Neiva, 29 de enero de 2020

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Miryam Herrera Varela, con C.C. No. 39.556052,

Jorge Plaza Hermida, con C.C. No. 83.230.366

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos, presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar al título de Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad, Autorizamos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: ___________________________

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Jorge Plaza H.

Firma: ___________________________

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	**Primero y Segundo Nombre**
Herrera Varela	Miryam
Plaza Hermida	Jorge

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Martínez Moncaleano	Carlos

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

CIUDAD: **Neiva** **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2019 **NÚMERO DE PÁGINAS: 123**

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una **X**)**:**

Diagramas___ Fotografías X Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general X Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros X

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*:

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español	**Inglés**
1. resolución de problemas	**1.** problem solving
2. aprendizaje cooperativo	**2.** cooperative learning
3. teoría de juegos	**3.** game theory
4. aprendizaje significativo	**4.** meaningful learning
5. ciencias de la complejidad	**5.** complexity sciences

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

La investigación titulada "La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos", pretendió fortalecer la capacidad resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos, en los estudiantes del grado 601 de las instituciones educativas Gabriel García Márquez e INEM "Julián Motta Salas", jornada mañana. Después del análisis de la revisión bibliográfica y teniendo en cuenta los lineamientos curriculares del MEN, se retoma el modelo de resolución de problemas de Miguel de Guzmán; el aprendizaje cooperativo planteado por los hermanos Johnson y Robert Slavin, y la importancia de la teoría de juegos de suma no nula o juegos de cooperación propuesta por Von Neumann y Morgenstern. Se trabajó con el diseño de investigación teórico, de modalidad mixta, con una muestra de 61 estudiantes de los estratos 0,1 y 2. En el análisis descriptivo se concluye que los profesores creen estar trabajando la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo, pero no identifican claramente un método que conlleve al mismo, ni tienen en cuenta elementos esenciales para tal fin. En los resultados se evidencia que el 100% de los profesores concuerdan ~~en~~ que para mejorar la capacidad resolución de problemas, es necesario

hacer uso de una metodología como el aprendizaje cooperativo que permite la inclusión y el desarrollo de potencialidades como ser humano, método donde los estudiantes manifiestan gusto por el trabajo en equipo y un mejor aprendizaje, ya que todos alcanzan los objetivos propuestos.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The research entitled "The Resolution of Problems from Cooperative Learning and Game Theory", sought to strengthen the problem-solving capacity through cooperative learning and game theory, in students in grade 601 of the educational institutions Gabriel Garcìa Márquez and INEM "Julián Motta Salas", day shift. After the analysis of the literature review and taking into account the curricular guidelines of the MEN, Miguel de Guzmán` problem-solving model is resumed; the cooperative learning proposed Johnson and Robert Slavin brothers, and the importance of the theory of non-zero sum games or cooperation games proposed by Von Neumann and Morgenstern. It was used design of theoretical research, mixed mode, with a sample of 61 students from strata 0.1 and 2. In the descriptive analysis it is concluded that teachers believe they are working on problem solving through cooperative learning, but they do not clearly identify a method that leads to it, nor do they take into account essential elements for this purpose. The results show that 100% of teachers agree that to improve problem-solving capacity, it is necessary to use a methodology such as cooperative learning that allows the inclusion and development of potential as a human being, a method where students show a taste for teamwork and better learning, since they all achieve the proposed objectives.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Jurado:

Firma: Oswaldo

Nombre Jurado:

Firma: Edgar Fontealegre C

:

La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos

Miryam Herrera Varela

Jorge Plaza Hermida

Universidad Surcolombiana

Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Neiva

2019

La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos

Miryam Herrera Varela
Jorge Plaza Hermida

Tesis presentada como requisito parcial para optar el título de Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

Asesor
Carlos Martínez Moncaleano
Magister en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad

Universidad Surcolombiana
Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Neiva
2019

Agradecimientos

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Doctor Mauro Montealegre, coordinador de la Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad, por sus valiosas orientaciones, profesionalismo, apoyo y amabilidad.

Directivos y docentes de la Universidad Surcolombiana, por su aporte académico en la formación profesional y humana de los investigadores.

Carlos Martínez, asesor de tesis, por su gran conocimiento y saber en cooperación, complejidad, teoría de juegos, sus aportes, aclaraciones y recomendaciones constantes para llevar a cabo esta investigación.

Contenido

Pág.

Lista de Figuras

Pág.

Lista de Cuadros

Lista de Fotos

Pág.

Lista de Anexos

Pág.

Resumen

La investigación titulada "La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos", pretendió fortalecer la capacidad resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos, en los estudiantes del grado 601 de las instituciones educativas Gabriel García Márquez e INEM "Julián Motta Salas", jornada mañana. Después del análisis de la revisión bibliográfica y teniendo en cuenta los lineamientos curriculares del MEN, se retoma el modelo de resolución de problemas de Miguel de Guzmán; el aprendizaje cooperativo planteado por los hermanos Johnson y Robert Slavin, y la importancia de la teoría de juegos de suma no nula o juegos de cooperación propuesta por Von Neumann y Morgenstern. Se trabajó con el diseño de investigación teórico, de modalidad mixta, con una muestra de 61 estudiantes de los estratos 0,1 y 2. En el análisis descriptivo se concluye que los profesores creen estar trabajando la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo, pero no identifican claramente un método que conlleve al mismo, ni tienen en cuenta elementos esenciales para tal fin. En los resultados se evidencia que el 100% de los profesores concuerdan ~~en~~ que para mejorar la capacidad resolución de problemas, es necesario hacer uso de una metodología como el aprendizaje cooperativo que permite la inclusión y el desarrollo de potencialidades como ser humano, método donde los estudiantes manifiestan gusto por el trabajo en equipo y un mejor aprendizaje, ya que todos alcanzan los objetivos propuestos.

Palabras clave: resolución de problemas, aprendizaje cooperativo, teoría de juegos, aprendizaje significativo, ciencias de la complejidad

Abstract

The research entitled "The Resolution of Problems from Cooperative Learning and Game Theory", sought to strengthen the problem-solving capacity through cooperative learning and game theory, in students in grade 601 of the educational institutions Gabriel Garcìa Márquez and INEM "Julián Motta Salas", day shift. After the analysis of the literature review and taking into account the curricular guidelines of the MEN, Miguel de Guzmán` problem-solving model is resumed; the cooperative learning proposed Johnson and Robert Slavin brothers, and the importance of the theory of non-zero sum games or cooperation games proposed by Von Neumann and Morgenstern. It was used design of theoretical research, mixed mode, with a sample of 61 students from strata 0.1 and 2. In the descriptive analysis, it is concluded that teachers believe they are working on problem solving through cooperative learning, but they do not clearly identify a method that leads to it, nor do they take into account essential elements for this purpose. The results show that 100% of teachers agree that to improve problem-solving capacity, it is necessary to use a methodology such as cooperative learning that allows the inclusion and development of potential as a human being, a method where students show a taste for teamwork and better learning, since they all achieve the proposed objectives.

Keywords: problem solving, cooperative learning, game theory, meaningful learning, complexity sciences

Introducción

El propósito de esta investigación es destacar la capacidad resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos en los estudiantes de la educación Básica Secundaria, en particular en el grado sexto de los colegios INEM y Gabriel García Márquez de la ciudad de Neiva.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, la mayor dificultad que presentan los estudiantes, es sin lugar a dudas la formulación y resolución de problemas, Sánchez (como se citó en Ballesteros, 2008) realizó una investigación acerca de las dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de problemas matemáticos (…); igualmente, el Colombiano, Robinson Conde Carmona, docente e investigador en educación matemática, realizo un análisis histórico de los resultados de las Pruebas PISA entre 2003 y 2015, donde evidenció un bajo desempeño en Resolución de Problemas y compresión Lectora (OCDE, 2016).

Según De Zubiría (2016, citado en Conde, s.f) y la Fundación Alberto Meraní, el 93% de los estudiantes de 11° tienen la compresión de un niño de 7 años, esto es importante porque la Resolución de Problemas, incluso en matemáticas tiene una estrecha relación con la compresión lectora, en ocasiones el estudiante tiene los conocimientos matemáticos suficientes para resolver el problemas, pero su problema en compresión lectora en hacer análisis, inferencias, interpretaciones, de la información arrojada por el problema, provoca unos pobres resultados en la solución (Törner, Schoenfeld y Reiss, 2008, citados en Conde, s.f).

Por otro lado, en Colombia se hacen pruebas saber en 3°, 5°, 9° y 11° y se hacen pruebas pilotos para aplicarlas también en 7°, según los Estándares Básicos en Matemáticas (2007) y el ICFES (2017), las pruebas y los Estándares tienen una estrecha relación, la prueba de tercero grado por ejemplo, no evalúa solo las competencias aprendidas en ese grado, sino también las aprendidas en 1° y 2°, así como la de 5° que evalúa también las aprendidas en 4°, o la de 9° que evalúa también las de 8° y así mismo las de 11° que evalúa también las de 10°. Esto es coherente con los Estándares que relaciona las competencias así (1°-3°), (4°-5°), (6°-7°), (8°-9°) y (10° y 11°).

Para superar las dificultades en la resolución de problemas no es suficiente con hacer un plan de mejoramiento, decir esto es incurrir en un adefesio pedagógico, o por lo menos a las medidas correctivas para este fenómeno, ese no debe ser el nombre que debe tomar (Socas, 2010, citado en Conde, s.f.), por ejemplo en 3° que es la primera vez que se enfrentan a las Pruebas Saber, los buenos resultados dependen de las políticas institucionales alrededor de estas pruebas, para que los resultados sean satisfactorios se necesita de una cultura y un recorrido desde 1°, solucionando problemas, la experiencia en la Resolución de Problemas durante esos tres años son fundamentales en los resultados. (De Zubiría, 2016, citado en Conde, s.f.)

La resolución de problemas ha sido considerada una de las áreas de la matemática que mayor dificultad ha presentado para la población estudiantil. Los niños y las niñas son capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (suma, resta, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva, por ello es fundamental tomar conciencia acerca de la problemática vivida en torno a este tema, y a su vez tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas (Ballestero, 2008), de ahí la importancia de la interdisciplinariedad desde las áreas de matemáticas, lengua castellana, ciencias naturales, ciencias sociales y tecnología e informática.

En la transición de la Educación Básica Primaria (quinto grado) a la Básica Secundaria (sexto grado), el estudiante se enfrenta a diferentes métodos de enseñanza-aprendizaje, donde el profesor se centra en la formación cognitiva, descuidando las necesidades socio-afectivas de los nuevos educandos, quienes muestran desinterés por el aprendizaje, factor que incrementa la probabilidad de la deserción en el sistema educativo colombiano; de ahí que la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo, la teoría de juegos y el adecuado uso de las TICS, juega un papel importante en la formación integral del estudiante, fortaleciendo las capacidades ciudadanas y de resolución de problemas necesarias para un buen desempeño en la sociedad.

Se hace referencia a los autores:

Alan Schoenfeld (1985), retoma las heurísticas que presenta Pólya (1945), las lleva a la práctica con profesores y estudiantes; consideró este proceso de difícil comprensión en su aplicación e incluye otros elementos como: recursos básicos, heurísticas, controles y creencias.

Miguel de Guzmán (1995), parte de las ideas de G. Polya, las investigaciones y prácticas de Alan Schoenfeld y propone un método para la actividad de resolver problemas matemáticos de la vida real, con el fin de mejorar los procesos de pensamiento.

Respecto al aprendizaje cooperativo y teoría de juegos, se retoman los aportes de los autores: Slavin (2000); Johnson & Johnson y Holubec (1999); Von Neumann y OsKar Morgenstern (1994).

Justificación

Inmersos en un mundo considerado cada vez más complejo, donde el ser humano se enfrenta a situaciones cada vez más complejas, y con la tecnología a su disposición, tendrá que resolver diversos problemas que se va a encontrar en el camino, tales como: sociales (delincuencia, corrupción, desempleo, pandillas, desintegración familiar…). Éticos (adicciones, abortos, intolerancia…), tecnológicos (contaminación, calentamiento global, obesidad mórbida…), económicos, de salud, educación, entre otros. La resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos, será un instrumento muy importante para darle oportunidades de desarrollar habilidades intelectuales, de autonomía, de pensamiento y para enfrentarse a situaciones nuevas, donde hay que pensar y hacer uso de diversas estrategias para resolverlos.

Existen estrategias que ayudan en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas, una de estas es el aprendizaje cooperativo (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999a), donde los estudiantes procuran obtener resultados colectivos, permitiendo acelerar sus aprendizajes y desarrollando en ellos las oportunidades de trabajo en equipo, en el que convergen pre-saberes y conocimientos nuevos.

