Neiva, _27 de enero del 2020_

Señores
CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
Ciudad

El (Los) suscrito(s):

JOSÉ JAIR MEDINA CÓRDOBA__________________, con C.C. No. _7688207______________,

DIEGO ANDRÉS MORA BARRIOS________________, con C.C. No. _7712413______________,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado Titulado: SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES RACIONALES EN EL GRADO NOVENO POR MEDIO DE LA MODELIZACIÓN INTERDISCIPLINARIA. Presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar el título de Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: ____________________________

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: ____________________________

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES RACIONALES EN EL GRADO NOVENO POR MEDIO DE LA MODELIZACIÓN INTERDISCIPLINARIA.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
MEDINA CÓRDOBA	JOSÉ JAIR
MORA BARRIOS	DIEGO ANDRÉS

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
MONTEALEGRE CÁRDENAS	MAURO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
DELGADO RIVAS	ÉDISON OSWALDO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

FACULTAD: CIENCIAS EXACTAS

PROGRAMA O POSGRADO: MAESTRÍA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

CIUDAD: NEIVA AÑO DE PRESENTACIÓN: 2019 **NÚMERO DE PÁGINAS: 89**

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una **X**)**:**

Diagramas___ Fotografías _X_ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general _X_ Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas _X_ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___
Tablas o Cuadros X

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*:

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español	Inglés	Español	Inglés
1. Complejidad	Complexity	6. Tecnología	Technology
2. Interdisciplinaridad	Interdisciplinarity	7. Función racional	Rational function
3. Modelación	Modeling		
4. Aprendizaje basado en proyectos	Project-Based Learning		
5. Trabajo colaborativo	Collaborative work		

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

En esta investigación, se diseñó e implemento una secuencia no lineal de aprendizaje para fortalecer la conceptualización de las funciones racionales para estudiantes de grado noveno, utilizando herramientas didácticas y tecnológicas.

En la planeación y estructuración de la secuencia didáctica se involucra el test de Gardner para la caracterización del grupo y la interdisciplinaridad en el currículo, usando como metodología el trabajo colaborativo, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y la modelación de las funciones racionales utilizando el software GeoGebra.

Este tipo de secuencia didáctica despierta la motivación de los estudiantes y permite la comprensión de forma significativa del concepto de función racional, potencializa la creatividad, la discusión y argumentación de ideas, la exploración de contenidos y la inclusión de las tics.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

In this research, a non-linear learning sequence was designed and implemented in order to strengthen the conceptualization of rational functions for ninth grade students, using didactic and technological tools.

In the planning and structuring of the didactic sequence, the Gardner test is involved in the characterization of the group and the interdisciplinarity of the curriculum, using collaborative work as a methodology, Project Based Learning (PBL), and modeling rational functions using Geogebra software.

This type of didactic sequence awakens motivation in students and allows a significant understanding of rational function concept, potentializes creativity, discussion and argumentation of ideas, content exploration and inclusion of ICTs.

APROBACIÓN DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: EDGAR MONTEALEGRE CÁRDENAS

Firma:

Nombre Jurado: EDGAR MONTEALEGRE CÁRDENAS

Firma: ______________________

Nombre Jurado: CARLOS JAVIER MARTÍNEZ MONCALEANO

Firma: ______________________

SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES RACIONALES EN EL GRADO NOVENO POR MEDIO DE LA MODELIZACIÓN INTERDISCIPLINARIA.

JOSÉ JAIR MEDINA CÓRDOBA

DIEGO ANDRÉS MORA

Director De Tesis Dr. Mauro Montealegre Cárdenas

Asesor de tesis: Edinson Oswaldo Delgado Rivas

Programa Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad
Facultad de Ciencias Exactas
UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
NEIVA 2019

DEDICATORIA

A Dios, por permitirnos alcanzar otra de nuestra metas intelectuales y profesionales.

A nuestras familias que nos apoyaron en alcanzar este sueño.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Mauro Montealegre Cárdenas, director de la maestría, por sus aportes, colaboración y acompañamiento durante la realización de la investigación.

A la Institución Educativa Enrique Olaya Herrera de la ciudad de Neiva, especialmente a su rectora Esp. Islenia Robayo Guzmán y al grado 903 por participar en cada una de las actividades propuestas.

A la Secretaria de Educación Municipal de Neiva y la Universidad Surcolombiana.

RESUMEN

En esta investigación, se diseñó e implemento una secuencia no lineal de aprendizaje para fortalecer la conceptualización de las funciones racionales para estudiantes de grado noveno, utilizando herramientas didácticas y tecnológicas.

En la planeación y estructuración de la secuencia didáctica se involucra el test de Gardner para la caracterización del grupo y la interdisciplinaridad en el currículo, usando como metodología el trabajo colaborativo, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y la modelación de las funciones racionales utilizando el software Geogebra.

Este tipo de secuencia didáctica despierta la motivación de los estudiantes y permite la comprensión de forma significativa del concepto de función racional, potencializa la creatividad, la discusión y argumentación de ideas, la exploración de contenidos y la inclusión de las tics.

Palabras claves: Complejidad, interdisciplinaridad, modelación, aprendizaje basado en proyectos, trabajo colaborativo, tecnología, función racional

ABSTRACT

In this research, a non-linear learning sequence was designed and implemented in order to strengthen the conceptualization of rational functions for ninth grade students, using didactic and technological tools.

In the planning and structuring of the didactic sequence, the Gardner test is involved in the characterization of the group and the interdisciplinarity of the curriculum, using collaborative work as a methodology, Project Based Learning (PBL), and modeling rational functions using Geogebra software.

This type of didactic sequence awakens motivation in students and allows a significant understanding of rational function concept, potentializes creativity, discussion and argumentation of ideas, content exploration and inclusion of ICTs.

Keywords: Complexity, Interdisciplinarity, Modeling, Project-Based Learning, Collaborative work, Technology, and Rational function.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN

La presente Investigación se traza como un objeto de análisis, problematizar el aprendizaje de las funciones racionales a partir de dos puntos de vista: el primero, a nivel didáctico por la articulación de los diversos conceptos matemáticos que circundan alrededor de las funciones racionales los cuales se consideran necesarios para su caracterización y aprendizaje; todo esto a través de la modelización matemática dentro del contexto escolar y cotidiano con el aprovechamiento de herramientas tecnológicas con las que cuenta la institución; y segundo la interdisciplinaridad con otras áreas del conocimiento como lo son El deporte, tecnología, artes, la fisica, la química y la biología, teniendo en cuenta la articulación de una teoría cognitiva del aprendizaje de las matemáticas con las exigencias curriculares propuestas por el Ministerio de Educación en Colombia.

Una vez contextualizados estos aspectos, se intenta dar cuenta del tipo de actividades que se deben considerar ante el concepto de función racional de forma que promuevan el desarrollo de pensamiento variacional en los estudiantes de grado noveno. Donde para indagar sobre este tipo de actividades que permiten caracterizar de forma significativa las funciones racionales se han tenido en cuenta las competencias que deben de alcanzar los estudiantes según lo estipulado en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2003) y se ha resaltado la importancia que tienen los registros semióticos de representación (tanto de escritura algebraica como gráfico) en el aprendizaje de este tipo de funciones en la Educación Básica en Colombia.

Resaltando la importancia de estudio del problema tomaremos como instrumento el cual permitirá discriminar las áreas de mayor interés, y así, construir los modelos de las funciones racionales en contexto concretos. La información se tomó de los resultados obtenidos de la aplicación de los test de H. Gardner (inteligencias múltiples y de la teoría de los cuatro tipos de temperamento), la utilización de un app de test cerebral para identificar el hemisferio que más utilizan y se adjuntaron la variables cualitativas como nivel académico de los padres y nivel de satisfacción por las matemáticas.

2. JUSTIFICACIÓN

El propósito de este estudio es proporcionar una nueva comprensión en el conocimiento de las funciones racionales, llevándolas al contexto de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Enrique Olaya Herrera.

Fig. 1. Ubicación de la institución educativa Enrique Olaya Herrera. (Googlemap)

La institución educativa enrique Olaya Herrera está ubicada en la comuna 10 de la ciudad de Neiva, es una comuna que se ha formado por invasiones de familias que han sido desplazadas de otras regiones del Huila, la mayoría de sus habitantes trabajan en el reciclaje, vendedores informales, servicio doméstico y en algunas empresas. En los últimos años en los barrios que están ubicados alrededor de la institución, han sido tomado por vendedores de estupefacientes, consumidores y delincuencia, se ha formado pandillas y estas han divido la zona en fronteras invisibles, la misión de la institución es formar personas integras y por ello es deber de rescatar a estos jóvenes de estos riesgos y ayudar de adquirir sus conocimientos de forma constructiva, con enfoque humanista, encaminado a la transformación de las prácticas educativas, fomento de valores, desarrollo de competencias básicas, laborales y ciudadanas.

El grupo de grado noveno está conformado por 13 hombres y 15 mujeres para un total de 28 estudiantes, con unas edades entre 14 y 15 años, la mitad de ellos viven con papá y mamá, y el 19 % vive con mamá y padrastro y el 12% con los abuelos, sus hogares están conformado entre 3 y 5 personas, el 65% trabaja papá y mamá o padrastro, el 58% viven en casa propia y el 38% en arrendamiento y el 4% casa familiar, todos viven en casa de construcción en ladrillo, todos viven en un terreno plano, el 69% viven en un barrio tranquilo, el 8% viven donde hay fronteras invisibles, 19% viven donde se encuentran ollas de delincuencia y el 4% ventas de estupefaciente, todos tienen el servicio de agua, energía y gas, el 65% servicio de internet, y la mitad servicio de telefonía, la mayoría de ellos pertenecen a ningún grupo de artes, música o deporte, muchos de ellos desean ingresar a la universidad y trabajar para subsidiarla, quieren ser ingenieros, mecatrónicos, enfermeros, empresarios, negociadores internacionales, de las ciencias naturales. Y ellos reconocen que las matemáticas es la razón del manejo de la economía de sus hogares, los que trabajan les ha servido para distribuir sus recursos y colaborar en el hogar, los que no trabajan ayudan a sus padres a economizar en los servicios públicos y colaborarles en sus compras buscando los precios más económicos.

El panorama actual de la educación colombiana, pone en evidencia las falencias de un sistema educativo, que conlleva hacia la búsqueda de estrategias metodológicas para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del área de Matemáticas. Basados en nuestra experiencia como docente de aula observamos que las competencias de los estudiantes evaluados en el grado noveno por el MEN, muestran niveles bajos de desempeño en la resolución de problemas, esto debido al poco manejo de conceptos asociados a las funciones racionales.

En nuestro proyecto buscamos motivar al estudiante para ser creativo para la construcción de su pensamiento lógico matemático como lo indica Edwar de Bono en libro El pensamiento creativo.

"La creatividad permite a las personas contemplar todo lo que hacen con la intensión de repensarlo. La creatividad es un poderoso factor de motivación por que logra que la gente se interese por lo que está haciendo. La creatividad insufla siempre la esperanza de encontrar una idea valiosa. Brinda a todos la posibilidad de alcanzar logros, de hacer la vida más divertida y más interesante. Proporciona un marco para el trabajo en equipo con otras personas".(de Bono, 2004)

Ahora bien buscamos que nuestros estudiantes comprendan los conceptos de funciones racionales por medio de la resolución de problemas, esto nos conlleva a referirnos a los aportes que hace Bono "La resolución de problemas constituye un área tradicional de utilización del pensamiento creativo", es por ello debemos buscar problemas que sean de su contexto en donde ellos le den la importancia de lo que quieren aprender, los problemas deben ser del mundo real y mientras ellos sean más motivados adquirirán mayor confianza ellos se inclinaran a proponerse misiones.

A la luz de la inteligencia Howard Gardner indica que una competencia intelectual humana debe dominar un conjunto de habilidades, para la solución de problemas —permitiendo al individuo resolver los problemas genuinos o las dificultades que encuentre y, cuando sea apropiado, crear un producto efectivo— y también debe dominar la potencia para encontrar o crear problemas —estableciendo con ello las bases para la adquisición de nuevo conocimiento. Estos prerrequisitos representan mi esfuerzo por centrarme en las potencias intelectuales/ que tienen cierta importancia dentro de un contexto cultural. Al mismo tiempo, reconozco que el ideal de lo que se valora variará en grado notable, a veces incluso de manera radical, a través de las culturas humanas, en que la creación de nuevos productos o planteamiento de nuevas preguntas tendrá relativamente poca importancia en determinados ambientes.(Gardner, 1993a)

Este proyecto de investigación fue diseñado para buscar nuevas estrategias metodológicas de aprendizajes de las funciones racionales en varios contextos en las áreas de mayor aceptación de forma creativa y generar interés en los estudiantes que se encuentran poco motivados, al no encontrar sentido práctico de los contenidos desarrollados en las aulas de las diferentes asignaturas en particular las matemáticas.

Lo que en este estudio se intenta alcanzar es el fortalecimiento de la transición de la matemática entre la básica secundaria y la media. Según el Dr. Carlos Eduardo Vasco, en su publicación ¨SIETE RETOS DE LA EDUCACIÓN COLOMBIANA PARA EL PERÍODO DE 2006 A 2019" Si se estudia la repetición y el fracaso en los primeros cuatro semestres de las carreras de ingeniería, para poner un ejemplo, es claro el valor de organizar salidas decorosas a los que tienen dificultades y bajos promedios, para que obtengan los títulos de técnico o de tecnólogo, con la expectativa de poder volver más tarde a reintegrarse a una u otra carrera de ingeniería, ya con más madurez, experiencia y conocimiento de causa. (Vasco, 2016)

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Existe una creciente preocupación por las debilidades que presentan los estudiantes de grado noveno a nivel de formación de competencias, ya que se encuentran desmotivados en la clase de matemáticas cuando se socializan conceptos relacionados con las funciones racionales en la resolución de problemas gracias a que poseen escaso conocimiento de los conceptos básicos de las matemáticas y sus operaciones algebraicas, así como la falta de contextualización de las situaciones problema.

El trabajo aquí presentado se basa en parte en un estudio previo sobre una matriz que nos relaciona los síntomas, causas, consecuencias y un pronóstico para poder describir el problema y sistematizarlo y así mismo anunciar la pregunta.

3.1 Matriz del problema

Tabla 1.

