Neiva, 22 de Julio del 2019

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

Los suscritos:

Mayra Elizabeth Parra Amaya, con C.C. No. 1075209372 de Neiva

Angela Goretti Perdomo Mosquera, con C.C. No. 36311266 de Neiva,

Autoras de la tesis y/o trabajo de grado titulado

Caracterización de las habilidades lectoras y matemáticas en los niños de 3° de dos instituciones educativas oficiales del Huila (urbana y rural), mediante modelamiento estadístico en el año 2019, presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar al título de Especialista en Estadística;

Autorizamos al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores" , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Mayra Elizabeth Parra Amaya

Firma: ______________________

Angela Goretti Perdomo Mosquera

Firma: Angela Goretti Perdomo M.

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Caracterización de las habilidades lectoras y matemáticas en los niños de 3° de dos instituciones educativas oficiales del Huila (urbana y rural), mediante modelamiento estadístico en el año 2019

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Parra Amaya	Mayra Elizabeth
Perdomo Mosquera	Angela Goretti

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Sanchez Hernandez	Alfonso

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Sanchez Hernandez	Alfonso

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Especialista en Estadística

FACULTAD: Ciencias Exactas y Naturales

PROGRAMA O POSGRADO: Especialización en Estadística

CIUDAD: Neiva AÑO DE PRESENTACIÓN: 2019 NÚMERO DE PÁGINAS: 93

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas X Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general___ Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros _X

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO: INSTRUMENTOS DE CARACTERIZACIÓN DE FLUIDEZ Y COMPRENSIÓN LECTORA Y PROCEIDMIENTOS MATEMÁTICOS.

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*:

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español	Inglés
1. Fluidez lectora	fluidity reader
2. Comprensión lectora	reading comprehension
3. Problemas matemáticos	math problems
4. Programa todos a aprender	all program to learn
5. Modelos lineales generalizados	generalized linear models
6. Modelo rash	Rash model

6. RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El objetivo principal del presente trabajo de investigación, fue la realización del estudio comparativo de las habilidades lectora y matemática en estudiantes de tercer grado de primaria, de las Instituciones Educativas oficiales: Ángel María Paredes (zona urbana - Neiva) y San Gerardo (zona rural - Garzón) usando herramientas de modelamiento estadístico.

Para desarrollar esta investigación se analizaron categorías relacionadas con fluidez, velocidad y comprensión lectora, conocimiento procedimental en problemas matemáticos (numéricas, espaciales y aleatorias).

Los instrumentos de recolección, se llevaron a cabo mediante procedimientos estandarizados, guiada por estudios de otros investigadores y Programas de formación Pedagógica como el PTA (Programa Todos a Aprender), que cumple con parámetros claros y está enfocado hacia el mejoramiento de aprendizaje de los estudiantes. El análisis se realizó a través de los Modelos Lineales Generalizados, técnica en la que, la variable respuesta puede pertenecer a la familia exponencial y la media de la misma se relaciona con el predictor lineal a través de una función de enlace. En esta herramienta estadística surgen los modelos con enlaces logit, probit y cloglog entre otros; además se utilizó el software R para la graficación y cálculo de los datos a comparar en el estudio.

Se espera que esta investigación aporte a la reflexión pedagógica de los docentes, a la actualización de planes de aula y a la generación de acciones concretas con la comunidad educativa, para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The main objective of this research work was to carry out a comparative study of reading and mathematical skills in third grade students of the official Educational Institutions: Ángel María Paredes (urban area -Neiva) and San Gerardo (rural area) - Garzón) using statistical modeling tools.

To develop this research, we analyzed categories related to fluency, speed and reading comprehension, procedural knowledge in mathematical problems (numerical, spatial and random).

The collection instruments were carried out using standardized procedures, guided by studies by other researchers and Pedagogical Training Programs such as the PTA (Program to Learn), which meets clear parameters and is focused on improving student learning. . The analysis was carried out through the Generalized Linear Models, technique in which the response variable can belong to the exponential family and the mean of the same is related to the linear predictor through a link function. In this statistical tool models with links logit, probit and cloglog arise among others; In addition, the software R was used for the graphing and calculation of the data to be compared in the study.

It is hoped that this research will contribute to teacher´s pedagogical reflection, the updating of classroom plans and the generation of concrete actions with the educational community, to strengthen student learning.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Jaime Polonia Perdomo

Firma: ______________________________

Nombre Jurado: Carlos Arturo Monje Álvarez

Firma: ______________________________

CARACTERIZACIÓN DE LAS HABILIDADES LECTORAS Y MATEMÁTICAS EN LOS NIÑOS DE 3° DE DOS INSTITUCIONES EDUCATIVAS OFICIALES DEL HUILA (URBANA Y RURAL), MEDIANTE MODELAMIENTO ESTADÍSTICO EN EL AÑO 2019

Mayra Elizabeth Parra Amaya
Angela Goretti Perdomo Mosquera

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
Especialización en Estadística

Neiva - Huila

2019

CARACTERIZACIÓN DE LAS HABILIDADES LECTORAS Y MATEMÁTICAS EN LOS NIÑOS DE 3° DE DOS INSTITUCIONES EDUCATIVAS OFICIALES DEL HUILA (URBANA Y RURAL), MEDIANTE MODELAMIENTO ESTADÍSTICO EN EL AÑO 2019

Mayra Elizabeth Parra Amaya
Angela Goretti Perdomo Mosquera

Director
Alfonso Sánchez Hernández
Mg. Investigación Operativa y Estadística
Universidad Tecnológica de Pereira

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
Especialización en Estadística

Neiva - Huila

2019

Pagina aceptación (La suministra el posgrado)

Agradecimientos

"A Dios quien esta siempre con nosotras, a nuestras familias por apoyarnos incondicionalmente, a nuestro asesor Alfonso Sanchez Hernandez por todas sus enseñanzas y a todas la personas que hicieron parte de este gran logro"

Índice General

1. Resumen

El objetivo principal del presente trabajo de investigación, fue la realización del estudio comparativo de las habilidades lectora y matemática en estudiantes de tercer grado de primaria, de las Instituciones Educativas oficiales: Ángel María Paredes (zona urbana -Neiva) y San Gerardo (zona rural - Garzón) usando herramientas de modelamiento estadístico. Para desarrollar esta investigación se analizaron categorías relacionadas con fluidez, velocidad y comprensión lectora, conocimiento procedimental en problemas matemáticos (numéricas, espaciales y aleatorias).

Los instrumentos de recolección, se llevaron a cabo mediante procedimientos estandarizados, guiada por estudios de otros investigadores y Programas de formación Pedagógica como el PTA (Programa Todos a Aprender), que cumple con parámetros claros y está enfocado hacia el mejoramiento de aprendizaje de los estudiantes. El análisis se realizó a través de los Modelos Lineales Generalizados, técnica en la que, la variable respuesta puede pertenecer a la familia exponencial y la media de la misma se relaciona con el predictor lineal a través de una función de enlace. En esta herramienta estadística surgen los modelos con enlaces logit, probit y cloglog entre otros; además se utilizó el software R para la graficaciòn y cálculo de los datos a comparar en el estudio. Se espera que esta investigación aporte a la reflexión pedagógica de los docentes, a la actualización de planes de aula y a la generación de acciones concretas con la comunidad educativa, para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes.

Palabras claves: Fluidez lectora, comprensión lectora, problemas matemáticos, Programa Todos a Aprender, Modelos lineales Generalizados, Modelo Rash.

2. Abstract

The main objective of this research work was to carry out a comparative study of reading and mathematical skills in third grade students of the official Educational Institutions: Ángel María Paredes (urban area -Neiva) and San Gerardo (rural area) - Garzón) using statistical modeling tools.

To develop this research, we analyzed categories related to fluency, speed and reading comprehension, procedural knowledge in mathematical problems (numerical, spatial and random). The collection instruments were carried out using standardized procedures, guided by studies by other researchers and Pedagogical Training Programs such as the PTA (Program to Learn), which meets clear parameters and is focused on improving student learning. . The analysis was carried out through the Generalized Linear Models, technique in which the response variable can belong to the exponential family and the mean of the same is related to the linear predictor through a link function. In this statistical tool models with links logit, probit and cloglog arise among others; In addition, the software R was used for the graphing and calculation of the data to be compared in the study.

It is hoped that this research will contribute to teachers' pedagogical reflection, the updating of classroom plans and the generation of concrete actions with the educational community, to strengthen student learning.

Keywords: Fluidity reader, reading comprehension, math problems, All Program to Learn, Generalized Linear Models and Rash Model.

Índice de tablas

Lista de Figuras

3. Introducción

El modelamiento estadístico desde sus inicios ha venido siendo una de las principales herramientas para el análisis de datos, comenzando con el modelo de regresión, el cual surge paralelamente al descubrimiento del método de Mínimos Cuadrados, publicado por Legendre en 1805, en *principle of Least Squares*, citado por Eisenhart (1961, [1]). En este documento se incluía una versión del teorema de Gauss-Márkov. Mínimos cuadrados es una técnica de análisis numérico encajada dentro de la optimización matemática, en la que, dados un conjunto de pares (o ternas, etc), se intenta encontrar la función que mejor se aproxime a los datos, de acuerdo con el criterio de mínimo error cuadrático. Esta técnica ha venido siendo utilizada durante gran parte del siglo XX y aún en el siglo XXI sigue siendo vigente.

Los modelos lineales generales en sus dos versiones originales: Modelos de Regresión y Modelos de Clasificación ó Análisis de Varianza, es lo que se conoce hoy en día como Modelos Lineales Clásicos, ver Graybill (1961, [2]) y Scheffé (1959, [3]), entre muchos otros.

Ante la necesidad de explorar distribuciones distintas a la normal y poder estimar parámetros en modelos más flexibles, Nelder y Wedderburn (1972, [4]), proponen los Modelos Lineales Generalizados, técnica en la que, la variable respuesta puede pertenecer a la familia exponencial y la media de la misma se relaciona con el predictor lineal a través de una función de enlace. En esta herramienta estadística surgen los modelos con enlaces *logit*, *probit* y *cloglog* entre otros, además problemas de alta complejidad pudieron finalmente ser tratados con modelos lineales generalizados. Como dato curioso, el curso de modelos lineales generalizados se implementó en programas de postgrado en las universidades brasileras a partir de 1984. Un tratamiento completo de esta temática, se puede encontrar en Wood (2017, [5]).

Posterior al desarrollo de los modelos lineales generalizados (GLM), Hastie y Tibshirani (1990, [6]) dan paso a los Modelos Aditivos Generalizados. En estos modelos, variables independientes contínuas que no son significativas en forma paramétrica, pueden entrar a formar parte del modelo de manera semiparamétrica, utilizando funciones suaves tales como series de Fourier, Polinómicas ó Splines.

Finalmente Rigby, Stasinopoulos y colaboradores (2017, [7]) dieron paso a los Modelos Aditivos Generalizados de Localización, Escala y Forma (GAMLSS). En estos modelos no sólo se caracterizan los efectos fijos de un modelo, sino también los efectos aleatorios, además de utilizar un sin número de distribuciones, dentro de las cuales se cuentan las distribuciones censuradas, truncadas, mixtas y las construídas por el mismo investigador, además de considerar los parámetros de localización y escala, consideran también los de forma como los de asimetría y curtosis. En este trabajo se pretenden aplicar algunas de estas metodologías a un problema particular de enseñanza escolar.

4. Planteamiento del Problema

¿Cuál es el nivel de la habilidad lectora y matemática en estudiantes de tercer grado de primaria, en dos Instituciones, rural y urbana mediante modelamiento estadístico?

5. Objetivos

5.1. Objetivo General

Realizar un estudio comparativo de las habilidades lectora y matemática en estudiantes de tercer grado de primaria, en dos Instituciones, rural y urbana, usando herramientas de modelamiento estadístico.

5.2. Objetivos Específicos

- Determinar las habilidades de lectura y matemáticas, en los estudiantes de tercer grado de primaria mediante un ejercicio experimental.
- Representar mediante modelos estadísticos las variables asociadas a las pruebas aplicadas a los estudiantes, para posteriores análisis.
- Relacionar variables de interés mediante tablas de contingencia y aplicar modelos logit para su correcta interpretación.
- Determinar mediante un modelo de Rash los parámetros asociados a la *Discriminación* del estudiante y la *Dificultad* de la pregunta ó Item, con el fin de determinar probabilidades de ejecución correcta, incorrecta y *Odds Ratios*.

6. Antecedentes

Para realizar este estudio, se hizo un rastreo de las investigaciones realizadas respecto a la caracterización de los estudiantes de básica primaria y secundaria en la fluidez lectora y resolución de problemas matemáticos aplicados en diferentes contextos. En la revisión de antecedentes investigativos a nivel internacional, se encontraron estudios citados por Espinoza Pasten (2007,[8]), López Durán (2013,[9]), Rojano (1994,[10]) que tienen por objetivo analizar el concepto de fluidez lectora y la influencia lingüística en la solución de problemas matemáticos en diferentes situaciones.

Los estudios señalan que es trascendental orientar el concepto de fluidez lectora de acuerdo a sus enfoques y factores que las componen, por lo tanto, garantice qué habilidades lingüísticas explican significativamente por sí solas la resolución de problemas matemáticos. Este aspecto es desarrollado específicamente en los trabajos investigativos de Espinoza Pasten (2017,[8]) y López Duran (2013,[9]) que tienen por objetivo analizar la fluidez lectora y la influencia lingüista en la solución de problemas matemáticos en ciertos lugares de España y consideran que para lograr procesos satisfactorios en la fluidez lectora y procedimientos matemáticos hay que tener en cuenta acciones como las siguientes:

-Reconocer en los problemas matemáticos de diversos contextos, relaciones de aspectos léxico semánticos debido a la estructura de los enunciados, así como el vocabulario matemático que debe manejarse para comprender y resolver este tipo de ejercicios.

- Priorizar las habilidades lingüísticas que influyen en la medida de resolución de algoritmos matemáticos (operatoria escrita) a largo plazo y de forma adicional al tiempo, son la conciencia fonológica y las habilidades léxico semánticas.

- Procesar las etiquetas verbales y hechos numéricos que se recuperan desde la memoria semántica en un formato fonológico para ser usados en la operatoria sea oral o escrita, al ser este más automático y fluido, disminuye la saturación de los procesos y libera recursos cognitivos que permiten centrarse en el contexto más amplio de la tarea matemática (otra información relevante, relación de operaciones matemáticas, búsqueda de soluciones posibles, comprensión del resto del problema matemático). (Espinoza Pasten (2017,[8]) - Conocer la fluidez lectora y sus componentes, así como los procesos que influyen en ella en el proceso de la lectura.

-Sensibilizar a los docentes del concepto de fluidez lectora ya que lo consideran como sinónimo de velocidad lectora, siendo esta un componente de la fluidez lectora (López Duran; (2013,[9]))

Con la ejecución de los anteriores aspectos es posible desarrollar instrumentos que permita medir la fluidez lectora y los procedimientos de soluciones de diversas situaciones matemáticas desde la relación de compresión de textos, así logrando mejorar los resultados de las Pruebas Saber, aplicadas por el MEN.

