Neiva, 27 de junio de 2018

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Wilman Duran Tovar, con C.C. No. 1075244331,

Mayda Lorena Cuellar Cerón, con C.C. No. 1075246746,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado PROPUESTA CURRICULAR BASADA EN EL PENSAMIENTO COMPLEJO COMO ESTRATEGIA PARA INCENTIVAR PROCESOS DE APRENDIZAJES SOBRE PRE-ALGEBRA EN EL GRADO SEXTO.

Presentado y aprobado en el año 2018 como requisito para optar al título de

MAGISTER EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma:

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Mayda Lorena Cuéllar Cerón

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Propuesta curricular basada en el pensamiento complejo como estrategia para incentivar procesos de aprendizajes sobre pre- algebra en el grado sexto.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Durán Tovar	Wilman
Cuellar Cerón	Mayda Lorena

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Montealegre Cárdenas	Mauro

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Vera Cuenca	Jasmidt

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Magister en estudios interdisciplinarios de la complejidad

FACULTAD: Ciencias Exactas y Naturales

PROGRAMA O POSGRADO: Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la complejidad

CIUDAD: Neiva **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2018 **NÚMERO DE PÁGINAS:** 87

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una **X**)**:**

Diagramas _x_ Fotografías _x_ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general_x_ Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros_x_

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: pdf

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*:

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español	Inglés	Español	Inglés
1. Pensamiento complejo	**Complex Thought**	**6.** Solución de problemas	**problem solving**
2. No linealidad	**Non linear**		
3. Currículo	**Curriculum**		
4. Representación	**Representation**		
5. Pre-algebra	**Pre-algebra**		

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Debido a las dificultades presentadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje del algebra, en cuanto a la conceptualización e interpretación de la variable y el simbolismo matemático, marcado en la transición de la aritmética al algebra. Este trabajo pretende justificar la necesidad de una propuesta curricular basada en la No linealidad y el pensamiento complejo que ayude a superar las dificultades mencionadas. A partir, de la aplicación de distintos modelos de representación, flexibilizando desde el inicio de la educación básica secundaria (sexto).

La metodología utilizada fue de tipo pre-experimental y se aplicó a veinte estudiantes de grado sexto del Colegio Maria Auxiliadora Altico-Neiva. De esta forma se transforman las prácticas de aula en beneficio del mejoramiento de los aprendizajes y las competencias algebraicas en la solución de problemas. Se logró que las estudiantes manipulen, conceptualicen, cree imágenes mentales y descubran que aprender matemáticas implica

desarrollar diversas estrategias y formas de abordar el conocimiento, no sólo consiste en memorizar, este aspecto puede incluso ser mínimo, resulta más importante el desarrollar la imaginación, la intuición matemática o la formulación de estrategias para resolver problemas.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

Due to the difficulties presented in the teaching-learning process of algebra, in terms of the conceptualization and interpretation of the variable and the mathematical symbolism, marked in the transition from arithmetic to algebra. This work aims to justify the need for a curricular proposal based on non-linearity and complex thinking that helps to overcome the difficulties mentioned. From the application of different models of representation, flexible from the beginning of secondary education (sixth).

The methodology was pre-experimental and was applied to the sixth grade of the Maria Auxiliadora Altico-Neiva School. In this way, classroom practices are transformed to the benefit of improving learning and algebraic skills in problem solving. It was possible for students to manipulate, conceptualize, create mental images and discover that learning mathematics involves developing different strategies and ways of approaching knowledge, not only memorizing, this aspect can even be minimal, it is more important to develop the imagination, the Mathematical intuition or the formulation of strategies to solve problems.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Mauro Montealegre Cárdenas

Firma:

Nombre Jurado: Edgar Montealegre Cárdenas

Firma:

Nombre Jurado: Christian Camilo Cortes García

Firma:

Universidad Surcolombiana

PROPUESTA CURRICULAR BASADA EN EL PENSAMIENTO COMPLEJO COMO ESTRATEGIA PARA INCENTIVAR PROCESOS DE APRENDIZAJES SOBRE PRE- ALGEBRA EN EL GRADO SEXTO

Wilman Durán Tovar
Mayda Lorena Cuéllar Cerón

Universidad Surcolombiana
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Programa: Maestrá en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad
Neiva, Colombia
2018

Universidad Surcolombiana

PROPUESTA CURRICULAR BASADA EN EL PENSAMIENTO COMPLEJO COMO ESTRATEGIA PARA INCENTIVAR PROCESOS DE APRENDIZAJES SOBRE PRE- ALGEBRA EN EL GRADO SEXTO

Wilman Durán Tovar
Mayda Lorena Cuéllar Cerón

Trabajo de investigación presentado como requisito para la obtención del título de
Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad.

Asesora: Mg. Jazmídt Vera Cuenca

Línea de investigación:
Pensamiento Complejo y la Pedagogía, holística en Educación.

Universidad Surcolombiana
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Programa: Maestrá en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad
Neiva, Colombia
2018

Nota de Aceptación

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Neiva, Abril de 2018

AGRADECIMIENTOS

A Dios, quien nos ha guiado y ha permitido esta maravillosa unión de vida, para compartir triunfos personales y profesionales. A nuestro hijo Thiago Nicolás Durán Cuéllar quien dinamiza, fortalece e inspira cada lapso de nuestras vidas.

A la Universidad Surcolombiana quien ha sido responsable de nuestra formación académica en Pregrado y Posgrado, En especial al Doctor Mauro Montealegre y la Magister Jazmín Vera Cuenca, por su entrega, paciencia, compromiso, conocimientos y experiencia han aportado suficiente en nuestra formación personal profesional.

A nuestra familia, en especial a nuestros padres por su comprensión, amor y sacrificios han hecho de este sueño una realidad y por sobre todo, por ser un maravilloso ejemplo de vida a seguir.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

Este trabajo pretende justificar la necesidad de una propuesta curricular basada en la No linealidad y el pensamiento complejo que ayude a superar las dificultades de la enseãnza-aprendizaje del algebra a partir, de la aplicación de distintos modelos de representación, flexibilizando desde el inicio de la educación básica secundaria (sexto).

Los componentes del diseño curricular se basan en cuatro etapas fundamentales:

I. Elaboración de metas y objetivos del currículo: referidos a la conceptualización sobre el manejo de la variable, y las prácticas de aula desarrollada por los educadores.

II. Contenidos: planteamiento de una estructura de desempeños, indicadores de desempeño, temas y subtemas propios del algebra desde una perspectiva NO lineal.

III. Metodología: guías de aprendizaje para el desarrollo de los contenidos planteadas desde modelos evolutivos de desarrollo conceptual que tiene en cuenta las formas de representación enactiva (donde los estudiantes manipulan materiales directamente), icónica (en que trabajan con imágenes de objetos, sin manipular los mismos) y simbólica (en que estrictamente se manejan símbolos, sin apelar a imágenes ni objetos).

IV. Evaluación curricular: planteamiento de actividades específicas de solución de problemas que evidencien los aprendizajes significativos y brinde la posibilidad de valorar el error como punto de partida a nuevos conocimientos.

De esta forma se pretende transformar las prácticas de aula en beneficio del mejoramiento de los aprendizajes y las competencias algebraicas en la solución de problemas. Logrando que el estudiante manipule, conceptualice, cree imágenes mentales y descubra que aprender matemáticas implica desarrollar diversas estrategias y formas de abordar el conocimiento, no sólo consiste en memorizar, este aspecto puede incluso ser mínimo, resulta más importante el desarrollar la imaginación, la intuición matemática o la formulación de estrategias para resolver problemas.

Palabras claves: pensamiento complejo, no linealidad, currículo, pre-algebra, solución de problemas, representación.

INTRODUCCIÓN

Esta Propuesta curricular basada en el pensamiento complejo y la no linealidad como estrategia de enseñanza-aprendizaje del algebra en el inicio de la educación básica secundaria, se relaciona en el desarrollo de cuatro etapas fundamentales que componen el currículo: metas y objetivos, contenido, metodología y evaluación. Planteados desde una perspectiva no lineal y la formación de pensamiento complejo, que pretende introducir conceptos básicos de algebra y la solución de problemas algebraicos haciendo uso de diferentes formas de representación que se formalizan en diez guías de aprendizaje, posteriori a evaluar su impacto frente al manejo conceptual y operativo por parte de los aprendices y de esta manera transformar las prácticas de aula con el fin de fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del algebra.

Este trabajo de investigación fue aplicado en un semestre académico, dirigido a veinte estudiantes vinculados al sistema educativo privado en los niveles de grado sexto de educación básica secundaria del Colegio María Auxiliadora Neiva.

A continuación, se describen los capítulos que conforman este trabajo:

Primero se hace referencia a la justificación del trabajo y a la presentación del problema. En el primer capítulo se menciona algunos antecedentes que se tuvieron en cuenta como referentes para la elaboración de la propuesta.

En el segundo capitulo se dan a conocer el objetivo general y los objetivos específicos. En el tercer capítulo se presentan los soportes teóricos que fundamentan la propuesta del trabajo final de maestría, entre ellos se hace referencia a: la elaboración curricular, currículo no lineal, currículo y complejidad, matemática recreativa, marco conceptual y marco legal.

En el cuarto capítulo se presenta la propuesta curricular que se plantea para abordar los conceptos de pre-algebra en el grado sexto. Comprende la meta general del proyecto, los objetivos y el plan de estudio planteado.

En el quinto capítulo se presenta la metodología y el desarrollo de las actividades propuestas. En el sexto capítulo se presenta las conclusiones y recomendaciones, en el cual se expone los alcances de esta propuesta curricular.

JUSTIFICACIÓN

Debido a la dificultad que se presenta en el aprendizaje del algebra, principalmente en su diferencia con la aritmética, en el significado de los símbolos e interpretación de las letras, se considera la importancia del uso de distintas formas de representación para introducir nociones a través de un currículo desde la no linealidad que responderá al desarrollo del pensamiento variacional: algebraico y analítico; estipulado en los estándares de Matemáticas para grado sexto de educación básica secundaria. NO es necesario desarrollar las temáticas del plan de estudio con una secuencia de orden. Los mecanismo de representación utilizados para los conceptos se ofrecen para ayudar a motivar a los aprendices, hacerles menos difícil el aprendizaje del algebra y establecer reglas para el manejo de términos semejantes que ayuda a eliminar errores frecuentes como el considerar que expresiones como $2x$ y x^2, son iguales.

Al utilizar distintas formas de representación como un punto de partida para apoyar una fase del desarrollo conceptual y propiciar el manejo operativo en la iniciación al álgebra, se pretende motivar al aprendiz para que construya algunos elementos por sí mismo y dé sentido a lo que se aprende; esto es útil en el futuro porque ante el olvido irremediable, él contará con estrategias para reconstruir un proceso o un concepto, y no estará sujeto únicamente a la memoria.

Es importante que los aprendices realicen actividades con materiales que puedan “manipular” y que tengan reglas sencillas de manejo, para que así logren ir formando las nociones y conceptos que interesan abordar. Lo que facilitará la aplicación de mecanismos y método de pensamiento para comprender la naturaleza, la sociedad y dar solución a problemas propios que emergen de estos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde hace varias décadas el problema de la enseñanza-aprendizaje del algebra ha sido motivo de muchas investigaciones. Estas se refieren entre otras, a la conceptualización sobre el manejo de la variable, y la metodología utilizada por los profesores, sin embargo los problemas que plantean no han sido absolutamente resueltos y lo que debe ser enseñado y aprendido en el álgebra está aún por determinar. Muchas son la preguntas que hoy no tienen respuesta, como las de la doctora María Mercedes Palera Medina: [1] ¿Qué características o variables tienen las dificultades que presentan los estudiantes en el comienzo del algebra escolar? , ¿Qué dificultades manifiestan explícita o implícitamente los profesores que imparten instrucciones o enseñan esta rama de la matemática en el nivel de educación básica secundaria?, ¿Qué forza a muchos estudiantes a llegar a memorizar reglas del algebra?

En los planes de estudios que se implementan actualmente, se propone el álgebra como un contenido que se debe trabajar en esencia en secundaria, específicamente en el grado octavo, es allí donde se observan las grandes dificultades de los estudiantes en la transición de la aritmética al Ígebra, por lo cual se debe pensar en el desarrollo del pensamiento algebraico desde la primaria, teniendo en cuenta que el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas y a medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones.

En ese contexto, desarrollar el pensamiento algebraico a lo largo del periodo de la educación infantil hasta el bachillerato donde se incluye el estudio de los patrones (numéricos, geométricos y de cualquier otro tipo), y la capacidad de analizar situaciones con la ayuda de símbolos, lleva a que los maestros tengan una visión distinta de las matemáticas y busquen nuevas estrategias para desarrollar el razonamiento algebraico en los diferentes niveles de educación. Desde luego, es pertinente que las concepciones curriculares y los planes de estudio tengan una transformación y sean vistas desde otras perspectivas; una global que permita la integración de los contenidos desde el todo.

[1] PALAREA, M. (1998): La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a14 años. Universidad de la Laguna. Departamento de análisis matemático. España

La licenciada Gladys Mejía Osorio propone en su trabajo (2008) “El álgebra geométrica como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje del algebra escolar” la enseñanza del algebra a través de un contexto geométrico que se convierte en puente entre las representaciones y las expresiones algebraicas. En consecuencia se propone conocer los diferentes recursos que existen para mejorar la problemática, con el fin de que los estudiantes puedan interpretar y conceptualizar por medio de la manipulacĩon.

Por lo antes expuesto, en consecuencia, es necesario analizar en qué medida la aplicación de un currículo no lineal integrado con el uso de material manipulable desde el inicio de la educación secundaria ayuda a la conceptualización del pre-algebra y por ende un manejo operativo.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo la apropiación de un currículo no lineal, que se desarrolla a partir del uso de recursos didácticos manipulables para incentivar los procesos de formación matemáticos, permite un mejor manejo operativo y por ende un aprendizaje significativo de pre-algebra para la solución de problemas?

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

Diferentes estudios se han realizado sobre la enseñanza-aprendizaje del algebra, sin embargo, en la actualidad se siguen presentado dificultades en los estudiantes en la transición de la aritmética al algebra.

Un primer trabajo es el de Zoltán Dienes en 1960, quien en colaboración con el psicólogo cognitivo Jerome Bruner, trabajó en un proyecto cuyo objetivo era enseñar estructuras matemáticas a niños de escuela básica entre 5 y 13 años, en afinidad con el enfoque de la enseñanza de la matemática de la época. Para eso se apoyó en el uso de manipulativos, es decir materiales concretos especialmente diseñados, con los cuales busca representar conceptos matemáticos y lógicos que se consideran pueden ser estudiados en esas edades.

Bruner, elabora un modelo evolutivo de desarrollo conceptual que toma en cuenta las formas de representación enactiva donde los alumnos manipulan materiales directamente, la icónica en la que se trabaja con imágenes de objetos, sin necesidad de la manipulación de los mismos y la simbólica en la que se manejan exactamente símbolos, sin recurrir a imágenes u objetos [1].

Entre los primeros materiales están los bloques aritméticos multibase (BAM o bloques Dienes) constituidos por cubos de lado 1, regletas de la forma 1 por x (x toma un valor conocido) y placas cuadradas y cubos de lado x, utilizados para favorecer la comprensión de las propiedades de los sistemas de numeración posicionales y de los algoritmos estándares. Estos materiales adoptan otro uso para la enseñanza del álgebra, interpretando la ?x? como una variable, permitiendo así la materialización de expresiones cuadráticas, y la representación del proceso de factorización de las mismas y viceversa.

Dienes menciona dos principios necesarios que se deben cumplir al hacer uso de materiales para enseñar estructuras matemáticas o lógicas: el primero es el de variabilidad perceptual, que permite al niño "ver" la estructura que se desea enseñar desde distintas concretizaciones del mismo concepto, con el fin de enriquecer la imagen mental que obtenga del mismo. Esto

[1] COVAS. M y BRESSAN. A. "La enseñanza del álgebra y los modelos de área". Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática

implica que el alumno pueda abstraer las regularidades o propiedades esenciales del concepto independientemente de las formas específicas que adopten los materiales; y el de variabilidad matemática, que ayuda a la generalización de un concepto a otros contextos, proporcionando a los estudiantes oportunidades de apreciar la idea de variación de la(s) variable(s) interviniente(s) en la estructura o concepto a enseñar.

Otro trabajo, es el de Martha Eugenia Ospina Sepúlveda (2015) denominado: "Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM" de la Universidad Nacional de Colombia de Medellín, esta propuesta de trabajo se fundamenta en el aspecto de la resolución de problemas relacionados con el aprendizaje significativo del álgebra, hace énfasis en la importancia de los materiales manipulativos para el diseño de una propuesta didáctica, como una alternativa estratégica que permita abordar los conceptos algebraicos, relacionados con los casos de factorización. Los estudiantes del ITM campus Castilla son jóvenes que han pasado por diferentes procesos de aprendizaje del álgebra sin tener buenos resultados. Este estudio demostró que al trabajar con material didáctico para aprender a factorizar, los procesos de razonamiento son más sencillos y entretenidos, por lo cual a través de la motivación se logra un aprendizaje significativo.

Un tercer trabajo, de Macedonio Osorio Osorio (2016) titulado "El paso de la aritmética al álgebra" de la Universidad Nacional de Colombia de Manizales, presenta los resultados de un estudio realizado, con el objetivo de diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes de grado octavo de la I.E. Ana Elisa Cuenca Lara Ubicada en el municipio de Yaguará (Huila), muestren un mejor desempeño en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas. De acuerdo a los resultados obtenidos, se pudo concluir que en la mayoría de los estudiantes que hicieron parte de esta propuesta, evidenciaron una notoria mejoría en la interpretación, modelación y manejo de las expresiones algebraicas.

Con el fin de mejorar la problemática en la enseñanza-aprendizaje del algebra, surge la necesidad de introducir los conceptos de pre-algebra desde grados inferiores, apoyados en el artículo de Alberto J. Cañas y Eleonora Badilla Saxe (2005) titulado "PENSUM" NO LINEAL: UNA PROPUESTA INNOVADORA PARA EL DISEÑO DE PLANES DE ESTUDIO" cuyo propósito, es presentar organizadores conceptuales (como el pensamiento complejo, el aprendizaje significativo y los mapas conceptuales) que permiten el diseño de pensum (programas o planes de estudio) no lineales, que evidencien la muti-relacionalidad de sus partes, como una alternativa para la educación en el mundo actual. Concluye que la época actual exige de las personas y profesionales, capacidad para la toma de decisiones complejas, basadas en el análisis de grandes cantidades de datos e información, así como realizar operaciones cognitivas complejas que implican multiplicidad de relaciones, así como entendimiento y establecimiento de generalizaciones sobre una estructura cognitiva básica. Los Mapas Conceptuales son una de las alternativas con las que se cuenta para trascender del diseño lineal, al diseño multi-relacional en la organización y representación del conocimiento.