SÍNTOMAS (lo que puedo ver a simple vista)	CAUSAS	CONSECUENCIAS	PRONOSTICO
Los estudiantes de grado noveno, se encuentran desmotivados con la clase de matemáticas.	Las clases de matemáticas están siendo llevadas a cabo de forma mecánica donde se entregan contenidos sin contextualizar.	Falta de atención y concentración durante las clases de matemáticas. Las familias se desmotivan con los aprendizajes de matemáticas. Falta de iniciativa de los estudiantes.	Bajo rendimiento en las asignaturas que abordan procesos y contenidos matemáticos.
Poseen vacíos en los conocimientos básicos de matemáticas para la operatividad de números racionales.	Falta de contextualización de los contenidos de matemáticas.	Poseen dificultades en el desarrollo de las competencias básicas de matemáticas donde aplica las operaciones básicas (saber hacer).	Bajo desempeño académico.
En la programación de matemáticas de la institución se observa poca interdisciplinaridad con otras áreas.	Las mallas curriculares vienen estandarizadas.	El desarrollo de los currículos es lineal.	Pérdida de autonomía de los docentes
Los estudiantes de grado noveno presentan confusión con algunos conceptos relacionados con las operaciones algebraicas.	Los estudiantes no se han apropiado del metalenguaje del área de matemáticas.	Confunden las operaciones cuando las tienen que utilizar.	No son capaces de aplicar la operación correcta en una situación dada.
Los estudiantes de grado noveno presentan dificultad en la resolución de problemas de contexto en todas las áreas.	Se trabaja muy poco el componente de resolución de problemas. Los problemas que se trabajan están fuera de contexto.	Reprobación de las áreas. Bajo promedio.	Deserción escolar. Reprobación del año.

3.2 Descripción del problema

Los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Enrique Olaya Herrera de Neiva actualmente se encuentran desmotivados frente al área de matemáticas, aunque tenemos que reconocer que no es un problema del presente nuestro, si no de muchos años atrás, tal vez sea por la clase repetitiva y monótona que desarrollamos día a día, donde el estudiante no ve el ¿Para qué me sirve?   Y el ¿cómo ejecutarlo? Esta situación convierte al estudiante en un ser distraído, que pone su atención en otros aspectos o situaciones que le son más interesantes, se transforman en seres sin iniciativa frente a las matemáticas y esa situación se traslada a sus hogares donde los padres de familia también se desmotivan pues, un gran porcentaje, no tiene la cultura del estudio.

En el grado Noveno los jóvenes deberían tener gran dominio de las operaciones básicas en los diferentes conjuntos, Naturales, Enteros y Racionales, y lo que observamos es que carecen de dicho dominio. Es difícil creer que jóvenes que están cursando la media secundaria y otros que están a punto de ingresar presenten tantas dificultades para realizar las operaciones básicas, esto se debe en gran parte a que venimos desarrollando los contenidos sin tener en cuenta el contexto que tenemos a nuestro alrededor, lo que trae consigo la ausencia del “SABER HACER” en los estudiantes

Otro aspecto para tener en cuenta es la estandarización de la educación en Colombia, es decir, querer unificar las programaciones, los estándares por áreas, las mallas curriculares, los derechos básicos de aprendizaje como si todos los educandos del país tuvieran las mismas capacidades, las mismas expectativas, los mismos gustos y las mismas necesidades, el contexto queda por fuera. Esa linealidad es la que en muchas ocasiones hace que los docentes sean tan lineales, apegados a las directrices del MEN, y no sean docentes autónomos que trabajen por medio de ´proyectos interdisciplinarios que le ayuden a capturar la atención de los jóvenes en cualquier geografía del país.

La premura con la que los docentes vivimos día a día para cumplir con los tiempos en el desarrollo de nuestras programaciones nos trae algunas dificultades como lo son:

La falta de conceptualización para la comprensión y la abstracción del conocimiento matemático, es decir, pensar matemáticamente, esto implicaría que los estudiantes tendrían mayores aciertos a la hora de aplicar las operaciones básicas dentro de una situación dada; otra dificultad es que los estudiantes no se apropian del lenguaje propio de las matemáticas, lo cual dificulta el pensar y el razonar matemáticamente.

Por último, uno de los componentes más importantes de la matemática como lo es la resolución de problemas se está viendo muy mal valorado tanto en las pruebas internas como externas, esto quiere decir que los estudiantes de grado Noveno y Décimo están en un nivel bajo en todas las áreas del conocimiento. Esto es un indicativo que los docentes de la institución estamos trabajando poco este componente o los problemas no se ajustan a situaciones reales de los jóvenes o a sus intereses.

Esa apatía que se está viendo por parte de los estudiantes en la institución está llevando a que ellos no sean capaces de resolver situaciones cotidianas, también que tengan bajos promedios en las diferentes áreas lo que conlleva a que su desempeño sea bajo. Todo lo descrito anteriormente nos lleva a que los estudiantes reprueben el año o, lo que es peor, pasen a ser desertores y se desescolaricen.

3.3 Sistematización del problema

La modelación a la enseñanza de las matemáticas

¿Qué se entiende por modelación en el ámbito cotidiano del estudiante?

¿Cómo introducir la modelación a la clase de matemáticas?

¿Qué problemas se plantean al introducir la modelación a la clase de matemática?

¿De qué manera introducir la modelación para que permita la evolución de los esquemas conceptuales matemáticos de los alumnos?

3.4 Enunciación del problema.

¿Cómo crear un conjunto de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de las funciones racionales a través de la modelación interdisciplinar en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Enrique Olaya Herrera?

4. ANTECEDENTES

4.1 MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO MÉTODO DE ENSEÑANZA

Nuestro primer antecedente de referencia es el artículo publicado por María Salett Biembengut y Nelson Hein en la revista Educación Matemática en 2004, donde nos aporta información relevante acerca de la Modelación Matemática como una herramienta de enseñanza en el aula de clase. La modelación matemática, originalmente, como metodología de enseñanza, parte de un tema y sobre él desarrolla cuestiones o preguntas que quiere comprender, resolver o inferir. Esas preguntas deberán ser respondidas mediante el uso del conjunto de herramientas matemáticas y de la investigación sobre el tema.

La idea de muchos defensores de la modelación en la enseñanza es la de que cada alumno pueda elegir un tema de algún área de su interés, hacer una investigación al respecto, proponer cuestiones y, bajo la orientación del profesor, elaborar un modelo matemático. En estos términos, el alumno pasa a ser (co)responsable de su aprendizaje y el profesor, un orientador (Bassanezi, 2002). Tales defensores creen que el aprendizaje se vuelve más rico, considerando que el alumno no sólo aprende matemática inserta en el contexto de otra área del conocimiento, sino que también despierta su sentido crítico y creativo. Además, se trata de una manera altamente placentera de investigar el tema y es capaz de llevar al alumno a construir conocimientos que tienen significados o sentido para él, ya sea en forma de conceptos matemáticos, ya sea sobre el tema que se estudia (Biembengut & Hein, 2004).

En la enseñanza formal, sin embargo, algunos factores como el currículo, horario de clases, número de alumnos por curso, disponibilidad de tiempo para que el profesor efectúe un acompañamiento simultáneo de los trabajos de los alumnos, nos llevaron a efectuar algunas adaptaciones en el proceso de la modelación como método de enseñanza.

Con la aplicación de la modelación matemática, se espera propiciar para el alumno:

- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento;
- Interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad;
- Mejoría de la aprehensión de los conceptos matemáticos;
- Capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones-problema;
- estimular la creatividad en la formulación y resolución de problemas;
- Habilidad en el uso de la tecnología (Software Geogebra);
- Capacidad para actuar en grupo;
- Orientación para la realización de la investigación;
- Capacidad para la redacción de esa investigación.

Para implementar la modelación matemática en la enseñanza, el profesor actúa en dos tipos de abordajes: el primero, le permite desarrollar el contenido programático a partir de modelos matemáticos aplicados a las más diversas áreas del conocimiento y el segundo orienta a sus alumnos para que hagan un trabajo de modelaje. La modelación puede ser implementada en cualquier nivel de escolaridad: desde el ciclo primario hasta la licenciatura.

El tema (o situación-problema) es único para todas las clases y de él se extrae el contenido programático. Se pueden utilizar temas diferentes para presentar cada tópico o contenido matemático del programa del año lectivo (bimestre, semestre). Si se opta por tema único para el periodo lectivo, es importante que sea suficiente para poder tratar los contenidos programáticos y que esté en sintonía con el interés de los alumnos. (Hein, 2004)

4.2 MODELACIÓN MATEMÁTICA EN EL AULA DE CLASE

El segundo antecedente es un artículo publicado por Jhony Alexander Villa Ochoa en el encuentro colombiano de Matemática Educativa. En las últimas tres décadas la modelación matemática viene desarrollándose como un dominio de investigación en el cual confluyen diversas perspectivas. Aspectos como la cognición y meta cognición, los fundamentos epistemológicos, las interacciones sociales, los recursos didácticos, entre otros, vienen reportándose en las diversas publicaciones sobre el tema de la modelación en Educación Matemática (Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007) y se convierten en evidencia de la diversidad de énfasis y enfoques que pueden presentarse en una propuesta que incluya la modelación como un elemento al interior del aula de clase.

Tanto en Bassanezi (Veit & Teodoro, 2002) como en Blum y Borromeo-Ferri (Blum & Borromeo, 2009) pueden encontrarse una serie de argumentos que defienden el uso de la modelación; particularmente, estos dos últimos investigadores señalan que los modelos y la modelación permiten preparar a los estudiantes para ejercer una ciudadanía responsable y para participar de los desarrollos de una sociedad que cada vez requiere de mayores competencias en modelación. Así mismo, estos investigadores agregan que, de manera general, la modelación permite:

Ayudar a los estudiantes a comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven,
Apoyar el aprendizaje de las matemáticas (motivación, la compresión, entre otros),
Promover el desarrollo de algunas competencias y actitudes adecuadas hacia la matemática,
Contribuir a una visión adecuada de las matemáticas. (Alexander & Ochoa, 2010)

4.3 BREVE REFLEXIÓN HISTÓRICA ACERCA DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

De acuerdo con Israeli (1996)(Manale, 1997), historiador de la ciencia, desde hace varios siglos las matemáticas además de ser, por excelencia, útiles para actuar sobre la realidad y modificarla son sobre todo un instrumento importante para comprenderla. A través de los años se ha dado un procedimiento que puede denominarse matematización de la realidad o modelación matemática que consiste en el uso de las matemáticas para describir y analizar al mundo, para desarrollar técnicas y tecnologías que intervienen sobre éste activamente.

Aunque en ocasiones se utiliza el término modelación matemática de manera natural y muy general —como toda forma de descripción matemática de una clase de fenómenos— según este autor, pocas veces se considera que lo que ahora se denota por este término es una forma de mate matización específica que surgió hasta el siglo XX, con ciertas peculiaridades que la distinguen de otras formas de matematización utilizadas con anterioridad.

Entre estas peculiaridades se encuentran, por una parte, la renuncia a cualquier tentativa de llegar a una visión unificada de la naturaleza, dado que un modelo matemático se aplica a un “pedazo” de la realidad, y, por otra, el método de modelación por analogía matemática, en el que se considera que una forma de matematización específica unifica sólo aquellos fenómenos que puede representar, por diversos que aparentemente sean, pero no a todos los fenómenos.

¿Cómo se llegó a esta forma de intentar entender la realidad? Según Israelí la historia del uso de los modelos matemáticos para describir el mundo puede dividirse en cuatro etapas:

1. La época pitagórica en la Grecia antigua en la que se consideraba que el mundo podía describirse aplicando relaciones entre números o, dicho de otra forma, se consideraba a los números como la forma perfecta para describir al universo. En esta época el uso de las matemáticas estaba ligado a una visión de tipo religiosa y dominada por los mitos.

2. La revolución científica de Galileo impuso una visión distinta de la relación de las matemáticas con la descripción de los fenómenos naturales. Esta visión considera que las leyes que rigen a la naturaleza están escritas en lenguaje matemático y que la tarea del

investigador es develar las leyes escondidas que la regulan. Este punto de vista se refuerza con la aparición del trabajo de Newton que da origen a lo que puede llamarse un programa mecanicista.

3. La visión mecanicista del universo, muy influida por la mecánica de Newton, domina el pensamiento científico por muchos años, se considera incluso, en ocasiones, que aún no ha muerto. En la concepción mecanicista todos los fenómenos del universo resultan del movimiento de los cuerpos: de alguna manera, al inicio de esta época, todos están regidos por las leyes de la mecánica de Newton, que se expresan en términos de las matemáticas o se pueden relacionar de alguna manera con éstas. Aunque después se abandonó la relación específica con las leyes de la mecánica clásica, se preservó la idea de que la ciencia debe ofrecer una imagen unitaria y objetiva del universo. Las distintas teorías científicas deben estar relacionadas y deben ser coherentes entre sí; deben formar una construcción unitaria dentro de la cual la mecánica clásica juega un papel primordial. Las matemáticas, en esta visión, no son ni un lenguaje, ni una técnica separada de la naturaleza, sino que se desprenden de ésta y están en ésta.

4. Desde principios del siglo XX, cuando la física clásica entró en crisis y hasta la actualidad, el punto de vista dominante se opone a la idea mecanicista. Se habla de modelos matemáticos o de matemáticas aplicadas, en plural, lo que niega la visión unitaria de la ciencia. Se dejó, paulatinamente, de mencionar modelos de tipo mecánico para dar lugar a formas de describir los fenómenos a partir de la analogía de las estructuras matemáticas subyacentes a éstos. (María Trigueros Gaisman, 2009)

4.4 ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES DESDE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA.

El cuarto antecedente que tuvimos como referencia es la investigación realizada por Eudys Esther Ballesteros Palmett donde pretendía fortalecer el manejo de las fracciones en estudiantes de grado quinto a través de la Modelación y la Resolución de Problemas. En la estrategia metodológica propuesta en este trabajo de grado se diseñaron 6 instrumentos, partiendo de una encuesta o actividad diagnóstica, tres actividades de profundización en los fundamentos conceptuales de las fracciones y sus operaciones básicas; una a partir de una situación problema principal susceptible de ser modelada y por último una de evaluación. Cada una de estas actividades estuvo fundamentada en la Teoría de Enseñanza Para la Comprensión, el uso de Material Concreto, la Resolución de Problemas y la Modelación Matemática.