Surge la necesidad de analizar la política educativa, en aras de generar espacios de reflexión que conlleven autoevaluar el uso que el estudiante hace de la matemática para interpretar, aplicar y comunicar conceptos y procedimientos matemáticos, además la competencia comunicativa a partir del análisis de la forma como los estudiantes hacen uso del lenguaje para acceder a la comprensión de diferentes tipos de textos, es decir, la manera como el estudiante usa su lenguaje en los procesos matemáticos. Al respecto el estudio de Todos Aprender 2.0 (2018,[11]) también describe algunas estrategias eficaces, para garantizar la fluidez lectora y procedimientos en la solución de problemas matemáticos, considerando que:

Un aspecto a destacar del estudio radica en la aportación de una herramienta a los docentes que les permita identificar las habilidades y procedimientos que utilizan los estudiantes de tercer y quinto grado en el área de matemáticas y lengua castellana, se propone una caracterización en matemáticas enfocada en los pensamientos numérico y variacional para desarrollar en dos fases (caracterización de habilidades y procedimientos) y la de caracterización del nivel de fluidez y comprensión lectora. Se espera que esta caracterización sea un insumo que aporte a la reflexión pedagógica de los docentes, a la actualización de planes de aula y a la generación de acciones concretas para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes descritos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN 2017).

Otro grupo importante de investigaciones apunta hacia el análisis de que una lectura veloz no siempre es sinónimo de lectura fluida, y que el énfasis que tradicionalmente se ha puesto en la velocidad al leer en las escuelas, un aspecto singular de la lectura fluida, ha llevado a muchos docentes y alumnos a pensar que leer con fluidez es leer deprisa. (Calero, 2013,[12])). De acuerdo a lo anterior leer despacio o rápido no lleva siempre a que el estudiante comprenda el texto, codifique, interprete y analice; por lo tanto, la velocidad lectora es un componente de la fluidez lectora. El estudio de Castro Rico (1997,[13])), trata que el estudiante para leer y escribir matemática; implica que pueda interpretar, traducir y simbolizar desde y hacia un lenguaje matemático. Así, los problemas que se incluyen en las pruebas requieren de la traducción y simbolización en diferentes formas de representación usadas en la matemática escolar. Algunos autores plantean aspectos relevantes de la representación en la resolución de problemas, como que "no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación", como lo dice Duval (1999,[14]) y que "hacer matemáticas implica más que la simple manipulación de símbolos matemáticos; implica interpretar situaciones matemáticamente; implica matematizar (o sea, cuantificar, visualizar o coordinar) sistemas estructuralmente interesantes; implica utilizar un lenguaje especializado, símbolos, esquemas gráficos, modelos concretos u otros sistemas de representación para desarrollar descripciones matemáticas o explicaciones, o construcciones que permitan plantear predicciones útiles de tales sistemas" (Rico, 1997,[15])).

Por lo tanto, se propone que el significado de las estructuras matemáticas se puede indagar o caracterizar a través de diferentes sistemas de representación que beneficia características diferentes sobre esa estructura matemática.

Cuando un estudiante afronta una situación problema para resolver implícita o explícitamente, identifica elementos de los sistemas de representación, asumiendo con ellos descripciones que implican presunciones acerca de las relaciones matemáticas que subyacen a la situación problema.

Finalmente, las líneas de investigación consultadas nos refieren argumentos teóricos relacionados con la fluidez lectora y procedimientos matemáticos aplicados en diferentes contextos, con el fin de movilizar procesos educativos que contribuyan al mejoramiento de los resultados de las pruebas saber y permitan la plena participación de todos los educandos en los procesos de construcción de conocimiento.

7. Metodología

7.1. Enfoque de la Investigación

En esta investigación se analizó la relación que existe entre varias variables, como la comprensión lectora, velocidad lectora y habilidades matemáticos en los pensamientos numérico y variacional. Para evaluar fortalezas y aspectos a mejorar.

El Tipo de investigación es cuantitativa, mediante el estudio de caso por conveniencia, ya que la unidad de observación fueron los estudiantes del grado tercero de las instituciones educativas rural y urbana, usando instrumentos diseñados y aprobados por el Ministerio de Educación Nacional.

7.2. Población de estudio

Institución Educativa Ángel María Paredes

La Institución Educativa Ángel María Paredes sede Calixto Leiva, ubicada en el barrio Calixto de la ciudad de Neiva comuna 7, es una institución de gran trayectoria en la región, los estudiantes pertenece al estrato económico 1 y 2. La sede ofrece una educación formal en básica primaria, posee 560 estudiantes entre las dos jornadas mañana y tarde.

Los estudiantes se caracterizan por ser participativos y comprometidos en el proceso de aprendizaje; sus padres de familia o acudientes procuran estar siempre presente en el desarrollo pedagógico de sus hijos, a pesar de las labores diarias que deben cumplir para su sustento económico.

La Institución es una sede con necesidades de espacios y materiales pedagógicos que contribuyan a un excelente aprendizaje, sin embargo los docentes utilizan estrategias que permiten el desarrollo teórico-práctico de las clases, así facilitando metodología apropiadas en sus prácticas pedagógicas.

Institución Educativa San Gerardo

La Institución Educativa San Gerardo se encuentra ubicada al norte del Municipio de Garzón, a una distancia promedio de 21 Km del casco urbano, con una temperatura promedio de 22 Grados centígrados y está conformada por nueve sedes. Teniendo en cuenta que las sedes, menos la principal, tienen enfoque multigrado.

La Institución brinda una educación formal en los niveles de básica primaria, básica secundaria y media, bajo el modelo pedagógico escuela activa y su lema "formando en valores, creamos futuro". Alberga un total de 754 estudiantes, 36 docentes y 2 directivos docentes. De estos, para primaria contamos con 294 estudiantes y un total de 18 docentes (4 hombres y 14 mujeres), de los cuales 6 trabajan en la principal (jornada tarde) con un grado particular y los demás son multigrados. La mayoría de los docentes de primaria son Licenciados en Educación básica con un énfasis en particular, que en algunos casos, se reparten su carga docente según sus énfasis y esto hace que se realice un mejor trabajo y mayor avance en los aprendizajes.

7.3. Diseño Muestral

La muestra es igual a la población, por lo tanto no se usó ninguna técnica o procedimiento para su clasificación.

7.4. Instrumento(s) y materiales

Prueba de caracterización de Procedimientos Matemáticos (Anexo 1, 2 y 3)

La aplicación de este pilotaje, nos dio las pautas para clasificar los posibles procedimientos, organizándolos de lo más sencillo a lo más estructurado, hablando en término matemáticos. Luego se organizarán los instrumentos a caracterizar con cada una de sus enfoques y variables. (Anexo 3)

En ésta fase se identificó los procedimientos que utilizan los estudiantes para resolver estos tipos de problemas, con el deseo de caracterizar y reflexionar sobre los aprendizajes que muestran dichos procedimientos y plantear acciones de mejora. Este instrumento se aplicó en el primer semestre del 2019 teniendo en cuenta la información que se presenta a continuación.

¿Cuál es el instrumento? El instrumento que se aplica a los estudiantes de tercer grado contiene 10 tareas de las cuales 8 están asociadas al pensamiento numérico y 2 al pensamiento variacional. (Anexo 1 y Anexo 2)

Las situaciones que se proponen en las tareas del pensamiento numérico y del pensamiento variacional están relacionadas con un contexto referido a los medios de transporte escolar. Estas situaciones se enuncian de forma verbal escrita atendiendo a nociones aditivas, multiplicativas y de variación. Las cantidades que se proponen en las situaciones no superan un rango numérico de 3 cifras, y son cantidades discretas que permiten a los estudiantes utilizar cualquier material concreto o pictórico para su solución. A continuación, se muestran las 10 tareas de la caracterización de algunos procedimientos asociadas al contexto de los medios de transporte.

¿Qué debe hacer antes de la aplicación?

1. Realice las lecturas de los anexos. El Anexo 1, que se aplicará a los estudiantes de forma individual en el momento 1, el Anexo 2, presenta las tareas 9 y 10 que se aplicará a los estudiantes de forma grupal en el momento 2 y el Anexo 3, presenta todas tareas de los momentos 1 y 2 con la caracterización de procedimientos. 2. Organice el material para la aplicación. Organice las copias por estudiante para el momento 1 con las tareas 1,2,3,4,5,6,7 y 8. Y organice una copia por cada 2 estudiantes para el momento 2 con las tareas 9 y 10. 3. Determine los tiempos y los espacios. Es importante que el docente considere que la aplicación de los instrumentos debe hacerse en dos momentos: a. En el momento 1 se realiza la aplicación de las tareas de la 1 a la 8. La aplicación se hace de forma individual. Procure que las mesas del salón estén organizadas de

manera individual y que los estudiantes estén bien distanciados unos de otros, pues la aplicación se hace para todos al mismo tiempo. Se sugiere un ambiente tranquilo y amable, un espacio libre del ruido y de situaciones que desvíen la atención del estudiante. b. En el momento 2 se realiza la aplicación de las tareas 9 y 10. Procure que las mesas del salón estén organizadas de manera grupal (2 estudiantes).

¿Qué debe hacer durante la aplicación? Primer momento de la caracterización: 1. Cite a todos los estudiantes para aplicar las tareas 1, 2,3,4,5,6,7 y 8 del instrumento de caracterización. 2. Organice el salón de clases de tal forma que las mesas de los estudiantes queden distanciadas unas de otras. 3. Entregue a cada uno de los estudiantes la copia de las tareas 1, 2,3,4,5,6,7 y 8, correspondiente al Anexo 1. 4. Pida a los estudiantes que resuelvan las tareas que allí se proponen de manera individual y que realicen los procedimientos necesariamente en el recuadro ubicado debajo de cada situación. Es necesario que los estudiantes cuenten con un registro del procedimiento utilizando para resolver cada problema.

Segundo momento de la caracterización: 1. Cite a todos los estudiantes para aplicar las tareas 9 y 10. 2. Organice el salón de clases de tal forma que las mesas de los estudiantes queden organizadas en pareja. 3. Entregue a cada pareja de estudiantes las tareas 9 y 10 correspondiente al Anexo 2. 4. Pida a los estudiantes que resuelvan las tareas que allí se proponen en parejas. Motívelos a que resuelvan los 2 problemas y que escriban todos los procedimientos necesarios en el recuadro de abajo.

NOTA: Siempre será prioridad recoger los registros de los procedimientos que surgen de forma individual y de forma grupal en la solución de los problemas. Para los dos momentos es importante tener en cuenta que, si un estudiante se equivoca o lo hace bien, no se debe corregir durante la implementación o utilizar calificativos verbales de valoración, es decir, "muy bien" o "está mal".

Prueba de caracterización de Fluidez y comprensión Lectora (Anexo 4)

Trabaje en forma individual con cada estudiante (quien también se denominará lector). Recuerde que el ambiente debe ser tranquilo y amable, lejos del ruido y de situaciones que desvíen al lector de su tarea.

Para iniciar el ejercicio, usted debe entregarle al estudiante el protocolo del lector (el texto que va a leer), el cual debe tener diligenciado el nombre completo del estudiante, el curso, el año escolar, la hora y la fecha del ejercicio.

Se espera que el estudiante lea de 85 a 89 palabras por minuto, de ahí que usted como evaluador debe estar muy atento a marcar en la ficha de registro cuántas palabras alcanzó a leer el estudiante en un minuto y señalar los rasgos que caracterizan la calidad de la lectura. Al cumplirse el minuto, tome el registro, pero no desactive el cronómetro, deje que el estudiante continúe leyendo el texto hasta que se cumplan 5 minutos y detenga el cronómetro. En este caso, el texto tiene 118 palabras; es probable que, para leerlo en su totalidad, el evaluado requiera de más de un minuto. Ahora bien, si el lector lee o hace el ejercicio más rápido, termina el texto antes del minuto, usted debe detener el cronómetro y registrar en la ficha de información el tiempo transcurrido en la casilla correspondiente.

Mientras el estudiante lee, usted no solo debe estar atento al número de palabras por minuto, sino también a registrar los rasgos de calidad. Esta información la debe consignar en las 5 columnas dispuestas para cada rasgo en la ficha de observación.

Para medir la calidad de la lectura, usted debe ir marcando la manera como el estudiante va tejiendo las palabras o realizando el proceso lector. Usted debe anotar las omisiones de letras, cambios de palabra, las anomalías de acento, las faltas de pausas, y si hace o no autocorrección.

Al finalizar la lectura, lleve a cabo la prueba de comprensión lectora que hace parte de esta caracterización.

Utilice las fichas y la plantilla para calificar la velocidad, la calidad de la lectura en voz alta y la comprensión.

Para la comprensión de un texto se responden 6 preguntas (con los 3 niveles comprensión de lectura). No necesariamente tiene un límite de tiempo para la comprensión, lo importante es identificar los procedimientos usados por los estudiantes y analizar los aprendizajes que han adquirido en la solución de problemas y en la comprensión de la lectura.

Se espera que los instrumentos de caracterización de habilidades y de procedimientos aporten a la reflexión pedagógica de los docentes, a la actualización de planes de aula y a la generación de acciones concretas para fortalecer los aprendizajes de los estudiantes descritos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2017); así mismo, que le permita ampliar la reflexión sobre las evaluaciones que realizan a los estudiantes para orientarlas a evaluaciones de tipo formativas.

Con el análisis bivariado de la base datos, se quiere relacionar la fluidez y la comprensión en la lectura de textos matemáticos aplicados a situaciones problemas.

Anexo a estos análisis, se hizo un cuadro comparativo de los resultados que arroje la caracterización sobre la fluidez y compresión lectora entre las dos instituciones, para así poder observar la incidencia de una clase en zona urbana a una rural.

8. Descripción del problema y Marco Muestral

En el presente proyecto se toma como marco muestral un total de 114 estudiantes de Educación Básica, de grado 3°, 72 pertenecientes al sector urbano y 42 al rural, en las Instituciones Educativas *Angel María Paredes* de Neiva[1] y *San Gerardo* de Garzón (Huila)[2], a quienes se les aplicó una prueba de fluidez Tabla 1 y comprensión de Lectura Tabla 2, y una prueba de *Matemáticas* Tabla 3.

Tabla 1: Velocidad lectora por Institución

	Muy Lenta	Lenta	Óptima	Rápida
I.E. Ángel Ma Paredes	4	19	5	44
I.E.San Gerardo	15	15	4	8
Total	19	34	9	52

Tabla 2: Niveles de comprensión lectora por Institución

	Literal	Inferencial	Crítica
I.E. Ángel Ma Paredes	45	29	16
I.E.San Gerardo	25	5	5
Total	70	34	21

[1] Institución Urbana

[2] Institución Rural

Con respecto a la prueba de Matemáticas Tabla 3, se intenta determinar el gusto por la Matemática y el Lenguaje Tabla 5, la habilidad para responder las preguntas de manera que se puedan evaluar aspectos: entre los pensamientos númerico (tarea 1- tarea 8) y variacional (tarea 9-tarea 10) trabajando en equipo, explicados en la Tabla 4.