CAPÍTULO 2

OBJETIVOS

2.1. Objetivo General

Plantear una propuesta curricular que se fundamenta en la no linealidad y la teoría de la complejidad, sobre los procesos de formación de pre-algebra en las estudiantes de grado sexto del Colegio María Auxiliadora Altico-Neiva.

2.2. Objetivos Específicos

- Implementar temas y subtemas de pre-algebra desde una estructura NO lineal.
- Aplicar material didáctico concreto de apoyo, para incentivar los procesos complejos de formación matemática.
- Involucrar la complejidad en la resolución de problemas en diferentes contextos que incluyan procesos algebraicos.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS ESPERADOS

A partir de la aplicación y elaboración de secuencias didácticas que se fundamentan en modelos de representación para definir los conceptos matemáticos:

- Los estudiantes al iniciar la educación secundaria solucionen problemas de tipo algebraico y propongan distintos mecanismos de relacionar las situaciones, a partir de la formación de pensamiento complejo.
- Los docentes desarrollen el plan de estudios del currÃculo desde una perspectiva no lineal para las temáticas que allí se relacionan.
- Se transformen las prácticas de aula en beneficio del mejoramiento de los aprendizajes significativos del algebra que beneficie la solución de problemas en los educandos.
- Solvencia en las interacciones complejas de la resolución de problemas pre-algebraicos.

CAPÍTULO 4

MARCO REFERENCIAL

4.1. Marco teórico

4.1.1. Elaboración curricular.

El currículo tiene como propósito en los procesos educativos la formación y el desarrollo de los educandos desde el fortalecimiento de la identidad, la conciencia y la moral permitiendo definirse como personas individuales trascendentes.

La elaboración del currículo por parte de los profesionales de la educación se ha convertido en una labor estrictamente de ejecución de normas y cada vez más protagonizada por la labor reproductora tradicional de la escuela. Se conceptualiza el currículo como un proyecto de experimentar en la práctica, pero no, en el sentido de trasladar fundamentos teóricos a la acción, o de adecuar la practica a la propuesta educativa que involucra la solución de problemas propios del contexto [1].

LawrenceStenhouse Stenhouse [2], educador, sostiene que la investigación y el desarrollo del currículum deben pertenecer al profesor. Fundamenta esta afirmación con los siguientes argumentos:

En **primer lugar**, señala que las ideas educativas recogidas en libros no son asimiladas fácilmente por los profesores, mientras que la expresión de ideas que fundamentan el currículum, se exponen a su comprobación por parte de los profesores y se establece así una igualdad de discurso entre quien propone y el que comprueba la propuesta. Se trata de la idea relativa a una ciencia educativa en la que cada aula sea un laboratorio y cada profesor un miembro de la comunidad científica. No existe, desde luego, determinación alguna en cuanto a los orígenes de la propuesta o las hipótesis sometidas a comprobación. Su autor puede ser un profesor u otro profesional de la educación. Lo esencial es que la propuesta no sea considerada como una recomendación no calificada, sino más

[1] A. DONOSO, P. 2007. Diseño curricular problematizado: Una opción para la elaboración del currículo en Derechos Humanos desde la pedagogía crítica. Santiago de Chile 1992

[2] Lawrence. (1985) Investigación y desarrollo del curriculum, Morata: Madrid. pp. 194-221.

bien como una especificación provisional que sólo pide ser sometida a la prueba de la práctica. Tales proposiciones presumen ser más inteligentes que correctas.

En **segundo lugar**, define el currículum como una forma particular de pauta ordenadora de la práctica de la enseñanza y como un conjunto de materiales o un compendio de ámbitos a cubrir. Es un modo de traducir cualquier idea educativa a una hipótesis comprobable en la práctica es decir, ir más a la comprobación crítica que a la aceptación.

Por último, apunta hacia un diseño de investigación basado en estas ideas, admitiendo que un currículum es un medio para estudiar los problemas y los efectos de cualquier línea definida de enseñanza. El ideal es que la especificación del currículum aliente una investigación y un programa de desarrollo personal por parte del profesor, mediante el cual éste aumente progresivamente la comprensión de su propia labor y perfeccione así su enseñanza.

Para resumir las consecuencias de esa postura: Toda investigación y todo desarrollo bien fundamentado del currículum -ya se trate de la labor de un profesor individual, de una escuela, de un grupo de trabajo en un centro de profesores o de un grupo que actúa dentro de la estructura coordinadora de un proyecto nacional estarán basados en el estudio realizado en clases escolares.

4.1.2. Currículo NO lineal.

El sociólogo francés, Edgar Morín, uno de los principales pensadores del siglo XX, propone el Pensamiento Complejo como un método para conocer y para conocer el proceso de conocer. El pensamiento complejo es el organizador de la organización con la que representamos el mundo. Es parte de nuestros pensamientos, de nuestras ideas y nuestras teorías científicas.

Tal como indica Juan Carlos Moreno (en Badilla Saxe, 2005, p. 13) lo que hoy se conoce como la teoría de la complejidad, se deriva de los desarrollos de la sistémica, de la cibernética y de la teoría de la información y la comunicación, pero se distingue de ellos porque ... "la complejidad apareció como concepto sólo cuando esos desarrollos permitieron entender el papel constructivo, negantrópico, del desorden de la incertidumbre de lo aleatorio y del evento.".

Morin percibe la unidad existente en la diversidad y la diversidad presente en la unidad; comprende el diálogo de las partes con el todo y del todo con las partes, así como las múltiples realidades existentes e incluye el orden y el desorden. Para Juan Carlos Moreno (en Badilla Saxe, 2005, p. 13) el pensamiento complejo se puede explicar desde la etimología del término "complexus", que se entiende como lo que está tejido en conjunto o lo conjuntamente entrelazado.

El Pensamiento Complejo de Morin va más allá del reduccionismo mecánico, pero también trasciende el holismo: enfatiza en la necesidad de aclarar las relaciones entre las partes y el todo. La concepción que de aquí se desprende se sitúa de repente más allá del reduccionismo y del "holismo", apelando a un principio que integra la parte de verdad incluida en uno y otra: no debe hacer aniquilación del todo por las partes, ni de las partes por el todo. Importa, pues, aclarar las relaciones entre partes y todo, donde cada término remite al otro: "Tengo por imposible conocer las partes sin conocer el todo y también conocer el todo sin conocerlas partes", decía Pascal. (Morin, 2005, p. 150).

Por otra parte, David Ausubel propone la teoría del aprendizaje significativo y plantea que los individuos, para aprender, necesitan relacionar el nuevo conocimiento a conceptos y proposiciones relevantes que conocen de antemano. Él propone que la adquisición y la retención del conocimiento son el producto de un proceso activo, integrativo e interrelacional entre el contenido por aprender y las ideas relevantes que ya posee el aprendiz en sus estructuras cognitivas.

La teoría de Ausubel es concordante con el abordaje constructivista, que propone que el sujeto construye nuevos significados y los acomoda a sus estructuras mentales. Sin embargo, Ausubel da un paso más al preocupase con la influencia negativa que pueden tener las relevancias ilusorias, las concepciones erróneas, los prejuicios subjetivos, la orientación motivacional hacia el aprendizaje, los estilos cognitivos y los rasgos personales, en esta construcción de significados.

En su teoría del aprendizaje significativo, Ausubel aboga por la repetición multi-contextual y multi-relacional de una idea. Para él, un concepto tiene más probabilidades de ser construido y retenido si se observa o se discute o se analiza e interrelaciona en la mayoría de contextos posibles en los que resulte relevante (Ausubel 2000, p. xv). Propone que una representación global a través de organizadores avanzados, de las interrelaciones del conocimiento, puede permitir una "reconciliación integrativa" de dominios y subdominios del conocimiento por una parte y la habilidad de entender de una manera significativa las interconexiones entre los dominios y subdominios por otra. La reconciliación integrativa ocurre porque la representación del conocimiento en organizadores avanzados, puede hacer visibles y explícitas las maneras en que los conceptos aprendidos, anteriormente, están relacionados, así como el hecho de que no lo estén (en Coffey & Cañas, 2003, pp. 275-290).

Apoyado en la teoría del Aprendizaje Significativo, Joseph Novak (1984) propone los Mapas Conceptuales como herramienta para la representación gráfica no lineal de un dominio específico de conocimiento, mediante el conjunto de conceptos que lo conforman y sus relaciones. El mapa se construye, de tal forma, que las interrelaciones entre los conceptos se hacen evidentes. En esta graficación del conocimiento, los conceptos, se representan como nodos rotulados y las relaciones entre conceptos se manifiestan como arcos rotulados que los conectan. De esta forma, los mapas conceptuales expresan las relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones o frases simplificadas: dos o más conceptos ligados por palabras para formar una unidad semántica (Cañas et al., 2000, pp. 145-158).

4.1.3. Currículo y Complejidad.

El aprendizaje significa de manera radical la transformación de patrones, comportamientos y estructuras. La ciencias en especial la de la complejidad son sistemas de acción sobre el mundo; mejor aún, sistemas de transformación en, y del mundo. Los sistemas educativos no deben comprenderse en el marco de las ciencias de la complejidad. Sino que debe comprender la complejidad en sí del proceso educativo. Se trata de complejizar la educación, por lo tanto se debe estructurar desde un planteamiento vertical, centralizado y regido con muchos grados de libertad.

En general no linealizar la secuencia y causalidad de la misma.

De acuerdo con James Beane (1997, p. 45), la Integración Curricular "es un enfoque pedagógico que posibilita a docentes y estudiantes a identificar e investigar sobre problemas y asuntos sin que las fronteras de las disciplinas sean un obstáculo". Para este autor, la Integración Curricular consiste en: Organizar temas que se desprenden de experiencias de la vida cotidiana, lo que permite a los estudiantes reflexionar sobre la vida diaria y promueve la colaboración entre estudiantes y docentes (Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación").

Desde esta perspectiva, el aprendizaje está segregado en materias compuestas por hechos desconectados. Los educandos usan habilidades de todas las disciplinas para investigar sobre preocupaciones personales y globales. Se ofrece un amplio acceso al conocimiento a todos los estudiantes al aprender, que es válido y relevante que estudiantes provenientes de muchos contextos y con diversas habilidades puedan ofrecer su contribución. Podemos decir, entonces, que la Integración Curricular se enmarca en un enfoque pedagógico en el cual el contenido a ser aprendido se toma de distintas áreas para concentrarse en un tema o tópico en particular. Por ejemplo, en vez de estudiar matemáticas o estudios sociales por aparte, un grupo de estudiantes podría estudiar una unidad llamada "El Mar" que les permitiría usar matemáticas para calcular la presión a cierta profundidad y los estudios sociales para comprender por qué las poblaciones que viven en la costa o en el interior, tienen diferencias en sus culturas y sus modos de vida.

De acuerdo con Carlos Alberto Botero, (2008) los Ejes Transversales son temáticas que atraviesan, vinculan y conectan muchas disciplinas del currículo, lo cual significa que se convierten en instrumentos que recorren asignaturas y temas que cumplen el objetivo de tener visión de conjunto. Dice el autor, que el enfoque transversal no niega la importancia de las disciplinas, sino que las conecta con los problemas sociales, éticos y morales presentes en su entorno.

Desde la perspectiva de un nuevo paradigma emergente en educación, el diseño curricular debe evolucionar de una organización fragmentada y dividida en materias y disciplinas, hacia una concepción más orgánica, comprehensiva y holista. Al respecto dice Edgar Morin (2000, p. 14): El ser humano es a la vez físico, biológico, psíquico, cultural e histórico. Es esta unidad compleja de la naturaleza humana la que está completamente desintegrada en la educación a través de las disciplinas, y es la que ha imposibilitado aprehender eso que significa ser humano. Es necesario restaurarla de tal manera que cada uno desde donde esté tome conocimiento y conciencia al mismo tiempo de su identidad compleja y de su identidad común con todos los demás humanos.

Esto quiere decir que no es suficiente con elaborar proyectos o introducir ejes transversales para tratar de re-unificar lo que ha sido separado. Para que la educación del futuro responda a las nuevas realidades de la actualidad, es necesario que el currículo se diseñe integrado desde su nacimiento, en vez de hacer la integración como una medida remedial. Si bien es cierto con las medidas remediales, se logra conectar algunas de las partes desunidas del diseño curricular, no necesariamente se logra promover un pensamiento interconectado y complejo en los estudiantes.

Un diseño curricular integrado desde los orígenes busca, además de interrelacionar las diversas dimensiones del currículo e interconectar disciplinas y contenidos, favorecer el pensamiento complejo y la visión transdisciplinar en las nuevas generaciones, la aptitud para percibir las globalidades y para organizar el conocimiento de forma integrada. Porque tal como dice Edgar Morin (2008, p. 4): "...no es suficiente con decir es necesario conectar, para que se produzca la conexión; para conectar se necesitan conceptos, ideas y lo que yo llamo operadores de conexión. Y una de las primeras ideas necesarias, es la de sistema" [3].

Un diseño curricular tradicional, lineal, fragmentado, no puede convertirse en un sistema, solamente con introducir ejes transversales o tratar de conectar los temas aislados a través de proyectos. Y, sobre todo, el pensamiento de los estudiantes no tenderá a ser complejo e integral si el contexto curricular no es sistémico. Por el contrario, un diseño curricular integral desde los orígenes, proveería un ambiente coherente para estimular el pensamiento complejo y por supuesto, para que se establezcan redes e interconexiones internas y externas.

El fin último para proponer que el diseño curricular sea sistémico e integral desde el origen, no es el diseño en sí mismo; ni siquiera la interconexión de los saberes, sino el proveer condiciones y contextos favorables y coherentes para el desarrollo del pensamiento complejo. Estas condiciones favorables, deben ofrecerse a lo largo de toda la educación de las nuevas generaciones desde la educación inicial y primaria hasta la universitaria. Es muy importante iniciar desde la educación básica, puesto que el pensamiento complejo está presenten en cada niño y niña, y en vez de coartarlo con planes y programas escolares lineales, es necesario alimentarlo con diseños curriculares sistémicos.

Estos diseños sistémicos, integrales y coherentes, de acuerdo con el pensamiento de Edgar Morin, y en procura de estimular el pensamiento complejo tendrían que abordar los contenidos disciplinares, en constante interrelación pero no como una representación exacta de la realidad, sino como una interpretación de la misma. Idealmente, se presentarían problemas globales que contextualizan sus informaciones parciales y locales. Un aspecto medular sería aprender sobre la diversidad y la unidad de condición humana lo que implica establecer diálogos con y entre las ciencias naturales, las ciencias humanas, la literatura, las artes y la filosofía. Imprescindible también asumir una conciencia planetaria, conocer la historia y la complejidad de las diversas realidades y las implicaciones globales de la crisis. En palabras del mismo Morin: "Hay que aprender a navegar en el océano de las incertidumbres a través de los archipiélagos de las certezas".

4.1.4. Matemática Recreativa

La matemática recreativa a través de los años se ha impuesto como una alternativa en la búsqueda de metodologías para desarrollar temas de matemáticas, donde uno de sus principales objetivos es promover en los aprendices una opción menos práctica que incite más a la imaginación y permita (como indica la palabra recreativa) crear y captar interés en la parte conceptual y operativa.

Uno de los mayores exponentes de la matemática recreativa Martin Gardner(1914-2010), publica en su columna de la revista de divulgación científica Scientific American los capítulos del libro CIRCO MATEMATICO, donde muestra que los "juegos matemáticos" o las "matemáticas recreativas" son matemáticas, sin importar de qué tipo, basadas en un fuerte componente lúdico que han conducido a inesperados desarrollos. Además es considerada una fuente interminable de

[3] Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación" Volumen 9, Número 2, Año 2009, ISSN 1409-4703

problemas matemáticos divertidos que producen un efecto motivador cuando se introducen en el aula. Desde el punto de vista didáctico, la introducción de juegos matemáticos en las actividades de enseñanza y aprendizaje puede proporcionar oportunidades de aprendizaje a nuestros aprendices.

Por otro lado, la doctora María Palarea Medina (1998) realiza un trabajo titulado “La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en Álgebra por alumnos de 12 a 14 años”, con el fin de hacer una aportación más, para evitar el fracaso en Matemáticas, concretamente al adquirir el lenguaje algebraico. Por ello sostiene que, cada persona tiene su propio estilo para impartir conocimiento pero lo que se debe tener en común es el fin al que se quiere llegar y en este caso es que los estudiantes aprenden a usar y coordinar múltiples representaciones.

El Mexicano Eduardo Mancera (2004) en su trabajo “MATEBLOQUEMATICA” relaciona el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos (algebra geométrica del libro II de los elementos de Euclides) para la enseñanza del algebra. Plantea que aprender matemáticas implica desarrollar diversas estrategias y formas de abordar el conocimiento, no sólo consiste en memorizar, pues este aspecto puede incluso ser mínimo, resulta más importante el desarrollar la imaginación, la intuición matemática o estrategias para resolver problemas. Para ello emplea materiales de uso frecuente como los bloques de Dienes, que han mostrado su utilidad para abordar diferentes temáticas específicamente en algebra, en ellos se asignan ciertos significados y se permite que el estudiante experimente y verifique algunas conjeturas sencillas y casi evidentes, luego, se complican las relaciones y se plantean situaciones no tan obvias que ganan importancia si se realizan de forma dirigida y monitoreada para introducir algunas convenciones simbólicas.

El Doctor Mauro Montealegre Cárdenas, en su libro Matemáticas para la Creatividad IV, nos muestra otra estrategia de abordar el álgebra. Esta vez expone los desarrollos algebraicos articulados con la solución de problemas y recursos didácticos. Es allí donde se establece la relación que existe entre el álgebra, la geometría y el análisis de la representación de las funciones cuadráticas y cubicas. Enfocando su trabajo en la representación de modelos económicos, crecimiento poblacional de insectos, cruzamiento de especies entre otros. En conclusión se realiza una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no-matemático. Haciendo previsiones de tiempo y pronósticos económicos; desde un modelo matemático referente a economía.

De igual manera, en la investigación realizada por el Dr. Francisco Fernández García (1997) bajo la dirección del doctor Luis Rico Romero, en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, ?Evaluación de competencias en Algebra elemental? se concluye que el álgebra se desarrolla y afianza en una mejora de los aspectos simbólicos y operativos que generan formas de pensamiento propios. El álgebra escolar debiera tener por meta inducir determinadas aptitudes relacionadas con estas formas generales de pensamiento basada en dos líneas, que han seguido el desarrollo del algebra, la línea simbólica y la de los métodos de resolución de problemas, pueden considerarse que representan lo conceptual y lo operacional y deben ir fuertemente interrelacionadas en la enseñanza y el aprendizaje del algebra y, por tanto en la construcción del pensamiento algebraico.