En la actividad de diagnóstico se evidenció en algunos estudiantes dificultades para representar una fracción de manera numérica y gráfica, y resolver problemas que impliquen operaciones básicas con fracciones. Así mismo, se observó que era necesario realizar un trabajo que permitiera motivar y encaminar a los estudiantes en la resolución de problemas; ya que se les dificulta identificar qué tipo de operación deben realizar para dar solución a dichas situaciones.(EUDYS ESTHER BALLESTEROS PALMETT, 2018)

4.5 ACTIVIDADES DE MODELACIÓN, ESCENARIOS PARA ATRIBUIR SENTIDOS Y SIGNIFICADOS AL CONTEXTO

El quinto antecedente es la investigación realizada por Deifer Marmolejo Correa (DEIFER MARMOLEJO CORREA, 2018) donde su motivación era que a través de la Modelación los estudiantes de grado Séptimo le dieran sentido y significado a su contexto. Los resultados de la investigación mostraron que las actividades de modelación constituyen escenarios en donde se promueve la atribución de sentidos y significados acerca del contexto. Para que estos procesos se movilicen en el aula, en necesario, entre otros asuntos, atender a los intereses de los estudiantes y promover la exploración y la experimentación ante situaciones extra-matemáticas. Conclusiones Cuando en una actividad de modelación se atiende a los intereses de los estudiantes, se favorece la atribución de importancia subjetiva sobre las situaciones objeto de estudio. Esto permite que los estudiantes no solo inscriban la actividad en sus deseos y necesidades ante aquello que acontecen en su realidad, sino que también establezcan y se apropien de los propósitos de la misma. De este modo, los estudiantes presentan mayor autonomía en las acciones que realiza al desenvolverse en cada una de las fases que componen la actividad. La investigación informó que al promover procesos de significación alrededor del contexto en una actividad de modelación, la exploración y la experimentación se presentan acciones como: relacionar la situación en estudio con otras situaciones del contexto, elaborar e intercambiar ideas, diseñar y emplear estrategias, tomar datos, y aplicar conocimiento (matemáticos y no-matemático)

Modelación

La modelización se construye para llegar a tener una comprensión, y a través de su uso llegar a ofrecer explicación y predicción, es decir que mediante la aplicación de conocimientos matemáticos a situaciones problémicas se llega al proceso de modelación; este es a su vez una herramienta que facilita darle forma a los datos que representan una situación problema proveniente del contexto, para lo cual se busca que el estudiante aplique las competencias logradas a través de los pensamientos matemáticos, en donde las situaciones cotidianas logran captar la atención del estudiante y facilita la comprensión que debe abstraerse tras el proceso de modelación (Esteban, Mejía, Alberto, & Suárez, 2011).

GEOGEBRA.

Es un software libre escrito en Java y, por ello, disponible en múltiples plataformas (Sistemas operativos). Está diseñado para interactuar dinámicamente en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Algebra y el Análisis o Cálculo. Puede ser usado para Matemáticas, Física, Dibujo Técnico, con este programa se pueden realizar todos los cálculos matemáticos y geométricos desde una práctica y sencilla interfaz que permite no solo resolver operaciones, sino también aprender de él mientras se utiliza.

Está pensado para un nivel de enseñanza media. Resulta ideal para estudiantes de Secundaria o para todos aquellos que quieran reforzar sus conocimientos ya olvidados con el tiempo, en este momento existe una nueva versión llamada GeoGebraPrim, adecuada para nivel primario.

El entorno de trabajo de GeoGebra es muy sencillo: ofrece dos ventanas, una algebraica y otra geométrica, que se corresponden la una con la otra. Esto es, una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica y viceversa. Por tanto, consta de dos secciones bien definidas desde las que se puede, por un lado, dibujar todo tipo de formas y figuras geométricas así como realizar cálculos de áreas, perímetros, vectores, etc. Por otro lado, se pueden resolver ecuaciones y funciones de todo tipo de complejidad, así como crear gráficas y calcular todo tipo de logaritmos, raíces, etc.(GONZÁLEZ, 2013)

2.3. MARCO CONCEPTUAL

Los talleres son materiales de apoyo didáctico, que contienen los elementos suficientes para que el estudiante, a través de la solución de los problemas planteados en relación con una temática específica favorezca su aprendizaje; este proceso puede ser adelantado en forma individual o en grupo; estos instrumentos favorecen la participación del estudiante en la construcción de su conocimiento, además se puede desarrollar en una espacio donde se dé lugar para la interacción entre compañeros dinamizando el proceso de abordaje, construcción y resultados.

5. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

5.1 La interdisciplinariedad en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias

La interdisciplinariedad debe apreciarse como un atributo del método que permite dirigir el proceso de resolución de problemas complejos de la realidad a partir de formas de pensar y actitudes sui generis asociadas a la necesidad de comunicarse, cotejar y evaluar aportaciones, integrar datos, plantear interrogantes, determinar lo necesario de lo superfluo, buscar marcos integradores, interactuar con hechos, validar supuestos y extraer conclusiones.1 Por cuanto el método es el contenido de la teoría y ésta lo es de aquél, no se niega con esta formulación que la interdisciplinariedad penetra en el qué; sólo se enfatiza que tiene que ver más con el cómo que con el qué.

La interdisciplinariedad persigue contribuir a la cultura integral y a la formación de una concepción científica del mundo en los alumnos, desarrollar en ellos un pensamiento humanista y científico y por demás creador, que les permita adaptarse a los cambios de contexto y abordar problemas de interés social desde la óptica de varias disciplinas y que les posibilite por ende asumir actitudes críticas y responsables ante las políticas sociales, científicas y tecnológicas que los afecten.(Marta & Pérez, n.d.)

5.2 Paradigma de la Complejidad y transdisciplinariedad

La vocación analítica de la ciencia positivista genera un saber especializado, reduccionista y fragmentado. Los esfuerzos interdisciplinares, aun cuando nos ayudan a prevenir los excesos de especialización y de compartimentalización del saber, no resultan suficientes para dar cuenta de la complejidad de los fenómenos, sean biofísicos o socioculturales. Es decir, la interdisciplinariedad no resulta una estrategia válida para dar cuenta del entrelazamiento de las múltiples dimensiones sobre las que se organiza la realidad como un Todo, o, lo que es lo mismo, como una unidad interrelacionada (complejidad). Para superar este reduccionismo, el Paradigma de la Complejidad postula la necesidad de organizar el conocimiento científico desde la transdisciplinariedad.

La proyección transdisciplinaria de las ciencias persigue como objetivo, siguiendo a Edgar Morin (2001:32 y s.) «No un sector o parcela sino un sistema complejo que forma un todo organizador que operan el restablecimiento de conjuntos constituidos a partir de interacciones, retroacciones, interretroacciones y constituyen complejos que se organizan de por sí». El epistemólogo y físico teórico Basarab Nicolescu, actual director del CIRET1, ha precisado aún más esta noción. Por transdisciplinariedad entiende aquellos que se sitúa a la vez entre las disciplinas (interdisciplinariedad), a través de las disciplinas (pluridisciplinariedad) y más allá de las disciplinas (transdisciplinariedad) cuya finalidad es la comprensión del mundo presente a partir de la unidad del conocimiento. Unidad que no opera por reducción, como es lo propio de la Ciencia Positivista, sino integrando y dando cuenta de la pluralidad, de la diversidad, de las propiedades emergentes de la realidad, como evidencia la Teoría del Caos.

Las principales diferencias entre ciencia inter o disciplinar –un ejemplo de este tipo de organización del conocimiento se da en las Ciencias de la Educación sin excluir con ello a los restantes campos científicos– y ciencia transdisciplinar vendrían dadas por la finalidades epistémicas y la escala y racionalidad aplicadas:

(a) en relación con las finalidades, si a la ciencia (inter)disciplinar corresponde explicar, sin trascender, su objeto propio de conocimiento a fin de preservar su autonomía como ciencia, a la ciencia transdisciplinaria corresponde comprender y explicar la dinámica evolutiva de los fenómenos como consecuencia de la complejidad dinámica que caracteriza la realidad. A pesar de los hallazgos y el progreso que para el conocimiento ha supuesto la ciencia inter (disciplinar) de vocación analítica, ésta, no obstante, sólo ha permitido dar cuenta de una complejidad simplificada y reductora que excluye de sus explicaciones, entre otros procesos, las fluctuaciones, la irreversibilidad, la aleatoriedad, el entrelazamiento de las partes y el todo, la auto organización o de procesos de emergencia espontánea de orden a partir de lo indeterminado, lo impredecible o caótico (Núñez Cubero, L. y Romero Pérez, C.:2003).

(b) En relación con la escala y la racionalidad aplicadas, si la ciencia analítica aplica el reduccionismo –«parte» vs «todo»– e incorpora los criterios de racionalidad de la ciencia positivista: reduccionismo, repetición (experimentación) y refutación de hipótesis (Ferrer, L.:1998), la transdisciplinariedad en la ciencia incorpora estos tres principios: (i) el principio de no reducción; (ii) la lógica del tercero incluido (principio de inclusión) y el análisis sistémico que se interesa por dicha complejidad dinámica.

Aplicada a las Ciencias Humanas y Sociales, la transdisciplinariedad permite constatar las continuidades y discontinuidades de los fenómenos socio humanos integrando las explicaciones y visiones que ofrecen las nuevas Ciencias de la Complejidad. Como ejemplos de Ciencias Transdisciplinares situaríamos, en la línea de Edgar Morin, a las Ciencias Sistémicas siguientes: Ecología, Ciencias de la Tierra, Ciencias de Gestión. En otra línea, Joël de Rosnay (1996:283) incluye nuevas ciencias como la Neobiología, consagradas al estudio de la vida artificial, y la Simbionomía, encargada de estudiar las conexiones y continuidades entre los fenómenos naturales y artificiales, artísticos y técnicos, culturales y civilizatorios en un complejo cognoscitivo coherente, es decir, un marco teórico global que encuadren a todas las demás disciplinas, no compartimentalizado o reductor.

El intento por proyectar esta visión transdisciplinaria a las Ciencias de la Educación lo ha realizado Georges Lerbet (1995). Como se ha indicado, la visión transdisciplinaria tiene por objeto generar un sistema de conocimientos unificado y multidimensional en torno a una unidad organizada: el Hombre y el Universo. La propuesta de G. Lerbet se concreta en el proyecto de unas Nuevas Ciencias de la Educación para la que proclama un nuevo estatuto epistemológico. Lograr una comprensión integral de lo educativo pasaría por proyectar en el conocimiento educativo de modo unificado la mirada biótica y la simbólica junto con la propiamente pedagógica.

Frente a la fragmentación del saber educativo y el monolingüismo científico, Lerbet propone la cooperación transdisciplinar entre científicos procedentes de diversos campos (neurobiológicos, socio históricos, antropológicos y pedagógicos propiamente dichos). Estas nuevas Ciencias de la Educación incorporarían un puente entre la mirada biótica y la simbólica y tendrían como objetivo elaborar un conocimiento unificado, fiable y global del fenómeno educativo en su contexto presente. La ruptura transdisciplinaria exige, como paso previo, la complementariedad de los estudios interdisciplinares.

La necesidad de estrechar nexos entre el conocimiento humanístico y el científico, no sólo en el ámbito educativo, sino en cualesquiera de otras esferas del saber constituye, hoy por hoy, una doble exigencia: cognitiva y civilizatoria. Cognitiva, en la medida que precisamos de teorías unificadas de la realidad humana y su ubicación en el Universo. Civilizatoria, en la medida en que son numerosos y complejos (dinámicos e interdependientes) los desafíos a los que el ser humano debe necesariamente dar respuesta porque lo que está en juego es nuestra «civilidad». Y nuestro grado de «civilidad» o, lo que es lo mismo, de «eticidad» o «humanización» depende, entre otros, de nuevos conocimientos y valores que nos permitan elevar nuestra «autoconciencia» (Mosterín, J.:2001:42 y ss.) y nuestra responsabilidad ante los desafíos del presente y el futuro. Si el gran desafío cognitivo que tiene la comunidad académica es, ante todo, contribuir a edificar ese conocimiento unificado, integral, no reduccionista, el gran desafío ético consiste en la no menos importante tarea de hacer emerger un nuevo humanismo que restaure lo humano en el Cosmos.

En esta tarea, la educación, como señalan los documentos e informes elaborados por los científicos del CIRET, entre otros organismos difusores del Paradigma de la Complejidad, en colaboración con UNESCO, adquiere un papel central como herramienta difusora de esta nueva cultura.(Pérez, 2010)

5.2.1 Caos y Complejidad: nuevos modelos y metáforas científicas

En el campo de las ciencias sociales y, con ello, en las ciencias de la educación, comienzan a transferirse toda una constelación de términos, principios y leyes explicativas que vienen siendo empleados por los nuevos modelos científicos derivados de la teoría del caos, la teoría de catástrofes, la geometría fractal, la teoría de la auto poiesis, la teoría de la auto organización y la teoría de las estructuras disipativas – por citar sólo algunas de ellas– para explicar y comprender sus particulares y complejos objetos de estudio.

Las analogías, metáforas y préstamos teóricos que reciben hoy en día las ciencias sociales y las ciencias de la educación de las ciencias naturales no constituyen, sin embargo, una excepción si contemplamos la historia evolutiva de estas ciencias, ni tampoco responde a una cuestión de «modas» intelectuales. Este proceso de trasvase sólo se explica, sistémicamente hablando, como un proceso constitutivo propio de los sistemas abiertos que, en este caso, permite la reorganización y/o consolidación de una disciplina científica o un campo de conocimientos. Como señala Mayntz, R. (2002:65) las disciplinas científicas por más que «pretendan configurarse como unidades grupales limpiamente delimitadas, difícilmente logran formar sistemas cerrados desde un punto de vista cognitivo. Al contrario, la historia evolutiva de la ciencia está plagada de casos de cruces transfronterizos y de enriquecimiento recíproco».

Educación fractal (De Rosnay, J.:1996), pedagogía eco-sistémica (Bertrand, Y. Valois, Y.:1998), pedagogía de la complejidad (Lipman, M.:1997; Banathy, B.:1991, 1992), pedagogía caótica (Colom, A.J.:2002, 2001), representan, entre otros, algunas de las tendencias teóricas actuales en el ámbito educativo derivadas directamente de estos nuevos modelos científicos. La emergencia de estas teorías educativas no puede explicarse sin hacer alusión a la ruptura epistemológica auspiciada por el desarrollo de la Teoría General de Sistemas de L. Von Bertalanffy nacida en la década de los 40-50 y, más recientemente en el tiempo (décadas de los 80 y 90), sin hacer alusión a las nuevas teorías científicas procedentes de las Matemáticas (René Thom y la teoría de catástrofes) la Física Cuántica (el «atractor» de Lorentz, los «fractales» de B. Mandelbrot), la Biología (la «autopoiesis » de Maturana y Varela), la Química (los «sistemas disipativos» de I. Prigogine) interesadas en explorar los procesos que explican la emergencia de estructuras de mayor complejización. Estructuras que no pueden explicarse a partir de la mera agregación de propiedades de los elementos o tipologías organizativas previamente alcanzadas por los sistemas, sino por la interrelación que se establecen entre sistema y entorno y los elementos que los constituyen. En el campo de las Ciencias Sociales y de la Cognición, no podemos obviar la incidencia de la Cibernética de segunda generación o de Segundo Orden (Heinz Von Foerster) y el Constructivismo cognitivo.