Tabla 3: Respuestas correctas tareas de Matemáticas para cada Institución

	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10
I.E. Ángel Ma. Paredes	61	21	63	42	52	31	31	11	35	34
I.E. San Gerardo.	38	12	38	29	23	11	17	3	11	26
Total	99	33	101	71	75	42	48	14	46	60

Tabla 4: Variables preguntas prueba de Lectura Pensamientos y situación Problema para las tareas de matemáticas

	Eje de progresión	Derecho Básico de Aprendizaje	Tipos de Problemas	Tareas	Situaciones	Procedimientos
Pensamiento Numérico	Uso e interpretaciones de los números y las operaciones en contextos.	DBA 1 Interpreta, formula y resuelve problemas **aditivos de composición, transformación y comparación** en diferentes contextos; y **multiplicativos**, directos e inversos, en diferentes contextos.	Aditivos de Composición	Tarea 1	Aditivo de composición (a+b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
				Tarea 2	Aditivo de composición (a-b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
			Aditivos de Transformación	Tarea 3	Aditivo de Transformación (a+b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
				Tarea 4	Aditivo de Transformación (a-b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
			Aditivos de comparación	Tarea 5	Aditivo de comparación (a+b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
				Tarea 6	Aditivo de comparación (a-b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
			Multiplicativos de razón	Tarea 7	Multiplicativo de razón directo. (axb=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Procedimiento 4
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
				Tarea 8	Multiplicativo de razón inverso. (a÷b=?)	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Procedimiento 4
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
Pensamiento Variacional	Patrones regularidades y covariación.	DBA 8 Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.	Variación	Tarea 9	Variación numérica	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento
				Tarea 10	Variación geométrica	Procedimiento 1
						Procedimiento 2
						Procedimiento 3
						Otros procedimientos
						Procedimiento errado/sin procedimiento

Dentro de los objetivos del estudio está determinar el gusto Tabla 5, la velocidad y comprensión lectora del estudiante , en sus 3 niveles Literal, inferencial y crítico, además de indagar sobre aspectos que se relacionan con su entorno familiar y otros Tabla 6.

Tabla 5: Gusto por la Matemática y Lenguaje por Institución

	No Math	Si Math	No Leng	Si Leng
I.E. Ángel Ma. Paredes	12	60	12	60
I.E. San Gerardo	7	35	6	36

Tabla 6: Variables base de datos

Variable	opciones	Variable	opciones	Variable	opciones
Institución	1- Rural 0- Urbana	**Leer** **(le gusta leer)**	1: Si 0: No	**Math** **(le gustan las matemáticas)**	1: Si 0: No
Estudiante	Nombre del estudiante	**Vel** **(velocidad)**	M: Muy Lento L: Lento O: Óptimo R: Rápido	**t1**	1: Correcta 0: Incorrecta
Genero	1: Masculino 0: Femenino	**calidad**	A: Silabeo B: Sin sentido C: Con errores D: Sin errores	**t2**	1: Correcta 0: Incorrecta
t_aula	1: Multigrado 0: Regular	**p1**	1: Correcta 0: Incorrecta	**t3**	1: Correcta 0: Incorrecta
p_año	1: Si 0: No	**p2**	1: Correcta 0: Incorrecta	**t4**	1: Correcta 0: Incorrecta
A_casa	1: Si 0: No	**p3**	1: Correcta 0: Incorrecta	**t5**	1: Correcta 0: Incorrecta
Familia **(vivir con los dos padres)**	1: Si 0: No	**p4**	1: Correcta 0: Incorrecta	**t6**	1: Correcta 0: Incorrecta
		p5	1: Correcta 0: Incorrecta	**t7**	1: Correcta 0: Incorrecta
		p6	1: Correcta 0: Incorrecta	**t8**	1: Correcta 0: Incorrecta
		literal	p1+p2	**t9**	1: Correcta 0: Incorrecta
		inferencial	P3+p4	**t10**	1: Correcta 0: Incorrecta
		crítico	p4+p5	**Resul_math**	t1+t2+t3+t4+t5+t6+t7+t8+t9+t10

9. Referentes Teóricos

9.1. Modelos de Regresión

Cuando se habla de modelamiento estadístico, lo que primero se viene a la mente es la palabra *Regresión*, pero para poder hacer mención a esta palabra se deben tener a mano una serie de elementos de caracter teórico, los cuales van desde el concepto de variable aleatoria hasta el de distribución de probabilidad. Siguiendo a Arthanari y Dodge (1981, [16] pp. 3) "el análisis de regresión está relacionado con el problema de predecir una variable llamada *dependiente*, notada Y, sobre la base de información provista por ciertas variables llamadas *independientes*. Una función $f(X_1, X_2, \cdots, X_p)$ de variables independientes $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \cdots, X_p)$ es llamada un predictor de la variable dependiente Y."
A las variables independientes también se les denomina variables explicativas, predictoras ó covariables. Cuando el modelo usado para explicar la variable dependiente, en términos de las variables independientes asume una relación lineal, se habla de un modelo de regresión lineal, de otra forma se llamaría modelo de regresión *no lineal*. La aproximación clásica de regresión por *Mínimos Cuadrados* consiste en minimizar la suma de los cuadrados de las desviaciones, entre el modelo estimado por la ecuación y el valor observado de la variable dependiente Y. Si se supone la relación lineal entre dos variables Y y X, se tiene:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon \tag{1}$$

donde β_0 y β_1 representan el intersecto y la pendiente de la línea recta que representa la ecuación, y en este caso son parámetros desconocidos que se deben estimar y ϵ representa el ruido ó la distancia entre un valor de los datos y la recta de ajuste. Gauss propuso que el ruido es una variable aleatoria con media cero y varianza constante, es decir $E(\epsilon) = 0$ y $Var(\epsilon) = \sigma^2$. Si en la ecuación (1) se tuvieran p variables independientes:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p + \epsilon \tag{2}$$

se habla de un modelo de regresión lineal múltiple, las condiciones para ϵ son las mismas que para el modelo de regresión lineal simple. La estimación de los parámetros $\{\beta_j\}$ en forma clásica se realiza mediante *Mínimos Cuadrados* y *Máxima Verosimilitud*. Además teoricamente se puede demostrar que si $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ para cada observación en el modelo, se llega a las mismas estimaciones. Si se tienen observaciones $(Y_i; X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{ip})$, con $i = 1, 2, \cdots, n$, otra manera de representar el modelo de regresión lineal múltiple (2) es:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j X_{ij} + \epsilon_i \quad con \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

Y en forma matricial:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \epsilon \quad con \quad \epsilon \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 I_n) \tag{4}$$

En la anterior expresión $\mathbf{X} = (\mathbf{1}, \mathbf{X}_1, \ldots, \mathbf{X}_p)$ y $\mathbf{X}_i = (1, x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip})$. También $\beta' = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p)$ y $\epsilon' = (\epsilon_1, \epsilon_2 \ldots, \epsilon_n)$.

9.1.1. Estimación de Parámetros

El método de mínimos cuadrados para estimar el vector de parámetros β, consiste en minimizar $\sum_{i=1}^{n} {\epsilon_i}^2$ con respecto a β esto es minimizar la norma cuadrática $\epsilon'\epsilon = \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta\|^2$. Esta forma cuadrática se puede escribir:

$$\epsilon'\epsilon = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)$$

realizando los productos en la anterior expresión, se tiene:

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\beta'\mathbf{X}'\mathbf{Y} + \beta'\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta$$

Diferenciando parcialmente esta forma cuadrática con respecto a β e igualando la derivada parcial a cero, se tiene:

$$-2\mathbf{X}'\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = 0$$

la cual simplificada es:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{5}$$

estas son las llamadas *e*cuaciones normales. Si $\mathbf{X}$ es de rango k, en donde $k = p + 1$, entonces la matriz $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ es definida positiva y por tanto no singular, en consecuencia se tiene una solución única:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{6}$$

Entonces para cualquier β se tiene:

$$(\mathbf{Y} \text{ - } \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta) = \left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta + \mathbf{X}(\hat{\beta} - \hat{\beta})\right]'\left[\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta + \mathbf{X}(\hat{\beta} - \hat{\beta})\right]$$

$$= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) + (\hat{\beta} - \beta)'\mathbf{X}'\mathbf{X}(\hat{\beta} - \beta)$$

$\geq (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})$.

lo cual muestra claramente que el mínimo de $(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)$ es $(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})$ y se obtiene cuando $\beta = \hat{\beta}$.

9.1.2. Modelo estimado y residuos

Una vez obtenido el estimador de *m*ínimos cuadrados para el modelo de regresión lineal múltiple, el modelo estimado es:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\beta} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{7}$$

a la matriz $\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$ se le conoce como matriz hat (sombrero), se nota $\mathbf{H}$. Esta a su vez satisface una serie de propiedades importantes, a saber:

1. $\mathbf{H}$ es simétrica, esto es, $\mathbf{H}' = \mathbf{H}$.

2. $\mathbf{H}$ es idempotente, $\mathbf{H}'\mathbf{H} = \mathbf{H}\mathbf{H}' = \mathbf{H}$.

3. $Traza(\mathbf{H}) = \sum_{i=1}^{n} h_{ii} = k$, el número de parámetros del modelo.

4. $(\mathbf{I} - \mathbf{H})$, donde $\mathbf{I}$ es la idéntica de orden n hereda las propiedades (1) y (2) de la matriz $\mathbf{H}$, no obstante su traza es $n - k$.

5. La matriz $(\mathbf{I} - \mathbf{H})$ es ortogonal a la matriz $\mathbf{X}$, esto es, $(\mathbf{I} - \mathbf{H}).\mathbf{X} = \mathbf{0}$

Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo estimado se puede escribir:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}\mathbf{Y} \tag{8}$$

El vector de residuos es la diferencia entre el modelo observado y el modelo estimado:

$$\mathbf{r} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \mathbf{HY} = (\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y} \tag{9}$$

9.1.3. Algunos supuestos y resultados importantes

Según Graybill (1976, [17]) en el modelo matricial (4), si las variables independientes $\mathbf{X}_j$ que componen la matriz $\mathbf{X}$ son no aleatorias, además $E(\epsilon) = 0$ y $\mathbf{cov}(\epsilon) = \Sigma$, la relación especifica un *Modelo Lineal General*. Si por su parte las variables independientes $\mathbf{X}_j$ son aleatorias, $\mathbf{Y}$ y $\mathbf{X}$ tienen distribución conjunta y la estimación de los parámetros se realiza en la distribución condicional $(\mathbf{Y}|X = x)$, se está frente a un *Modelo de Regresión* propiamente dicho. En este modelo hay dos importantes supuestos para el error:

1. **Caso 1.** $E(\epsilon) = 0$ y $\mathbf{cov}(\epsilon) = \Sigma$.

2. **Caso 2.** $\epsilon \sim \mathbf{N}_n(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I})$.

Sea el modelo (4) con los supuestos del Caso 2, se obtienen los siguientes resultados:

1. $\hat{\beta}$ es el estimador de máxima verosimilitud de β.

2. $\hat{\sigma}^2 = [1/(n-k)]\mathbf{Y}'(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{Y}$ es el estimador de máxima verosimilitud de σ^2.

3. $\hat{\beta} \sim \mathbf{N}_k\big(\beta, (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\big)\sigma^2$.

4. $(n-k)\hat{\sigma}^2/\sigma^2 \sim \chi^2_{(n-k)}$.

5. $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}^2$ son independientes.

6. $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}^2$ son estadísticas suficientes para β y σ^2.

7. $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}^2$ son estadísticas completas.

8. $\mathbf{r} \sim \mathbf{N}_n\big(\mathbf{0}, (\mathbf{I}-\mathbf{H})\sigma^2\big)$.

9. $\mathbf{r}$ y $\hat{\beta}$ son independientes.

Es de aclarar que los resultados del teorema anterior son exactamente iguales a los resultados obtenidos mediante el método de mínimos cuadrados, para el modelo (4) bajo los supuestos Caso 2, en otras palabras, bajo el supuesto de normalidad de los errores, la estimación de parámetros y resultados posteriores, bajo los métodos de mínimos cuadrados y máxima verosimilitud coinciden.

9.2. Influencia Local

Tal como lo señala Paula (2004, [18]), uno de los métodos más modernos de diagnóstico fué propuesto por Cook (1987, [19]). La idea básica consiste en estudiar el comportamiento de alguna medida particular de influencia según pequeñas perturbaciones (influencia local), en los datos de un modelo. Esto es, verificar la existencia de puntos que sobre modificaciones modestas en el modelo, causan variaciones desproporcionales en los resultados. Supóngase que el logaritmo de la función de verosimilitud para el parámetro β se exprese de la siguiente forma:

$$L_{\delta}(\beta; \mathbf{y}) = \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{n}} \delta_{\mathbf{j}} \mathbf{L}(\beta; \mathbf{y_j}) \tag{10}$$

en donde $L(\beta; \mathbf{y_j})$ es el logaritmo de la función de verosimilitud correspondiente a la j-ésima observación y δ_j es un tipo de perturbación, definida tal que $0 \leq \delta_j \leq 1$. Cuando $\delta_j = 1, \forall j$ significa que no hay perturbación en el modelo y cuando $\delta_j = 0$ significa que la j-ésima observación fué excluída. Una estimación de mínimos cuadrados, bajo la estructura (23) es dada por:

$$\hat{\beta_{\delta}} = (\mathbf{X^T \Delta X})^{-1} \mathbf{X^T \Delta y}$$

donde $\mathbf{\Delta} = diag\{\delta_{\mathbf{1}}, \delta_{\mathbf{2}}, \ldots, \delta_{\mathbf{n}}\}$. En particular cuando apenas la i-ésima observación es perturbada, esto es, cuando $\delta_i = \delta$ y $\delta_j = 1$ para $j \neq i$ se muestra que

$$\hat{\beta_{\delta}} = \hat{\beta} - \frac{(1-\delta) r_i}{\{1 - (1-\delta) h_{ii}\}} (\mathbf{X^T X})^{-1} \mathbf{x_i}. \tag{11}$$

Para $\delta = 0$, o sea que el i-ésimo punto es excluído (2) queda expresada en forma simplificada

$$\hat{\beta_{(\mathbf{i})}} = \hat{\beta} - \frac{r_i}{(1 - h_{ii})} (\mathbf{X^T X})^{-1} \mathbf{x_i} \tag{12}$$

que es bastante conocida en Regresión Lineal normal (Cook y Weisberg, [20]). La medida de influencia más conocida está en la región de confianza para el parámetro β,

$$(\hat{\beta} - \beta)(\mathbf{X^T X})(\hat{\beta} - \beta) \leq \mathbf{p s^2 F_{p,(n-p)}}(\alpha)$$

que para el caso $p = 2$ es un elipsoide de $\mathbf{R}^2$ centrado en $\hat{\beta}$. Tal medida, conocida como distancia de Cook es definida por:

$$D_\delta = \frac{(\hat{\beta} - \hat{\beta}_\delta)(\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{X}))(\hat{\beta} - \hat{\beta}_\delta)}{ps^2} \tag{13}$$

y mide cuánta perturbación $\delta = (\delta_\mathbf{1}, \delta_\mathbf{2}, \ldots, \delta_\mathbf{n})^\mathbf{T}$ aleja $\hat{\beta}_\delta$ de $\hat{\beta}$, según la métrica $(\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{X})$. Por ejemplo, si $D_\delta > F_{p,(n-p)}(1-\alpha)$, significa que una perturbación está distorsionando el contorno de la elipse a un nivel de significancia menor que α . En particular, cuando el i-ésimo punto es excluído, la distancia de Cook queda expresada en la forma:

$$\begin{aligned} D_i &= \frac{(\hat{\beta} - \hat{\beta}_\mathbf{i})(\mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{X}))(\hat{\beta} - \hat{\beta}_\mathbf{i})}{ps^2} \\ &= \left\{ \frac{r_i}{s(1-h_{ii})^{\frac{1}{2}}} \right\}^2 \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \frac{1}{p} \\ &= t_i^2 \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \frac{1}{p} \end{aligned}$$

Por tanto D_i será grande cuando el i-ésimo punto es aberrante (t_i grande) o cuando h_{ii} es próximo a 1. La distancia D_i podrá no ser adecuada cuando r_i sea grande y h_{ii} pequeño. En este caso, s^2 podrá quedar inflado y no se tendría ninguna compensación por parte de h_{ii}, D_i puede quedar pequeño. Una medida supuestamente más apropiada fué propuesta por Belsley, Kuh y Welsch (1980,[21]):

$$\begin{aligned} DFFITS_i &= \frac{|r_i|}{s_{(i)}(1-h_{ii})^{\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= |t_i^*| \left\{ \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Como el valor esperado de h_{ii} es $\frac{p}{n}$ parece razonable dar más atención a aquellos puntos tales que

$$DFFITS_i \geq 2\left\{\frac{p}{n-p}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

Aparentemente D_i y $DFFITS_i$ serían medidas de influencia competitivas, una vez que $DFFITS_i$ parece ser más adecuada para validar la influencia en las estimaciones de los coeficientes de un punto aberrante con h_{ii} pequeño.