El conocimiento sobre el desarrollo histórico de los conceptos algebraicos debe proporcionar una nueva perspectiva para su enseñanza. No se trata que los alumnos sigan los mismos pasos que los matemáticos antiguos sino que se comprenda mejor la naturaleza del conocimiento algebraico por medio de su evolución histórica, lo cual se puede traducir en nuevas posibilidades para el aprendizaje de las matemáticas.

4.2. Marco conceptual.

4.2.1. Algebra como una rama de las matemáticas.

El álgebra es una rama de las matemáticas que estudia las cantidades en forma general, donde no es necesario el valor numérico para poder saber sus propiedades y operarlo. Para ello se sustituye por un símbolo que se representa generalmente por una letra.

Al iniciar el estudio del Álgebra aparecen nuevas expresiones, denominadas expresiones algebraicas que se componen de números y letras que representan operaciones entre cantidades. Esta expresión se puede separar en términos, éstos se distinguen uno de otro porque están separados por la operación suma o diferencia.

En cada término se distinguen números que se designan como coeficientes y letras generalmente minúsculas que representan las variables; estas pueden tener o no un exponente que indica la potencia de la variable y a partir de éstos exponentes se obtiene el grado de un término; además dos términos son semejantes si las variable son iguales.

El éxito para desarrollar temas de algebra radica principalmente en el manejo conceptual y adecuado que se le dé a la variable, lo que implica [4]:

- Reconocer patrones y reglas en secuencias numéricas y en familias de problemas.
- Interpretar el símbolo como una representación de un objeto indeterminado
- Desarrollar la idea de método general distinguiendo los elementos variantes de los invariantes en familias de problemas similares, hasta llegar a la simbolización de un método general y del objeto general sobre el cual éste actúa.
- Manipular el símbolo para simplificar o desarrollar expresiones algebraicas.

El sistema educativo en su de su proceso de enseñanza-aprendizaje hasta grado séptimo de educación secundaria, trabaja con conjuntos numéricos concretos tales como los números naturales, enteros y racionales. Llega el momento en el cual todos esos conjuntos son sustituidos por letras y comienza la enseñanza total del algebra “Los procesos aritméticos no están desligados de los procesos algebraicos, la matemática juega un papel importante de mediador entre ambos procesos” (Cortés et al., 2014, p. 221). Ya que este constituye una parte importante del currículo escolar dado que aquí es donde la didáctica matemática y la pedagogía cobran total sentido ya que

[4]Juarez. J.A. 2010.Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV.Centro de Investigación en Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Guerrero, México

se debe analizar ese paso de operaciones numéricas a las abstractas de manera minuciosa.

Las letras hasta ese momento se utilizan para cuestiones relacionadas con el lenguaje es decir en un sentido sintáctico que obtienen una validez según las situaciones, lo que indica que no todos los estudiantes distinguen las letras de la misma manera, además deben ligar su conocimiento a las estructuras numéricas y generar relaciones para poder operar con ellas en el campo de las matemáticas, dentro de la cotidianidad la letras suelen usarse sin tanta rigurosidad que pueden estar ubicadas dentro de la lingüística, la oralidad, mientras el matemático es preciso y acata unas reglas que no son modificables las cuales deben tener una codificación exacta de cada uno de sus símbolos, en palabras de Gavilán (2011) "Es un lenguaje nuevo que permite manejar como conocidas las cosas desconocidas" (p. 100).

Para que el método algebraico se pueda incorporar como algo natural, es necesario que, además de cambiar los símbolos, se produzca un cambio en su significado, es decir, que no se haga solamente una sustitución de los números por letras, sino que se realice el paso de números a variables y para ello hay que realizar un cambio, tanto de símbolos como de significado. A menudo, el cambio se produce únicamente en los símbolos y sólo se realiza el paso de números a letras. (Palarea, 1999, p. 8)

4.2.2. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento de variaciones es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos. En particular la relación con otros pensamientos aparece con mucha frecuencia, porque la variación y el cambio, aunque se representan usualmente por medio de sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos, geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional.

El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo a un patrón. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Al identificar en qué se parecen y en qué se diferencian los términos de estas sucesiones o secuencias, se desarrolla la capacidad para identificar en qué consiste la repetición de mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula.

Para desarrollar este pensamiento desde los primeros niveles de la Educación Básica Primaria son muy apropiadas, entre otras, las siguientes actividades: analizar de qué forma cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras; hacer conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término de la secuencia; procurar expresar ese término, o mejor los dos o tres términos siguientes, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras representaciones, e intentar formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar las conjeturas iniciales e intentar generalizarlas. Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las fi guras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las fi guras en los cuales se basa el proceso de generalización.

Esta es una forma muy apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar al séptimo y octavo grado. Estas actividades preparan a los estudiantes para la construcción de la expresión algebraica a través de la formulación verbal de una regla recursiva que muestre cómo construir los términos siguientes a partir de los precedentes y el hallazgo de un patrón que los guíe más o menos directamente a la expresión algebraica.

Vasco, C. (2006). Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar. Bogotá, Ministerio de Educación Nacional, Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Ciudadanas.

4.2.3. Álgebra geométrica.

Covas, M., & Bressan, A. (2011). La enseñanza del álgebra y los modelos de área.

Los griegos y los árabes lograron solucionar ecuaciones de segundo grado utilizando, el método de completar el cuadrado con aplicación de áreas; las dos civilizaciones se basaron de representaciones geométricas para mostrar situaciones algebraicas, como muestra el Libro II de los Elementos de Euclides, también conocido como Álgebra Geométrica.

En el libro II de Los Elementos de Euclides (300 a. de C.) se encuentran 14 proposiciones para resolver problemas algebraicos por métodos geométricos, acudiendo a ellas los griegos resolvían ecuaciones cuadráticas por medio de los procedimientos conocidos como de “aplicación de áreas”.

Desde el punto de vista conceptual este libro no trata el tema del álgebra, ya que no resuelve problemas numéricos sobre variables ni tampoco sobre ecuaciones, lo que nos permite trabajar el álgebra geométrica que trata sobre la igualdad de áreas de rectángulos y cuadrados.

La distribución del libro II es como sigue:

Se contemplan las ocho primeras proposiciones, puesto que refieren directamente a los intereses del trabajo.
Proposición 1: "Si tenemos dos líneas rectas y cortamos una de ellas en un número cualquiera de segmentos, entonces el rectángulo contenido por las dos líneas rectas es igual a los rectángulos contenidos por la línea recta que no fue cortada y cada uno de los segmentos anteriores".

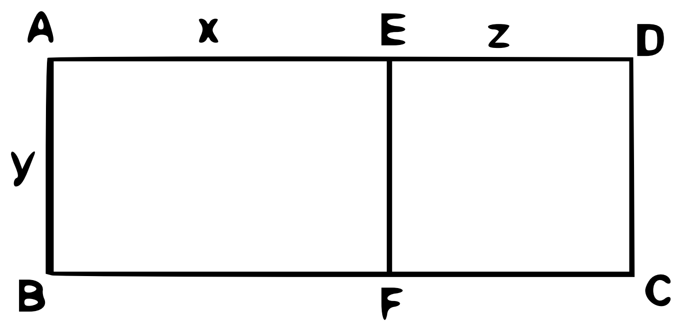


Figura 4.1: Proposición 1

$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AB} \cdot \overline{AE} + \overline{AB} \cdot \overline{ED}$

Demostración. Se tiene la recta AB y AD en la que se marca un punto cualquiera E.
Se construye:

1. El rectángulo de lados AB y AD
2. El rectángulo de lados AE y AB
3. El rectángulo de lados EF y ED con EF igual a AB

La proposición afirma la igualdad del rectángulo $ADBF$ con los rectángulos $ABFE$y $EFCD$.

Entonces son válidas las siguientes igualdades:

$\overline{AB} = y$, $\overline{AE} = x$ y $\overline{ED} = z$

Luego la traducción algebraica es: $y(x+z) = yx + yz$ que corresponde a la propiedad distributiva del producto respecto a la suma. ∎

Proposición 2: "Si se corta al azar una línea recta, el rectángulo comprendido por la recta entera y cada uno de los segmentos, es igual al cuadrado de la recta entera".

Demostración. Se tiene la recta AC en la que se marca un punto cualquiera E.
Se construye:

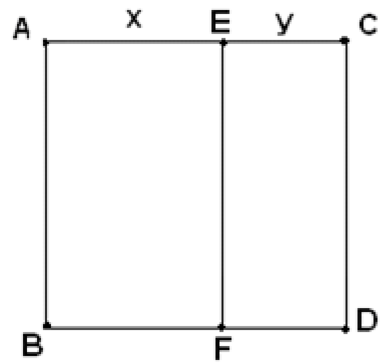


Figura 4.2: Proposición 2

1. El cuadrado $ABCD$
2. El rectángulo de lados AE y AB con AB igual a AC
3. El rectángulo de lados EC y EF con EF igual a AC

La proposición afirma la igualdad de los rectángulos $ABFE$ y $EFDC$ con el cuadrado $ABCD$. Entonces son válidas las siguientes igualdades:

$$\overline{AC} = \overline{AB} = x + y$$
$$\overline{AE} = x$$
$$\overline{EC} = y$$

Desarrollando

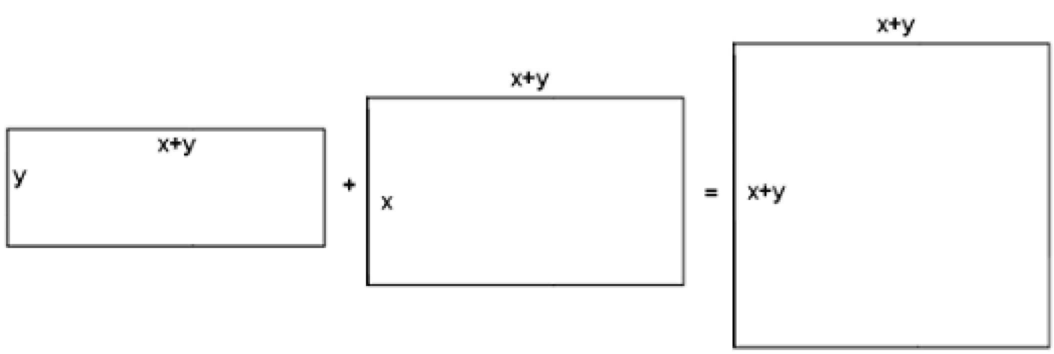


Figura 4.3: Proposición 2.1

Luego la traducción algebraica es: $(x+y)y + (x+y)x = (x+y)^2$ ■

Proposición 3: “Si se corta al azar una línea recta, el rectángulo comprendido por la recta entera y cada uno de los segmentos, es igual al rectángulo comprendido por los segmentos y el cuadrado del segmento primero”.

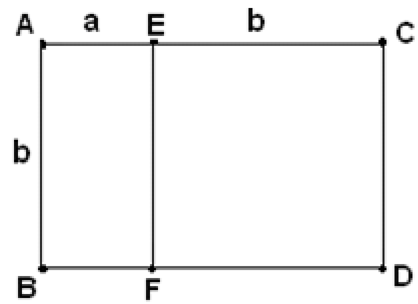


Figura 4.4: Proposición 3

Demostración. Se tiene la recta AC en la que se marca un punto cualquiera E.
Se construye:

1. El rectángulo de lados AB y AC con AB igual a EC
2. El rectángulo de lados AB y AE
3. El cuadrado $EFDC$

La proposición afirma la igualdad del rectángulo $ABDC$ con el rectángulo $ABFE$ y el cuadrado $EFDC$.
Entonces son válidas las siguientes igualdades:

$$\overline{AB} = \overline{EC} = b$$
$$\overline{AE} = a$$
$$\overline{AC} = a + b$$

Luego la traducción algebraica es: $(a+b)b = ab + (b)^2$ lo que corresponde sacar factor común monomio. ■

Proposición 4: "Si una línea recta se corta de una manera arbitraria, entonces el cuadrado construido sobre el total es igual a los cuadrados sobre los dos segmentos y dos veces el rectángulo contenido por ambos segmentos."

Demostración. Se tiene la recta AB en la que se marca el punto E de una manera arbitraria. Se construye:

1. El cuadrado $ACDB$
2. Se traza la recta EF paralela a AC
3. Se traza la diagonal AD que corte a EF
4. Se traza la recta AB paralela a AB por el punto G
5. Finalmente quedan construidos los cuadrados de lado AE y GL con GL igual a EB. Y los rectángulos $EGLB$ y $HCFG$ con lados iguales a EB y AE

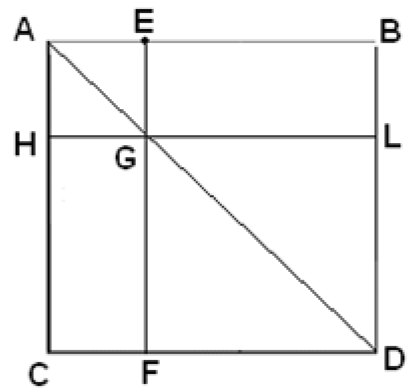


Figura 4.5: Proposición 4

La proposición afirma la igualdad del cuadrado $ACDB$ con los cuadrados de lado AE, GL y los rectángulos $EGLB$ y $HCFG$.
Entonces son válidas las siguientes igualdades:

$$\overline{AE} = x$$
$$\overline{EB} = y$$

Notemos las longitudes y áreas correspondientes a los cuadrados y rectángulos formados:

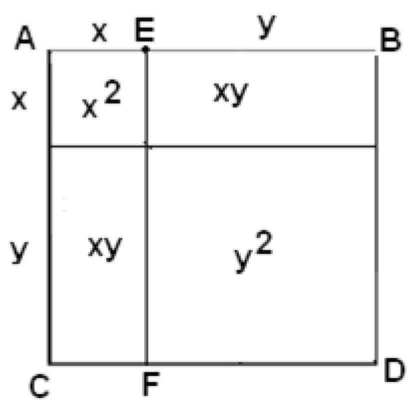


Figura 4.6: Proposición 4.1

Luego la traducción algebraica es $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$ lo que corresponde al caso de factorización trinomio cuadrado perfecto. ■

Proposición 5: "Si se corta una línea recta en segmentos iguales y desiguales, el rectángulo comprendido por los segmentos desiguales de la recta entera junto con el cuadrado de la recta que está entre los puntos de sección, es igual al cuadrado de la mitad".

Demostración. En ambos se tiene la recta AB en la que se marcan dos puntos internos: G, el punto medio de ella y D, un punto cualquiera distinto de G. Se construye:

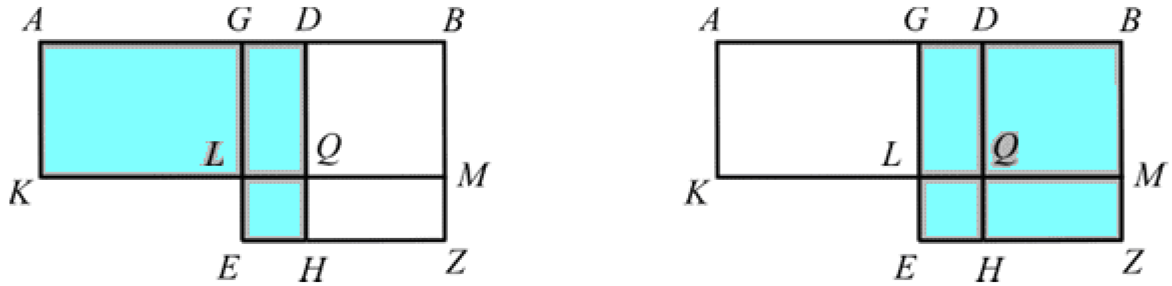


Figura 4.7: Proposición 5

1. El rectángulo de lados AD, AK con AK igual a DB
2. El cuadrado $GBZE$, cuyo lado es la mitad de la recta AB
3. El cuadrado $LQHE$, de lado LQ igual a GD (la recta que está entre los puntos de sección)
4. La recta DQ paralela a AK.

La proposición afirma la igualdad de las dos zonas azules de ambas gráficas.
En este caso, son válidas las siguientes igualdades:

$$AD = a, DB = b, AG = \frac{a+b}{2}, GD = \frac{a-b}{2}$$

Admitiendo las dos primeras longitudes de manera arbitraria y las dos últimas como consecuencia de ellas. Entonces, la traducción algebraica del teorema es:

$$A_1 = ab$$
$$A_2 = \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2$$
$$A_3 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

Por tanto:

$$ab + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

■

Proposición 6: "Si se divide en dos partes iguales una línea recta y se le añade, en línea recta, otra recta; el rectángulo comprendido por la recta entera con la recta añadida y la recta añadida junto con el cuadrado de la mitad es igual al cuadrado de la recta compuesta por la mitad y la recta añadida".

Demostración. Se tiene la recta AB en la que se marca el punto medio C y se prolonga hasta D.
Se construye:

1. El rectángulo de lados AD y AK con AK igual a BD.

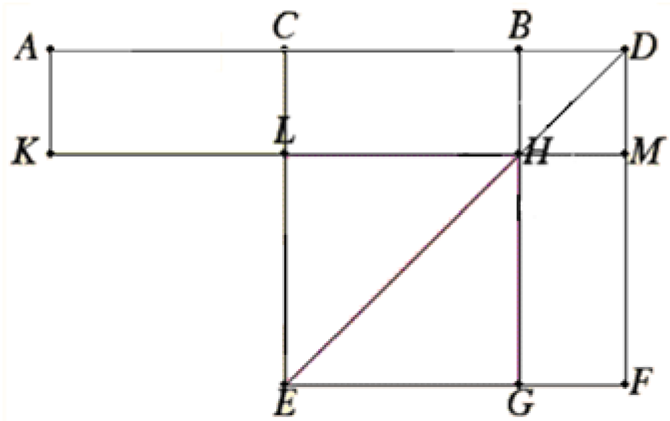


Figura 4.8: Proposición 6

2. El cuadrado $LEGH$ cuyo lado es la mitad de la recta AB
3. El cuadrado $CEFD$

La proposición afirma la igualdad del rectángulo de lados AD y AK y el cuadrado $LEGH$ con el cuadrado $CEFD$. Entonces son válidas las siguientes igualdades:

$$\overline{AC} = \overline{CB} = \frac{b}{2}$$
$$\overline{AD} = x$$
$$\overline{AK} = x - b$$

Del diagrama se deduce que $x(x-b) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$

Tomando:

$$x(x-b) = c^2$$

Obtenemos:

$$c^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$$

Luego tendremos un cuadrado de lado:

$$\sqrt{c^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = x - \frac{b}{2}$$

Se trata de pasar de una ecuación de 2º grado a una ecuación más sencilla (primer grado). Este método, de tratar de simplificar un problema a otro más sencillo es la misma técnica usada en el periodo babilónico. ■

Proposición 7: “Si se corta al azar una línea recta, el cuadrado de la recta entera y el de uno de los segmentos tomados conjuntamente son iguales a dos veces el rectángulo comprendido por la recta entera y el segmento conocido más el cuadrado del segmento restante”.