La visión sistémica o, lo que es lo mismo, relacional, procesual, no lineal o circular (recursividad) unida a los nuevos principios científicos que explican la emergencia de estructuras nuevas o más complejas (orden) a partir de lo imprevisible o aparentemente aleatorio (caos), permiten explicar y comprender –aplicando esta nueva escala– aquellos fenómenos dinámicos (sistemas dinámicos) que ocurren en el mundo real natural o social. Teoría del caos y Paradigma de la complejidad constituyen los actuales modelos científicos transdisciplinares de los que se nutren teóricos de diversas áreas científicas, desde la Física, la Química, la Neurofisiología, la Biología y la Medicina hasta el Derecho, la Sociología, la Economía y la Pedagogía para aproximarse a sus respectivos objetos de estudio. Desde el punto de vista aplicado, la existencia de softwares adecuados (p.e.: Chaos Data Analyzer Profesional) permiten descubrir posibles comportamientos caóticos que pueden originarse tras la modelización e implementación de un determinado programa o modelo (p.e.: pedagógico) mediante el empleo de la metodología basada en el análisis de sistemas: Modelización y Simulación. Un ejemplo de aplicación de la Teoría del Caos en Pedagogía nos la ofrecen Rius Lozano, M. et al (2002) y su equipo de investigación. El estudio, enmarcado en el Proyecto Transdisciplinar «La Teoría del Caos y sus aplicaciones a la evolución, auto organización, predicción y control de sistemas complejos naturales y sociales», aplican la Teoría del Caos y el Análisis Sistémico (Paradigma de la Complejidad o Paradigma Sistémico) como metodología de análisis (conceptual y estadístico) para analizar la influencia del sistema educativo y de un programa de educación para la salud diseñado por los investigadores en el comportamiento respecto a la salud de jóvenes escolares de segundo ciclo de Secundaria.

Las posibilidades que estos modelos científicos ofrecen al estudio de la educación y, en general, de los sistemas sociales y psíquicos son diversas.

En líneas generales nos permite en educación analizar los procesos hemodinámicos (transformaciones, cambios, derivas o bifurcaciones, desarrollos ulteriores) que inevitable y afortunadamente caracterizan a todos los sistemas abiertos. Desde el punto de vista instruccional, la perspectiva caótica y de la complejidad nos advierte del impacto significativo que pueden tener sobre un sujeto o grupo de sujetos las condiciones «ocultas»3 involucradas en los aprendizajes.

Asimismo, permite comprender y explicar la conectividad (interrelación) existente en los procesos socio humanos y educativos. Por ejemplo, más allá de concebir el sujeto (aprendiz) como un sistema exclusivamente psíquico (léase cognitivismo), se le concibe como sistema complejo o totalidad interrelacionada y, en consecuencia, como sistema biopsíquico y sociocultural simultáneamente.

Frente a la visión analítica y mecanicista de la ciencia clásica positivista, preocupada por observar y explicar una sola dimensión de la realidad –biofísica, psíquica o social–, la nueva ciencia que inaugura el Paradigma de la Complejidad proyecta una visión unificadora de la naturaleza y la sociedad. Unificación que excluye toda pretensión reductora, como hizo la ciencia positivista, para lograrla a partir de la integración de todos los elementos y dimensiones que constituyen la realidad u objeto a analizar.

La vocación multidimensional e integradora del Paradigma de la Complejidad localiza y establece puentes entre los distintos niveles de organización del sistema (ley sistémica de la totalidad) generando enfoques integrados del conocimiento (Núñez Cubero, L. y Romero Pérez, C.:2003:132 y ss.). Esta nueva forma de pensar y hacer ciencia desde la Complejidad y el Caos implica, entre otras, las siguientes características definitorias (Núñez Cubero, L. y Romero Pérez, C.: 2003:134).

Analizar la complejidad o, lo que es igual, indagar las relaciones dinámicas del todo con las partes y las relaciones dinámicas entre azar (indeterminado) y necesidad (determinado, probabilístico). El «todo» o «sistema», como nos enseñó la Sistémica, implica algo más que una magnitud, sino como una estructura diferenciada, con identidad (autonomía) propia que responde a un tipo de organización en funcionamiento y en relación específica. Esta estructura o sistema estaría compuesta por elementos interrelacionados que actúan y retro actúan en el interior del sistema en un flujo dinámico haciendo funcionar al sistema, transformándolo por los intercambios con el medio (entorno del sistema).

Analizar lo caótico, es decir, el comportamiento impredecible del sistema pero que responde, no obstante, a un orden subyacente.

No debe olvidarse que caos no es desorden, sino aparente desorden manifiesto que, sin embargo, responde a un orden latente. Los sistemas caóticos implican una dependencia sensible a las condiciones iniciales y son aperiódicos, por lo que resulta difícil predecir su trayectoria o evolución. Descubrir el comportamiento caótico del sistema o ese orden subyacente es el objetivo de la Teoría del Caos. Descubrir los a tractores o focos activos de los sistemas, sean físicos o sociales, las fluctuaciones, la fractalidad, la coevolución de distintos sistemas, etc. son entre otros, dimensiones de la realidad que es posible conocer mediante esta teoría y este nuevo Paradigma Científico.

Mediante el Paradigma de la Complejidad nos aproximamos a una nueva forma de pensar la realidad. Si la ciencia mecanicista aspiraba al conocimiento de lo universal, la ciencia de la complejidad aspira al conocimiento de la diversidad y lo particular. Frente a una ciencia dualista, el Paradigma de la Complejidad se estructura sobre presupuestos no dualistas que reconoce diferencias de procesos de naturaleza diferente –bio-físicos, psicosociales y socioculturales– integrados en un sistema o todo organizado en funcionamiento. Frente a una ciencia reduccionista y monolingüe, el Paradigma de la Complejidad nos exhorta a construir una ciencia integradora, políglota, y, por tanto, inter y transdisciplinar. Frente a una ciencia que excluye la aleatoriedad, las bifurcaciones y fluctuaciones, en definitiva, el tiempo y, con ello, la irreversibilidad, el Paradigma de la Complejidad los incorpora y, con ello, la capacidad evolutiva y posibilidades transformadoras de los sistemas. Frente a la visión entrópica de la realidad, se opone, en el Paradigma de la Complejidad, la visión sinérgica de la misma. Frente al monismo científico de la ciencia paradigmática –Ciencia analítico mecanicista–, el pluralismo metodológico del Paradigma de la Complejidad.

En definitiva y tal como nos enseñó el precursor de este Paradigma, L. Von Bertalanffy (1976), el Paradigma de la Complejidad –y, con ello, la Sistémica que es donde tiene su origen– constituye algo más que ciencia, de tal modo que es también y simultáneamente tecnología, epistemología, ontología y axiología.(Pérez, 2010)

5.3 Fines de la educación matemática en Colombia (interdisciplinaridad con otras áreas)

En Colombia, desde los inicios de la República hasta la década de los setenta, la contribución de la formación matemática a los fines generales de la educación se argumentó principalmente con base en las dos últimas razones de carácter personal y científico técnico, a saber: por su relación con el desarrollo de las capacidades de razonamiento lógico, por el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión, y por su aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país. Estos fines estuvieron fuertemente condicionados por una visión de la naturaleza de las matemáticas como cuerpo estable e infalible de verdades absolutas, lo que condujo a suponer que sólo se requería estudiar, ejercitar y recordar un listado más o menos largo de contenidos matemáticos –hechos, definiciones, propiedades de objetos matemáticos, axiomas, teoremas y procedimientos algorítmicos– para formar a todos los estudiantes en el razonamiento lógico y en los conocimientos matemáticos.

Sin embargo, estos argumentos comenzaron a ser cuestionados, de un lado, porque el desarrollo del pensamiento lógico y la preparación para la ciencia y la tecnología no son tareas exclusivas de las matemáticas sino de todas las áreas de la Educación Básica y Media y, de otro, por el reconocimiento de tres factores adicionales que no se habían considerado anteriormente como prioritarios: la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos.

El primero de ellos obedece al ideal de ofrecer a toda la población del país una educación básica masiva con equidad y calidad, lo que implica buscar también la integración social y la equidad en y a través de la educación matemática, es decir, formar en matemáticas a todo tipo de alumnos y alumnas.

El segundo factor incorpora nuevas finalidades sociales a los propósitos de la formación matemática, las cuales se argumentan con las siguientes razones.

La primera alude al carácter utilitario ampliado del conocimiento matemático, en tanto que el mundo social y laboral fuertemente tecnologizado del Siglo XXI requiere cada vez más de herramientas proporcionadas por las matemáticas –sin olvidar ni menospreciar los aportes de otras disciplinas como las ciencias naturales y sociales– y por las nuevas tecnologías, para lograr con ellas desempeños eficientes y creativos en muchas labores en las que antes no se requería más que de la aritmética elemental.

La segunda razón alude al conocimiento matemático imprescindible y necesario en todo ciudadano para desempeñarse en forma activa y crítica en su vida social y política y para interpretar la información necesaria en la toma de decisiones.

El tercer factor está relacionado con la segunda razón arriba mencionada, pero va más allá, pues busca contribuir desde la educación matemática a la formación en los valores democráticos. Esto implica reconocer que hay distintos tipos de pensamiento lógico y matemático que se utilizan para tomar decisiones informadas, para proporcionar justificaciones razonables o refutar las aparentes y falaces y para ejercer la ciudadanía crítica, es decir, para participar en la preparación, discusión y toma de decisiones y para desarrollar acciones que colectivamente puedan transformar la sociedad.

Los tres factores antes descritos exigen reorganizaciones, redefiniciones y reestructuraciones de los procesos de enseñanza de las matemáticas. En primer lugar, se hace necesaria una nueva visión de las matemáticas como creación humana, resultado de la actividad de grupos culturales concretos (ubicados en una sociedad y en un periodo histórico determinado) y, por tanto, como una disciplina en desarrollo, provisoria, contingente y en constante cambio. Ello implica incorporar en los procesos de formación de los educandos una visión de las matemáticas como actividad humana culturalmente mediada y de incidencia en la vida social, cultural y política de los ciudadanos.

En segundo lugar, se hace necesario también incorporar los fines políticos, sociales y culturales a la educación matemática, lo cual implica prioritariamente tomar en consideración el estado actual de la sociedad, sus tendencias de cambio y los futuros deseados hacia los cuales se orienta el proyecto educativo de las matemáticas. La incorporación de estos fines a la enseñanza de las matemáticas obliga a reconocer que ésta forma parte del sistema de valores compartidos, que tiene fundamentos éticos y que se incardina en una práctica social. Finalmente, se hace necesario pasar de una enseñanza orientada sólo hacia el logro de objetivos específicos relacionados con los contenidos del área y hacia la retención de dichos contenidos, a una enseñanza que se oriente a apoyar a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas, científicas, tecnológicas, lingüísticas y ciudadanas.

Así pues, los fines de tipo personal, cultural, social y político de la educación matemática, aunque plantean nuevos y difíciles problemas, abren nuevos horizontes y refuerzan las razones para justificar la contribución de la formación matemática a los fines de la educación. (MEN, 2003)

5.3.1 Didáctica de la matemática

La didáctica de la matemática (que para nosotros es un aspecto de la más general educación matemática) es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo (que puede ser un organismo cualquiera implicado en dicha actividad: una persona, una institución, un sistema, o incluso un animal). El aprendizaje se considera aquí como un conjunto de cambios de comportamientos (por tanto de prestaciones) que señalan, a un observador predeterminado, según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento (o de una competencia) o de un conjunto de conocimientos (o de competencias), lo que implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de pruebas, de justificaciones y de obligaciones. Estas condiciones deben poder ser puestas en acción y reproducidas intencionalmente. Se habla en este caso de prácticas didácticas.

Estas prácticas didácticas son también "condiciones" y por tanto, a su vez, objeto de estudio. La didáctica se presenta entonces como el estudio de tales convicciones, bajo forma de proyectos y de efectivas realizaciones. 3. Los estudios científicos -de tipo experimental- en este campo necesitan de la explicitación de conceptos y de métodos que deben ser sometidos a exigencias de verificación de la coherencia y de adecuación a la específica contingencia. Ciertas teorías, como por ejemplo la teoría de las situaciones didácticas, tienen por objeto evidenciar los aspectos que estudia la didáctica.

Entre los objetos de estudio de la didáctica, un papel absolutamente fundamental, pero en ocasiones subordinado, se le asigna al Milieu (ambiente, medio) De la teoría de las situaciones sabemos que el docente debe suscitar en el alumno comportamientos que el alumno mismo, para manifestar su conocimiento, deberá asumir autónomamente. Parece una paradoja. Más aún: es una paradoja. La única solución consiste en involucrar un tercer elemento, el milieu, y hacer que la respuesta del alumno se refiera exclusivamente a las necesidades del milieu, que el docente conoce bien, o predispuestas por él con esta finalidad. El arte del docente está entonces en la organización de una relación entre alumno y milieu, que: · de una parte, deja una razonable incertidumbre, que los conocimientos del sujeto debe reducir.(D'Amore, 2008)

5.3.2 Teoría de las situaciones matemáticas

La teoría de las situaciones matemáticas (situaciones a-didácticas) tiene por objetivo definir las condiciones en las cuales un individuo se le conduce a "hacer" matemática, a utilizarla o a inventarla sin la influencia de condiciones didácticas específicas, determinadas o hechas explícitas por el docente.

Esta situación mira a la creación, a la organización y al uso de problemas que conducen a la construcción de conceptos y de teorías matemáticas por parte de un individuo con características y conocimientos mínimos, tales de hacer posible el desarrollo del proceso determinado por la situación.

Con base en los dos últimos puntos, las situaciones se pueden pensar como sistemas de interacción de uno o más individuos con un milieu, individuos que necesitan de un conocimiento previo para poder actuar.

Los elementos de la teoría se definen con base a la función que tienen en una dada situación.