Atkinson (1985, [?]) propone una alternativa a los DFFITS que se definen para la i-ésima observación como:

$$C_i = \left\{\frac{(n-p)}{p}\frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})}\right\}$$

9.2.1. Criterios de Información

La validez y calidad de un GLM se mide a través de la función *desvío* y los criterios de información.

- **Criterio de información de Akaike:** mide la calidad relativa del ajuste de un modelo estadístico a un conjunto de datos:

  $$\mathbf{AIC} = 2\,k - 2\,log(\mathbf{L})$$

  en donde k es el número de parámetros del modelo y $\mathbf{L}$ es el máximo valor de la función de verosimilitud. Se prefiere el modelo con menor **AIC**.

- **Criterio de información de Bayes:** criterio para la selección de un modelo, entre un conjunto finito de modelos,

$$\mathbf{BIC} = -2\,ln(\mathbf{L}) + k\,ln(n)$$

al tener dos modelos, se prefiere el que menor **BIC** tenga.

- **Criterio de información de Hannan - Quinn:** es un criterio alternativo al **AIC**, se define:

$$\mathbf{HQC} = n\,log\left(\frac{\mathbf{RSS}}{n}\right) + 2\,k\,log\,log(n)$$

en donde **RSS** es la reducción en sumas de cuadrados del error del modelo estimado.

9.3. Modelos Lineales Generalizados

Propuestos por Nelder y Wedderburn (1972, [4]). Los modelos lineales clásicos de regresión y análisis de varianza forman el subconjunto más pequeño de modelos lineales generalizados. Un modelo lineal generalizado, sin pérdida de generalidad se puede notar como una terna $(Y, \eta, g(\cdot))$, en donde

- Y representa la variable respuesta, la cual puede ser de escala, de conteos, binaria o eventos en ensayos. Se supone que los factores son categóricos. Las covariables, la ponderación de escala y el desplazamiento se suponen que son de escala. Puede ser de valor real ó un vector. Se llama *Componente* *aleatoria*, las observaciones deben ser independientes. La variable aleatori Y, debe pertenecer a la *familia exponencial.*

- El predictor lineal η, se puede escribir $\eta_i = \mathbf{x_{ij}}\,\beta_\mathbf{j}$, si se refiere a la observación i ó $\eta = \mathbf{X}\,\beta$, si se refiere a la totalidad de las observaciones. Se llama *Componente sistemática*

- La función de enlace $g(\mu_i) = \eta_i$ relaciona la media de la componente aleatoria con la componente sistemática. Es una función contínua, suave y diferenciable, además $g^{-1}(\eta_i) = \mu_i = E(Y_i)$, cuando $i = 1, 2, \ldots, n$.

Para que la componente aleatoria Y pertenezca a la familia exponencial, su densidad debe ser:

$$f(y_i, \theta_i, \phi) = exp\big[\phi\{y_i\theta_i - b(\theta_i)\} + c(y_i, \phi)\big]$$

donde b y c son funciones arbitrarias, ϕ es un parámetro de dispersión y θ_i es conocido como el parámetro canónico de la distribución.

$$E(Y_i) = \mu_i = b'(\theta_i) \quad y \quad var(Y_i) = \phi^{-1}\,V_i; \quad V_i = \frac{\partial\mu_i}{\partial\theta_i}$$

Cuando el parámetro canónico θ_i coincide con la componente sistemática η_i, las distribuciones se llaman distribuciones de *enlace canónico*.

Distribución	Normal	Binomial	Poisson	Gamma	N.Inversa
Enlace	$\mu = \eta$	$log\left\{\frac{\mu}{1-\mu}\right\}$	$log\mu = \eta$	$\mu^{-1}{=}\eta$	$\mu^{-2}{=}\eta$

Tabla 7: Distribuciones de enlace canónico

9.3.1. Estimación de Parámetros en un GLM

La estimación de parámetros en un GLM se realiza por *Máxima Verosimilitud*, utilizando el algoritmo de *Newton-Raphson-Fisher*, el cual se aplica directamente al gradiente ó vector de primeras derivadas parciales sobre los parámetros de la función logaritmo de verosimilitud. Es un proceso iterativo que conlleva al estimador:

$$\beta^{(m+1)} = \beta^{(m)} + \mathbf{K}^{-1}(\beta^{(m)})\}U(\beta^{(m)})$$

con $m = 0, 1 \cdots$. Al realizar un poco de álgebra se llega a un proceso de mínimos cuadrados reponderados:

$$\beta^{(m+1)} = (\mathbf{X}^T\,\mathbf{W}^{(m)}\,\mathbf{X})^{-1}\,\mathbf{X}^T\,\mathbf{W}^{(m)}\,\mathbf{z}^{(m)}$$

com $m = 0, 1, \cdots$ y $\mathbf{z} = \eta + \mathbf{W}^{-1/2}\,\mathbf{V}^{-1/2}\,(\mathbf{y} - \mu)$ es una variable dependiente modificada.

Sen y Singer (1993, [**?**], Cap. 7) afirman que bajo condiciones de regularidad , el estimador de máxima verosimilitud de $\hat{\beta}$ es un estimador consistente y eficiente de β. esto significa:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) \longrightarrow_d \; N_p(\mathbf{0}, \Sigma^{-1}(\beta)) \quad \textit{cuando} \quad n \longrightarrow \infty$$

Además

$$\Sigma(\beta) = \lim_{n\to\infty} \frac{\mathbf{K}(\beta)}{n}$$

siendo $\Sigma(\beta)$ una matriz definida positiva.

9.3.2. Función Desvío

La función *desvío* sin pérdida de generalidad representa la discrepancia entre la verosimilitud del modelo saturado con n parámetros y el modelo estimado con p parámetros. Si se representa el logaritmo de verosimilitud para el modelo estimado por

$$L(\mu; \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{n} L(\mu_i; y_i)$$

se sabe que $\mu_i = g^{-1}(\eta_i)$ y $\eta_i = \mathbf{X}_i^T \beta$. Para el modelo saturado ($p = n$) la función logaritmo de verosimilitud es:

$$L(\mathbf{y}; \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{n} L(y_i; y_i)$$

La calidad del ajuste de un GLM se evalúa a través de la función *desvío*:

$$D^*(\mathbf{y}; \hat{\mu}) = \phi\, D(\mathbf{y}; \hat{\mu}) = 2\{L(\mathbf{y}; \mathbf{y}) - L(\hat{\mu}; \mathbf{y})\}$$

Interesantes propiedades de la función desvío pueden ser consultadas en Jorgensen (1987, [**?**]).

9.3.3. Estimación del parámetro de dispersión ϕ

Se puede demostrar que los parámetros β y ϕ son ortogonales, esto se evidencia en $E\left[\partial^2 L(\beta; \phi; \mathbf{y}) / \partial\, \beta\, \partial\, \phi\right] = 0$. Una consecuencia inmediata es la independencia asintótica entre sus estimaciones $\hat{\phi}$ y $\hat{\beta}$. Al derivar el logaritmo de verosimilitud con respecto al parámetro ϕ e igualando a cero, se llega a la solución:

$$\sum_{i=1}^{n} c'(y_i, \hat{\phi}) = \frac{1}{2}\, D(\mathbf{y}; \hat{\mu}) - \sum_{i=1}^{n} \{y_i \hat{\theta_i}^{\,0} - b(\hat{\theta_i}^{\,0})\}$$

donde $D(\mathbf{y}; \hat{\mu})$ representa la función desvío sobre el modelo bajo investigación.

La estimación de máxima verosimilitud para ϕ en los modelos normal e inversa gaussiana están dados por: $\hat{\phi} = n/D(\mathbf{y}; \hat{\mu})$. Para la distribución gamma es

$$2n\{log(\hat{\phi}) - \psi(\hat{\phi})\} = D(\mathbf{y}; \hat{\mu})$$

en donde $\psi(\phi) = \Gamma'(\phi)/\Gamma(\phi)$ es una función digamma.

Un estimador preferido de ϕ está basado en la estadística de Pearson

$$\hat{\phi}^{-1} = \sum_{i=1}^{n} \{(y_i - \hat{\mu_i})/\hat{\mu_i}\}^2/(n-p)$$

La condición para este estimador es que β debe haber sido estimado consistentemente.

9.3.4. Hipótesis

En este documento sólo se hace referencia a hipótesis simples. Supóngase que se desea probar la hipótesis:

$$H_0: \ \beta = \beta^0 \quad versus \quad H_1: \ \beta \neq \beta^0$$

en donde β^0 es un vector p-dimensional conocido y ϕ también se asume conocido. Las siguientes pruebas son utilizadas en GLMs:

- **Prueba de Razón de Verosimilitud:** se define

$$\epsilon_{RV} = 2\{L(\hat{\beta}; \mathbf{y}) - L(\beta^0; \mathbf{y})\}$$

Esta estadística se define como la diferencia entre dos funciones desvío:

$$\epsilon_{RV} = \phi\{D(\mathbf{y};\hat{\mu}^0) - D(\mathbf{y};\hat{\mu})\}$$

- **Prueba de Wald:** utiliza la estadística:

$$\epsilon_W = \left[\hat{\beta} - \hat{\beta}^0\right]^T \hat{Var}(\hat{\beta}) \left[\hat{\beta} - \hat{\beta}^0\right]$$

donde $\hat{Var}(\hat{\beta})$ representa la matriz de varianzas-covarianzas asintótica de $\hat{\beta}$ estimada en $\hat{\beta}$. Para GLMs $\hat{Var}(\hat{\beta}) = \mathbf{K}^{-1}(\hat{\beta})$, así que la estadística se puede reescribir:

$$\epsilon_W = \left[\hat{\beta} - \hat{\beta}^0\right]^T (\mathbf{X}^T\,\hat{\mathbf{W}}\,\mathbf{X}) \left[\hat{\beta} - \hat{\beta}^0\right]$$

cuando el número de parámetros es igual a 1 la prueba de Wald es equivalente a una prueba t de Student.

- **Prueba Score:** conocida también como la prueba de Rao y se define cuando $U(\hat{\beta}) = 0$. Para GLMs se define:

$$\epsilon_{SR} = \phi^{-1}\mathbf{U}(\beta^{\mathbf{0}})^T(\mathbf{X^T}\hat{\mathbf{W}}_{\mathbf{0}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{U}(\beta^{\mathbf{0}})$$

en donde $\hat{W}_0$ es estimada sobre H_0.

- **Prueba F:** esta prueba se define con base en la función desvío, esto es

$$F = \frac{\{D(\mathbf{y};\hat{\mu}^0) - D(\mathbf{y};\hat{\mu})\}/p}{D(\mathbf{y};\hat{\mu})/(n-p)} \sim F_{p,(n-p)} \quad \textit{cuando} \quad \phi \longrightarrow \infty$$

Finalmente y sobre la hipótesis nula se tiene que ϵ_{RV}, ϵ_W y $\epsilon_{SR} \sim \chi^2_p$ y una región de confianza basada en la prueba de Wald para β y con $(1-\alpha)$ de confianza es:

$$(\hat{\beta} - \beta)^T(\mathbf{X}^T\,\hat{\mathbf{W}}\,\mathbf{X})(\hat{\beta} - \beta) \leq \phi^{-1}\chi^2_p(1-\alpha)$$

9.4. Modelos Aditivos Generalizados (GAM)

Siguiendo a Rigby et.al (2005, [7]), las técnicas de suavización se hicieron muy populares a finales de los años 80s. Hastie y Tibshirani (1990, [6]) introdujeron los GLM en esa franja. Wood (2000, [5]) contribuyó enormemente a su teoría y desarrollo.

Un modelo aditivo generalizado GAM es definido por:

$$\mathbf{Y} \quad ind\sim \quad \xi\,(\mu, \phi)$$

$$\eta = g(\mu) = \mathbf{X}\,\beta + \mathbf{s}_1(\mathbf{x}_1) + \mathbf{s}_2(\mathbf{x}_2) + \cdots, + \mathbf{s}_J(\mathbf{x}_J)$$

donde $\mathbf{s}_j$ es una función suave no paramétrica, aplicada a la covariable $\mathbf{x}_j$. La idea es llevar los datos a determinar la relación entre el predictor $\eta = g(\mu)$ y las variables explicativas, antes que forzarlos a una relación lineal ó polinomial. Los términos de suavizamiento introducen no linealidad en el modelo. La estimación de parámetros en este tipo de modelos es una versión *penalizada* de la estimación para GLMs.

9.5. Modelos Aditivos de Localización, Escala y Forma (GAMLSS)

Los Modelos Aditivos Generalizados de Localización, Escala y Forma fueron propuestos inicialmente por Rigby y Stasinopoulos (2005). Se definen:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{Y} ind {\sim} \mathbf{D}\,(\mu,\sigma,\nu,\tau) \\
&\eta_1 \quad = \quad g(\mu) \quad = \quad \mathbf{X}_1\,\beta_1 + \mathbf{s}_{11}(\mathbf{x}_{11}) + \mathbf{s}_{12}(\mathbf{x}_{12}) + \cdots, + \mathbf{s}_{1J_1}(\mathbf{x}_{1J_1}) \\
&\eta_2 \quad = \quad g(\sigma) \quad = \quad \mathbf{X}_2\,\beta_2 + \mathbf{s}_{21}(\mathbf{x}_{21}) + \mathbf{s}_{22}(\mathbf{x}_{22}) + \cdots, + \mathbf{s}_{2J_2}(\mathbf{x}_{2J_2}) \\
&\eta_3 \quad = \quad g(\nu) \quad = \quad \mathbf{X}_3\,\beta_3 + \mathbf{s}_{31}(\mathbf{x}_{31}) + \mathbf{s}_{32}(\mathbf{x}_{32}) + \cdots, + \mathbf{s}_{3J_3}(\mathbf{x}_{3J_3}) \\
&\eta_4 \quad = \quad g(\tau) \quad = \quad \mathbf{X}_4\,\beta_4 + \mathbf{s}_{41}(\mathbf{x}_{41}) + \mathbf{s}_{42}(\mathbf{x}_{42}) + \cdots, + \mathbf{s}_{4J_4}(\mathbf{x}_{4J_4})
\end{aligned}
$$

Los parámetros ν y τ hacen referencia a la asimetría y curtosis de la distribución de los datos representados por la variable respuesta $\mathbf{Y}$. La estimación de parámetros en este tipo de modelos es similar a la de los GAMs.