El impacto a la comunidad es transformar el ambiente escolar a través de la resolución de problemas en una red de aprendizaje cooperativo y teoría de juegos, trabajando con equipos pequeños que ofrezcan al estudiante un entorno de trabajo tranquilo, donde encuentra tiempo suficiente para pensar y procesar la información, como también múltiples oportunidades para ensayar, recibir retroalimentación y apoyo de sus compañeros, permitiendo el desarrollo de las capacidades cognitivas, afectivas y sociales.

Planteamiento del Problema de Investigación

Descripción del Problema

Al observar el desarrollo de las clases impartidas por los profesores en el grado sexto de educación básica secundaria en las instituciones educativas INEM "Julián Motta Salas" y Gabriel García Márquez, jornada de la mañana ciudad de Neiva, la mayoría lo hacen mecánica y repetitivamente, es decir, se limitan a lo que dice el texto y seguir el normal desarrollo de los contenidos.

El problema se evidencia cuando los estudiantes manifiestan las siguientes deficiencias:

*Falta de comprensión en la aplicabilidad de las operaciones matemáticas básicas, puesto que los profesores en la mayoría de veces no contextualizan los contenidos y los estudiantes no los relacionan en la resolución de problemas, presentando dificultad para "saber hacer" en situaciones concretas y contextos específicos.

*Poca apropiación de los conocimientos matemáticos por parte de los estudiantes, debido a la apatía por la lectura y escritura, evidenciada en la realización de prácticas de aprendizaje en forma desordenada (planteamiento y resolución de problemas).

Teniendo en cuenta lo anterior, y para lograr que los estudiantes desarrollen la capacidad resolución de problemas, se propone la implementación del aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos como herramienta de investigación en el proceso de enseñanza – aprendizaje, implementación que se realizará mediante la conceptualización a profesores, estudiantes y, elaboración de una guía didáctica que contenga los temas anteriormente mencionados.

Sistematización del Problema

¿Cuáles son las dimensiones del aprendizaje que intervienen para fomentar el uso del método de resolución de problemas en los estudiantes del grado 6°?

¿Cómo implementar la teoría de juegos y la complejidad en el fortalecimiento de la capacidad matemáticas en un contexto cooperativo?

¿Cómo fortalecer la capacidad de resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo**?**

¿Cuáles son los resultados de la aplicación del aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas en los estudiantes del grado 601 de las instituciones educativas Gabriel García Márquez e INEM "Julián Motta Salas", jornada mañana?

Enunciación del Problema

¿Cómo potenciar la capacidad resolución de problemas desde el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos en el grado 601 de las instituciones educativas Gabriel García Márquez e INEM "Julián Motta Salas", jornada mañana?

Antecedentes

Internacionales

Ballestero (2008) en su artículo sobre la enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas, tuvo como objetivo erradicar la concepción de la matemática como una materia aburrida y difícil, y tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas. Utilizó la investigación descriptiva, retomando como referencia investigaciones que han mejorado en parte el trabajo realizado por el personal docente en las clases de matemáticas, pero no se ha tenido en cuenta el conocimiento didáctico del contenido que favorezca la adquisición de conceptos matemáticos de manera significativa. La autora plantea estimular la adquisición del conocimiento lógico matemático de manera que cada estudiante sea capaz de descubrir la importante relación existente entre esta materia y la vida cotidiana, y de esta forma, sean capaces de comprender el sentido de la matemática al descubrir que ésta se encuentra presente en todos los elementos del entorno, así como en las actividades que realizan, ya que la matemática no se encuentra solamente en el aula sino en cada una de las ocupaciones existentes; de igual manera, es importante tener presente que la adquisición del conocimiento matemático va paralela al desarrollo del pensamiento lógico, y el eje central en torno al cual gira esta adquisición y desarrollo, es la resolución de problemas. Termina su trabajo concluyendo que se debe tener presente que la matemática no se aprende por transmisión directa de lo que explica el docente o de la información que se obtiene de los libros de texto, sino que se aprende en interacción con situaciones problemáticas las cuales obligan al estudiante a modificar su estructura cognitiva por el contacto con una multiplicidad de acciones que requieren distintas habilidades.

Espíritu (2018) intentó determinar el grado de relación entre el aprendizaje cooperativo y la resolución de problemas matemáticos. El tipo de investigación fue básico y diseño no experimental, correlacional de corte transversal, utilizó un cuestionario y una lista de cotejo como instrumento de recolección de datos a una muestra de cien estudiantes, concluyendo que el aprendizaje cooperativo se relaciona de manera directa en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes.

Pacheco y Narváez (2015) investigaron sobre la relación que existe entre el aprendizaje cooperativo y el rendimiento académico de la asignatura matemáticas en los estudiantes del primer año de bachillerato. Utilizó el método inductivo-deductivo**,** basándose en un enfoque cuali-cuantitativo, obteniendo datos a partir de encuestas realizadas con cuestionarios estructurados, tanto a estudiantes como a profesores, y el método analítico-sintético que estudian los hechos, partiendo de la realidad conocida que es la aplicación de aprendizajes cooperativos y se trató de observar la influencia que ejerce esta técnica en el desarrollo de los trabajos de los alumnos en relación a su rendimiento escolar, concluyendo que el aprendizaje cooperativo no es de uso frecuente ni ejecutado en forma correcta por los docentes de la institución; además que el aprendizaje cooperativo influye en el rendimiento académico de los estudiantes del colegio fiscal “Cantón Archidona”.

Djamane (2015) buscó demostrar el papel de la actividad cooperativa desde la dimensión cognitiva y social y, desarrollar actividades de aprendizaje cooperativo que promuevan el desarrollo de habilidades cognitivas de los alumnos. Utilizó la investigación descriptiva, analítica y comparativa. El trabajo lo desarrolló basado en la teoría cognitiva de Piaget, sociocultural de Vygotsky y aprendizaje significativo de Ausubel, concluyó que el aprendizaje cooperativo, es una estrategia que juega un papel fundamental en el proceso educativo, porque es como una estrategia que permite el desarrollo de la capacidad de interacción, cognición y habilidades comunicativas en el manejo del idioma español como lengua extranjera. Es una alternativa de aprendizaje interactivo, activo que permite el desarrollo del proceso educativo de la mejor forma y se adquieren resultados satisfactorios.

Redondo (2014) en trabajo tuvo como objetivo desarrollar una propuesta práctica que fomente el desarrollo de la creatividad de los alumnos de segundo grado en la resolución de problemas, y con ello observar la creatividad existente en el área de las matemáticas. La investigación es descriptiva, cualitativa-cuantitativa. Utilizó dos instrumentos: un cuestionario acerca de la vinculación entre los niños y las matemáticas y, una serie de problemas aritméticos, que permiten creatividad a la hora de resolverlos con múltiples soluciones y vinculados a la vida real. Concluyó que los maestros deben presentar los problemas como actividades lúdicas, atrayendo la motivación de los alumnos y fomentando gran inquietud por resolverlos, procurando no desmotivarlos proporcionándoles problemas adecuados a su nivel. Las matemáticas y la creatividad son dos elementos que están presentes en nuestra vida diaria, por lo que es importante fomentar su aprendizaje desde edades tempranas.

Universidad Central, Departamento de Educación [UNASUR] (2013), realizo una investigación que tuvo como objetivo detectar errores y dificultades en el método y las estrategias que emplean los alumnos para resolver problemas matemáticos, comparar las estrategias de los alumnos que resuelven exitosamente los problemas matemáticos con aquéllos que no lo hacen; ponderar la pertinencia de una prueba, para evaluar el desempeño de los alumnos en torno a las habilidades matemáticas y establecer recomendaciones didácticas y pedagógicas acerca del uso y fortalecimiento de las mejores estrategias utilizadas por los alumnos. Utilizaron el diseño mixto; tipo de enfoque cualitativo, a través de la entrevista que permitió una aproximación a los métodos de resolución que utilizan los niños. El enfoque cuantitativo facilitó conocer y comparar con mayor precisión los diferentes recursos y estrategias que utilizan los alumnos para resolver un problema. Concluyeron que los estudiantes que tenían manejo en estrategias generales de resolución de problemas, además manejo en estrategias metacognitivas para resolver problemas, obtuvieron un importante rendimiento en sus calificaciones en matemáticas respecto al grupo de control que adolecía del uso de estas herramientas de aprendizaje (…)

Nacionales

Riascos (2018) en su tesis tuvo como objetivo identificar dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes en la resolución de problemas aritméticos así como diseñar estrategias que permitan su reducción. El tipo de investigación es empírico-experimental. El trabajo de investigación mostró algunas dificultades de los estudiantes al resolver problemas aritméticos, como: cognitivas, afectivas, epistemológicas, didácticas, socioeconómicas y socio cultural. Además, es importante que los docentes que orientan el área de matemáticas, desde los primeros grados de la educación, se capaciten permanentemente y consulten referentes teóricos (Santos, 2007; Bachelard, 2000; Schoenfeld, 1987; Brousseau, 1983, citados en Riascos, 2018; Polya, 1965) para que puedan transformarse a sí mismo y contribuir a la transformación de sus educandos.

Galeano y Hoyos (2018 en su tesis magisterial tuvieron como objetivo identificar cambios en la práctica pedagógica generados a partir de la reflexión de las docentes investigadoras sobre la gestión de una estrategia didáctica para promover la comprensión de las matemáticas a través de la resolución de problemas. La investigación es de enfoque cualitativo, un alcance descriptivo-interventivo y un diseño de investigación-acción. Una vez terminado el trabajo de investigación concluyeron que el papel del docente debe ser el de guía y mediador del aprendizaje, enfocándose hacia la formulación constante de preguntas, que lleven a los estudiantes a analizar sus procesos, procedimientos, estrategias y respuestas, teniendo presente las categorías en resolución de problemas (dominio del conocimiento y recursos, estrategias cognitivas y métodos heurísticos, estrategias meta-cognitivas y sistemas de creencias) para evidenciar detalladamente acciones de enseñanza y manifestaciones de comprensión. Utilizar como ambiente el juego y el uso de material concreto, acorde a la edad infantil.

Álvarez (2017) en su tesis magisterial el objetivo fue fortalecer habilidades en la resolución de situaciones que involucren estructuras multiplicativas en los estudiantes de quinto grado a través del aprendizaje cooperativo como estrategia metodológica. La investigación la hizo con un nivel descriptivo. Concluyó que los estudiantes encontraron utilidad a los conceptos matemáticos, descubriendo su aplicación en situaciones reales que fortalecen desde cada experiencia, tomando cada actividad como un aprendizaje y proponiendo nuevas ideas para mejorar en el proceso de construcción del conocimiento, y que las operaciones aritméticas han sido y serán siempre las bases de la matemáticas y en general son las más utilizadas por las personas en su cotidianidad, es necesario desprenderlas del aula de clase y concienciar a los estudiantes de que estas estarán inmersas en la sociedad y en todas sus relaciones […] despertando más interés por realizar sus actividades.

Cárdenas y González (2016), en su tesis magisterial tuvieron como objetivo determinar las estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, para implementar una estrategia didáctica basada en los principios de Pólya mediada con el uso de las TIC. La investigación fue de enfoque cualitativo con metodología descriptiva. Concluyó que la propuesta de utilizar el método de Pólya y las herramientas web 2.0, permitió que los estudiantes en forma tranquila encontraran la respuesta de un problema planteado siguiendo las fases del método, es decir, planteando una estrategia adecuada que le permita resolver y encontrar su respuesta, recurriendo a sus conocimientos matemáticos, ya que debían resolver ecuaciones, hacer operaciones, interpretar diagramas, operar algebraicamente, entre otros. El análisis comparativo de la prueba diagnóstica con la prueba de salida varió en un 42% a favor, lo cual significa el mejoramiento por parte de los estudiantes de su proceso de resolución de problemas matemáticos.

Aguilar (2014) en una investigación planteó como objetivo identificar si hay un aumento en el rendimiento académico al implementar el método de Pólya con el uso del software Geogebra en la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas con los números naturales en estudiantes de primer grado de secundaria (sexto). El tipo de investigación es cuantitativa, con diseño experimental y de control. Utilizó el test como técnica para recolectar datos. Concluyó que el desarrollo de esta investigación apoyado en la implementación del método de Pólya con el uso del software Geogebra tuvo resultados favorables al utilizar el trabajo colaborativo para la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, pues en esta institución educativa objeto de estudio, se ha apoyado la enseñanza y aprendizaje entre pares, con un muy buen resultado, al socializar ideas y compartir el aprendizaje.

