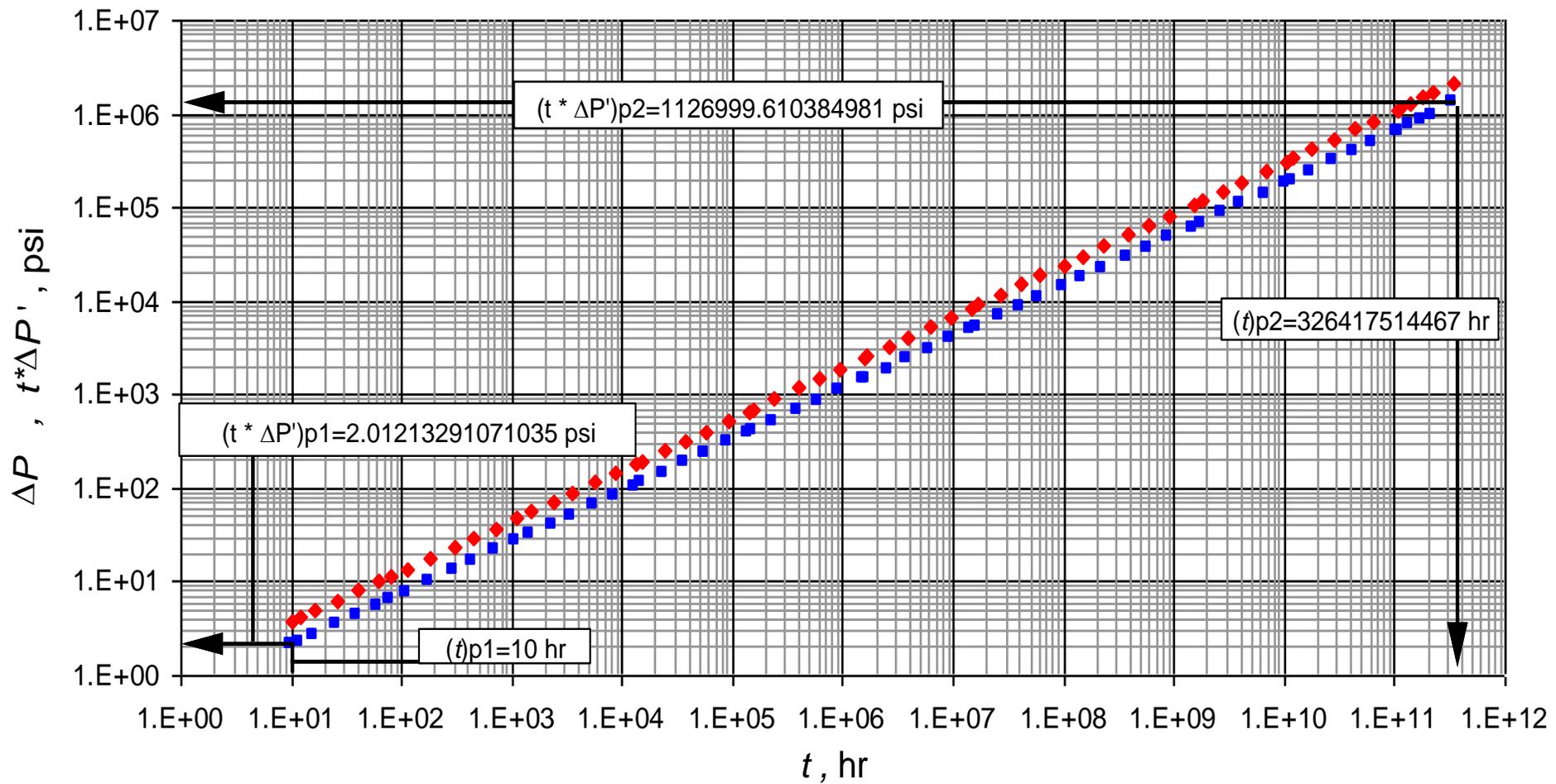


Figura 4.2 Gráfica $\Delta P, t \cdot \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°2

EJEMPLO SINTÉTICO N° 3

Se simuló una prueba de presión para un yacimiento homogéneo fractal, con los siguientes datos de entrada:

Caudal, $q = 270$ bbl/día

Almacenamiento en el pozo, $C = 0$ bbl/psi

Espesor de la formación, $h = 500$ ft

Compresibilidad de la matriz, $c_t = 2.8 \times 10^{-6}$ psi⁻¹

Radio del pozo, $r_w = 7.5$ ft

Porosidad, $\phi = 12\%$

Factor volumétrico, $B = 1$ bbl/STB

El yacimiento contiene un fluido, al cual de acuerdo a pruebas reológicas se determinó su índice de comportamiento de flujo $n=0.79$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO B

Calcular:

- La dimensión fractal, Df y el exponente fractal, θ

Paso 1. Generar una curva de ΔP y $t^* \Delta P'$ vs t con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.3)

Paso 2. Mirar en la gráfica el tiempo donde empieza y termina el flujo radial, y leer los datos $(t^* \Delta P')_r$. Según la gráfica de la figura 4.3 el flujo radial empieza cuando $(t)_r=10$ y termina cuando $(t)_r=\text{máximo}$, por lo tanto se mira la derivada de presión para estos tiempos en la tabla correspondiente al ejemplo, ubicada en el anexo B, y se calcula la pendiente.

Puntos leídos:

Tabla 4.5. Datos característicos para el ejemplo 3

$((t^* \Delta P')_{p1})$	0.998023774471954
$(tr)_{p1}$	10
$((t^* \Delta P')_{r2})_{p2}$	1150.76794148266
$(tr)_{p2}$	326417514467

Paso 3. Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\log(t^* \Delta P')_{p2} - \log(t^* \Delta P')_{p1}}{\log(tr)_{p2} - \log(tr)_{p1}}$$

$$m = 0.29122245$$

Paso 4. Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el grupo de constantes a emplear para calcular D_f , que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

RANGO	LIMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	SUPERIOR	MEDIO	INFERIOR	Cercana Medio	Cercana Superior	Cercana Inferior
1	0.24	0.355	0.47	1	2	3
2	0.26	0.385	0.51	2	2	3
3	0.28	0.41	0.54	2	3	4
4	0.31	0.445	0.58	2	2	5
5	0.33	0.465	0.6	2	2	5

Debido a que la pendiente calculada se encuentra más cerca al límite inferior del rango 5, se escoge el grupo de constantes 2.

Paso 5. Calcular el valor de D_f con la correlación 3.1 y las constantes del conjunto 2.

$$D_f = A + (B \times m) + (C \times (m^2)) + D \times (m^3) + E \times (m^4) + F \times (m^5)$$

$$D_f = 3.00386681 + (-5.00215566 \times 0.29122245) + (3.350495285 \times (0.29122245)^2) + (-2.2615256 \times (0.29122245)^3) + (1.355373631 \times (0.29122245)^4) + (-0.55803035 \times (0.29122245)^5) = 1.784007263$$

Para calcular θ se utiliza la siguiente correlación 3.2:

$$\theta = \frac{A + (B \times D_f) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times D_f) + (F \times m)}$$

Y sus constantes se escogen de acuerdo a la tabla 3.3:

Rangos de aplicación					
	$1.1 \leq Df < 1.3$	$1.3 \leq Df < 1.5$	$1.5 \leq Df < 1.7$	$1.7 \leq Df < 1.9$	$1.9 \leq Df < 2$
<i>A</i>	-2.50590942	-2.73549209	-3.13908379	-3.92451482	-3.46549684
<i>B</i>	1.079388695	1.232464809	1.472309182	1.896228061	1.659823035
<i>C</i>	2.789111701	2.819513168	2.945769097	3.284308705	2.989123469
<i>D</i>	0.117351004	0.271415758	0.408992564	0.53855853	0.271945527
<i>E</i>	0.064042785	0.109170291	0.171079289	0.27675392	0.184407294
<i>F</i>	-1.08750618	-1.13627575	-1.22314634	-1.396272	-1.30014593

Debido a que el valor de D_f calculado se encuentra en el rango 4, se escogen esas constantes para reemplazar en la correlación 3.2

$$\begin{aligned} \theta &= (-3.92451482 + (1.896228061 \times 1.78400726) + (3.284308705 \times 0.29122245) \\ &+ (0.53855853 \times (0.29122245)^2) / ((1 + 0.27675392 \times 1.78400726) \\ &+ (-1.396272 \times 0.29122245)) = 0.42361093 \end{aligned}$$

Tabla 4.6. Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 3

Parámetro calculado	valor	Valor real
<i>Df</i>	1.784007263	1.8
θ	0.423611	0.4

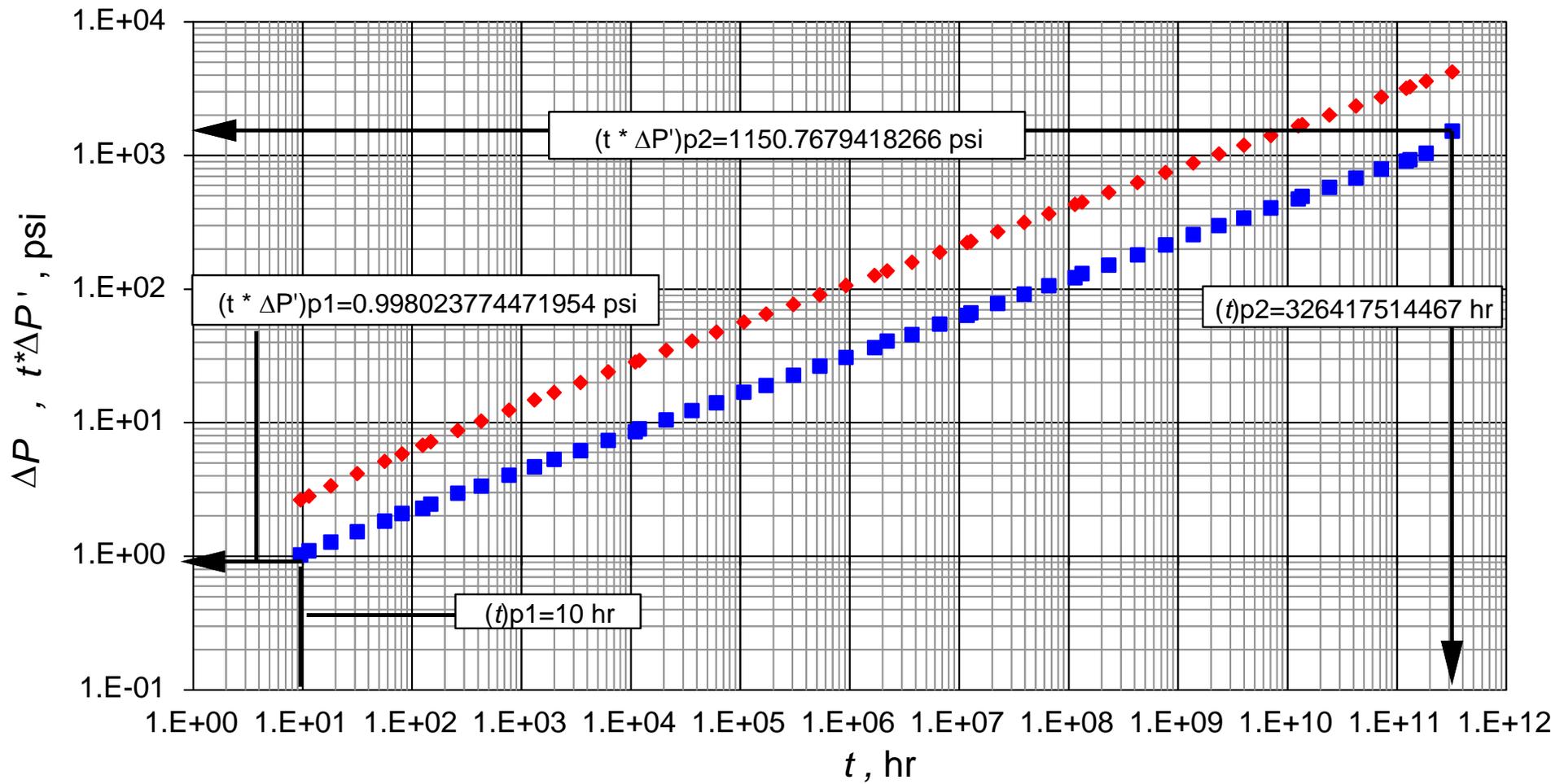


Figura 4.3 Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°3

EJEMPLO SINTÉTICO N° 4

Se simuló una prueba de presión para un yacimiento homogéneo fractal, con los siguientes datos de entrada:

Caudal, $q = 450$ bbl/día

Almacenamiento en el pozo, $C = 0$ bbl/psi

Espesor de la formación, $h = 720$ ft

Compresibilidad de la matriz, $c_t = 3.2 \times 10^{-6}$ psi⁻¹

Radio del pozo, $r_w = 6$ ft

Porosidad, $\phi = 9\%$

Factor volumétrico, $B = 1.2$ bbl/STB

El yacimiento contiene un fluido, al cual de acuerdo a pruebas reológicas se determinó su índice de comportamiento de flujo $n=0.6$

Los datos de la prueba de presión sintética se muestran en el ANEXO B

Calcular:

- La dimensión fractal, Df y el exponente fractal, θ

Paso 1. Generar una curva de ΔP y $t^* \Delta P'$ vs t con los datos de presión obtenidos en la prueba. (Figura 4.4)

Paso 2. Mirar en la gráfica el tiempo donde empieza y termina el flujo radial, y leer los datos $(t^* \Delta P')_r$. Según la gráfica de la figura 4.4 el flujo radial empieza cuando $(t)_r=10$ y termina cuando $(t)_r=\text{máximo}$, por lo tanto se mira la derivada de presión para estos tiempos en la tabla correspondiente al ejemplo, ubicada en el anexo B, y se calcula la pendiente.

Puntos leídos:

Tabla 4.7. Datos característicos para el ejemplo 4

$((t^* \Delta P')_{p1})$	1.38613277739762
$(tr)_{p1}$	10
$((t^* \Delta P')_{r2})_{p2}$	26268.7084253205
$(tr)_{p2}$	326417514467

Paso 3. Calcular la pendiente del segundo radial con los dos puntos leídos anteriormente.

$$m = \frac{\log(t^* \Delta P')_{p2} - \log(t^* \Delta P')_{p1}}{\log(tr)_{p2} - \log(tr)_{p1}}$$

$$m = 0.40686$$

Paso 4. Según el valor de la pendiente, emplear el criterio de selección para escoger el grupo de constantes a emplear para calcular D_f , que se encuentra consignado en la Tabla 3.2.