9.5.1. Ventajas de los GAMLSS

- Crear una distribución *nueva* es relativamente *fácil*.
- Cualquier distribución puede ser *truncada* a derecha ó a izquierda.
- Una versión *censurada* de cualquier distribución puede ser creada.
- Cualquier distribución puede ser mezclada para crear mezclas finitas.
- Distribuciones contínuas *discretizadas* pueden ser creadas para modelar variables respuesta.
- Cualquier distribución contínua en el intervalo $(-\infty, \infty)$ puede ser transformada a una distribución en el intervalo $(0, \infty)$ ó el intervalo $(0, 1)$.

9.6. Modelos de Rash

Los Modelos de Rash fueron propuestos por el matemático danés George Rash, en el año de 1960, impulsado por la denominada teoría clásica de los Test utilizados en Psicometría. Siguiendo a Prieto y Delgado (2002, [22]), un modelo de Rash presenta las siguientes dos condiciones:

1. El atributo que se desea medir puede representarse en una única dimensión, en las que se sitúan conjuntamente las personas y los ítems.
2. El nivel de la persona en el atributo y la dificultad del ítem, determinan la probabilidad de que la respuesta sea correcta. Si el control de la situación es adecuado, parece razonable representar esta situación mediante un modelo logístico.

$$ln\left(\frac{\pi_{is}}{1-\pi_{is}}\right) = (\theta_s - \beta_i) \tag{14}$$

la ecuación (14) indica que el cociente entre la probabilidad de una respuesta correcta y la probabilidad de una respuesta incorrecta a un ítem $\left(\frac{\pi_{is}}{1-\pi_{is}}\right)$, es una función de la diferencia en el atributo entre el nivel de la persona, o el sujeto, θ_s y el nivel del ítem β_i. Así, la probabilidad de obtener una respuesta correcta del sujeto s, al ítem i, es:

$$\pi_{is} = \frac{e^{(\theta_s-\beta_i)}}{1-e^{(\theta_s-\beta_i)}} \tag{15}$$

Con base en la ecuación anterior también se puede calcular la probabilidad de obtener una respuesta incorrecta y el *Odds Ratio*, que determinan los chances de obtener una respuesta correcta frente a una respuesta incorrecta del sujeto s al ítem j.

10. Análisis de Datos

Con base en la información obtenida mediante la base de datos, se cruzan las variables gusto por la matemática con gusto por la lectura y se obtuvo la siguiente tabla de contingencia (Tabla 8). Aplicamos un modelo de Regresión

Tabla 8: Gusto por Matemática y Lectura

	No me gusta la lectura	Me gusta la lectura
No me gusta la matemática	6	13
Me gusta la matemática	12	83

Logística a la anterior información por medio de la ecuación:

$$log\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = \eta_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\,\beta_j \quad con \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{16}$$

en donde π_i representa la probabilidad de que al sujeto i le guste la matemática y $1 - \pi_i$ es la probabilidad de que al individuo i no le guste la matemática, pero si le gusta la lectura. Se obtienen los siguientes resultados: De acuerdo a la tabla

Tabla 9: Modelo Logístico Estimado

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)	Significancia
(Intercept)	0.69	0.50	1.39	0.17	
Var21	1.16	0.58	1.99	0.05	*

9 se puede evidenciar que $e^{1,16} = 3,18$, lo cual significa que por cada estudiante que le gusta la lectura hay un poco más de dos estudiantes a quienes les gusta

la matemática. También se puede estimar la proporción poblacional estimada media de un estudiante que prefiere la matemática:

$$\hat{\mu}_i = \frac{e^{1,16}}{1 + e^{1,16}} = 0{,}7613 \quad con \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

La Figura 1 representa la Influencia Local ó la bondad de ajuste del modelo estimado, en ella se evidencia que los cuantiles residuales respetan el rango $[-2, 2]$, tanto para la media como para la varianza, la densidad empírica de los residuos es normal leptocúrtica y se podría pensar que mas bien sería una mezcla de dos normales, además la recta de ajuste tiene tendencia lineal. Se evidencia la presencia de algunos datos atípicos, principalmente en los extremos, los cuales no superan los 5 individuos. Para este tipo de modelo sólo es posible utilizar el enlace *logit*, los demás enlaces no se pueden utilizar debido a la naturaleza de los datos. Con las especificaciones anteriores se puede concluir que el modelo logístico es aplicable y por lo tanto es satisfactorio para el conjunto de datos bajo estudio.

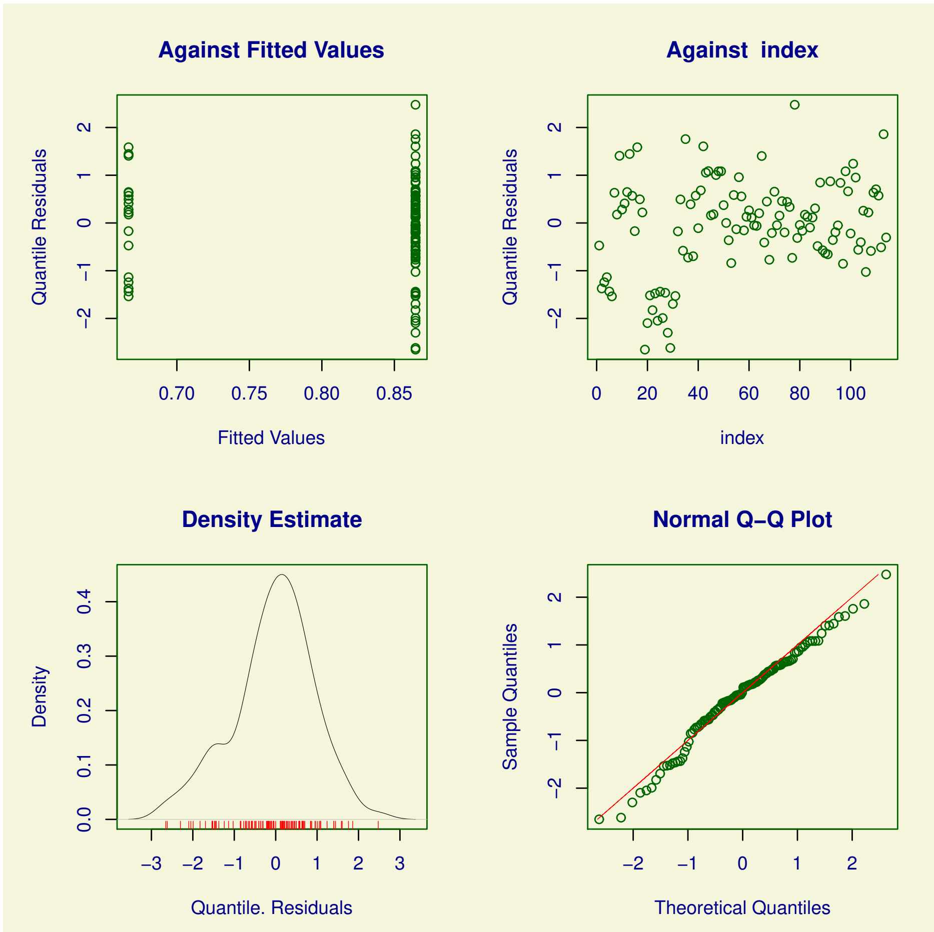


Figura 1: Bondad de ajuste del modelo gusto por áreas

Una segunda tabla de contingencia permite ajustar un modelo *logit*, el cual permite verificar los *Odds ratio* de una categoría llamada *baseline* con respecto a las demás. Para este subconjunto de datos se plantea un modelo log lineal con distribución de Poisson, el cual se puede plantear de la siguiente forma:

$$log\Big(\frac{\pi_{ij}}{\pi_{ic}}\Big) = log\Big(\frac{\mu_{ij}}{\mu_{ic}}\Big) = log(\mu_{ij}) - log(\mu_{ic}) = \lambda_j^Y - \lambda_c^Y; \quad j = 1, 2, \cdots, c-1$$

Tabla 10: Cruce variables aula. género y velocidad de lectura

Tipo de Aula	Género	Velocidad			
		M	L	O	R
Multigrado	Femenino	7	7	1	1
Multigrado	Masculino	4	3	1	2
Regular	Femenino	7	15	3	25
Regular	Masculino	7	9	4	24

A λ_j^Y se le llama el efecto debido a las columnas, el cual no depende de las filas.

El modelo resultante de la tabla anterior es:

Al realizar un análisis de los resultados anteriores, se puede evidenciar que la

Tabla 11: Estimación del modelo anidado: Aula, Género, Velocidad de lectura

Parámetro	Estimate	Std. Error	z value	Pr(>|z|)	Significancia
(Intercept)	1.7973	0.3758	4.78	0.0000	$***$
ta1	0.9733	0.4264	2.28	0.0224	$*$
velM	-1.1725	0.6448	-1.82	0.0690	$\cdot$
velO	-2.0365	0.8931	-2.28	0.0226	$*$
velR	-1.5259	0.7045	-2.17	0.0303	$*$
ta1:velR	1.9617	0.7109	2.76	0.0058	$**$

interacción tipo de aula 1 con velocidad Rápida es significativa, esto se escribe:

$$log\left(\frac{\hat{\mu_{1..}}}{\hat{\mu_{.,4}}}\right) = 1{,}9617X_{1,4}$$

de donde se puede extraer el *Odds Ratio* entre el tipo de aula 1 y la velocidad rápida que es:

$$e^{1,9617} = 7{,}11$$

Lo cual significa que cada vez que un alumno tenga velocidad rápida, existe la posibilidad de que 6 estudiantes que tengan esta habilidad, pueden pertenecer a la escuela urbana.

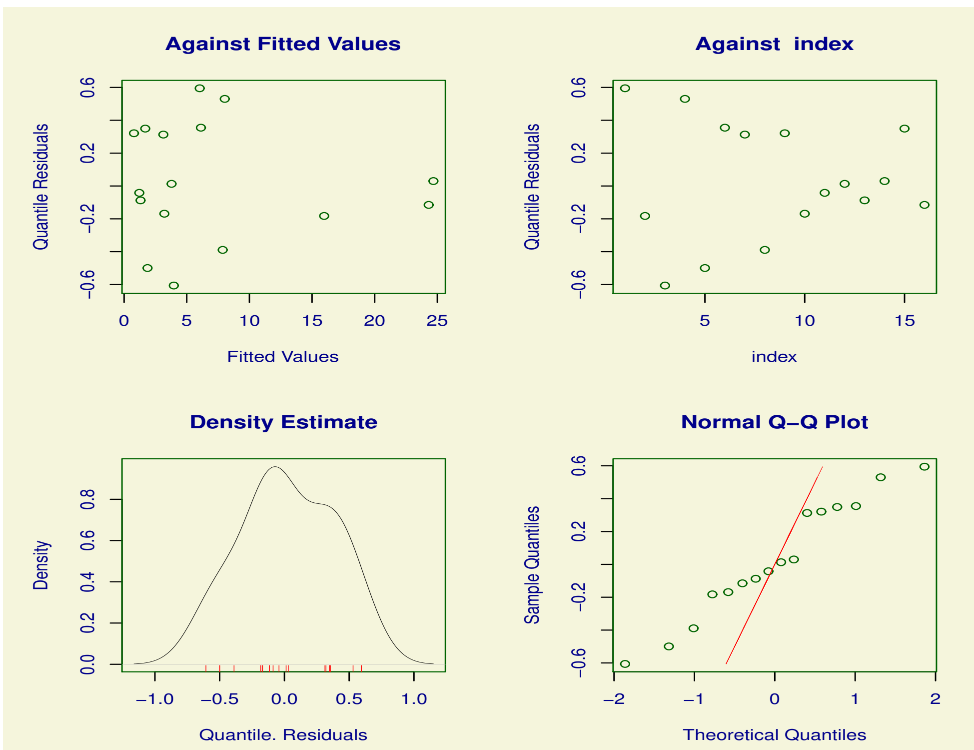


Figura 2: Gráfico Modelo anidado

10.1. Aplicación de un modelo de Rash

Con el propósito de evidenciar la importancia que tiene el modelamiento estadístico, se tomaron como base los datos en la prueba de lectura y se pretende estimar la función de distribución empírica correspondiente a 6 preguntas formuladas al estudiante. Este procedimiento se realiza con las librerías *eRm*, *ltm* y *difR*, del paquete *R*, mediante los cuales se obtienen las estimaciones de los parámetros θ_s del sujeto y β_i del Item o pregunta. Dichas estimaciones se representan con a_s y b_i. La siguiente tabla muestra dichas estimaciones:

Tabla 12: Parámetros Modelo de Rash

Item	a_s	b_i
1	-1.435	2.07
2	-0.776	0.932
3	0.018	2.283
4	0.475	1.329
5	0.461	1.410
6	0.885	1.269

Con base en la tabla 12, se puede, como ejemplo, calcular la probabilidad de que un estudiante conteste correctamente la pregunta ó Item 6

$$\pi_{s\,6} = \frac{e^{(0,885-1,269)}}{1+e^{(0,885-1,269)}} = 0{,}4051$$

es decir existe una probabilidad de aproximadamente 0,41 de contestar correctamente el Item 6, mientras que la probabilidad de no contestar correctamente el Item 6 es 0,59, lo cual equivale a un *Odds ratio* de 0,69. Es decir los chances u oportunidades de que un estudiante conteste correctamente el Item 6, con respecto al de no contestarlo es de 0,69.

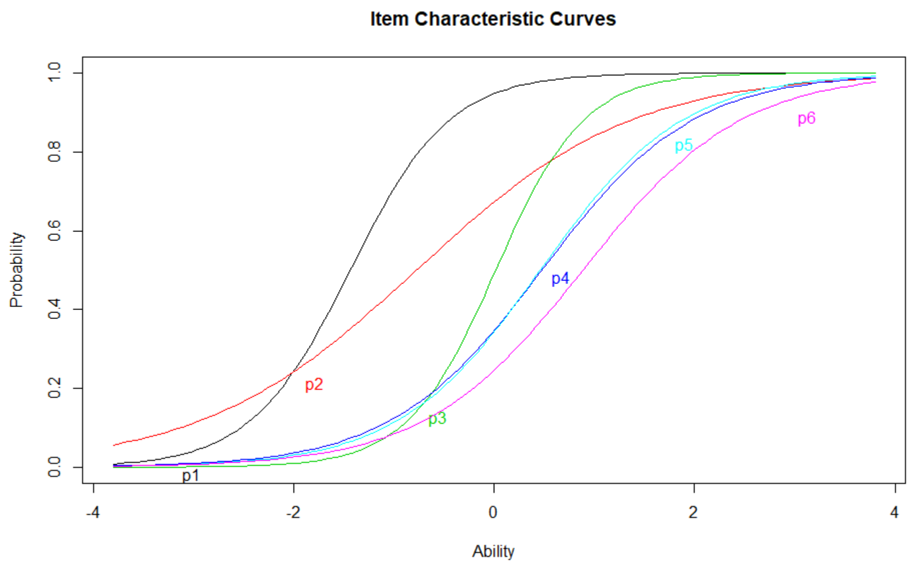


Figura 3: Distribución de Probabilidad Modelo de Rash

11. Conclusiones

El presente trabajo ha permitido obtener las siguientes conclusiones:

- Los estudiantes de la parte urbana tienen mayor comprensión lectora en la parte literal e inferencial a comparación de los estudiantes de zonas rurales, esto quiere decir que un estudiante con un buen nivel de velocidad de lectura, tiene más comprensión lectora.
- En el modelo logístico, se evidencia que por cada estudiante que le gusta la lectura hay un poco más de dos estudiantes a quienes les gusta la matemática.
- Las tareas de estructura aditiva de composición y transformación son las de mayor competencia entre los estudiantes, a diferencia de la estructura aditiva de composición inversa y multiplicativa de razón inversa.
- Para un subconjunto de datos se plantea un modelo log lineal con distribución de Poisson, en donde la interacción tipo de aula 1 con velocidad Rápida es significativa, lo cual significa que cada vez que un alumno tenga velocidad rápida, existe la posibilidad de que 6 estudiantes que tengan esta habilidad y pueden pertenecer a la escuela urbana.
- Los modelos de Rash, permiten flexibilizar información de grandes conjuntos de respuestas binarias, a la vez permiten calibrar de una manera estadística y eficiente preguntas relacionadas con cualquier área de interés.