Demostración. Se tiene la recta AB en la que se marca el punto C de una manera arbitraria. Se construye:

1. El cuadrado $ADEB$
2. Se traza la recta CF paralela a BE
3. Se traza la diagonal DB que corte a CF
4. Se traza la recta HL paralela a AB por el punto G
5. Finalmente quedan construidos los cuadrados de lado CB y HG con HG igual a AC. Y los rectángulos $AHGC$ y GFEL con lados igual a AC y AB

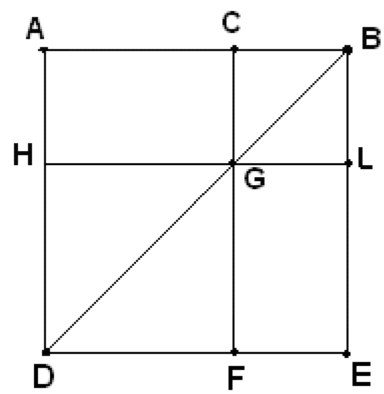


Figura 4.9: Proposición 7

La proposición afirma la igualdad de los cuadrados $ADEB$ y $CGLB$ con dos veces el rectángulo de lados AB y AC y el cuadrado $HDFG$
Entonces son válidas las siguientes igualdades:

$$\overline{CB} = \overline{AH} = a$$
$$\overline{AC} = \overline{HG} = b$$

Se establece la igualdad:

$$(a+b)^2 + a^2 = 2(a+b)a + b^2$$

■

Proposición 8: "Si se corta al azar una línea recta, cuatro veces el rectángulo comprendido por la recta entera y uno de los segmentos junto con el cuadrado del segmento que queda es igual al cuadrado construido a partir de la recta entera y del segmento ya conocido, tomados como una sola recta".

Demostración. En el diagrama se observan 4 rectángulos y 4 cuadrados congruentes, que permiten establecer algunas equivalencias.

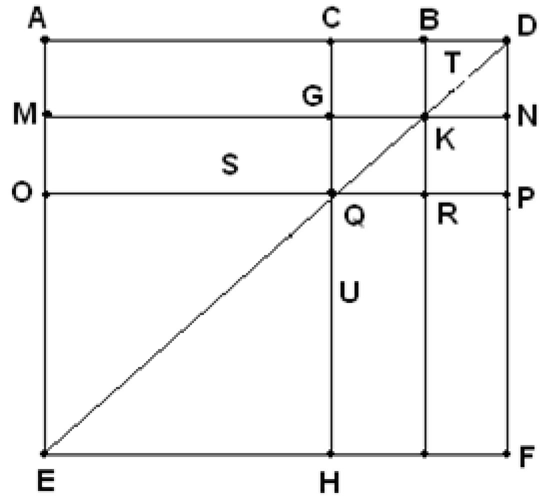


Figura 4.10: Proposición 8

Llamando:

$$\overline{AC} = b$$

$$\overline{CB} = \overline{BD} = a$$

y teniendo en cuenta el área de las figuras obtenemos:

$$4(a+b)a + b^2 = [(a+b)+a]^2$$

■

4.3. Marco legal

4.3.1. Currículo

El artículo 76 de la ley 115 de 1994 establece el concepto de currículo. De acuerdo a este artículo currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyan a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.

El proyecto educativo institucional con el fin de lograr la formación integral del estudiante y de acuerdo al artículo 73 de la ley 115 de 1994, cada establecimiento educativo deberá elaborar y poner en práctica un proyecto educativo institucional que contenga entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento educativo, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión. El proyecto educativo institucional debe responder a situaciones y necesidades de los educandos, la comunidad local, la región y el país, mostrándose como concreto, factible y evaluable, para así lograr que el currículo sea pertinente y los aprendizajes sean significativos. Se habla del aprendizaje significativo cuando los nuevos conocimientos se vinculan de una manera clara y estable con los conocimientos previos de los cuales dispone el individuo.

4.3.2. La autonomía curricular

La autonomía curricular, según lo expresa la ley general de educación en el artículo 77, el decreto 1860 de 1994 y la resolución 2343 de 2996 en sus artículos 4° y 16°, realiza las siguientes reflexiones al respecto.

- El artículo 77 de la ley 115 de 1994 determina los límites de la autonomía a saber la ley, la constitución política de Colombia, la ley 115 de 1994, otras leyes relacionadas con la educación, las demás normas legales vigentes y el proyecto educativo institucional.
- El artículo 4° de la resolución 2343 de 1994 determina la autonomía para la construcción de currículos como la capacidad de tomar decisiones, de la comunidad educativa en los términos de la ley, ejercida como una vivencia, un compromiso y una responsabilidad
- El ejercicio de esta autonomía se realiza a través de un proceso secuencial y un proceso sistemático que deberá comprender, entre otros:
    - La conformación de una comunidad pedagógica y constructora de currículos: el diseño, desarrollo, seguimiento, evaluación y retro-alimentación del currículo.
    - La adopción del currículo como parte del PEI.
- Para hacer efectiva esta autonomía, las instituciones educativas deberán
    - desarrollar o mejorar la capacidad para orientar procesos
    - asumir desafíos
    - atender necesidades
    - generar oportunidades
    - participar
    - manejar tensiones (conflictos)
    - comprometerse y concertar
    - realizar evaluaciones permanentes
    - proponer metas

4.3.3. Estándares de aprendizaje.

La orden ecd/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato establece la necesidad de diseñar estrategias para promover y evaluar las competencias desde las etapas educativas iniciales e intermedias hasta su posterior consolidación en etapas superiores. Requiere del diseño de actividades de aprendizaje integradas que permitan avanzar hacia los resultados de aprendizaje de más de una competencia al mismo tiempo.
En su artículo 5 establece:

- Los criterios de evaluación deben servir de referencia para valorar lo que el estudiante sabe y sabe hacer en cada área o materia. Estos criterios de evaluación se desglosan en estándares de aprendizaje evaluables. Para valorar el desarrollo competencial del estudiante, serán estos estándares de aprendizaje evaluables, como elementos de mayor concreción, observables y medibles, los que, al ponerse en relación con las competencias clave, permitirán graduar el rendimiento o desempeño alcanzado en cada una de ellas.

- El conjunto de estándares de aprendizaje evaluables de un área o materia determinada dará lugar a su perfil, dado que los estándares de aprendizaje evaluables se ponen en relación con las competencias, este perfil permitirá identificar aquellas competencias que se desarrollan a través de esa área o materia.

- Todas las áreas deben contribuir al desarrollo competencial. El conjunto de estándares de aprendizaje evaluables de las diferentes áreas que se relacionan con una misma competencia da lugar al perfil de esa competencia (perfil de competencia) y la elaboración de este perfil facilitará la evaluación competencial del estudiante.

Así mismo continúa:

- Para poder evaluar las competencias es necesario elegir, siempre que sea posible, estrategias e instrumentos para evaluar al estudiante de acuerdo con sus desempeños en la resolución de problemas que simulen contextos reales, movilizando sus conocimientos, destrezas, valores y actitudes.

- Han de establecerse las relaciones de los estándares de aprendizaje evaluables con las competencias a las que contribuyen, para lograr la evaluación de los niveles de desempeño competenciales alcanzados por el alumnado.

- La evaluación del grado de adquisición de las competencias debe estar integrada con la evaluación de los contenidos.

- Los niveles de desempeño de las competencias se podrán medir a través de indicadores de logro, tales como rúbricas o escalas de evaluación. Estos indicadores de logro deben incluir rangos dirigidos a la evaluación de desempeños, que tengan en cuenta el principio de atención a la diversidad.

- El profesorado establecerá las medidas que sean necesarias para garantizar que la evaluación del grado de dominio de las competencias del alumnado con discapacidad se realice de acuerdo con los principios de no discriminación y accesibilidad y diseño universal.

- El profesorado debe utilizar procedimientos de evaluación variados para facilitar la evaluación del alumnado como parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje, y como una herramienta esencial para mejorar la calidad de la educación.

Asimismo, es necesario incorporar estrategias que permitan la participación del estudiante en la evaluación de sus logros, como la autoevaluación, la evaluación entre iguales o la coevaluación. Estos modelos de evaluación favorecen el aprendizaje desde la reflexión y valoración del alumnado sobre sus propias dificultades y fortalezas, sobre la participación de los compañeros en las actividades de tipo colaborativo y desde la colaboración con el profesorado en la regulación del proceso de enseñanza-aprendizaje. En todo caso, los distintos procedimientos de evaluación utilizables, como la observación sistemática del trabajo de los alumnos, las pruebas orales y escritas, el portfolio, los protocolos de registro, o los trabajos de clase, permitirán la integración de todas las competencias en un marco de evaluación coherente.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA

En pro de formular propuestas pedagógicas que propendan por un mejoramiento significativo de la enseñanza en las aulas, se plantea una metodología de tipo pre-experimental, puesto que se lleva a cabo en un ambiente natural y los grupos son de carácter natural, tiene un grado de control mínimo en virtud de que se trabaja con un solo grupo y no existe posibilidad de comparación con otros, además la escogencia de la muestra no obedece a ningún patrón.

La población utilizada en la investigación son las estudiantes de grado sexto del colegio María Auxiliadora Altico-Neiva, ubicado en la comuna 4 de la ciudad. Actualmente atiende estudiantes con vivienda localizadas en todas las 10 comunas de la ciudad. La muestra está conformada por 20 estudiantes con un estrato socioeconómico categorizado entre 2 y 3.

5.1. Propuesta curricular

5.1.1. Meta y objetivos del currículo

Se hace referencia a aquello para lo que se establece esta propuesta curricular, lo que se pretende lograr, y se distinguen de los contenidos que hay que asimilar para alcanzarlos. Se relacionan de forma directa con la evaluación, es el procedimiento curricular en el que los objetivos se reformulan como criterios para valorar los aprendizajes.

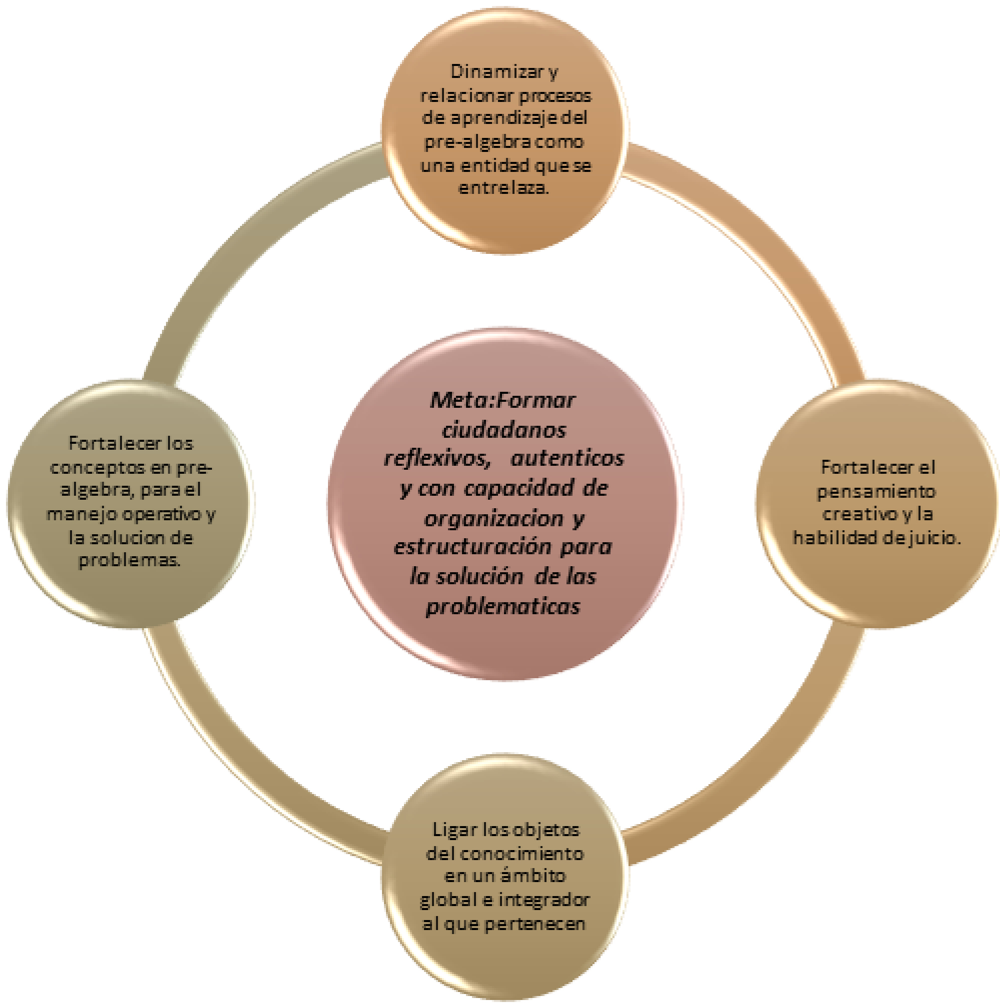


Figura 5.1: Meta y objetivos del currículo

5.1.2. Plan de estudio

El plan de estudio que se propone para desarrollar el pensamiento variacional, algebraico y analítico en grado sexto, se fundamenta en un abordaje desde la no linealidad. Donde el producto del aprendizaje es un proceso activo, integrador e interrelacional entre el contenido por aprender y las ideas relevantes que ya posee el aprendiz en sus estructuras cognitivas.

El desarrollo de los temas que se relacionan se deben abordar desde lo macro y permitir la integración constante de los contenidos, es posible retomarlos o reestructurarlos de acuerdo a la experimentación y los juicios que allí emergen como resultado de las habilidades que se adquieren durante el proceso de aprendizaje.

Cuadro 5.1: Plan de estudios

	COLEGIO MARIA AUXILIADORA ALTICO - NEIVA	D.GA-005
		VERSION 2
	PLAN DE ESTUDIOS 2015-2020 MATEMATICAS	FECHA: 28/10/ 2014
		GRADO 6°

EJE TRANSVERSAL DE LA INSTITUCIÓN: Formamos en valores cristianos y ciudadanos. **EJE ESTRUCTURAL:** Numérico variacional, geométrico métrico, aleatorio y datos. **GRADO:** SEXTO **ENTRADAS:** conocimientos previos

1. Interpreta y utiliza los números naturales para formular y resolver problemas aditivos y multiplicativos.
2. Resuelve problemas en relación con la composición y descomposición de las formas.
3. Efectúa mediciones y comparaciones entre perímetro, área y volumen de figuras planas.
4. Comprende y representa la incógnita de un problema con una letra minúscula.

SALIDAS: aprendizajes durante y finalizado el proceso

1. Representan expresiones del lenguaje natural en lenguaje algebraico.
2. Comprende el concepto de variable y su aplicación en la solución de problemas.
3. Aplica el concepto de área y perímetro en la solución de situaciones problemáticas.
4. Realiza operaciones de suma, resta y multiplicación entre expresiones algebraicas en la solución de problemas donde se utilice el concepto de área y perímetro.
5. Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.
6. Se interesa en recibir retroalimentación de parte de sus compañeras para saber en que debe mejorar.

ESTANDAR: PENSAMIENTO VARIACIONAL YSISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).
- Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables.
- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

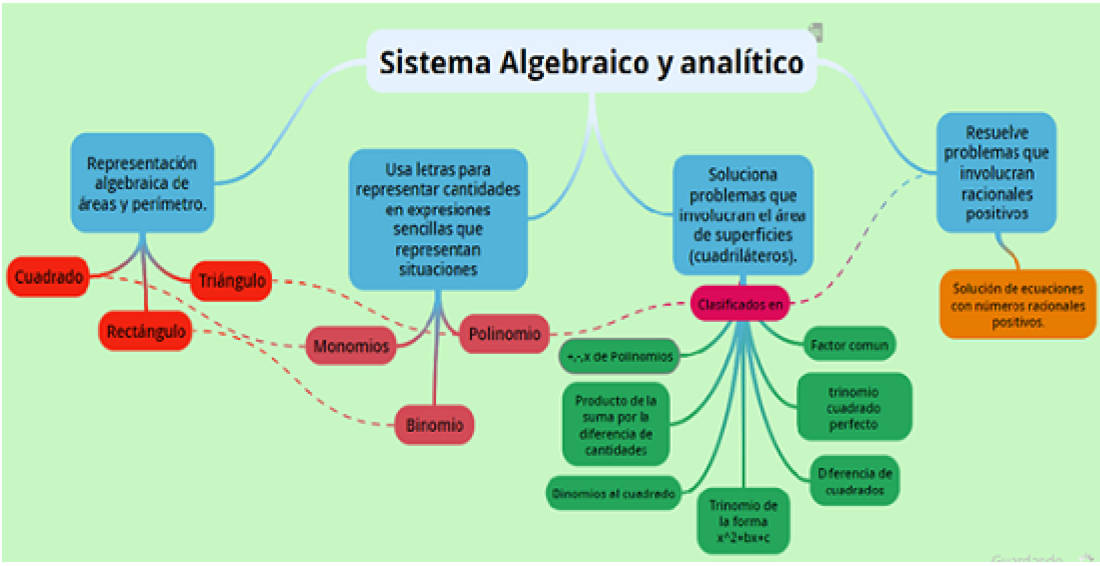


Figura 5.2: Mapa Conceptual de Tematicas

Propuesta para desarrollar los temas del plan de estudio.

Una propuesta de secuencia para desarrollar el plan de estudio inicia desde la factorizaciôn, como punto de partida para globalizar las demas tematicas y la oportunidad de solucionar problemas macro que incluyen todos los contenidos

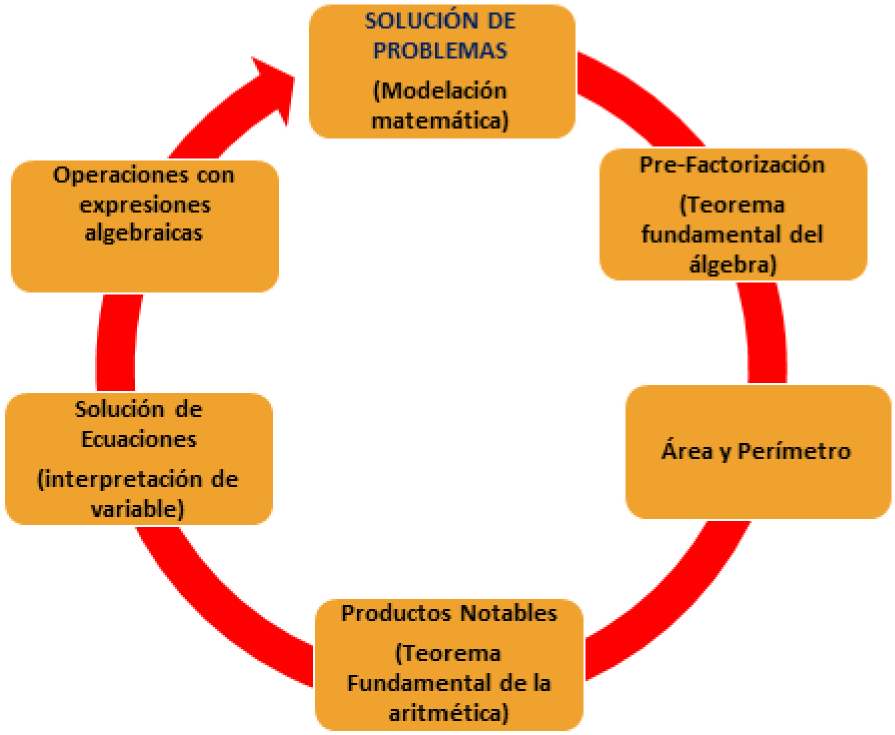


Figura 5.3: Secuencias para desarrollar el plan de estudios

5.1.3. Acciones de aprendizaje

Aprendizaje por descubrimiento

El ambiente necesario para que se dé un aprendizaje por descubrimiento debe presentar al educando alternativas para que perciba relaciones y similitudes entre los contenidos a aprender. Bruner sostiene que el descubrimiento favorece el desarrollo mental, y que lo que nos es más personal es lo que se descubre por sí mismo.