RANGO	LÍMITES			No. CONJUNTO DE CONSTANTES		
	SUPERIOR	MEDIO	INFERIOR	Cercana Medio	Cercana Superior	Cercana Inferior
1	0.24	0.355	0.47	1	2	3
2	0.26	0.385	0.51	2	2	3
3	0.28	0.41	0.54	2	3	4
4	0.31	0.445	0.58	2	2	5
5	0.33	0.465	0.6	2	2	5

Debido a que la pendiente calculada se encuentra más cerca al límite medio del rango 3, se escoge el grupo de constantes 3.

Paso 5. Calcular el valor de D_f con la correlación 3.1 y las constantes del conjunto 3.

$$D_f = A + (B \times m) + (C \times (m^2)) + D \times (m^3) + E \times (m^4) + F \times (m^5)$$

$$D_f = 2.980371065 + (-4.27467153 \times 0.40686) + (1.97197588 \times (0.40686)^2) + (-1.23521372 \times (0.40686)^3) + (0.957865859 \times (0.40686)^4) + (-0.5279646 \times (0.40686)^5) = 1.504779$$

Para calcular θ se utiliza la siguiente correlación 3.2:

$$\theta = \frac{A + (B \times D_f) + (C \times m) + (D \times m^2)}{1 + (E \times D_f) + (F \times m)}$$

Y sus constantes se escogen de acuerdo a la tabla 3.3:

Rangos de aplicación					
	$1.1 \leq D_f < 1.3$	$1.3 \leq D_f < 1.5$	$1.5 \leq D_f < 1.7$	$1.7 \leq D_f < 1.9$	$1.9 \leq D_f < 2$
<i>A</i>	-2.50590942	-2.73549209	-3.13908379	-3.92451482	-3.46549684
<i>B</i>	1.079388695	1.232464809	1.472309182	1.896228061	1.659823035
<i>C</i>	2.789111701	2.819513168	2.945769097	3.284308705	2.989123469
<i>D</i>	0.117351004	0.271415758	0.408992564	0.53855853	0.271945527
<i>E</i>	0.064042785	0.109170291	0.171079289	0.27675392	0.184407294
<i>F</i>	-1.08750618	-1.13627575	-1.22314634	-1.396272	-1.30014593

Debido a que el valor de D_f calculado se encuentra en el rango 2, se escogen esas constantes para reemplazar en la correlación 3.2:

$$\begin{aligned} \theta &= (-3.13908379 + (1.472309182 \times 1.504779) + (2.945769097 \times 0.406864) \\ &+ (0.408992564 \times (0.406864)^3) / ((1 + 0.171079289 \times 1.504779) \\ &+ (-1.22314634 \times (0.406864)^5) = 0.450961 \end{aligned}$$

Tabla 4.8. Resumen de los parámetros calculados en el ejemplo 4

Parámetro calculado	valor	Valor real
<i>Df</i>	1.504779	1.5
θ	0.450961	0.4

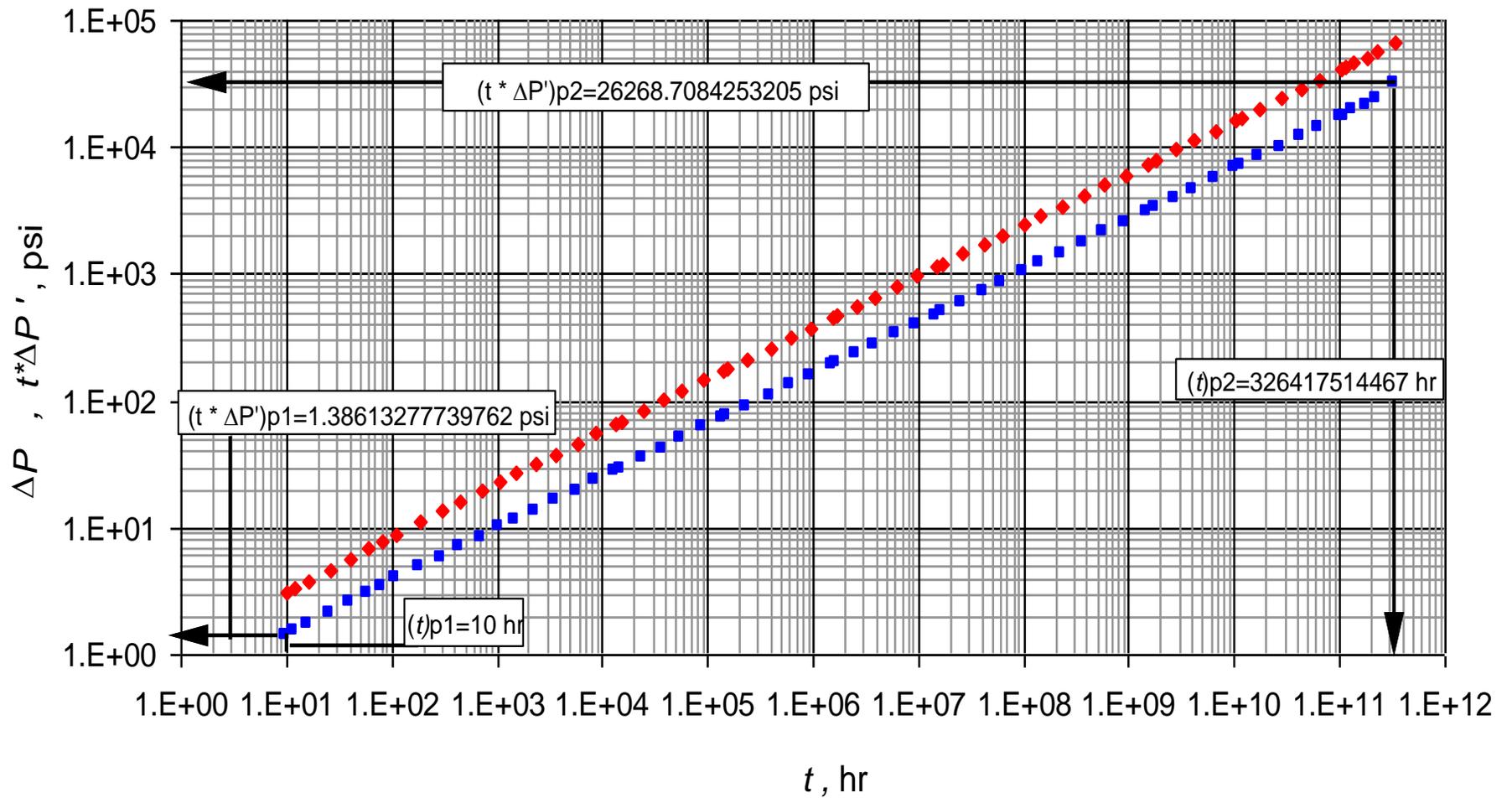


Figura 4.4 Gráfica $\Delta P, t^* \Delta P'$ vs t , obtenida para el ejemplo sintético N°4.

CONCLUSIONES

- En el trabajo se plantearon nuevas correlaciones para caracterizar los yacimientos que se pueden aproximar al comportamiento homogéneo, mediante el estudio de ellos a través de los fractales, de manera que las correlaciones calculen con el menor error los parámetros de la configuración del yacimiento, los cuales son la dimensión fractal, Df y el exponente fractal, θ .
- Durante el flujo radial se puede apreciar que las curvas de la presión y su derivada se ven grandemente influenciadas por el comportamiento de Df y θ , y la pendiente de la derivada de la presión aumenta con el aumento de θ y la disminución de Df .
- El comportamiento de la presión y su derivada adimensional se observó que seguía la ley de potencia con respecto al tiempo adimensional. Por lo tanto se comprobó una de las suposiciones que se hicieron en el documento de Chakrabarty, Farouq Ali y Tortike, para plantear el modelo en donde se decía que el yacimiento era fractal.
- Debido a que la dimensión fractal es un indicador que muestra qué tan desordenado es un medio (yacimiento), al momento de hacer los planteamientos de las ecuaciones, se observó que el modelo propuesto se acerca de una manera más significativa a los datos reales cuando el medio es más ordenado, es decir cuando Df tiene valores pequeños.
- Debido a que los valores de la dimensión fractal para el estudio propuesto se variaron entre 1 y 2, indica que la distribución de poros dentro del yacimiento se tuvieron en cuenta para variaciones en espacios areales.
- Se observó que para el cálculo del factor θ , el modelo propuesto se acerca en mayor forma al valor real, en comparación con la ecuación propuesta por Chang y Yorstos en 1990.

Con respecto al estudio de pruebas de sensibilidad se llegó a las siguientes conclusiones:

1. El parámetro de dimensión la fractal, Df es el que más afecta los cálculos que se mostraron, y esto se observa fácilmente, debido a que la pendiente de la gráfica tiene una mayor variación con la variación de Df que con la variación de θ .
2. Se debe tener mucho cuidado al leer los valores de los puntos característicos en el cálculo de m , para resolver las correlaciones que se usan en el cálculo de θ , esto es debido a que el rango de este parámetro es muy pequeño; por lo tanto una

pequeña desviación de los valores reales de las variables que están involucradas en la correlación, ocasiona un gran error en el resultado.

3. Para valores constantes de D_f y θ , se observó que a medida que el valor de n aumenta, la pendiente calculada de la gráfica disminuye
4. Para valores constantes de D_f y θ , los valores de las pendiente también son constantes, con diferentes puntos de inicio en el eje y .

RECOMENDACIONES

- El cálculo del parámetro de la dimensión fractal Df es en donde hay que tener más cuidado para los cálculos, por lo tanto es de vital importancia que el valor de la pendiente sea muy preciso, debido a que este valor se necesita para seguir el criterio propuesto, con el fin de que el valor de Df sea el más preciso, y por lo tanto la selección de constantes para el cálculo del exponente fractal θ sea el correcto.
- Para la prueba de presión, es importante tener en cuenta que se deben obviar los puntos donde haya ruido, por lo tanto se recomienda tomar el primer punto un ciclo luego del inicio de la prueba, y el segundo punto, al final de ésta, para el cálculo de la pendiente.
- Debe tenerse especial cuidado en la lectura de los puntos característicos para el cálculo de la pendiente, ya que una mala lectura genera resultados erróneos de los parámetros calculados.
- En caso de que se obtenga un valor de Df mayor a 2, no se puede emplear la metodología propuesta en este trabajo ya que se estaría incurriendo en un error conceptual.

NOMENCLATURA

B	Factor de volumen de formación del aceite, bbl/STB
C	Coefficiente de almacenamiento, bbl/psi
c_t	Compresibilidad total, 1/psi
D	Dimensión
h	Espesor de la formación, ft
k	Permeabilidad mD, índice de consistencia
L	Distancia a lo largo del flujo, ft
m	Pendiente del flujo radial
$N(s)$	Número de cuadrículas que contiene algún punto del objeto reducido
n	Número de reducciones, índice de fluidez
P	Presión, psi
P_D	Presión adimensional
q	Rata de flujo, STB/día
r	Escala
r_w	Radio del pozo, ft
s	Reducción de escala, daño
t	Tiempo, hr
t_D	Tiempo adimensional
$t_D * P_D'$	Derivada de presión adimensional
$t * P'$	Derivada de presión, psi
V	Volumen

Griego

v	Velocidad de flujo(bbl/día*ft ²)
ϕ	Porosidad en fracción
θ	Exponente fractal
μ	Viscosidad del aceite, cp
ω	Coefficiente adimensional de almacenaje de un yacimiento

Sufijos

a	Absoluta
ap	Aparente
b	Total de la roca
e	Euclidiana
eff	Efectiva
f	Fractal
r	Radial
pt	Poroso total
v	Parámetro definido en el modelo matemático

ρ_i Poroso interconectado
 z Variable de Lapalce

BIBLIOGRAFÍA

- ESCOBAR, F.H., MARTÍNEZ, J.A., AND MONTEALEGRE-M., MATILDE. “*Pressure and Pressure Derivative Analysis for a Well in a Radial Composite Reservoir with a Non-Newtonian/Newtonian Interface*”. CT&F, Vol. 4, No. 1. p. 33-42. ISSN 0122-5383. Dec 2010.
- ESCOBAR, F.H., ZAMBRANO, A.P, GIRALDO, D.V. AND CANTILLO, J.H. “*Pressure and Pressure Derivative Analysis for Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids in Double-Porosity Formations*”. CT&F, Vol. 5, No. 3. p. 47-59. ISSN 0122-5383. June 2011.
- MARTINEZ, J.A., ESCOBAR, F.H. AND CANTILLO, J.H. “*Application of the TDS Technique to Dilatant Non-Newtonian/Newtonian Fluid Composite Reservoirs*”. Ingeniería e Investigación. ISSN 0120-5609. Vol. 31. No. 3. Aug. 2011. P. 130-134.
- ESCOBAR, F.H., MARTINEZ, J.A. AND BONILLA, L.F. “*Transient Pressure Analysis for Vertical Wells With Spherical Power-Law Flow*”. CT&F. Vol. 5 No. 1. P. 19-25. Dec. 2012.
- ESCOBAR, F.H., LOPEZ-MORALES, L. AND GOMEZ, K.T. 2015. “*Pressure and Pressure Derivative Analysis for Naturally-Fractured Fractal Reservoirs*”. Journal of Engineering and Applied Sciences. Paper sent to request publication.
- CHAKRABARTY, C., FAROUQ ALI, S.M., and TORTIKE, W.S. “*Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Fractal Reservoir,*” University of Alberta, 1993.
- CHANG, Jincai and YORTSOS, Yanis C. “*Pressure-Transient Analysis of Fractal Reservoirs,*” SPE Formation Evaluation, University of Southern California, 1990.
- CHANG, Jincai and YORTSOS, Yanis C. “*A Note on Pressure-Transient Analysis of Fractal Reservoirs,*” University of Southern California, 1992.
- BIER, R.A. “*Pressure transient field data showing fractal reservoir structure*”; CIM/SPE paper No.90-4, International teaching meeting of the petroleum society of CIM and the SPE in Calgary, Alberta. June 10-13, 1990.

