



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 22 Septiembre 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

CAROLINA URAZAN LOSADA, con C.C. No. 1080295847,

CRISTIAN MAURICIO TRUJILLO REYES, con C.C. No. 1075266191,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado o _____

titulado ANÁLISIS DE LA PRESIÓN TRANSITORIA EN POZOS HORIZONTALES EN FORMACIONES

COMPRESIBLES

presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de

INGENIERO DE PETROLEOS;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: CAROLINA URAZAN LOSADA

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: 



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO:

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
URAZAN LOSADA	CAROLINA
TRUJILLO REYES	CRISTIAN MAURICIO

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ESCOBAR MACUALO	FREDDY HUMBERTO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
----------------------------	--------------------------

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: INGENIERO DE PETROLEOS

FACULTAD: INGENIERIA

PROGRAMA O POSGRADO: INGENIERIA DE PETROLEOS

CIUDAD: NEIVA

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2017

NÚMERO DE PÁGINAS: 80

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

Diagramas___ Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general_X_ Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___
Tablas o Cuadros_X_

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español

Inglés

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| 1. Presión de poro | 1. Pore pressure |
| 2. Formaciones compresibles | 2. Compressible formations |
| 3. Pozos horizontales | 3. Horizontal wells |
| 4. Módulo de permeabilidad | 4. Permeability modulus |
| 5. Permeabilidad horizontal | 5. Horizontal permeability |
| 6. Flujo pseudo-radial | 6. Pseudo-radial flow |

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Se plantea una metodología para interpretar pruebas de presión en pozos horizontales en formaciones compresibles (no consolidadas) aplicable a flujo monofásico y a yacimientos con geometría circular; para su desarrollo se consideraron dos casos de frontera externa: frontera cerrada y frontera infinita; para cada uno se generaron expresiones algebraicas con el fin de caracterizar diferentes parámetros del reservorio como la permeabilidad promedio horizontal, el módulo de permeabilidad adimensional y el área. La base para generar las expresiones se basó en líneas y puntos característicos de familias de curvas de presión y de derivada de presión adimensionales generadas por un software de computador; esto luego de haber realizado un análisis y una identificación de los parámetros sensibles que se presentan en cada régimen de flujo a medida que se mueve la onda de presión en este tipo



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	3 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

de yacimientos. Los resultados obtenidos utilizando las ecuaciones generadas presentaron buenas aproximaciones respecto a los datos simulados.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

A methodology was proposed to interpret pressure tests in horizontal wells from compressible formations (unconsolidated) applicable to single-phase fluid flow and reservoirs with circular geometry; for its development two cases were considered for the lateral boundary: closed boundary and infinite boundary; for each of which algebraics expressions were generated in order to characterize different parameters of the reservoir like the average horizontal permeability, the dimensionless permeability modulus and the area. The basis for generating the expressions was based on characteristic lines and points of families of dimensionless pressure curves and pressure derivatives generated by a computer



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	4 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

software; this after having performed an analysis and identification of the sensitive parameters that occur in each flow regime as the pressure wave moves in this type of reservoirs. The results obtained using the generated equations presented good approximations with respect to the simulated data.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado:

Firma:

Nombre Jurado: JAIRO ANTONIO SEPULVEDA GAONA

Firma:

Nombre Jurado: JAVIER ANDRES MARTINEZ PEREZ

Firma:

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS**



**ANÁLISIS DE PRESIÓN TRANSITORIA EN POZOS HORIZONTALES EN
FORMACIONES COMPRESIBLES**

PRESENTADO POR:

**CAROLINA URAZAN LOSADA
CRISTIAN MAURICIO TRUJILLO REYES**

Neiva, Huila Septiembre 22 de 2017

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS**



**ANÁLISIS DE PRESIÓN TRANSITORIA EN POZOS HORIZONTALES EN
FORMACIONES COMPRESIBLES**

PRESENTADO POR:

**CAROLINA URAZAN LOSADA
CRISTIAN MAURICIO TRUJILLO REYES**

DIRECTOR:

FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO

Neiva, Huila Septiembre 22 de 2017

Nota de aceptación

Firma del director de tesis

Firma del jurado

Firma del jurado

Neiva, _____

DEDICATORIA

A Dios

A mis padres Fernando Urazán y Tulia Inés Losada

A mi familia

A Alejandro Silva

A mis compañeros y amigos Karla, Camila, Paola, Angie, Carlos, Stiven, Nicolás

A mis profesores de mi primaria, secundaria y de pregrado.

Carolina Urazán Losada

A Dios, el dueño de mi ser y de mi vida.

A Mis Padres, Mauricio Trujillo Amaya y Yolanda Elizabeth Reyes Torres.

A Mis Hermanos, María Alejandra Trujillo Reyes, Rainer Fabian Florez Reyes y Alexandra Catalina Trujillo Pachón.

Al capítulo estudiantil Sociedad de Ingenieros de Petróleos Internacional “SPE Universidad Surcolombiana”

A mis compañeros y amigos de Universidad Angie, Carlos, Alejandro, Karla, Paola, Verónica.

Cristian Mauricio Trujillo Reyes

AGRADECIMIENTOS

A Dios, al todopoderoso por darme las condiciones necesarias para hoy llegar hasta donde estoy, porque gracias a él hoy estoy a punto de alcanzar una meta más en mi vida y nada hubiera sido posible sin sus bendiciones de cada día.

A mis padres y abuelos Fernando Urazán, Tulia Losada, Jesús y Stella, porque a ellos les debo todo el amor y educación de hogar que me han brindado para ser lo que hasta ahora soy; no me alcanzaría la vida para lograr devolverles todo el esfuerzo y sacrificio que han hecho por mí, solo espero que este punto de partida de mi vida profesional me permita ofrecerles y compensarles cada acción de amor que me han regalado a lo largo de mi vida. A mi novio y amigo Alejandro Silva, porque nunca me dejo desfallecer en momentos difíciles y siempre conté con esa voz de aliento que hoy hace que esté a punto de alcanzar un logro más.

A mi mejor amigo de universidad y compañero de tesis Cristian Trujillo, por su compromiso para el desarrollo de este proyecto y paciencia en momentos de estrés.

A mi excelente profesor y Director de tesis Freddy Humberto Escobar Macualo, a él gracias por la confianza que me otorgo al permitirme formar parte de su grupo de investigación, por el acompañamiento en el desarrollo de este proyecto, por la paciencia recibida y por haber sido parte de mi formación profesional y personal.

Carolina Urazán Losada

Agradezco a Dios por guiarme, fortalecerme y jamás abandonarme a lo largo de este gran camino.

A Mauricio Trujillo y Elizabeth Reyes, mis padres, por recibir de su parte el amor más incondicional y sincero, a quienes debo todo lo que soy, gracias a la formación en valores desde lo que un día fue mi hermoso hogar y por ser los principales responsables de mantenerme enfocado en mis metas.

A Rainer por ser y haber sido siempre mi respaldo y ejemplo a seguir como persona, María por el corazón más noble y más limpio, mis hermanos.

A mi gran amiga y compañera de proyecto de grado Carolina Urazán, por su enorme disciplina, compromiso, entrega y paciencia en los momentos más duros. Definitivamente a quien más admiro técnica y académicamente de todos mis compañeros.

A mi padre académico, el Doctor Freddy H. Escobar, en primera instancia por el cariño recibido y el voto de confianza depositado en mí, también por todo el acompañamiento y apoyo brindado durante esta etapa, de quien aprendí cosas maravillosas tanto en lo personal, como en lo académico y técnico.

Cristian Mauricio Trujillo Reyes

RESUMEN

Palabras claves: Presión de poro, formaciones compresibles, pozos horizontales, módulo de permeabilidad, permeabilidad horizontal, flujo pseudoradial.

Se plantea una metodología para interpretar pruebas de presión en pozos horizontales en formaciones compresibles (no consolidadas) aplicable a flujo monofásico y a yacimientos con geometría circular; para su desarrollo se consideraron dos casos de frontera externa: frontera cerrada y frontera infinita; para cada uno se generaron expresiones algebraicas con el fin de caracterizar diferentes parámetros del reservorio como la permeabilidad promedio horizontal, el módulo de permeabilidad adimensional y el área. La base para generar las expresiones se basó en líneas y puntos característicos de familias de curvas de presión y de derivada de presión adimensionales generadas por un software de computador; esto luego de haber realizado un análisis y una identificación de los parámetros sensibles que se presentan en cada régimen de flujo a medida que se mueve la onda de presión en este tipo de yacimientos. Los resultados obtenidos utilizando las ecuaciones generadas presentaron buenas aproximaciones respecto a los datos simulados.

ABSTRACT

Key Words: Pore pressure, compressible formations, horizontal wells, permeability modulus, horizontal permeability, pseudo-radial flow.

A methodology was proposed to interpret pressure tests in horizontal wells from compressible formations (unconsolidated) applicable to single-phase fluid flow and reservoirs with circular geometry; for its development two cases were considered for the lateral boundary: closed boundary and infinite boundary; for each of which algebraic expressions were generated in order to characterize different parameters of the reservoir like the average horizontal permeability, the dimensionless permeability modulus and the area. The basis for generating the expressions was based on characteristic lines and points of families of dimensionless pressure curves and pressure derivatives generated by a computer software; this after having performed an analysis and identification of the sensitive parameters that occur in each flow regime as the pressure wave moves in this type of reservoirs. The results obtained using the generated equations presented good approximations with respect to the simulated data.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	10
LISTA DE TABLAS	11
INTRODUCCIÓN	12
1. ANTECEDENTES TEORICOS	14
1.1. POZOS HORIZONTALES	14
1.1.1. Definición	14
1.1.2 Regímenes de flujo en pozos horizontales	14
1.2. POZOS HORIZONTALES EN FORMACIONES COMPRESIBLES	16
1.2.1 Modelo matemático	17
1.2.2. Comportamiento del trasiente de presión	20
2. METODOLOGIA PARA INTERPRETAR PRUEBAS DE PRESION EN POZOS HORIZONTALES EN FORMACIONES COMPRESIBLES	23
2.1. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PROPUESTAS	24
2.1.1 Graficas generadas	24
2.1.2 Líneas y puntos característicos	24
2.1.2.1 Frontera cerrada	24
2.1.2.2 Frontera infinita	27
2.2. RESUMEN DE ECUACIONES	30
2.3. ANÁLISIS DE LAS GRAFICAS OBTENIDAS	31
3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN	32
3.1 PROCEDIMIENTO	32
3.2 EJEMPLOS	33
3.2.1. Ejemplo 1. Frontera cerrada	33
3.2.2. Ejemplo 2. Frontera cerrada	37
3.2.3. Ejemplo 3. Frontera infinita	42
3.2.4. Ejemplo 4. Frontera infinita	45
3.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	49
CONCLUSIONES	51
RECOMENDACIONES	52
NOMENCLATURA	53

REFERENCIAS.....	55
APENDICE A.....	58
APENDICE B.....	66
ANEXOS	68
ANEXO 1	68
ANEXO 2.....	71
ANEXO 3.....	74
ANEXO 4.....	77

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1. Definición de pozo horizontal (Escobar, F.H 2009)	15
Fig. 2. Área de drenaje de un pozo horizontal (Escobar, F.H 2009)	15
Fig. 3. Esquema de un pozo horizontal en un yacimiento de petróleo	17
Fig. 4. Tipos de curvas para un pozo horizontal en formaciones compresibles (Zhao Y. L. et al. 2014)	20
Fig. 5. Efecto del módulo de permeabilidad adimensional sobre la presión y derivada de presión adimensional en un yacimiento con frontera infinita.	21
Fig. 6. Efecto del módulo de permeabilidad adimensional sobre la presión y derivada de presión adimensional en un yacimiento con frontera cerrada con $r_{eD} = 20$ y geometría circular.	22
Fig. 7. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 1	34
Fig. 8. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 2	39
Fig. 9. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 3	43
Fig. 10. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 4	47

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Pendientes y ángulos de la curva de derivada de presión adimensional durante el flujo pseudo-radial considerando frontera cerrada.	26
Tabla 2. Pendientes y ángulos de la curva de derivada de presión adimensional durante el flujo pseudo-radial considerando frontera infinita.....	28
Tabla 3. Tabla resumen de las ecuaciones halladas	30
Tabla 4. Derivada de presión y tiempo durante el periodo de flujo pseudo-radial	35
Tabla 5. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 1	37
Tabla 6. Derivada de presión y tiempo durante el periodo de flujo pseudo-radial	40
Tabla 7. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 2	41
Tabla 8. Derivada de presión y tiempo durante el periodo de flujo pseudo-radial	44
Tabla 9. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 3	45
Tabla 10. Derivada de presión y tiempo durante el flujo pseudo-radial	48
Tabla 11. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 4....	49
Tabla 12. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 1	68
Tabla 13. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 1	69
Tabla 14. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 2	71
Tabla 15. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 2.....	72
Tabla 16. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 3	74
Tabla 17. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 3.....	75
Tabla 18. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 4	77
Tabla 19. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 4.....	78

INTRODUCCIÓN

La permeabilidad en reservorios de hidrocarburos es una propiedad que depende del esfuerzo efectivo de la formación, el cual es la diferencia entre la presión listostática (presión de sobrecarga) y la presión de poro. En formaciones consolidadas este factor sobre la permeabilidad puede ser despreciable, pero en formaciones no consolidadas, el comportamiento de la permeabilidad es una función directa de la presión de poro y ésta puede llegar a presentar cambios considerables a lo largo del tiempo de desarrollo del yacimiento, (Ostensen, 1983; Ju et al., 2011). Este efecto es de vital importancia y debe tenerse en cuenta durante la etapa de producción o de inyección de los pozos en yacimientos compresibles.

Es bien sabido que en la ecuación de difusividad convencional, la permeabilidad de la roca es una constante independiente de la presión. Esta suposición es válida cuando los cambios de presión y de las propiedades roca-fluido no son significativos. Sin embargo, cuando hay cambios evidentes en estas propiedades dentro del rango de presiones de interés, estos no pueden ser descuidados y por el contrario, debe analizarse con mayor detenimiento el comportamiento del medio poroso. Claro está que este fenómeno ha sido motivo de estudio en ingeniería de yacimientos y geomecánica de rocas, pues algunos autores se han encargado de presentar contenido bibliográfico referente a formaciones no consolidadas, por ejemplo: Samaniego et al. (1979), obtuvieron la solución de una ecuación diferencial parcial no lineal que describe el flujo transitorio de un fluido dependiente de la presión a través de una formación sensible a los esfuerzos; Celis et al. (1994), presentaron un modelo matemático para un pozo vertical en un yacimiento naturalmente fracturado sensible al tensor de permeabilidad, y también proporcionaron algunas soluciones analíticas; Ambastha y Zhang (1996) resolvieron las correspondientes ecuaciones de flujo de fluidos para tres modelos de permeabilidad usando métodos iterativos y numéricos; Barry et al. (2007) presentaron un modelo no lineal para flujo monofásico de un pozo vertical en un medio poroso ligeramente compresible; Aadnoy y Finjord (1996) derivaron una solución para la ecuación de flujo radial, basándose en la transformada de Boltzmann y un método de perturbación de primer orden; más tarde, Jelmert y Selseng (1997) realizaron el estudio del comportamiento de la presión en un yacimiento sensible a los esfuerzos. Éstos han sido solo algunos referentes del tema en cuestión, pues hasta ahora se han reportado muchos artículos relacionados con el comportamiento de la presión transitoria en formaciones compresibles (no consolidadas), donde la permeabilidad es sensible al esfuerzo efectivo del yacimiento, pero la mayoría de éstos concentran su análisis en el flujo de fluidos en pozos verticales y los relacionados con pozos horizontales son escasos.

Son Zhao, Zhang, Chen y Zhou (2014) quienes obtienen soluciones analíticas para el flujo de fluidos en pozos horizontales en formaciones no consolidadas considerando permeabilidad variable a partir del esfuerzo efectivo de la formación, estos obtuvieron resultados realmente valiosos al analizar el comportamiento del trasiente de presión, resultados que fueron la base fundamental para presentar este estudio, en los cuales se observa un efecto importante durante el régimen de flujo pseudo-radial o radial tardío.

Dicho efecto, se genera porque al retirar los fluidos del yacimiento, disminuye la presión y consecuentemente, esto causa un incremento en el esfuerzo efectivo, lo cual se ve reflejado en una caída de la permeabilidad de la roca. Específicamente, el concepto anterior, no es más que una disminución en el diámetro de las gargantas de poro al sentir el vacío que deja la producción de los fluidos, y a partir de ello, se describe el concepto del módulo de permeabilidad γ , que básicamente, mide la dependencia de la permeabilidad hidráulica con respecto a la presión.

Es por esto, que en el presente proyecto se buscaron características comunes en diferentes pruebas de presión sometidas al cambio del módulo de permeabilidad, para de este modo poder generar expresiones algebraicas que describan el comportamiento de un yacimiento compresible en presencia de un pozo horizontal, valiéndose de las soluciones analíticas desarrolladas por Zhao *et al* (2014).

1. ANTECEDENTES TEORICOS

Cada vez la perforación de pozos horizontales toma más auge debido a la capacidad de aumentar los caudales de producción por unidad de caída de presión; es por ello que se hace indispensable realizar un adecuado análisis del comportamiento de la presión en este tipo de pozos.

Las pruebas de presión nos permiten determinar la capacidad de producción del pozo, esto debido a que facilita la caracterización del yacimiento por medio de diversos parámetros como la presión inicial de yacimiento, permeabilidad (horizontal, vertical), área del yacimiento y daño a la formación generado por el proceso de perforación; de igual forma permiten determinar si todo el intervalo perforado es productor y si se cuenta con la presencia de fallas o acuíferos.

1.1. POZOS HORIZONTALES

1.1.1. Definición

Se consideran pozos horizontales aquellos perforados paralelamente al estrato productor. Los pozos verticales, a diferencia de los pozos horizontales son aquellos que se encuentran perpendicular al estrato productor, ver Fig 1; una segunda diferencia entre estos dos tipos de pozos es la geometría en la que drenan fluido, el pozo vertical lo hace en forma de un cilindro, y el pozo horizontal lo hace de una forma elipsoidal, ver Fig 2.

Variables como el espesor de la formación y la excentricidad del pozo muestran una influencia sobre la productividad de un pozo horizontal; con el primero se tiene una mayor producción en estratos de menor espesor, y el segundo no presenta influencia solo si el pozo se encuentra localizado entre $\pm 25\%$ del centro del yacimiento.

1.1.2 Regímenes de flujo en pozos horizontales

El flujo de fluidos a través del yacimiento se genera debido a un diferencial de presión que se da alrededor del pozo en producción, dicho diferencial depende de forma directa de la permeabilidad del yacimiento. Los regímenes de flujo que se observan en una prueba de presión en pozos horizontales constan de dos periodos de flujo radial y dos periodos de flujo lineal, estas son flujo radial temprano (asumiendo que el almacenamiento no lo oculte), flujo lineal temprano, flujo pseudo-radial y flujo lineal tardío. La presencia de estos regímenes depende de ciertos factores como el tamaño del yacimiento, la anisotropía de permeabilidad, la longitud horizontal del pozo y su excentricidad. Existen situaciones especiales en las cuales se pueden presentar otros regímenes de flujo como el flujo hemi-radial o esférico.

1.1.2.1 Flujo radial temprano: El flujo se desarrolla en un plano vertical perpendicular al pozo (plano yz), se presenta un flujo radial que termina cuando se alcanza la base o el tope de la formación, su duración es muy corta en estratos delgados o en formaciones con alta permeabilidad. Su curva en una gráfica log-log de presión y de derivada de presión contra tiempo mostrara una pendiente de cero.