Es necesario establecer estrategias que estimulen o desafíen a los estudiantes a descubrir por sí mismos, la estructura del material utilizado o a resolver problemas logrando la transferencia de lo aprendido.

Al tener como uno de los problemas de estudio las habilidades cognitivas operacionales y conceptuales en los procesos de adquisición y uso del lenguaje algebraico y comprensión de los sistemas de representación utilizados en el marco de una situación de enseñanza, se propone desarrollar guías de trabajo enfocadas a la representación de los conceptos matemáticos asociados a una problemática.

Se considera tres etapas progresivas en las formas de representación que se deben utilizar:

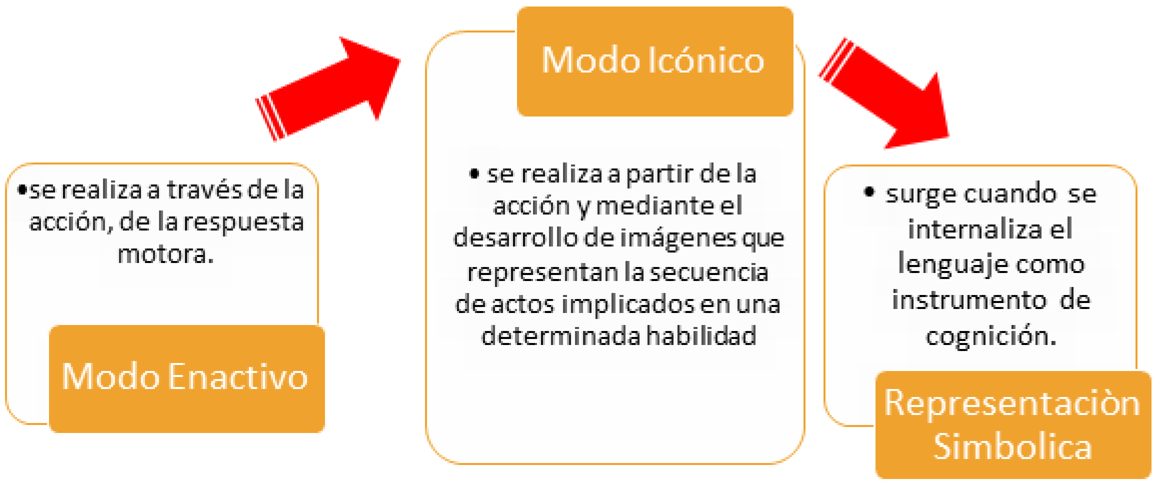


Figura 5.4: Modelo de representación

Cuadro 5.3: Alcances del modelo de representación

Etapas	Alcances	Intensidad horaria
MODO ENACTIVO	El estudiante manipula material concreto y a partir de este utiliza el razonamiento lógico espacial, la percepción y la memoria visual.	4 horas
MODO ICONICO	Permite representar una situación por medio de dibujos, figuras o iconos que tengan algún tipo de parecido con aquello que se representa.	10 horas
REPRESENTACION SIMBOLICA	Resolver situaciones problemas que requieran de conceptos algebraicas a partir de distintos modelos de representación.	10 horas

Cuadro 5.4: Metas que se van a alcanzar

Metas que se van a alcanzar	
Lo que los aprendientes deben saber	Lo que los aprendientes deben saber hacer
• Relacionar el área de figuras geométricas u otro tipo de representación con una expresión algebraica. • Interpretar la variable como una representación de un número indeterminado • Identificar e interpretar términos semejantes	• Manipular la variable para simplificar y operar expresiones algebraicas • Reducir términos semejantes. • Operar expresiones algebraicas para solucionar problemas • Factorar expresiones algebraicas para solucionar problemas

5.1.4. Proceso de control y seguimiento de los aprendizajes.

La evaluación curricular es constante dinámica y se establece durante el desarrollo de los aprendizajes. El resultado como dato pierde importancia y lo verdadero, corresponde a los procesos y estructuras utilizadas para el hallazgo de este.

La solución de problemas especialmente aquellos que involucran el contexto de los aprendices, es un indicador de los aprendizajes, los métodos y relaciones que se establecen, reflejan las habilidades y potencial adquirido por los educandos y si es necesario valorar el error como punto de partida a nuevos conocimientos.

A continuación se propone tres fases a tener en cuenta en la solución de problemas que incluyan contenidos de pre-algebra. Este se basa en preguntas o planteamiento para abordar las situaciones a los problemas y formular así facilitar un mecanismo que garantice la solución de este.

Cuadro 5.5: Valoración de los aprendizajes

Fases	Planteamientos	Valoración %
ENTENDER EL PROBLEMA	▪ ¿Entiende todo lo que dice? ▪ ¿Puede replantear el problema con sus propias palabras? ▪ ¿Distingue cuáles son los datos? ▪ ¿Sabe a qué quiere llegar?	20 %
CREAR UNA ESTRATEGIA	▪ Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura). ▪ Usar variable. ▪ Buscar un Patrón ▪ Hacer una lista. ▪ Resolver un problema similar más simple. ▪ Hacer una figura. ▪ Hacer un diagrama ▪ Usar las propiedades de los Números. ▪ Resolver un problema equivalente. ▪ Trabajar hacia atrás. ▪ Usar y reaccionar casos ▪ Entre otras.	60 %

Cuadro 5.7: Valoración de los aprendizajes

Fases	**Planteamientos**	**Valoración %**
APLICAR Y VALORAR LA ESTRATEGIA	▪ Implementa la o las estrategias que escogidas hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo curso. ▪ Concede un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tiene éxito solicita una sugerencia o hace el problema a un lado por un momento. ▪ No tenga miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito. ▪ use un modelo. ▪ ¿Su solución es correcta? ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema? ▪ ¿habrá una solución más sencilla?	20 %

5.2. Propuesta de actividades

5.2.1. Test de entrada

Se realiza la aplicación de una prueba de caracterización de habilidades utilizadas por las estudiantes de 6° en el pensamiento variacional: algebraico analítico en el área de matemáticas.
El test de entrada fue aplicado a 20 estudiantes del Colegio María Auxiliadora-Altico. Este está compuesto por ocho preguntas tipo cuestionario donde se caracteriza el manejo de variable, la capacidad de generalizar y la habilidad de encontrar patrones a situaciones planteadas. Enfocado en la solución de problemas y la integración de la geometría en algunos de ellos.

Tabla referencial para evaluar habilidades.

Estándar:
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).

- Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables.
- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.
- Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.

Cuadro 5.9: Desempeños evaluados en el test de entrada.

Desempeño
I Resuelve y plantea adecuadamente ejercicios y problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones con números naturales.
II Aplica correctamente la teoría de números en el análisis y solución de problemas.
III Aplica correctamente las nociones básicas de la geometría en diversos contextos.
IV Construye correctamente figuras geométricas planas como: polígonos, triángulos y cuadriláteros con sus elementos y propiedades.

Resultado Estadístico del test de entrada.
Después de aplicado y analizado el test de entrada, podemos concluir que las estudiantes evidencian dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional algebraico y analítico; el manejo de la variable, la generalización y la definición de patrones no se evidencia dentro del aprendizaje de las estudiantes.

Cuadro 5.10: Resultados del test de entrada

# pregunta	Desempeño evaluado	Estudiantes que contestaron correctamente	Estudiantes que no contestaron correctamente
1	III y IV	4	16
2	I	2	18
3	II	3	17
4	I, III y IV	5	15
5	I, III y IV	1	19
6	I, III y IV	2	17
7	I y II	1	19
8	I y II	3	17

- El 45 % de las estudiantes muestran habilidad para la construcción de figuras poligonales en especial los cuadriláteros, haciendo uso de sus propiedades.

- Tan solo el 5% de los estudiantes aplica patrones de generalización y operaciones entre números naturales para solucionar problemas.
- Tan solo el 12% de las estudiantes aplica propiedades de los números para resolver problemas
- El 40% de las estudiantes aplican y relacionan conceptos geométricos en la solución de problemas que involucra otros campos matemáticos.

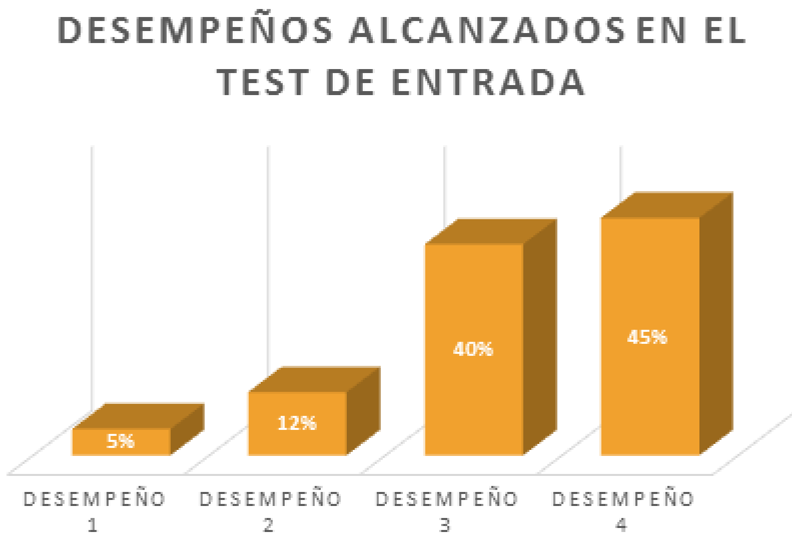


Figura 5.5: Resultado Estadístico del test de entrada.

- Desempeño 1: Resuelve y plantea adecuadamente ejercicios y problemas mediante la aplicación de relaciones y operaciones con números naturales.
- Desempeño 2: Aplica correctamente la teoría de números en el análisis y solución de problemas.
- Desempeño 3: Aplica correctamente las nociones básicas de la geometría en diversos contextos.
- Desempeño 4: Construye correctamente figuras geométricas planas como: polígonos, triángulos y cuadriláteros con sus elementos y propiedades.

5.2.2. Desarrollo de las actividades

La implementación de la propuesta se realizó a través de 10 guías de aprendizaje donde se resalta la labor del docente como mediador del conocimiento. Aspectos como la buena instrucción y el abordaje mediático de la pregunta permiten la elaboración y apropiación del conocimiento desde una perspectiva global e integradora.

“La mediación pedagógica es el tratamiento de contenidos y de las formas de expresión de los diferentes temas a fin de hacer posible el acto educativo, dentro del horizonte de una educación concebida como participación, creatividad, expresividad y racionalidad (Gutiérrez y Prieto, 2004)”(León G, 2014, 141).

GUIA Nº 1. En esta primera actividad se realizó la construcción del tangram chino, catalogado como un juego que requiere ingenio e imaginación, además de gran utilidad como material didáctico para el desarrollo de conceptos matemáticos. El objetivo fue permitir la manipulación de materiales concretos para desarrollar el razonamiento lógico espacial, la memoria visual y la formación de conceptos básicos de matemáticas como áreas, fracciones y características propias de algunas figuras geométricas.

Inicialmente se facilita una hoja tamaño oficio y se pide que a través de un corte se convierta a un cuadrado, las estudiantes evidencian algo de angustia al no encontrar la manera de que esto ocurra, pero muy pronto dan con la solución y así mismo se hace con cada corte para obtener las figuras que forman el tangram chino. Además se les va realizando una serie de preguntas sobre distintos conceptos matemáticos como el reconocimiento de cada forma, la fracción que representa cada figura del cuadrado original y el área respectiva, se observó que algunas estudiantes tienen claridad en los temas y otras aun no lo han asimilado, esto fue muy significado puesto que con la manipulación de las piezas se pudo verificar cada una de las afirmaciones que se realizaban.

Por último, se les pide construir el cuadrado original, aunque para algunas fue de mucha dificultad poder organizar las piezas de forma adecuada, al final la manipulación del material permitió a las estudiantes apropiarse de las piezas y así reconocer sus características para luego poder tomar una decisión en el momento en que se les pide construir los rompecabezas

GUIA Nº 2. Esta actividad tiene como objetivo crear estrategias a partir de las representaciones para solucionar problemas que requieran la descomposición de expresiones algebraicas utilizando un material concreto. La idea inicial es que a través de recortes de rectángulos de lados 1 y x, cuadrados de lados x, y cuadrados pequeños de dimensiones 1, se construyan terrenos rectangulares.

Para el desarrollo de esta actividad se hace una interpretación geométrica del área que se forma al utilizar los cuadrados y los rectángulos, se observa como algunas estudiantes tienen claro el concepto de área a diferencia de otras que no lo logran comprender, para ello se realiza una explicación personalizada donde finalmente se cumple el objetivo. Cabe rescatar el interés y la motivación que demuestran las estudiantes por aprender algo nuevo y de una manera diferente tal como son los temas de octavos que para muchos suele ser bastante complicado.

GUIA Nº 3. El objetivo de este trabajo fue relacionar el concepto de área y representar algunos términos algebraicos a través de los matebloques, para ello se realizó el material con foamy de dos colores el azul que indica la parte negativa y el rojo para los positivos.

Inicialmente se les dio una medida exacta para la construcción del material, aquí se observó la dificultad en algunas estudiantes para realizar las mediciones, luego de construido el material se les indico que aquella medida ahora la representaríamos con una variable cualquiera, como si se desconociera la misma, fue un poco complejo para ellas entender que después de utilizar una medida se pasara a desconocerla, pero luego se les indico que el álgebra consiste en generalizar valores.

Seguidamente, se les dio un nombre a cada pieza del material teniendo en cuenta el área del cuadrado y del rectángulo, de esta manera el cuadrado grande seria x^2 los rectángulos x y los cuadrados pequeños 1, esto fue muy satisfactorio puesto que a cualquier olvido lo único que hacían era recordar las longitudes de las piezas y sus áreas respectivas. Luego, a través de la manipulación de las fichas se propone representar algunas expresiones algebraicas a través del material, al inicio se presentó cierta dificultad para identificar las piezas a las cuales se hacía referencia pero después de ejercitar se evidencio un buen entendimiento por parte de todas las estudiantes. Finalmente, las estudiantes manisfestaron lo agradable y productivo que es para la enseñanza, el poder manipular y representar lo que en el aula de clase en ocasiones es expuesto de una manera tan "superficial".

GUIA Nº 4. Como ya anteriormente se habia tratado el tema de factorizar, en esta ocasión se pretende fortalecer este concepto trabajando con el trinomio cuadrado perfecto.

En un primer momento, se realiza una retroalimentacion de lo ya entes trabajado, esto fue muy satisfactorio pues, el tiempo que se dedico para fue muy corto, ya que las estudiantes tenian un buen dominio del material y de como formar rectangulos con las piezas.

Seguidamente, se propone formar diferentes cuadrados con varias figuras de los matebloques y luego identificar las medidas de los lados teniendo en cuenta las longitudes de cada ficha. Al principio hubo dificultad ya que las estudiantes confundian los lados con las areas de cada figura. Para lo cual, se realizo una socializacion mas detallada de tal manera que todas terminaron comprendiendo el tema.

GUIA Nº 5. El objetivo de esta actividad es fortalecer el planteamiento y la solucion de problemas en las estudiantes. Para ello se propone utilizar diferentes tipos de graficos o dibujos que les permita relacionar el contexto del problema para llegar a la solucion.

Fue muy evidente la apatia que sienten las estudiantes al momento de enfrentar un problema, para superar esta situacion se propuso problemas sencillos con los que se encuentran diaramente, esto facilito el buen desarrollo de la actividad pues las estudiantes mostraron muy buena disposicion.

En el momento de realizar el planteamiento del problema se observo que las estudiantes presenta dificultad para la comprension, con el fin de mejorar esta situacion se utilizaron graficos que se relacionaran con lo dicho en el problema y de esta manera fue mas evidente la solucion. Algunas estudiantes, se demoraron en llegar a la respuesta puesto que no realizaban conjeturas y relaciones a partir de la informacion dada. Al final, el trabajo fue muy significativo en la medida que las estudiantes lograron hacer distintas relaciones dentro del problema para llegar a la solucion y aun mas de una manera totalmente diferente a la que ellas estan acostumbradas para solucionar un problema.

GUIA Nº 6. Para el desarrollo de esta actividad fue necerario recordar las dimensiones de las piezas de los matebloques y relacionarlo con el concepto de area.

Primero se les pregunto a las estudiantes como a partir de las longitudes de las figuras de los matebloques se puede formar un rectangulo y cuales serian las medidas de sus lados, las estudiantes demoraron un tiempo en asimilar la situacion hasta que algunas recordaron lo trabajado anteriormente y relacionaron la factorizacion con la multiplicacion, luego se les socializo a todas y de esta manera llegaron a la conclusion de que lo que se busca en la multiplicacion es contar cuantas piezas de cada tipo son necesarias para formar un rectangulo con las medidas indicadas. En el momento de formar los rectangulos se presento nuevamente la confusion entre las medidas de los lados y sus respectivas areas. Despues de varios ejemplos se logro que superaran dicha dificultad.

GUIA Nº 7. Con esta guia se pretente reforzar el planteamiento de ecuaciones para llegar a la solucion de un problema utilizando diferentes tipos de representacion.

Primero se les plantea una situación y se les pregunta cómo llegar a la solución sin necesidad de recurrir a los símbolos que comúnmente se utilizan en matemáticas. Fueron muchas las respuestas, pero todas apuntaban a la solución rigurosa que todos conocen.