Esto es análogo al método que, entre otras cosas, es el más usado en matemática, según el cual un objeto se define sobre la base de relaciones con otros objetos (axiomas o definiciones).

Así, un evento didáctico se convierte en un conjunto de hechos que se interpretan a partir de la evolución de una situación didáctica. Dicha interpretación es uno de los objetivos de la didáctica de la matemática; esta lleva a la concepción de microdidáctica entendida como el estudio de las condiciones de difusión o de intercambio de conocimientos (por ejemplo a través de las lecciones), entre personas, organizaciones sociales, económicas o culturales.

Para representar esquemáticamente esta situación, se recurrió, en la historia reciente, a varios esquemas que Brousseau llama "Polígonos" de la didáctica. (D'Amore, 2008)

Carlos Eduardo Vasco, uno de los pedagogos que se ha interesado por la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta los lineamientos curriculares, estándares de calidad competencias y desempeños plantea que no es difícil distinguir las competencias de los desempeños pues no puede saberse si alguien tiene una determinada competencia a menos que logre un desempeño aceptable en tareas específicas relacionadas con ella. A partir del documento de Carlos Vasco. -El archipiélago de los fraccionarios-. Plantea que el pensamiento matemático y sistemas numéricos, afirma que el paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita una re conceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de líneas medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes, las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor(algunos de estos últimos considerados algunas veces como partidores o fraccionadores de la unidad en partes iguales), representado usualmente por una fracción como tres cuartos o por un decimal como 0,75 o por un porcentaje como el 75 % . Las otras situaciones llevan al número racional como razón, expresado a veces por frases como, tres de cuatro, o tres de cada cuatro, o la relación de tres a cuatro, o por la abreviatura.(Meza & Barrios, 2010)

5.3.3 Conciliar la necesidad de altos niveles de educación en las matemáticas, las ciencias naturales y las tecnologías con la creciente apatía de los y las jóvenes respecto a estas áreas.

Con la escasez de docentes calificados para ellas; con la disminución de las horas y de las exigencias por parte de las directivas y las asociaciones de padres y madres de familia. Los mismos profesores, los científicos y matemáticos hacemos poco o nada por aliviar esa crisis; más bien hacemos mucho por agravarla. Ya lo señalé en una conferencia en la Universidad de Antioquia con motivo de los 200 años de la fundación de esa Universidad y de los 10 años de la Misión de Ciencia, Educación y Desarrollo. El desprecio por la pedagogía y la didáctica de las matemáticas y las ciencias que se da en los profesionales de esas áreas aun desde sus pregrados, y más aún en los que tienen posgrados, es simplemente un suicidio colectivo desde el punto de vista demográfico: al aburrir, humillar y desterrar del paraíso matemático y de los paraísos científicos a los jóvenes que no logran buenos rendimientos en sus áreas, están reduciendo el número de aspirantes a estudios avanzados en esas mismas áreas y están impidiendo que se amplíe el apoyo ciudadano a ellas y a los y las jóvenes que quieran estudiarlas.(Vasco, 2016)

5.3.4 Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones

Flores (2005), basándose en la teoría de los campos conceptuales, propone un modelo para analizar y comprender la evolución en las representaciones que los alumnos elaboran ante un problema. Se parte del análisis del conocimiento matemático que sustenta los razonamientos de los alumnos al entender y solucionar el problema, se toma en cuenta el empleo de símbolos o representaciones gráficas y simbólicas y el empleo de algoritmos. El modelo identifica cuatro etapas:

Representación no canónica: La interpretación del problema es deficiente y la solución propuesta corresponde a un tipo diferente al que se plantea en el problema, lo que conduce a una solución errónea. Es decir, no se comprenden cabalmente las relaciones matemáticas implicadas en el problema y su solución, los alumnos utilizan un procedimiento que no corresponde a lo que el problema plantea.

Representación canónica no algorítmica: la interpretación del problema es correcta y la solución se desarrolla mediante representaciones pictóricas sin llegar a utilizar un algoritmo formal que en el caso de las fracciones se diría que es sustituido por un algoritmo gráfico (Valdemoros, 1997).

Representación canónica algorítmica: basada en un esquema de solución no algorítmico: la interpretación del problema es correcta y conduce al alumno a utilizar conjuntamente algoritmos y representaciones pictóricas acordes al problema. Los algoritmos y representaciones pictóricas coinciden, pero puede ocurrir que los alumnos no logren explicar por qué los resultados son semejantes.

Representación canónica algorítmica: El alumno comprende el problema y la relación que existe con el algoritmo a utilizar para llegar a la solución. El alumno puede prescindir de representaciones pictóricas haciendo uso del algoritmo formal.

Este modelo se ha adaptado para analizar la solución de problemas de fracciones por parte de alumnos de secundaria en el tema de fracciones.(Álvarez & Macías, 2008)

5.3.5 Taller de aprendizaje basado en problemas.

Barrows (1986) define al ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”. Desde que fue propuesto en la Escuela de Medicina de la Universidad de McMaster, el ABP ha ido evolucionando y adaptándose a las necesidades de las diferentes áreas en las que fue adoptado, lo cual ha implicado que sufra muchas variaciones con respecto a la propuesta original. Sin embargo, sus características fundamentales, que provienen del modelo desarrollado en McMaster, son las siguientes (Barrows, 1996):

5.3.6 El aprendizaje está centrado en el alumno

Bajo la guía de un tutor, los estudiantes deben tomar la responsabilidad de su propio aprendizaje, identificando lo que necesitan Aprendizaje basado en conocer para tener un mejor entendimiento y manejo del problema en el cual están trabajando, y determinando dónde conseguir la información necesaria (libros, revistas, profesores, internet, etc.). Los profesores de la facultad se convierten en consultores de los estudiantes. De esta manera se permite que cada estudiante personalice su aprendizaje, concentrándose en las áreas de conocimiento o entendimiento limitado y persiguiendo sus áreas de interés.

5.3.7 El aprendizaje se produce en grupos pequeños de estudiantes

En la mayoría de las primeras escuelas de medicina que implementaron el ABP, los grupos de trabajo fueron conformados por 5 a 8 ó 9 estudiantes. Al finalizar cada unidad curricular los estudiantes cambiaban aleatoriamente de grupo y trabajaban con un nuevo tutor. Esto les permitía adquirir práctica en el trabajo intenso y efectivo, con una variedad de diferentes personas.

5.3.8 Los profesores son facilitadores o guías

En McMaster el facilitador del grupo se denominaba tutor. El rol del tutor se puede entender mejor en términos de comunicación metacognitiva. El tutor plantea preguntas a los estudiantes que les ayude a cuestionarse y encontrar por ellos mismos la mejor ruta de entendimiento y manejo del problema. Eventualmente los estudiantes asumen este rol ellos mismos, exigiéndose así unos a otros. Con el fin de inhibir el riesgo de que el tutor caiga en la práctica tradicional de enseñanza y proporcione información y guía directa a los estudiantes, McMaster promovió el concepto del tutor no-experto, esto significaba que los profesores asumían la tutoría en unidades curriculares con contenidos en los que no eran expertos. Actualmente se ha comprobado que los mejores tutores son aquellos que son expertos en el área de estudio y además expertos en el difícil rol de tutor.

5.3.9 Los problemas forman el foco de organización y estímulo para el aprendizaje

En el ABP para medicina normalmente un problema de un paciente o de salud comunitaria se presenta a los estudiantes en un determinado formato, como un caso escrito, un paciente simulado, una simulación por computadora, un videotape, etc. El problema representa el desafío que los estudiantes enfrentarán en la práctica y proporciona la relevancia y la motivación para el aprendizaje. Con el propósito de entender el problema, los estudiantes identifican lo que ellos tendrán que aprender de las ciencias básicas. El problema así les da un foco para integrar información de muchas disciplinas. La nueva información es asociada también con problemas de pacientes presentes. Todo esto facilita que posteriormente ellos recuerden y apliquen lo aprendido en futuros pacientes.

5.3.10 Los problemas son un vehículo para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas clínicos

En el contexto de la educación médica, para que esto suceda, el formato del problema tiene que presentar el caso del paciente de la misma manera que ocurre en el mundo real, en donde sólo se tiene información de los dolores y síntomas manifestados. El formato debe permitir también que los estudiantes formulen preguntas al paciente, realicen exámenes físicos y ordenen análisis de laboratorio, todo en alguna secuencia. Los resultados de estas indagaciones se van proporcionando conforme avanza el trabajo a lo largo del problema. Cuando la metodología ABP se adapta a otras especialidades, esta característica se traduce en presentar un problema del mundo real o lo más cercano posible a una situación real, relacionada con aplicaciones del contexto profesional en el que el estudiante se desempeñará en el futuro.

5.3.11 La nueva información se adquiere a través del aprendizaje auto dirigido

Como corolario a todas las características antes descritas (el currículo centrado en el estudiante y el profesor como facilitador del aprendizaje), se espera que los estudiantes aprendan a partir del conocimiento del mundo real y de la acumulación de experiencia por virtud de su propio estudio e investigación. Durante este aprendizaje auto dirigido, los estudiantes trabajan juntos, discuten, comparan, revisan y debaten permanentemente lo que han aprendido.(Xochiquetzalli & Bernabeu Tamayo, 2006)

5.3.12 ¿Por qué la enseñanza de la matemática es tarea difícil?

La matemática es una actividad vieja y polivalente y a lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos y entre los pitagóricos considerada como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad. Utilizada como un importante elemento disciplinador del pensamiento en el Medievo, a partir del Renacimiento ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo. Ha constituido una magnífica guía del pensamiento filosófico entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos y un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos...

Por otra parte, la matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante: de manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos y aun en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo.

El otro miembro del binomio educación-matemática tampoco es algo simple. La educación ha de hacer, necesariamente, referencia a lo más profundo de la persona, una persona aún por conformar, a la sociedad en evolución en la que esta persona se ha de integrar, a la cultura en que esta sociedad se desarrolla, a los medios concretos personales y materiales de los que en el momento se puede o se quiere disponer, a las finalidades prioritarias que a esta educación se le quieran asignar y que pueden ser extraordinariamente variadas.

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, y no menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo.

La educación, como todo sistema complejo, presenta una fuerte resistencia al cambio, lo cual no necesariamente es malo, pues una razonable persistencia ante las variaciones es la característica de los organismos vivos sanos. Lo malo ocurre cuando esto no se conjuga con una capacidad de adaptación ante la mutabilidad de las circunstancias ambientales.

En la educación matemática a nivel internacional apenas se habrían producido cambios de consideración desde principios de siglo hasta los años sesenta. A comienzos de siglo había tenido lugar un movimiento de renovación en educación matemática, gracias al interés inicialmente despertado por la prestigiosa figura del gran matemático alemán Felix Klein, con sus proyectos de renovación de la Enseñanza Media y con sus famosas lecciones sobre Matemática elemental desde un punto de vista superior (1908), que ejercieron gran influencia en nuestro país a partir de 1927, por el interés de Rey Pastor, quien las tradujo al castellano y publicó en su Biblioteca Matemática.

En la década de 1960 surgió un fuerte movimiento de innovación y se puede afirmar con razón, que el empuje de renovación de dicho movimiento, a pesar de todos los desperfectos que ha traído consigo en el panorama educativo internacional, ha tenido con todo la gran virtud de llamar la atención sobre la necesidad de alerta constante sobre la evolución del sistema educativo en matemáticas a todos los niveles. Los cambios introducidos en los años sesenta han provocado mareas y contramareas a lo largo de la etapa intermedia. Hoy día, podemos afirmar con toda justificación que seguimos estando en una etapa de profundos cambios.(Miguel De Guzmán, 2007).

5.3.13 ¿Qué sucede en la educación?

Según (Carlos Eduardo Maldonado, 2014) en su artículo ¿Qué es eso de pedagogía y educación en complejidad?, el aula es el laboratorio de la educación, una idea que no tiene nada de novedoso. Sin embargo, de lo que se trata es de entender la manera como sucede la producción de conocimiento en su primera forma.

Complejizar la educación equivale a poner claramente sobre la mesa, a plena luz del día, el papel fundamental del juego, la imaginación, la fantasía. En otras palabras, el significado de las emergencias y la autorganización. Por encima, desde luego, de los programas y currículos, siempre eminentemente secuenciales y lineales y que no permiten ni admiten sorpresas, es decir, aprendizaje.

Dicho de manera general, aquello que hace a la ciencia precisa –tomando la palabra ciencia en su acepción más amplia y generosa– son los experimentos mentales, las pompas de intuición. Sin obviar la importancia de las redes de conocimiento, laboratorios, equipos y tecnologías, manejo de idiomas y otros aspectos semejantes, es posible sostener que la actividad científica se define por la capacidad de llevar a cabo experimentos mentales. Y para ello el rol del juego, la imaginación, los desafíos e incluso los errores resultan absolutamente indispensables. Con el reconocimiento explícito de que en la imaginación y el juego no puede haber indicadores ni estrategias didácticas, pues estos se encuentran en sus antípodas.

Sin desconocer, de manera alguna, la importancia de la disciplina –específicamente la disciplina mental–, se trata de trabajar sobre el gusto y el placer, la fruición y las fortalezas propias para que el grupo entero se beneficie, independientemente del nivel de formación o educación de que se trate. Los retos, desafíos, cuestionamientos y la crítica forman individuos autónomos con criterio propio, antes que las constricciones y las normas.

5.3.14 Jhon Dewey y sus aportaciones a la educación.

Teniendo en cuenta los aportes de Dewey (Rodríguez, 2015), la escuela es como una minicomunidad, en la que el niño vive más que aprende. La escuela debe de ser capaz de conservar la esencia de la vida en comunidad que el niño tiene fuera de ella y sobre esa vida crear sus métodos. Estos deben de ser principalmente activos, emerger del ambiente diario y tener un carácter lo más espontáneo posible. Por medio de las actividades manuales se permite la reproducción por parte de la escuela de las manifestaciones esenciales de los individuos y se logra que las personas se puedan incorporar a la vida social. La materia del conocimiento no debe subordinarse a razones teóricas abstractas sino que debe estar al servicio de la vida, por lo tanto para él, todo pensamiento y conocimiento debe ser posible de aplicación, por lo tanto debe ser práctico.