Fig. 1. Definición de pozo horizontal (Escobar, F.H 2009)

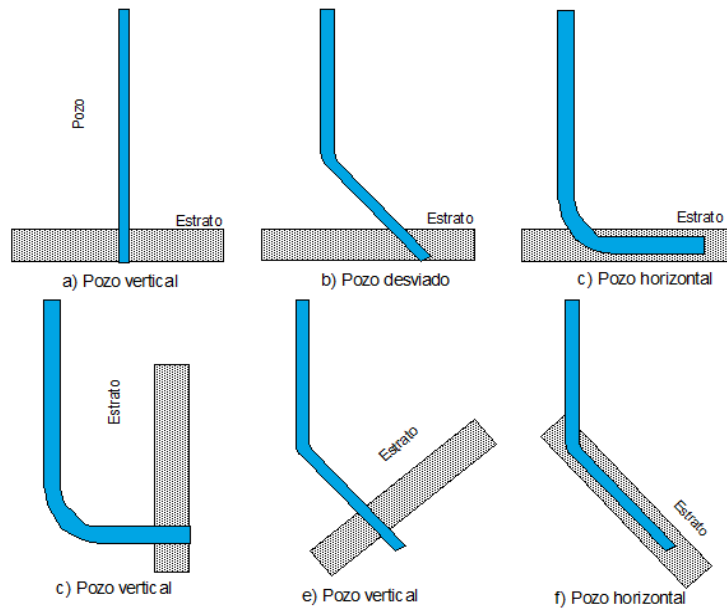
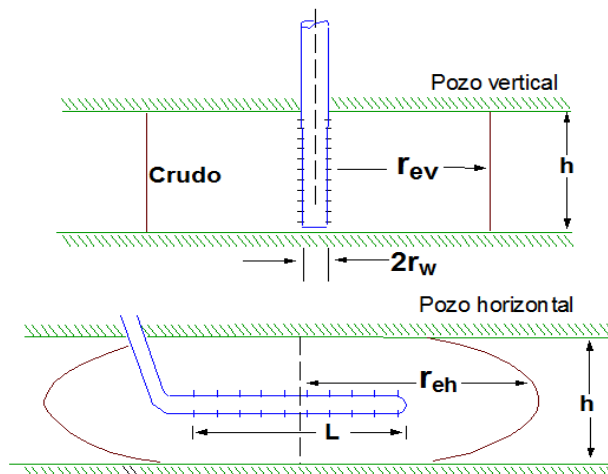


Fig. 2. Área de drenaje de un pozo horizontal (Escobar, F.H 2009)



1.1.2.2 Flujo lineal temprano: Se desarrolla un flujo lineal una vez la perturbación alcanza tanto el tope como la base de la formación, su duración va directamente relacionada con la longitud del pozo, en la gráfica de la derivada presenta una pendiente de 0.5.

1.1.2.3 Flujo elíptico: su característica general es una pendiente de 0.36 en su curva de derivada en un gráfico log-log y como su nombre lo indica drena fluido hacia la cara pozo en forma de un elipsoide.

1.1.2.4 Flujo pseudo-radial: De acuerdo con Escobar (2009) para este periodo, la onda de presión ha viajado lo suficiente de modo que el pozo actúa como un punto fuente. Las líneas equipotenciales se convierten en cilindros verticales similares a aquellas de un pozo vertical, que viéndolo en un plano horizontal (xy) se observaría como un flujo radial circular. Presenta una derivada constante, es decir que se observa una línea recta con pendiente de cero.

1.1.2.5 Flujo lineal tardío: Para yacimientos de ancho finito existe un flujo lineal que se da cuando la onda de presión alcanza los extremos laterales. Este régimen de flujo es el último que se puede encontrar en una prueba de presión en un pozo horizontal y su ocurrencia no es común debido a la longitud de la prueba y a la baja posibilidad de hallarse pozos en posición simétrica con las fronteras laterales.

1.2. POZOS HORIZONTALES EN FORMACIONES COMPRESIBLES

Las propiedades de las rocas son funciones de la presión de confinamiento y obedecen la ley del esfuerzo efectivo. La extracción de fluidos del yacimiento hace que la presión de poro disminuya y que en consecuencia haya un aumento en el esfuerzo efectivo. (Terzaghi, 1943) lo definen como:

$$\sigma_{eff} = \sigma - \alpha p \quad (1)$$

Siendo σ el esfuerzo total, σ_{eff} el esfuerzo efectivo, p la presión de poro y α el coeficiente de Biot el cual es un parámetro que depende de las propiedades mecánicas de la roca y de la geometría de los granos de la roca.

El modelo de permeabilidad exponencial hace referencia al cambio de permeabilidad debido a la variación de la presión de poro, el módulo de permeabilidad γ será definido como:

$$\gamma = \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial P} \quad (2)$$

donde k es la permeabilidad de la formación. Integrando la ecuación (2) y evaluando la presión P desde P_o a P obtenemos:

$$k = k_o e^{[-\gamma(P_o - P)]} \quad (3)$$

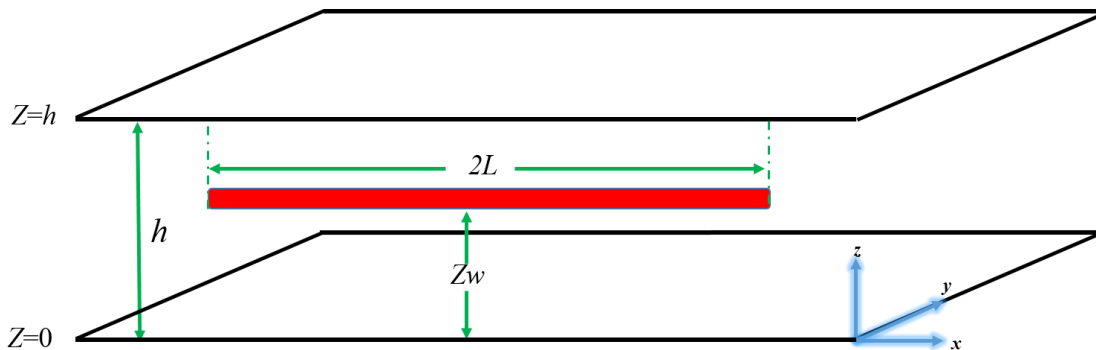
en el cual k_o es la permeabilidad medida a una presión de referencia P_o .

1.2.1 Modelo matemático

El modelo matemático, tuvo en cuenta las siguientes consideraciones:

1. La presión inicial del yacimiento es constante, el espesor (h) de la formación es uniforme y su límite superior e inferior son cerrados.
2. Se presenta flujo monofásico a caudal constante. Se desprecia el efecto de la gravedad.
3. El yacimiento es homogéneo y anisotrópico con permeabilidad horizontal k_h y permeabilidad vertical k_v .
4. La longitud del pozo es $2L$ y está ubicado a una distancia Z_w del límite inferior, ver Fig. 3.

Fig. 3. Esquema de un pozo horizontal en un yacimiento de petróleo



La ecuación que describe el flujo de fluidos en un yacimiento está dada por:

$$\nabla \cdot [\rho u] = -\frac{1}{3600} \frac{\delta}{\delta t} (\rho \phi) \quad (4)$$

u es la velocidad Darcy en m/h, t es el tiempo en h, ρ es la densidad en Kg/m^3 , ϕ es la porosidad en fracción y ∇ el operador de Laplace: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$

La velocidad Darcy se define de la siguiente manera:

$$u = 10^{-3} \frac{k}{\mu} \nabla P \quad (5)$$

donde μ es la viscosidad del aceite medida en cp.

La densidad se puede expresar de la siguiente forma:

$$\rho = \rho_o e^{[c_o(P-P_o)]} \quad (6)$$

ρ_o es la densidad del aceite medida a una presión de referencia P_o y c_o es la compresibilidad del aceite la cual se considera constante. Para la porosidad se conoce la siguiente ecuación:

$$\phi = \phi_o e^{[c_\phi(P-P_o)]} \quad (7)$$

en la cual ϕ_o es la porosidad de la formación en fracción medida a una presión de referencia P_o y c_ϕ es la compresibilidad de la formación.

Sustituyendo las Ecuaciones 5, 6 y 7 en la Ecuación 4 obtenemos la siguiente ecuación en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left(r k_h \frac{\delta P}{\delta r} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(k_z \frac{\delta P}{\delta z} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{3.6} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (8)$$

Tomando la Ecuación 3 y reemplazando en la Ecuación 8 obtenemos la siguiente ecuación gobernante para flujo de fluidos en formaciones compresibles considerando la variación de la permeabilidad con la presión de poro:

$$k_o e^{[-\gamma(P_o-P)]} \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{k_o e^{[-\gamma(P_o-P)]}}{r} \frac{\delta P}{\delta r} + \gamma k_o e^{[-\gamma(P_o-P)]} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right)^2 + k_z e^{[-\gamma(P_o-P)]} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \gamma k_z e^{[-\gamma(P_o-P)]} \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right)^2 = \frac{\phi \mu c_t}{3.6} \frac{\delta P}{\delta t} \quad (9)$$

Definiendo los siguientes parámetros adimensionales en sistema inglés tenemos:

$$P_D = \frac{k_h h \Delta P}{141.2 q \mu B} \quad (10)$$

$$t_D = \frac{0.0002637 k_h t}{\phi \mu c_t (2L)^2} \quad (11)$$

$$\gamma_D = \gamma \frac{141.2 q \mu B}{k_h h} \quad (12)$$

$$r_D = \frac{r}{L} \quad (13)$$

$$r_{eD} = \frac{r_e}{L} \quad (14)$$

$$z_D = \frac{z}{h} \sqrt{\frac{k_z}{k_h}} \quad (15)$$

$$L_D = \frac{L}{h} \sqrt{\frac{k_z}{k_h}} \quad (16)$$

Sustituyendo las Ecuaciones 10-16 dentro de la Ecuación 9 obtenemos la siguiente ecuación gobernante para flujo de fluidos en formaciones compresibles considerando la variación de la permeabilidad con la presión de poro en términos adimensionales.

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} - \gamma_D \left(\frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)^2 + L_D^2 \frac{\partial^2 P_D}{\partial z_D^2} - \gamma_D L_D^2 \left(\frac{\partial P_D}{\partial z_D} \right)^2 = e^{\gamma_D P_D} \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (17)$$

La condición inicial correspondiente a la presión uniforme en el sistema es:

$$P_D(t_D = 0, r_D, z_D) = 0 \quad (18)$$

La condición en la frontera interna es a caudal constante:

$$\lim_{\varepsilon_D \rightarrow 0} \left[\lim_{r_D \rightarrow 0} \int_{z_{wD} - \varepsilon_D/2}^{z_{wD} + \varepsilon_D/2} e^{-\gamma_D P_D} r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} dz_{wD} \right] = \begin{cases} 0, & |z_D - z_{wD}| > \varepsilon_D / 2 \\ -\frac{1}{2}, & |z_D - z_{wD}| < \varepsilon_D / 2 \end{cases} \quad (19)$$

La condición para el límite superior e inferior es:

$$\left. \frac{\partial P_D}{\partial z_D} \right|_{z_D=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial P_D}{\partial z_D} \right|_{z_D=1} = 0 \quad (20)$$

La condición de frontera externa es:

$$r_D \left. \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right|_{r_D=r_{eD}} = \theta P_D \Big|_{r_D=r_{eD}} \quad (21)$$

En el APÉNDICE A. se presentan las ecuaciones finales del modelo matemático descrito en las Ecuaciones 17 - 21 y posteriormente su solución, la cual se realizó por medio de la

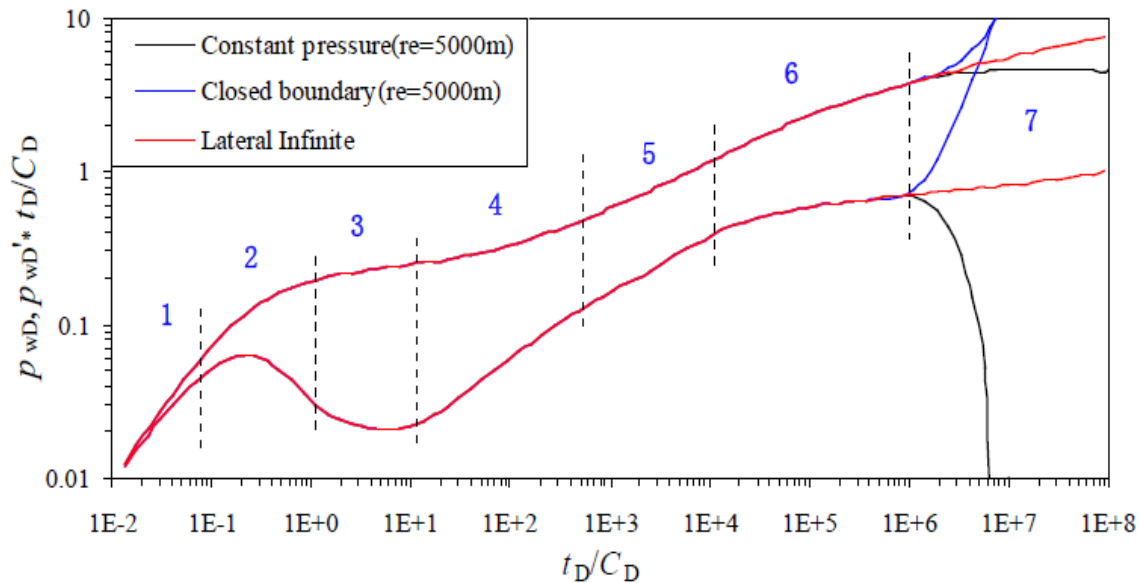
técnica de perturbación, transformada de Laplace y transformada de Fourier (Ver APENDICE A).

1.2.2. Comportamiento del trasiente de presión

La Fig.4 es una gráfica log-log de la presión de fondo adimensional para un pozo horizontal en una formación compresible con geometría radial. Se pueden distinguir 7 periodos de flujo, los cuales son:

1. Periodo de flujo de almacenamiento del pozo el cual presenta un pendiente unitaria tanto en la curva de presión como de derivada de presión.
2. En el segundo periodo encontramos la zona de transición entre el almacenamiento del pozo y el flujo radial temprano.
3. Se desarrolla el flujo radial temprano en el plano (yz), se puede observar como una línea recta de pendiente cero en la curva de su derivada de presión.
4. El flujo lineal temprano tiende a tener una pendiente de 0.5 en la curva de la derivada de presión.
5. El quinto periodo corresponde al flujo elíptico, su pendiente es de 0.36 en la curva de derivada.

Fig. 4. Tipos de curvas para un pozo horizontal en formaciones compresibles (Zhao Y. L. et al. 2014)



6. Se presenta el flujo radial tardío o también llamado pseudo-radial en el plano (xy), este flujo no presenta una pendiente de cero porque sus valores de derivada tienden a subir debido al efecto de reducción de la permeabilidad.

- Este periodo de flujo depende de la frontera que se presente. Si la frontera es infinita este periodo no existirá, pero si se habla de frontera cerrada o abierta a presión constante la curva sube o cae respectivamente.

Cuando el yacimiento presenta frontera cerrada, se observará en el séptimo periodo una línea recta con una pendiente mayor a uno debido a que la presión de poro disminuye por no tener un suplemento de fluido cuando la onda de presión se propaga hasta sus límites laterales.

La Fig. 5 y la Fig. 6 permiten observar el efecto del módulo de permeabilidad adimensional γ_D sobre el comportamiento de la presión de un pozo horizontal en una formación compresible (no consolidada). Si se compara con el comportamiento de la presión de un pozo horizontal convencional ($\gamma_D = 0$) se observa claramente que los valores de presión y derivada de presión aumentan gradualmente en el periodo de flujo pseudo-radial a medida que γ_D aumenta. Por lo tanto, podemos concluir que el efecto del γ_D sobre la respuesta de presión del pozo horizontal se concentra principalmente en el período de flujo pseudo-radial, cuanto mayor es el γ_D , más pronunciada y más temprana se vuelve la curva.

Fig. 5. Efecto del módulo de permeabilidad adimensional sobre la presión y derivada de presión adimensional en un yacimiento con frontera infinita.

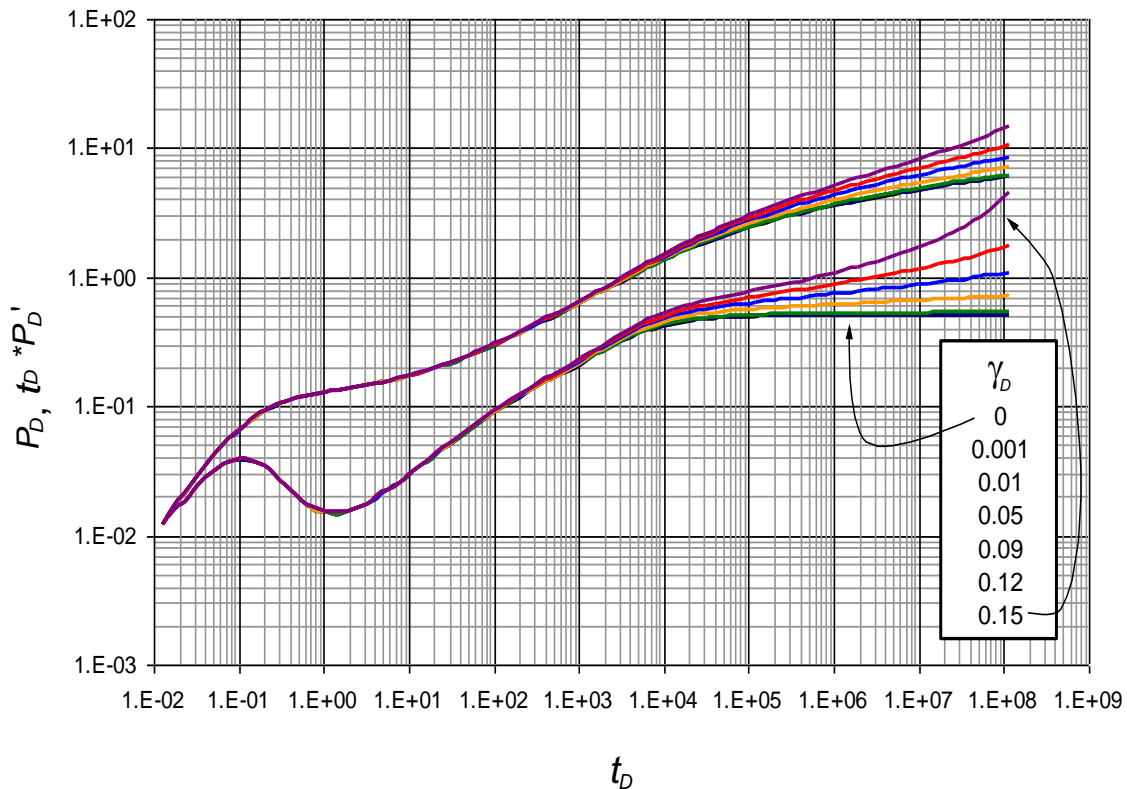
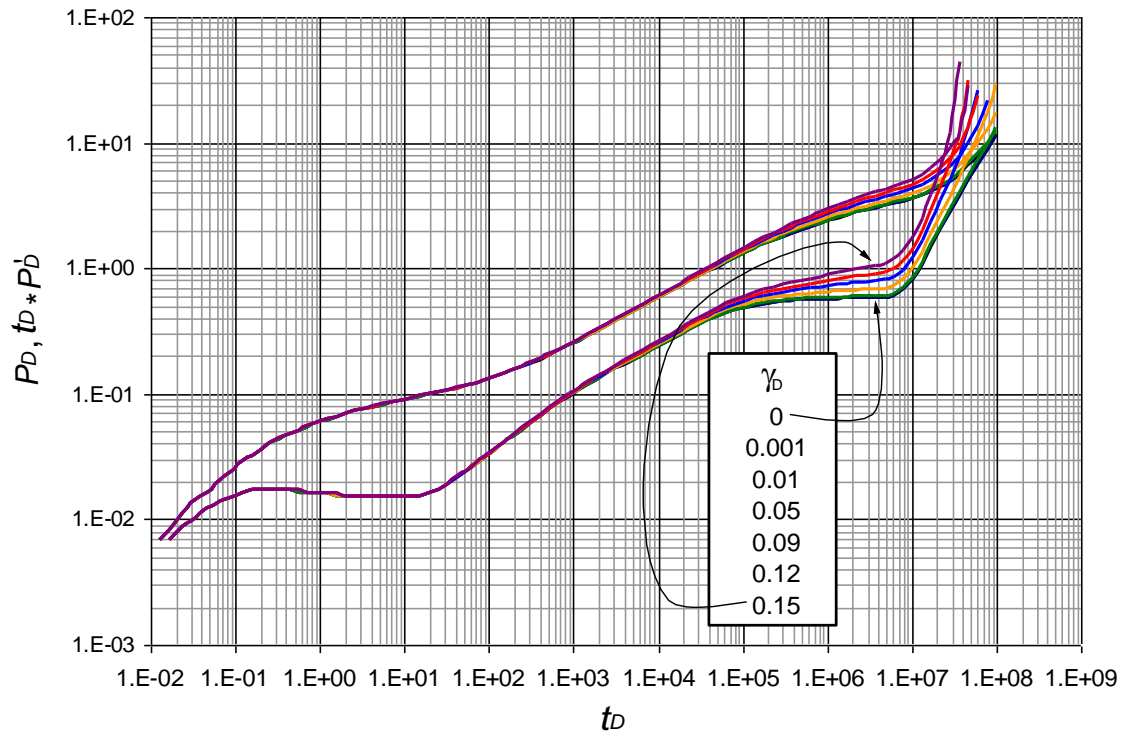


Fig. 6. Efecto del módulo de permeabilidad adimensional sobre la presión y derivada de presión adimensional en un yacimiento con frontera cerrada con $r_{eD} = 20$.