Luego, fue sorprendente para ellas ver como a partir de símbolos diferentes y no muy lejos de los que se utilizan diariamente, se puede llegar a la solución de un problema, dependiendo del significado que cada uno le dé. En el desarrollo de la actividad, se observó dificultad en algunas estudiantes asimilar lo dicho anteriormente, pues ya están tan encerradas en la rigurosidad con la que se enseña matemáticas, que para ellas resulta difícil creer que existen otras formas de comprenderlas. Cabe resaltar la curiosidad y la motivación que evidencian las estudiantes cada vez que se les muestra las matemáticas de una manera tan sencilla y acorde para su edad.

GUIA Nº 8. Con esta guía se pretende sumar y restar expresiones algebraicas teniendo en cuenta conceptos de área y perímetro de cuadrados y rectángulos.

Inicialmente se hace un trabajo de manipulación con las piezas del material de tal manera que haya una apropiación de las formas y colores. Se evidencia en las estudiantes una buena asimilación del tema, puesto que el trabajo realizado en guías anteriores les ha permitido comprender el proceso de sumar expresiones algebraicas. La dificultad se presentó en el momento en que se introducen las piezas de color azul y comprender que para encontrar el resultado es necesario eliminar las figuras iguales con color diferente. Con la pronta explicación y socialización de distintos ejemplos finalmente las estudiantes lograron entender este proceso.

5.2.3. Evaluación

Con el propósito de caracterizar las habilidades de las estudiantes para solucionar problemas que involucran el pensamiento variacional: algebraico y analítico. Se diseñó un test de 7 preguntas que relaciona las temáticas estipuladas en el plan de aula para pre-algebra.

Aquí se evidencia una apropiación de los conceptos de pre-algebra por parte de las estudiantes para dar solución a una situación problemas; respondiendo con los estándares y lineamientos del grado según el Ministerio de Educación Nacional. además, se resalta las diferentes estrategias utilizadas para llegar a esta.

Cuadro 5.11: Desempeños del Plan de Aula

I Representa de forma algebraica el área y el perímetro de rectángulos y cuadrados.

II Usa letras para representar cantidades en expresiones sencillas que representan situaciones.

III III. Soluciona problemas que involucran el área de superficies (cuadriláteros).

IV Resuelve problemas que involucran números naturales.

Cuadro 5.12: Referente a los desempeños del Plan de Aula

# pregunta	Desempeño evaluado	Estudiantes que contestaron correctamente	Estudiantes que no contestaron correctamente
1	I	17	3
2	II	20	0
3	II	18	2
4	III y IV	20	0
5	III y IV	20	4
6	IV	18	2
7	I, III y IV	18	1

Grafico estadístico del test evaluativo.
Este grafico estadístico relaciona el porcentaje de estudiantes que mostraron habilidad en cada uno de los desempeños estipulados en el plan de aula.

- Más del 90 % de las estudiantes mostraron habilidad para solucionar problemas que involucra áreas de superficies y propiedades de números naturales.

- Entre el 85 % y 90 % de las estudiantes muestra habilidad para generalizar a partir de la experiencia y relacionan letras para representar situaciones sencillas.

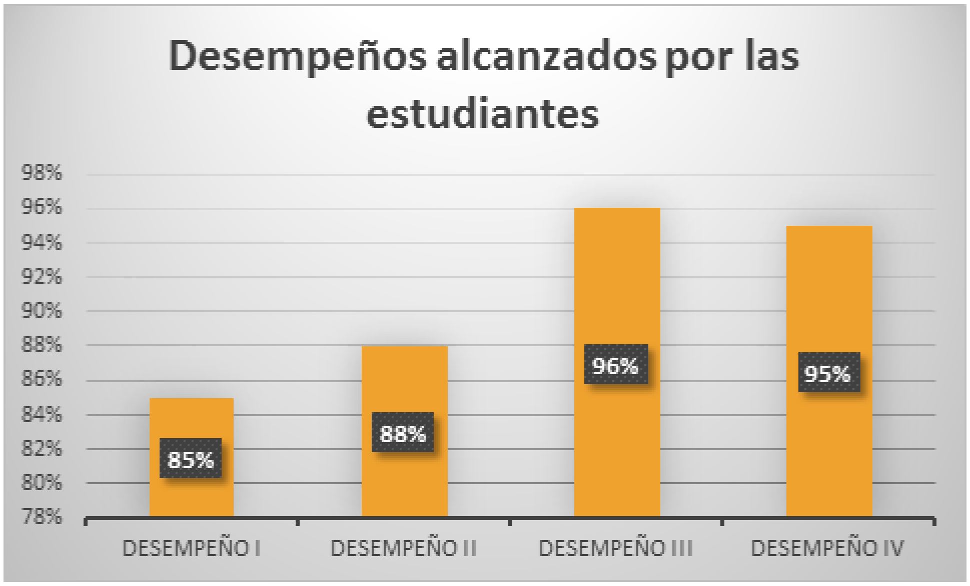


Figura 5.6: Desempeños alcanzados por las estudiantes

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES:

6.1. Conclusiones

- El introducir temas de pre-algebra en el grado sexto a través de distintos métodos de representación, permite un aprendizaje más significativo de los conceptos lo que favorece el manejo operativo y la solución de problemas en las estudiantes.
- Se pudo comprobar que trabajar el álgebra de una forma no lineal, a través de los matebloques, iniciando específicamente con el concepto de factorización, favorece la interpretación del concepto de área y perímetro, lo cual es clave para la suma y la multiplicación de expresiones algebraicas.
- Desarrollar el modelo de representación (enactivo, icónico y simbólico) permite un aprendizaje más significativo en las estudiantes, más aun, cuando se les permite diseñar estrategias y construir las definiciones por sí mismas.
- Interrelacionar diferentes conceptos juega un papel muy importante en resolución de situaciones problemas, en la medida en que los conocimientos se muestren como un todo y no fragmentados.
- La aplicación de la propuesta curricular, permitió que las estudiantes de grado sexto se motivaran en cada una de las actividades desarrolladas, logrando fortalecer los procesos de interpretación, modelación y manejo de los conceptos de pre-algebra de una forma más significativa.
- El uso de material didáctico favorece el ambiente de la clase, hace más positivas las relaciones profesor-estudiante, las relaciones entre sí y mejora la disciplina en tanto que existe un mayor grado de fluidez en el desarrollo de las tareas.
- La labor docente se ve recompensada cuando se logra despertar en los estudiantes el deseo por mejorar sus aprendizajes, motivados por las estrategias y materiales preparados y diseñados para ellos, alcanzándose así los objetivos de enseñanza propuestos para la clase.

6.2. Recomendaciones

- La metodología está diseñada para grupos pequeños con el fin de realizar un trabajo de constante vigilancia y observación para que se cumplan los objetivos establecidos.
- Es necesario que el docente realice una completa planeación en cuanto a los ejercicios a plantear.
- Seleccionar situaciones problema que permitan construir expresiones algebraicas para describir la variación o el cambio.
- Resaltar la labor del docente como un mediador del conocimiento, donde la instrucción permite construir espacios de reflexión en cuanto a los aprendizajes.
- Se sugiere que las situaciones problemas que se trabajen en los conceptos de pre-algebra sean a través lenguaje transicional que facilite la comprensión de los símbolos.
- El docente está en la libertad de diseñar recursos que cumplan con el modelo de representación propuesto, para permitir la construcción de los conceptos.

APÉNDICE A

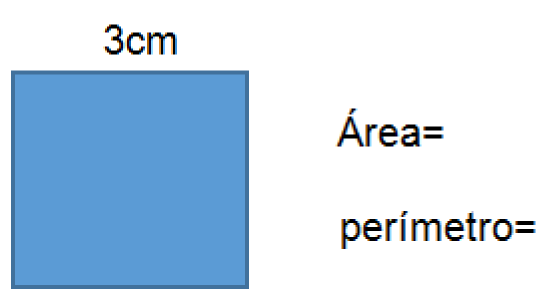
ANEXO

A.1. Test de entrada

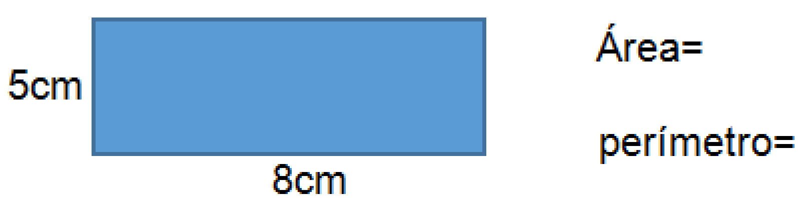
Objetivo: Evaluar los conceptos previos, que permitan identificar el tipo de pensamiento y razonamiento que tienen las estudiantes.

1. Hallar el área y perímetro de las siguientes figuras.

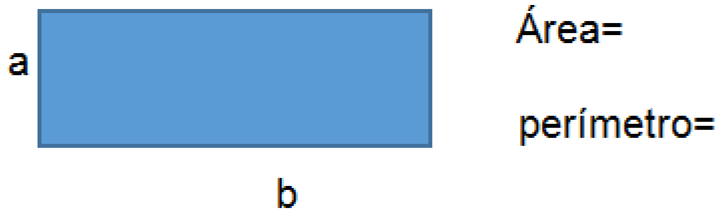
   a) Cuadrado

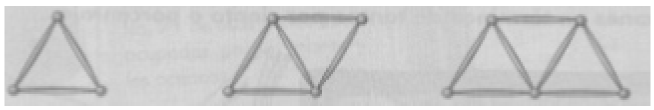
   b) Rectńgulo

   c) Rectńgulo



2. Completa la tabla de acuerdo a la imagen.



Número de triangulos	1	2	3	4					
Número de palitos									
Número de bolas									

3. Escriba una expresión para los siguientes enunciados.

   a) El doble de un número.
   b) Un número disminuido en 5 es igual a 10.
   c) La mitad de un número más 6.

4. Daniel es el dueño de un lote rectangular que tiene por dimensiones "$a+b$" de largo, y "$2a+2b$" de ancho. ¿ Cómo puede expresar Daniel la longitud de una cerca si quiere encerrar el lote ?

5. Daniel desea vender el lote y necesita saber la cantidad de unidades cuadradas de este. ¿ Cómo puede expresar Daniel el área del lote?

6. El ancho de una sala de teatro de forma rectangular es 2 metros más corto que su largo. Si el área del teatro es 200 metros cuadrados encuentre las dimensiones del teatro.

7. Una jarra cuesta el valor de dos vasos más 2600. La jarra y los vasos cuestan 4900. ¿ Cuál es el valor de los vasos? Cuál es valor de la jarra?

8. El triple de mi edad disminuido en 13 es igual a 59. ¿ Cuál es mi edad?

A.2. Guias de aprendizaje

A.2.1. Guia de trabajo #1

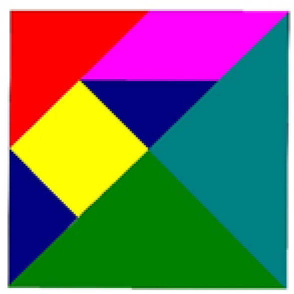
Objetivo:

- Permitir de manera lúdica ligar la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas.

- Favorecer en los estudiantes el razonamiento lógico espacial, la percepción y la memoria visual.

Tiempo requerido: 1 hora
Recursos: 1 hoja de block tamaño oficio y tijeras
Temas integradores: concepto de fraccóin y figuras geométricas.

TANGRAM



El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado Chi Chiao Pan, que significa tabla de la sabidurÍa. El puzzle consta de siete piezas que salen de cortar un cuadrado en cinco triángulos de diferentes formas, un cuadrado y un trapecio. El juego consiste en usar todas las piezas para construir diferentes formas.
Pasos

1. Tomamos una hoja tamaño oficio.

2. ¿Qué forma geométrica tiene la hoja?

3. ¿Cómo convertir el rectángulo en un cuadrado con un solo corte?

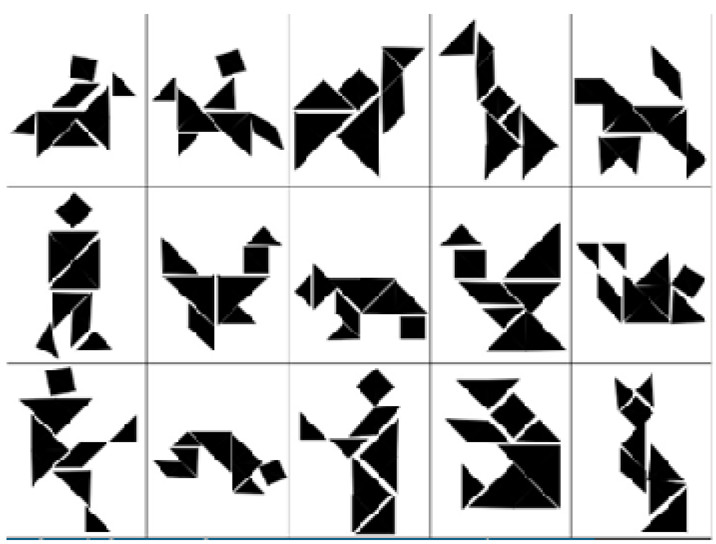
4. ¿Cuantos triángulos se pueden obtener del cuadrado? ¿ Cómo se clasifican estos triángulos? Realizar el corte.

5. ¿ Qué fracción del cuadrado representa cada uno de los triángulos?

6. Hacer coincidir los dos ángulos congruentes de uno de los triángulos y realizar corte. ¿Qué resulto?

7. ¿Qué fracción del cuadrado original representa cada uno de los triángulos obtenidos?

8. Con el otro triángulo hacer coincidir los vértices y para hallar los puntos medios del triángulo.
9. Luego hacer coincidir el ángulo recto con el punto medio del lado opuesto, se hace el doblaje. ¿Qué resulto al realizar el corte?
10. ¿Qué fracción del cuadrado original representa cada una de las figuras obtenidas?
11. Luego se dobla por la mitad el trapecio. ¿Qué figuras resultaron?
12. ¿Qué fracción del cuadrado original representa cada una de las figuras obtenidas?
13. A uno de los trapecios resultantes hacer coincidir el ángulo recto con el ángulo obtuso extremo. ¿Qué figuras se obtienen?
14. ¿ Qué fracción del cuadrado original representa cada una de las figuras obtenidas?
15. En el otro trapecio hacer que coincidan el ángulo recto con el agudo. ¿Qué figuras resultan?
16. ¿Qué fracción del cuadrado original representa cada una de las figuras obtenidas?
17. Finalmente quedan las fichas del tangram chino.
18. Construir el cuadrado a método de rompecabezas.
19. Construir dos cuadrados de igual tamaño a método de rompecabezas.
20. Construir diversa figuras a partir del rompecabezas



Referencia. Torres. M.V (2016). Actividades para el aula, formas y figuras. Educrea. Visible en https://educrea.cl/wp-content/uploads/2016/07/TANGRAM.pdf

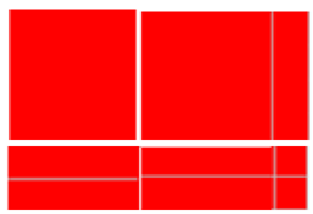
A.2.2. Guia de trabajo #2

Objetivo:

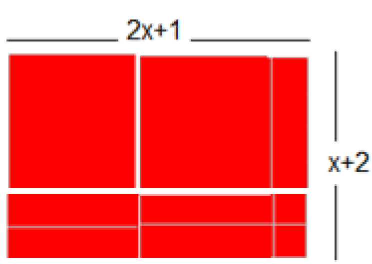
- Reconocer y relacionar cada pieza del material didáctico, con el concepto de área.
- Crear estrategias a partir de las representaciones para solucionar problemas.
- Resolver situaciones problemas que requieran de la descomposición de expresiones algebraicas.

Tiempo requerido: 2 horas
Recursos:hojas, tijeras, colores.

- Construir la siguiente figura con recortes.



- Esta figura corresponde a la simulación que se le hace a una finca que se ha dividido en nueve espacios para diferentes cultivos. El dueño de la finca desconoce el área real del de la finca pero sí, algunas congruencias en esas dimensiones.
    - ¿Qué figura geométrica representa el total de la finca?
    - ¿Qué figuras geométricas dividen la finca?
    - ¿Hay figuras congruentes?
    - Si el área de un rectángulo, es el producto de la base por la altura entonces:
      ¿En cuántos segmentos está dividido la base y la altura?
      ¿Existen segmentos congruentes en relación con la base y la altura?
- Al probar que en la base y en la altura solo se relacionan dos medidas. Es necesario establecer dos símbolos distintos para cada una de ellas. (x y 1).
  ¿Qué expresión me representa el área de la finca?



Obtenemos de esta manera un rectángulo de lados $(2x+1)$ y $(x+2)$, por tanto la finca tiene como área la expresión algebraica $(2x+1)\cdot(x+2)$.

Actividades

1. En la finca de Eliana hay una piscina formada por baldosas de distintas medidas. ¿Cuáles son las dimensiones de sus lados?

2. Determinar los lados de la imagen que se va a utilizar para construir un mosaico con fotos de distintas medidas.

Referencia. Mancera, E. y Pérez, C. Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM,pp.61-68. Â© 2007 Edebé Ediciones Internacionales S.A. de C.V. Impreso en México.

A.2.3. Guia de trabajo #3

Objetivo:

- Reconocer y relacionar cada pieza del material didáctico, con el concepto de área.
- Representar expresiones algebraicas con las piezas del material didáctico.

Tiempo requerido: 2 horas
Recursos: Foami azul y ojo, tijeras y regla.

MATEBLOQUES

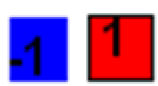
"La forma de aprender matemáticas haciéndose la vida de cuadritos"

Eduardo Mancera

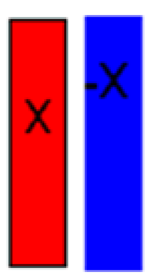
Los Matebloques son un material didáctico, generalmente en madera cuyo uso se ha popularizado desde los años 60 y 70 a través del trabajo del Dr. Zoltán Dienes. Este matemático y didacta húngaro, en colaboración con el psicólogo cognitivo Dr. Jerome Bruner, que permite lograr aprendizajes significativos en matemáticas según lo muestran investigaciones realizadas por reconocidos miembros de la comunidad matemática como Fernando Soto, Saulo Mosquera y Eduardo Mancera. [1]

El juego consta de cuadrados grandes cuyo lado mide "x unidades", cuadrados pequeños cuyo lado mide "1 unidad" y rectángulos cuyos lados miden respectivamente "x unidades y 1 unidad"; los rojos los identificaremos con una unidad positiva, mientras que los azules corresponderán con una unidad negativa.

De acuerdo a lo anterior, consideremos que el cuadrado pequeño tiene una unidad de medida como longitud de su lado, luego entonces su área será 1 unidad cuadrada. Podemos considerar que de acuerdo al color estemos hablando de $+1$ o -1.