Dewey afirmaba que los niños no llegan a la escuela como limpias pizarras pasivas en la que los maestros pudieran escribir las lecciones de la civilización. Cuando el niño llega al aula "ya es intensamente activo y el cometido de la educación consiste en tomar a su cargo esa actividad y orientarla" (Dewey 1899, pag.41). Cuando el niño empieza su escolaridad, lleva en sí "cuatro impulsos innatos- el de comunicar, el construir, el de indagar, y el de expresarse de forma más precisa- que construyen los recursos naturales, el capital para invertir, de cuyo ejercicio de-pende el crecimiento activo del niño" (Dewey 1899, pag 30). El niño lleva también consigo intereses y actividades de su hogar y del entorno en que vive y al maestro le incumbe la tarea de utilizar "esta materia prima" orientando las actividades hacia "resultados positivos" (Mayhew y Edwards, 1966, pag. 41).

5.4 Marco teórico especifico

Nuestra investigación debemos tener en cuenta que nos debemos basar en la construcción de problemas contextualizados, pero antes que todo debemos partir de las dimensiones básicas de un problema didáctico y empezar a clarificar el objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas.

Según Josep Gascon (Gascón, 2011) llama a los problemas docentes a los que se plantea el profesor como tal profesor cuando tiene que enseñar un tema matematico a sus alumnos. En donde el docente debe formular los problemas con las nociones disponibles en la cultura escolar, que pueden ser correspondidas de los texto curriculares como por ejemplo los elementos de motivacion, aprendizaje significativo, individualizacion de la enseñanza, adquisicion de un concepto, abstraccion o competencia.

En una de las formulaciones especifica como docente se puede aludir algun aspecto particular del problema en ¿Cómo puedo motivar, aumentar su interes por el estudio y mejorar su actitud con relacion a las funciones raconales? O tambien ¿Cómo puedo utilizar las TIC a fin de mejorar el proceso de enseñanza de dicho ambito? ¿Cómo individualizar la enseñanza de un concepto?

En la formulación de un problema didáctico el didacta siempre utiliza una descripción y una interpretación es decir un modelo epistemológico en el ámbito matemático

5.4.1 Tipos de inteligencias múltiples y ejemplos según Gardner

En la edición de 1983 del libro "Las inteligencias múltiples", Gardner afirma la existencia de siete tipos de inteligencia, sin embargo, hoy en día podemos llegar a enumerar ocho tipos de inteligencia según Howard Gardner (Gardner, 1993a).

Veamos cada una de estas inteligencias múltiples con ejemplos:

La inteligencia lingüística-verbal

La inteligencia verbal es aquella que se puede observar en personas con facilidad para expresar, comprender y desarrollar mensajes verbales complejos. Gracias a la inteligencia lingüística podemos aprender nuevos idiomas con más facilidad, las zonas cerebrales como el área de Broca y Wernicke (encargadas de la producción y comprensión del lenguaje) suelen estar más desarrolladas en estos casos.

Es la capacidad de emplear de manera eficaz las palabras, manipulando la estructura o sintaxis del lenguaje, la fonética, la semántica, y sus dimensiones prácticas. Podemos encontrar este tipo de inteligencia en los niños a los que les encanta redactar historias, leer, jugar con rimas, trabalenguas y en los que aprenden con facilidad otros idiomas.

La inteligencia física-cenestésica

Es la habilidad para usar el propio cuerpo para expresar ideas y sentimientos, y sus particularidades de coordinación, equilibrio, destreza, fuerza, flexibilidad y velocidad, así como propioceptivas y táctiles.

Se la aprecia en los niños que se destacan en actividades deportivas, danza, expresión corporal y/o en trabajos de construcciones utilizando diversos materiales concretos. También en aquellos que son hábiles en la ejecución de instrumentos.

La inteligencia lógica-matemática

Es la capacidad de manejar números, relaciones y patrones lógicos de manera eficaz, así como otras funciones y abstracciones de este tipo.

Los niños que la han desarrollado analizan con facilidad planteamientos y problemas. Se acercan a los cálculos numéricos, estadísticas y presupuestos con entusiasmo.

La inteligencia espacial

Es la habilidad de apreciar con certeza la imagen visual y espacial, de representarse gráficamente las ideas, y de sensibilizar el color, la línea, la forma, la figura, el espacio y sus interrelaciones.

Está en los niños que estudian mejor con gráficos, esquemas, cuadros. Les gusta hacer mapas conceptuales y mentales. Entienden muy bien planos y croquis.

La inteligencia musical

Es la capacidad de percibir, distinguir, transformar y expresar el ritmo, timbre y tono de los sonidos musicales.

Los niños que la evidencian se sienten atraídos por los sonidos de la naturaleza y por todo tipo de melodías. Disfrutan siguiendo el compás con el pie, golpeando o sacudiendo algún objeto rítmicamente.

La inteligencia interpersonal

Es la posibilidad de distinguir y percibir los estados emocionales y signos interpersonales de los demás, y responder de manera efectiva a dichas acciones de forma práctica.

La tienen los niños que disfrutan trabajando en grupo, que son convincentes en sus negociaciones con pares y mayores, que entienden al compañero.

La inteligencia intrapersonal

Es la habilidad de la autoinstrospección, y de actuar consecuentemente sobre la base de este conocimiento, de tener una autoimagen acertada, y capacidad de autodisciplina, comprensión y amor propio.

La evidencian los niños que son reflexivos, de razonamiento acertado y suelen ser consejeros de sus padres. Howard Gardner pone como ejemplo a un niño autista para ilustrar este tipo de inteligencia dañada "el niño puede ser incapaz de referirse a sí mismo. Al mismo tiempo, a menudo muestra habilidades extraordinarias en el área musical, espacial o mecánica"

La inteligencia naturalista

La última incorporación a la lista de las inteligencias múltiples es la inteligencia naturalista (añadida en la edición de 1995). Esta se define como la capacidad de distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente, objetos, animales o plantas. Tanto del ambiente urbano como suburbano o rural. Incluye las habilidades de observación, experimentación, reflexión y cuestionamiento de nuestro entorno.

Se da en los niños que aman los animales, las plantas; que reconocen y les gusta investigar características del mundo natural y del hecho por el hombre.(MERCADÉ, 2012)

6 OBJETIVOS

6.1 Objetivo general

Implementar una secuencia didáctica utilizando la modelación matemática interdisciplinar, para la apropiación de las funciones racionales en los estudiantes de grado noveno de la I.E ENRIQUE OLAYA HERRERA de Neiva.

6.2 Objetivo especifico

6.2.1 Identificar las motivaciones referentes a los pensamientos matemáticos de los estudiantes, en diferentes contextos para planear las actividades de la secuencia didáctica

6.2.2 Estructurar una secuencia didáctica en formato impreso para fortalecer el aprendizaje de las Funciones Racionales en el grado Noveno

6.2.3 Evaluar la funcionalidad de la secuencia Didáctica interdisciplinar con los estudiantes de grado Noveno para verificar el nivel de conceptualización de la función racional

7 METODOLOGÍA

7.1 Cronograma

Tabla 2. Cronograma de actividades del proyecto.

Actividad	Fecha de diseño	Aplicación
Ayudemos a nuestro personaje	Agosto de 2019	Septiembre 2019
¿Podemos deslizar el objeto?	Agosto de 2019	Septiembre 2019
Construyamos nuestra cajita	Agosto 2019	Septiembre 2019
Acelerando ando	Septiembre 2019	Octubre de 2019
Tablet maticas	Septiembre 2019	Octubre de 2019
Modelemos nuestra cajita	Septiembre 2019	Octubre de 2019

ACTIVIDADES	SEMANAS													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ACTIVIDAD 1														
ACTIVIDAD 2														
ACTIVIDAD 3														
ACTIVIDAD 4														
ACTIVIDAD 5														
ACTIVIDAD 6														

	SEMANAS DE PLANEACIÓN Y ESTRUCTURACIÓN
	SEMANAS DE IMPLEMENTACIÓN DE ACTIVIDADES

Vigilada Mineducación

La modalidad que se basa la investigación es de tipo cualitativo, para obtener información del estado de las inteligencias del grupo, sus temperamentos, sus motivaciones por el aprendizaje de funciones racionales en contexto, la motivación con respecto a la asignatura y apoyo de los padres de familia según su grado de escolaridad. Nuestra investigación acerca de Modelización interdisciplinaria de las funciones Racionales nos llevó a la recolección de datos cuyas variables y estados relacionamos a continuación:

Tabla 1. Convención de variables de inteligencias múltiples

VARIABLE	CONVENCIÓN DE LA VARIABLE	ESTADO	CONVENCIÓN DE LA VARIABLE
Inteligencias Múltiples	IM	Lingüística Lógico Matemáticas Visual espacial Corporal Musical Intrapersonal Interpersonal	LIN MAT ESP COR MUS INTRA INTER
Temperamento	TEMP	Melancolico Flemático Colérico Sanguíneo	A B C D
Nivel académico de los padres	NAP	Primaria Secundaria Superior	PRI SEC SUP
El nivel de satisfacción con el área de matemáticas es	NSM	Bajo Alto	BAJ ALT

7.2 La población del grado noveno de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA ENRIQUE OLAYA HERRERA consta de tres grupos de 87 alumnos con un promedio de edad entre los 14 y 15, se tomara como muestra el grupo de 903, que consta de 26 estudiantes.

7.3 a continuación se relacionan los tipos de actividades a desarrollar.

7.3.1 Diseñar las herramientas de recolección de información

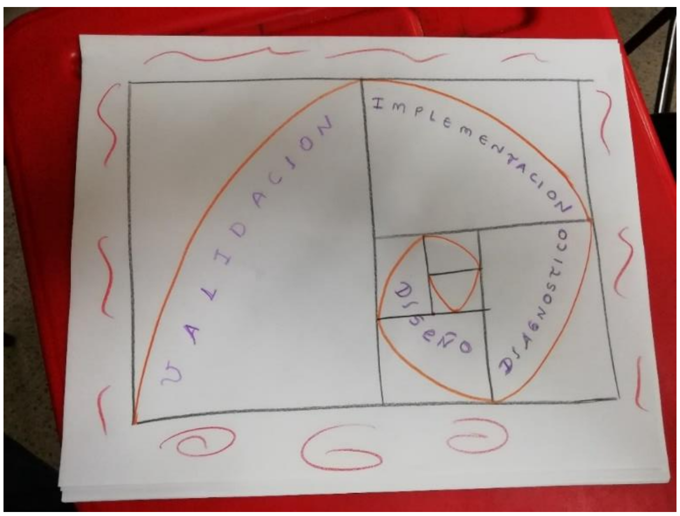
7.3.2 aplicación de los test e inteligencias múltiples a los estudiantes

7.3.3 a partir de los test se realiza la caracterización del grupo

7.3.4 se identifican las asignaturas con mayor aceptación por los estudiantes para construir las secuencias didácticas sobre funciones racionales.

7.3.5 Prueba piloto de las secuencias didácticas a los estudiantes del grado 903 sobre problemas contextualizados y tecnológicos.

7.3.6 evaluar las fortalezas y debilidades, para restructurar la secuencia didáctica.



Grafica 1. Secuencia metodológica.

8 ANÁLISIS DE RESULTADOS

8.1 Caracterización del grupo 903.

El diagnostico llevado a cabo a la población seleccionada, sujeto de investigación (ver anexo Tabla 3.) tiene su fundamentación en test de inteligencias de Gardner (Gardner, 1993a), donde buscamos identificar el tipo de inteligencia predominante, con el fin de crear estrategias motivadoras para la construcción de secuencias didácticas.

Observando los resultados estadísticos arrojado por el test (Anexos Grafica 3.) se concluye que la inteligencia predominante es la naturalista, según Gardner tenemos unos estudiantes con la capacidad de distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente, objetos, animales o plantas e igualmente reconocen e investigan características del mundo natural.

8.2 Secuencia didáctica para el docente (ver anexo 12.4)

La construcción de nuestro modelo tiene sus bases en el aprendizaje basado en proyectos ABP; Según (FITZGERALD, 2004) el docente es un facilitador del aprendizaje, también llamado tutor, quien plantea a los estudiantes preguntas que les permite a ellos cuestionarse y encontrar la mejor ruta en la solución de problemas. En la mayoría de los casos, la secuencia didáctica del docente permite a los grupos de trabajo se auto controlen generando los roles dentro de estos.

Esta secuencia del docente nos permite contemplar el nombre del proyecto, grado, nombre del docente, un objetivo, competencias a desarrollar, preguntas orientadoras, áreas interdisciplinares relacionadas en el proyecto, una justificación del porque se realiza este proyecto, una estructura y desarrollo del proyecto donde se encuentra unas etapas actividades y recursos, un desarrollo que consta de momentos individuales, grupales y puesta en común, también cuenta con una evaluación de recapitulación.

El documento no deja a un lado los estándares básicos de aprendizaje, sin embargo, el desarrollo de éste, no se encuentra encasillado en un proceso único, permite al docente implementar distintas estrategias para lograr los objetivos propuestos, es abierto. (Miguel De Guzmán, 2007)

"La matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. De manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos. Y aun en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento".

8.3 Guía del estudiante (ver anexo 12.5)

Para llevar a cabo nuestra investigación creamos la secuencia didáctica, que lleva por nombre "LA CAJITA QUE RAZONA". Este proyecto basado en la modelación interdisciplinar cuenta con una serie de actividades en donde los estudiantes de manera creativa construirán conocimiento sobre la aplicación de números racionales en diferentes contextos de las matemáticas y las ciencias naturales.

La primera guía le hemos nombrado "Ayudemos a nuestro personaje". Como medio de motivación inicial se proyecta un video (ver dirección web en el anexo 12.5), donde a partir de una charla entre dos personas que empiezan a mostrar la importancia del conocimiento de los números racionales en la repartición, el porcentaje y la razón, dando como ejemplo la repartición de una pizza y finaliza solicitando al televidente que le ayude a repartir la pizza teniendo en cuenta ciertas condiciones.

Para la realización de la actividad se les solicito traer algunos elementos como tijeras, pegante y se les suministro en papel la imagen de una pizza y la guía.

Para que el trabajo fuera colaborativo se formaron grupos de tres estudiantes, dejando libre la opción de escoger los roles (líder, de manualidades y relator).

La primera guía (AYUDEMOS A NUESTRO PERSONAJE), se les presenta un video introductorio que muestra unas de las aplicaciones de los números racionales en el contexto.

Al final de éste se discute que conceptos matemáticos aparecen inmersos en la conversación de los personajes.

La discusión generada a partir del video, permitió una participación activa de los estudiantes, los cuales mostraron una actitud positiva y dinámica, facilitando el desarrollo de la segunda etapa de la secuencia didáctica que hacía referencia a la solución de una pregunta que realizaba uno de los personajes del video (Anexo 12.3).