2. METODOLOGIA PARA INTERPRETAR PRUEBAS DE PRESION EN POZOS HORIZONTALES EN FORMACIONES COMPRESIBLES

Para desarrollar la metodología se tuvieron en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

- Tiempo adimensional

$$t_D = \frac{0.0002637k_h t}{\phi\mu c_i (2L)^2} \quad (11)$$

$$t_{DA} = \frac{t_D * (2L)^2}{A} \quad (22)$$

$$t_{DA} = \frac{0.0002637k_h t}{\phi\mu c_i A} \quad (23)$$

- Presión adimensional

$$P_D = \frac{k_h h \Delta P}{141.2q\mu B} \quad (10)$$

- Derivada de presión adimensional

$$t_D * P_D ' = \frac{k_h h (t * \Delta P ')}{141.2q\mu B} \quad (24)$$

- Radio de drene adimensional

$$r_D = r_{eD} = \frac{r_e}{L} \quad (25)$$

- Módulo de permeabilidad adimensional

$$\gamma_D = \gamma \frac{141.2q\mu B}{k_h h} \quad (12)$$

2.1. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES PROPUESTAS

2.1.1 Graficas generadas

Se realizaron diferentes corridas donde se obtuvieron graficas log-log de presión y derivada de presión adimensional variando el módulo de permeabilidad adimensional y considerando un yacimiento con frontera cerrada y otro con frontera infinita; los datos se obtuvieron de un software de computador suministrado por el director del proyecto de grado. No se consideró daño a la formación y un valor mínimo de almacenamiento adimensional. Ver Fig.5. y Fig. 6.

2.1.2 Líneas y puntos característicos

2.1.2.1 Frontera Cerrada

2.1.2.1.1 Periodo de flujo Pseudo-radial:

La ecuación que rige el comportamiento de derivada de presión adimensional con respecto al tiempo adimensional durante el flujo pseudo-radial de todas las curvas generadas que se observaron en la Fig. 6. es:

$$\frac{P_D}{(t_D * P_D')^{0.4}} = 0.1657 t_D^{0.2074} \quad (26)$$

Reemplazando los términos adimensionales de tiempo, presión y derivada de presión descritos en las Ecuaciones 11, 10 y 24 respectivamente obtenemos:

$$\frac{\left(\frac{k_h h \Delta P_{pr}}{141.2 q \mu B} \right)}{\left[\frac{k_h h (t * \Delta P')_{pr}}{141.2 q \mu B} \right]^{0.4}} = 0.1657 \left(\frac{0.0002637 k_h t_{pr}}{\phi \mu c_i (2L)^2} \right)^{0.2074} \quad (27)$$

Operando las variables con el propósito de despejar la permeabilidad promedio horizontal:

$$\frac{1}{0.5829} \left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{k_h h}{q \mu B} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074} = \left(\frac{k_h}{\mu} \right)^{0.2074}$$

$$\frac{1}{0.5829} \left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074} = \left(\frac{k_h}{\mu} \right)^{0.2074} \left(\frac{\mu}{k_h} \right)^{0.6}$$

$$\frac{1}{0.5829} \left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074} = \left(\frac{\mu}{k_h} \right)^{0.3926}$$

Finalmente llegamos a la siguiente expresión:

$$k_h = \frac{0.2529 \mu}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074}}} \quad (28)$$

Donde el subíndice pr indica que el punto de tiempo, presión y derivada de presión a tomar debe realizarse durante el periodo de flujo pseudo-radial.

2.1.2.1.2 Estado Pseudoestable

La ecuación encontrada que describe el comportamiento de la derivada de presión adimensional durante el periodo de flujo pseudoestable es la siguiente:

$$(1 - \gamma_D^{0.65}) (t_D^* P_D')^{(0.5 - \gamma_D)} = 0.00187 t_{DA}^{0.5898} \quad (29)$$

Sustituyendo la Ecuación 23 dentro de la ecuación 29 tenemos:

$$(1 - \gamma_D^{0.65})(t_D * P_D')^{(0.5 - \gamma_D)} = 0.00187 \left(\frac{0.0002637 k_h t}{\phi \mu c_t A} \right)^{0.5898} \quad (30)$$

Despejando el área A de la ecuación (30) y reemplazando la derivada de presión adimensional (24) llegamos a la siguiente expresión:

$$A = \left(\frac{k_h t_{pss}}{43560 \phi \mu c_t} \right)^{0.5898} \sqrt{\frac{1.44881 \times 10^{-5}}{(1 - \gamma_D^{0.65}) \left(\frac{k_h h(t * \Delta P')_{pss}}{141.2 q \mu B} \right)^{(0.5 - \gamma_D)}}} \quad (31)$$

Donde el subíndice pss indica que el punto a leer se debe tomar durante el flujo pseudoestable.

2.1.2.1.3 Módulo de permeabilidad adimensional

A continuación en la Tabla 1. se puede observar para cada módulo de permeabilidad adimensional el valor correspondiente a la pendiente de la derivada de presión adimensional durante el flujo pseudo-radial, a su lado se puede leer el valor del ángulo en grados de este mismo segmento de curva medido respecto a la curva de derivada de presión adimensional en el cual el módulo de permeabilidad adimensional es cero, es decir respecto a una línea de pendiente cero.

Tabla 1. Pendientes y ángulos de la curva de derivada de presión adimensional durante el flujo pseudo-radial considerando frontera cerrada.

Módulo de permeabilidad adimensional	Pendiente	Ángulo °
$\gamma_D = 1E-10$	0.0181	1.04
$\gamma_D = 0.005$	0.0205	1.18
$\gamma_D = 0.009$	0.0223	1.28
$\gamma_D = 0.01$	0.0227	1.30
$\gamma_D = 0.02$	0.0283	1.62
$\gamma_D = 0.03$	0.0340	1.95
$\gamma_D = 0.04$	0.0398	2.28
$\gamma_D = 0.05$	0.0461	2.64
$\gamma_D = 0.06$	0.0530	3.03
$\gamma_D = 0.07$	0.0599	3.43
$\gamma_D = 0.08$	0.0674	3.85
$\gamma_D = 0.09$	0.0752	4.30

$\gamma_D = 0.1$	0.0840	4.80
$\gamma_D = 0.11$	0.0926	5.29
$\gamma_D = 0.12$	0.1021	5.83
$\gamma_D = 0.13$	0.1128	6.44
$\gamma_D = 0.14$	0.1243	7.09
$\gamma_D = 0.15$	0.1366	7.78

De acuerdo a lo mostrado anteriormente se hallaron dos ecuaciones que nos permiten conocer el valor del módulo de permeabilidad adimensional:

$$\gamma_D = 17.44m^3 - 8.9754m^2 + 2.2762m - 0.0377 \quad (32)$$

Donde m es la pendiente de la curva de derivada de presión en psi medida en el periodo de flujo pseudo-radial.

$$\gamma_D = 0.00009\theta^3 - 0.0027\theta^2 + 0.0397\theta - 0.0377 \quad (33)$$

En el cual θ hace referencia al ángulo en grados medido en la curva de derivada de presión en psi, con respecto a una línea recta de pendiente cero.

2.1.2.2 Frontera Infinita

2.1.2.2.1 Periodo de flujo pseudo-radial:

La ecuación que rige el comportamiento de derivada de presión adimensional con respecto al tiempo adimensional durante el flujo pseudo-radial de todas las curvas generadas para frontera infinita es igual a la de frontera cerrada, Ecuaciones 26 - 28:

$$\frac{P_D}{(t_D * P_D')^{0.4}} = 0.1657 t_D^{0.2074}$$

Reemplazando los términos adimensionales de tiempo, presión y derivada de presión descritos en las Ecuaciones 11, 10 y 24 respectivamente obtenemos:

$$\frac{\left(\frac{k_h h \Delta P_{pr}}{141.2 q \mu B} \right)}{\left[\frac{k_h h (t * \Delta P')_{pr}}{141.2 q \mu B} \right]^{0.4}} = 0.1657 \left(\frac{0.0002637 k_h t_{pr}}{\phi \mu c_i (2L)^2} \right)^{0.2074}$$

Operando las variables con el propósito de despejar la permeabilidad promedio horizontal:

$$\frac{1}{0.5829} \left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{k_h h}{q \mu B} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074} = \left(\frac{k_h}{\mu} \right)^{0.2074}$$

$$\frac{1}{0.5829} \left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074} = \left(\frac{k_h}{\mu} \right)^{0.2074} \left(\frac{\mu}{k_h} \right)^{0.6}$$

$$\frac{1}{0.5829} \left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074} = \left(\frac{\mu}{k_h} \right)^{0.3926}$$

Luego llegamos finalmente a la siguiente expresión:

$$k_h = \frac{0.2529 \mu}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_i (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074}}}$$

Donde el subíndice *pr* indica que el punto de tiempo, presión y derivada de presión a tomar debe realizarse durante el periodo de flujo pseudo-radial.

2.1.2.2.2 Módulo de permeabilidad adimensional

En la Tabla 2. se puede observar para cada módulo de permeabilidad adimensional el valor correspondiente a la pendiente de la derivada de presión adimensional durante el flujo pseudo-radial, a su lado se puede leer el valor del ángulo en grados de este mismo segmento de curva medido respecto a la curva de derivada de presión adimensional en el cual el módulo de permeabilidad adimensional es cero, es decir respecto a una línea de pendiente cero.

Tabla 2. Pendientes y ángulos de la curva de derivada de presión adimensional durante el flujo pseudo-radial considerando frontera infinita.

Módulo de permeabilidad adimensional	Pendiente	Ángulo °
$\gamma_D = 1E-10$	0.0018	0.10
$\gamma_D = 0.005$	0.0043	0.25

$\gamma_D = 0.009$	0.0064	0.37
$\gamma_D = 0.01$	0.0070	0.40
$\gamma_D = 0.02$	0.0128	0.73
$\gamma_D = 0.03$	0.0190	1.09
$\gamma_D = 0.04$	0.0258	1.48
$\gamma_D = 0.05$	0.0335	1.92
$\gamma_D = 0.06$	0.0420	2.40
$\gamma_D = 0.07$	0.0515	2.95
$\gamma_D = 0.08$	0.0624	3.57
$\gamma_D = 0.09$	0.0749	4.28
$\gamma_D = 0.1$	0.0893	5.10
$\gamma_D = 0.11$	0.1065	6.08
$\gamma_D = 0.12$	0.1271	7.24
$\gamma_D = 0.13$	0.1526	8.68
$\gamma_D = 0.14$	0.1858	10.52
$\gamma_D = 0.15$	0.2314	13.03

De acuerdo a lo mostrado anteriormente se hallaron dos ecuaciones que nos permiten conocer el valor del módulo de permeabilidad adimensional:

$$\gamma_D = 326.54m^5 - 249.14m^4 + 79.99m^3 - 15.105m^2 + 2.0263m - 0.0036 \quad (34)$$

Donde m es la pendiente de la curva de derivada de presión en psi, medida en el periodo de flujo pseudo-radial.

$$\gamma_D = 5 \times 10^{-7} \theta^5 - 2 \times 10^{-5} \theta^4 + 0.0004 \theta^3 - 0.0045 \theta^2 + 0.0352 \theta - 0.0035 \quad (35)$$

En el cual θ hace referencia al ángulo en grados medido en la curva de derivada de presión en psi, con respecto a una línea recta de pendiente cero.

2.2. RESUMEN DE ECUACIONES

En la siguiente tabla se podrá observar las ecuaciones para hallar cada parámetro de acuerdo a la condición de frontera:

Tabla 3. Tabla resumen de las ecuaciones halladas

Condición de Frontera	Parámetro	Ecuación
CERRADA	Permeabilidad horizontal promedio	$k_h = \frac{0.2529\mu}{0.3926 \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{(t * \Delta P')^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{h}{qB}\right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_t (2L)^2}{t_{pr}}\right)^{0.2074}}} \quad (28)$
	Módulo de permeabilidad adimensional	$\gamma_D = 17.44m^3 - 8.9754m^2 + 2.2762m - 0.0377 \quad (32)$ $\gamma_D = 0.00009\theta^3 - 0.0027\theta^2 + 0.0397\theta - 0.0377 \quad (33)$
	Área	$A = \left(\frac{k_h t_{pss}}{43560\phi\mu c_t}\right)^{0.5898} \sqrt{\frac{1.44881 \times 10^{-5}}{(1 - \gamma_D)^{0.65} \left(\frac{k_h h (t * \Delta P')_{pss}}{141.2q\mu B}\right)^{(0.5 - \gamma_D)}}} \quad (31)$
INFINITA	Permeabilidad horizontal promedio	$k_h = \frac{0.2529\mu}{0.3926 \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{(t * \Delta P')^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{h}{qB}\right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_t L_w^2}{t_{pr}}\right)^{0.2074}}} \quad (28)$
	Módulo de permeabilidad adimensional	$\gamma_D = 326.54m^5 - 249.14m^4 + 79.99m^3 - 15.105m^2 + 2.0263m - 0.0036 \quad (34)$ $\gamma_D = 5 \times 10^{-7} \theta^5 - 2 \times 10^{-5} \theta^4 + 0.0004\theta^3 - 0.0045\theta^2 + 0.0352\theta - 0.0035 \quad (35)$

2.3. ANÁLISIS DE LAS GRAFICAS OBTENIDAS

2.3.1 Frontera cerrada

El efecto claro que genera el módulo de permeabilidad en una prueba de presión en un pozo horizontal en una formación compresible es que la curva de la derivada de presión comienza a inclinarse a partir del flujo pseudo-radial, de modo que el estado pseudoestable también se ve afectado. La razón de que dicha curva se incline, se debe a que la producción de fluidos hace que la presión de poro disminuya, es decir que el esfuerzo efectivo aumente, consecuentemente esto reduce las gargantas de poro y a su vez la permeabilidad de la formación, lo que generaría una mayor caída de presión, que es lo que realmente se ve reflejado en la prueba.

Se pudo observar que cuando el radio de drene adimensional r_{eD} es mayor a 40, no se observa la transición del flujo pseudo-radial al estado pseudoestable, esto debido a que el radio de drene es tan grande que la onda de presión aún no ha alcanzado los límites laterales; y el aumento de la pendiente que se observa es solo resultado de la reducción de la permeabilidad debido al aumento del esfuerzo efectivo; por lo tanto la ecuación propuesta solo se aplica para $r_{eD} < 40$.

2.3.2. Frontera infinita

La principal diferencia con respecto a la gráfica cuando la frontera es cerrada es que como no se cuenta con la presencia de límites laterales en el yacimiento no se contara con el estado pseudoestable ni estable.

Es importante notar que para este caso de frontera infinita cuanto mayor es el módulo de permeabilidad más inclinada se vuelve la curva de la derivada en el periodo de flujo pseudo-radial y este no se debe confundir con el estado pseudoestable puesto que este aumento de caída de presión no se está dando porque la onda de presión haya alcanzado la frontera, sino por la reducción de la presión de poro debido a la producción de fluidos y a la ausencia de una fuente que le suministre presión.

3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

3.1 PROCEDIMIENTO

Caso 1. Frontera cerrada

1. Grafique los datos de presión (ΔP) y derivada de presión ($t^*\Delta P'$) en función del tiempo en escala log-log.
2. Identifique el régimen de flujo pseudo-radial y lea un valor de tiempo t_{pr} con sus respectivos valores de $(\Delta P)_{pr}$ y $(t^*\Delta P')_{pr}$
3. Reemplace dichos valores dentro de la Ecuación 28 para calcular la permeabilidad horizontal promedio k_h .
4. Halle la pendiente de la curva del flujo pseudo-radial, para ello halle los logaritmos en base de 10 tanto de la derivada como del tiempo y a partir de ellos obtenga la pendiente para reemplazarla en la Ecuación 32 y calcular el módulo de permeabilidad adimensional γ_D
5. Mida el ángulo en grados de la curva que describe el flujo pseudo-radial con respecto a una línea recta horizontal, este valor reemplácelo en la Ecuación 33.
6. Promedie los dos valores del módulo de permeabilidad adimensional hallados en los pasos 4 y 5.
7. A partir del módulo de permeabilidad adimensional se puede despejar de la ecuación (12) el módulo de permeabilidad γ que nos proporciona el valor real de como es el cambio de la permeabilidad por cada unidad de cambio de presión.
8. Identifique el régimen de flujo pseudoestable y lea un valor de tiempo t_{pss} con su respectivo valor de $(t^*\Delta P')_{pss}$.
9. Reemplace dichos valores dentro de la Ecuación 31 para calcular el área del yacimiento A .

Caso 2. Frontera infinita

1. Grafique los datos de presión (ΔP) y derivada de presión ($t^*\Delta P'$) en función del tiempo en escala log-log.
2. Identifique el régimen de flujo pseudo-radial y lea un valor de tiempo t_{pr} con sus respectivos valores de $(\Delta P)_{pr}$ y $(t^*\Delta P')_{pr}$
3. Reemplace dichos valores dentro de la Ecuación 28 para calcular la permeabilidad horizontal promedio k_h .
4. Halle la pendiente de la curva del flujo pseudo-radial, para ello halle los logaritmos en base de 10 tanto de la derivada como del tiempo y a partir de ellos obtenga la pendiente para reemplazarla en la Ecuación 34 y calcular el módulo de permeabilidad adimensional γ_D .

5. Mida el ángulo en grados de la curva que describe el flujo pseudo-radial con respecto a una línea recta horizontal, este valor reemplázelo en la Ecuación 35.
6. Promedie los dos valores del módulo de permeabilidad adimensional hallados en los pasos 4 y 5.
7. A partir del módulo de permeabilidad adimensional se puede despejar de la Ecuación 12 el módulo de permeabilidad γ que nos proporciona el valor real de como es el cambio de la permeabilidad por cada unidad de cambio de presión.

3.2 EJEMPLOS

3.2.1. Ejemplo 1. Frontera Cerrada

Se corrió una prueba de presión para un pozo horizontal en una formación compresible considerando el efecto del cambio de permeabilidad con la presión de poro. Se obtuvieron datos de tiempo, presión, y derivada de presión adimensional considerando un $r_{ed} = 20$ y un $\gamma_D = 0.1$, ver ANEXO 1.