- MUHAMMAD, Sahimi and YORSTOS, Yanis C. “*Applications of fractal geometry in porous media: A review*,” University of Southern California, 1990.
- ZHAO, Yulong and ZHANG, Liehui. “*Solutions and Type Curve Analysis of Fluid Flow Model for Fractal Reservoir*,” Southwest Petroleum University, China, 2011.
- ESCOBAR, F.H. “*Análisis Moderno de Pruebas de Presión*”. Editorial Universidad Surcolombiana. ISBN 958-8154-81-2, Abr. 2005.
- ROJAS, Orlando. “*Introducción a la reología*”. Universidad de los Andes. Mérida. Versión #2, 1999.
- ZOLOTUKHIN, Anatoly B; URSIN, Jan-Rune. “*Fundamentals of petroleum reservoir engineering*”, Stavanger, 1997.
- TAREK; AHMED. “*Reservoir engineering handbook*”. Second edition. Gulf Professional Publishing, 2000.
- CRAFT, B.C; HAWKINS, M. “*Applied Petroleum Reservoir Engineering handbook*”. Second Edition, 1990.
- MANDELBROT BENOÎT B. “*Les objets fractals: forme, hasard et dimension*”. *Nouvelle bibliothèque scientifique*. 1975.
- O'SHAUGHNESSY, B. AND PROCACCIA, I.: "Analytical Solutions for Diffusion on Fractal Objects" *Phys. Rev. Lett.* (Feb. 1985) 54, No. 5, 455-58.

Consultas en la web:

- IBARROLA, Esteban Luis: “*Introducción a los fluidos no Newtonianos*”. Universidad Nacional de Córdoba. Disponible en:
<http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/aero/Asignaturas/MecFluid/material/introducci%C3%B3n%20no%20newtonianos.pdf>
- MURILLO, Aniceto: “*Geometría fractal: el diseño de la naturaleza*”. Universidad de Málaga. Disponible en:
<http://sctmates.webs.ull.es/modulo3lp/3/amurillo.pdf>

- IKOKU, Chi U and RAMEY, Henry R: “*Transient flow of non-Newtonian power law fluids in porous media*”. Universidad de Standford. Disponible en: https://books.google.com.co/books?id=ttw_AAAAIAAJ&pg=PR7&dq=pressure+transient+analysis+of+non+newtonian+fluids+in+porous+media&hl=es&sa=X&ei=qyuXVO_MBOWwsATbxoDwDA&ved=0CBwQ6AEwAA#v=onepage&q=pressure%20transient%20analysis%20of%20non%20newtonian%20fluids%20in%20porous%20media&f=false

- GONZÁLEZ, Joaquín: “*La geometría fractal*”. Disponible en: http://casanchi.com/mat/03_gfractal01.pdf

- (1) http://www.ing.unlp.edu.ar/dquimica/paginas/catedras/iofq809/apuntes/Fluidos%20no%20newtonianos_R1.pdf
- (2) <http://mmc2.geofisica.unam.mx/mdiaz/Tesis/2007/protocolo28-09-2007.pdf>

ANEXOS

ANEXO A: Gráficas base del comportamiento de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos en el parámetro Df .

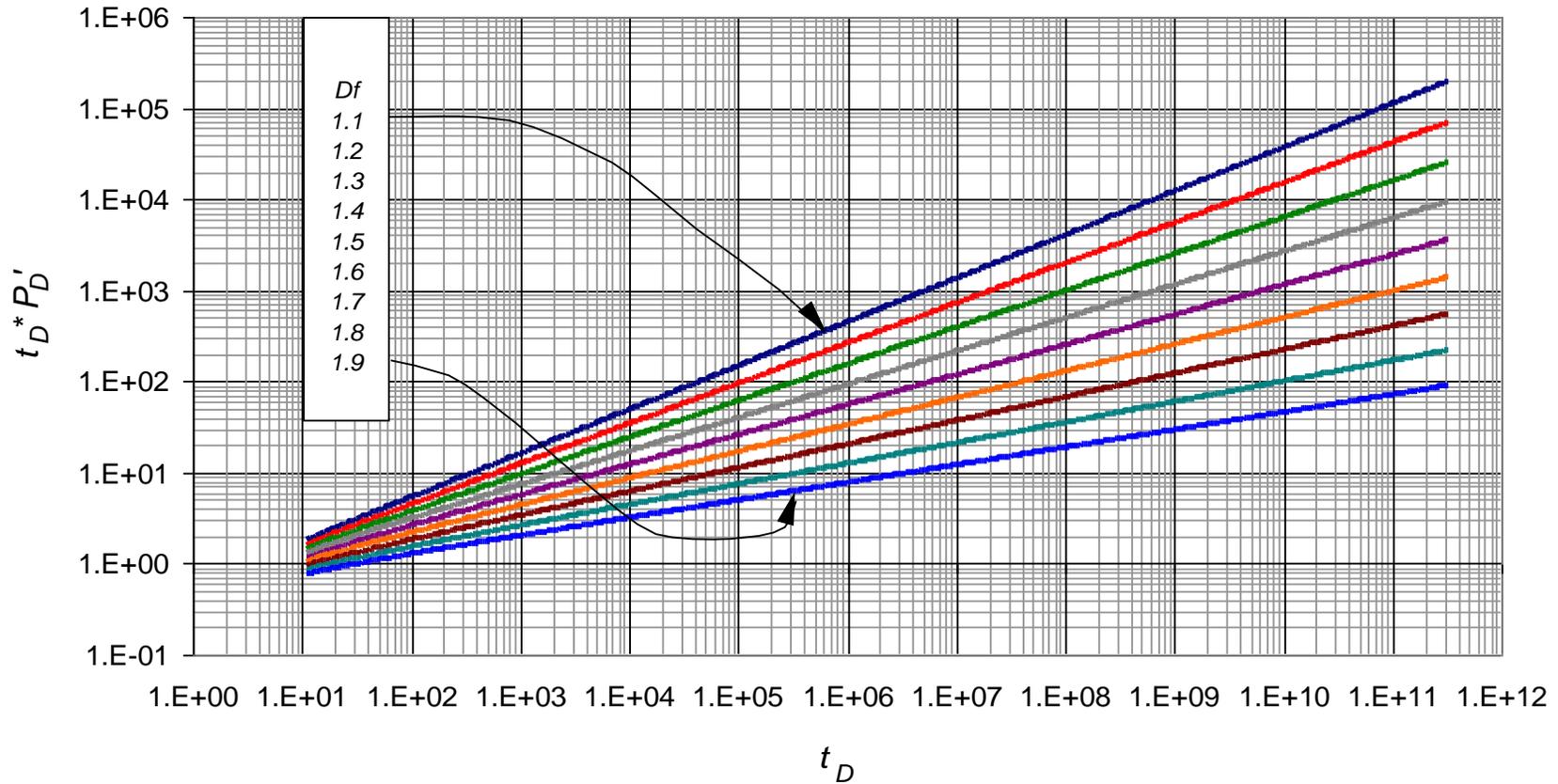


Figura 0.1. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.1$, $n=0.7$.

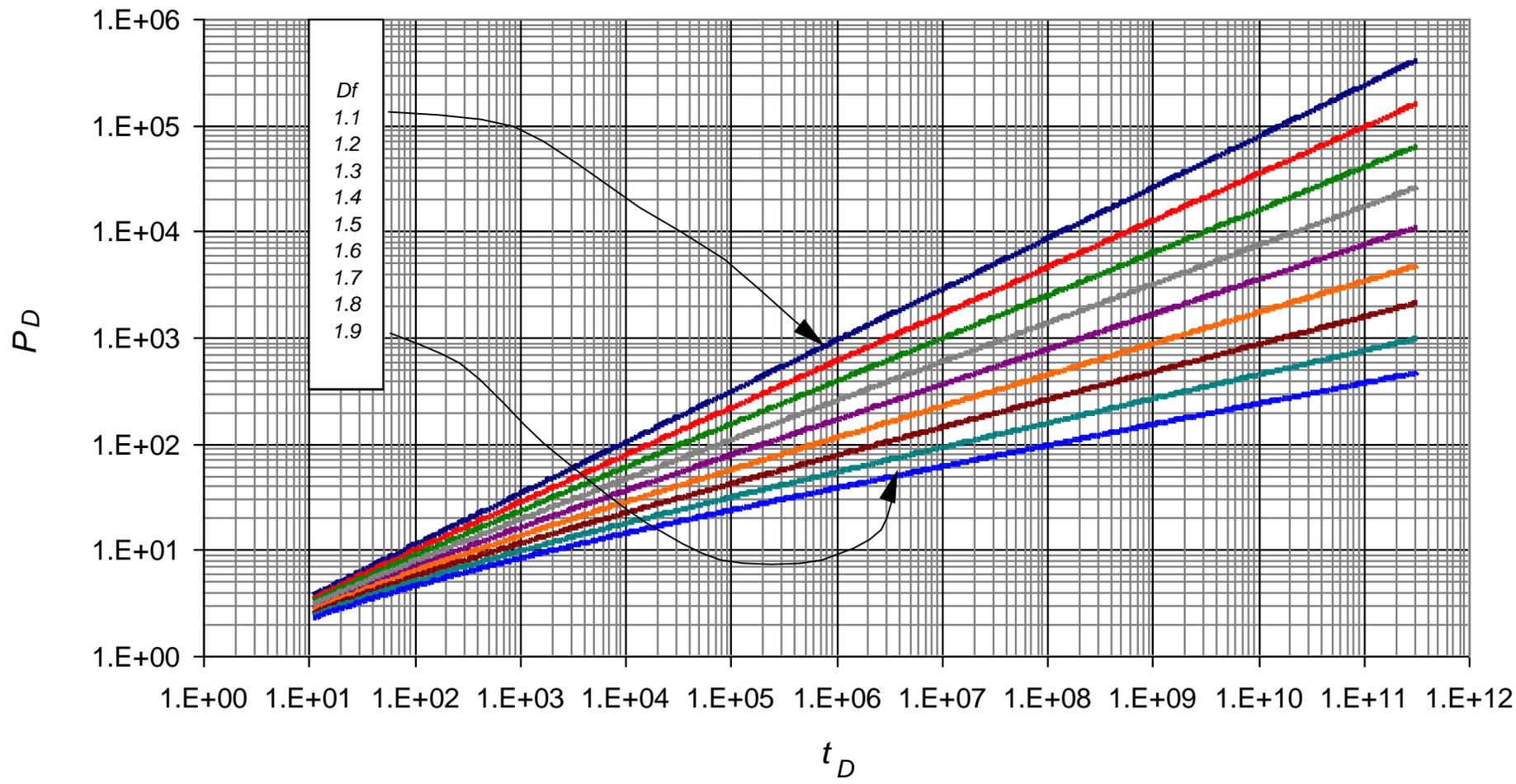


Figura 0.2. Comportamiento de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.1$, $n=0.7$.

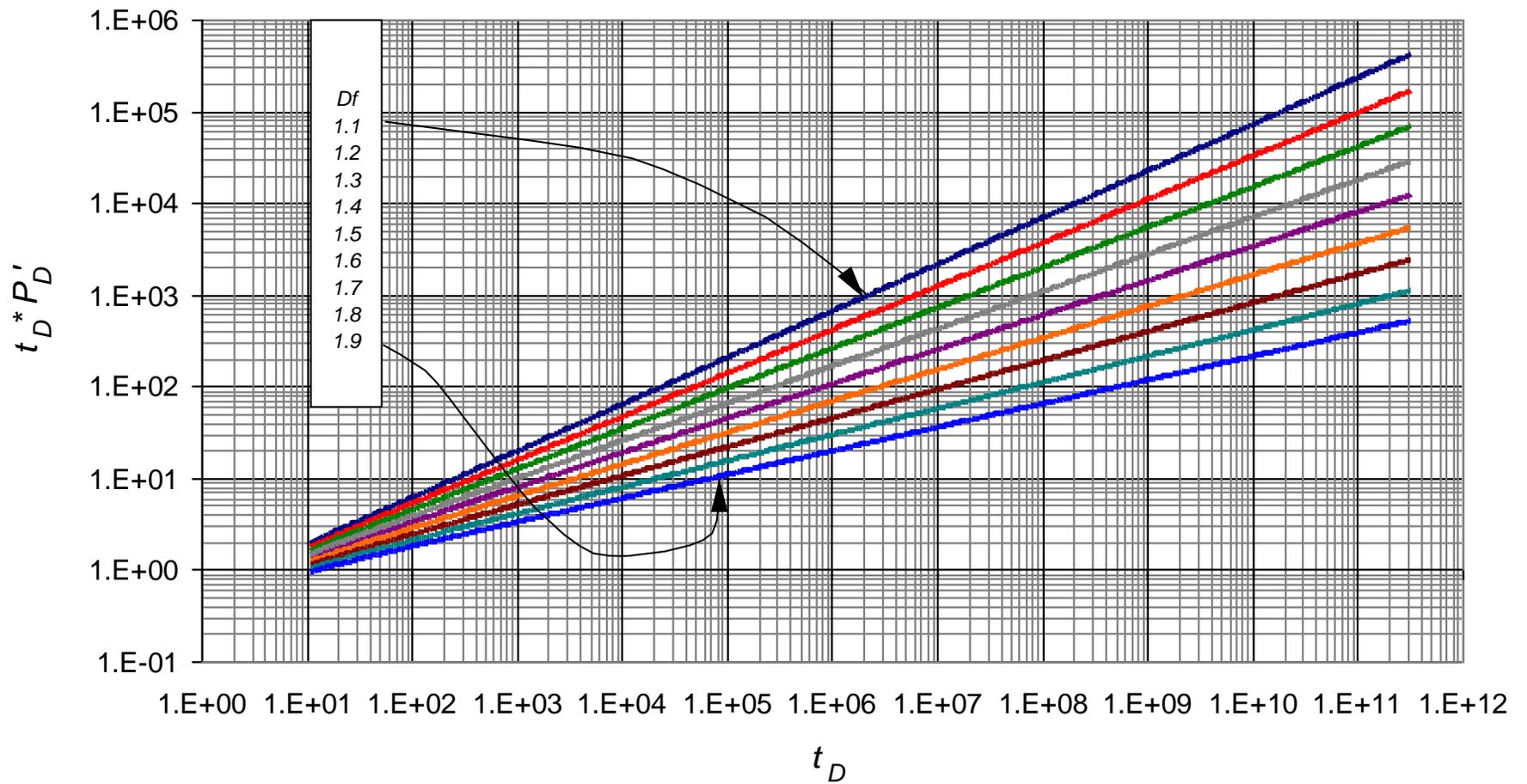


Figura 0.3. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.25$, $n=0.6$.