Regionales

El matemático huilense Mauro Montealegre Cárdenas, doctorado en Brasil y docente de la Universidad Surcolombiana, gestor de la Maestría Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad en Huila, investigador inquieto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación básica secundaria y media. (Colección Matemáticas para la creatividad, plus. Volúmenes I, II, III, IV y V. Montealegre M. 2015). El volumen III, grados sexto y séptimo, se desarrolla con el enfoque de planteamientos y “solución de problemas”, usa la modelización matemática para presentar los conceptos, presenta abundantes proyectos interdisciplinarios y sugiere el desarrollo no lineal del contenido.

Fundamentos Teóricos

Educación y Complejidad

La educación es un proceso continuo donde el ser humano desde su nacimiento empieza a adquirir conocimientos, valores, actitudes y aptitudes que le permiten el desarrollo de sus potencialidades; al ingresar al complejo sistema educativo amplían sus características y capacidades a partir de políticas educativas, currículos, estrategias, métodos y técnicas, y se van formando en las personas que deben, pueden y quieren llegar a ser, como miembros de una familia, barrio, comuna, ciudad, país y del mundo en general, en un contexto globalizado.

Habría que decir también, que según Maldonado (2005), el estudio de la complejidad, consiste en el estudio de la dinámica no-lineal, dinámica que está presente en una multiplicidad de sistemas y fenómenos, que incluye, entre otros, al funcionamiento del cerebro, los sistemas ecológicos, los insectos sociales, la dinámica de los mercados financieros, los sistemas alejados del equilibrio, por ejemplo, los fenómenos de la autoorganización.

A continuación se presenta el estado actual del trabajo y de la investigación en el campo de la complejidad, donde se observan las ciencias de la complejidad.

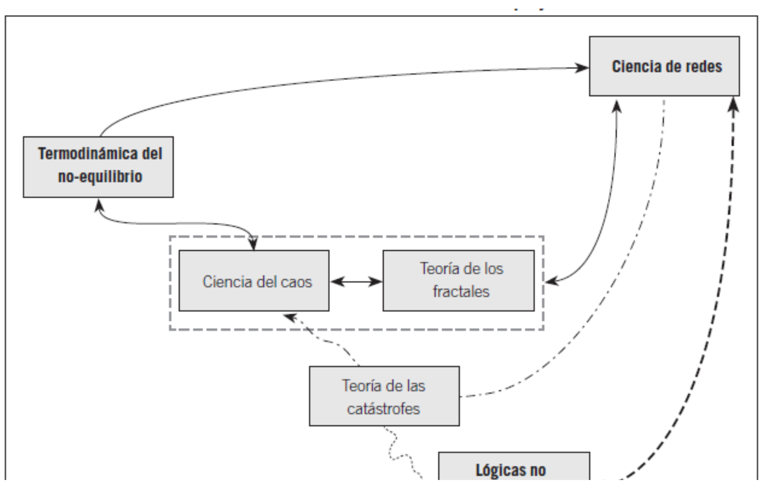


Figura 1. Ciencias de la complejidad

Las ciencias que aparecen en negrita –termodinámica del no-equilibrio (TNE), ciencia de redes y las lógicas no-clásicas– son aquellas que dominan, si cabe la expresión, el trabajo de los complejólogos. Existe una implicación recíproca muy fuerte entre caos y fractales. Sin embargo, ambas han llegado a integrarse en la termodinámica del no equilibrio. Es como decir que actualmente no existen proyectos de investigación, libros serios o artículos sobre caos. La ciencia del caos, por así decirlo, ya dio lo que podía dar. Y precisamente por ello, ha llegado a subsumirse en la TNE. Esta afirmación, sin embargo, merece matizarse cuando se piensa en el caos cuántico y subcuántico, un tema que permanece abierto hasta la fecha, en espera de una mejor o mayor cristalización. La teoría de catástrofes desaparece debido a la fuerza lógica del caos – tomando lógica en el sentido de la filosofía de la ciencia–, y prácticamente ha desaparecido como teoría matemática. En cuanto lenguaje, sencillamente llega a integrarse o a subsumirse en las lógicas no-clásicas (LNC), por razones obvias. Las flechas puntuadas entre la LNC y la ciencia de redes hacen referencia, en el estado actual de la investigación, a una relación indirecta. Por el contrario, existe una relación directa entre la TNE y la ciencia de redes. Por lo demás, una parte de la ciencia del caos y de los fractales ha llegado también a incluirse en la ciencia de redes, como se aprecia, sin dificultad del estudio de percolaciones, fenómenos de cascadas, y las relaciones entre teoría de grafos, topología y redes complejas. En cualquier caso, este esquema debe ser tomado como un mapa de las ciencias de la complejidad que contiene, en su base, tanto territorios irregulares como valles, si cabe la metáfora (Maldonado & Gómez, 2010, p. 18).

Dicho lo anterior, el enfoque de la Complejidad, desde la perspectiva de la educación comprende una visión acerca del proceso de formación del conocimiento que parte de la eliminación de un conocimiento determinado y que determina, acrítico, objetivo, lineal y estructurado, para hacer emerger un conocimiento multidimensional, significativo, que interacciona con la realidad exterior, que se acerca a una realidad comprensiva de nociones antagónicas, que se encuentran para converger y encontrar el consenso dentro de la diversidad.

Motta (2006, citado en De Jesús, Andrade, Martínez & Méndez, 2007) habla de la necesidad de realizar un esfuerzo de integración de los conocimientos, lo cual requiere de parte del docente de una relativa experiencia en dinámicas interdisciplinarias y una visión transdisciplinaria del mundo, que se base en un modelo epistemológico muy cercano a la visión sistémica de la realidad, el cual los docentes en general todavía hoy desconocen. Agrega a esto, la falta de herramientas que les permitan situarse frente a la emergencia de la Complejidad en las ciencias en particular, y en las sociedades en general, además del desconocimiento generalizado en el ámbito educativo acerca de la necesidad de un análisis crítico de las distintas posturas y debates en torno a la problemática de la transdisciplinariedad ya que dicha problemática está implícita en los diseños curriculares y está directamente relacionada con la crisis y emergencia de nuevos paradigmas; con la complejización del mundo de las ideas; con la fragmentación de la vida social y con la ausencia de espacios religantes en el ámbito educativo para el desarrollo de la vida espiritual.

La educación en el contexto del Paradigma de la Complejidad va hacia esos derroteros, hacia detonar preguntas, cuestionar respuestas, religar saberes, repensar verdades tenidas como ciertas, hacia el atreverse a trans formar, trans figurar, trans vertir, trans fundir, trans subvertir, trans mitir esa esencia de lo efímero de todo conocimiento (De Jesús, Andrade, Martínez, & Méndez, 2007).

Por otra parte la ciencia siempre se ha fundamentado en la lógica, con respecto a las ciencias de la complejidad, éstas se relacionan con las lógicas no clásicas, siendo la lógica difusa un ejemplo de ellas. Las lógicas difusas, son esencialmente lógicas multivaluadas que extienden a las lógicas clásicas. Estas últimas imponen a sus enunciados únicamente valores falso o verdadero. Bien qué estas han modelado satisfactoriamente a una gran parte del razonamiento “natural”, es cierto que el razonamiento humano utiliza valores de verdad que no necesariamente son “tan deterministas”. Por ejemplo, al calificar que “el cielo es azul” uno está tentado a graduar qué tan “azul”, en efecto, es el cielo, e igualmente, si “un vehículo se mueve rápido”, también se está obligado a considerar qué tan rápido es el vehículo, aunque esto último no implique necesariamente cuantificar la velocidad del vehículo con toda precisión (Jansana, 2002).

Teoría de Juegos

Existen investigaciones y teorías de complejidad sobre la teoría de juegos que permiten indagar y escogerla en la presente investigación, porque a través del aprendizaje cooperativo se pretende que todos los estudiantes sean ganadores en la resolución de problemas.

Un juego es una actividad de entretenimiento que contiene normas a cumplir por parte de los participantes, con el objetivo de ganar. El resultado que el jugador obtenga de un juego no depende sólo de él, ya que es una variable dependiente tanto de las acciones del jugador como del resto de los participantes. Esta es una característica de suma importancia en la teoría de juegos, tal como lo establecen Pérez, Jiménez y Cerda (2013) al indicar que “tomar las decisiones que más convengan para ganar, teniendo que cumplir las reglas del juego, y sabiendo que los demás jugadores también influyen en los resultados con sus decisiones” es una de las premisas en las que se basa esta teoría.

Generalmente en todo juego hay cuatro elementos y para nuestra investigación son: jugadores: estudiantes; estrategias: cooperación;   pagos: cooperar o no cooperar; reglas: condiciones en que van a trabajar en equipo simultáneamente.

La teoría de juegos tiene aplicaciones en muchos ámbitos de la vida tanto a nivel académico, como laboral y personal. Podría definirse como una teoría derivada de la matemática que analiza la economía, la biología, la psicología y la sociología, entre otras. Es además una herramienta utilizada para explicar conflictos de intereses que se dan como consecuencia de la interacción de sujetos racionales. No es utilizada para dar explicación a los juegos corrientes, aunque éstos servirán de ayuda explicativa utilizando gran parte de su terminología.[1]

La teoría de juegos (o teoría de las decisiones interactivas) es el estudio del comportamiento estratégico cuando dos o más individuos interactúan y cada decisión individual resulta de lo que él (o ella) espera que los otros hagan. Es decir, que debemos esperar que suceda a partir de las interacciones entre individuos (Monsalve, 2003); por ejemplo, en un partido de fútbol si dos jugadores están frente al arco y uno de ellos tiene el balón, hay dos posibilidades: lanzarlo directamente al arco o dar el pase a su compañero(cooperar).

Hay que mencionar al matemático húngaro John Von Neumann (1903-1957) y Oskar Morgenstern (1902-1976) que fueron los creadores de la teoría de los juegos, con la publicación en 1944 de su libro *"The Theory of Games Behavior"*, permitiendo comprender la importancia de los juegos en el estudio de las relaciones humanas.

---

[1]Tomado de https://www.econlink.com.ar/economia-social

Von Neumann y Morgenstern investigaron dos planteamientos distintos de la Teoría De Juegos. El primero de ellos el planteamiento estratégico o no cooperativo. Este planteamiento requiere especificar detalladamente lo que los jugadores pueden y no pueden hacer durante el juego, y después buscar cada jugador una estrategia óptima. En la segunda parte de su libro, Von Neumann y Morgenstern desarrollaron el planteamiento coalicional o cooperativo, en el que buscaron describir la conducta óptima en juegos con muchos jugadores. Puesto que éste es un problema mucho más difícil, sus resultados fueran mucho menos precisos que los alcanzados para el caso de suma cero y dos jugadores.

En los años 50 hubo un desarrollo importante de estas ideas en Princeton, con Luce and Raiffa (1957, citado en Bravo, 2011) difundiendo los resultados en su libro introductoria, Kuhn (1953, citado en Bravo, 2011).) que permitió establecer una forma de atacar los juegos cooperativos, y por fin Nash (1950) quien definió el equilibrio que lleva su nombre, lo que permitió extender la teoría de juegos no cooperativos más generales que los de suma cero. Durante esa época, el Departamento de Defensa de los EE.UU. fue el que financió las investigaciones en el tema, debido a que la mayor parte de las aplicaciones de los juegos de tipo suma-cero se concentraban en temas de estrategia militar.

John Forbes Nash (1982-2015) es el nombre más destacado relacionado con la teoría de juegos. A los 21 años escribió una tesina de menos de treinta páginas en la que expuso por primera vez su solución para juegos estratégicos no cooperativos, lo que desde entonces se llamó "el equilibrio de Nash", que tuvo un inmediato reconocimiento entre todos los especialistas. El punto de equilibrio de Nash es una situación en la que ninguno de los jugadores siente la tentación de cambiar de estrategia ya que cualquier cambio implicaría una disminución en sus pagos. (Bravo Raspeño, 2011.)

En cuanto a evolución de la cooperación, Axelrod (1984) trata de profundizar en las claves de la cooperación humana, desde de los intereses particulares en conflicto. Axelrod (como se citó en Callaú, Grisi, Miralles, 2016) deseaba ver como es, por qué y de qué forma se desarrolla la cooperación en un mundo desprovisto de autoridad central.