- La bondad de ajuste de los modelos estadísticos estimados, permitió determinar las habilidades lectoras y matemáticas de los estudiantes del grado tercero de las instituciones educativas rural y urbana.

12. Recomendaciones

Es importante proponer estrategias de lectura para mejorar los resultados encontrados en los niños de grado 3.

Implementar plan lector una hora a la semana.

Aplicación de simulacros de pruebas tipo saber (5 preguntas semanales) Informar a los padres de familia de los resultados encontrados y reflexionar sobre el acompañamiento en casa.

Leer 20 minutos diarios en familia, haciendo motivante el proceso, medir la velocidad lectora y hacer preguntas a nivel literal.

Compartir el fin de semana de una lectura, con el tema recomendado en clase.

Estar pendiente de los niños y acompañarlos en las tareas y refuerzo. Reflexionar con los acudientes, que es necesario mayor intervención en los niños que poseen un núcleo familiar diferente a los dos padres.

Con la ayuda de orientación escolar, se brindarán talleres sobre el manejo de emociones y ambiente familiar, dirigido a estudiantes y a acudientes. Intensificar en los planes de aula el desarrollo de las competencias de pensamiento variacional.

Realizar las modificaciones pertinentes en comité de área para garantizar una mayor intensidad del pensamiento variacional. Implementar en los planes de mejoramiento y de apoyo actividades para reforzar las tareas matemáticas con mayor dificultad, aplicadas en la resolución de problemas.

Proyecto "Tienda escolar". Reflexionar con la comunidad educativa, que la lectura es la base para tener competencia en cualquier área, esto implica un enfoque de lectura a nivel institucional.

Aplicar desde todas las áreas estrategias de lectura, informar a todos los Docentes sobre los niveles de velocidad y compresión lectora, para estar acordes y exigir al mismo ritmo.

Desarrollar un Concurso de fluidez y comprensión Lectora a nivel institucional.

Implementar el Calendario matemático

Bibliografía

[1] Eisenhart, C. *Roger Joseph Boscovitch and the Combination of Observation in Whyte L.L.* Fordham University Press, New York, 1961.

[2] Graybill, F.A. *An Introduction to Linear Statistical Models*. McGraw-Hill, New York, 1961.

[3] Scheffé, H.*The Analysis of Variance*. Jhon Wiley & Sons Inc., New York, 1959.

[4] Nelder, J.A. and Wedderburn, R.W.M. *Generalized Linear Models*. Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General). Vol. 135, No. 3, pp. 370-384, 1972.

[5] Wood, S.N. (2000). *Generalized Additive Models: an introduction with R.* Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science, London.

[6] Hastie, T.J. and Tibshirani, R.J. *Generalized Additive Models*. CRC Press, Chapman & Hall, London, 1990.

[7] Rigby, R.A. and Stasinopoulos, D.M. «Generalized Additive Models for location, scale and shape», *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, **54**(3), págs. 251–258, 2005.

[8] Espinoza Pastén, Laura Marjorie. *Relación entre el desarrollo de habilidades lingüísticas y el aprendizaje matemático en educación infantil y educación primaria: estudio longitudinal.* .(2007)

[9] López Durán, M.S. *La fluidez lectora en el primer ciclo de educación primaria.*,(2013)

[10] Rojano, Teresa.*La matemática escolar como lenguaje: nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. Enseñanza de las Ciencias, vol. 12, no 1, p. 045-56, 1994*

[11] Todos a Aprender 2.0 *https://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-propertyvalue-48336.html.*.(2018)

[12] Calero, Andrés Mª Shaila *Fluidez lectora y evaluación formativa.*,(2013)

[13] Castro, E., Rico, L., Romero *Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. En: Enseñanza de las ciencias. No. 15, vol. 3.*.(1997)

[14] Duval, R. *Argumentar, demostrar, explicar:¿ continuidad o ruptura cognitiva?. Grupo Editorial Iberoamérica, 1999.*

[15] Rico, L. *Investigación sobre errores de aprendizaje. En: Educación matemática. España: Universidad de Granada.*.(1997)

[16] Arthanari, T.S. and Dodge, Y. *Mathematical Programming in Statistics.* John Wiley & Sons Inc., New York, 1981.

[17] Graybill, F.A.*Theory and Applications of the Linear Models*. Duxbury/Brooks Cole, Toronto, 1976.

[18] Paula, G.A. *Modelos de Regressao com apoio computacional.* Universidade de Sao Paulo, USP, 2013.

[19] Cook, R.D. (1986). Assessmen of local influence (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*. B **48**, 133-169.

[20] Cook, R. D. e Weisberg, S. *Residuals and Influence in Regression.* Chapman and Hall, London, 1982.

[21] D.A. BELSLEY, E. KUH, R.E. WELSCH (1980) : Regression Diagnonostics.New York: Wiley.

[22] Prieto, G. and Delgado, A.R. (2003). Análisis de un test mediante el modelo de Rasch. *Psicothema*. B **1**, 94-100.

13. Anexos

- Anexo 1. Momento 1.Caracterización de Matemáticas.
- Anexo 2. Momento 2.Caracterización de Matemáticas (trabajo en equipo).
- Anexo 3. Caracterización de Procedimientos utilizados por los estudiantes de 3° en el área de Matemáticas. Instrucciones y acciones a desarrollar.
- Anexo 4. Prueba de Caracterización del Nivel de Fluidez y Comprensión Lectora en estudiantes de 3°- Instrucciones y acciones a desarrollar.

Anexo 1.

Momento 1. Caracterización de Matemáticas.

Nombre del estudiante: ____

LOS MEDIOS DE TRANSPORTE

Un grupo de estudiantes de tercer grado se encuentra investigando sobre los diferentes medios de transporte que son utilizados por los niños y los adultos para desplazarse a la escuela. Te invitamos a ser parte de este grupo de estudiantes y realizar las tareas que se proponen a continuación:

Tarea 1:

En un bus escolar hay 17 niñas y 15 niños, ¿cuántos niños y niñas hay en total en el bus escolar?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ________________

Tarea 2:

A la escuela llegan un total de 38 estudiantes en moto, de estos 14 estudiantes son de tercer grado, ¿cuántos estudiantes de otros grados llegan en moto?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ________________

Tarea 3:

En un bus escolar se suben en la primera parada 16 estudiantes y en la segunda parada se suben 13 estudiantes, ¿cuántos estudiantes van en el bus en ese momento?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ________________

Tarea 4:

En un bus escolar viajan 21 profesores, antes de llegar a la escuela se bajan 9 profesores, ¿cuántos profesores quedan en el bus?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ________________

Tarea 5:

Carlitos se demora 15 minutos para llegar a la escuela y Sergio se demora 10 minutos más que Carlitos, ¿cuántos minutos se demora Sergio en llegar a la escuela?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________

Tarea 6:

Juanito se demora 17 minutos para llegar a la escuela y María se demora 5 minutos menos que Juanito, ¿cuántos minutos se demora María en llegar a la escuela?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________

Tarea 7:

A Juanito le dijeron que a la escuela llegan 3 buses escolares y que en cada bus van 32 estudiantes ¿Cuántos estudiantes van en total en los 3 buses?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________

Tarea 8:

Para transportar 12 profesores a la escuela se contrataron 3 carros. Si todos los carros llevan la misma cantidad de profesores ¿cuántos profesores transporta cada carro?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________

Todos a Aprender 2.0

5 años

Anexo 2.

Momento 2.Caracterización de Matemáticas (trabajo en equipo).

todos a aprender 2.0

MINEDUCACIÓN

TODOS POR UN NUEVO PAÍS
PAZ EQUIDAD EDUCACIÓN

Nombres de los estudiantes: ______________________________________

____

Tarea 9:

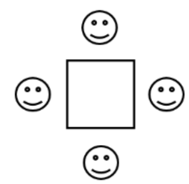
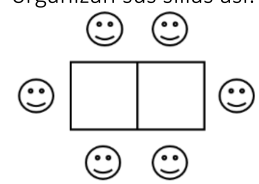
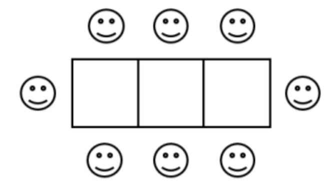
Frente al colegio hay seis vehículos entre buses y carros. Juanito contó las llantas de los buses y los carros, y le dio un total de 28 llantas. Si los buses tienen 6 llantas y los carros tienen 4 llantas, ¿cuántos buses hay? y ¿cuántos carros hay?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________________________

Tarea 10:

En la biblioteca de la escuela los estudiantes de tercer grado se organizan de la siguiente forma:

Cuando hay 1 sola mesa, los estudiantes organizan sus sillas así:  **Una mesa**	Cuando hay 2 mesas unidas, los estudiantes organizan sus sillas así:  **Dos mesas**	Cuando hay 3 mesas unidas, los estudiantes organizan sus sillas así:  **Tres mesas**

¿cuántos estudiantes se pueden organizar cuando hay 5 mesas unidas?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________________________

Anexo 3.

Caracterización de Procedimientos utilizados por los estudiantes de 3° en el área de Matemáticas. Instrucciones y acciones a desarrollar.

CARACTERIZACIÓN DE PROCEDIMIENTOS UTILIZADOS POR LOS ESTUDIANTES DE 3° EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

LOS MEDIOS DE TRANSPORTE

Un grupo de estudiantes de tercer grado se encuentra investigando sobre los diferentes medios de transporte que son utilizados por los niños y los adultos para desplazarse a la escuela.

Te invitamos a ser parte de este grupo de estudiantes y realizar las tareas que se proponen a continuación:

Caracterización de procedimientos utilizados por los estudiantes de 3° en el área de matemáticas.

Se plantea una situación basada en los diferentes medios de transporte que utilizan tanto los adultos como los niños en contextos urbanos y rurales para llegar a la escuela. Se desea invitar a los estudiantes a ser parte de la experiencia de un grupo de niños que pertenecen al grado tercero y que están interesados por indagar sobre un tema en particular.

Las tareas que se proponen hacen parte de las preguntas que la mayoría de los estudiantes se pueden realizar a la luz de un proyecto sobre los medios de transporte escolar, los costos, tiempo de desplazamiento. La intención es involucrar a los estudiantes para que ellos puedan realizar procedimientos propios que le permitan dar soluciones a algunas tareas relacionadas con el pensamiento numérico y el pensamiento variacional.

Reconocer los procedimientos de los estudiantes permitirá a los docentes identificar formas distintas de interpretar, razonar y representar para enriquecer las estrategias que él utiliza al abordar los ejemplos en el aula de clases y definir algunas acciones con miras en fortalecer los aprendizajes en los estudiantes.

La aplicación del primer momento del instrumento se realiza de forma individual con las tareas 1,2,3, 4, 5, 6, 7 y 8; y el segundo momento de forma grupal con las tareas 9 y 10. No necesariamente tiene un límite de tiempo, lo importante es identificar los procedimientos usados por los estudiantes y analizar los aprendizajes que han adquirido en la solución de problemas.

TAREA 1: Problema aditivo de composición.

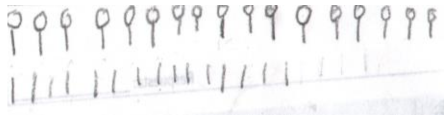
En un bus escolar hay 17 niñas y 15 niños, ¿cuántos niños y niñas hay en total en el bus escolar?

Escribe la forma como lo resolvería:

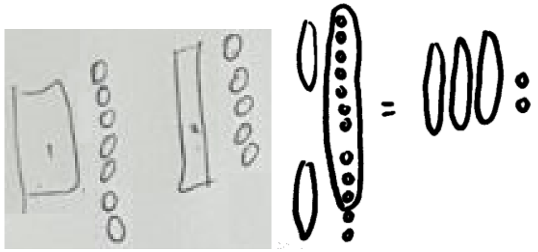
Respuesta: __________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

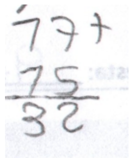
Procedimiento 1:



Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:
Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.
Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:
Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:
Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis de otros procedimientos:
Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3.

Procedimientos errados/sin procedimiento:
Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una resta en lugar de una suma u otra operación que nos permite llegar a la solución. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2 o 3 se equivoca en el resultado. No realiza la agregación (reunir todas las cantidades), además no agrupa. Utiliza un procedimiento errado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

- Pida a los estudiantes el desarrollo de la operación utilizando material concreto o a través de la representación gráfica. La estrategia que se puede privilegiar es el conteo para obtener el total de la colección.
- Solicite a los estudiantes utilizar el material manipulativo en base 10 y letreros con los valores de posición para hacer y representar la suma. Realice sumas donde se cambie 10 unidades por una decena.
- Proponga a los estudiantes realizar sumas sin utilizar material manipulativo.
- Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=rPejhuNXB6w
- Guía PREST grado 2º "Las galletas para la abuela". Centro de aprendizaje 3: ¡Sopla, sopla, lobo!
- Guía PREST grado 3º "La aventura del oro". Centro de aprendizaje 4: Yo calculo, tú calculas...nosotros sumamos.
- Portal Colombia Aprende: Construcción del algoritmo de la suma. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90905

TAREA 2: Problema aditivo de composición.

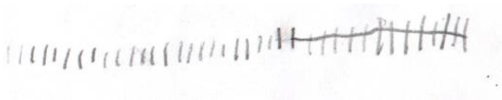
A la escuela llegan un total de 38 estudiantes en moto, de estos 14 estudiantes son de tercer grado, ¿cuántos estudiantes de otros grados llegan en moto?

Escribe la forma como lo resolvería:

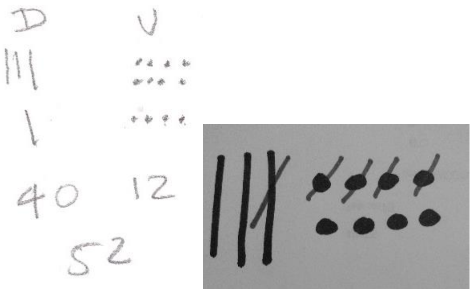
Respuesta: ___________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

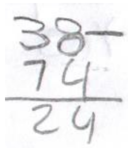
Procedimiento 1:



Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:

Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.

Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:

Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:

Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis de otros procedimientos:

Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3

Procedimientos errados/sin procedimiento:

Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una suma en lugar de una resta u otra operación que nos permite llegar a la solución. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2 o 3 se equivoca en el resultado. Utiliza un procedimiento errado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

- Disponga de material concreto para que los estudiantes realicen la operación usando el conteo para obtener la respuesta.
- Solicite a los estudiantes que representen de manera gráfica las cantidades para obtener la respuesta.
- Pida a los estudiantes que usen material manipulativo en base 10 y letreros con los valores de posición para hacer y representar restas por medio de descomposiciones.
- Proponga a los estudiantes realizar restas sin utilizar material manipulativo.
- Materiales sugeridos: Regletas de cuisenaire, ábacos.
- Guía PREST grado 3º "La aventura del oro". Centro de aprendizaje 4: Yo calculo, tú calculas...nosotros restamos.
- Portal Colombia Aprende: Identificación del algoritmo de la resta. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90907

TAREA 3: Problema aditivo de transformación.

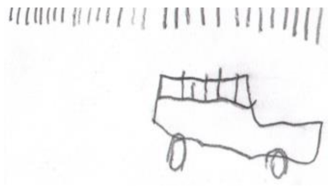
En un bus escolar se suben en la primera parada 16 estudiantes y en la segunda parada se suben 13 estudiantes, ¿cuántos estudiantes van en el bus en ese momento?

Escribe la forma como lo resolvería:

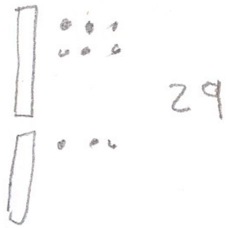
Respuesta: ___________________

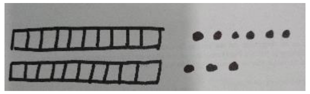
¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

Procedimiento 1:

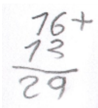


Procedimiento 2:





Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:

Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.

Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:

Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:

Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis de otros procedimientos:

Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2, 3 o 4.

Procedimientos errados/sin procedimiento:

Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una resta en lugar de una suma u otra operación que nos permite llegar a la solución. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2 o 3 se equivoca en el resultado. No realiza la agregación (reunir todas las cantidades), además no agrupa. Utiliza un procedimiento errado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

- Pida a los estudiantes el desarrollo de la operación utilizando material concreto o a través de la representación gráfica. La estrategia que se puede privilegiar es el conteo para obtener el total de la colección.
- Solicite a los estudiantes utilizar el material manipulativo en base 10 y letreros con los valores de posición para hacer y representar la suma. Realice sumas donde se cambie 10 unidades por una decena.
- Proponga a los estudiantes realizar sumas sin utilizar material manipulativo.
- Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=1vECVLo6m1s
- Portal Colombia Aprende: Construcción del algoritmo de la suma. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90905
- Guía PREST grado 2º “Las galletas para la abuela”. Centro de aprendizaje 3: ¡Sopla, sopla, lobo!. Guía PREST grado 3º “La aventura del oro”. Centro de aprendizaje 4: Yo calculo, tú calculas...nosotros sumamos.
- Construcción del algoritmo de la suma. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90905

TAREA 4: Problema aditivo de transformación.

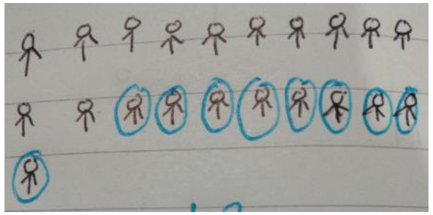
En un bus escolar viajan 21 profesores, antes de llegar a la escuela se bajan 9 profesores, ¿cuántos profesores quedan en el bus?

Escribe la forma como lo resolvería:

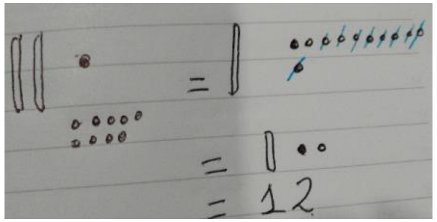
Respuesta: ___________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

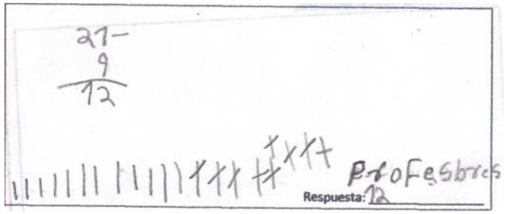
Procedimiento 1:



Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:

Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.

Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:

Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:

Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis de otros procedimientos:

Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3.

Procedimientos errados/sin procedimiento:

Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una suma en lugar de una resta u otra operación que nos permite llegar a la solución. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2 o 3 se equivoca en el resultado.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

- Disponga de material concreto para que los estudiantes realicen la operación usando el conteo para obtener la respuesta.
- Solicite a los estudiantes que representen de manera gráfica las cantidades para obtener la respuesta.
- Pida a los estudiantes que usen material manipulativo en base 10 y letreros con los valores de posición para hacer y representar restas por medio de descomposiciones.
- Proponga a los estudiantes realizar restas sin utilizar material manipulativo.
- Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=c75lUKsD_Ks
- Guía PREST grado 3º "La aventura del oro". Centro de aprendizaje 4: Yo calculo, tú calculas...nosotros restamos.
- Portal Colombia Aprende: Identificación del algoritmo de la resta. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90907

TAREA 5: Problema aditivo de comparación.

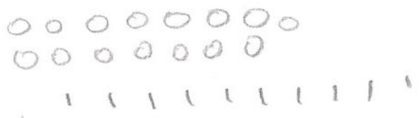
Carlitos se demora 15 minutos para llegar a la escuela y Sergio se demora 10 minutos más que Carlitos, ¿cuántos minutos se demora Sergio en llegar a la escuela?

Escribe la forma como lo resolvería:

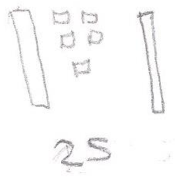
Respuesta: __________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

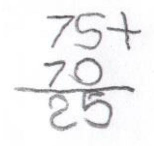
Procedimiento 1:



Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:

Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.

Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:

Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:

Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis de otros procedimientos:

Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3

Procedimientos errados/sin procedimiento:

Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una resta en lugar de una suma u otra operación que nos permite llegar a la solución. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2 o 3 se equivoca en el resultado. No realiza la agregación (reunir todas las cantidades), además no agrupa. Utiliza un procedimiento errado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

- Pida a los estudiantes el desarrollo de la operación utilizando material concreto o a través de la representación gráfica. La estrategia que se puede privilegiar es el conteo para obtener el total de la colección.
- Solicite a los estudiantes utilizar el material manipulativo en base 10 y letreros con los valores de posición para hacer y representar la suma. Realice sumas donde se cambie 10 unidades por una decena.
- Proponga a los estudiantes realizar sumas sin utilizar material manipulativo.
- Guía PREST grado 2º “Las galletas para la abuela”. Centro de aprendizaje 4: La batalla.
- Guía PREST grado 2º “Las galletas para la abuela”. Centro de aprendizaje 3: ¡Sopla, sopla, lobo!
- Guía PREST grado 3º “La aventura del oro”. Centro de aprendizaje 4: Yo calculo, tú calculas...nosotros sumamos.
- Portal Colombia Aprende: Construcción del algoritmo de la suma.
  http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90905

TAREA 6: Problema aditivo de comparación.

Juanito se demora 17 minutos para llegar a la escuela y María se demora 5 minutos menos que Juanito, ¿cuántos minutos se demora María en llegar a la escuela?

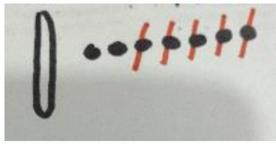
Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________

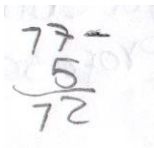
¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

Procedimiento 1:

Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:
Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.
Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:
Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:
Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis de otros procedimientos:
Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3

Procedimientos errados/sin procedimiento:
Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una suma en lugar de una resta u otra operación que nos permite llegar a la solución. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2 o 3 se equivoca en el resultado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

- Disponga de material concreto para que los estudiantes realicen la operación usando el conteo para obtener la respuesta.
- Solicite a los estudiantes que representen de manera gráfica las cantidades para obtener la respuesta.
- Pida a los estudiantes que usen material manipulativo en base 10 y letreros con los valores de posición para hacer y representar restas por medio de descomposiciones.
- Proponga a los estudiantes realizar restas sin utilizar material manipulativo.
- Vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=zkQIWk_rA0Y
- Guía PREST grado 3º "La aventura del oro". Centro de aprendizaje 4: Yo calculo, tú calculas...nosotros restamos.
- Portal Colombia Aprende: Identificación del algoritmo de la resta. http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/contenidoslo/90907

TAREA 7: Problema multiplicativo directo.

A Juanito le dijeron que a la escuela llegan 3 buses escolares y que en cada bus van 32 estudiantes ¿Cuántos estudiantes van en total en los 3 buses?

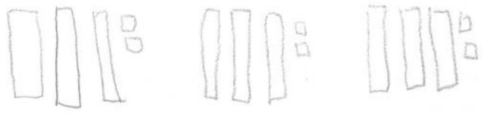
Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: __________________

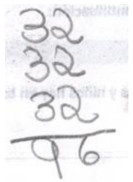
¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

Procedimiento 1:

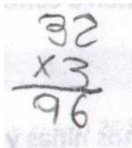
Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



Procedimiento 4:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:

Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.

Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:

Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:

Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis del procedimiento 4:

Utiliza operaciones o algoritmos formales para llegar al resultado atendiendo a la estructura multiplicativa.

Análisis de otros procedimientos:

Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2, 3 o 4.

Procedimientos errados/sin procedimiento:

Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una operación diferente a la multiplicación. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2, 3 o 4 se equivoca en el resultado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

Tenga a su disposición material concreto para que los estudiantes representen las cantidades si es necesario. Cuando los estudiantes no logren utilizar un procedimiento como el algoritmo de la multiplicación, procure indagar sobre un procedimiento aditivo o permita utilizar otras estrategias o procedimientos para que puedan llegar a la solución por sí mismos. Abra espacios para que los estudiantes puedan socializar sus procedimientos.

TAREA 8: Problema multiplicativo inverso.

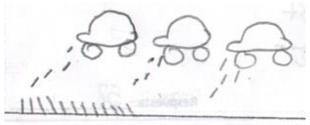
Para transportar 12 profesores a la escuela se contrataron 3 carros. Si todos los carros llevan la misma cantidad de profesores ¿cuántos profesores transporta cada carro?

Escribe la forma como lo resolvería:

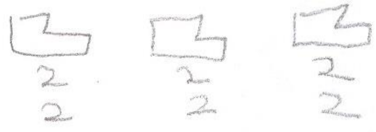
Respuesta: ___________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

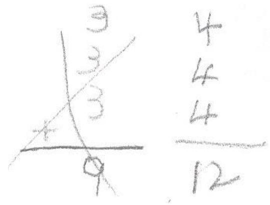
Procedimiento 1:



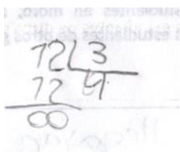
Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



Procedimiento 4:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:

Representa de forma concreta o gráfica cada uno de los elementos de la situación y los cuenta para resolver la tarea.

Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. (Evidencia del DBA).

Análisis del procedimiento 2:

Utiliza esquemas o símbolos para representar agrupaciones de números. Se vuelve menos dependiente de la presencia de los objetos para contar y resolver.

Análisis del procedimiento 3:

Utiliza operaciones o algoritmos para representar los datos de la situación y llegar al resultado, van abreviando procedimientos para hacer las cuentas y generando procesos aditivos.

Análisis del procedimiento 4:

Utiliza operaciones o algoritmos formales para llegar al resultado atendiendo a la estructura multiplicativa.

Análisis de otros procedimientos:

Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2, 3 o 4

Procedimientos errados/sin procedimiento:

Representa más o menos elementos y al hacer el conteo el resultado es errado. Deja de contar alguno de los elementos. Realiza una operación diferente a la multiplicación. Aunque utiliza cualquiera de los procedimientos 1, 2, 3 o 4 se equivoca en el resultado. No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

Tenga a su disposición material concreto para que los estudiantes representen las cantidades si es necesario. Cuando los estudiantes no logren utilizar un procedimiento como el algoritmo de la multiplicación, procure indagar sobre un procedimiento aditivo o permita utilizar otras estrategias o procedimientos para que puedan llegar a la solución por sí mismos. Abra espacios para que los estudiantes puedan socializar sus procedimientos. Permita utilizar a los estudiantes procedimientos de ensayo y error, dado que hace parte de la construcción de aprendizajes.

TAREA 9: Problema de variación numérica.

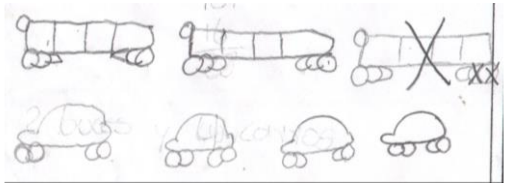
Frente al colegio hay seis vehículos entre buses y carros. Juanito contó las llantas de los buses y los carros, y le dio un total de 28 llantas. Si los buses tienen 6 llantas y los carros tienen 4 llantas, ¿cuántos buses hay? y ¿cuántos carros hay?

Escribe la forma como lo resolvería:

Respuesta: ___________________________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

Procedimiento 1:



Procedimiento 2:

hay 4 carro y 2 buses
en total es 28

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 16 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ 16 \\ \hline 28 \end{array}$$

Procedimiento 3:

16 | 4
0   4

12 | 6
0   2

$6 \times 2 = 12$ $4 \times 4 = 16$

$$\begin{array}{r} 12+ \\ 16 \\ \hline 28 \end{array}$$

¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis de procedimiento 1:
Identifica las variables que debe tener en cuenta para resolver la situación. Utiliza una representación pictórica o concreta para expresar las cantidades e identifica la regularidad que está presente. Identifica qué cambia y qué no cambia. Es posible que en su procedimiento utilice el conteo para llegar a la solución o que retome algunas imágenes de la misma situación planteada.

Análisis de procedimiento 2:
Reconoce las variables que debe tener en cuenta para resolver la situación y establece una relación entre ellas, conservando la dependencia del cambio de una cantidad con relación a la otra. Establece una solución de tipo esquemático, en la cual involucra las representaciones numéricas para agrupar cantidades según el análisis de la información dada. Se puede evidenciar que el estudiante reconoce una regularidad y la expresa manteniendo los cambios de una variable con relación a la otra.

Análisis de procedimiento 3:
Reconoce la regularidad que hay entre las variables y determina un patrón aditivo o multiplicativo que está presente entre las variables. Expresa el patrón cuando determina que hay algunos números que se repiten o se mantienen dentro de la secuencia.

Análisis de otros procedimientos:
Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3.

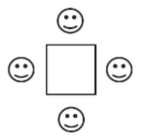
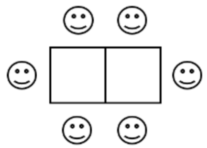
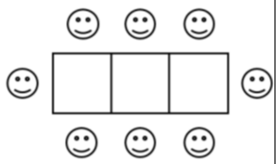
Procedimientos errados/sin procedimiento:
Utiliza procedimientos errados para resolver la situación.
No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?

Involucre a los estudiantes en tareas de variación desde las relaciones multiplicativas en contextos, en las cuales le implique al estudiante establecer correlación directa entre cantidades de dos magnitudes, por ejemplo: 1 helado cuesta 1.000, 2 helados cuestan 2000, 3 helados cuestan 30000 y pregunte por 10 helados. Proponga a los estudiantes elaborar tablas o dibujos en los que registren los valores que va tomando una cantidad cuando la otra varía.