Se asumen los siguientes datos de propiedades del fluido y del yacimiento:

$q = 2000$ BPD	$h = 50$ ft	$r_w = 0.3$ ft
$\phi = 0.1$	$2L = 1000$ ft	$\mu = 1.5$ cp
$c_t = 3.5 \times 10^{-6}$ psi ⁻¹	$k_h = 212$ md	$B = 1.2$ rb/STB
		$A = 7212$ Acres

Determinar:

- Permeabilidad promedio horizontal
- Módulo de permeabilidad adimensional
- Módulo de permeabilidad
- Área

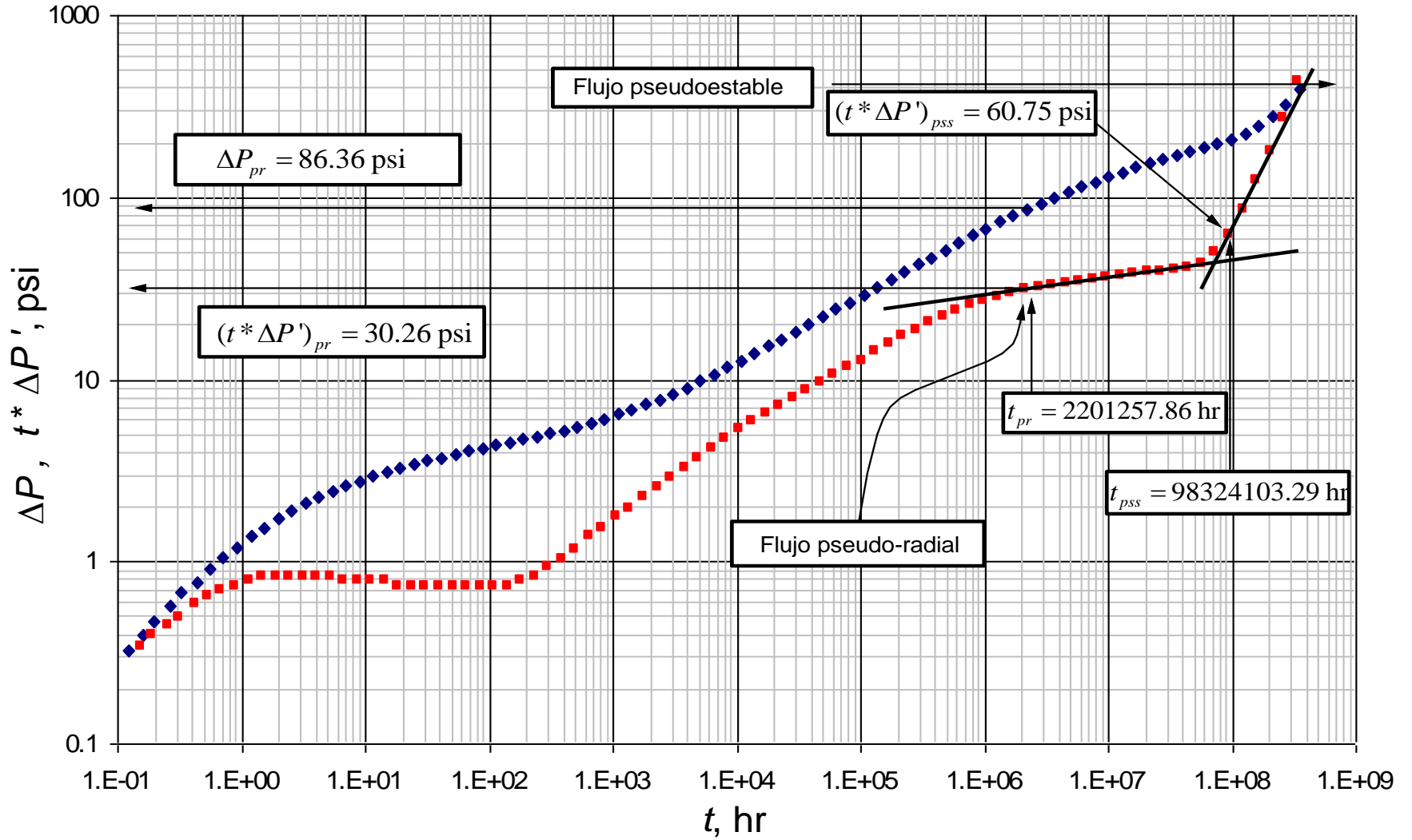
Solución:

Con los datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional al igual que con las propiedades roca-fluido podemos obtener t , (ΔP) y $(t^* \Delta P')$ por medio de las Ecuaciones 11, 10 y 24; ver ANEXO 1.

Los datos graficados se pueden observar en la Figura 7. De allí se tomaron los siguientes datos:

$$t_{pr} = 2201257.86 \text{ hr} \qquad (\Delta P)_{pr} = 86.37 \text{ psi} \qquad (t^* \Delta P')_{pr} = 30.26 \text{ psi}$$

Fig. 7. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 1



Reemplazamos dichos valores en la Ecuación 28:

$$k_h = \frac{0.2529\mu}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{h}{qB}\right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_t (2L)^2}{t_{pr}}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = \frac{(0.2529)(1.5)}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{(86.36)}{(30.26)^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{(50)}{(2000)(1.2)}\right)^{0.6} \left(\frac{(0.1)(3.5 \times 10^{-6})(1000^2)}{(2201257.86)}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = 207 \text{ md}$$

Para calcular el módulo de permeabilidad adimensional debemos obtener la pendiente de la curva y para ello debemos primero calcular el logaritmo en base 10 de los datos, ver Tabla 4.

Tabla 4. Derivada de presión y tiempo durante el periodo de flujo pseudo-radial

t , hr	$t^* \Delta P'$, psi
2.20E+06	30.2594264
2.84E+06	31.2664755
3.65311E+06	32.2255698
4.70679E+06	33.0887547
6.06379E+06	33.9039849
7.81146E+06	34.7192151
1.00672E+07	35.4864906
1.29596E+07	36.253766
1.66973E+07	37.0210415
2.15149E+07	37.8362717
2.77129E+07	38.5555925
3.57047E+07	39.1790038
4.59973E+07	40.0421887

La pendiente resultante es de 0.089 obtenida por medio de la función pendiente en Excel; calculando la función inversa de tangente encontraremos el valor del ángulo que para este caso es igual a 5.14°. Sustituyendo la pendiente en la Ecuación 32 y el ángulo en la Ecuación 33 obtenemos:

$$\gamma_D = 17.44m^3 - 8.9754m^2 + 2.2762m - 0.0377$$

$$\gamma_D = 17.44(0.089)^3 - 8.9754(0.089)^2 + 2.2762(0.089) - 0.0377$$

$$\gamma_D = 0.106$$

$$\gamma_D = 0.00009\theta^3 - 0.0027\theta^2 + 0.0397\theta - 0.0377$$

$$\gamma_D = 0.00009(5.14)^3 - 0.0027(5.14)^2 + 0.0397(5.14) - 0.0377$$

$$\gamma_D = 0.107$$

Promediando estos dos valores tenemos:

$$\gamma_D = \frac{0.106 + 0.107}{2} = 0.1065$$

A partir del valor calculado anteriormente podemos hallar el módulo de permeabilidad real aplicando la Ecuación 12:

$$\gamma = \frac{\gamma_D k_h h}{141.2 q \mu B}$$

$$\gamma = \frac{(0.1065)(207)(50)}{141.2(2000)(1.5)(1.2)}$$

$$\gamma = 0.0022 \text{ psi}^{-1}$$

El área del yacimiento se determina por medio de la Ecuación 31, los datos leídos de la Figura 7 son:

$$t_{pss} = 98324103.29 \text{ hr} \quad (t^* \Delta P')_{pss} = 60.75 \text{ psi}$$

$$A = \left(\frac{k_h t_{pss}}{43560 \phi \mu c_t} \right)^{0.5898} \sqrt{\frac{1.44881 \times 10^{-5}}{(1 - \gamma_D^{0.65}) \left(\frac{k_h h (t^* \Delta P')_{pss}}{141.2 q \mu B} \right)^{(0.5 - \gamma_D)}}$$

$$A = \left(\frac{(207)(98324103.3)}{43560(0.1)(1.5)(3.5 \times 10^{-6})} \right)^{0.5898} \sqrt{\frac{(1.44881 \times 10^{-5})}{(1 - 0.1065^{0.65}) \left(\frac{(207)(50)(60.75)}{141.2(2000)(1.5)(1.2)} \right)^{(0.5 - 0.1065)}}$$

$$A = 7588 \text{ Ac}$$

La comparación entre los datos simulados con los datos calculados por medio de las ecuaciones propuestas se puede observar en la Tabla 5.

Tabla 5. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 1.

	Parámetros Simulados	Parámetros Calculados	Ecuación
Permeabilidad horizontal promedio k_h (md)	212	207	(28)
Módulo de permeabilidad adimensional γ_D	0.1	0.106 -- 0.107	(32)-(33)
Área del yacimiento A (Ac)	7212	7588	(31)

3.2.2. Ejemplo 2. Frontera Cerrada

Se corrió una prueba de presión para un pozo horizontal en una formación compresible considerando el efecto del cambio de permeabilidad con la presión de poro. Se obtuvieron datos de tiempo, presión, y derivada de presión adimensional considerando un $r_{eD} = 30$ y un $\gamma_D = 0.05$, ver ANEXO 2.

Se asumen los siguientes datos de propiedades del fluido y del yacimiento:

$q = 3500$ BPD	$h = 60$ ft	$r_w = 0.3$ ft
$\phi = 0.15$	$2L = 1000$ ft	$\mu = 1.5$ cp
$c_t = 3.5 \times 10^{-6}$ psi ⁻¹	$k_h = 440$ md	$B = 1.2$ rb/STB
		$A = 16227$ Acres

Determinar:

- Permeabilidad promedio horizontal
- Módulo de permeabilidad adimensional

- Módulo de permeabilidad
- Área

Solución:

Con los datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional al igual que con las propiedades roca-fluido podemos obtener t , (ΔP) y $(t*\Delta P')$ por medio de las ecuaciones (11), (10) y (24); ver ANEXO 2. Los datos graficados se pueden observar en la Figura 8. De allí se tomaron los siguientes datos:

$$t_{pr} = 42826946.9 \text{ hr} \qquad (\Delta P)_{pr} = 122.58 \text{ psi} \qquad (t*\Delta P')_{pr} = 23.25 \text{ psi}$$

Reemplazamos dichos valores en la Ecuación 28 obtenemos:

$$k_h = \frac{0.2529\mu}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{\Delta P}{(t*\Delta P')}\right)_{pr} \left(\frac{h}{qB}\right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_t (2L)^2}{t_{pr}}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = \frac{0.2529(1.5)}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{(122.58)}{(23.25)^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{(60)}{(3500)(1.2)}\right)^{0.6} \left(\frac{(0.15)(3.5 \times 10^{-6})(1000^2)}{(42826946.9)}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = 447 \text{ md}$$

Para calcular el módulo de permeabilidad adimensional debemos obtener la pendiente de la curva y para ello debemos primero calcular el logaritmo en base 10 de los datos, ver Tabla 6.

Fig. 8. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 2

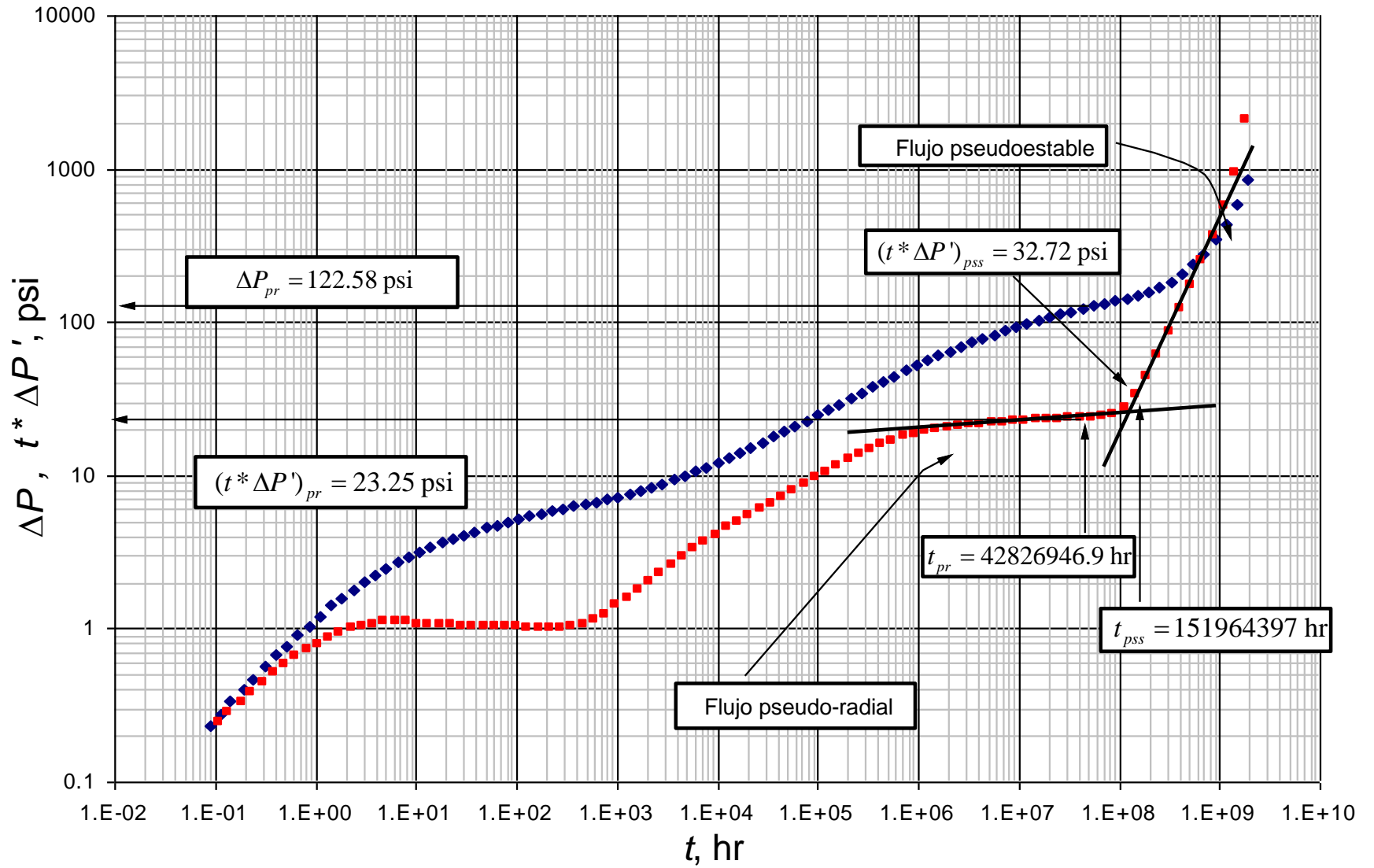


Tabla 6. Derivada de presión y tiempo durante el periodo de flujo pseudo-radial

t , hr	$t^* \Delta P'$, psi
2.640203E+06	20.3520545
3.401722E+06	20.7564
4.382466E+06	21.0933545
5.645555E+06	21.3966136
7.275830E+06	21.6661773
9.366274E+06	21.9020455
1.206756E+07	22.1379136
1.554937E+07	22.3737818
2.002889E+07	22.5759545
2.580476E+07	22.8118227
3.324348E+07	23.0476909
4.282695E+07	23.2498636
5.516599E+07	23.35095

La pendiente resultante es de 0.0443 obtenida por medio de la función pendiente en Excel; calculando la función inversa de tangente encontraremos el valor del ángulo que para este caso es igual a 2.536° . Sustituyendo la pendiente en la Ecuación 32 y el ángulo en la Ecuación 33 obtenemos:

$$\gamma_D = 17.44m^3 - 8.9754m^2 + 2.2762m - 0.0377$$

$$\gamma_D = 17.44(0.0443)^3 - 8.9754(0.0443)^2 + 2.2762(0.0443) - 0.0377$$

$$\gamma_D = 0.047$$

$$\gamma_D = 0.00009\theta^3 - 0.0027\theta^2 + 0.0397\theta - 0.0377$$

$$\gamma_D = 0.00009(2.536)^3 - 0.0027(2.536)^2 + 0.0397(2.536) - 0.0377$$

$$\gamma_D = 0.05$$

Promediando estos dos valores tenemos:

$$\gamma_D = \frac{0.047 + 0.05}{2} = 0.0485$$

A partir del valor calculado anteriormente podemos hallar el módulo de permeabilidad real aplicando la ecuación (12):

$$\gamma = \frac{\gamma_D k_h h}{141.2q\mu B}$$

$$\gamma = \frac{(0.0485)(447)(60)}{141.2(3500)(1.5)(1.2)}$$

$$\gamma = 0.0015 \text{ psi}^{-1}$$

El área del yacimiento se determina por medio de la Ecuación 31, los datos leídos de la Figura 8 son:

$$t_{pss} = 151964397 \text{ hr} \quad (t^* \Delta P')_{pss} = 32.72 \text{ psi}$$

$$A = \left(\frac{k_h t_{pss}}{43560 \phi \mu c_t} \right)^{0.5898} \sqrt{\frac{1.44881 \times 10^{-5}}{(1 - \gamma_D)^{0.65} \left(\frac{k_h h (t^* \Delta P')_{pss}}{141.2 q \mu B} \right)^{(0.5 - \gamma_D)}}$$

$$A = \left(\frac{(447)(151964397)}{43560(0.15)(1.5)(3.5 \times 10^{-6})} \right)^{0.5898} \sqrt{\frac{1.44881 \times 10^{-5}}{(1 - 0.0485)^{0.65} \left(\frac{(447)(60)(32.72)}{141.2(3500)(1.5)(1.2)} \right)^{(0.5 - 0.0485)}}$$

$$A = 16228 \text{ Ac}$$

La comparación entre los datos simulados con los datos calculados por medio de las ecuaciones propuestas se puede observar en la Tabla 7.

Tabla 7. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 2

	Parámetros Simulados	Parámetros Calculados	Ecuación
Permeabilidad horizontal promedio k_h (md)	440	447	(28)
Módulo de permeabilidad adimensional γ_D	0.05	0.047 -- 0.05	(32)-(33)
Área del yacimiento A (Ac)	16227	16228	(31)

3.2.3. Ejemplo 3. Frontera Infinita

Se simuló una prueba de presión para un pozo horizontal en una formación compresible considerando el efecto del cambio de permeabilidad con la presión de poro. Se obtuvieron datos de tiempo, presión, y derivada de presión adimensional considerando un $\gamma_D = 0.09$, ver ANEXO 3.

Se asumen los siguientes datos de propiedades del fluido y del yacimiento:

$q = 2750$ BPD	$h = 48$ ft	$r_w = 0.3$ ft
$\phi = 0.2$	$2L = 1500$ ft	$\mu = 1.5$ cp
$c_t = 3.0 \times 10^{-5}$ psi ⁻¹	$k_h = 500$ md	$B = 1.2$ rb/STB

Determinar:

- Permeabilidad promedio horizontal
- Módulo de permeabilidad adimensional
- Módulo de permeabilidad

Solución:

Con los datos de tiempo, derivada y derivada de presión adimensional al igual que con las propiedades roca-fluido podemos obtener t , (ΔP) y $(t^* \Delta P')$ por medio de las ecuaciones (11), (10) y (24); ver ANEXO 3.