El estudio de Axelrod (1984, como se citó en Callaú, Grisi, Miralles, 2016) comienza con un torneo de todos contra todos. La estructura básica del juego es muy simple, aunque puede haber numerosas variantes. Cada uno de los dos jugadores debe escoger independientemente si van a cooperar o no con el otro y la magnitud de sus ganancias y pérdidas dependen tanto de sus propias elecciones como de las de su oponente. El dilema está en si durante una determinada jugada la mayor ganancia para cualquier jugador puede conseguirse a través de una postura de no cooperación, la mayor ganancia colectiva se alcanza mediante la cooperación conjunta. El jugador que coopera no recibe crédito cuando el otro opta por la no cooperación. Por tanto la cooperación tiene sus riesgos ya que puede producir altos totales para ambos jugadores, pero nunca la más alta ganancia individual. Para ganar el torneo de Axelrod (como se citó en Callaú, Grisi, Miralles, 2016) el jugador en cuestión debe acumular el total más alto de puntos en un número dado de jugadas.

		Jugador A	
		Cooperación	No Cooperación
	Cooperación	A=3, B= 3 Cooperación mutua 1	A = 5, B = 0 Crédito a A por no cooperación 2
Jugador B	No Cooperación	A = 0, B = 5 Crédito a B por no cooperación 3	A = 1, B = 1 Penalización por no cooperación mutua 4

Figura 2. Decisiones: cooperación – no cooperación

El ganador de este torneo resulta ser el programa más simple, compuesto de 4 decisiones. Sus reglas son muy sencillas: cooperación en la primera jugada y a partir de ahí jugadas alternativas. Nunca consigue la puntuación más alta en una simple mano, aunque alcanza la más alta puntuación total al final de todas las manos. Axelrod (1984) organizó otro torneo incluso con más participantes, saliendo el mismo ganador.

La definición de victoria que la puntuación más alta después de un determinado número de manos, aunque difícilmente libre de asunciones culturales. La cuestión intercultural hace que nos fijemos en el papel que tienen las percepciones (Si cooperamos todos ganamos.S, A, & O, n.d.).

Por otro lado, el Dr. John Henry Holland (1929-2015) fue un pionero en sistemas complejos y ciencia no lineal. Conocido como el padre del Algoritmo genético. En su libro "El Orden Oculto Holland (2005), condensa varias décadas de profunda reflexión sobre cómo los sistemas de agentes se desarrollan, se adaptan, compiten y cooperan. Holland usa modelos económicos, inmunológicos, ecológicos, neurológicos y de la teoría de los juegos a fin de ayudar a comprender esa maravillosa síntesis llamada "complejidad".

Holland (2005) centra sus investigaciones en los sistemas complejos adaptables (SCA), definiéndolos como sistemas compuestos por un gran número de elementos fundamentales (agentes) interactuando, enviando y recibiendo señales y ejecutando una secuencia de reglas de interacción; no hay un control centralizado; los sistemas adaptativos complejos como un todo, cambian su estructura reorganizando a sus elementos fundamentales para adaptarse a su entorno cambiante; este proceso de adaptación lo que los hace difíciles de entender y controlar. Igualmente plantea que la coherencia y persistencia de cada sistema dependen de una gran cantidad de interacciones (cooperación), la agregación de diversos elementos y de la adaptación o el aprendizaje.

Algunos ejemplos de (SCA). Mundo natural: cerebro, sistema inmune, ecología, embriones, colonia de hormigas, cáncer, conciencia. Mundo humano/social: ciudades, partidos políticos, comunidades científicas, economías locales y globales, movimientos sociales, cultura, organizaciones, lenguaje, sustentabilidad (aspectos socio económicos ambientales), las clases de asignaturas. La Teoría de Juegos establece algunas estrategias o reglas de interacción entre los elementos que contribuirán a mejorar el desempeño del sistema a través de recompensas.(Barrientos, 2012).

Juegos de suma no nula. En los juegos de suma no cero la ganancia de un jugador no necesariamente se corresponde con la pérdida del otro. La mayoría de ejemplos reales en negocios y política corresponden a este tipo. Por ejemplo, un contrato de negocios involucra un desenlace de suma positiva, donde cada oponente termina en una posición mejor a la que tendría si no se hubiera dado el negocio. Si puede cooperar el jugador, entonces se pueden tener estrategias, en donde todos ganan. Existen algunos modelos como: el dilema del prisionero y la caza del zorro.

El dilema del prisionero: Dos delincuentes son detenidos y encerrados en celdas de aislamiento de forma que no pueden comunicarse entre ellos. El alguacil sospecha que han participado en el robo del banco, delito cuya pena es diez años de cárcel, pero no tiene pruebas. Sólo tiene pruebas y puede culparles de un delito menor, tenencia ilícita de armas, cuyo castigo es de dos años de cárcel. Promete a cada uno de ellos que reducirá su condena a la mitad si proporciona las pruebas para culpar al otro del robo del banco, pero ellos han prometido no delatarse. Las alternativas para cada prisionero pueden representarse en forma de matriz de pagos. La estrategia "lealtad" consiste en permanecer en silencio y no proporcionar pruebas para acusar al compañero. Llamaremos "traición" a la estrategia alternativa.

Los pagos a la izquierda o a la derecha de la barra indican los años de cárcel a los que es condenado el preso X o Y respectivamente según las estrategias que hayan elegido cada uno de ellos.

Dilema del prisionero
Matriz de Pagos
(años de cárcel)

		Preso Y	
		lealtad	**traición**
Preso X	**lealtad**	**2 \ 2**	**10 \ 1**
	traición	**1 \ 10**	**5 \ 5**

Figura 3. Dilema del prisionero / Matriz de pagos

Para que una matriz de pagos represente un “dilema del prisionero” deben concurrir las siguientes circunstancias:

*Confesar uno solo debe ser mejor para él que no confesar mutuamente.

*No confesar mutuamente debe ser a su vez mejor que confesar ambos.

*Cuando cada uno elige una estrategia diferente, confesar y no confesar, la ganancia media entre estas dos estrategias no puede ser mejor que las estrategias de confesar ambos.

Consideremos al prisionero X. Supongamos que cree que el prisionero Y respeta sus promesas anteriores y no confiesa. Si el prisionero X confiesa, se reduciría su pena a un año, lo que es preferible a la opción de no confesar, que acarrea uno de condena (dado que el otro prisionero no confiesa). Si por el contrario, cree que el prisionero Y va a confesar, no importando sus promesas anteriores, confesar le da 5 años de cárcel, lo que es mejor que cargar con todas las culpas y 10 años de cárcel al no confesar.

Por lo tanto, no importando lo que haga el prisionero Y, el prisionero X está mejor confesando: es su estrategia dominante. Lo mismo ocurre con el prisionero Y, por lo que el único equilibrio en estrategias dominantes es aquel en que ambos prisioneros confiesan. Es notable que a pesar que cooperando les hubiera ido mejor, ambos confiesan y terminan peor.

El dilema del prisionero es un juego de enorme importancia. Proporciona una explicación para las dificultades para establecer la cooperación entre agentes económicos, estudiantes. Tiene aplicaciones en un salón de clase donde se da continuamente la competencia individual y algunos niños logran resolver sus problemas pero, otros quedan confusos y se vuelven apáticos a la clase porque no logran entender. Igualmente el dilema del prisionero muestra las dificultades para establecer la colaboración en cualquier situación en la que hacer trampa beneficia a las partes. (Bravo, 2011)

Simulación. La simulación generalmente se refiere al hecho de imitar o fingir alguna actividad o hecho que en la realidad no se está desarrollando. La simulación en las ciencias, es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias -dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o un conjunto de ellos - para el funcionamiento del sistema"(Shannon, 1975)**.**

Para el Dr. Maldonado, desde la complejidad el modelamiento y la simulación consisten en el trabajo con el computador y, más específicamente, en el trabajo con o el desarrollo de software para, justamente, modelar y simular.

Los productos de software, a su vez, modelan o simulan objetos y series o procesos. En el primer caso se trata básicamente del trabajo mediante el cual logramos modelar o simular objetos en tres dimensiones y podemos rotarlos. En el segundo caso, el tema es el de la simulación o modelamiento, esencialmente, de series de tiempo. En general modelamos o simulamos con tres finalidades:

*Cuando buscamos comprender (y explicar) procesos fundamentales;

*Cuando queremos que un fenómeno o sistema se comporte como deseamos/desearíamos;

*Cuando queremos lograr ver emergencias, dinámicas, procesos, elementos y demás que no logramos ver (= comprender) habitualmente; es decir, justamente, por fuera de la simulación y el modelamiento (Maldonado & Gómez, 2000).

En el trabajo de campo de la investigación se va a adoptar la tecnología del simulador del prisionero (http://www.iterated-prisoners-dilemma.info/).

Aportes teóricos a la Resolución de Problemas

Un problema es una situación que altera la normalidad y conlleva a la utilización de las competencias básicas, generales y específicas para solucionarlo. El ser humano vive resolviendo problemas desde la satisfacción de sus necesidades básicas hasta las más complicadas como las científicas y tecnológicas, que le permiten la supervivencia individual y grupal. Para Pólya (1965) “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados”.

La resolución de problemas lleva a la reflexión sobre la compresión del problema, formulación de preguntas, búsqueda de estrategias, realización de un plan, posibles respuestas y evaluación de la solución. Para enseñar la resolución de problemas se debe aplicar una metodología que ayude a los estudiantes a encontrar la solución correcta de una forma comprensiva y significativa; para conseguir lo anterior es fundamental reconocer la interacción y actitud docente-estudiante y estudiante-estudiante y, los procedimientos de enseñanza orientados a la organización de la clase.

Son varias las propuestas que han tratado de identificar y describir diferentes etapas o fases en el proceso de resolución de problemas, siendo las más conocidas las de los investigadores George Pólya, Allan Schoenfeld y Miguel de Guzmán. A continuación se enumeran algunos de estos autores y sus respectivos modelos utilizados:

George Pólya. El matemático húngaro Pólya (1965), en su modelo descriptivo, establece las necesidades para aprender a resolver problemas, cuyo principal objetivo es ayudar a que el estudiante adquiera la mayor experiencia en la tarea de resolución de problemas, por lo que el docente será el guía que en todo momento dejará que el estudiante asuma la parte de responsabilidad que le corresponde. Este autor, considerado para muchos el padre de la heurística matemática, estableció cuatro fases:

Comprender el problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?

Concebir un plan: ¿Se ha encontrado un problema semejante?, ¿conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?

Ejecutar el plan: ¿Son correctos los pasos dados?

Examinar la solución obtenida: ¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento? (Nieto, 2005)

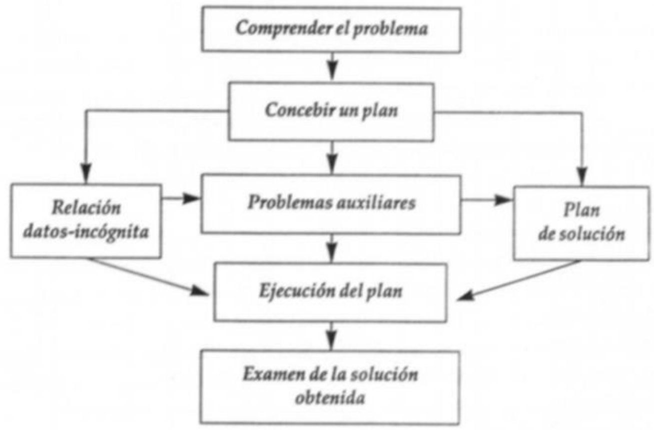


Figura 4. Estratega de Pólya para resolución de problemas

Miguel Guzmán. Para el desarrollo de la capacidad de resolver problemas, Guzmán (1995) retomando las ideas del matemático húngaro G. Polya y Allan Schoenfeld, propone un modelo para el manejo eficaz de los problemas basados en cuatro fases. Estas son:

Familiarízate con el problema:

*Trata de entender a fondo la situación.

*Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo.

*Juega con la situación, enmárcala, trata de determinar el aire del problema, piérdele el miedo.

Búsqueda de estrategias:

*Empieza por lo fácil.

*Experimenta

*Hazte un esquema, una figura, un diagrama.

*Escoge un lenguaje adecuado, una notación apropiada.

*Busca un problema semejante.

*Inducción.

*Supongamos el problema resuelto.

*Supongamos que no.

Lleva adelante tu estrategia:

*Selecciona y lleva adelante las mejores ideas que se te hayan ocurrido en la fase anterior.

*Actúa con flexibilidad. No te arrugues fácilmente. No te emperres en una sola idea. Si las cosas se complican demasiado, probablemente hay otra vía.

*¿Salió? ¿Seguro? Mira a fondo tu solución.

Revisa el proceso y saca consecuencias de él:

*Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? O bien, ¿por qué no llegaste?

*Trata de entender no sólo que la cosa funciona, sino por qué funciona.

*Mira si encuentras un camino más simple.

*Mira hasta dónde llega el método.

*Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro (De Guzmán (1995).

De Guzmán (1995) afirma que la enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante que el alumno:

*Manipule los objetos matemáticos.

*Active su propia capacidad mental

*Ejercite su creatividad.

*Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.

*Haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible

*Adquiera confianza en sí mismo.

*Se divierta con su propia actividad mental.

*Se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.

*Se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Cuáles son las ventajas de este tipo de enseñanza? ¿Por qué esforzarse para conseguir tales objetivos? He aquí unas cuantas razones interesantes:

* Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.

*Porque el mundo evoluciona muy rápidamente: los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos.

*Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, autorrealizador y creativo.

*Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas.

*Porque es aplicable a todas las edades. (p. 35-36)

De Guzmán (1995) enuncia algunas líneas de trabajo sobre la preparación necesaria para la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas:

*Requiere de una inmersión personal, seria y profunda para adquirir unas nuevas actitudes que calen y se vivan profundamente.

*El método de enseñanza por resolución de problemas, se realiza más efectivamente mediante la formación de pequeños grupos de trabajo (aprendizaje cooperativo).

Se pretende utilizar el método de enseñanza de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas propuesto por Miguel de guzmán para llevar a cabo nuestra investigación.

Allan Schoenfeld. Matemático Norteamericano. Publicó su libro Mathematical Problem Solving en 1985, basado en trabajos realizados en los años 80 del siglo XX. Sus principales ideas sobre resolución de problemas parten de la obra de George Pólya. El trabajo de Pólya fue una síntesis de ideas que él tenía, pensamientos que sistematizó, no realizó investigación de campo con estudiantes.

Schoenfeld (citado en Barrantes 2006) tuvo la certeza de trabajar en la resolución de problemas partiendo de los trabajos de G. Pólya, pero realizando experiencias con estudiantes y profesores, y concluyó que para resolver problemas es necesario que el estudiante tenga en cuenta, además de las heurísticas, otros factores o dimensiones, tales como los recursos o conocimientos previos, que sepa cómo acceder a ellos, que no sólo utilice esos recursos de manera memorística, sino que sepa interpretar el porqué de utilizarlos. Que en ocasiones esos recursos pueden ser defectuosos, por ser procedimientos mal aprendidos y deben corregirse; igualmente considera que cada problema necesita de ciertos procedimientos particulares, y que el estudiante debe ser capaz de darse cuenta si seleccionó el procedimiento adecuado; todo el proceso debe ser controlado.

Schoenfeld (citado en Barrantes 2006) también plantea una serie de creencias sobre la matemática que tiene el estudiante:

*Los problemas matemáticos tienen una y solo una respuesta correcta.

*Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en la clase.

*Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente. Esta creencia se ve con bastante frecuencia.

*La Matemática es una actividad solitaria realizada por individuos en aislamiento, no hay nada de trabajo en grupo.

*Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.

*Las matemáticas aprendidas en la escuela tiene poco o nada que ver con el mundo real.

Esta lista está basada en estudios que se han realizado en diferentes partes del mundo.

Schoenfeld (citado en Barrantes 2006) dice que hay que tener en consideración distintos sectores: las creencias de los profesores, los estudiantes, y las creencias sociales con respecto a lo que es la Matemática (que incluso determinan el currículo, la forma de los libros de texto, etc.). Las creencias del profesor y el estudiante determinan lo que sucede en la clase, pero todo eso está inmerso en un marco general determinado por las creencias sociales sobre la Matemática.

¿Por qué la enseñanza a través de la resolución de problema? Porque:

*Sirve en la vida diaria conectando las matemáticas con el mundo real.

*Da al estudiante herramientas para enfrentarse a diferentes situaciones.

*Desarrolla habilidades de pensamiento.

*Motiva a los estudiantes a ser curiosos generando retos intelectuales.

*Permite al maestro verificar comprensión.

*Ayuda a desarrollar competencias ciudadanas.

*Permite a los estudiantes mostrar su comprensión de conceptos en contextos significativos.

El eje principal en todo el proceso ha de ser la propia actividad dirigida con el acierto del docente, colocando al estudiante en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo.

Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran; la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático.

Aprendizaje Cooperativo

El aprendizaje es el proceso mediante el cual se adquiere y se desarrolla habilidades, destrezas, conocimientos, actitudes, información y valores interactuando con multiplicidad de elementos de los sistemas complejos adaptables. De ahí la importancia de incorporar estrategias de enseñanza-aprendizaje siendo una de ellas “el aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas”

La importancia del aprendizaje cooperativo tuvo sus inicios en los años 60 con David Johnson (Indiana, 1940) y su hermano Roger, al comenzar una cruzada contra el aprendizaje competitivo e individualista que imperaba en las escuelas de Estados Unidos. Se empeñaron en demostrar que no solo los más aptos sobreviven y que el aprendizaje cooperativo era la clave para encajar en la sociedad, encontrar un empleo en el futuro y saber sobreponerse a la ansiedad. Crearon el Centro de Aprendizaje Cooperativo de la Universidad de Minnesota, han publicado más de 100 investigaciones y formado a más de un millón de profesores de diferentes partes del mundo. Hoy tienen centros formativos en Shanghái, Japón, Noruega y España[2]

La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo.

El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. (…) el docente puede organizar cooperativamente cualquier tarea didáctica, de cualquier materia y dentro de cualquier programa de estudios."

Para organizar las clases de modo de que los alumnos realmente trabajen en forma cooperativa, el docente debe saber cuáles son los elementos básicos que hacen posible la cooperación. El conocimiento de estos elementos le permitirá:

*Tomar sus clases, programas y cursos actuales, y organizar los cooperativamente.

*Diseñar clases cooperativas que se ajusten a sus propias necesidades y circunstancias pedagógicas, a sus propios programas de estudios, materias y alumnos.

*Diagnosticar los problemas que puedan tener algunos alumnos para trabajar juntos, e intervenir para aumentar la eficacia de los grupos de aprendizaje.

Para que una actividad de clase llevada a cabo de forma cooperativa funcione bien, es importante que los equipos cuenten con la orientación del docente, donde se garantice el

[2]Recuperado de https://elpais.com/economia/2017/10/02/actualidad/1506942650 496359.html

cumplimiento de las cinco dimensiones esenciales descritas por los hermanos (Johnson y Johnson, Holubec, 1991a, 1993b)

Interdependencia positiva

Ésta se estructura exitosamente cuando los integrantes del grupo sienten que están vinculados con los demás, de modo tal que uno solo no podrá alcanzar el éxito si todos los demás no lo alcanzan. Los estudiantes deben comprender que los esfuerzos de cada miembro del grupo no solo benefician al individuo, sino también a todos los otros integrantes. El interés creado en los estudiantes por el logro de los demás da como resultado el hecho de que compartan recursos, se ayuden entre sí para aprender, se proporcionen apoyo mutuo y celebren los éxitos conjuntos. La interdependencia positiva es el corazón del aprendizaje cooperativo.

Interacción promotora cara a cara

Una vez que los estudiantes establecen la interdependencia positiva, necesitan aumentar las oportunidades para poder favorecer el éxito de los demás ayudándolos, apoyándolos, alentándolos y elogiándolos en sus esfuerzos de aprendizaje. Hay actividades cognitivas y dinámicas interpersonales que sólo se dan cuando los estudiantes se involucran en el estímulo del aprendizaje de los demás. La interacción promotora incluye la explicación oral de cómo resolver problemas, la discusión sobre la naturaleza de los conceptos que se están aprendiendo, la enseñanza de los propios conocimientos a los compañeros y la relación entre el aprendizaje presente y el pasado.

Responsabilidad individual

El objetivo de los grupos de aprendizaje cooperativo es lograr que cada integrante sea un individuo más fuerte. Los estudiantes aprenden juntos para poder desempeñarse mejor, luego, como individuos. La responsabilidad individual existe cuando se evalúa el desempeño de cada alumno individual y los resultados se devuelven al grupo y al individuo. La responsabilidad individual asegura que los integrantes del grupo sepan quién necesita más ayuda, apoyo y estímulo para completar la tarea, y sea consciente de que no puede depender exclusivamente del trabajo de los otros.

Despliegue de habilidades sociales

En los grupos de aprendizaje cooperativo, se exige a los estudiantes que aprendan temas académicos (contenidos curriculares) así como habilidades interpersonales y de pequeños grupos, necesarias para funcionar como parte de un equipo (trabajo en equipo). Esto hace que el trabajo cooperativo sea esencialmente más complejo que el aprendizaje competitivo o individualista. Poner a los individuos socialmente no preparados en un grupo y pedirles que cooperen no garantiza que puedan hacerlo bien. Habilidades tales como el liderazgo, la toma de decisiones, la construcción de confianza, la comunicación y el manejo de conflictos deben enseñarse con tanta atención y cuidado como las habilidades académicas propiamente dichas.

Hay muchos procedimientos y estrategias útiles para enseñar a los alumnos habilidades sociales (Johnson y Johnson & Holubec, 1991a, 1993b).

Procesamiento grupal

Éste se da cuando los integrantes del grupo discuten cómo están alcanzando sus objetivos y cuán eficaces son sus relaciones de trabajo. Los grupos necesitan analizar qué acciones de sus miembros son útiles y cuáles son inútiles y deben tomar decisiones sobre las conductas que conviene mantener y las que es preciso cambia (Johnson & Johnson, & Holubec, 1999b).

El empleo del aprendizaje cooperativo requiere una acción disciplinada por parte del docente. Los cinco elementos básicos no sólo son características propias de los buenos grupos de aprendizaje, también representan una disciplina que debe aplicarse rigurosamente para producir las condiciones que conduzcan a una acción cooperativa eficaz (Johnson et al., 1999a).

Por su parte Slavin (2000) ha desarrollado e investigado 5 métodos de aprendizaje en equipo de estudiantes. Tres de ellos son métodos generales de aprendizaje cooperativo que se pueden adaptar a la mayoría de los grados y las materias: "Trabajo en Equipo-Logro Individual" (TELI), Torneos de juegos por Equipos (TJE) y Rompecabezas II. Los otros dos son programas comprensivos diseñados para el uso en grados y materias específicos: Lectura y Escritura Integrada Cooperativa (LEIC), para la enseñanza de la lectura y la escritura de 2° a 8° grado; y Enseñanza Acelerada por Equipos (EAE), para la enseñanza de matemática de 3° a 6° grado. Los cinco métodos incluyen las recompensas de equipo, la responsabilidad individual e iguales posibilidades de éxito, pero de distintas formas. (Slavin, 2000)

Entre los beneficios del Aprendizaje cooperativo se encuentra que además de alcanzar metas de aprendizaje sobre contenidos específicos, los estudiantes desarrollan habilidades sociales que apoyan los procesos académicos, mejoran la convivencia y por lo tanto logran resultados más equitativos (ver Figura 5).

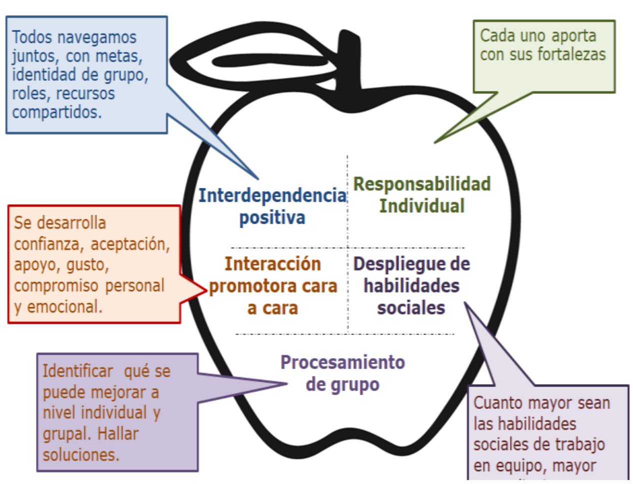


Figura 5. Dimensiones esenciales del aprendizaje cooperativo

¿Cómo se hace evidente?

Se evidencia el uso del aprendizaje cooperativo cuando se puede observar todos los elementos (considerados como mínimos) a continuación:

*El docente establece y comunica las metas de la clase: De aprendizaje y habilidades sociales.

*Las actividades propuestas para desarrollar en grupos cooperativos favorecen el desarrollo de aprendizajes de los estudiantes.

*Los participantes de la sesión están sentados en grupos.

*Hay roles para cada participante del grupo, que contribuyen al aprendizaje cooperativo.

*Hay una actividad de procesamiento grupal al final de la sesión.

*El docente da instrucciones, aclara, acompaña y monitorea los grupos. Se mueve por el salón.