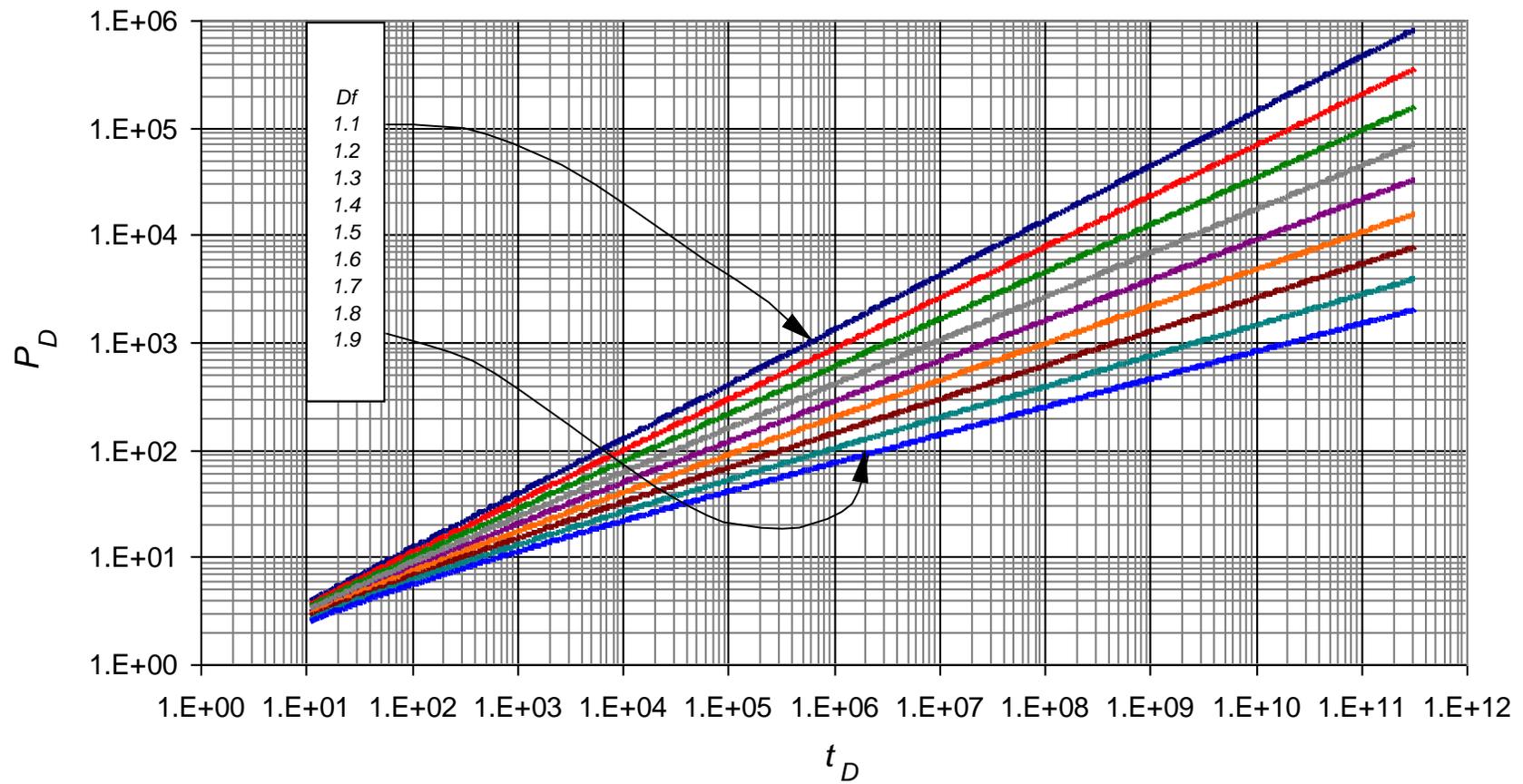


Figura 0.4. Comportamiento de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.25$, $n=0.6$.

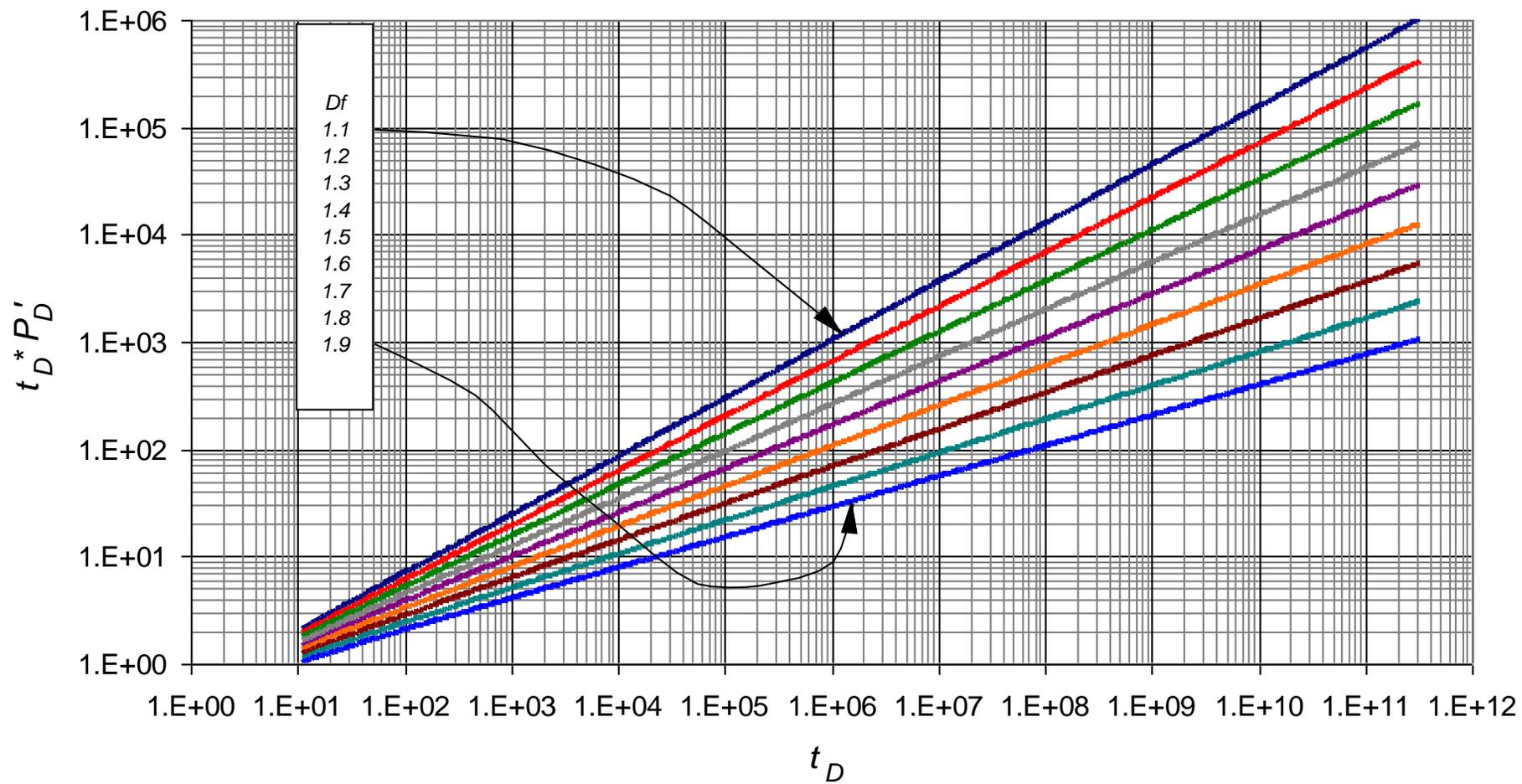


Figura 0.5. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.45$, $n=0.7$.

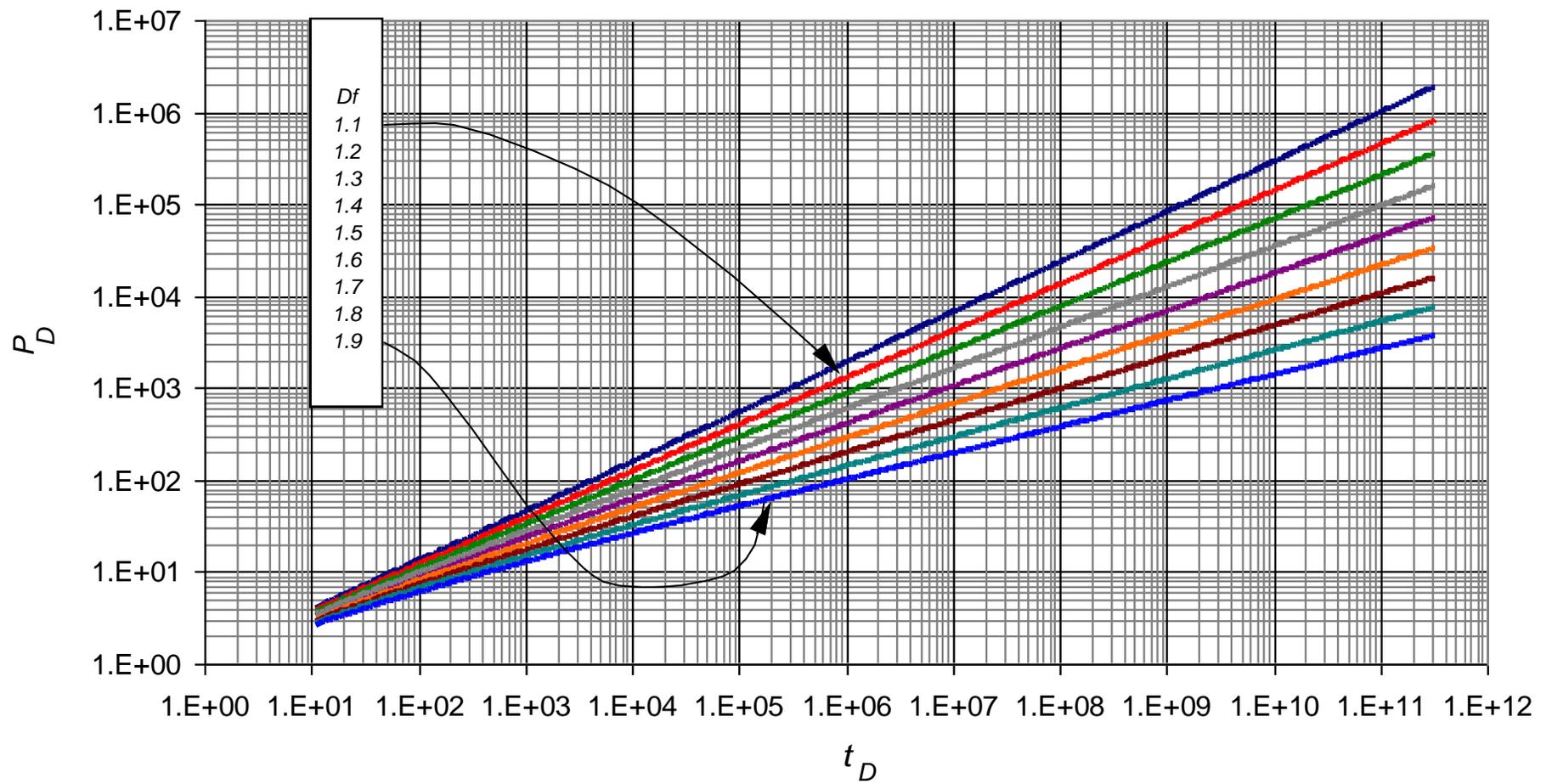


Figura 0.6. Comportamiento de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.45$, $n=0.7$.

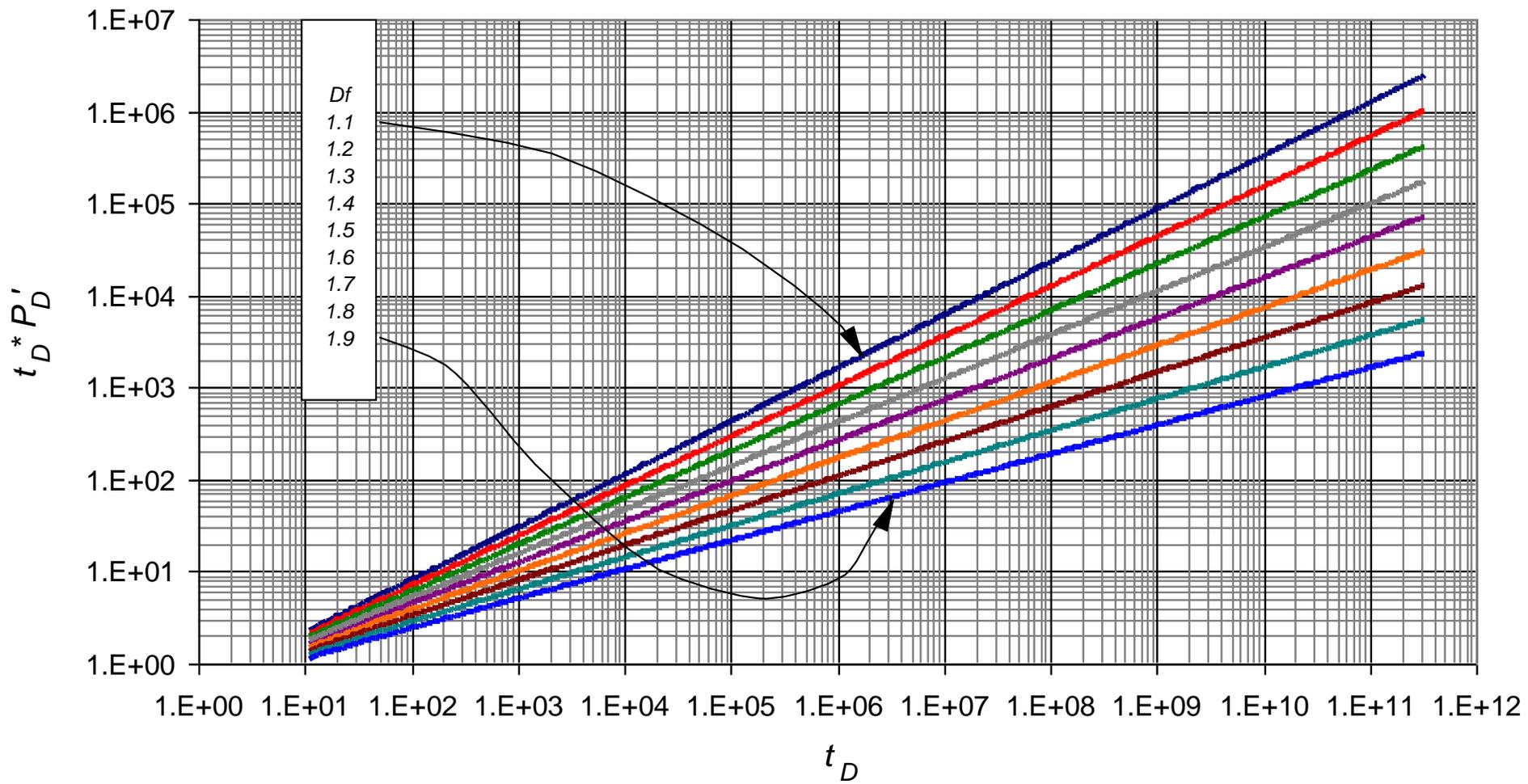


Figura 0.7. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.65$, $n=0.8$.