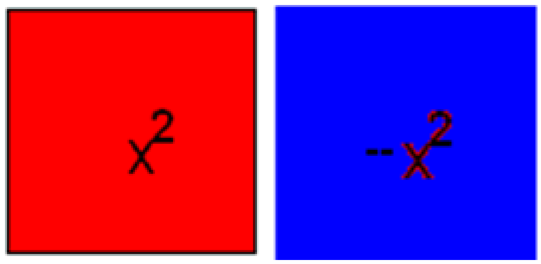


Si en los rectángulos, la longitud de uno de sus lados es la unidad y consideramos que el otro lado es x, entonces el área es $(1)(x) = x$ unidades cuadradas, además podemos convenir que se acuerdo al color se haga referencia a $+x$ o $-x$.



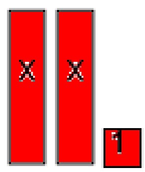
[1] MANCERA. E. (2004). Matebloquemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

En el mismo orden de ideas como el cuadrado mayor tiene como longitud de su lado el lado mayor del rectángulo, o sea x, entonces con él se pueden representar $+x^2$ (x al cuadrado unidades cuadradas) y de acuerdo al color $-x^2$

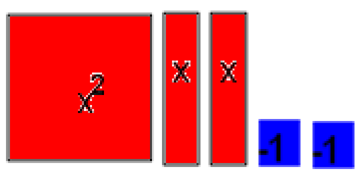


Ejemplo: considerando lo anterior entonces:

- $2x+1$



- x^2+2x-2



- $-2x-2$

Actividades

1. Utilizando el material represente las siguientes expresiones algebraicas:

   a) El doble del cuadrado de un número, aumentado en el mismo número.

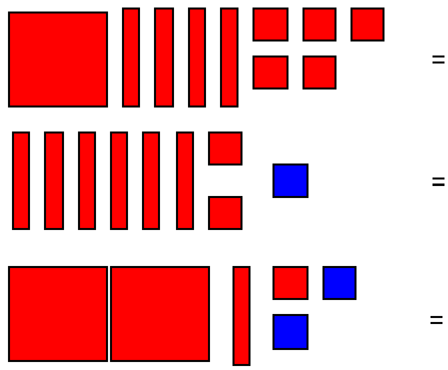
   b) Seis veces el área de una finca que tiene forma cuadrada menos cinco.

   c) La diferencia de un número con el triple de otro número.

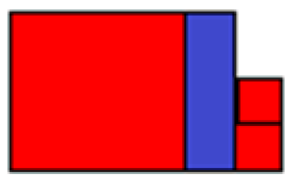
   d) $3x^2+3x-2$

   e) $3x+4-2x+5$

2. Identifique el modelo que se representa:



3. Encuentre el área total de la figura



Referencia. MANCERA. E. 2004. Matebloquemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

A.2.4. Guia de trabajo #4

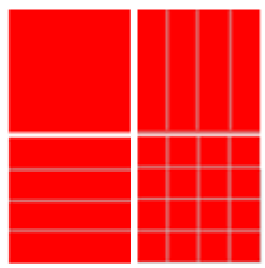
Objetivo:

- Resolver situaciones problemas que requieran de la descomposición de expresiones algébricas empleando los matebloques.

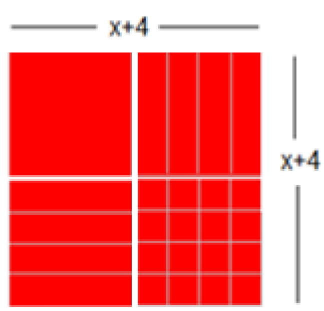
Tiempo requerido: 2 horas
Recursos: hojas, tijeras y colores.

DESCOMPOSICION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS II

Construir un cuadrado con las siguientes figuras $x^2 + 8x + 16$



Teniendo en cuenta las dimensiones de cada figura del material, ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado construido?
Luego, como x^2 representa un cuadrado del lado x, x como un rectángulo de lado x y 1, y las 16 unidades con cuadrados de lado 1, entonces la expresión $x^2 + 8x + 16$ tiene las siguientes dimensiones:



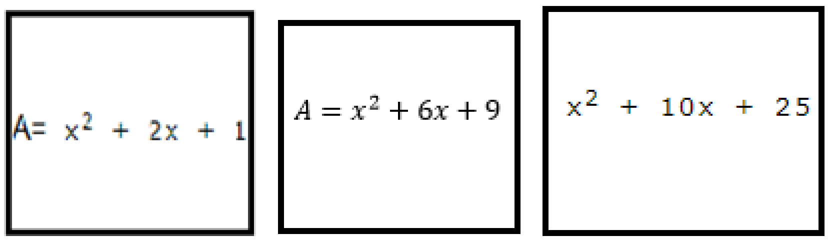
¿Cómo son los lados del cuadrado?
¿Cómo se representa el área del cuadrado?
¿Es valida la siguiente expresión para representar el área del cuadrado?

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

Se puede concluir en acuerdo que un trinomio cuadrado perfecto es un polinomio de tres términos que resulta de elevar al cuadrado un binomio.

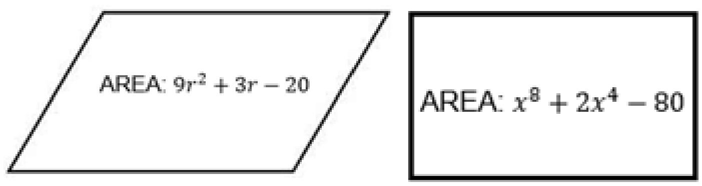
Actividad

1. Hallar las dimensiones de los siguientes cuadrados conociendo sus Ã¡reas.



2. Daniel es el dueño de un lote de forma cuadrada que tiene por área $x^2 + 4x + 4$ Cómo puede expresar Daniel las dimensiones del lote?

3. Exprese algebraicamente los lados de los siguientes rectángulos.



Referencia. Mancera, E. y Pérez, C. Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM,pp.61-68. Â© 2007 Edebé Ediciones Internacionales S.A. de C.V. Impreso en México.

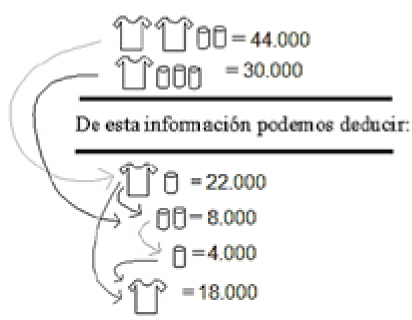
A.2.5. Guia de trabajo #5

Objetivo:

- Utilizar diferentes tipos de representación para solucionar problemas.
- considerar un tipo de representación icónica donde se permite representar una situación por medio de dibujos, figuras o iconos que tengan algún tipo de parecido con aquello que se representa.

Tiempo requerido: 2 horas
Recursos: Papel, colores y tijeras.
Temas integradores: conteo, descomposición de expresiones, igualdad y relaciones.

Analicemos el siguientes casos:
El precio de dos camisetas y de dos latas de refresco es de $44.000. El precio de una camiseta y tres latas es de $30.000 Cuál es el precio de una camiseta y el de una lata de refresco?



Con esta representación se quiere representar el siguiente razonamiento:
Si dos camisetas y dos latas valen $44.000, ¿Cuál es el precio de una camiseta con una lata? Si una camiseta y tres latas valen $30.000, y una camiseta y una lata valen $22.000, ¿Cuál es el precio de dos latas?, luego qué precio tiene una sola lata vale y por tanto la camiseta?

Actividad:
resolver mediante signos o gráficas las siguientes situaciones.

1. Juan compro tres canicas de cristal y dos de acero por $1.500 y al día siguiente tres de cristal y cinco de acero por $1.950. Determinar el precio de una canica de cristal y una de acero.
2. Alejandro pago por tres bombones y cinco paquetes de papas $5.000. Diego pago por cinco bombones y siete paquetes de papas $7.400. ¿cuál es el precio de cada bombón y cada paquete de papas?
3. La entrada a cine de 3 niños y 5 adultos tiene un costo de $69.000 y para 4 adultos y 2 niños 52.000. ¿Cuál es el costo de la entrada para cada niño y cada adulto?

Referencia. Godino Juan D. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada.

A.2.6. Guia de trabajo #6

Objetivo:

- Reconocer y relacionar cada pieza del material didáctico, con el concepto de área.
- Multiplicar expresiones algebraicas utilizando los matebloques

Tiempo requerido: 2 horas
Recursos: matebloques elaborados en foami.

MULTIPLICACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

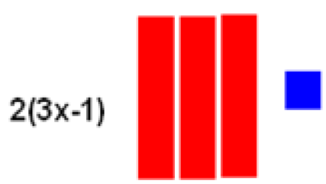
"La forma de aprender matemáticas haciéndose la vida de cuadritos"

Eduardo Mancera

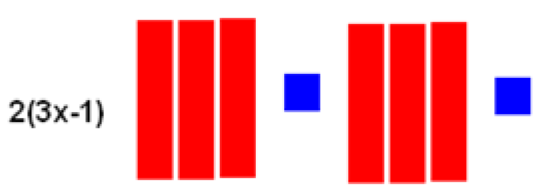
Para la multiplicación de expresiones algebraicas podemos recurrir a la asociación de esta operación con el área de un rectángulo.

Si tratamos de considerar el caso en el que se multiplica una constante por una expresión algebraica sencilla podrÃamos proceder como sigue:

Utilizamos los bloques para representar lo que está dentro del paréntesis:



y enseguida lo duplicamos según indica la constante:



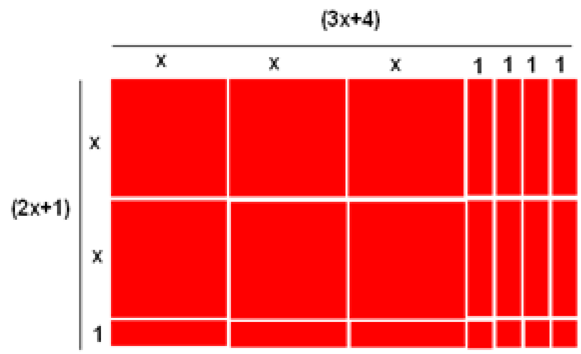
Por lo tanto el resultado es:

En el caso de que la constante sea negativa se procede de manera similar:

Iniciamos representando con los bloques lo que está dentro del paréntesis, enseguida consideramos que la operación indica triplicar lo que hay dentro del paréntesis y finalmente se cambian cada una de las piezas por unas del otro color.

En el caso en que se multiplican dos polinomios de primer grado, por ejemplo: $(3x+4)(2x+1)$ se recurre a la interpretación de la multiplicación como el área de un rectángulo, cuyos lados miden lo que indican cada uno de los factores:

- Construir con las figuras un rectángulo cuyas dimensiones sean $(3x+4)(2x+1)$



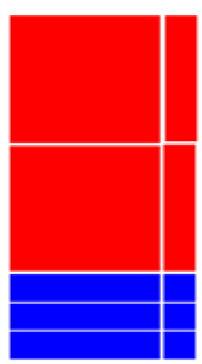
Cuantas figuras de cada tipo resultaron? Luego el resultado es:

$$(3x+4)(2x+1) = 6x^2 + 11x + 4$$

- Hallar el área de un de un terreno cuyas dimensiones son: $(2x-3)(x+1)$

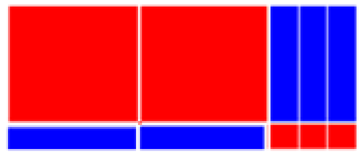
Aquí se completa el rectángulo con cuadrados pequeños asociados a los negativos, como si consideráramos que uno de sus lados es positivo y otro negativo, de tal modo que no sería un resultado positivo sino negativo, Luego:

$$(2x-3)(x+1) = 2x^2 - x - 3$$



Si los términos constantes de cada polinomio fueran negativos, se tendría:

$$(2x-3)(x-1) = 2x^2 - 5x - 3$$



Actividades

1. Resuelva las siguientes multiplicaciones utilizando los matebloques:

   a) $-3(2x-4)$

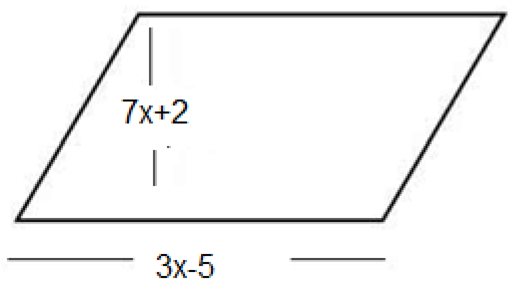
   b) $(2x-4)(x-1)$

   c) $(x+1)(x-1)$

   d) $(3x+6)(2x-2)$

   e) $(5x+3)(x-2)$

2. Hallar en área del paralelogramo.



Referencia. Mancera, E. y Pérez, C. Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM,pp.61-68. Â© 2007 Edebé Ediciones Internacionales S.A. de C.V. Impreso en México.

A.2.7. Guia de trabajo #7

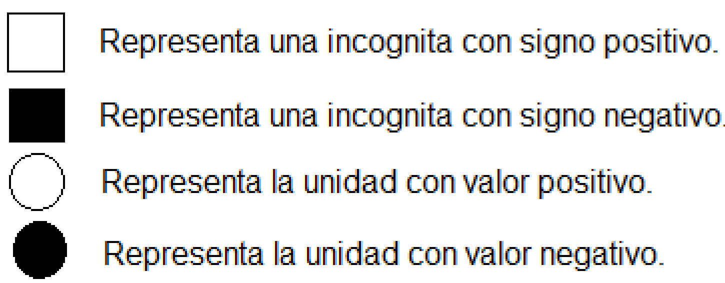
Objetivo:

- Resolver problemas con ecuaciones lineales a partir de distintos modelos (dibujos, diagramas) que permitan una interpretación significativa.

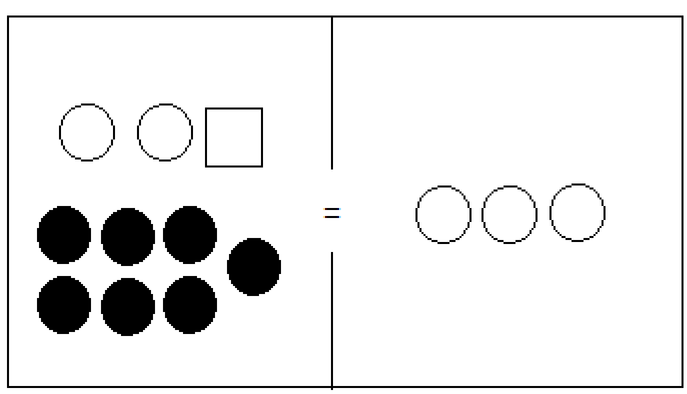
Tiempo requerido: 2 horas
Recursos: Hojas, tijeras y colores

SOLUCION DE ECUACIONES LINEALES

Se emplea un modelo propuesto por Pizón y Gallardo (2000) que se adaptó para hacerlo significativo para los estudiantes, considerando así mismo sus dificultades para estructurar sus acciones. Para modelar las relaciones en una ecuación de dos miembros, se emplea un tablero (rectángulo de 65 cm. por 41 cm. dividido en dos partes iguales, lado izquierdo, lado derecho, con un signo igual en medio) y fichas que representan los elementos de la ecuación de la siguiente manera:



Ejemplo: el doble de la edad de María disminuido en siete es 3. ¿Cómo modelar esta ecuación? ¿Cuáles y cuantas figuras se deben utilizar?



Actividad

1. Plantear una ecuación a cada uno de los siguientes problemas.

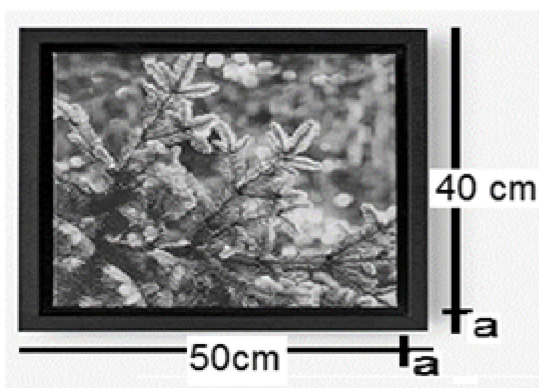
2. Modelar la situación con el dibujo o figura que se prefiera.

3. Resolver la situación teniendo en cuenta que:

    - Para despejar la incógnita se aplica un valor inverso en ambos miembros de una igualdad, esta se mantiene pero los miembros se modifican.
    - En el caso de la suma al pasar una ficha de un lado a otro de la ecuación cambia de color, lo que simula el cambio al signo que implica la operación inversa.
    - En el caso de la multiplicación o división, cuando la parte literal y la incógnita están juntas, se indica una multiplicación y la ecuación se transforma agregando a ambos lados de la igualdad el inverso correspondiente.
    - La división que se representó separando el dividendo y el divisor con una barra del mismo material que las fichas.
    - La anulación entre términos emplearon dos fichas de la misma figura y diferente color, colocadas en el mismo lado de la ecuación.

    a) En una floristería se vendieron rosas y lirios. El número total de unidades fue 26. Si el número de rosas es dos veces mayor que el número de lirios. ¿Cuántos lirios se vendieron?

    b) Se enmarca un lienzo rectangular de $5cm$ de largo por $4cm$ de ancho utilizando un marco de ancho a, como se muestra en la figura. Si el perímetro de todo el cuadro e de $34cm$. ¿Cuál es la medida del ancho del cuadro?



    c) Dentro de 8 años, la edad de Ana será igual a 3 veces la dad que tenía hace 6 años. ¿Cuántos años tiene ella actualmente?

Referencia. Mancera, E. y Pérez, C. Historia y Prospectiva de la Educación Matemática. Memorias de la XII CIAEM,pp.61-68. Â© 2007 Edebé Ediciones Internacionales S.A. de C.V. Impreso en México.

A.2.8. Guia de trabajo #8

Objetivo:

- Identificar áreas y perímetros de cuadrados y rectángulos.
- Comprender de manera significativa el sentido real de sumar expresiones algebraicas utilizando los matebloques.

Tiempo requerido: 2 horas
Recursos: Matebloques elaborados en foami

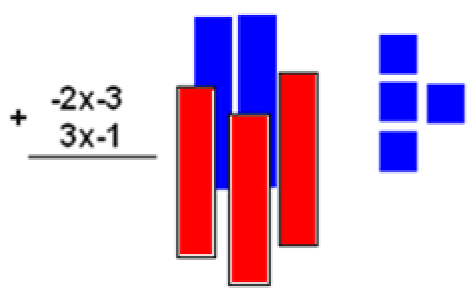
SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

"La forma de aprender matemáticas haciéndose la vida de cuadritos"

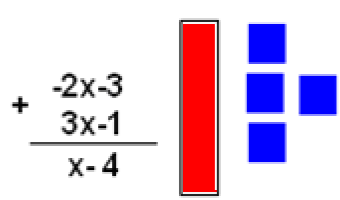
Eduardo Mancera

Con las mismas reglas con las que operamos con números naturales podemos realizar operaciones de suma y resta de expresiones algebraicas, es decir se equilibran entre sí las piezas del mismo tipo con diferentes colores para dar lugar a un cero.