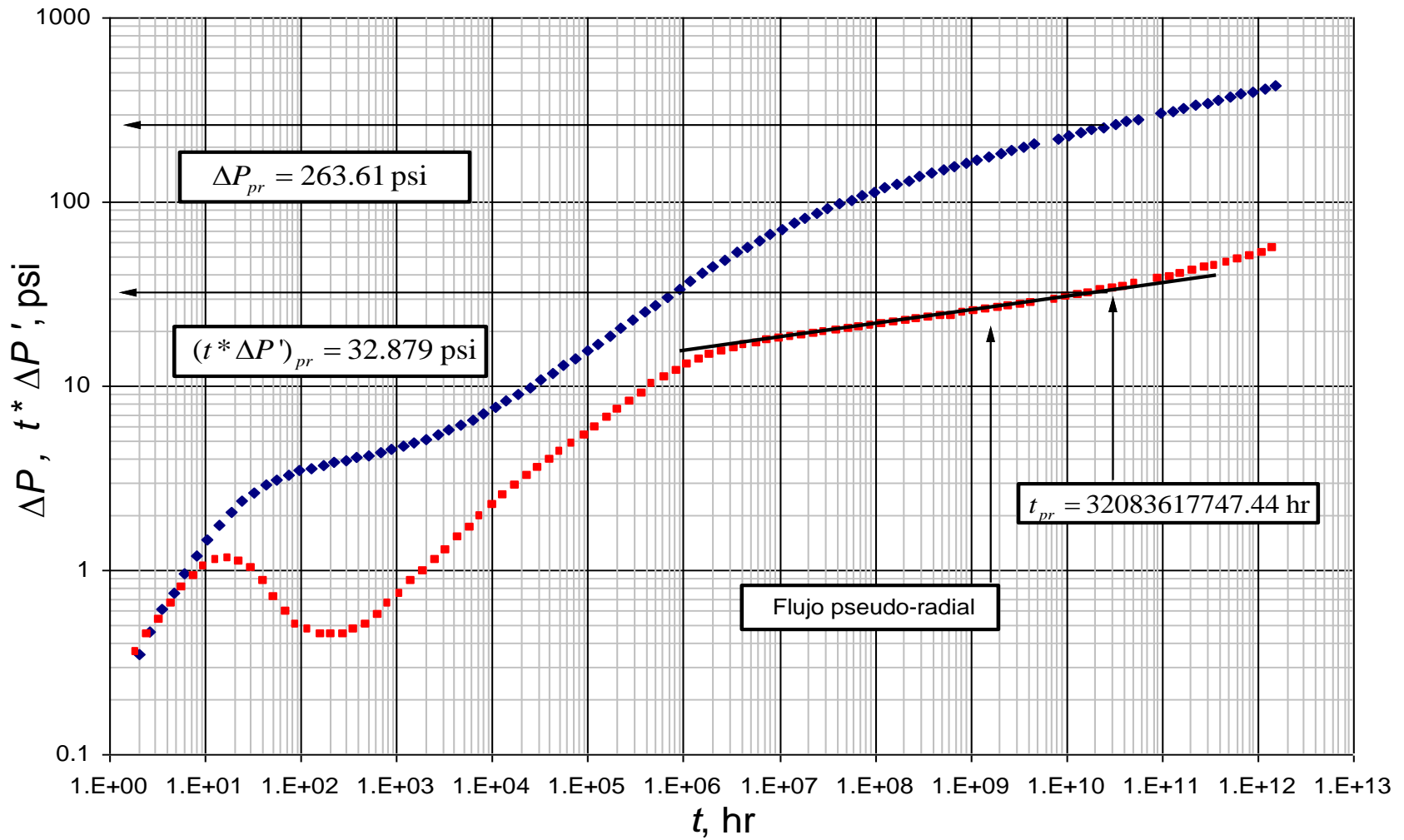
Los datos graficados se pueden observar en la Figura 9, de allí se tomaron los siguientes datos:

$$t_{pr} = 32083617747.44 \text{ hr} \quad (\Delta P)_{pr} = 263.61 \text{ psi} \quad (t^* \Delta P')_{pr} = 32.88 \text{ psi}$$

Reemplazamos dichos valores en la Ecuación 28 obtenemos:

$$k_h = \frac{0.2529 \mu}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{qB} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_t (2L)^2}{t_{pr}} \right)^{0.2074}}$$

Fig. 9. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 3



$$k_h = \frac{0.2529(1.5)}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{(263.61)}{(32.879)^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{(48)}{(2750)(1.2)}\right)^{0.6} \left(\frac{(0.2)(3.0 \times 10^{-5})(1500^2)}{(32083617747.44)}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = 523 \text{ md}$$

Para calcular el módulo de permeabilidad adimensional debemos obtener la pendiente de la curva y para ello debemos primero calcular el logaritmo en base 10 de los datos, ver Tabla 8.

Tabla 8. Derivada de presión y tiempo durante el periodo de flujo pseudo-radial

t , hr	$t^* \Delta P'$, psi		
		8.8372E+08	24.084308
2.4343E+07	18.75489	1.1651E+09	24.608513
3.2084E+07	19.133483	1.5358E+09	25.132718
4.2297E+07	19.482953	2.0242E+09	25.686045
5.5766E+07	19.861545	2.6693E+09	26.239373
7.3505E+07	20.240138	3.5186E+09	26.850945
9.6911E+07	20.61873	4.6382E+09	27.49164
1.2775E+08	20.997323	8.0601E+09	28.831275
1.6833E+08	21.405038	1.0625E+10	29.559338
2.2193E+08	21.812753	1.4007E+10	30.345645
2.9258E+08	22.24959	1.8461E+10	31.131953
3.8580E+08	22.686428	2.4343E+10	31.976505
5.0852E+08	23.123265	3.2084E+10	32.879303
6.7039E+08	23.589225		

La pendiente resultante es de 0.0831 obtenida por medio de la función pendiente en Excel. Calculando la función inversa de tangente encontraremos el valor del ángulo que para este caso es igual a 4.75° . Sustituyendo la pendiente en la Ecuación 34 y el ángulo en la Ecuación 35 obtenemos:

$$\gamma_D = 326.54m^5 - 249.14m^4 + 79.99m^3 - 15.105m^2 + 2.0263m - 0.0036$$

$$\gamma_D = 326.54(0.0769)^5 - 249.14(0.0769)^4 + 79.99(0.0769)^3 - 15.105(0.0769)^2 + 2.0263(0.0769) - 0.0036$$

$$\gamma_D = 0.0914$$

$$\gamma_D = 5x10^{-7} \theta^5 - 2x10^{-5} \theta^4 + 0.0004\theta^3 - 0.0045\theta^2 + 0.0352\theta - 0.0035$$

$$\gamma_D = 5x10^{-7} (4.398)^5 - 2x10^{-5} (4.398)^4 + 0.0004(4.398)^3 - 0.0045(4.398)^2 + 0.0352(4.398) - 0.0035$$

$$\gamma_D = 0.0916$$

Promediando estos dos valores tenemos:

$$\gamma_D = \frac{0.0914 + 0.0916}{2} = 0.0915$$

A partir del valor calculado anteriormente podemos hallar el módulo de permeabilidad real aplicando la Ecuación 12:

$$\gamma = \frac{\gamma_D k_h h}{141.2 q \mu B}$$

$$\gamma = \frac{(0.0915)(523)(48)}{141.2(2750)(1.5)(1.2)}$$

$$\gamma = 0.0033 \text{ psi}^{-1}$$

La comparación entre los datos simulados con los datos calculados por medio de las ecuaciones propuestas se puede observar en la Tabla 9.

Tabla 9. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 3

	Parámetros Simulados	Parámetros Calculados	Ecuación
Permeabilidad horizontal promedio k_h (md)	500	523	(28)
Módulo de permeabilidad adimensional γ_D	0.09	0.0914 -- 0.0916	(34)-(35)

3.2.4. Ejemplo 4. Frontera Infinita

Se simuló una prueba de presión para un pozo horizontal en una formación compresible considerando el efecto del cambio de permeabilidad con la presión de poro. Se obtuvieron datos de tiempo, presión, y derivada de presión adimensional considerando un $\gamma_D = 0.15$, ver ANEXO 4.

Se asumen los siguientes datos de propiedades del fluido y del yacimiento:

$$q = 3000 \text{ BPD}$$

$$\phi = 0.15$$

$$c_t = 3.0 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$$

$$h = 55 \text{ ft}$$

$$2L = 900 \text{ ft}$$

$$k_h = 350 \text{ md}$$

$$r_w = 0.3 \text{ ft}$$

$$\mu = 1.5 \text{ cp}$$

$$B = 1.2 \text{ rb/STB}$$

Determinar:

- Permeabilidad promedio horizontal
- Módulo de permeabilidad adimensional
- Módulo de permeabilidad

Solución:

Con los datos de tiempo, derivada y derivada de presión adimensional al igual que con las propiedades roca-fluido podemos obtener t , (ΔP) y $(t^* \Delta P')$ por medio de las ecuaciones (11), (10) y (24); ver ANEXO 4. Los datos graficados se pueden observar en la Figura 10, de allí se tomaron los siguientes datos:

$$t_{pr} = 7120575329.1 \text{ hr} \quad (\Delta P)_{pr} = 576.4 \text{ psi} \quad (t^* \Delta P')_{pr} = 175.7 \text{ psi}$$

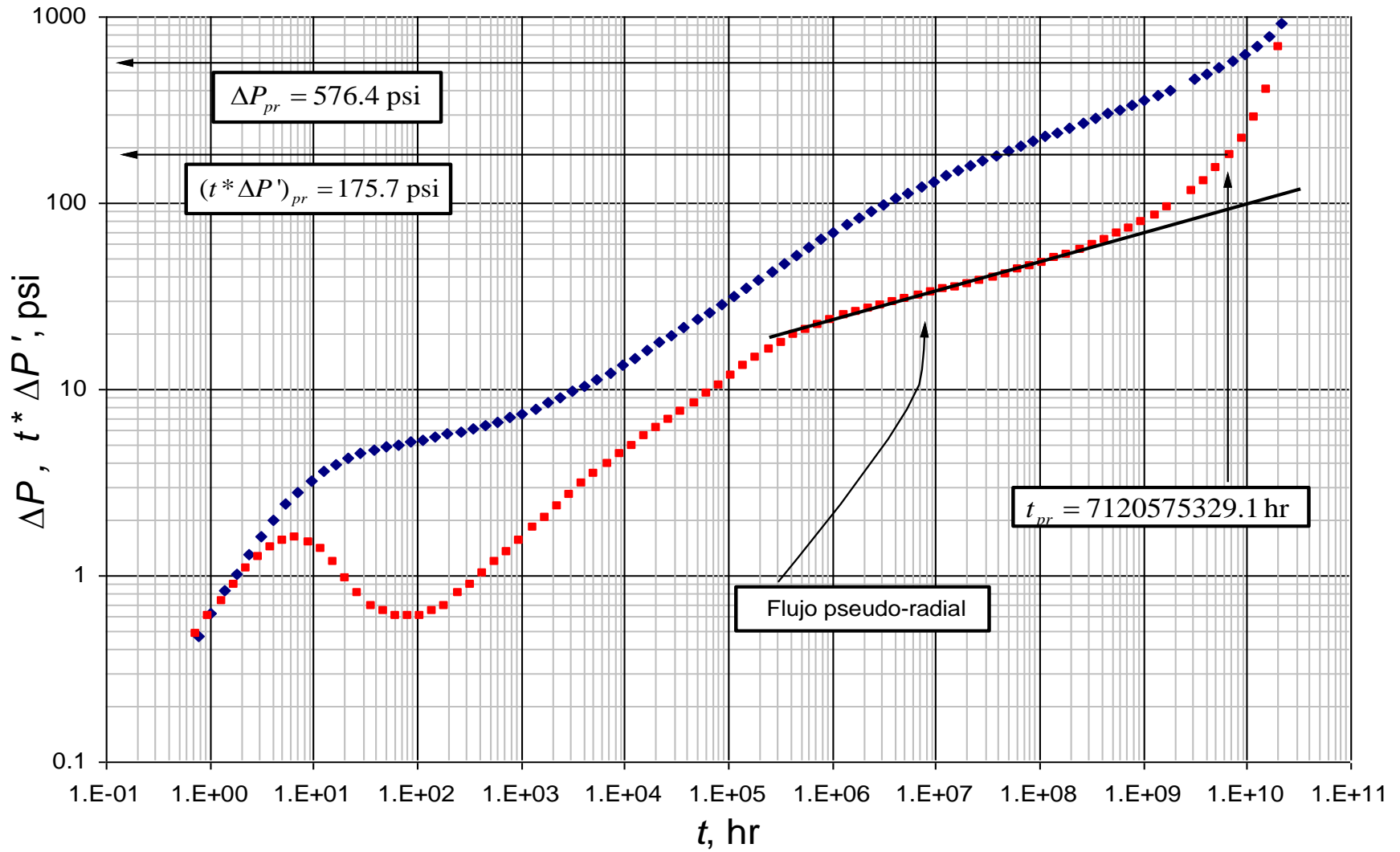
Reemplazamos dichos valores en la Ecuación 28 obtenemos:

$$k_h = \frac{0.2529\mu}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{\Delta P}{(t^* \Delta P')^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{h}{qB}\right)^{0.6} \left(\frac{\phi c_t (2L)^2}{t_{pr}}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = \frac{0.2529(1.5)}{\sqrt[0.3926]{\left(\frac{(576.4)}{(175.7)^{0.4}}\right)_{pr} \left(\frac{(55)}{(3000)(1.2)}\right)^{0.6} \left(\frac{(0.15)(3.0 \times 10^{-5})(900^2)}{(7120575329.1)}\right)^{0.2074}}}$$

$$k_h = 329 \text{ md}$$

Fig. 10. Grafica log-log de la presión y derivada de presión para el ejemplo 4



Para calcular el módulo de permeabilidad adimensional debemos obtener la pendiente de la curva y para ello debemos primero calcular el logaritmo en base 10 de los datos, ver tabla 10.

Tabla 10. Derivada de presión y tiempo durante el flujo pseudo-radial

t , hr	$t*\Delta P'$, psi		
		1.1285E+08	46.739034
3.1089E+06	27.568108	1.4881E+08	49.115595
4.0982E+06	28.637561	1.9614E+08	51.809031
5.4026E+06	29.746622	2.5858E+08	54.779732
7.1206E+06	30.895294	3.4086E+08	58.106917
9.3894E+06	32.043965	4.4939E+08	61.909415
1.2375E+07	33.271855	5.9239E+08	66.187225
1.6315E+07	34.578963	7.8078E+08	71.098784
2.1510E+07	35.96529	1.0296E+09	76.84214
2.8352E+07	37.430836	1.3572E+09	83.536121
3.7380E+07	38.975601	1.7890E+09	91.537209
4.9275E+07	40.678803	3.1089E+09	113.24313
6.4926E+07	42.540443	4.0982E+09	128.45312
8.5601E+07	44.52091		

La pendiente resultante es de 0.1973 obtenida por medio de la función pendiente en Excel. Calculando la función inversa de tangente encontraremos el valor del ángulo que para este caso es igual a 11.16° . Sustituyendo la pendiente en la Ecuación 34 y el ángulo en la Ecuación 35 obtenemos:

$$\gamma_D = 326.54m^5 - 249.14m^4 + 79.99m^3 - 15.105m^2 + 2.0263m - 0.0036$$

$$\gamma_D = 326.54(0.1973)^5 - 249.14(0.1973)^4 + 79.99(0.1973)^3 - 15.105(0.1973)^2 + 2.0263(0.1973) - 0.0036$$

$$\gamma_D = 0.1426$$

$$\gamma_D = 5 \times 10^{-7} \theta^5 - 2 \times 10^{-5} \theta^4 + 0.0004 \theta^3 - 0.0045 \theta^2 + 0.0352 \theta - 0.0035$$

$$\gamma_D = 5 \times 10^{-7} (11.16)^5 - 2 \times 10^{-5} (11.16)^4 + 0.0004 (11.16)^3 - 0.0045 (11.16)^2 + 0.0352 (11.16) - 0.0035$$

$$\gamma_D = 0.1612$$

Promediando estos dos valores tenemos:

$$\gamma_D = \frac{0.1426 + 0.1612}{2} = 0.152$$

A partir del valor calculado anteriormente podemos hallar el módulo de permeabilidad real aplicando la Ecuación 12:

$$\gamma = \frac{\gamma_D k_h h}{141.2 q \mu B}$$

$$\gamma = \frac{(0.1519)(329)(55)}{141.2(3000)(1.5)(1.2)}$$

$$\gamma = 0.0036 \text{ psi}^{-1}$$

La comparación entre los datos simulados con los datos calculados por medio de las ecuaciones propuestas se puede observar en la Tabla 11.

Tabla 11. Comparación de los datos simulados con los calculados para el ejemplo 4

	Parámetros Simulados	Parámetros Calculados	Ecuación
Permeabilidad horizontal promedio k_h (md)	350	329	(28)
Módulo de permeabilidad adimensional γ_D	0.15	0.1426 -- 0.161	(34)-(35)

3.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Mediante el desarrollo del presente trabajo de investigación se obtienen hasta el momento las únicas ecuaciones para el cálculo directo del módulo de permeabilidad adimensional en un medio poroso compresible en presencia de un pozo horizontal, obtenidas a partir de regresiones numéricas cuyo coeficiente de correlación corregido (r^2) es igual a uno.

De no haberse llevado a cabo este estudio no se podría conocer a ciencia cierta el valor original de la permeabilidad horizontal promedio, pues si se calcula de la forma convencional se hace necesario contar con una tendencia plana en la curva de derivada de presión durante el periodo de flujo pseudo-radial, y es en este segmento donde se presenta una alteración al tratarse de una formación compresible; por lo tanto esto llevaría a incurrir en errores que pueden evitarse haciendo uso de la Ecuación 28 propuesta en este artículo, ya que esta considera la alteración mencionada anteriormente.

Se pudo observar que la pendiente de la curva de derivada de presión durante el estado pseudoestable también se ve afectada por el tipo de formación en la cual se corre la prueba de presión, la pendiente apreciada tiende a aumentar a valores mayores que uno, por lo cual ya no es posible hacer uso de las ecuaciones de área aplicables a pozos horizontales en formaciones incompresibles.

Los resultados obtenidos presentan un porcentaje de error entre 0% y 5%, lo que nos permite tener una noción aproximada de las características del yacimiento; lo que dependerá en gran medida de la selección de los puntos más representativos de cada régimen de flujo y de la experticia del ingeniero intérprete de la prueba.

Para el caso de frontera cerrada los puntos con los cuales se obtiene un menor porcentaje de error para el cálculo de la permeabilidad horizontal promedio es a tiempos temprano o tardíos del régimen de flujo pseudo-radial mientras que para el caso de frontera infinita se deben tomar luego del tercer ciclo logarítmico de este mismo régimen de flujo. Para hallar las pendientes y ángulos se trabaja solo con la parte del flujo pseudo-radial que muestre una línea recta en su derivada. Para minimizar el error en el cálculo del área se recomienda que el punto a seleccionar en el estado pseudoestable sea en los primeros tiempos.

CONCLUSIONES

- Se desarrolló una metodología para interpretar pruebas de presión en pozos horizontales en formaciones compresibles (no consolidadas) con flujo monofásico y con geometría circular, considerando el efecto del cambio de permeabilidad con la disminución de la presión de poro. A través de ella se pueden hallar parámetros tales como permeabilidad horizontal promedio, módulo de permeabilidad y área del yacimiento.
- El indicio más contundente para identificar si se cuenta con un yacimiento compresible, incompresible o ligeramente compresible es el cambio de pendiente en el régimen de flujo pseudo-radial en la curva de derivada de presión en escala log – log. Esta pendiente es una función directamente proporcional del módulo de permeabilidad, por lo tanto cuanto mayor es este parámetro, mayor es la reducción de permeabilidad lo que se ve reflejado en una mayor caída de presión.
- Se observó un comportamiento de curva ascendente en la derivada de presión a tiempos tardíos para un yacimiento con frontera infinita con pendientes hasta mayores a la unidad lo cual puede prestarse para creer que se trata del estado pseudoestable cuando en realidad sigue siendo el régimen de flujo pseudo-radial.
- Para valores de radio de drenaje adimensional menores a 40 ($r_{eD} < 40$) se puede obtener un dato confiable del área del yacimiento mediante la metodología propuesta, Ecuación 31. Sin embargo, para $r_{eD} > 40$, se contará con valores en el radio de drenaje que representan yacimientos bastante extensos en donde la onda de presión no se ha topado con las fronteras laterales de la formación, es por ello que para estos radio de drenajes adimensionales no se observa el estado pseudoestable en la prueba de presión y por lo tanto no es posible calcular el área.