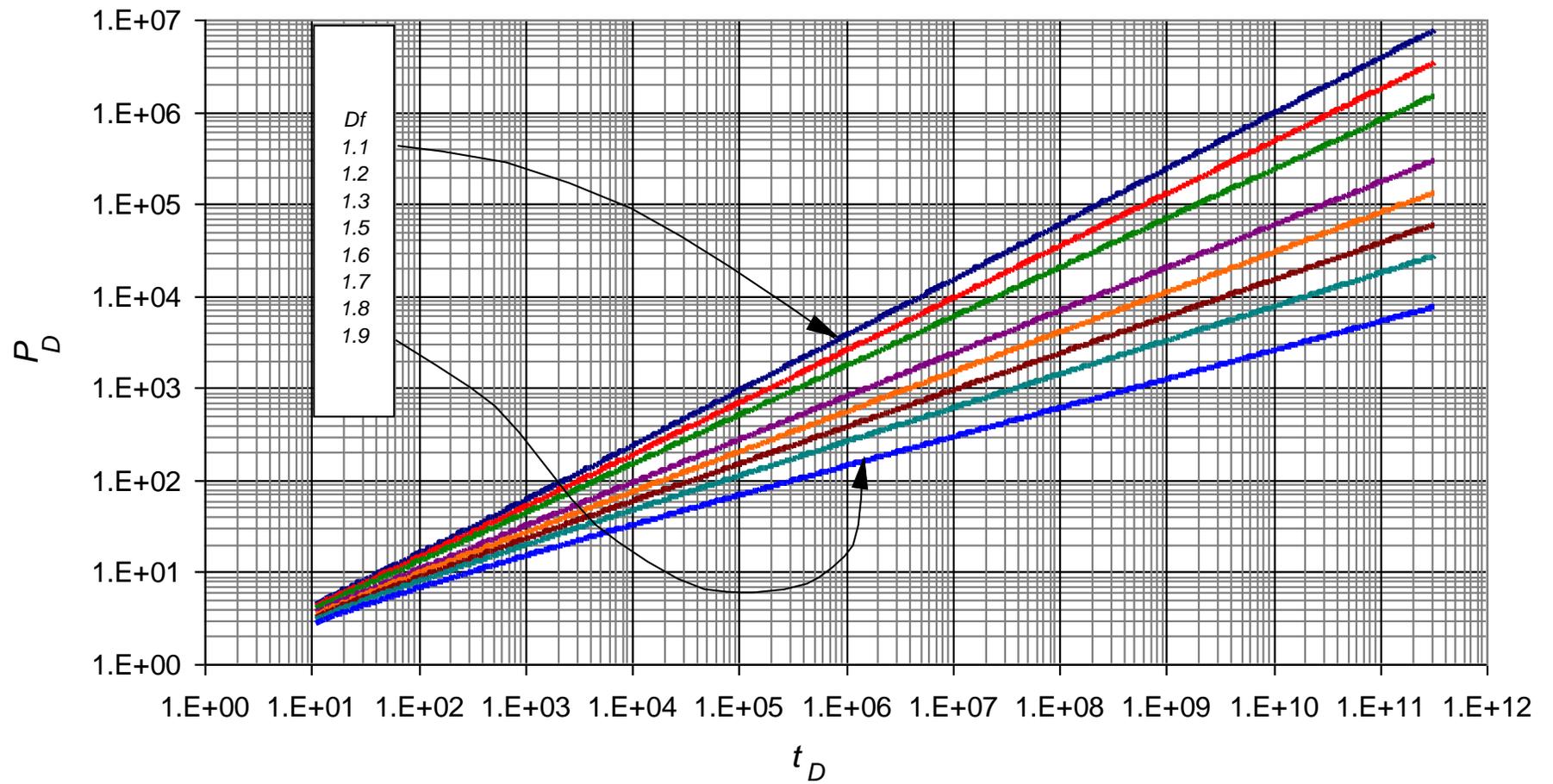


Figura 0.8. Comportamiento de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.65$, $n=0.8$.

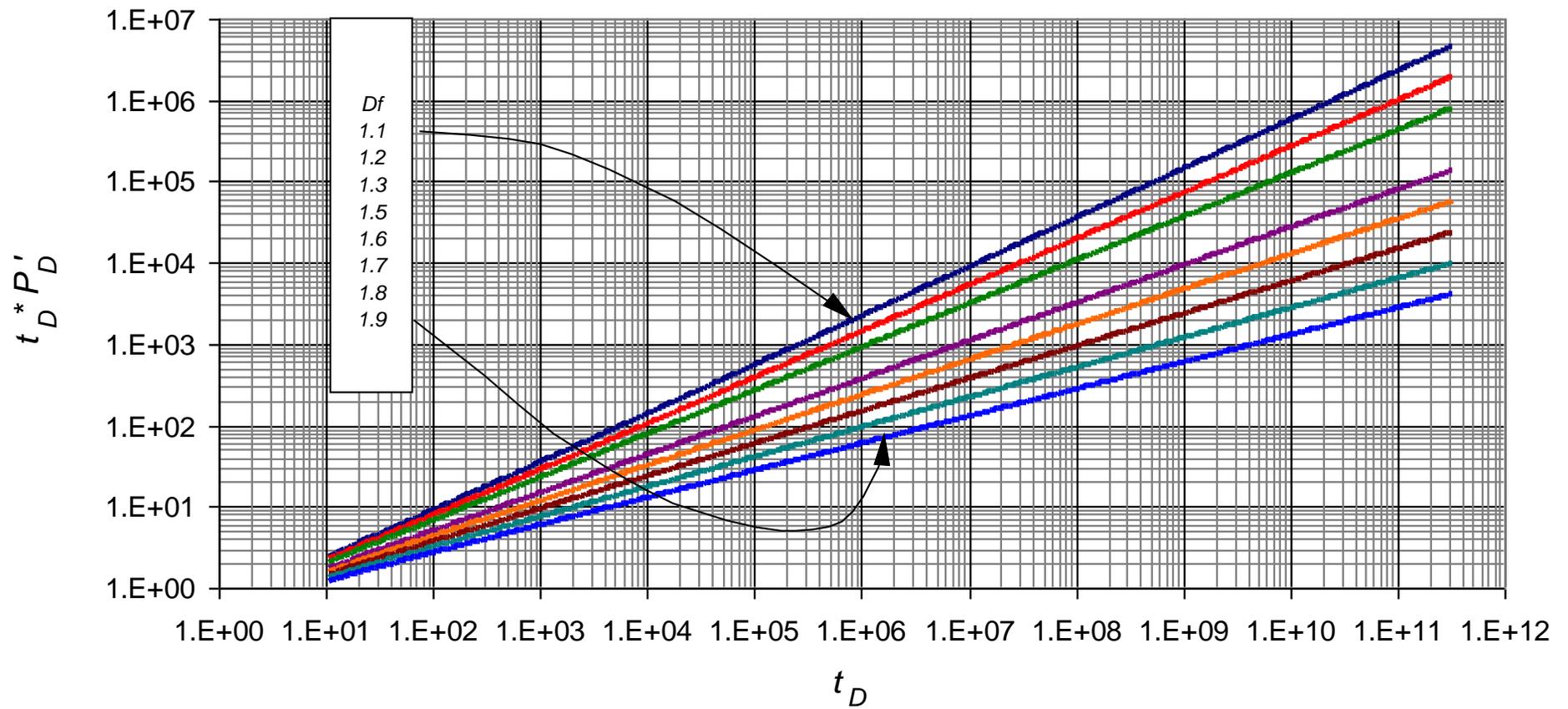


Figura 0.9. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.8$, $n=0.9$.

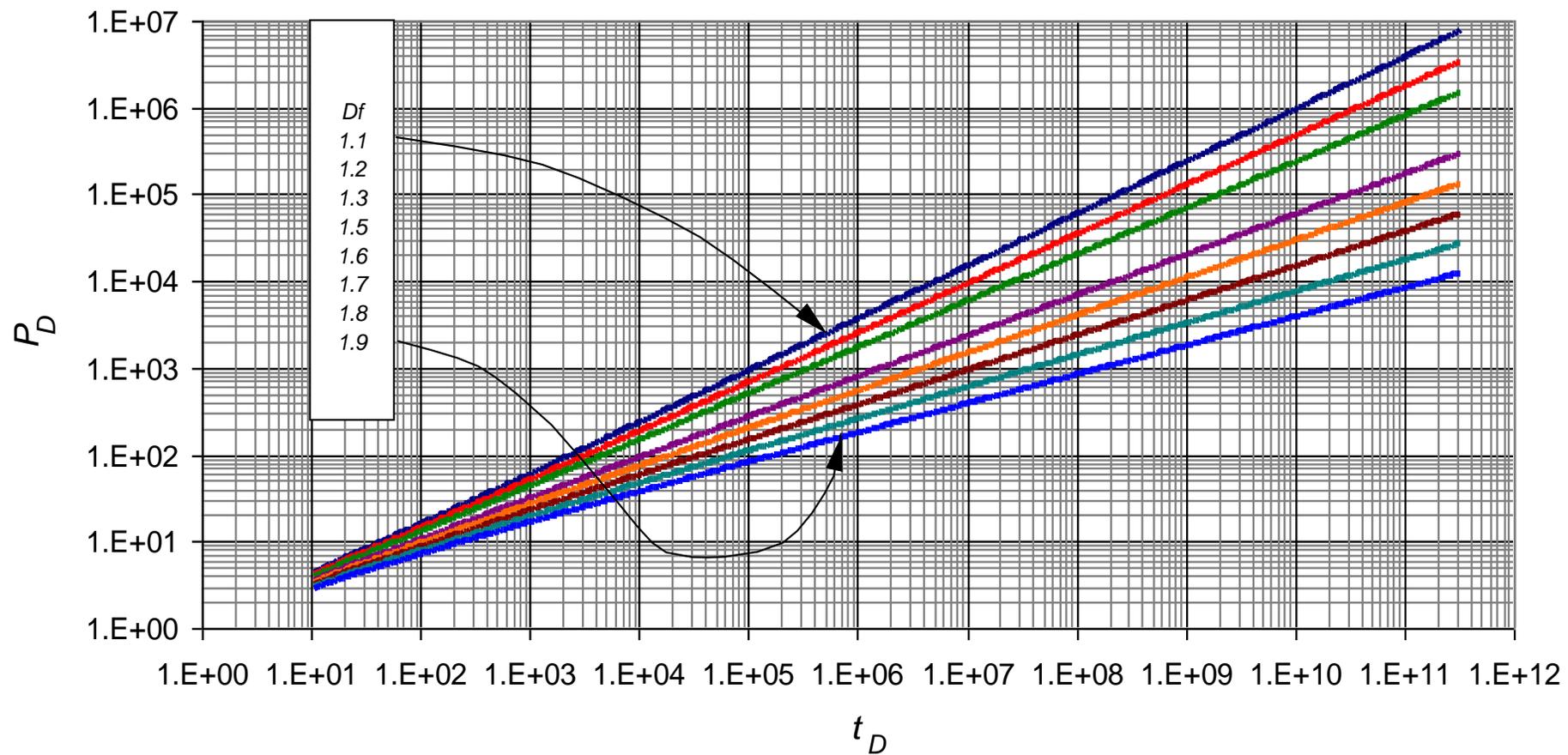


Figura 0.10. Comportamiento de la presión adimensional para valores $1 \leq Df \leq 2$ con parámetros constantes $\theta=0.8$, $n=0.9$.

ANEXO B: Gráficas base del comportamiento de la presión adimensional y de la derivada de la presión adimensional usadas para la lectura de los puntos característicos en el parámetro θ

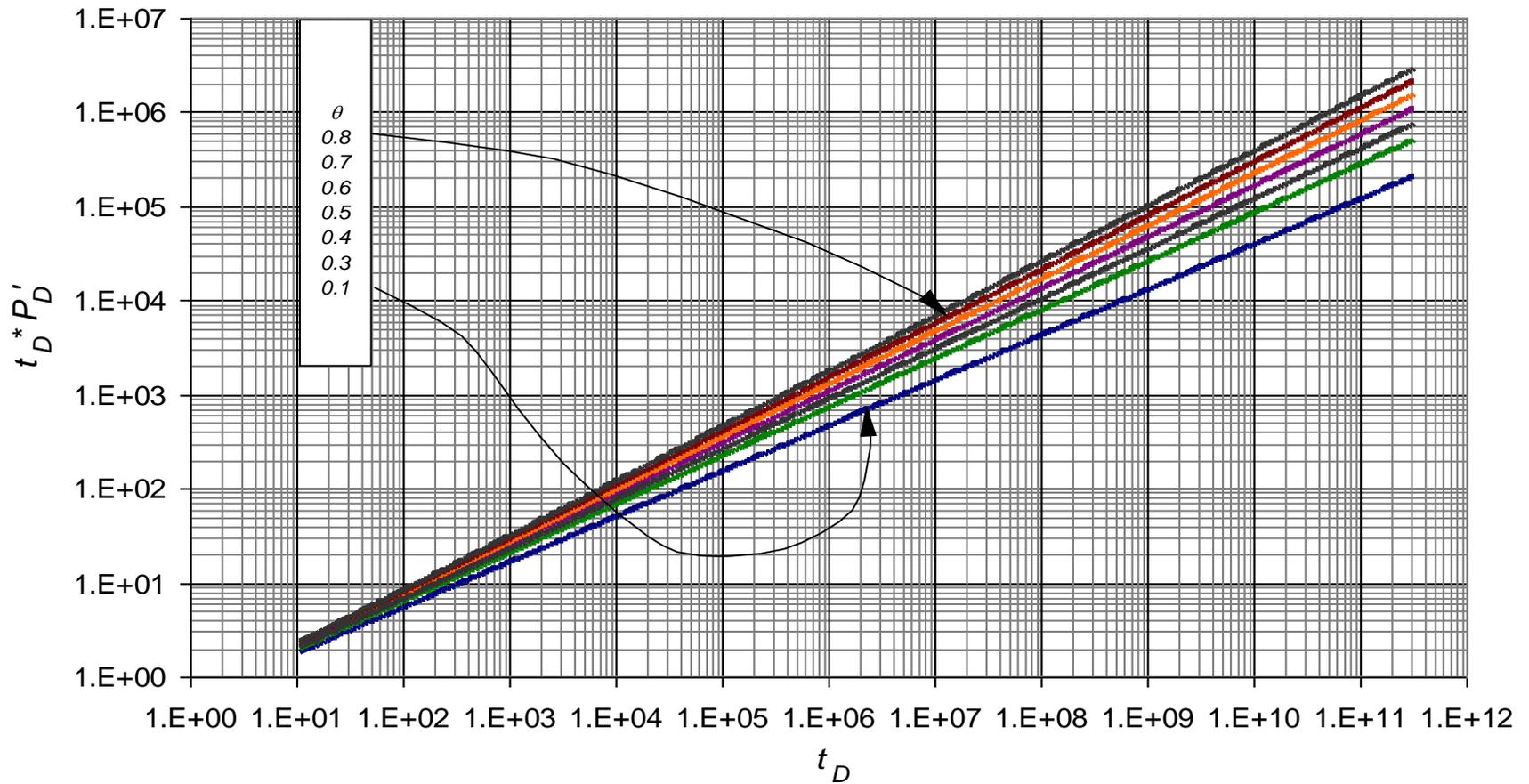


Figura 0.11. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.1, n=0.5$.