Cada grupo de trabajo recibió el material necesario para resolver de una manera creativa la pregunta que generó el video, la solución fue expresada de manera gráfica y numérica por cada uno de ellos, al final cada uno socializo sus resultados frente a los demás grupos, situación que generó un ambiente de confianza y seguridad frente a los conceptos relacionados con la matemática.

En la siguiente Tabla 3. Se describe la implementación del instrumento didáctico a los estudiantes de grado 903.

Tabla 3. Resultados de aplicación de la guía didáctica No. 1. "LA CAJITA QUE RAZONA"

NOMBRE DE LA GUÍA	OBJETIVO DE LAS ACTIVIDADES	CARACTERÍSTICAS	DESARROLLO	RESULTADOS E IMPACTO
Ayudemos a nuestro personaje	Contextualizar conceptos asociados a los racionales	Estimula la creatividad. Contextualización de contenidos. Atrapa la atención del estudiante. Potencializa la expresión oral del estudiante.	Presentación de un video motivacional, los grupos deben solucionar una situación particular para socializar.	Se despierta el interés por explorar los contenidos. Les permitió cuestionarse y encontrar la mejor solución
¿Podemos deslizar el objeto?	Determinar por medio de las leyes de Newton si un objeto se mueve o no se mueve	Estimula pensamiento crítico y la creatividad. Redacta textos. Incentiva el pensamiento interdisciplinar.	Presentación de un video de las leyes de Newton en el que deben justificar según el concepto mostrado, la pregunta de la guía.	Discusión y la argumentación de ideas. Sustentan por escrito de manera coherente
Juguemos con Geogebra	Conocimiento del manejo del software	Simulación de funciones	Se presenta un video que explica el funcionamiento del software	Manejo de las tics
Construyamos nuestra cajita	Encontrar las razones entre figuras geométricas que se forman en los pliegues al construir la cajita	Creatividad. Fortalece la motricidad. Captura la atención del grupo de trabajo. Fortalece su pensamiento variacional y geométrico	A través de un video didáctico construyen una caja por pliegues, para contestar luego la pregunta ¿Qué razones se pueden construir con las cantidades de figuras geométricas plasmadas en el papel?	Estimulación de la creatividad, fortalecimiento del trabajo en grupo. Cálculo de las razones
Acelerando ando	Encontrar la relación entre la aceleración y la masa	Deduce conceptos a partir de la práctica. Describe y representa situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas,	Realiza el montaje de la guía, miden el peso de las monedas, tabulan los datos y hallan la masa con la segunda ley de Newton. Se llena de arena el vaso de icopor y el peso se toma como unidad de fuerza constante, por	Con los datos de las tablas se da un preconcepto de la relación entre la aceleración y la masa. Generó participación

NOMBRE DE LA GUÍA	OBJETIVO DE LAS ACTIVIDADES	CARACTERÍSTICAS	DESARROLLO	RESULTADOS E IMPACTO
		expresiones verbales generalizadas y tablas).	observación explican el fenómeno y calculan la aceleración	activa donde se evidencio el juego de roles.
Tablet maticas	Modelar por medio de software Geogebra los resultados obtenidos en la experimentación	Identifica la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones racionales.	Con los datos de masa vs aceleración se realiza la simulación en el software Geogebra, para reconocer una función racional	Análisis cualitativo a partir de la gráfica trazada por software Modelar funciones racionales a través de software
Modelemos nuestra cajita	Hallar la relación funcional entre el área de la base y la altura de caja.	Resuelve problemas usando modelos geométricos. Modela la relación entre dos variables inversas.	Se halla el volumen de la caja, a seguir se varia el área de la base y se observa lo que ocurre con la altura. A partir de esta situación el grupo modela la relación entre las dos variables con la herramienta Geogebra.	Hallaron la relación existente entre el área de la base y la altura sin variar el volumen.

9 CONCLUSIONES Y RETROALIMENTACIÓN

En nuestra investigación propuesta como trabajo de grado se diseñaron ocho instrumentos, partiendo de dos encuestas que recolectaron información para nuestro diagnóstico, tres actividades introductorias y tres de profundización en la conceptualización de fracciones, función racional y modelación matemática; a partir de situaciones problema que permitían ser modeladas con el software Geogebra. Cada una de las actividades estuvo fundamentada en los tipo de inteligencia según (Gardner, 1993b), el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) (Xochiquetzalli & Bernabeu Tamayo, 2006), e interdisciplinar con las áreas de las ciencias naturales, la geometría y la tecnología (Marta & Pérez, n.d.) y la modelación de funciones racionales con el software Geogebra (GONZALEZ, 2013).

El desinterés que mostraba nuestros estudiantes con respecto al conocimiento de los números racionales nos llevó a reconocer los tipos de inteligencias predominantes en el grupo objeto de investigación. Como resultado se evidencia (Anexo 12.1, 12.2) que ellos tienen la capacidad distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente y poseen habilidades de observación, experimentación, reflexión y cuestionamiento de nuestro entorno (MERCADÉ, 2012).

Prestando atención a los resultados se decide construir una secuencia didáctica que pretende brindar herramientas para la solución de situaciones problema, que motiva: la reflexión (videos introductorios, la construcción de una caja), la profundización (experimentación de un modelo físico y recolección de datos), la modelación (relación entre variables y la simulación de una función donde varían las condiciones iniciales).

La inclusión de las nuevas tecnologías en la secuencia didáctica despertó la creatividad, el razonamiento, la curiosidad, lo cual fortaleció el pensamiento variacional de los estudiantes, como también otras formas de abordar las funciones racionales y la relevancia de la solución de problemas en diferentes contextos, tal como lo plantea Miguel de Guzmán (M de Guzmán, 2007).

Esta secuencia didáctica llega a nuestra institución para fortalecer el currículo de matemáticas, apoyando con estrategias didácticas para la enseñanza de funciones racionales en el primer periodo del grado noveno. Pretende cambiar los modelos tradicionales de la enseñanza de la matemática en el aula, generando motivación, interés, creatividad, a través de la modelación, la interdisciplinaridad con otras áreas del conocimiento, la resolución de problemas contextualizados y el uso de herramientas tecnológicas (GeoGebra) (Carlos Eduardo Maldonado, 2014).

9.1 RECOMENDACIONES

El reto para un futuro cercano es implementar la secuencia didáctica propuesta a partir de nuestra investigación, construir nuevas secuencias didácticas con un grupo interdisciplinar de docentes, involucrando el mayor número de áreas del conocimiento posible.

Implementar este tipo de secuencias despierta el interés de los estudiantes por el manejo de herramientas tecnológicas que modelan situaciones comunes que son expresadas matemáticamente.

Motivar al estudiante en el proceso de enseñanza aprendizaje es: identificar las preferencias en las áreas del conocimiento, el gusto por el manejo de las nuevas tecnologías, los tipos de inteligencia y la búsqueda de nuevos ambientes escolares dentro de la institución, lo cual permite que el estudiante active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, y reflexione sobre su propio proceso de pensamiento.

10 BIBLIOGRAFÍA

Alexander, J., & Ochoa, V. (2010). La Modelación Matemática en el currículo. Elementos para la discusión. *Encuentro Colombiano de Matematica Educativa*, *11*, 167–171.

Álvarez, M. Á., & Macías, R. del C. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación Matemática*.

Biembengut, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, *16*(2), 105–125.

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45–58.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. *New ICMI Study Series*.

Carlos Eduardo Maldonado. (2014). ¿Qué es eso de pedagogía y educación en complejidad? *Propuesta Educativa*, 54–67.

D’Amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Enseñanza de La Matemática. Revista de La ASOVEMAT*, *17*(1), 4–5. Retrieved from www.dm.unibo.it/rsddm de Bono, E. (2004). *EL PENSAMIENTO CREATIVO. EL PODER DEL PENSAMIENTO LATERAL PARA LA CREACION DE NUEVAS IDEAS.* (1ra edicii).

De Guzmán, Miguel. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, *43*, 19–58. Retrieved from http://www.redalyc.org/pdf/800/80004304.pdf

DEIFER MARMOLEJO CORREA. (2018). MANERAS DE ATRIBUIR SENTIDOS Y SIGNIFICADOS AL CONTEXTO EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN CON ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO. *Tesis*, *10*(2), 1–15.

Esteban, J., Mejía, T., Alberto, E., & Suárez, G. (2011). ¿ Existen situaciones cotidianas cuyo modelo matemático corresponde a una función de proporcionalidad ? *Articulo*, 281–290.

EUDYS ESTHER BALLESTEROS PALMETT. (2018). Estrategia metodológica para la enseñanza de las fracciones desde la modelación matemática y el material concreto como mediadores en la resolución de problemas eudys esther ballesteros palmett. *Tesis*, 75.

FITZGERALD, P. M. B. Y. V. L. (2004). APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS. *Red de Revistas Científicas de América Latina, El Caribe, España y Portugal*, *13*, 145–157. Retrieved from http://www.riss.kr/link?id=T9181715

Gardner, H. (1993a). *Estructuras de la Mente - Howard_Gardner_-_Estructuras_de_la_mente.pdf*. Retrieved from http://static.schoolrack.com/files/26736/708674/Howard_Gardner_-_Estructuras_de_la_mente.pdf

Gardner, H. (1993b). *Estructuras de la Mente - Howard_Gardner_-_Estructuras_de_la_mente.pdf*. Retrieved from http://static.schoolrack.com/files/26736/708674/Howard_Gardner_-_Estructuras_de_la_mente.pdf

Gascón, J. (2011). Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. el caso del álgebra elemental. *Revista Latinoamericana de Investigacion En Matematica Educativa*, *14*(2), 203–231.

GONZALEZ, I. B. (2013). PROPUESTA DIDÁCTICA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE LÍMITE EN EL GRADO UNDECIMO, HACIENDO USO DEL GEOGEBRA. *Tesis*, *84*, 487–492. Retrieved from http://ir.obihiro.ac.jp/dspace/handle/10322/3933

Guzmán, M de. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*. Retrieved from http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2310550

Hein, M. S. B. y N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática, 107–108.

Manale, M. (1997). La mathématisation du réel. *L'Homme et La Société*.

María Trigueros Gaisman. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas, 77.

Marta, D., & Pérez, A. (n.d.). ACERCAMIENTOS A LA INTERDISCIPLINARIEDAD EN LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS, 2 Y 3.

MEN, M. D. E. N. D. C. (2003). Lineamientos Curriculares para Matemáticas, 47–48. https://doi.org/958-691-290-6

MERCADÉ, A. (2012). Los 8 Tipos De Inteligencia Según Howard Gardner: La Teoría De Las

Inteligencias Múltiples. *19 de Diciembre*.

Meza, A., & Barrios, A. (2010). Propuesta Didáctica para la Enseñanza de las Fracciones. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 5.

Pérez, C. R. (2010). Paradigma de la complejidad, modelos científicos y conocimiento educativo. *Pensamiento*, (2003), 3–9.

Rodríguez, L. (2015). John DewRodríguez, L. (2015). John Dewey y sus aportaciones a la educación. Odiseo, 1–24. https://doi.org/papers3://publication/uuid/B7C80185-C1A7-47B9-AAC0-4928E9AA3D27ey y sus aportaciones a la educación. *Odiseo*, 1–24. https://doi.org/papers3://publication/uuid/B7C80185-C1A7-47B9-AAC0-4928E9AA3D27

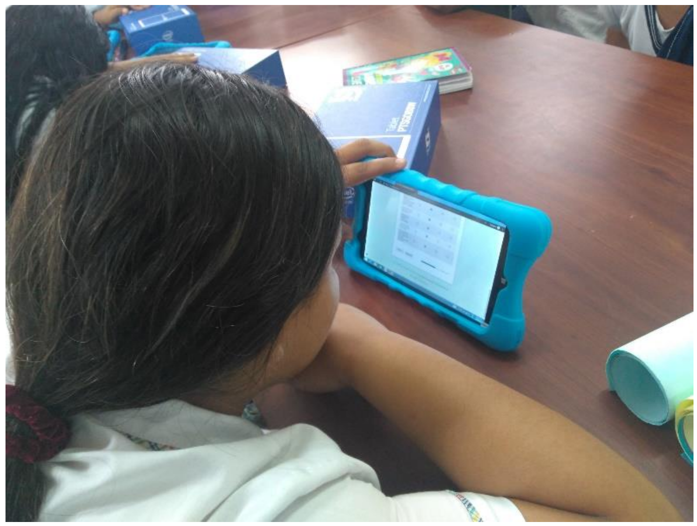
Vasco, C. E. (2016). Siete retos de la educaciòn colombiana para el periodo de 2006 a 2019, 5. Retrieved from http://www.eduteka.org/RetosEducativos.php

Veit, E. A., & Teodoro, V. D. (2002). Modelagem no Ensino: Aprendizagem de Física e os Novos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. https://doi.org/10.1590/s1806-11172002000200003

Xochiquetzalli, M. M., & Bernabeu Tamayo, M. D. (2006). Aprendizaje basado en problemas. *Red de Revistas Científicas de América Latina, El Caribe, España y Portuga*. Retrieved from http://www.redalyc.org/pdf/1794/179420847008.pdf

11 ANEXOS

11.1 Presentación de test de inteligencias múltiples.



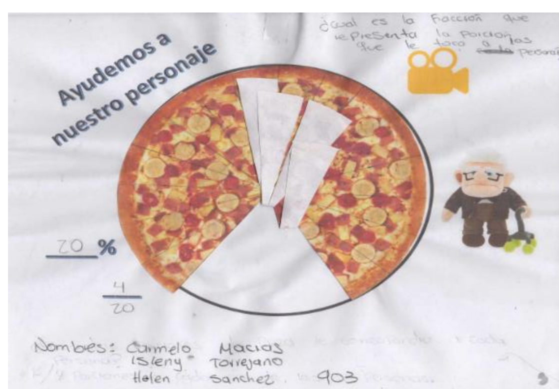
11.2 Resultados del test.

Tabla 3. Tabulación de resultado del test aplicado a los estudiantes del grado 903.