RECOMENDACIONES

- No hacer uso de las ecuaciones propuestas para caracterizar yacimientos con frontera cerrada cuya geometría sea diferente a la circular, ya que en los casos analizados en este trabajo el flujo pseudoestable se presenta posterior al flujo pseudo-radial, y no al flujo lineal tardío.
- Se recomienda tener en cuenta que la porosidad también es afectada por la disminución de la presión de poro, por lo tanto se debe reconsiderar el balance de materia de las reservas originales del yacimiento.
- El punto a tomar durante el régimen de flujo pseudo-radial en un yacimiento con frontera cerrada para calcular la permeabilidad horizontal promedio se debe tomar a tiempos tempranos o a tiempos tardíos, los puntos intermedios aumentan el porcentaje de error.
- Para un yacimiento con frontera infinita el punto a tomar durante el régimen de flujo pseudo-radial para el cálculo de la permeabilidad horizontal promedio tiene sus mejores resultados tres ciclos y medio logarítmicos después de haber iniciado el régimen de flujo.
- Para la determinación del módulo de permeabilidad adimensional γ_D se recomienda obtener la pendiente y el ángulo teniendo en cuenta solo los valores que constituyen una línea recta en el flujo, dicho parámetro es muy sensible, por lo tanto se debe tener mucho cuidado al momento de escoger los puntos. Aplica tanto para frontera cerrada como para frontera infinita.
- Se pudo determinar que a los puntos a tomar para obtener una buena aproximación al área real del yacimiento es a tiempos tempranos del régimen de flujo pseudoestable.
- Para la continuación de estudios relacionados con este tema de investigación, se recomienda realizar una caracterización detallada de yacimientos compresibles en presencia de un pozo horizontal, considerando tipos de geometría distinta a la circular, tales como: rectangular y rectangular alargada con pozo descentrado, buscando la aparición de nuevos regímenes de flujo antes del estado pseudoestable y describir sus características generales en función del módulo de permeabilidad.
- Finalmente, este aporte queda abierto para buscar la implementación de una metodología que permita realizar una caracterización de yacimientos de permeabilidad variable con flujo bifásico y multifásico.

NOMENCLATURA

A	Área del yacimiento, Acres
B	Factor de volumen de formación del aceite, rb/STB
c_ϕ	Compresibilidad de la formación, 1/psi
C_D	Coefficiente de almacenamiento adimensional
c_o	Compresibilidad del aceite, 1/psi
c_t	Compresibilidad total, 1/psi
h	Espesor de la formación, ft
k	Permeabilidad de la formación, md
\bar{k}, k_h	Permeabilidad promedio horizontal, $(k_x k_y)^{0.5}$, md
k_v	Permeabilidad vertical, md
L	Longitud media del pozo, ft
m	Pendiente de la curva de derivada de presión durante el flujo pseudo-radial
P	Presión, psi
P_D	Presión adimensional
P_D'	Derivada de presión adimensional aritmética
P_{wD}	Presión de fondo de pozo adimensional
q	Rata de flujo, BPD
r	Radio, ft
r_D	Radio adimensional
r_e	Radio de drenaje, ft
r_{eD}	Radio de drene adimensional
r_w	Radio del pozo, ft
t	Tiempo, hr
$t*\Delta P'$	Derivada de presión semilog, psi
t_D	Tiempo adimensional
t_D*P_D'	Derivada de presión semilog adimensional
t_{DA}	Tiempo adimensional basado en el área de drenaje
u	Velocidad Darcy, m/h
Z_w	Distancia del límite inferior al pozo, ft

Griegos

ρ	Densidad, Kg/m ³
ϕ	Porosidad, fracción
Δ	Cambio
ε	Excentricidad
α	Coefficiente de Biot
γ	Módulo de permeabilidad, psi ⁻¹
γ_D	Módulo de permeabilidad adimensional
θ	Angulo de inclinación de la curva de derivada de presión durante el flujo pseudo-radial
μ	Viscosidad del aceite, cp

σ	Esfuerzo total
σ_{eff}	Esfuerzo efectivo

Sufijos

D	Adimensional
pr	Flujo Pseudo-radial
pss	Estado Pseudoestable
w	Pozo

REFERENCIAS

- Aadnoy, B.S., Finjord, J., 1996. Analytical solution of the Boltzmann transient line sink for an oil reservoir with pressure-dependent formation properties. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 15, 343–360.
- Ambastha, A.K., Zhang, M.Y., 1996. Iterative and numerical solutions for pressure-transient analysis of stress-sensitive reservoirs and aquifers. *Computers and Geosciences* 22, 601–606. doi:10.1016/0098-3004(95)00114-X
- Barry, D.A., Lockington, D.A., Jeng, D.-S., Parlange, J.-Y., Li, L., Stagnitti, F., 2007. Analytical approximations for flow in compressible, saturated, one-dimensional porous media. *Advances in Water Resources* 30, 927–936. doi:10.1016/j.advwatres.2006.08.003
- Biot, M.A., 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics* 33, 1482–1498. doi:10.1063/1.1728759
- Celis, V., Silva, R., Ramones, M., Guerra, J., Da Prat, G., 1994. New model for pressure transient analysis in stress sensitive naturally fractured reservoirs. *SPE Advanced Technology Series* 2, 126–135.
- Escobar, F. H., 2009. “Avances en Técnicas Modernas de Interpretación de Pruebas de Pozo”. Neiva: Editorial Usco.1 17-104
- Falade, G.K., 1982. Transient flow of fluids in reservoirs with stress sensitive rock and fluid properties. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 17, 277–283. doi:10.1016/0020-7462(82)90027-0
- Fatt, I., 1958. Pore volume compressibilities of sandstone reservoir rocks. *J Pet Technol* 10, 64–66.
- Fjar, E., Holt, R.M., Horsrud, P., Raaen, A.M., Risnes, R., 2008. . *Petroleum Related Rock Mechanics*.
- Franquet, M., Ibrahim, R.A., Wattenbarger, R.A., 2004. Effect of pressure-dependent permeability in tight gas reservoirs, transient radial flow. *Canadian International Petroleum Conference* 1–10.
- Friedel, T., Voigt, H.-D., 2009. SPE 122768 analytical solutions for the radial flow equation with constant-rate and constant pressure boundary conditions in reservoirs with pressure-sensitive permeability. Presented at the SPE Rocky Mountain Petroleum Technology Conference 2009, pp. 95–113.
- Gobran, B.D., Brigham, W.E., Ramey Jr., H.J., 1987. Absolute permeability as a function of confining pressure, pore pressure, and temperature. *SPE Formation Evaluation* 2, 77–84.

- Huang, C.-S., Chen, Y.-L., Yeh, H.-D., 2011. A general analytical solution for flow to a single horizontal well by Fourier and Laplace transforms. *Advances in Water Resources* 34, 640–648. doi:10.1016/j.advwatres.2011.02.015
- Jelmert, A.T., Selseng, H., 1997. Pressure transient behavior of stress-sensitive reservoirs. *Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conf.*
- Jr, P., 1986. Pressure transient response in stress-sensitive formations. *SPE California Regional Meeting* 15115–MS.
- Ju, B., Wu, Y., Fan, T., 2011. Study on fluid flow in nonlinear elastic porous media: Experimental and modeling approaches. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 76, 205–211. doi:10.1016/j.petrol.2011.01.010
- Kidder, R.E., 1957. Unsteady flow of gas through a semi-infinite porous medium. *J. Appl. Mech.* 24, 329–332.
- Kikani, J., Pedrosa Jr., O.A., 1991. Perturbation analysis of stress-sensitive reservoirs. *SPE Formation Evaluation* 6, 379–386.
- Nur, A., Yilmaz, O., 1986. . Dissertation.
- Olver, F.W.J., Lozier, D.W., Boisvert, R.F., Clark, C.W., 2010. . *NIST Handbook of Mathematical Functions.*
- Ostensen, R.W., 1983. Microcrack permeability in tight gas sandstone. *Society of Petroleum Engineers journal* 23, 919–927.
- Pedrosa, J., and Petrobras. O., A 1986. Pressure transient response in stress-sensitive formations. *SPE California Regional Meeting (Oakland, California, 2-4 April) Paper SPE15115-MS*
- Samaniego, F., Brigham, W.E., Miller, F.G., 1979. Performance-prediction procedure for transient flow of fluids through pressure-sensitive formations. *JPT, Journal of Petroleum Technology* 31, 779–786.
- Stehfest, H., 1970. Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5]. *Communications of the ACM* 13, 47–49. doi:10.1145/361953.361969
- Terzaghi, K., 1943. . *Theoretical Soil Mechanics.*
- Vairogs, J., Rhoades, V.W., 1973. Pressure transient tests in formations having stress-sensitive permeability. *JPT, Journal of Petroleum Technology* 25, 965–970.
- Van Everdingen, A.F., Hurst, W., 1949. The application of the laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Trans., AIME* 186, 305–324.

Wu, Y.-S., Pruess, K., 2000. Integral solutions for transient fluid flow through a porous medium with pressure-dependent permeability. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 37, 51–61.

Zhao, Y.-L., Zhang, L.-H., Wu, F., Zhang, B.-N., Liu, Q.-G., 2013. Analysis of horizontal well pressure behaviour in fractured low permeability reservoirs with consideration of the threshold pressure gradient. *Journal of Geophysics and Engineering* 10.
doi:10.1088/1742-2132/10/3/035014

Zhao, Y.L., Zhang, L.H., Chen, J., and Zhou, Y., 2014. Analytical Solutions for Flow of Horizontal Well in Compressible, Three-dimensional Unconsolidated Formations. *Journal of Geophysics and Engineering*. 11 045002

Zhao, Y.L., Zhang, L.H., Zhao, J.Z., Hu, S.Y., Zhang, B.N., 2013. Transient pressure analysis of horizontal well in low permeability oil reservoir. *Int. J. Oil Gas Coal Technol.*

APENDICE A

- **Solución del modelo matemático.**

Los términos de grado dos del gradiente de presión de la ecuación (17), hacen que esta no esté escrita de una manera conveniente para ser resuelta analíticamente. Debido a esto, se introduce la siguiente variable adimensional η , en relación con la presión adimensional

$$P_D = -\frac{1}{\gamma_D} \ln(1 - \gamma_D \eta) \quad (\text{A-1})$$

Donde $\gamma_D \eta$ debe estar entre cero y unidad. Esta condición o restricción puede lograrse porque el módulo de permeabilidad adimensional es generalmente pequeño (Pedrosa, 1986; Kikani y Pedrosa, 1991).

Las soluciones de los modelos matemáticos descritos en las ecuaciones (17) - (21) pueden resolverse mediante la técnica de perturbación, la transformada de Laplace y transformada finita del coseno de Fourier, las derivaciones detalladas de los resultados se muestran a continuación:

$$\tilde{\eta}_0 = \frac{1}{2s} \left\{ K_0(\xi_0 r_D) + C_{\theta n} I_0(\xi_0 r_D) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [K_0(\xi_n r_D) + C_{\theta n} I_0(\xi_n r_D)] \cos(\beta_n z_{wD}) \cos(\beta_n z_D) \right\} \quad (\text{A-2})$$

$$C_{\theta n} = \frac{r_{eD} \xi_n K_1(\xi_n r_{eD}) + \theta K_0(\xi_n r_{eD})}{r_{eD} \xi_n I_1(\xi_n r_{eD}) - \theta I_0(\xi_n r_{eD})} \quad (\text{A-3})$$

Donde

$\xi_n = \sqrt{L_D^2 \beta_n^2 + s}$; $\beta_n = n\pi (n = 0.1, 2, 3...)$; $r_D = \sqrt{(x_D - x_{wD})^2 + (y_D - y_{wD})^2}$ y (s) es la variable Laplaciana.

La solución de la línea fuente para un pozo horizontal se puede obtener integrando el lado derecho de la ecuación (A - 2) con respecto a X_{wD} entre -1 y 1. Entonces tenemos

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}_{w0} = & \frac{1}{2s} \left[\int_{-1}^1 K_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha + \int_{-1}^1 C_{\theta n} I_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha \right] \\ & + \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\beta_n z_{wD}) \cos(\beta_n z_D) \int_{-1}^1 \left[K_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) + C_{\theta n} I_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) \right] d\alpha \quad (\text{A-4}) \end{aligned}$$

- **Frontera Infinita**

Cuando la frontera es infinita, podemos obtener valores $A_n=0$, desde $\lim_{r_{eD} \rightarrow \infty} \tilde{\eta} \Big|_{r_D=r_{eD}} = 0$, entonces $C_{\theta n} = \frac{A_n}{B_n} = 0$. Tomando $C_{\theta n}=0$ en la ecuación (A-4), tenemos

$$\tilde{\eta}_{w0} = \frac{1}{2s} \int_{-1}^1 K_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha + \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\beta_n z_{wD}) \cos(\beta_n z_{eD}) \int_{-1}^1 K_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha \quad (\text{A-5})$$

- **Presión de frontera externa constante**

El hecho de que $\theta = 0$, representa una condición de frontera externa a presión constante, entonces $C_{\theta n} = \frac{A_n}{B_n} = -\frac{K_0(\xi_n r_{eD})}{I_0(\xi_n r_{eD})}$.

Y tomando lo anterior dentro de la ecuación (A-4), tenemos

$$\tilde{\eta}_{w0} = \frac{1}{2s} \left[\int_{-1}^1 K_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha + \frac{K_0(\xi_0 r_{eD})}{I_0(\xi_0 r_{eD})} \int_{-1}^1 I_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha \right] + \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\beta_n z_{wD}) \cos(\beta_n z_{eD}) \int_{-1}^1 \left[K_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) - \frac{K_0(\xi_n r_{eD})}{I_0(\xi_n r_{eD})} I_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) \right] d\alpha \quad (\text{A-6})$$

- **Frontera Cerrada**

El hecho de que $\theta = 0$, representa una condición de frontera externa cerrada, entonces

$$C_{\theta n} = \frac{A_n}{B_n} = -\frac{K_1(\xi_n r_{eD})}{I_1(\xi_n r_{eD})}$$

Y tomando lo anterior dentro de la ecuación (A-4), tenemos

$$\tilde{\eta}_{w0} = \frac{1}{2s} \left[\int_{-1}^1 K_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha + \frac{K_1(\xi_0 r_{eD})}{I_1(\xi_0 r_{eD})} \int_{-1}^1 I_0 \left(\xi_0 \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) d\alpha \right] + \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\beta_n z_{wD}) \cos(\beta_n z_{eD}) \int_{-1}^1 \left[K_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) + \frac{K_1(\xi_n r_{eD})}{I_1(\xi_n r_{eD})} I_0 \left(\xi_n \sqrt{(x_D - \alpha)^2} \right) \right] d\alpha \quad (\text{A-7})$$

- **Análisis del comportamiento de la presión**

Expresiones para presión y derivada de presión adimensionales

La presión adimensional en fondo de un pozo horizontal, puede obtenerse por medio de la siguiente ecuación, después de tomar la Inversion Numerica Laplaciana para las ecuaciones (A-5) a la (A-7).

$$P_{wD} = -\frac{1}{\gamma_D} \ln \left[1 - \gamma_D L^{-1}(\tilde{\eta}_{w0}) \right] \quad (\text{A-8})$$

Y la derivada de presión adimensional puede calcularse con la siguiente ecuación

$$\frac{\partial P_{wD}}{\partial \ln(t_D)} = -\frac{1}{1 - \gamma_D L^{-1}(\tilde{\eta}_{w0})} \frac{\partial L^{-1}(\tilde{\eta}_{w0})}{\partial \ln(t_D)} \quad (\text{A-9})$$

Teniendo en cuenta el Almacenamiento del pozo (C) y el factor de daño (s)

Las ecuaciones (A-5) a la (A-7) no tienen en cuenta el Almacenamiento y el Daño a la formación, y una manera de obtener sus respectivas soluciones incorporándolos, es usando el Teorema de Duhamel's, Everdingen y Hurst (1949):

$$\bar{P}_{wD} = \frac{s\bar{P}_{wDN} + S}{s + C_D s^2 (s\bar{P}_{wDN} + S)} \quad (\text{A-10})$$

$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi c_i h L^2} \quad (\text{A-11})$$

- **Soluciones**

Sustituyendo la ecuación (A-1) en las ecuaciones (17) a la (21), tenemos

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \eta}{\partial r_D} + L_D^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial z_D^2} = \frac{1}{1 - \gamma_D \eta \partial t_D} \quad (\text{A-12})$$

$$\lim_{\varepsilon_D \rightarrow 0} \left[\lim_{r_D \rightarrow 0} \int_{z_{wD} - \varepsilon_D/2}^{z_{wD} + \varepsilon_D/2} r_D \frac{\partial \eta}{\partial r_D} dz_{wD} \right] = \begin{cases} 0, & |z_D - z_{wD}| > \varepsilon_D/2 \\ -\frac{1}{2}, & |z_D - z_{wD}| < \varepsilon_D/2 \end{cases} \quad (\text{A-13})$$

La condición de frontera inicial es:

$$\eta(t_D = 0) = 0 \quad (\text{A-14})$$

Las condiciones de frontera vertical son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial z_D} \Big|_{r_D=0} &= 0 \\ \frac{\partial \eta}{\partial z_D} \Big|_{r_D=1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-15})$$

La condición de frontera lateral es:

$$r_D \frac{\partial \eta}{\partial r_D} \Big|_{r_D=r_{eD}} = \theta \eta \Big|_{r_D=r_{eD}} \quad (\text{A-16})$$

Por medio de la transformación anterior, se puede obtener una solución analítica aproximada para este modelo usando la técnica de perturbación. Un enfoque similar fue aplicado por Kidder (1957) para resolver el problema del flujo transitorio de gas a través de un sistema lineal semi – infinito.