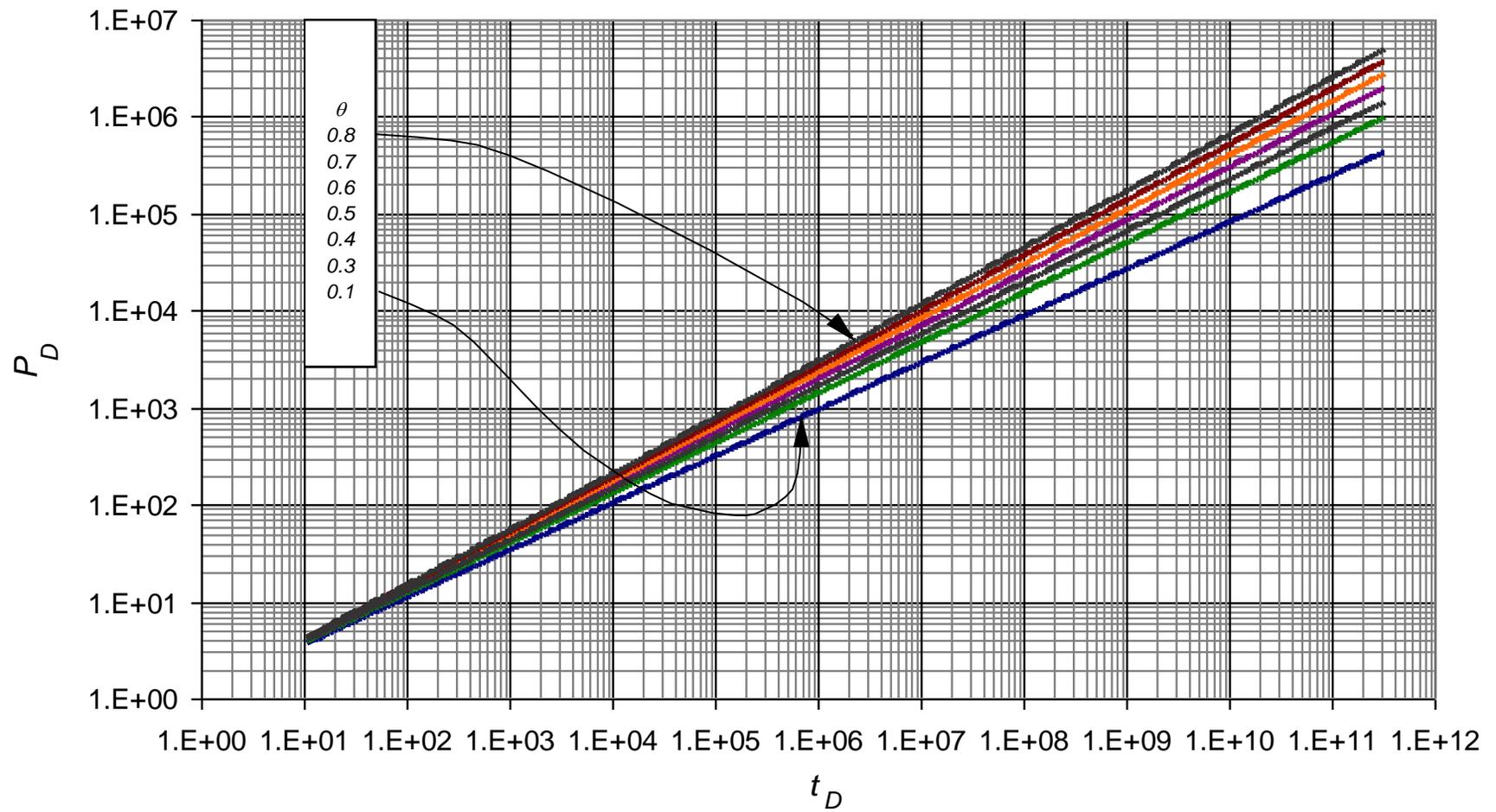


Figura 0.12. Comportamiento de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.1, n=0.5$.

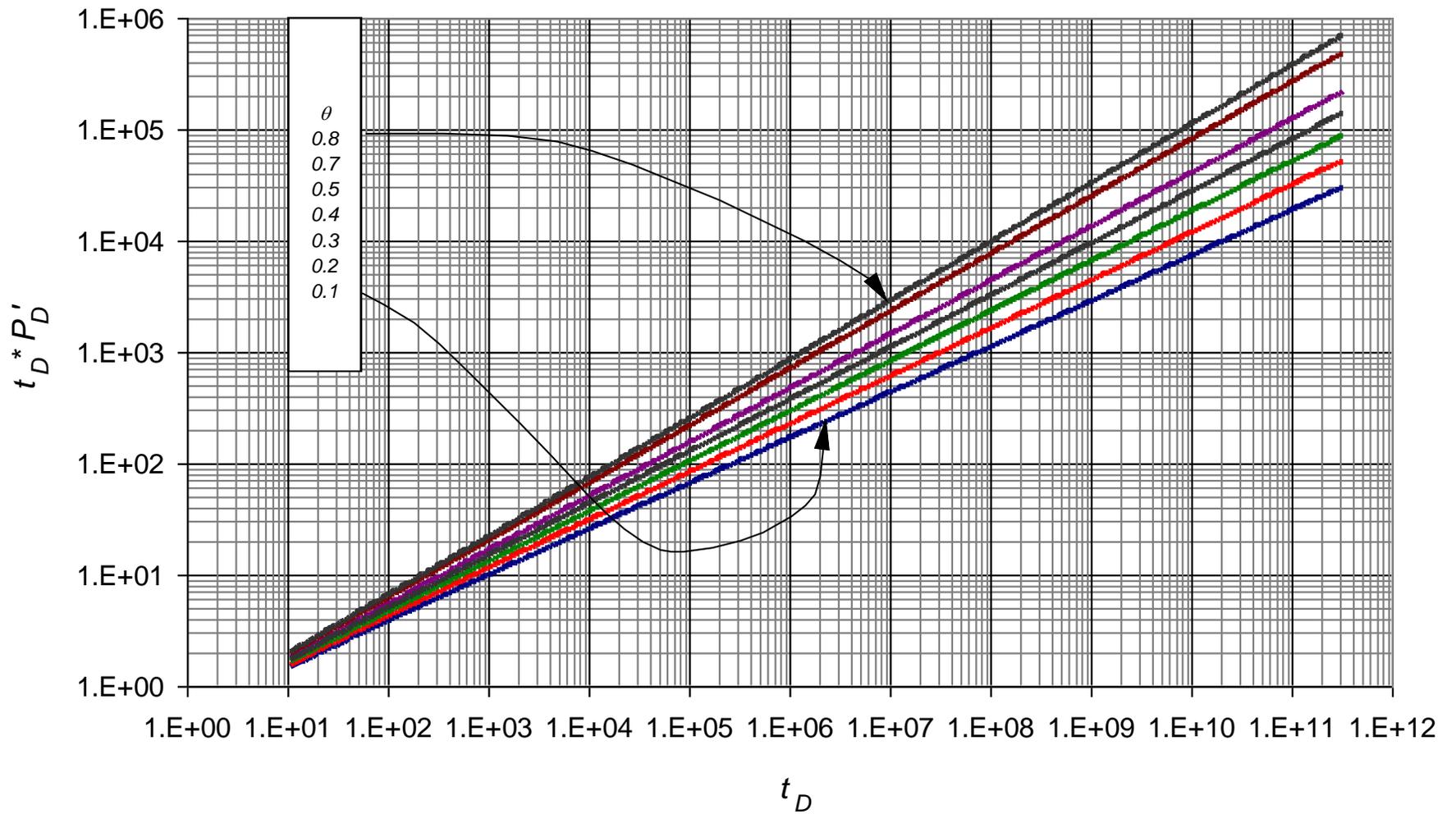


Figura 0.13. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.3, n=0.6$.

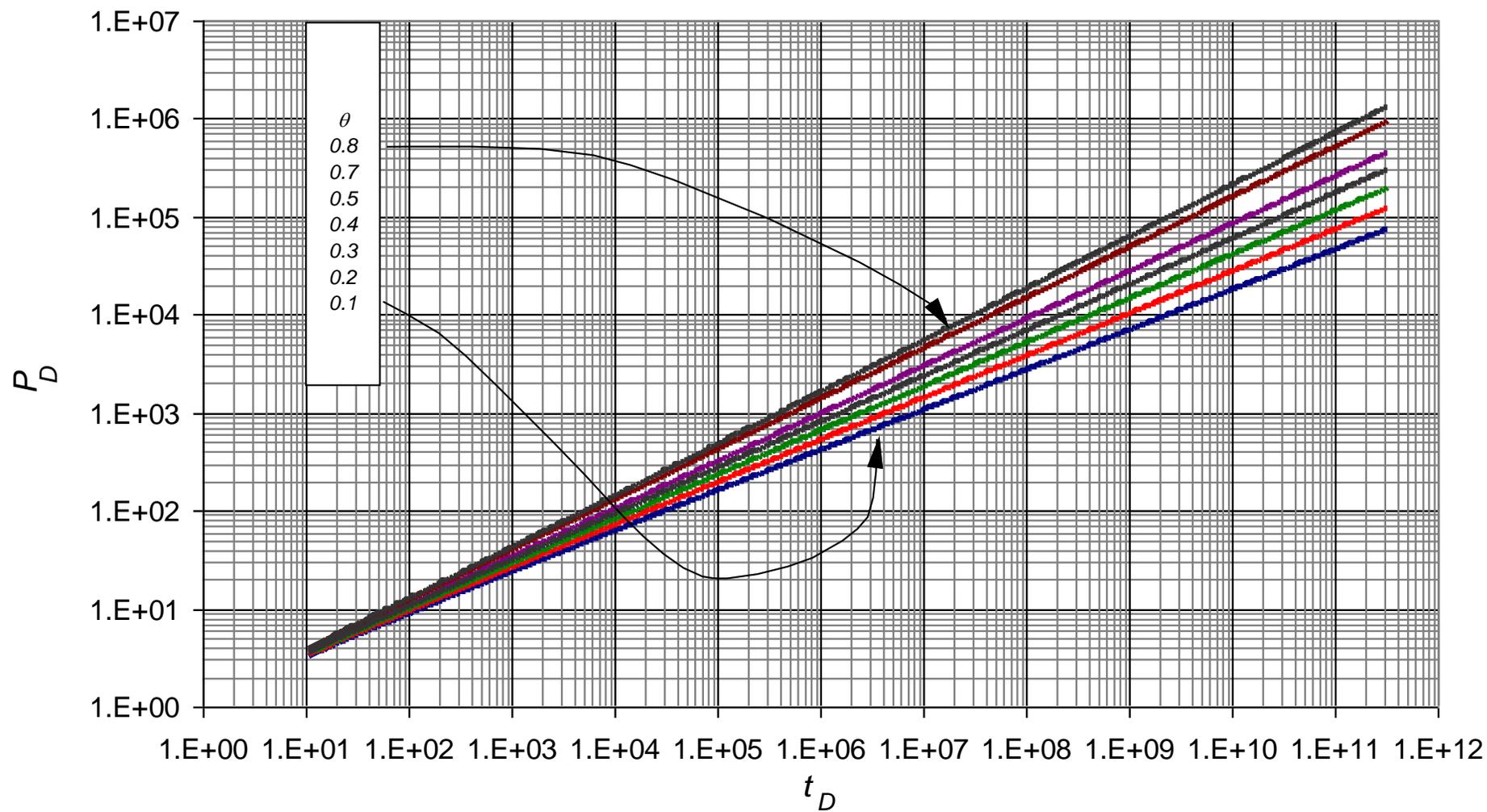


Figura 0.14. Comportamiento de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.3, n=0.6$.