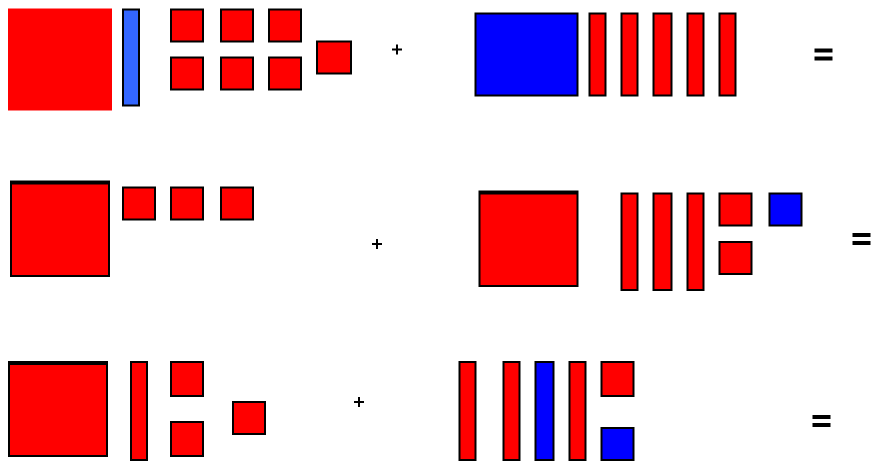
Para sumar expresiones algebraicas se agrupan las piezas según correspondan, es decir, regletas con regletas y cuadrados pequeños con cuadrados pequeños:



Se detectan las piezas que se equilibran unas con otras y se obtiene el resultado:



1. Encuentre la suma de las dos expresiones algebraicas:



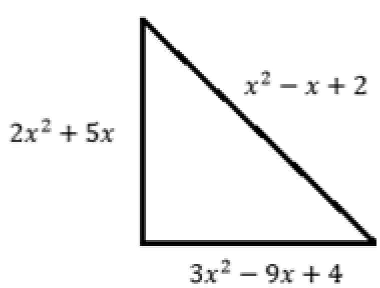
2. Escriba la expresión que representa cada una de las anteriores figuras:

________________________ + ________________________ =

________________________ + ________________________ =

________________________ + ________________________ =

3. Resuelva el siguiente problema utilizando el material.



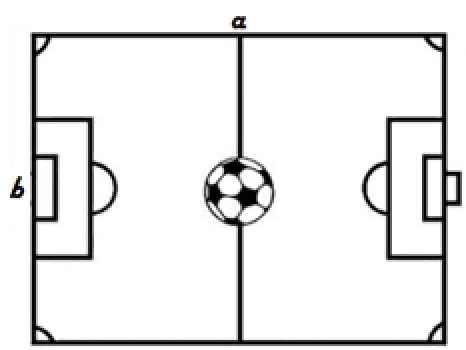
Referencia MANCERA. E. 2004. Matebloquemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

A.3. Evaluación

Objetivo:

- Caracterizar las habilidades de las estudiantes para resolver problemas que incluyen conceptos de pre-algebra.
- Valorar las diferentes estrategias utilizadas para resolver problemas.

1. Escriba una expresión para los siguientes enunciados.
   a) El doble de un número.
   b) Un número disminuido en 5 es igual a 10.
   c) La mitad de un número más 6.
2. En la figura de representa una cancha de fútbol con las dimensiones de sus lados. ¿Qué expresión representa el área y el perímetro?



3. Don Carlos necesita cercar un terreno recién sembrado para protegerlo de los animales. Si el terreno tiene forma rectangular y tiene de área $2x^2 + 11x + 15$. ¿Cuántos metros de alambre necesita?
4. Se tiene que embaldosar el patio interior de un edificio. El patio es rectangular y sus medidas son $3x + 2$ por $x + 4$. ¿Cuál es el área que se quiere embaldosar?
5. María tiene un jardín en la casa de campo de su familia. Si el jardín tiene forma rectangular y su superficie esta expresada como $x^2 - 4x + 3$ ¿Cuáles son sus dimensiones?
6. Jorge desea construir una repisa para su biblioteca. Si originalmente pensó en una repisa de área $4x^2 - 8x - 5$ y luego cambio a una repisa de $4x^2 - 4x - 3$ cm^2
   a) ¿Cuántos centímetros más tendrá el largo y el ancho de la repisa?
   b) Indique una expresión para el perímetro de la repisa.
7. La entrada a cine de 3 niños y 5 adultos tiene un costo de \$ 69,000 y para 4 adultos y 2 niños \$ 52,000. ¿Cuál es el costo de la entrada para cada niño y cada adulto?

A.4. Evidencias

Figura A.1: Evidencia. Multiplicando $(2x-2)(3x+6)$

Figura A.2: Evidencia. Factorizando

Figura A.3: Ambiente en el aula

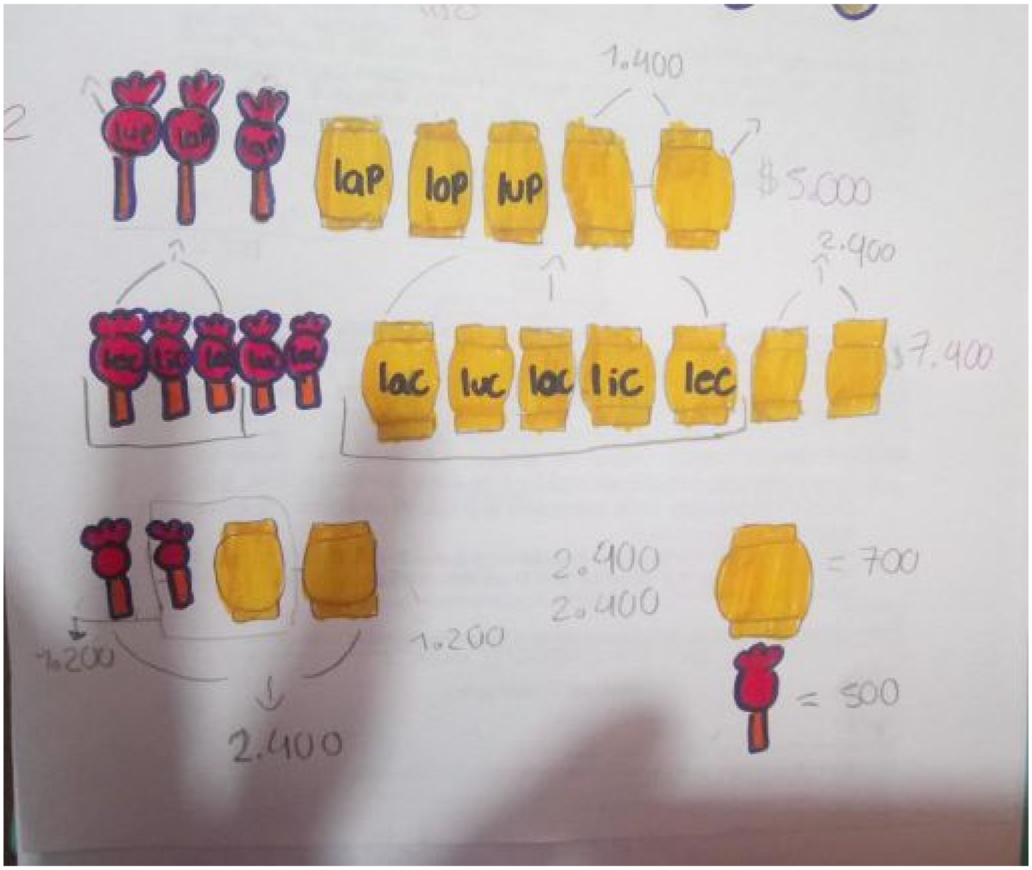
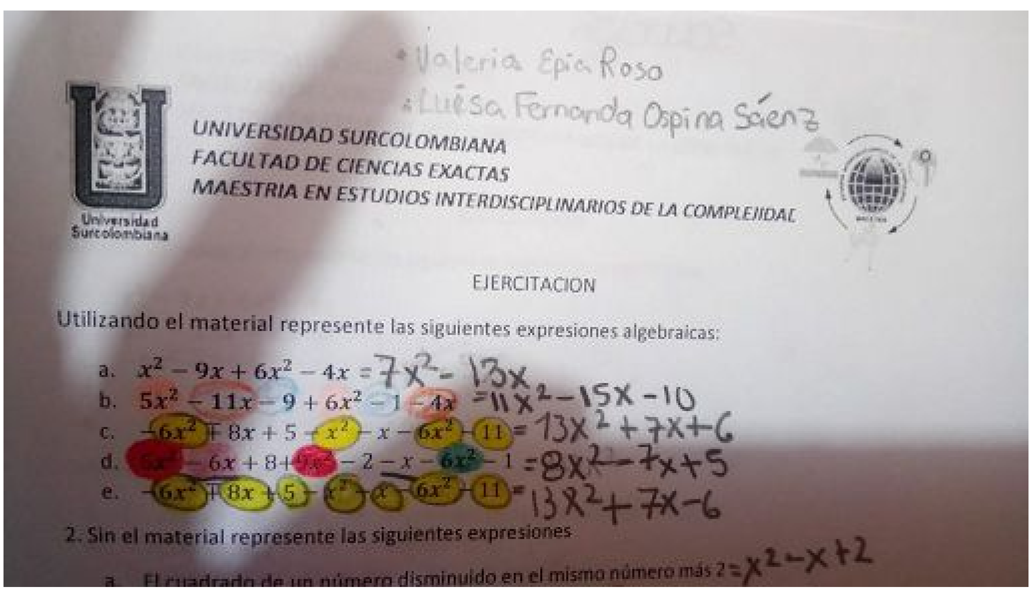


Figura A.4: Solucionando sistemas de ecuaciones 2x2


• Valeria Epia Rosa
• Luisa Fernanda Ospina Sáenz

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
MAESTRIA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

EJERCITACION

Utilizando el material represente las siguientes expresiones algebraicas:

a. $x^2 - 9x + 6x^2 - 4x = 7x^2 - 13x$
b. $5x^2 - 11x - 9 + 6x^2 - 1 - 4x = 11x^2 - 15x - 10$
c. $-6x^2 + 8x + 5 + x^2 - x - 6x^2 + 11 = 13x^2 + 7x + 6$
d. $\ldots - 6x + 8 + \ldots - 2 - x - 6x^2 - 1 = 8x^2 - 7x + 5$
e. $-6x^2 + 8x + 5 + x^2 + x + 6x^2 + 11 = 13x^2 + 7x - 6$

2. Sin el material represente las siguientes expresiones

a. El cuadrado de un número disminuido en el mismo número más 2 $= x^2 - x + 2$

Figura A.5: Incentivando el manejo de las expresiones algebraicas

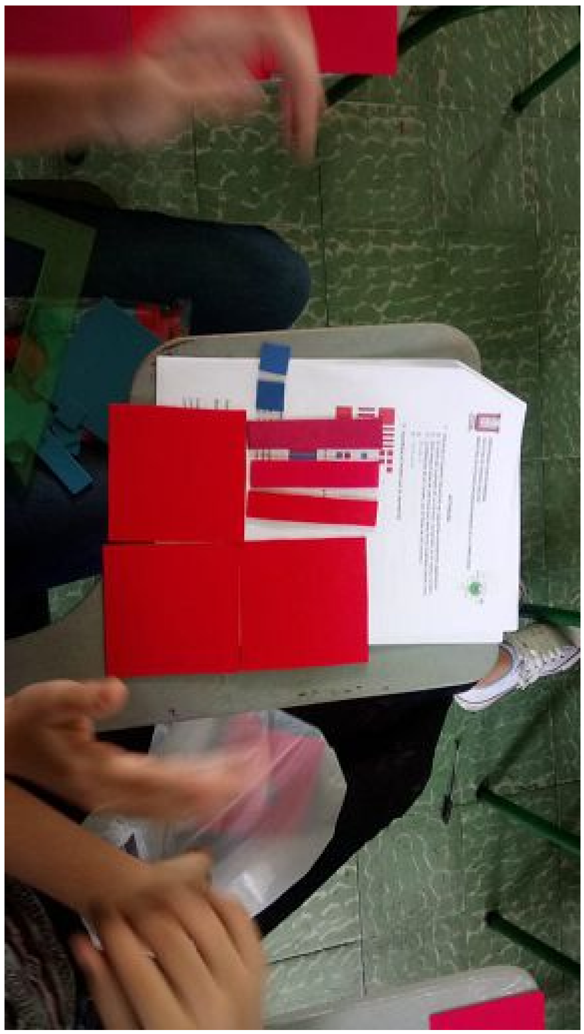


Figura A.6: Reduciendo términos semejantes

Figura A.7: Estudiantes de grado 6Â° del Colegio Maria Auxiliadora-Neiva

BIBLIOGRAFÍA

[1] Ausubel, D. P. (2012). The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view. Springer Science & Business Media

[2] Badilla Saxe, E. (2009). Diseño curricular: de la integración a la complejidad. Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", 9(2).

[3] A. Donoso, P. Diseño Curricular Problematizado: Una opción para la elaboración del currículo en Derechos Humanos desde la pedagogía crítica. Santiago de Chile 1992.

[4] Bertalanffy Center for the Study of Systems Science. (s.f.). General System Theory. Recuperado el 26 de enero de 2017, de http://www.bertalanffy.org/c_25.html.

[5] Botero, Carlos Alberto. (2008, 10 de febrero). Los Ejes Transversales como instrumento pedagógico para la formación de valores. Revista Iberoamericana de Educación, N 45/2. Recuperado el 19 de febrero 2017 de http://www.rieoei.org/deloslectores/2098Botero.pdf.

[6] Cañas, Alberto y Badilla Saxe, Eleonora. (2005, 28 de setiembre). Pensum no Lineal: Una propuesta innovadora para el Diseño de Planes de Estudio. Revista Actualidades Investigativas en Educacicon, 5 (Especial) Universidad de Costa Rica. Recuperado el 12 de abril 2017 de http://revista.inie.ucr.ac.cr/articulos/extra-cea/archivos/pensum.pdf.

[7] Capra, Fritjof. (1998). El Punto Crucial: Ciencia, Sociedad y Cultura Naciente. Buenos Aires, Argentina: Editorial Estaciones.

[8] Capra, F. (1998). El punto crucial: ciencia, sociedad y cultura naciente (Vol. 4). Editorial Pax México.

[9] Cañellas, A. J. C. (2005). Teoría del caos y práctica educativa. Eduga: revista galega do ensino, (47), 1325-1343.

[10] Covas, M., & Bressan, A. (2011). La enseñanza del álgebra y los modelos de área.

[11] Duran, W. Cuellar, M (2012). Aplicación de Matebloques en el Aprendizaje del Algebra. Universidad Surcolombiana.

[12] Dienes, Z. (1970). Conceptos algebraicos. En la construcción de las matemáticas. (Págs. 60 a 90). Barcelona: Ed. Vicens-Vives.

[13] Flores S. Ángel - Gómez R. Adriana, (2013), Aprender Matemática Haciendo Matemáticas, Colegio de Ciencias y Humanidades-UNAM, México.

[14] Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. Educación matemática, 21(2), 117-142.

[15] Godino, J. (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. Un enfoque ontologicosemiótico de la cognición e instrucción matemática. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

[16] Guido, G. (2004). Gregory Bateson: un pensamiento (complejo) para pensar la complejidad. Un intento de lectura/escritura terapéutica. Polis, Revista de la Universidad Bolivariana, vol. 3, núm. 9, 2004, p. 0 Universidad de Los Lagos Santiago, Chile.

[17] Hernández, Edgar. (2004). El filósofo Edgar Morín inaugura en México la Universidad Mundo Real, para una nueva educación planetaria. Escuela de letras. Recuperado el 23 de enero 2017, de http://www.escueladeletras.com/bagdad/427.html.

[18] Lagos Garay, G. (2004). Gregory Bateson: un pensamiento (complejo) para pensar la complejidad. Un intento de lectura/escritura terapéutica. Polis. Revista Latinoamericana, (9).

[19] Magendzo, A., & Donoso, P. (1992). Diseño Curricular Problematizador: Una opción para la elaboración del currículo en Derechos Humanos desde la pedagogía crítica. Santiago de Chile: Programa interdisciplinario investigaciones en Educación.

[20] Mancera Eduardo (1998). Matebloquematica II: la forma de aprender matemáticas haciéndose la vida de cuadritos. Grupo editorial Iberoamericana. México.

[21] Mejía, Gladys; Barrios, Ninfa (2008). El álgebra geométrica como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje del ólgebra escolar. Comunicación presentada en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

[22] Morales Ramírez, M. (2004). Uso de manipulativos en la enseñanza del álgebra. Trabajo de grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Nacional, México.

[23] Moreno, Juan Carlos. (2002). Tres Teorías que dieron origen al pensamiento complejo: Sistémica, Cibernetica e Información. En Velilla, Marco Antonio, Manual de iniciación pedagógica al pensamiento complejo. Colombia: Instituto Colombiano de Fomento de la Educación Superior, Corporación para el Desarrollo Complexus, UNESCO.

[24] Morin, Edgar. (2008). Reform of Thought. En Transdisciplinarity: Theory and Practice. New Jersey, USA: Hampton Press.

[25] Morin, Edgar. (2000). Los siete saberes necesarios para la Educación del futuro. Bogota: Ministerio de Educación Nacional.

[26] Morin, Edgar. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura - 7 place de Fontenoy - 75352 Paris 07 SP - Francia.

[27] Nicolescu, Basarab. (2008). In Vitro and In Vivo Knowledge - Methodology. En Transdisciplinarity: Theory and Practice. New Jersey, USA: Hampton Press. Retamal, Orlando. (1998). Una Educación para reconciliar el hombre con la tierra. Recuperado el 7 de febrero 2017, de: http://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S071807051998000100009&script=sci _arttext

[28] Novak, J. D., & Gonzalez, C. (1998). Conocimiento y aprendizaje: los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas.

[29] Stenhouse, L. (2003). InvestigaciÃ$^{3}nydesarrollodelcurr$Ã$culum.EdicionesMorata.$

[30] Tovar, W. D., & Cerón, M. L. C. Aplicación de matebloques en el aprendizaje del algebra. VI Coloquio Internacional Enseñanza de las Matemáticas, 120.

[31] Vergel, R. (2014). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años). Tesis Doctoral no publicada, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

[32] Westbrook, John. (1993). John Dewey. Recuperado el 13 de abril de 2017 de http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/archive/publications/ThinkersPdf/

[33] Zanocco, P (2006): la matemática en el programa aprendizaje inicial de la lectura, escritura y matemática. Revista pensamiento educativo, vol 39 (2). Pontificia Universidad católica de Chile. Santiago, Chile.