Para resolver la ecuación (A-1), considerando las condiciones de las ecuaciones (A-2) a la (A-5), η puede ampliarse como una serie de potencia en el parámetro γ_D . Esto puede lograrse porque el módulo de permeabilidad adimensional es generalmente pequeño (menos de la unidad) (Pedrosa, 1986, Nur et al., 1986, Kikani y Pedrosa, 1991). Entonces,

$$\eta = \eta_0 + \gamma_D \eta_1 + \gamma_D^2 \eta_2 + \dots \quad (\text{A-17})$$

El término en el lado derecho de la ecuación (A-7) se puede expandir en una serie de Taylor, y de allí se obtiene

$$\frac{1}{1 - \gamma_D \eta} = 1 + \gamma_D \eta + \gamma_D^2 \eta^2 + \dots \quad (\text{A-18})$$

La convergencia de esta serie se asegura siempre que $\gamma_D \eta$ esté entre cero y la unidad. Al sustituir las ecuaciones (A-12) y (A-13) en la ecuación (A-7) y reunir los coeficientes de iguales potencias de rendimiento, $\gamma_D \eta$

$$\left[\frac{\partial^2 \eta_0}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \eta_0}{\partial r_D} + L_D^2 \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial z_D^2} - \frac{\partial \eta_0}{\partial t_D} \right] + \gamma_D \left[\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \eta_1}{\partial r_D} + L_D^2 \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial z_D^2} - \frac{\partial \eta_1}{\partial t_D} - \eta_0 \frac{\partial \eta_0}{\partial t_D} \right] + \left[\frac{\partial^2 \eta_2}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \eta_2}{\partial r_D} + L_D^2 \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial z_D^2} - \frac{\partial \eta_2}{\partial t_D} - \frac{\partial(\eta_0 \eta_1)}{\partial t_D} - \eta_0^2 \frac{\partial \eta_0}{\partial t_D} \right] + \dots = 0 \quad (\text{A-19})$$

Similarmente, las condiciones iniciales y de frontera se convierten,

$$(\eta_0 + \gamma_D \eta_1 + \gamma_D^2 \eta_2 + \dots) \Big|_{t_D=0} = 0 \quad (\text{A-20})$$

$$\lim_{\varepsilon_D \rightarrow 0} \left[\lim_{r_D \rightarrow 0} \int_{z_{wD}-\varepsilon_D/2}^{z_{wD}+\varepsilon_D/2} \left(r_D \frac{\partial \eta_0}{\partial r_D} + r_D \gamma_D \frac{\partial \eta_1}{\partial r_D} + r_D \gamma_D^2 \frac{\partial \eta_2}{\partial r_D} + \dots \right) dz_{wD} \right] = \begin{cases} 0, & |z_D - z_{wD}| > \varepsilon_D / 2 \\ -\frac{1}{2}, & |z_D - z_{wD}| < \varepsilon_D / 2 \end{cases} \quad (\text{A-21})$$

21)

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial z_D} \Big|_{z_D=0} + \gamma_D \frac{\partial \eta_1}{\partial z_D} \Big|_{z_D=0} + \gamma_D^2 \frac{\partial \eta_2}{\partial z_D} \Big|_{z_D=0} + \dots = 0 \quad (\text{A-22})$$

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial z_D} \Big|_{z_D=1} + \gamma_D \frac{\partial \eta_1}{\partial z_D} \Big|_{z_D=1} + \gamma_D^2 \frac{\partial \eta_2}{\partial z_D} \Big|_{z_D=1} + \dots = 0 \quad (\text{A-23})$$

$$\left(r_D \frac{\partial \eta_0}{\partial r_D} + \gamma_D r_D \frac{\partial \eta_1}{\partial r_D} + \gamma_D^2 r_D \frac{\partial \eta_2}{\partial r_D} + \dots \right) \Big|_{r_D=r_{eD}} = \theta \quad (\text{A-24})$$

Las ecuaciones (A-14) a (A-19) llevan a una secuencia de valores lineales de frontera problemas que pueden resolverse recursivamente para η_0 , η_1 , y así sucesivamente. La aproximación de orden cero η_0 correspondiente a los modelos es:

$$\frac{\partial^2 \eta_0}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \eta_0}{\partial r_D} + L_D^2 \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial z_D^2} = \frac{\partial \eta_0}{\partial t_D} \quad (\text{A-25})$$

25)

$$\lim_{\varepsilon_D \rightarrow 0} \left[\lim_{r_D \rightarrow 0} \int_{z_{wD}-\varepsilon_D/2}^{z_{wD}+\varepsilon_D/2} \left(r_D \frac{\partial \eta_0}{\partial r_D} \right) dz_{wD} \right] = \begin{cases} 0, & |z_D - z_{wD}| > \varepsilon_D / 2 \\ -\frac{1}{2}, & |z_D - z_{wD}| < \varepsilon_D / 2 \end{cases} \quad (\text{A-26})$$

$$\eta_0(t_D = 0) = 0 \quad (\text{A-27})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \eta_0}{\partial z_D} \Big|_{z_D=0} &= 0 \\ \frac{\partial \eta_0}{\partial z_D} \Big|_{z_D=1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-28})$$

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial r_D} \Big|_{r_D=r_{eD}} = \theta \eta_0 \Big|_{r_D=r_{eD}} \quad (\text{A-29})$$

Transformada de Laplace

$$\tilde{\eta}_0(r, z, s) = \int_0^{\infty} \eta_0(r, z, t_D) e^{-st_D} dt_D \quad (\text{A-30})$$

Tomando la Transformada de Laplace en la ecuaciones (A-20) – (A-24) con respecto a t_D , se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\eta}_0}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial r_D} + L_D^2 \frac{\partial^2 \tilde{\eta}_0}{\partial z_D^2} = s \tilde{\eta}_0 \quad (\text{A-31})$$

$$\lim_{\varepsilon_D \rightarrow 0} \left[\lim_{r_D \rightarrow 0} \int_{z_{wD} - \varepsilon_D/2}^{z_{wD} + \varepsilon_D/2} \left(r_D \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial r_D} \right) dz_{wD} \right] = \begin{cases} 0, & |z_D - z_{wD}| > \varepsilon_D / 2 \\ -\frac{1}{2s}, & |z_D - z_{wD}| < \varepsilon_D / 2 \end{cases} \quad (\text{A-32})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial z_D} \Big|_{z_D=0} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial z_D} \Big|_{z_D=1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-33})$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial r_D} \right|_{r_D=r_{eD}} = \theta \tilde{\eta}_0 \Big|_{r_D=r_{eD}} \quad (\text{A-34})$$

Transformada de Fourier

De acuerdo con las condiciones de frontera de tope y base, se toma la transformada finita del coseno de Fourier en las ecuaciones (A-26) - (A-29) como sigue (Frank et al, 2010):

$$\text{Transformada directa: } \tilde{\eta}_0 = \int_0^1 \tilde{\eta}_0 \cos(n\pi z_D) dz_D \quad (\text{A-35})$$

$$\text{Transformada inversa: } \tilde{\eta}_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tilde{\eta}_0 \cos(n\pi z_D)}{N(n)} \quad (\text{A-36})$$

Donde

$$N(n) = \int_0^1 \cos^2(n\pi z_D) dz_D = \begin{cases} 1 \rightarrow n = 0 \\ \frac{1}{2} \rightarrow n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Aplicando la transformada finita de coseno de Fourier a las ecuaciones (A-26) - (A-29) a través de la ecuación (A-30), tenemos

$$\frac{\partial^2 \tilde{\eta}_0}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial r_D} - \left[s + L_D^2 (n\pi)^2 \right] \tilde{\eta}_0 = 0 \quad (\text{A-37})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(r_D \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial r_D} \right) = - \frac{\cos(n\pi z_{wD})}{2s} \quad (\text{A-38})$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial r_D} \right|_{r_D=r_{eD}} = \theta \tilde{\eta}_0 \Big|_{r_D=r_{eD}} \quad (\text{A-39})$$

De acuerdo con la forma básica de la función de Bessel (Frank et al, 2010), la solución general de la ecuación (A-30) es:

$$\tilde{\eta}_0 = A_n I_0(\xi_n r_D) + B_n K_0(\xi_n r_D) \quad (\text{A-40})$$

Donde

$$\xi_n = \sqrt{L_D^2 \beta_n^2 + s}, \quad \beta_n = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Reemplazando la ecuación (A-35) en la ecuación (A-33), se obtiene

$$B_n = -\frac{\cos(\beta_n z_{wD})}{2s} \quad (\text{A-41})$$

Combinando la ecuación (A-30) con la ecuación (A-29) y luego reemplazando dicha combinación en la ecuación (A-28), obtenemos

$$A_n r_{eD} \xi_n I_1(\xi_n r_{eD}) - B_n r_{eD} \xi_n K_1(\xi_n r_{eD}) = A_n \theta I_0(\xi_n r_{eD}) + B_n \theta K_0(\xi_n r_{eD}) \quad (\text{A-42})$$

Luego

$$C_{\theta n} = \frac{A_n}{B_n} = \frac{r_{eD} \xi_n K_1(\xi_n r_{eD}) + \theta K_0(\xi_n r_{eD})}{r_{eD} \xi_n I_1(\xi_n r_{eD}) - \theta I_0(\xi_n r_{eD})} \quad (\text{A-43})$$

Sustituyendo la ecuación (A-38) en la ecuación (A-35) y combinandolas con la ecuación (A-41), tenemos

$$\bar{\eta}_0 = -\frac{1}{2s} [K_0(\xi_n r_D) + C_{\theta n} I_0(\xi_n r_D)] \cos(\beta_n z_{wD}) \quad (\text{A-44})$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier finita en la ecuación (A-39) a través de la ecuación (A-31), obtenemos

$$\tilde{\eta}_0 = \frac{1}{2s} \left\{ K_0(\xi_0 r_D) + C_{\theta 0} I_0(\xi_0 r_D) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [K_0(\xi_n r_D) + C_{\theta n} I_0(\xi_n r_D)] \cos(\beta_n z_{wD}) \cos(\beta_n z_D) \right\} \quad (\text{A-40})$$

Donde

$$r_D = \sqrt{(x_D - x_{wD})^2 + (y_D - y_{wD})^2}$$

APENDICE B

Ecuaciones para flujo de gas:

Se definen los siguientes parámetros adimensionales:

Pseudopresión adimensional:

$$m(P)_D = \frac{hk [\Delta m(P)]}{1422q_{sc}T} \quad (B-1)$$

Derivada de la pseudopresión adimensional:

$$t_{Da} * m(P')_D = \frac{hk_h [t_a(P) * \Delta m(P)']}{1422q_{sc}T} \quad (B-2)$$

Función pseudotiempo adimensional:

$$t_{Da} = \left(\frac{0.0002637k_h}{\phi(2L)^2} \right) t_a(P) \quad (B-3)$$

- **Frontera Cerrada:**

El cálculo de la permeabilidad horizontal promedio se puede calcular a partir de la siguiente ecuación:

$$k_h = \frac{8.624}{0.3926 \sqrt{\left(\frac{\Delta m(P)}{(t_a * \Delta m(P)')^{0.4}} \right)_{pr} \left(\frac{h}{q_{sc}T} \right)^{0.6} \left(\frac{\phi(2L)^2}{t_a(P)_{pr}} \right)^{0.2074}}} \quad (B-4)$$

Donde $t_a(P)$ es la función de pseudotiempo en psi hr/cp, T es la temperatura en Rankin, q_{sc} es el caudal de gas a condiciones estandar en Mscf/D, $\Delta m(P)$ es el cambio de la función pseudopresión en psi²/cp.

Para el cálculo del módulo de permeabilidad adimensional se pueden referir a las ecuaciones (32)-(33). Para este caso la pendiente y el ángulo se obtiene con los valores de la curva de la derivada de la pseudopresión.

$$\gamma_D = 17.44m^3 - 8.9754m^2 + 2.2762m - 0.0377 \quad (32)$$

$$\gamma_D = 0.00009\theta^3 - 0.0027\theta^2 + 0.0397\theta - 0.0377 \quad (33)$$

Para calcular el área se tiene la siguiente ecuación:

$$A = \left(\frac{k_h t_a (P)_{pss}}{43560\phi} \right)^{0.5898} \sqrt[0.5898]{\frac{1.44881 \times 10^{-5}}{(1 - \gamma_D)^{0.65} \left(\frac{k_h h (t_a * \Delta m(P'))_{pss}}{1422 q_{sc} T} \right)^{(0.5 - \gamma_D)}}}} \quad (B-5)$$

- **Frontera Infinita:**

Para el cálculo de la permeabilidad horizontal promedio en un sistema con frontera infinita se utiliza la ecuación (B-4),

Para el cálculo del módulo de permeabilidad adimensional se pueden referir a las ecuaciones (34)-(35). Para este caso la pendiente y el ángulo se obtiene con los valores de la curva de la derivada de la pseudopresión.

$$\gamma_D = 326.54m^5 - 249.14m^4 + 79.99m^3 - 15.105m^2 + 2.0263m - 0.0036 \quad (34)$$

$$\gamma_D = 5 \times 10^{-7} \theta^5 - 2 \times 10^{-5} \theta^4 + 0.0004\theta^3 - 0.0045\theta^2 + 0.0352\theta - 0.0035 \quad (35)$$

ANEXOS

ANEXO 1

Tabla 12. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 1

$\gamma_D = 0.1; r_{eD} = 20$					
t_D	P_D	$t_D * P_D'$	t_D	P_D	$t_D * P_D'$
0.013	6.82E-03	0	891.251	0.243	0.097
0.017	8.21E-03	6.87E-03	1.15E+03	0.265	0.108
0.021	9.84E-03	7.97E-03	1.48E+03	0.29	0.12
0.028	0.012	9.15E-03	1.91E+03	0.318	0.133
0.035	0.014	0.01	2.46E+03	0.349	0.147
0.046	0.016	0.012	3.16E+03	0.383	0.162
0.059	0.019	0.013	4.07E+03	0.42	0.178
0.076	0.022	0.014	5.25E+03	0.461	0.195
0.098	0.025	0.015	6.76E+03	0.506	0.214
0.126	0.029	0.016	8.71E+03	0.555	0.236
0.162	0.032	0.017	1.12E+04	0.61	0.26
0.209	0.036	0.017	1.45E+04	0.67	0.287
0.269	0.04	0.017	1.86E+04	0.736	0.317
0.347	0.044	0.017	2.40E+04	0.809	0.35
0.447	0.047	0.017	3.09E+04	0.89	0.384
0.575	0.051	0.017	3.98E+04	0.978	0.42
0.741	0.055	0.016	5.13E+04	1.075	0.456
0.955	0.058	0.016	6.61E+04	1.179	0.491
1.23	0.062	0.016	8.51E+04	1.291	0.523
1.585	0.065	0.016	1.10E+05	1.409	0.554
2.042	0.068	0.015	1.41E+05	1.534	0.582
2.63	0.072	0.015	1.82E+05	1.665	0.607
3.388	0.075	0.015	2.34E+05	1.801	0.631
4.365	0.078	0.015	3.02E+05	1.943	0.652
5.623	0.082	0.015	3.89E+05	2.088	0.672
7.244	0.085	0.015	5.01E+05	2.238	0.69
9.333	0.088	0.015	6.46E+05	2.392	0.707
12.023	0.091	0.015	8.32E+05	2.549	0.724
15.488	0.095	0.015	1.07E+06	2.71	0.74
19.953	0.098	0.016	1.38E+06	2.875	0.756
25.704	0.102	0.017	1.78E+06	3.043	0.772
33.113	0.106	0.019	2.29E+06	3.215	0.789

42.658	0.11	0.021	2.95E+06	3.39	0.804
54.954	0.115	0.024	3.80E+06	3.568	0.817
70.795	0.121	0.028	4.90E+06	3.749	0.835
91.201	0.127	0.031	6.31E+06	3.936	0.883
117.49	0.135	0.036	8.13E+06	4.138	1.007
151.356	0.143	0.04	1.05E+07	4.379	1.267
194.984	0.152	0.046	1.35E+07	4.695	1.734
251.189	0.163	0.052	1.74E+07	5.142	2.495
323.594	0.175	0.059	2.24E+07	5.793	3.689
416.869	0.189	0.067	2.88E+07	6.765	5.596
537.032	0.205	0.076	3.72E+07	8.255	8.905
691.831	0.223	0.086			

Tabla 13. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 1

$\gamma_D = 0.1; r_{eD} = 20$					
t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)	t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)
0.1220834	0.3269073	0	8369.7665	11.652996	4.6516075
0.1596475	0.3938521	0.329401	10780.905	12.708	5.1791094
0.1972117	0.4718744	0.3820073	13889.336	13.906868	5.754566
0.2629489	0.5754566	0.4388816	17889.916	15.2496	6.3779774
0.3286861	0.671366	0.4795472	23054.983	16.736196	7.0493434
0.4319875	0.7672755	0.5754566	29694.443	18.366657	7.7686642
0.5540709	0.9111396	0.6234113	38259.064	20.140981	8.5359396
0.7137184	1.0550038	0.671366	49284.135	22.107125	9.3511698
0.9203211	1.1988679	0.7193208	63492.766	24.265087	10.262309
1.18327	1.3906868	0.7672755	81795.887	26.614868	11.317313
1.5213472	1.5345509	0.8152302	105367.38	29.252377	12.468226
1.9627257	1.7263698	0.8152302	135700.41	32.12966	13.763004
2.5261876	1.9181887	0.8152302	174861.01	35.294672	15.201645
3.258688	2.1100075	0.8152302	225290.85	38.795366	16.784151
4.1977912	2.2538717	0.8152302	290182.88	42.679698	18.414611
5.3998433	2.4456906	0.8152302	373856.98	46.899713	20.140981
6.9587546	2.6375094	0.7672755	481666.02	51.551321	21.867351
8.9684354	2.7813736	0.7672755	620465.47	56.538611	23.545766
11.550969	2.9731925	0.7672755	799270.72	61.90954	25.080317
14.884785	3.1170566	0.7672755	1029257.1	67.568196	26.566913
19.176487	3.2609208	0.7193208	1326952.8	73.562536	27.909645
24.698414	3.4527396	0.7193208	1709167.8	79.844604	29.108513
31.816816	3.5966038	0.7193208	2201257.9	86.366445	30.259426

40.991854	3.7404679	0.7193208	2836091.6	93.176015	31.266475
52.805772	3.9322868	0.7193208	3653111.4	100.12945	32.22557
68.028635	4.0761509	0.7193208	4706785.2	107.32266	33.088755
87.6465	4.2200151	0.7193208	6063789.3	114.70768	33.903985
112.90838	4.3638792	0.7193208	7811460.3	122.23657	34.719215
145.4483	4.5556981	0.7193208	10067186	129.95728	35.486491
187.37926	4.6995623	0.7672755	12959624	137.86981	36.253766
241.38708	4.8913811	0.8152302	16697255	145.9262	37.021042
310.96524	5.0832	0.9111396	21514854	154.17442	37.836272
400.60264	5.2750189	1.0070491	27712935	162.56649	38.555592
516.07476	5.5147925	1.1509132	35704703	171.10243	39.179004
664.8381	5.8025208	1.3427321	45997274	179.78223	40.042189
856.47149	6.0902491	1.4865962	59257411	188.74977	42.344015
1103.3523	6.4738868	1.7263698	76330307	198.43662	48.2904
1421.389	6.8575245	1.9181887	98324103	209.99371	60.758626
1831.101	7.289117	2.205917	126685019	225.1474	83.153479
2358.9239	7.8166189	2.4936453	163216133	246.58315	119.64702
3038.8816	8.3920755	2.8293283	210265203	277.80168	176.90495
3914.83	9.0634415	3.212966	270837358	324.41366	268.3546
5043.2846	9.830717	3.6445585	348876833	395.86619	427.03675
6497.0069	10.693902	4.1241057			

ANEXO 2

Tabla 14. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 2

$\gamma_D = 0.05; r_{eD} = 30$					
t_D	P_D	$t_D * P_D'$	t_D	P_D	$t_D * P_D'$
0.013	6.87E-03	0	2.46E+03	0.421	0.145
0.017	8.29E-03	7.05E-03	3.16E+03	0.454	0.159
0.021	9.97E-03	8.26E-03	4.07E+03	0.491	0.175
0.028	0.012	9.61E-03	5.25E+03	0.531	0.191
0.035	0.014	0.011	6.76E+03	0.575	0.21
0.046	0.017	0.013	8.71E+03	0.623	0.23
0.059	0.02	0.015	1.12E+04	0.676	0.253
0.076	0.023	0.017	1.45E+04	0.734	0.278
0.098	0.027	0.019	1.86E+04	0.799	0.306
0.126	0.031	0.021	2.40E+04	0.869	0.337
0.162	0.036	0.023	3.09E+04	0.947	0.369
0.209	0.042	0.025	3.98E+04	1.031	0.401
0.269	0.047	0.027	5.13E+04	1.123	0.433
0.347	0.053	0.029	6.61E+04	1.222	0.463
0.447	0.06	0.03	8.51E+04	1.327	0.491
0.575	0.067	0.031	1.10E+05	1.438	0.517
0.741	0.074	0.032	1.41E+05	1.554	0.539
0.955	0.081	0.032	1.82E+05	1.675	0.559
1.23	0.088	0.032	2.34E+05	1.8	0.576
1.585	0.094	0.031	3.02E+05	1.929	0.591
2.042	0.101	0.031	3.89E+05	2.061	0.604
2.63	0.108	0.031	5.01E+05	2.195	0.616
3.388	0.115	0.031	6.46E+05	2.331	0.626
4.365	0.122	0.03	8.32E+05	2.47	0.635
5.623	0.128	0.03	1.07E+06	2.611	0.643
7.244	0.135	0.03	1.38E+06	2.753	0.65
9.333	0.141	0.03	1.78E+06	2.897	0.657
12.023	0.148	0.03	2.29E+06	3.042	0.664
15.488	0.154	0.03	2.95E+06	3.189	0.67
19.953	0.161	0.029	3.80E+06	3.337	0.677
25.704	0.167	0.029	4.90E+06	3.487	0.684
33.113	0.174	0.029	6.31E+06	3.638	0.69
42.658	0.18	0.029	8.13E+06	3.79	0.693
54.954	0.187	0.03	1.05E+07	3.943	0.699