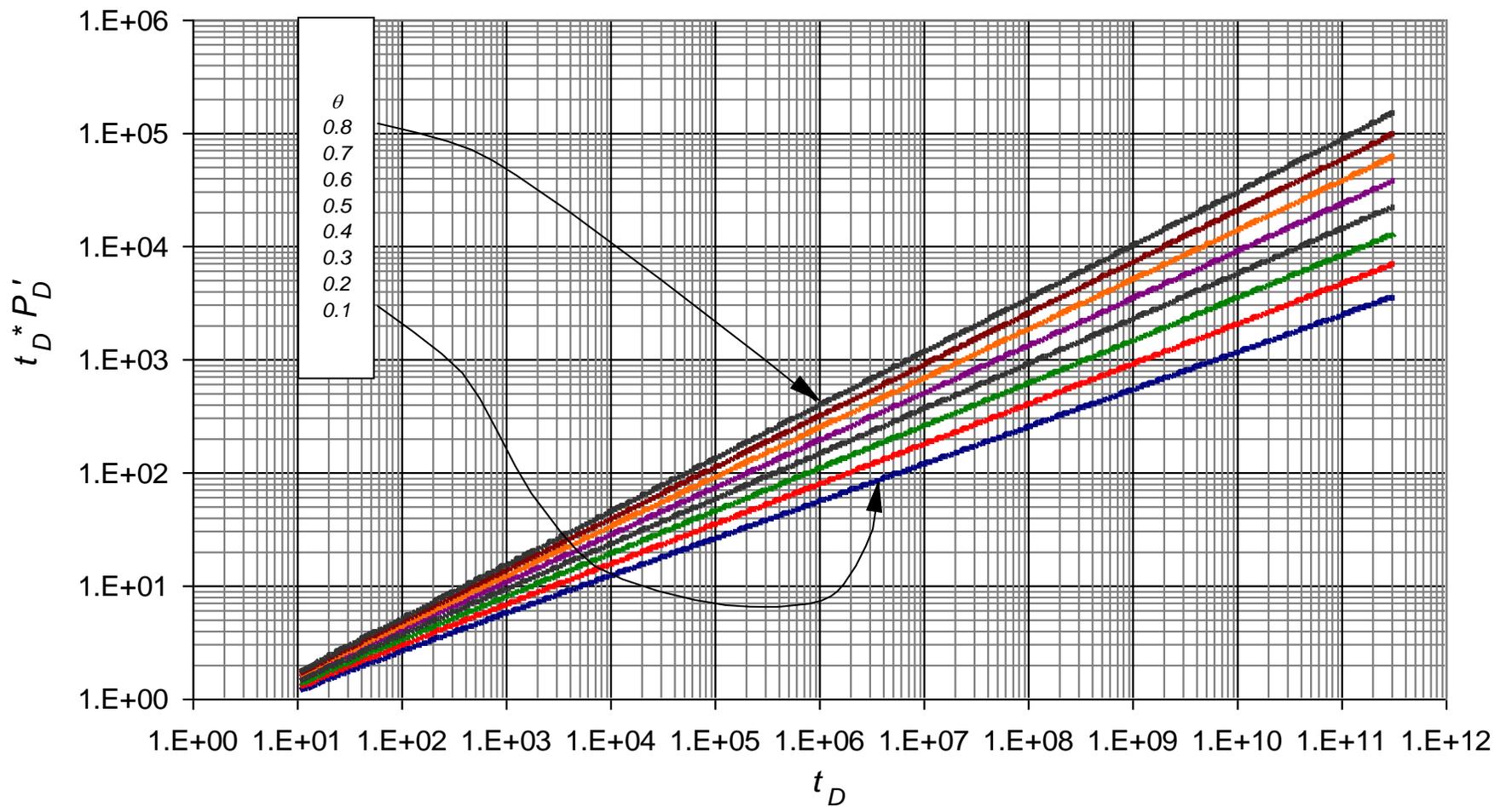


Figura 0.15. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.5, n=0.7$.

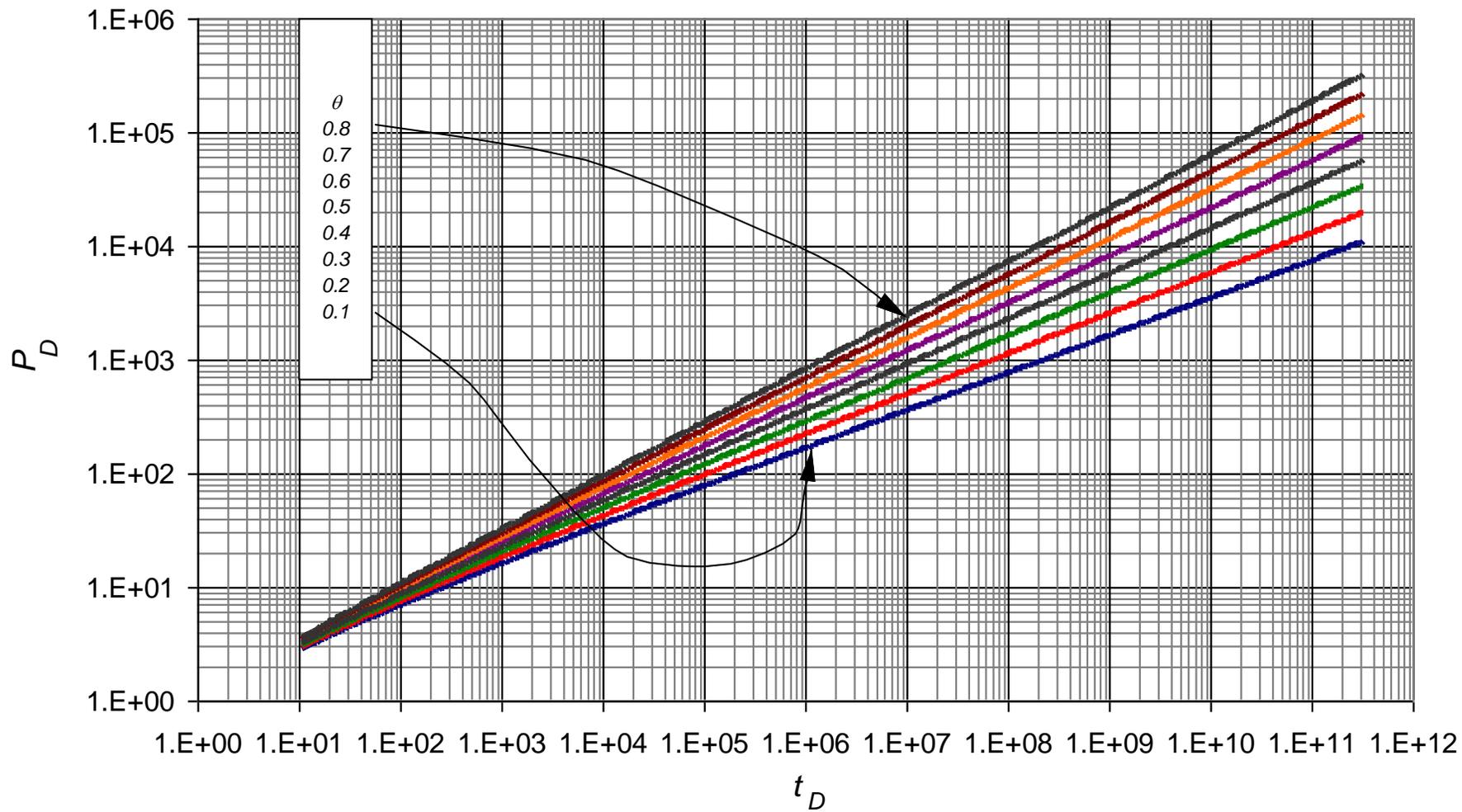


Figura 0.16. Comportamiento de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.5, n=0.7$.

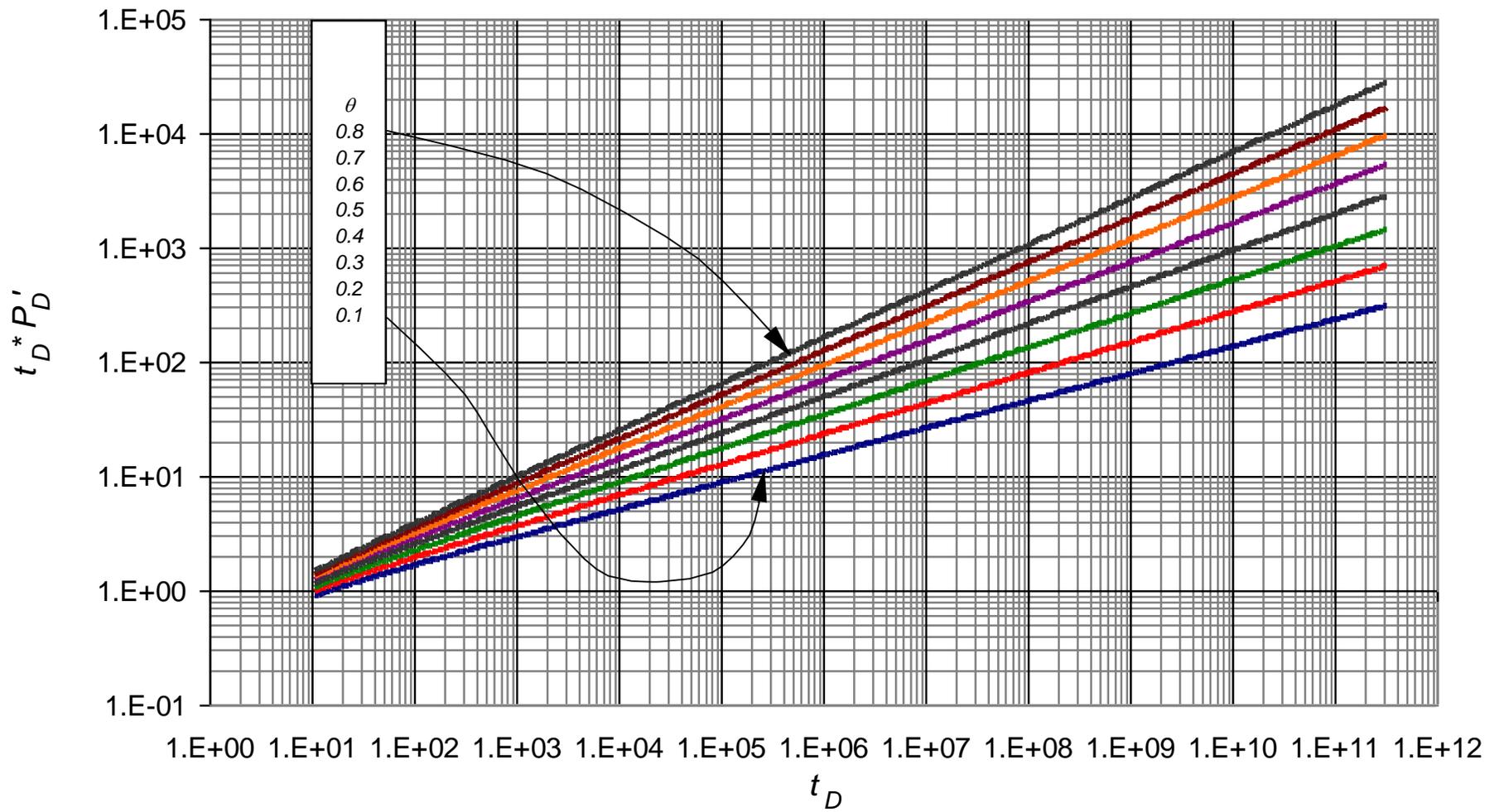


Figura 0.17. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.7, n=0.8$.

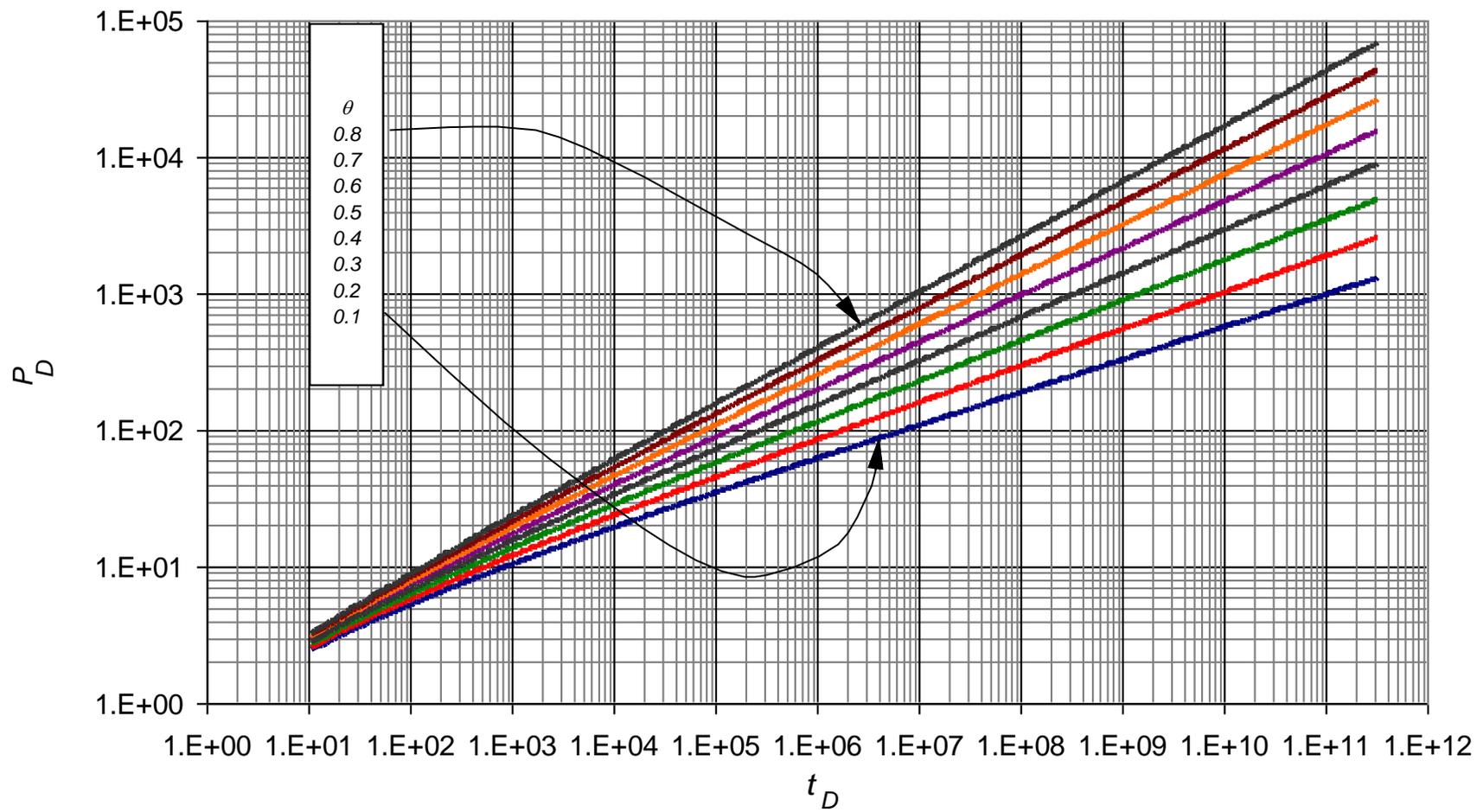


Figura 0.18. Comportamiento de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.7, n=0.8$.