TAREA 10: Problema de variación geométrica.

En la biblioteca de la escuela los estudiantes de tercer grado se organizan de la siguiente forma:

Cuando hay 1 sola mesa, los estudiantes organizan sus sillas así:	Cuando hay 2 mesas unidas, los estudiantes organizan sus sillas así:	Cuando hay 3 mesas unidas, los estudiantes organizan sus sillas así:
 **Una mesa**	 **Dos mesas**	 **Tres mesas**

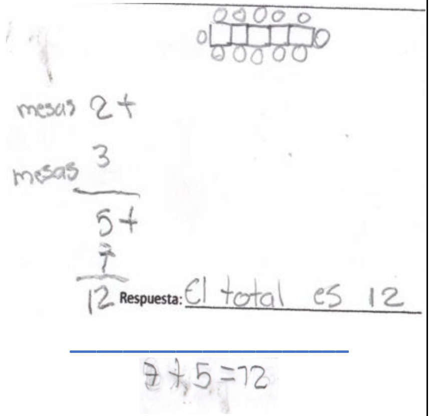
¿cuántos estudiantes se pueden organizar cuando hay 5 mesas unidas?

Escribe la forma como lo resolvería:

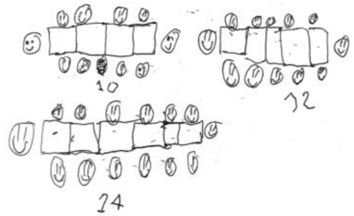
Respuesta: ______________________________________

¿Cuáles son los posibles procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para dar solución?

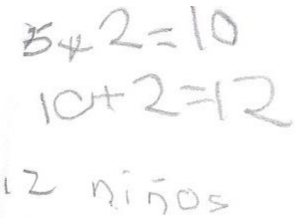
Procedimiento 1:



Procedimiento 2:



Procedimiento 3:



¿Qué saben los estudiantes de acuerdo con el procedimiento utilizado?

Análisis del procedimiento 1:
Identifica las variables que debe tener en cuenta para resolver la situación. Utiliza una representación pictórica o concreta para expresar las cantidades e identifica la regularidad que está presente. Identifica qué cambia y qué no cambia. Es posible que en su procedimiento utilice el conteo para llegar a la solución o que retome algunas imágenes de la misma situación planteada. El estudiante realiza un dibujo correcto de las 5 mesas siguiendo las invariantes y las particularidades cambiantes, lo resuelve realizando un conteo de los estudiantes basado en dibujo realizado.

Análisis del procedimiento 2:
Reconoce las variables que debe tener en cuenta para resolver la situación y establece una relación entre ellas, conservando la dependencia del cambio de una cantidad con relación a la otra. Establece una solución de tipo esquemático, en la cual involucra las representaciones numéricas para agrupar cantidades según el análisis de la información dada. Se puede evidenciar que el estudiante reconoce una regularidad y la expresa manteniendo los cambios de una variable con relación a la otra, por ejemplo, puede mencionar que por cada mesa que se unen se agregan dos niños más.

Análisis del procedimiento 3:
Reconoce la regularidad que hay entre las variables y determina un patrón aditivo o multiplicativo que está presente en una de las variables. Expresa el patrón cuando determina que hay algunos números que se repiten o se mantienen dentro de la secuencia.
El estudiante lo resuelve encontrando una generalidad: Multiplicando el número de mesas por dos y sumando dos niños de los extremos.

Análisis de otros procedimientos:
Utiliza un procedimiento diferente a los procedimientos 1, 2 o 3.

Procedimientos errados/sin procedimiento:
Utiliza procedimientos errados para resolver la situación.
No realiza ningún procedimiento.

¿Qué acciones se pueden desarrollar en el aula para fortalecer los aprendizajes relacionados con esta tarea?
Presente a los estudiantes secuencias numéricas y geométricas. Donde a partir de unas imágenes indentiquen ¿qué cambia? ¿qué no cambia? ¿cómo cambia? ¿cuánto cambia? y ¿qué va a pasar?. Proponga a los estudiantes elaborar tablas o dibujos en los que registren procedimientos para comunicar la forma de llegar a la solución.

Todos a Aprender 2.0

5 años

Anexo 4.

Prueba de Caracterización del Nivel de Fluidez y Comprensión Lectora en estudiantes de 3°- Instrucciones y acciones a desarrollar.

PRUEBA DE CARACTERIZACIÓN DEL NIVEL DEL FLUIDEZ Y COMPRENSIÓN LECTORA DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO

LECTURA EN VOZ ALTA

Primera aplicación

INSTRUCCIONES GENERALES PARA EL (LA) DOCENTE o EVALUADOR:

- Trabaje en forma individual con cada estudiante (quien también se denominará lector). Recuerde que el ambiente debe ser tranquilo y amable, lejos del ruido y de situaciones que desvíen al lector de su tarea.
- Tenga un cronómetro listo y en buen funcionamiento.
- Para iniciar el ejercicio, usted debe entregarle al estudiante el protocolo del lector (el texto que va a leer), el cual debe tener diligenciado el nombre completo del estudiante, el curso, el año escolar, la hora y la fecha del ejercicio.
- Explíquele que leerá un texto. Debe haber una ficha de registro por cada estudiante. (Los textos deben estar escritos en letra grande y a espacio 1,5)
- Indíquele al estudiante el momento en el que debe iniciar la lectura: “LEE EN VOZ ALTA, LO MEJOR QUE PUEDAS. INICIA YA” y active el cronómetro.
- El cronómetro se debe activar una vez el estudiante inicie el proceso de lectura.
- Se espera que el estudiante lea de 85 a 89 palabras por minuto, de ahí que usted como evaluador debe estar muy atento a marcar en la ficha de registro cuántas palabras alcanzó a leer el estudiante en un minuto y señalar los rasgos que caracterizan la calidad de la lectura.
- Al cumplirse el minuto, tome el registro, pero no desactive el cronómetro, deje que el estudiante continúe leyendo el texto hasta que se cumplan 5 minutos y detenga el cronómetro.
- En este caso, el texto tiene 118 palabras; es probable que, para leerlo en su totalidad, el evaluado requiera de más de un minuto. Ahora bien, si el lector lee o hace el ejercicio más rápido, termina el texto antes del minuto, usted debe detener el cronómetro y registrar en la ficha de información el tiempo transcurrido en la casilla correspondiente.
- Mientras el estudiante lee, usted no solo debe estar atento al número de palabras por minuto, sino también a registrar los rasgos de calidad. Esta información la debe consignar en las 5 columnas dispuestas para cada rasgo en la ficha de observación.
- Para medir la calidad de la lectura, usted debe ir marcando la manera como el estudiante va tejiendo las palabras o realizando el proceso lector. Usted debe anotar las omisiones de letras, cambios de palabra, las anomalías de acento, las faltas de pausas, y si hace o no autocorrección.
- Al finalizar la lectura, lleve a cabo la prueba de comprensión lectora que hace parte de esta caracterización.
- Utilice las fichas y la plantilla para calificar la velocidad, la calidad de la lectura en voz alta y la comprensión.

GLOSARIO

- **Velocidad de lectura:** ¿Cuántas palabras lee el estudiante por minuto?
- **Calidad de la lectura**: ¿El estudiante lee con fluidez, hace pausas y utiliza entonación?

Para entregar al niño o niña
PROTOCOLO DEL LECTOR

Nombre del (de la) niño(a):____

Grado: ________ Institución educativa: ________________________________

Día: ____ Mes: _____________Año: _____

Hora de inicio: ______ Hora de terminación: _________

La almohada

Soy muy bueno para dormir. De hecho, es lo mejor que sé hacer. Puedo dormir parado, después de la siesta echarme un sueñito, dormir en el bus durante el trayecto a la escuela. Por eso me apodan *el Cobijas*. Lo que nadie sabe es que tengo un secreto: duermo con la misma almohada desde que era chiquito.

Yo no sé si a fuerza de tanto babearla, de roncar sobre ella o de tanto pegar mi oreja a su funda, pero lo cierto es que mi almohada adquirió poderes extraños. Créanlo o no, la persona que duerme sobre ella puede pedirle soñar con el tema que quiera. Para que me crean, les voy a mostrar mi diario.

Texto tomado de: Mansour. V. (2012). *La almohada*. Colección Semilla

Para el (la) docente evaluador(a)
FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA VELOCIDAD Y LA CALIDAD DE LA LECTURA
Primera aplicación

-Velocidad: ¿Cuántas palabras lee por minuto?
-Calidad: ¿Lee con la fluidez, hace inflexión de voz, parafrasea las unidades de sentido, hace pausas y entonación?

Nombre del (de la) niño(a):____

Grado: _______ **Institución educativa:** ___________________________________

Día ____ **Mes** _____**Año**_____
Hora de inicio ______ **Hora de terminación de la lectura del texto**_________

Pídale al estudiante ***que empiece a leer el texto en voz alta. Active el cronómetro en el mismo momento en que el niño o niña inicia la lectura***. Mientras el estudiante lee el texto en voz alta, usted debe registrar los rasgos visibles del proceso y hacer el conteo de palabras.

Rasgos en el tejido de la lectura	**Número de palabras**	**Omisiones de letras**	**Cambios de palabras**	**Anomalías de acento***	**Faltas de pausas****	**Hace o no autocorrección**
La almohada	**2**					
Soy muy bueno para dormir. De hecho, es lo mejor que sé hacer.	**13**					
Puedo dormir parado, después de la siesta echarme un sueñito, dormir en el bus durante el trayecto a la escuela.	**20**					
Por eso me apodan *el Cobijas*. Lo que nadie sabe es que tengo un secreto: duermo con la misma almohada desde que era chiquito.	**24**					
Yo no sé si a fuerza de tanto babearla,	**9**					
de roncar sobre ella o de tanto pegar mi oreja a su funda,	**13**					
pero lo cierto es que mi almohada adquirió poderes extraños.	**10**					
Créanlo o no, la persona que duerme sobre ella puede pedirle soñar con el tema que quiera. Para que me crean, les voy a mostrar mi diario.	**27**					
TOTAL	**118**					

***Anomalías de acento: el estudiante pone acento en la sílaba que no corresponde. Ejemplo:persona, el estudiante lee "**per**sona" con el acento en la E.
** Falta de pausas: entre palabras o por omisión de signos de puntuación.

Después de leer el texto responda las siguientes preguntas:

1. Ubican información puntual del texto Según el personaje de la historia, lo que mejor sabe hacer es A. contar secretos. B. dormir. C. roncar. D. escribir diarios.	***2. Ubican información puntual del texto.*** El secreto del personaje consiste en que A. duerme en el bus durante el trayecto a la escuela. B. ronca mucho y babea la almohada con la que duerme. C. tiene una almohada que le regala sueños a las personas. D. duerme con la misma almohada desde que era chiquito.
3. Relacionan información para hacer inferencias de lo leído. En el enunciado: “dormir en el bus durante el trayecto a la escuela”, la palabra subrayada puede ser reemplazada por: A. Recorrido. B. Horario. C. Sendero. D. Plan.	***4. Relacionan información para hacer inferencias de lo leído.*** Del texto anterior se puede concluir que el personaje tiene un diario en el que: A. Registra las horas que dedica a dormir. B. Escribe los secretos de las personas. C. Escribe las cosas que sueña al dormir. D. Anota los deseos que quiere cumplir.
5. Evalúan y reflexionan acerca del contenido y la forma del texto. Por la manera como se expresa el personaje, podemos decir que es: A. Tímido y miedoso. B. Imaginativo y fantasioso. C. Aventurero y valiente. D. Grosero y provocador.	***6. Evalúan y reflexionan acerca del contenido y la forma del texto.*** De acuerdo con el texto, es posible afirmar que para el personaje los sueños son: A. Una oportunidad para sentirse bueno en algo. B. Una forma de soportar el aburrimiento. C. Una manera de vivir nuevas experiencias. D. Una excusa para escribir historias.

Para el (la) docente evaluador

FICHA DE CALIFICACIÓN DE LO OBSERVADO

Primera aplicación

-Velocidad: de acuerdo con el total de palabras leídas por minuto, sitúe al estudiante en el rango que le corresponde y mencione las anomalías encontradas.

NIVELES	NÚMERO DE PALABRAS POR MINUTO	OBSERVACIONES
RÁPIDO	Por encima de 89	
ÓPTIMO	Entre 85 y 89 palabras	
LENTO	Entre 61 y 84	
MUY LENTO	Por debajo de 60	

-Calidad: Señale con una X la lectura que hace el (la) estudiante según los rasgos y ubique el nivel en el que se encuentra el lector:

RASGO	NIVEL
El (la) estudiante lee lentamente, corta las unidades de sentido largas (palabras y oraciones) y prima el silabeo.	**A**
El (la) estudiante lee sin pausas ni entonación; lee palabra por palabra, sin respetar las unidades de sentido (oraciones).	**B**
En la lectura por unidades cortas el (la) estudiante ya une palabras formando oraciones con sentido, hace pausas, pero aún hay errores de pronunciación (omisiones, anomalías de acento) y entonación.	**C**
El (la) estudiante lee de forma continua, hace pausas y presenta una entonación adecuada al contenido. Respeta las unidades de sentido y la puntuación. Se perciben pocos errores de pronunciación (omisiones, anomalías de acento).	**D**

-SI EL (LA) ESTUDIANTE PRESENTA CATEGORÍAS DE CALIDAD MIXTAS, DEJE LA QUE PREDOMINA Y ACATE LA INSTRUCCIÓN ANTERIOR, SEGÚN EL CASO.

Para el (la) docente evaluador
Ficha de observación y registro del dominio de la comprensión
Primera aplicación

CLAVES
1. (B) – 2. (D) – 3. (A) - 4. (C) – 5. (B) – 6. (C)
Si el estudiante responde adecuadamente las dos primeras preguntas, el estudiante puede extraer información explícita de un texto. De no ser así, realice actividades con sus estudiantes en las que plantee preguntas de compresión de lectura donde indague por: qué, cómo, dónde, cuándo, por qué. Si el estudiante responde la tercera y la cuarta pregunta adecuadamente, el estudiante puede extraer información implícita de un texto. En caso contrario, realice actividades en las que plantee preguntas de compresión de lectura donde relacione diferentes partes del texto para deducir información. Por ejemplo: el título y el texto, las imágenes con el texto, un párrafo con otro, varias oraciones de un mismo párrafo, etc. Si el estudiante presenta dificultades al responder las preguntas cinco y seis, es importante trabajar actividades donde se indague por el contexto comunicativo del texto. Por ejemplo: quién lo escribe, para quién, con qué intención fue escrito, etc. También valdría la pena llevar al aula y mostrar a los estudiantes diversos tipos de texto: narrativos (el cuento), descriptivos (el retrato escrito), instructivos (la receta), argumentativos (la opinión), informativos (la noticia), etc.

Diseñado por: ICFES - Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación.
Adaptación para la aplicación del 2018 a cargo del Ministerio de Educación Nacional.
Proyectó publicación: Paola García.
Revisó: Equipo misional Programa Todos a Aprender.
Viviana Cortés, asesora de lenguaje área de calidad, Ministerio de Educación Nacional
Óscar David Ramírez, asesor de lenguaje Programa Todos a Aprender.
Mónica Ramírez Peñuela, Directora de Calidad - Viceministerio para la Educación Preescolar, Básica y Media.