70.795	0.193	0.031	1.35E+07	4.098	0.724
91.201	0.2	0.033	1.74E+07	4.261	0.799
117.49	0.208	0.036	2.24E+07	4.45	0.971
151.356	0.216	0.041	2.88E+07	4.689	1.285
194.984	0.226	0.046	3.72E+07	5.015	1.785
251.189	0.237	0.052	4.79E+07	5.474	2.522
323.594	0.249	0.059	6.17E+07	6.125	3.572
416.869	0.262	0.067	7.94E+07	7.046	5.067
537.032	0.278	0.076	1.02E+08	8.354	7.257
691.831	0.296	0.085	1.32E+08	10.239	10.631
891.251	0.316	0.096	1.70E+08	13.032	16.405
1.15E+03	0.338	0.107	2.19E+08	17.457	27.26
1.48E+03	0.363	0.119	2.82E+08	25.026	60.377
1.91E+03	0.39	0.132			

Tabla 15. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 2

$\gamma_D = 0.05; r_{eD} = 30$					
t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)	t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)
8.823301E-02	0.231353	0	1.666247E+04	14.185786	4.8858409
1.153816E-01	0.2794364	0.2376203	2.146098E+04	15.297736	5.3575773
1.425303E-01	0.33591	0.2782571	2.765087E+04	16.544468	5.8967045
1.900403E-01	0.4043455	0.3238807	3.561899E+04	17.892286	6.4358318
2.375504E-01	0.4717364	0.37065	4.588795E+04	19.374886	7.0760455
3.122091E-01	0.5728227	0.4380409	5.911612E+04	20.992268	7.7499545
4.004421E-01	0.6739091	0.5054318	7.615188E+04	22.778127	8.52495
5.158238E-01	0.7749955	0.5728227	9.807439E+04	24.732464	9.3673364
6.651412E-01	0.9097773	0.6402136	1.263768E+05	26.922668	10.310809
8.551815E-01	1.0445591	0.7076045	1.628238E+05	29.28135	11.355368
1.099519E+00	1.2130364	0.7749955	2.097231E+05	31.909595	12.433623
1.418515E+00	1.4152091	0.8423864	2.701966E+05	34.740014	13.511877
1.825745E+00	1.5836864	0.9097773	3.481132E+05	37.839995	14.590132
2.355143E+00	1.7858591	0.9771682	4.484273E+05	41.175845	15.600995
3.033858E+00	2.0217273	1.0108636	5.776547E+05	44.713868	16.544468
3.902614E+00	2.2575955	1.0445591	7.438722E+05	48.454064	17.42055
5.029282E+00	2.4934636	1.0782545	9.590250E+05	52.362736	18.16185
6.481733E+00	2.7293318	1.0782545	1.235262E+06	56.439886	18.835759
8.348200E+00	2.9652	1.0782545	1.590909E+06	60.651818	19.408582
1.075764E+01	3.1673727	1.0445591	2.049721E+06	64.998532	19.914014

1.385937E+01	3.4032409	1.0445591	2.640203E+06	69.446332	20.352055
1.785022E+01	3.6391091	1.0445591	3.401722E+06	73.961523	20.7564
2.299488E+01	3.8749773	1.0445591	4.382466E+06	78.544105	21.093355
2.962593E+01	4.1108455	1.0108636	5.645555E+06	83.227773	21.396614
3.816417E+01	4.3130182	1.0108636	7.275830E+06	87.978832	21.666177
4.916615E+01	4.5488864	1.0108636	9.366274E+06	92.763586	21.902045
6.334452E+01	4.7510591	1.0108636	1.206756E+07	97.615732	22.137914
8.160196E+01	4.9869273	1.0108636	1.554937E+07	102.50157	22.373782
1.051195E+02	5.1891	1.0108636	2.002889E+07	107.4548	22.575955
1.354241E+02	5.4249682	0.9771682	2.580476E+07	112.44173	22.811823
1.744570E+02	5.6271409	0.9771682	3.324348E+07	117.49605	23.047691
2.247431E+02	5.8630091	0.9771682	4.282695E+07	122.58406	23.249864
2.895265E+02	6.0651818	0.9771682	5.516599E+07	127.70577	23.35095
3.729813E+02	6.30105	1.0108636	7.106151E+07	132.86118	23.553123
4.804966E+02	6.5032227	1.0445591	9.155872E+07	138.08397	24.395509
6.189953E+02	6.7390909	1.11195	1.179608E+08	143.57633	26.922668
7.974228E+02	7.0086545	1.2130364	1.519644E+08	149.94477	32.718286
1.027277E+03	7.2782182	1.3815136	1.957415E+08	157.99799	43.298659
1.323387E+03	7.6151727	1.5499909	2.521428E+08	168.9827	60.146386
1.704859E+03	7.9858227	1.7521636	3.248332E+08	184.44892	84.979936
2.196283E+03	8.3901682	1.9880318	4.184960E+08	206.38466	120.36016
2.829354E+03	8.8282091	2.2575955	5.391037E+08	237.41817	170.73487
3.644919E+03	9.3673364	2.5608545	6.943259E+08	281.49183	244.52791
4.695564E+03	9.9738545	2.8641136	8.945470E+08	345.00776	358.21638
6.049059E+03	10.647764	3.2347636	1.152459E+09	439.11916	552.77393
7.791654E+03	11.389064	3.6054136	1.485029E+09	588.22155	918.53809
1.003820E+04	12.23145	4.0097591	1.912620E+09	843.26245	2034.4305
1.292953E+04	13.141227	4.4478			

ANEXO 3

Tabla 16. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 3

$\gamma_D = 0.09$					
t_D	P_D	$t_D * P_D'$	t_D	P_D	$t_D * P_D'$
0.013	0.012	0.012	1.00E+04	1.4	0.468
0.017	0.016	0.015	1.32E+04	1.533	0.494
0.023	0.021	0.018	1.74E+04	1.673	0.518
0.03	0.026	0.022	2.29E+04	1.819	0.538
0.04	0.033	0.027	3.02E+04	1.97	0.557
0.052	0.041	0.031	3.98E+04	2.126	0.574
0.069	0.05	0.035	5.25E+04	2.287	0.59
0.091	0.06	0.038	6.92E+04	2.452	0.604
0.12	0.071	0.039	9.12E+04	2.621	0.618
0.158	0.082	0.037	1.20E+05	2.794	0.631
0.209	0.091	0.034	1.59E+05	2.97	0.644
0.275	0.1	0.029	2.09E+05	3.15	0.657
0.363	0.107	0.024	2.75E+05	3.333	0.669
0.479	0.113	0.02	3.63E+05	3.52	0.682
0.631	0.119	0.017	4.79E+05	3.71	0.695
0.832	0.123	0.016	6.31E+05	3.904	0.708
1.096	0.128	0.015	8.32E+05	4.102	0.721
1.445	0.132	0.015	1.10E+06	4.303	0.735
1.905	0.136	0.015	1.45E+06	4.508	0.749
2.512	0.14	0.016	1.91E+06	4.717	0.764
3.311	0.144	0.017	2.51E+06	4.93	0.779
4.365	0.15	0.019	3.31E+06	5.147	0.794
5.754	0.155	0.022	4.37E+06	5.369	0.81
7.586	0.162	0.025	5.75E+06	5.595	0.827
10	0.169	0.029	7.59E+06	5.826	0.845
13.183	0.178	0.033	1.00E+07	6.062	0.863
17.378	0.187	0.038	1.32E+07	6.302	0.882
22.909	0.199	0.043	1.74E+07	6.549	0.901
30.2	0.211	0.05	2.29E+07	6.801	0.922
39.811	0.226	0.057	3.02E+07	7.058	0.944
52.481	0.243	0.065	5.25E+07	7.593	0.99
69.183	0.263	0.075	6.92E+07	7.87	1.015
91.201	0.285	0.085	9.12E+07	8.154	1.042
120.226	0.31	0.096	1.20E+08	8.445	1.069

158.489	0.338	0.108	1.59E+08	8.745	1.098
208.93	0.369	0.12	2.09E+08	9.052	1.129
275.423	0.404	0.133	2.75E+08	9.369	1.162
363.078	0.443	0.148	3.63E+08	9.695	1.197
478.63	0.486	0.164	6.31E+08	10.376	1.272
630.957	0.533	0.181	8.32E+08	10.734	1.314
831.764	0.586	0.201	1.10E+09	11.103	1.358
1.10E+03	0.644	0.223	1.45E+09	11.484	1.406
1.45E+03	0.709	0.248	1.91E+09	11.88	1.457
1.91E+03	0.782	0.276	2.51E+09	12.29	1.511
2.51E+03	0.862	0.307	3.31E+09	12.715	1.57
3.31E+03	0.952	0.34	4.37E+09	13.158	1.634
4.37E+03	1.05	0.374	5.75E+09	13.619	1.703
5.75E+03	1.158	0.407	7.59E+09	14.1	1.779
7.59E+03	1.275	0.439	1.00E+10	14.602	1.861

Tabla 17. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 3

$\gamma_D = 0.09$					
t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)	t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)
1.996587031	0.34947	0.34947	2.E+06	40.7715	13.62933
2.610921502	0.46596	0.4368375	2.E+06	44.644793	14.386515
3.532423208	0.6115725	0.524205	3.E+06	48.721943	15.085455
4.607508532	0.757185	0.640695	4.E+06	52.973828	15.667905
6.14334471	0.9610425	0.7863075	5.E+06	57.371325	16.221233
7.986348123	1.1940225	0.9027975	6.E+06	61.914435	16.716315
10.59726962	1.456125	1.0192875	8.E+06	66.603158	17.182275
13.97610922	1.74735	1.106655	1.E+07	71.40837	17.58999
18.43003413	2.0676975	1.1357775	1.E+07	76.330073	17.997705
24.2662116	2.388045	1.0775325	2.E+07	81.368265	18.376298
32.09897611	2.6501475	0.990165	2.E+07	86.493825	18.75489
42.23549488	2.91225	0.8445525	3.E+07	91.735875	19.133483
55.75085324	3.1161075	0.69894	4.E+07	97.065293	19.482953
73.5665529	3.2908425	0.58245	6.E+07	102.5112	19.861545
96.9112628	3.4655775	0.4950825	7.E+07	108.04448	20.240138
127.78157	3.5820675	0.46596	1.E+08	113.69424	20.61873
168.3276451	3.72768	0.4368375	1.E+08	119.4605	20.997323
221.9283276	3.84417	0.4368375	2.E+08	125.31412	21.405038
292.5767918	3.96066	0.4368375	2.E+08	131.28423	21.812753
385.8020478	4.07715	0.46596	3.E+08	137.37083	22.24959

508.5153584	4.19364	0.4950825	4.E+08	143.57393	22.686428
670.3924915	4.368375	0.5533275	5.E+08	149.89351	23.123265
883.7201365	4.5139875	0.640695	7.E+08	156.3587	23.589225
1165.085324	4.717845	0.7280625	9.E+08	162.94039	24.084308
1535.836177	4.9217025	0.8445525	1.E+09	169.66769	24.608513
2024.692833	5.183805	0.9610425	2.E+09	176.5406	25.132718
2668.976109	5.4459075	1.106655	2.E+09	183.53	25.686045
3518.447099	5.7953775	1.2522675	3.E+09	190.72325	26.239373
4638.225256	6.1448475	1.456125	4.E+09	198.06212	26.850945
6114.317406	6.581685	1.6599825	5.E+09	205.54661	27.49164
8060.221843	7.0767675	1.8929625	8.E+09	221.12714	28.831275
10625.37543	7.6592175	2.1841875	1.E+10	229.19408	29.559338
14006.97952	8.2999125	2.4754125	1.E+10	237.46487	30.345645
18464.74403	9.027975	2.79576	2.E+10	245.93951	31.131953
24341.31399	9.843405	3.14523	2.E+10	254.67626	31.976505
32088.22526	10.746203	3.4947	3.E+10	263.61687	32.879303
42300.46075	11.76549	3.8732925	4.E+10	272.8487	33.840345
55762.83276	12.901268	4.31013	6.E+10	282.34264	34.859633
73509.72696	14.153535	4.77609	1.E+11	302.17506	37.04382
96904.6587	15.522293	5.2711725	1.278E+11	312.60092	38.266965
1.E+05	17.065785	5.8536225	1.683E+11	323.34712	39.548355
2.E+05	18.75489	6.4943175	2.219E+11	334.44279	40.946235
2.E+05	20.647853	7.22238	2.926E+11	345.9753	42.431483
3.E+05	22.773795	8.03781	3.858E+11	357.91553	44.004098
4.E+05	25.103595	8.9406075	5.085E+11	370.29259	45.722325
5.E+05	27.72462	9.90165	6.704E+11	383.19386	47.586165
7.E+05	30.578625	10.891815	8.837E+11	396.61933	49.595618
9.E+05	33.723855	11.852858	1.165E+12	410.62725	51.808928
1.E+06	37.131188	12.784778	1.536E+12	425.24675	54.196973

ANEXO 4

Tabla 18. Datos de tiempo, presión y derivada de presión adimensional para el ejercicio 4

$\gamma_D = 0.15$					
t_D	P_D	$t_D * P_D'$	t_D	P_D	$t_D * P_D'$
0.013	0.012	0.012	2.51E+03	0.886	0.325
0.017	0.016	0.015	3.31E+03	0.981	0.362
0.023	0.021	0.018	4.37E+03	1.086	0.4
0.03	0.026	0.022	5.75E+03	1.202	0.439
0.04	0.033	0.027	7.59E+03	1.329	0.477
0.052	0.041	0.031	1.00E+04	1.466	0.514
0.069	0.05	0.035	1.32E+04	1.612	0.548
0.091	0.061	0.038	1.74E+04	1.768	0.58
0.12	0.071	0.039	2.29E+04	1.932	0.611
0.158	0.082	0.037	3.02E+04	2.105	0.64
0.209	0.092	0.034	3.98E+04	2.286	0.668
0.275	0.1	0.029	5.25E+04	2.474	0.696
0.363	0.108	0.024	6.92E+04	2.67	0.723
0.479	0.114	0.02	9.12E+04	2.874	0.751
0.631	0.119	0.017	1.20E+05	3.086	0.78
0.832	0.124	0.016	1.59E+05	3.306	0.809
1.096	0.128	0.015	2.09E+05	3.534	0.84
1.445	0.132	0.015	2.75E+05	3.77	0.873
1.905	0.136	0.015	3.63E+05	4.016	0.908
2.512	0.141	0.016	4.79E+05	4.272	0.945
3.311	0.145	0.017	6.31E+05	4.539	0.984
4.365	0.15	0.02	8.32E+05	4.817	1.027
5.754	0.156	0.022	1.10E+06	5.107	1.074
7.586	0.162	0.025	1.45E+06	5.41	1.124
10	0.17	0.029	1.91E+06	5.728	1.18
13.183	0.179	0.033	2.51E+06	6.062	1.24
17.378	0.188	0.038	3.31E+06	6.414	1.308
22.909	0.2	0.044	4.37E+06	6.786	1.383
30.2	0.213	0.05	5.75E+06	7.179	1.467
39.811	0.228	0.058	7.59E+06	7.598	1.563
52.481	0.245	0.066	1.00E+07	8.044	1.671
69.183	0.265	0.076	1.32E+07	8.522	1.795
91.201	0.287	0.086	1.74E+07	9.038	1.94

120.226	0.312	0.098	2.29E+07	9.596	2.109
158.489	0.341	0.11	3.02E+07	10.206	2.311
208.93	0.373	0.123	5.25E+07	11.624	2.859
275.423	0.409	0.137	6.92E+07	12.465	3.243
363.078	0.449	0.152	9.12E+07	13.427	3.747
478.63	0.493	0.169	1.20E+08	14.552	4.436
630.957	0.542	0.187	1.59E+08	15.907	5.435
831.764	0.597	0.208	2.09E+08	17.608	7.015
1.10E+03	0.657	0.232	2.75E+08	19.898	9.891
1.45E+03	0.725	0.259	3.63E+08	23.415	16.763
1.91E+03	0.801	0.29			

Tabla 19. Datos de tiempo, presión y derivada de presión para el ejercicio 4

$\gamma_D = 0.15$					
t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)	t (hr)	ΔP (psi)	$t^* \Delta P'$ (psi)
7.7011E-01	0.4753122	0.4753122	1.4881E+05	35.093885	12.873039
1.0071E+00	0.6337496	0.5941403	1.9614E+05	38.856773	14.338585
1.3625E+00	0.8317964	0.7129683	2.5858E+05	43.015755	15.84374
1.7772E+00	1.0298431	0.8714057	3.4086E+05	47.610439	17.388505
2.3696E+00	1.3071086	1.0694525	4.4939E+05	52.640827	18.89366
3.0804E+00	1.6239834	1.2278899	5.9239E+05	58.067308	20.359206
4.0875E+00	1.9804675	1.3863273	7.8078E+05	63.850273	21.705924
5.3908E+00	2.4161704	1.5051553	1.0296E+06	70.029332	22.973423
7.1087E+00	2.8122639	1.5447647	1.3572E+06	76.525265	24.201313
9.3598E+00	3.2479668	1.465546	1.7890E+06	83.377683	25.349984
1.2381E+01	3.6440603	1.3467179	2.3583E+06	90.546976	26.459046
1.6291E+01	3.9609351	1.1486712	3.1089E+06	97.993534	27.568108
2.1504E+01	4.2778099	0.9506244	4.0982E+06	105.75697	28.637561
2.8376E+01	4.515466	0.792187	5.4026E+06	113.83727	29.746622
3.7380E+01	4.7135127	0.673359	7.1206E+06	122.23446	30.895294
4.9287E+01	4.9115595	0.6337496	9.3894E+06	130.94851	32.043965
6.4926E+01	5.0699969	0.5941403	1.2375E+07	139.97945	33.271855
8.5601E+01	5.2284343	0.5941403	1.6315E+07	149.32725	34.578963
1.1285E+02	5.3868717	0.5941403	2.1510E+07	159.07115	35.96529
1.4881E+02	5.5849184	0.6337496	2.8352E+07	169.21115	37.430836
1.9614E+02	5.7433558	0.673359	3.7380E+07	179.78684	38.975601
2.5858E+02	5.9414026	0.792187	4.9275E+07	190.79824	40.678803
3.4086E+02	6.1790587	0.8714057	6.4926E+07	202.28495	42.540443

4.4939E+02	6.4167148	0.9902338	8.5601E+07	214.28659	44.52091
5.9239E+02	6.7335896	1.1486712	1.1285E+08	226.88236	46.739034
7.8095E+02	7.0900738	1.3071086	1.4881E+08	240.11188	49.115595
1.0295E+03	7.4465579	1.5051553	1.9614E+08	254.05438	51.809031
1.3571E+03	7.9218701	1.7428114	2.5858E+08	268.78905	54.779732
1.7890E+03	8.4367917	1.9804675	3.4086E+08	284.35553	58.106917
2.3584E+03	9.0309319	2.2973423	4.4939E+08	300.95185	61.909415
3.1089E+03	9.7042909	2.6142171	5.9239E+08	318.61762	66.187225
4.0984E+03	10.496478	3.0103106	7.8078E+08	337.55089	71.098784
5.4027E+03	11.367884	3.4064042	1.0296E+09	357.98931	76.84214
7.1221E+03	12.358117	3.8817164	1.3572E+09	380.09133	83.536121
9.3888E+03	13.506789	4.3570286	1.7890E+09	404.25303	91.537209
1.2377E+04	14.774288	4.8719501	3.1089E+09	460.41909	113.24313
1.6316E+04	16.200224	5.426481	4.0982E+09	493.73056	128.45312
2.1509E+04	17.784598	6.0206213	5.4026E+09	531.83475	148.41624
2.8354E+04	19.52741	6.6939803	7.1206E+09	576.39527	175.70708
3.7378E+04	21.468268	7.4069486	9.3894E+09	630.06594	215.27682
4.9273E+04	23.646782	8.2387449	1.2375E+10	697.44145	277.85959
6.4926E+04	26.023343	9.1893694	1.6315E+10	788.14686	391.77609
8.5601E+04	28.716779	10.258822	2.1510E+10	927.45295	663.97154
1.1285E+05	31.72709	11.486712			