Bases teóricas del aprendizaje cooperativo. Existen tres perspectivas teóricas que han orientado la investigación y la práctica del aprendizaje cooperativo, la interdependencia social y las teorías de aprendizaje del desarrollo cognitivo y conductual. Siendo la más relevante la teoría de la interdependencia porque ha proporcionado las definiciones más claras y precisas acerca de la cooperación y de los esfuerzos competitivos e individualistas, , y además, especifica: (a) las condiciones dentro de las cuales la cooperación es más efectiva (b) los resultados que la cooperación ha hecho efectivos, y (c) los procedimientos que los profesores deberían usar para implementar el aprendizaje cooperativo.[3]

[3] Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/267940683. Acceso 10/10/2019

Beneficios del aprendizaje cooperativo.

*Potencia las habilidades de cognición y de pensamiento crítico.

*Mejora la competencia socioemocional.

*Adquisición de habilidades de interacción social (competencia social e inteligencia interpersonal).

*Desarrollo de estrategias individuales y grupales para el trabajo en equipo.

*Incremento de los niveles de responsabilidad (desarrollo moral).

*Desarrollo de la autonomía personal y la autorregulación.

*Estimulación hacia el aprendizaje escolar (incremento de la motivación académica).

*Mejora del nivel de competencia curricular.

*Creación de redes de apoyo para los estudiantes.

*Desarrollo de habilidades intelectuales de aplicación.

*Desarrollo de habilidades sociales.

Evaluación. Para una adecuada aplicación de la evaluación en el aprendizaje cooperativo se recomienda:

*Evaluar de manera globalizada y diversificada las tareas de aprendizaje.

*Tener en cuenta tanto los procesos como los productos finales.

*Considerar no solo las capacidades y competencias más académicas y cognitivas, sino también ponderar las de tipo actitudinal, social, personal, relacional, etc. Así como su esfuerzo, compromiso, interés y motivación.

Aprendizaje Significativo

Uno de los teóricos más importantes del constructivismo, es sin duda alguna el psicólogo y pedagogo estadounidense David Paul Ausubel, quien es el creador de la teoría del aprendizaje significativo, uno de los principales aportes de la pedagogía constructivista.

Según Ausubel, un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983, p. 18).

Teniendo en cuenta la definición de Ausubel sobre aprendizaje significativo, éste debe ser elegido, pues en esta forma de aprender el estudiante relaciona los contenidos nuevos con los conceptos que posee, conceptos que podrán ser aprendidos en la medida en que los precedentes se hayan adquirido de manera clara, facilitando así la retención y la transferencia de lo aprendido.

Esta teoría se basa en los conocimientos previos que tenga el alumno, ya sean obtenidos en el diario vivir, materiales pedagógicos u otras fuentes de estudio. Cuando se relacionan las ideas previas y las adquiridas, se forma un vínculo que será el nuevo aprendizaje, denominado por Ausubel como “aprendizaje significativo”, siendo éste de larga duración.

Según Ausubel (1983) el aprendizaje significativo se diferencia del aprendizaje mecánico (por repetición o memorístico), en la medida en que éste último es una mera incorporación de datos que carecen de significado para el estudiante, y que por tanto son imposibles de ser relacionados con otros. El aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo se produce de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes.[4]

El aprendizaje significativo sirve para utilizar lo aprendido en nuevas situaciones, en un contexto diferente, por lo que más que memorizar hay que comprender. Para Ausubel (1983) la experiencia humana no solo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se considera en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia. En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno, no solo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de estabilidad.

Ausubel resume su teoría en el siguiente pensamiento: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente"

---

[4] Recuperado de https://www.slideserve.com/ira/david-ausubel. (Acceso el 11/07/2019)

Objetivos

General

Fortalecer la capacidad resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos, en los estudiantes del grado 601 de las instituciones educativas Gabriel García Márquez e INEM "Julián Motta Salas", jornada mañana.

Específicos

*Identificar la percepción de la gestión del profesor respecto a la resolución de problemas y las dimensiones esenciales del aprendizaje cooperativo en el aula de clase.

*Realizar una implementación de la teoría de juegos para fortalecer la cooperación en la capacidad resolución de problemas

*Sintetizar un modelo metodológico que permita mejorar los procesos educativos por medio del aprendizaje cooperativo.

Metodología

Tipo y Enfoque de la Investigación

La línea de investigación más relevante es: Ciencias de la Complejidad en Educación, Ciencias Sociales y Humanas, Ciencias Naturales y Matemáticas, siendo el estudiante el centro de aprendizaje, que trabajando en forma interdisciplinar desarrolla la capacidad resolución de problemas que le permite ser competente en los diferentes campos de su accionar, y con el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos se busca que los estudiantes trabajen cooperativamente y todos se beneficien logrando un aprendizaje significativo, donde el profesor asume el rol de orientador.

Se trabajó con el diseño de investigación teórico, de modalidad mixta y teniendo en cuenta la investigación acción de Hernández, Fernández, Baptista (2014) quiénes la definen con el propósito de describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos; esto es, detallar cómo son y se manifiestan; es decir, miden, evalúan o recolectan datos sobre diversos conceptos (variables), aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar. En un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide o recolecta información sobre cada una de ellas, para así describir lo que se investiga.

Para Hernández et al., (2014) el estudio descriptivo busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es útil para mostrar con precisión los ángulos o dimensiones de un fenómeno, suceso, comunidad, contexto o situación.

El alcance a utilizar es el descriptivo, pues se trata de conocer la realidad que se vive en el aula en el momento de resolver problemas con el objetivo de transformar la realidad, lo cual es interesante para que los estudiantes se sientan a gusto en las clases y alcancen las competencias y habilidades sociales que les permitan avanzar sin tantos tropiezos en los diferentes niveles educativos y logren ser personas realizadas en los diferentes roles que desempeñan en su diario vivir. Las variables a analizar resolución de problemas, aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos.

Universo de Estudio, Población y Muestra

Universo de estudio: son el total de profesores y estudiantes de las dos instituciones educativas, aproximadamente 3.200.

Población: son los profesores que orientan las áreas de matemáticas, lengua castellana, ciencias naturales, ciencias sociales, tecnología e informática, en total 24 y, los estudiantes del grado sexto, 380 distribuidos en diferentes grupos o secciones.

Muestra: son los 61 estudiantes pertenecientes a los estratos 0,1 y 2, comunas 1,2, 3, 6, 8 y 9 del grupo 601 de las Instituciones Educativas INEM "Julián Motta Salas" y Gabriel García Márquez.

Estrategias Metodológicas

La aplicación del diseño en el trabajo de campo se aplica en tres fases:

*__La primera__: se relaciona con la percepción que tienen los profesores sobre la resolución de problemas y el aprendizaje cooperativo en las áreas de matemáticas, ciencias sociales, ciencias naturales, lengua castellana y tecnología e informática.

*__La segunda:__ Desarrollo de un taller con profesores sobre conceptualización de cooperación en el aula, resolución de problemas, cooperación, aprendizaje cooperativo, teoría de juegos y, un mini-panel. El taller con los estudiantes: resolución de problemas a partir de una situación contextualizada, aprendizaje cooperativo y teoría de juegos. Se hizo con la herramienta informática PowerPoint.

***La tercera:** elaboración de un manual de resolución de problemas basado en el aprendizaje cooperativo, retomando los métodos planteados por Slavin (2000) la organización y ejecución del aprendizaje cooperativo Johnson, D. Johnson R., Johnson H. y el simulador del dilema del prisionero.

Figura 6. Diseño de la metodología

Técnicas e Instrumentos de Investigación

El instrumento para recolectar datos sobre percepción de los profesores respecto a la resolución de problemas y el aprendizaje cooperativo es la técnica de la encuesta tipo escala de Likert (Nunca 1, casi nunca 2, a veces 3, casi siempre 4 y siempre 5). La encuesta para los profesores (ver Anexo A) se hizo con consentimiento informado; 9 indicadores y 39 ítems.

Después de tener el diagnóstico de percepciones se realizó un taller y mini-panel con profesores y, uno con estudiantes, teniendo en cuenta los enfoques del marco teórico.

Y por último se diseña un manual y un blog de resolución de problemas basado en el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos (ver Anexo E).

Resultados de la Investigación

Análisis del Diagnóstico

La herramienta utilizada para identificar la percepción de los profesores acerca de la resolución de problemas y el aprendizaje cooperativo fue la encuesta con escala de Likert. Las escalas Likert (que reciben el nombre de su creador, el científico social estadounidense Rensis Likert) son muy populares porque constituyen una de las maneras más confiables de medir opiniones, percepciones y comportamientos[5].

Después de aplicada y tabulada la encuesta utilizando la herramienta informática Excel, se obtuvieron los resultados estadísticos que a continuación se relacionan:

Cuadro 1. *Análisis Percepción Profesores Resolución de Problemas Aprendizaje Cooperativo*

INDICADOR 1. Considero que durante la mayor parte del tiempo de mi clase los estudiantes:					
Ítem 1. Trabajan individualmente desarrollando las actividades del libro de texto.		**Ítem 2.** Argumentan, justifican, negocian con sus pares para dar solución a la tarea.		**Ítem 3.** Piden ayuda a otros compañeros para solucionar la tarea.	
Media	3,5	Media	3,75	Media	3,125
Mediana	4	Mediana	4	Mediana	3
Desviación estándar	1,1952286	Desviación estándar	0,46291	Desviación estándar	0,9910312
Curtosis	2,576	Curtosis	0	Curtosis	2,9730909
Coeficiente de asimetría	-1,338656	Coeficiente de asimetría	-1,440165	Coeficiente de asimetría	-1,486055

[5]Recuperado de https://es.surveymonkey.com/mp/likert-scale/ . Colombia. (Acceso el 14/11/2019)

INDICADOR 2. Cuando propongo un Trabajo Cooperativo:					
Ítem 4. Oriento el trabajo de los estudiantes para que construyan el saber.		**Ítem 5.** Los estudiantes trabajan apoyándose mutuamente para hallar la solución a la tarea.		**Ítem 6.** Los estudiantes reparten la tarea y cada uno se hace responsable de una parte.	
Media	4,875	Media	3,5	Media	2,75
Mediana	5	Mediana	4	Mediana	2,5
Desviación estándar	0,3535534	Desviación estándar	0,7559289	Desviación estándar	0,8864053
Curtosis	8	Curtosis	0,875	Curtosis	-1,480992
Coeficiente de asimetría	-2,828427	Coeficiente de asimetría	-1,322876	Coeficiente de asimetría	0,6153557

INDICADOR 3. Al planear las actividades de un curso, pienso en:					
Ítem 7. Permitir que los estudiantes se agrupen libremente.		**Ítem 8.** Organizar grupos atendiendo a una finalidad y a un tiempo.		**Ítem 9.** Organizar grupos asignando roles a los estudiantes que lo conforman.	
Media	3,375	Media	3,25	Media	3
Mediana	3	Mediana	3	Mediana	3
Desviación estándar	0,51754917	Desviación estándar	0,707106781	Desviación estándar	1,3093073
Curtosis	-2,24	Curtosis	-0,228571429	Curtosis	-0,7
Coeficiente de asimetría	0,644061189	Coeficiente de asimetría	-0,404061018	Coeficiente de asimetría	0

INDICADOR 4. Cuando organizo grupos de Trabajo Cooperativo:					
Ítem 10. No considero importante tener roles dentro del grupo.		**Ítem 11.** Dejo que ellos definan los roles.		**Ítem 12.** Presento el rol que tendrá cada integrante del grupo.	
Media	2,125	Media	3,5	Media	3
Mediana	2	Mediana	4	Mediana	3
Desviación estándar	1,2464235	Desviación estándar	1,1952286	Desviación estándar	1,069045
Curtosis	-1,984304	Curtosis	2,576	Curtosis	0,35
Coeficiente de asimetría	0,2858754	Coeficiente de asimetría	-1,338656	Coeficiente de asimetría	-0,935414

INDICADOR 5. La tarea de aprendizaje que propongo para que mis estudiantes trabajen en grupo:					
Ítem 13. Está estructurada para que el grupo llegue a la respuesta o solución correcta.		**Ítem 14.** Está estructurada para que pueda supervisar el trabajo de los estudiantes y el funcionamiento del grupo.		**Ítem 15.** Está estructurada para que cada estudiante asuma un rol y desde allí aporte a la solución de la tarea.	
Media	4	Media	4,25	Media	3,875
Mediana	4	Mediana	4	Mediana	4
Desviación estándar	0,755928946	Desviación estándar	0,46291005	Desviación estándar	0,99103121
Curtosis	-0,7	Curtosis	0	Curtosis	0,84046281
Coeficiente de asimetría	0	Coeficiente de asimetría	1,4401646	Coeficiente de asimetría	-0,8622791