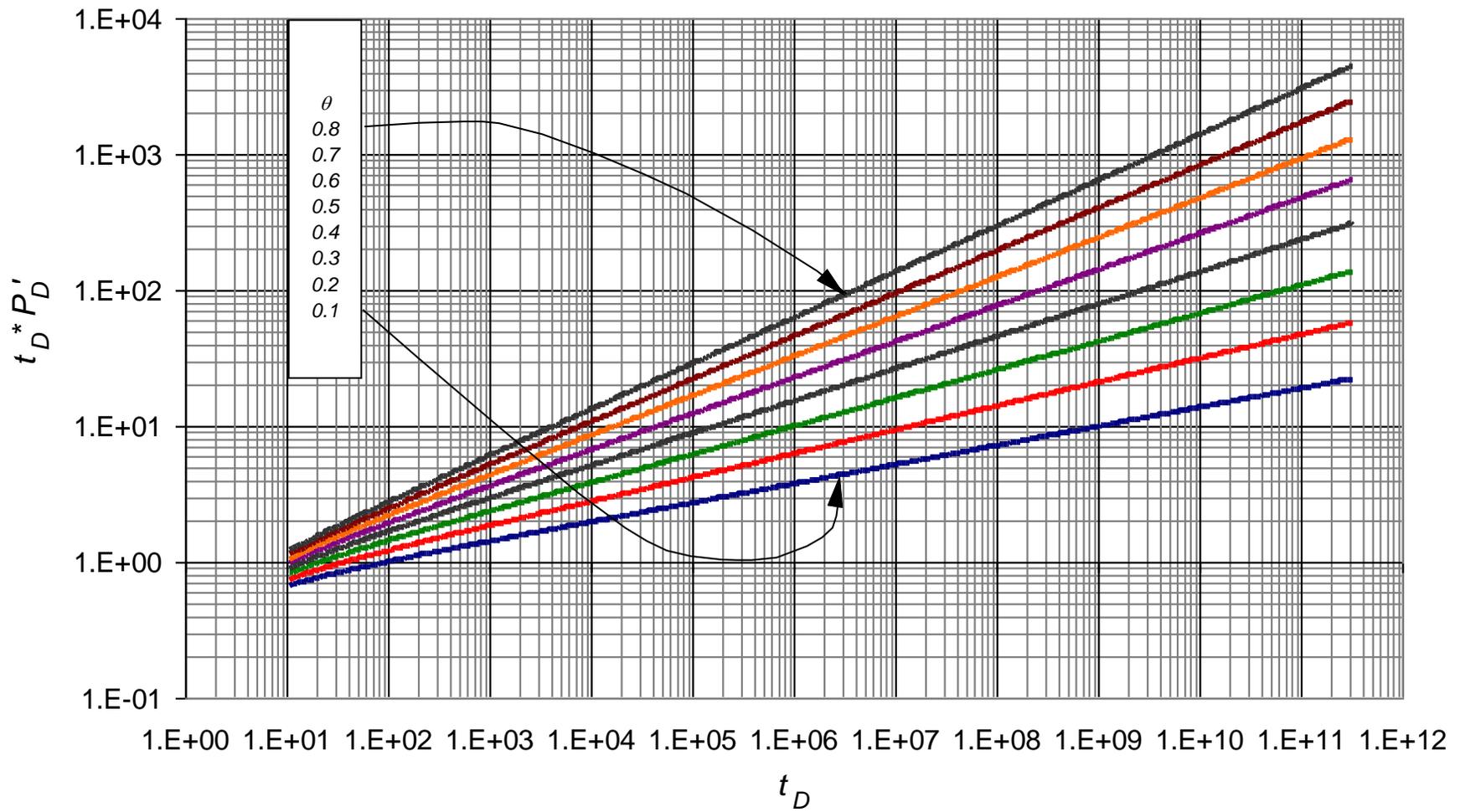


Figura 0.19. Comportamiento de la derivada de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.9, n=0.87$.

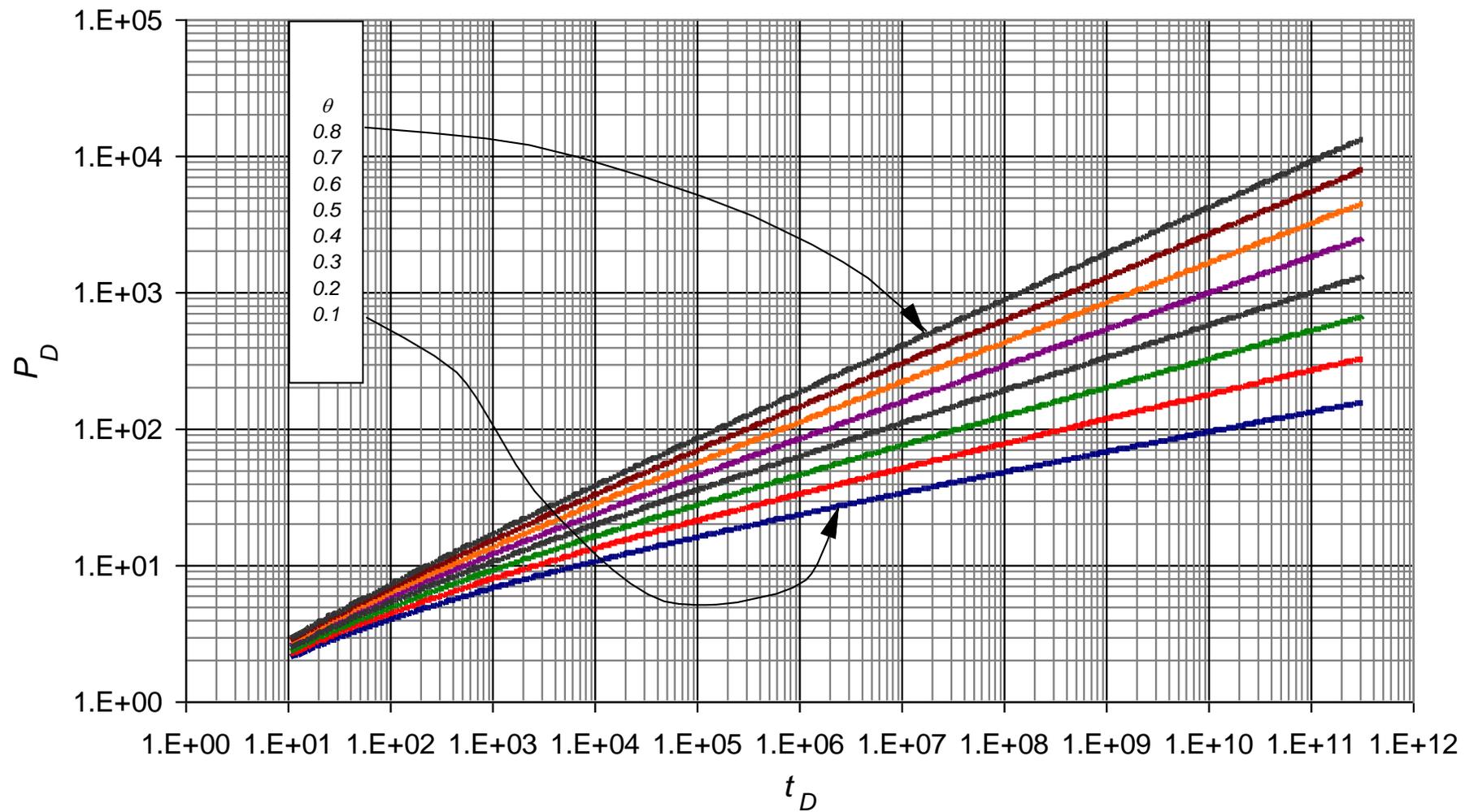


Figura 0.20. Comportamiento de la presión adimensional para valores $0.1 \leq \theta \leq 0.8$ con parámetros constantes $Df=1.9, n=0.87$.

ANEXO B: Datos para los ejercicios propuestos.

Datos para el ejercicio 4.1

t,hr	$t*dP'$	t,hr	$t*dP'$	t,hr	$t*dP'$
0	0.62166125	25058	18.5588788	603979746	590.998129
2	0.9356486	38882	21.5807673	939524066	687.680685
4	0.91594736	58338	24.805645	1543503842	815.303875
6	1.01908524	94178	29.2368534	1811939298	861.38796
8	1.12068169	143330	33.768359	2885681122	1010.42423
10	1.21009598	159714	35.0458647	4294967266	1158.05532
12	1.28951858	241634	40.3945992	6845104098	1358.75898
16	1.42691573	401378	48.0754592	1.0737E+10	1585.5841
26	1.69523734	638946	56.3867581	1.208E+10	1650.93624
42	2.01084362	966626	64.9892701	1.8254E+10	1902.01473
62	2.30943666	1605602	77.3432969	2.8454E+10	2214.76181
82	2.55009791	1703906	78.9357007	4.5097E+10	2593.64997
114	2.86510491	2686946	92.2810825	6.6572E+10	2964.23666
186	3.40393387	3932130	105.153646	1.0737E+11	3492.24864
306	4.05240232	6422498	124.421342	1.1382E+11	3562.73024
450	4.63602375	9961442	144.631632	1.4173E+11	3841.06666
738	5.50607327	14942178	166.207113	1.8468E+11	4206.02246
1122	6.36662143	17301474	174.776593	2.2763E+11	4518.67276
1538	7.1005514	27262946	204.271099		
2402	8.28248214	42991586	238.803286		
3618	9.53900929	62914530	272.112389		
5858	11.2609705	102760418	321.969989		
8930	13.0187306	150994914	367.391806		
13794	15.1177291	234880994	427.494348		

15330	15.6762942	385875938	506.831052
-------	------------	-----------	------------

Datos para el ejercicio 4.2

<i>t,hr</i>	<i>t*dP'</i>	<i>t,hr</i>	<i>t*dP'</i>	<i>t,hr</i>	<i>t*dP'</i>
0	0.78595494	25058	141.477382	603979746	35874.4651
2	1.21442416	38882	179.996555	939524066	45718.1228
4	1.41040002	58338	224.833502	1543503842	60035.1438
6	1.66614955	94178	292.354568	1811939298	65557.2185
8	1.90252134	143330	368.071295	2885681122	84631.5158
10	2.11709752	159714	390.581983	4294967266	105272.125
12	2.3145416	241634	490.160124	6845104098	135956.015
16	2.67157099	401378	647.491472	1.0737E+10	174059.105
26	3.42384648	638946	835.603264	1.208E+10	185681.44
42	4.39804781	966626	1048.67231	1.8254E+10	232896.921
62	5.40446622	1605602	1385.32681	2.8454E+10	297144.695
82	6.27303376	1703906	1431.23915	4.5097E+10	382584.235
114	7.48431503	2686946	1837.59255	6.6572E+10	473750.899
186	9.74285318	3932130	2264.57973	1.0737E+11	615861.054
306	12.7557901	6422498	2964.18947	1.1382E+11	635872.819
450	15.726727	9961442	3771.41191	1.4173E+11	717219.502
738	20.5845198	14942178	4711.21117	1.8468E+11	829349.547
1122	25.865203	17301474	5105.88191	2.2763E+11	930189.692
1538	30.7228017	27262946	6553.0494		
2402	39.1943223	42991586	8413.82718		
3618	49.0322682	62914530	10369.1051		
5858	63.8236554	102760418	13572.8062		
8930	80.3927974	150994914	16764.448		
13794	102.00912	234880994	21364.4148		

15330	108.082913	385875938	28054.7925
-------	------------	-----------	------------

Datos para el ejercicio 4.3

<i>t,hr</i>	<i>t*dP'</i>	<i>t,hr</i>	<i>t*dP'</i>	<i>t,hr</i>	<i>t*dP'</i>
0	0.57620322	25058	10.4673913	603979746	190.368698
2	0.89189357	38882	11.8783422	939524066	216.145213
4	0.81317225	58338	13.3491296	1543503842	249.293761
6	0.88587929	94178	15.3207962	1811939298	261.051115
8	0.96317334	143330	17.2874938	2885681122	298.409521
10	1.03085847	159714	17.8339925	4294967266	334.542948
12	1.09031509	241634	20.0886255	6845104098	382.498444
16	1.1916916	401378	23.2441145	1.0737E+10	435.335624
26	1.38484481	638946	26.5678524	1.208E+10	450.324948
42	1.60513386	966626	29.9253453	1.8254E+10	507.058125
62	1.80785659	1605602	34.6246795	2.8454E+10	576.062652
82	1.967829	1703906	35.2211767	4.5097E+10	657.586495
114	2.17323597	2686946	40.1478124	6.6572E+10	735.472003
186	2.51570105	3932130	44.7913065	1.0737E+11	843.791539
306	2.91562139	6422498	51.5746602	1.1382E+11	858.04161
450	3.26620351	9961442	58.509148	1.4173E+11	913.880489
738	3.77537891	14942178	65.7408905	1.8468E+11	986.11738
1122	4.26583537	17301474	68.5701527	2.2763E+11	1047.19525
1538	4.67542275	27262946	78.1441869		
2402	5.32074637	42991586	89.0738516		
3618	5.9903762	62914530	99.3755055		
5858	6.88516774	102760418	114.424614		
8930	7.77574348	150994914	127.807545		
13794	8.81399686	234880994	145.113123		

15330	9.08621849	385875938	167.368056
-------	------------	-----------	------------

Datos para el ejercicio 4.4

t,hr	$t*dP'$	t,hr	$t*dP'$	t,hr	$t*dP'$
0	0.57620322	25058	10.4673913	603979746	190.368698
2	0.89189357	38882	11.8783422	939524066	216.145213
4	0.81317225	58338	13.3491296	1543503842	249.293761
6	0.88587929	94178	15.3207962	1811939298	261.051115
8	0.96317334	143330	17.2874938	2885681122	298.409521
10	1.03085847	159714	17.8339925	4294967266	334.542948
12	1.09031509	241634	20.0886255	6845104098	382.498444
16	1.1916916	401378	23.2441145	1.0737E+10	435.335624
26	1.38484481	638946	26.5678524	1.208E+10	450.324948
42	1.60513386	966626	29.9253453	1.8254E+10	507.058125
62	1.80785659	1605602	34.6246795	2.8454E+10	576.062652
82	1.967829	1703906	35.2211767	4.5097E+10	657.586495
114	2.17323597	2686946	40.1478124	6.6572E+10	735.472003
186	2.51570105	3932130	44.7913065	1.0737E+11	843.791539
306	2.91562139	6422498	51.5746602	1.1382E+11	858.04161
450	3.26620351	9961442	58.509148	1.4173E+11	913.880489
738	3.77537891	14942178	65.7408905	1.8468E+11	986.11738
1122	4.26583537	17301474	68.5701527	2.2763E+11	1047.19525
1538	4.67542275	27262946	78.1441869		
2402	5.32074637	42991586	89.0738516		
3618	5.9903762	62914530	99.3755055		
5858	6.88516774	102760418	114.424614		
8930	7.77574348	150994914	127.807545		
13794	8.81399686	234880994	145.113123		

15330	9.08621849	385875938	167.368056
-------	------------	-----------	------------