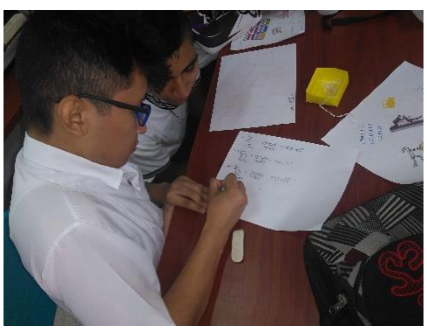
ESTUDIANTE	I. LINGÜÍ	T. LOGIC	I .NATUR	I. VISUAL	I. MUSIC	I. CINES	I. INTRAP	I. INTERPERSONAL		
CONDE CHARRY CRISTIAN ANDRES	21	17	16	16	19	16	18	16	21	I. LINGÜÍSTICA
COVALEDA OLIVEROS RUTH DAMARIS	17	16	19	16	18	16	18	15	19	I .NATURALISTA
CRISTOBAL YASNO CESAR LUIS	14	14	15	13	13	13	12	14	15	I .NATURALISTA
DURAN HERRADA MIRLEIDY ESTEFANI	19	22	28	27	25	27	26	26	28	I .NATURALISTA
GRANADA RAMIREZ IHAN SANTIAGO	18	17	25	21	23	19	20	16	25	I .NATURALISTA
MACIAS LOZANO CARMELO ANDRES	15	16	14	13	14	15	13	13	16	T. LOGICA MATEMATI
MARTINEZ CRIOLLO KARITO LUCIA	23	21	29	24	24	23	26	16	29	I .NATURALISTA
MELENDEZ GOMEZ JULIAN DAVID	17	16	17	18	17	14	13	18	18	I. VISUAL ESPACIAL
NARVAEZ BALCEROS NATALIA YISED	21	19	14	13	11	13	14	18	21	I. LINGÜÍSTICA
PEÑA SERRATO ROCIO DEL PILAR	21	15	11	13	11	15	14	13	21	I. LINGÜÍSTICA
POLANIA CASALLAS VANESSA ALEXAN	16	17	22	17	21	21	21	16	22	I .NATURALISTA
QUINTERO VEGA LAURA CATHERINE	17	21	23	24	24	20	19	20	24	I. VISUAL ESPACIAL
QUINTERO VEGA LAURA CATHERINE	15	27	21	24	24	18	27	17	27	T. LOGICA MATEMATI
ROJAS CUELLO KAROL DAYANA	19	23	21	22	18	20	19	19	23	T. LOGICA MATEMATI
ROJAS CUELLO YEISON FARID	19	18	23	18	17	13	13	21	23	I .NATURALISTA
ROMERO PERDOMO JOSE DANIEL	13	14	19	19	15	14	16	15	19	I .NATURALISTA
RONDON SALAZAR ANDRES JULIAN	15	16	19	17	18	17	18	18	19	I .NATURALISTA
RUIZ HERNANDEZ HENRY STEVEN	18	24	30	20	21	21	21	30	30	I .NATURALISTA
SANCHEZ BUITRAGO HELEN SOFIA	17	20	22	21	27	25	17	13	27	I. MUSICAL
SUAREZ BOCANEGRA JUAN CAMILO	14	13	18	20	20	19	17	14	20	I. VISUAL ESPACIAL
TORREJANO ROJAS ISLENY	18	15	26	14	14	17	12	15	26	I .NATURALISTA
TOVAR HERRAN LAURA DANIELA	15	16	18	15	16	15	18	15	18	I .NATURALISTA
VANEGAS FERNANDEZ JHONATAN JAV	19	19	24	19	27	19	17	25	27	I. MUSICAL
VIDAL BENJUMEA ANA LUZ	14	18	18	24	14	18	22	19	24	I. VISUAL ESPACIAL

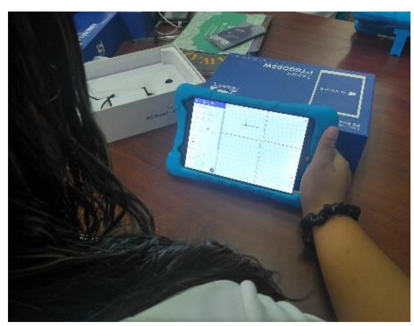
Grafica 2. Número de estudiantes vs inteligencias

11.3 Evidencia fotográfica “LA CAJITA QUE RAZONA”




Ayudemos a nuestro personaje
80 %
16/20
¿Qué fracción en porciones consumieron los 4 nietos del señor?





11.4 Guía didáctica del docente

<table>
<tr><td colspan="2">NOMBRE DEL PROYECTO: LA CAJITA QUE RAZONA</td><td>GRADO: NOVENO</td></tr>
<tr><td colspan="2">DOCENTE: JOSÉ JAIR MEDINA CORDOBA Y DIEGO ANDRÉS MORA</td><td>ÁREA: MATEMÁTICAS</td></tr>
<tr><td colspan="3">OBJETIVO:
Encontrar la razón entre el área de la base y la altura de una caja, la masa y la aceleración.</td></tr>
<tr><td colspan="3">COMPETENCIAS:
Desarrollar un pensamiento lógico en los estudiantes para resolver problemas interdisciplinares.</td></tr>
<tr><td colspan="3">PREGUNTA ORIENTADORA:
¿Podemos encontrar la relación que existe entre el área de la base y la altura de una cajita?
¿Podemos encontrar la relación que existe entre la masa y la aceleración?</td></tr>
<tr><td colspan="3">ÁREAS CURRICULARES:
Ciencias (Física), Artes (origami), Matemáticas (Geometría), Tecnología (Geogebra) y Lenguaje.</td></tr>
<tr><td colspan="3">JUSTIFICACIÓN:

Un factor fundamental para el desarrollo del pensamiento de nuestros estudiantes es el matemático, todo lo que tenemos a nuestro alrededor, o casi todo, de cierta manera puede ser modelado por medio de las matemáticas, así como todas aquellas situaciones que requieren ser solucionadas en nuestra cotidianidad. Debemos tener en cuenta que lo que nos rodea no se puede representar matemáticamente solo con números Enteros, en su mayoría estas situaciones nos llevan a un conjunto mucho más amplio que es el de los números Racionales.

Este proyecto nos permite explorar todos aquellos contextos donde intervienen los números racionales, a través la construcción con Origami pretendemos fortalecer los conceptos y operaciones entre números racionales, también la interdisciplinaridad con otras ciencias que están inmersas en la construcción de Origami como lo son: La Física, la Geometría, castellano y la tecnología.</td></tr>
<tr><td colspan="3">ESTRUCTURA Y DESARROLLO DEL PROYECTO</td></tr>
<tr><td>ETAPAS/(Itinerario)</td><td>¿CÓMO?</td><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>PLANEACIÓN:
Paradas 1</td><td>La repartición (video https://www.youtube.com/watch?v=St9n7Q4ADIU

Debate sobre el impacto que tienen los racionales en la vida diaria.</td><td>Guía: ayudemos a nuestro personaje

Video</td></tr>
</table>

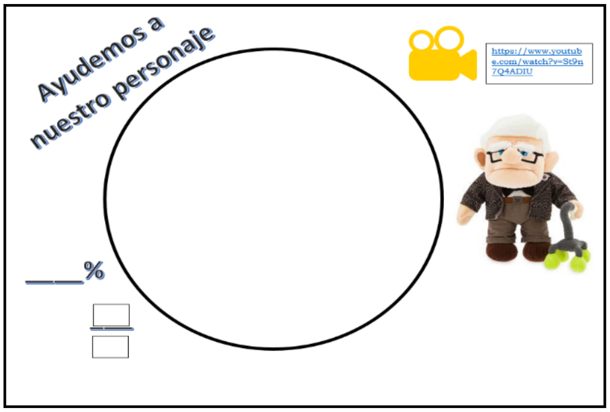
Parada 2.	Ayudemos a nuestro a personaje. (cada uno debe representar en el círculo, las fracciones en la que fue repartida la pizza, con colores que representen la cantidad de pizza que consumieron e indicar el porcentaje que representa https://www.youtube.com/watch?v=86ZNmoAdlNg Construcción de la pregunta o problema de investigación.	1. Las fracciones aplicada en la vida diaria 2. Circulo de papel de color de radio 5 cm.
Parada 3.	**Momento grupal:** Proyección de un video https://www.youtube.com/watch?v=_N0-PQzl7HM	**Guía: Juguemos con Geogebra** 3. Video y videobeam
DESARROLLO: (Interacción constructiva) Parada 4 Parada 5 Paradas: 6 y 7 Parada 8 Paradas: 9	**Momento Individual:** En este momento los estudiantes construyen en origami una caja rectangular https://www.youtube.com/watch?v=VV3SykqDWRI **Momento Grupal:** En este momento los estudiantes haciendo uso de la guía y los elementos de medición, forman grupos de 3 integrantes (identificando roles) y registran las mediciones obtenidas. **Puesta en común:** Los estudiantes toman y los representan en un plano cartesiano, discuten las conjeturas a partir de las gráficas encontradas.	**Guía: Construyamos nuestra cajita** Video Papel de color origami. Pegante 10 cm de piola **Guía: acelerando ando** Superficie de formica o vidrio. Vaso de icopor. 1 regla 1 color Caja cuadrada (0rigami) 50 cm de piola

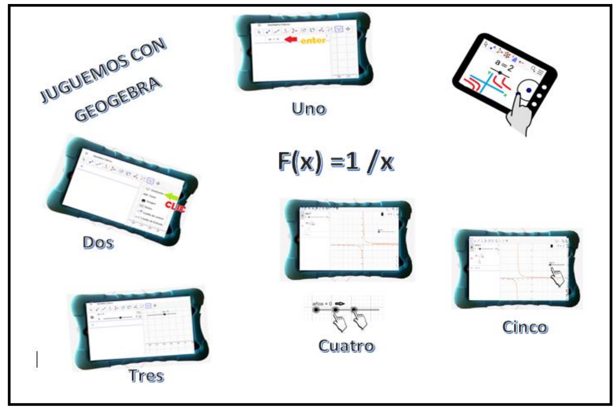
Parada 10	Se indica a los estudiantes que realicen cambios en los parámetros entre el área de la base y la altura de la caja, con un volumen constante. Deben concluir que tipo de relación se encuentra entre las dos variables. Se le muestra un video de modelación de un problema entre el volumen del vino y el agua. https://www.youtube.com/watch?v=zwOkc_eSWTE	**Guía: modelemos nuestra cajita** Video
EVALUACIÓN: Parada 9	**Recapitulación o (Feedback):** Mediante una auditoria creativa los estudiantes auto-reflexionan sobre el aprendizaje alcanzado, diseñando una relación entre las variables cuando se alteran los parámetros en una de ellas. Plan de mejora y así optimizar el resultado de la experiencia.	**Guía:** Formato de Auditoria Creativa **Guía:** Formato de Ficha de Salida

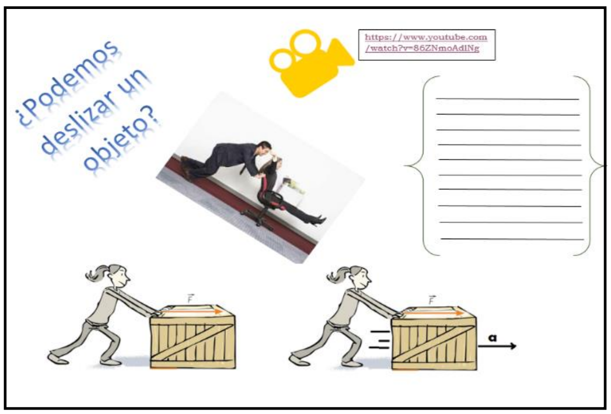
LECCIONES APRENDIDAS:
Parada 10: representación gráfica de una fracción, parametrización de una función, construcción de un sólido, leyes de Newton, áreas y volúmenes, razones, proporciones y porcentaje, manualidades, graficas con software Geogebra

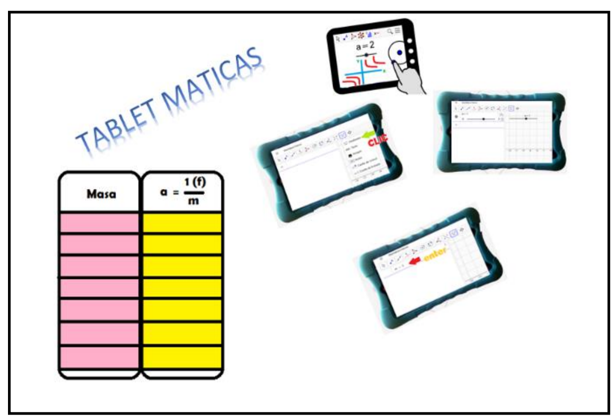
EVIDENCIAS DEL PROYECTO:
Parada 10. Exposición, registro fotográfico, diligenciamiento de la guía.

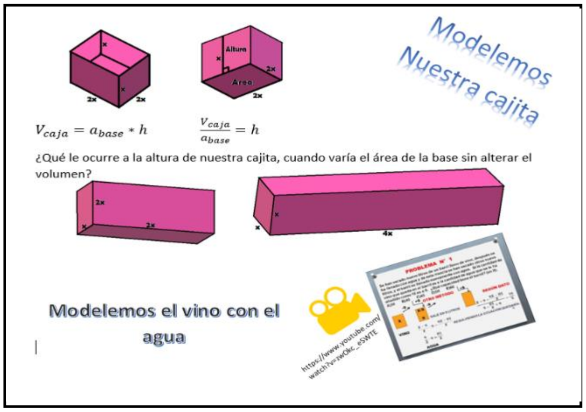
11.5 Secuencia didáctica del estudiante

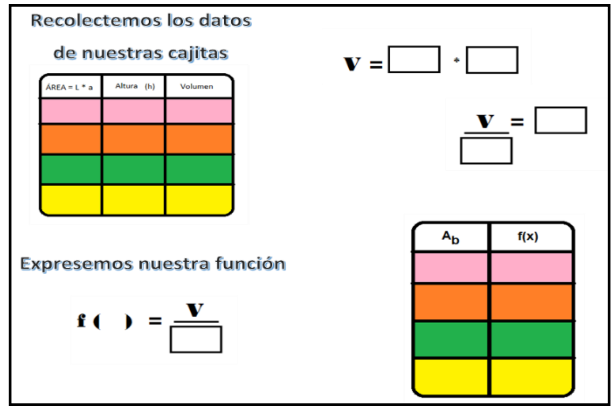









Modelemos
Nuestra cajita
Altura
Área
2x
x
$V_{caja} = a_{base} * h$
$\frac{V_{caja}}{a_{base}} = h$
¿Qué le ocurre a la altura de nuestra cajita, cuando varía el área de la base sin alterar el volumen?
4x
Modelemos el vino con el agua
PROBLEMA N° 1


Recolectemos los datos de nuestras cajitas
ÁREA = L * a
Altura (h)
Volumen
V =
V
Expresemos nuestra función
f ( ) = V
A_b
f(x)