INDICADOR 6. De las siguientes actividades, con la que me siento más cómodo es:					
Ítem 16. Explicando expositivamente el tema de la clase.		**Ítem 17.** Permitiendo que los estudiantes interactúen entre ellos y conmigo.		**Ítem 18.** Combinando (A) y (B).	
Media	2,875	Media	3,75	Media	4,5
Mediana	2,5	Mediana	4	Mediana	4,5
Desviación estándar	1,642080562	Desviación estándar	1,281739889	Desviación estándar	0,534522484
Curtosis	-1,68041753	Curtosis	-1,54555766	Curtosis	-2,8
Coeficiente de asimetría	0,262145224	Coeficiente de asimetría	-0,47489796	Coeficiente de asimetría	0

INDICADOR 7. Para que los estudiantes aprendan significativamente planeo actividades teniendo en cuenta:					
Ítem 19. Que el material que se va a trabajar sea de interés para todos.		**Ítem 20.** La posibilidad que tienen para indagar más sobre el material propuesto.		**Ítem 21.** La utilización de organizadores previos para que los estudiantes puedan relacionar el contenido ya aprendido con el nuevo.	
Media	4,25	Media	4	Media	4
Mediana	5	Mediana	4	Mediana	4
Desviación estándar	1,3887301	Desviación estándar	0,7559289	Desviación estándar	1,069044968
Curtosis	5,5308642	Curtosis	-0,7	Curtosis	0,35
Coeficiente de asimetría	-2,293595	Coeficiente de asimetría	0	Coeficiente de asimetría	-0,935414347

INDICADOR 8. Cuando pido a mis estudiantes que trabajen en grupo:					
Ítem 22. Los dejo solos para que puedan trabajar con más libertad.		**Ítem 23.** Me quedo en el salón adelantando trabajo y de vez en cuando me levanto para observar cómo van.		**Ítem 24.** Me quedo en el salón observando con atención el desempeño de cada grupo e intervengo cuando me doy cuenta que tienen una dificultad.	
Media	1,875	Media	2,125	Media	4,875
Mediana	1,5	Mediana	2	Mediana	5
Desviación estándar	1,1259916	Desviación estándar	1,3562027	Desviación estándar	0,3535534
Curtosis	0,2910534	Curtosis	2,5706476	Curtosis	8
Coeficiente de asimetría	1,1132597	Coeficiente de asimetría	1,5391347	Coeficiente de asimetría	-2,828427

INDICADOR 9. Evalúo a mis estudiantes durante el Trabajo Cooperativo atendiendo al siguiente criterio:					
Ítem 25. Escojo a un estudiante para que realice la prueba y la nota que él obtenga será la nota de los demás integrantes.		**Ítem 26.** Realizo una prueba escrita de forma individual.		**Ítem 27.** La nota de cada estudiante depende de la nota que saque el grupo.	
Media	2	Media	4	Media	3
Mediana	1,5	Mediana	4	Mediana	3
Desviación estándar	1,1952286	Desviación estándar	1,069045	Desviación estándar	1,1952286
Curtosis	-1,204	Curtosis	0,35	Curtosis	0,812
Coeficiente de asimetría	0,669328	Coeficiente de asimetría	-0,935414	Coeficiente de asimetría	0

INDICADOR 10. Considero importante el Trabajo Cooperativo porque:					
Ítem 28. Permito a los estudiantes implicarse activamente en el trabajo para alcanzar objetivos propuestos.		**Ítem 29.** Los estudiantes tienen claro que cada uno debe realizar su tarea para que al grupo le vaya bien.		**Ítem 30.** Me permite trabajar con los estudiantes que presentan dificultades.	
Media	4,25	Media	4,5	Media	4,125
Mediana	4	Mediana	4,5	Mediana	4
Desviación estándar	0,7071068	Desviación estándar	0,5345225	Desviación estándar	0,834523
Curtosis	-0,228571	Curtosis	-2,8	Curtosis	-1,391716
Coeficiente de asimetría	-0,404061	Coeficiente de asimetría	0	Coeficiente de asimetría	-0,276528

INDICADOR 11. Mi percepción sobre la Resolución de Problemas en la formación de los estudiantes es:					
Ítem 31. Un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática.		**Ítem 32.** Da a los estudiantes herramientas para enfrentarse a diferentes situaciones		**Ítem 33.** Permite a los estudiantes mostrar su comprensión de los conceptos en contextos significativos	
Media	3,5	Media	4,125	Media	4,625
Mediana	3,5	Mediana	4	Mediana	5
Desviación estándar	1,5118579	Desviación estándar	0,6408699	Desviación estándar	0,5175492
Curtosis	-0,995312	Curtosis	0,7410208	Curtosis	-2,24
Coeficiente de asimetría	-0,496078	Coeficiente de asimetría	-0,067843	Coeficiente de asimetría	-0,644061

INDICADOR 12. Para enseñar con base en la Resolución de Problemas se debe tener en cuenta:					
Ítem 34. La diferencia entre resolución y solución de un problema.		**Ítem 35.** La formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.		**Ítem 36.** El desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.	
Media	4,125	Media	3,75	Media	4,75
Mediana	4	Mediana	4	Mediana	5
Desviación estándar	0,834523	Desviación estándar	1,1649647	Desviación estándar	0,46291
Curtosis	-1,391716	Curtosis	6,2049861	Curtosis	-8,88E-16
Coeficiente de asimetría	-0,276528	Coeficiente de asimetría	-2,258934	Coeficiente de asimetría	-1,440165

INDICADOR 13. El Trabajo cooperativo me ayuda en la Resolución de Problemas porque:					
Ítem 37. Incide en el rendimiento del aprendizaje propiciando la iniciativa de los estudiantes en la consecución de sus objetivos.		**Ítem 38.** Los estudiantes procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo.		**Ítem 39.** Desarrolla habilidades sociales	
Media	4,125	Media	4,375	Media	4,5
Mediana	4	Mediana	4	Mediana	5
Desviación estándar	0,6408699	Desviación estándar	0,5175492	Desviación estándar	0,7559289
Curtosis	0,7410208	Curtosis	-2,24	Curtosis	0,875
Coeficiente de asimetría	-0,067843	Coeficiente de asimetría	0,6440612	Coeficiente de asimetría	-1,322876

El siguiente diagrama de Caja y Bigotes muestra un resumen de las tablas anteriores:

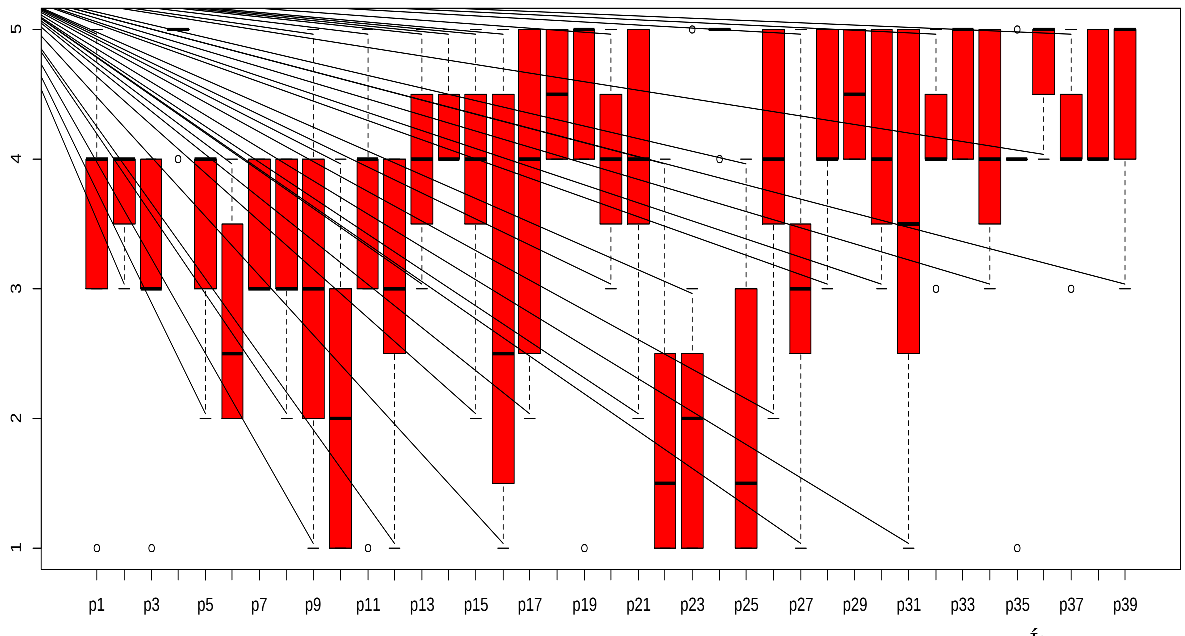


Figura 7. Diagrama de Caja y Bigotes (Boxplot)

El Diagrama de Caja y bigotes (box and whisker plot) es un tipo de gráfico que muestra un resumen de una gran cantidad de datos en cinco medidas descriptivas, además de intuir su morfología y simetría.

Este tipo de gráfico permite identificar valores atípicos y comparar distribuciones. Además de conocer de una forma cómoda y rápida como el 50% de los valores centrales se distribuyen.

Se puede detectar rápidamente los siguientes valores:

Primer cuartil: el 25% de los valores son menores o igual a este valor.

Mediana o Segundo Cuartil: Divide en dos partes iguales la distribución. De forma que el 50% de los valores son menores o igual a este valor.

Tercer cuartil: el 75% de los valores son menores o igual a este valor

Rango Intercuartílico (RIC): Diferencia entre el valor del tercer cuartil y el primer cuartil.

Las ventajas principales de representar la distribución de los datos utilizando este método son:

*Visualizar si la distribución de una variable es asimétrica o se aleja de la distribución normal.

*La facilidad al comparar distribuciones entre grupos[6].

En la figura 4 se observa la forma como se distribuyen las respuestas de los profesores en los 39 ítems por nivel. De estos se evidencian unos puntajes más elevados el 33, 38 y 39, donde se ve que la tendencia es hacia valores altos, igualmente la media y la mediana; esto quiere decir que los profesores perciben que la resolución de problemas permite a los estudiantes mostrar su comprensión de los conceptos en contextos significativos, mientras que el trabajo cooperativo ayuda en la resolución de problemas porque los estudiantes procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo, además desarrollan habilidades sociales.

Se evidencia concentración de valores bajos en los ítems 22 a 25, siendo de mayor mediana el 24; en este punto se evaluó el INDICADOR 8 ”Cuando pido a mis estudiantes que trabajen en grupo:”, los profesores observan con atención el desempeño de cada grupo e intervienen cuando se dan cuenta que tienen una dificultad (ítem 24); en cuanto a la evaluación

[6]Recuperado de https://www.pgconocimiento.com/diagrama-boxplot/. Colombia. (Acceso el 15/11/2019)

del trabajo cooperativo, los profesores no escogen un estudiante para que realice la prueba y la nota que él obtenga será la nota de los demás integrantes (ítem 25), sino que realizan una prueba escrita de forma individual (ítem 26).

Respecto al "Mi percepción sobre la resolución de problemas en la formación de los estudiantes es:", los profesores tienden a colocar valores más altos a los ítems 32 y 33, dando menor importancia al ítem 31 "Un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática".

Al INDICADOR 4 "Cuando organizo grupos de trabajo cooperativo:", los profesores tienden a colocar valores más altos a los ítems 11 y 12, mientras que no consideran importante tener roles dentro del grupo (ítem 10).

Análisis Taller con Profesores: Resolución de Problemas y la Cooperación en el Aula

Análisis descriptivo de la exposición y panel de resolución de problemas, aprendizaje cooperativo y teoría de juegos

En este taller se tuvieron en cuenta los siguientes objetivos: sensibilizar a los profesores en la importancia de la resolución de problemas y la cooperación en el aula, reconociendo las dimensiones del aprendizaje cooperativo por medio de modelos de teoría de juegos.

El 20 de septiembre de 2019 a las 7:00 am, en la sala Fundación Telefónica, de la Institución educativa Gabriel García Márquez se reunieron los profesores: Diego Fernando Plazas Horta (matemáticas y tecnología e informática), Diana Constanza Mosquera Mendoza (ciencias naturales), Ana Cira Guzmán Pastrana (ciencias sociales), Rosalbina Cortez Valencia y Henry Núñez Soto (lengua castellana) quienes orientan clase en el grado 601, y el 01 de octubre de 2019 a las 6:00 am, en la sala de informática D1-302 de la Institución educativa INEM "Julián Motta Salas", se reunieron los profesores: Álvaro Sánchez Sánchez (ciencias naturales), Blanca

Reyes Ortiz (lengua castellana), María Isabel Sánchez Sánchez (matemáticas), Esther Julia Aponte (ciencias sociales) y Miriam Herrera Varela (tecnología e informática) quienes orientan clase en el grado 601.

Foto 1. Profesores I.E INEM “Julián Motta Salas” Conceptualización sobre resolución de problemas, cooperación, aprendizaje cooperativo y teoría de juegos

Foto 2. Profesores I.E Gabriel García Márquez Conceptualización sobre resolución de problemas, cooperación, aprendizaje cooperativo y teoría de juegos

Se inicia el desarrollo del taller dando a conocer los objetivos y estableciendo acuerdos para trabajar mejor: tomemos nota, aprovechemos el tiempo y no dejemos que la tecnología nos distraiga. Seguidamente, se les presentó los siguientes interrogantes: ¿Qué diferencia hay entre ejercicio y problema?, ¿Por qué resolución de problemas y no solución de problemas?, ¿Qué es Cooperar? Y ¿Qué entiendo por aprendizaje cooperativo?

Ante los anteriores cuestionamientos respondieron de manera textual:

"Ejercicio es una estrategia utilizada para afianzar una temática o un proceso, mientras que el problema es una dificultad que se presenta para lograr un objetivo", "ejercicio es cada evento resolutorio que se realiza al abordar un problema, y el problema es la situación, pregunta, necesidad, situación que necesitamos resolver"

A la pregunta ¿por qué resolución de problemas y no solución de problemas? dieron como respuesta lo siguiente: "relacionar el conocimiento con el problema que se le está presentando para llegar a una solución, tienen que volver a pensar de manera circular para encontrar una solución adecuada", "resolución de problemas es la revisión del proceso que se siguió para llegar a la solución de un problema y la solución de problemas son las estrategias utilizadas para llegar a acuerdos frente a una situación determinada que haya generado discordia o desacuerdos entre dos o más personas".

A la pregunta ¿Qué es Cooperar? dijeron: "es colaborar, aportar en algo para obtener un mejor resultado", "aportar para lograr un bien común", "aportar al colectivo con nuestros saberes, iniciativas y competencias a un fin común o un propósito general".

A la pregunta ¿Qué entiendo por aprendizaje cooperativo? respondieron: "es con la participación activa de los estudiantes y padres de familia buscar un mejor y productivo aprendizaje", "estar en disposición de dar y recibir conocimientos que vayan encaminados hacia el fortalecimiento de saberes que beneficien un colectivo", "es aquel que se construye desde diferentes perspectivas bajo un esquema de trabajo colectivo organizado".

Se continuó el desarrollo del taller con la presentación de la situación problema (ver Figura 8) que contiene un contexto interdisciplinar, se preguntó a los profesores cómo podían aportar desde cada una de sus áreas a la resolución del problema.

CONTEXTO:
Olimpiadas deportivas

Este año se llevarán a cabo las tradicionales olimpiadas deportivas y cada salón debe tener un nombre y una bandera que lo represente. Desde el área de matemáticas nos han pedido hacer las banderas teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

a) La bandera debe contener 4 colores distribuidos de la siguiente manera:
- Dos de los colores deben ocupar la cuarta parte de la bandera
- Otro color la mitad de la bandera
- Y el cuarto color el espacio restante.

b) Divida la zona del color que ocupa más espacio en tres partes y en una de ellas dibuje puntos de colores.

c) La bandera debe contener un escudo en la parte superior derecha, no mayor a la octava parte de la misma.

d) El asta debe estar ubicada en la parte inferior izquierda de la bandera y sólo debe sobresalir las dos terceras partes.

Figura 8. Situación problema

Fuente: https://issuu.com/maryluna_02/docs/taller_vivencial_rdp

Desde ciencias naturales los profesores no identificaron una solución disciplinar al problema.

Los docentes de lengua castellana “aprender a seguir instrucciones, leer, interpretar y proponer”; Los profesores del área de en ciencias sociales “los colores que tienen las banderas en los países, departamentos, los municipios, los escudos, hacer una reseña histórica de las olimpiadas para dar una significación”.

Los profesores del área de matemática “concepto de fracción, manejo de espacios, situaciones de medición” y, por último los profesores de tecnología “simulación de la bandera con el programa Paint y Word con el menú insertar formas”.

Se presentaron los teóricos sobre resolución de problemas (Ver Figura 9), resaltando los planteamientos de De Guzmán (1995) quien retoma las sugerencias de Pólya (1965) y Allan Schoenfeld (citado en Riascos, 2018)

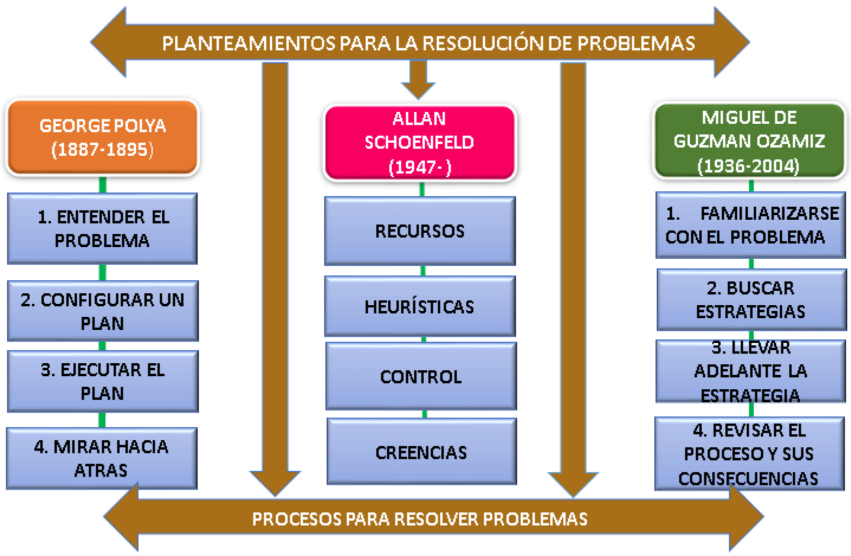


Figura 9. Investigadores destacados en la resolución de problemas

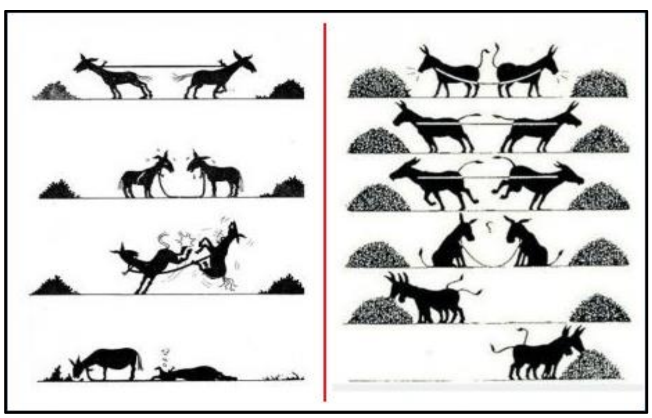


Figura 10. Burros (cooperación)

Fuente:http://cgtqualytel.blogspot.com/2013/11/sabes-cual-es-la-diferencia-entre.html

Para contextualizar la cooperación en el aula y dar a conocer las dimensiones del aprendizaje cooperativo según Johnson & Johnson, se presentó la imagen de burros (Ver figura 8), se hace lectura de imagen, y a partir de los comentarios de los asistentes se concluye que cooperar es trabajar juntos para lograr objetivos comunes.

Posteriormente, se presentaron las habilidades sociales (Ver figura 9) y algunos ejemplos de roles en el aprendizaje cooperativo.

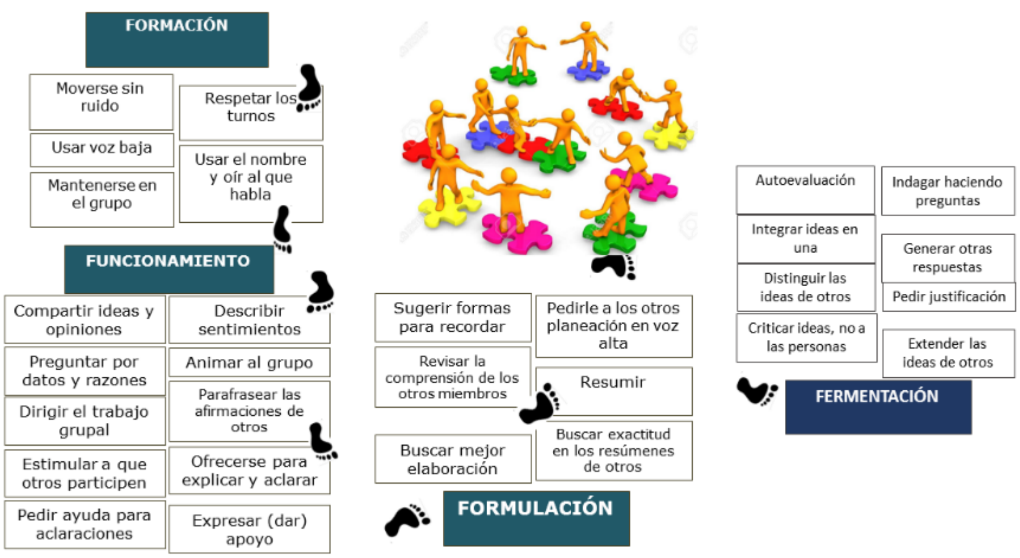


Figura 11. Habilidades sociales en el aprendizaje cooperativo

Fuente:
https://educacionfisicaxxi.com/2017/10/14/habilidades-sociales-para-el-aprendizaje-cooperativo/

Para la contextualización de la teoría de juegos se expuso “el dilema del prisionero” o teoría de las decisiones interactivas porque a través de ella se puede dar o no dar la cooperación.

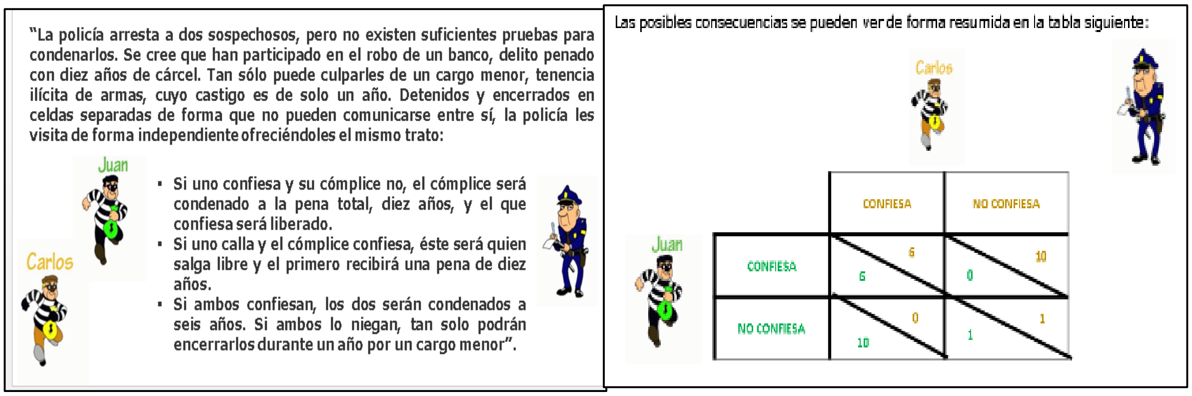


Figura 12. Teoría de juegos - dilema del prisionero

Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=M37OuHsmrmQ

Al finalizar el taller se realizó un mini-panel donde los profesores aclararon dudas sobre la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos, manifestando interés en continuar capacitándose acerca de la propuesta.

Cuadro 2. *Resumen Sintético Taller con Profesores*

Nombre del taller	Conceptualización a profesores acerca de la resolución de problemas y aprendizaje cooperativo.
Objetivos	• Sensibilizar a los profesores en la importancia de la cooperación en el aula y el desarrollo de la capacidad para resolver problemas. • Reconocer las dimensiones del Aprendizaje cooperativo por medio de modelos de teoría de juegos.
Características	**Profesores participantes:** 8
	Áreas que orientan: matemática, lengua castellana, ciencias naturales, ciencias sociales y tecnología e informática.
	Duración del taller: 150 minutos
	Logística: el taller se desarrolló en la sala de informática D1-302 de la I.E INEM "Julián Motta Salas" y en la sala Fundación Telefónica de la I.E Gabriel García Márquez; se realizó alternando entre exposición de los investigadores sobre el tema y panel de discusión. Se contó con un espacio amplio y cómodo.
	Recursos utilizados: • Presentación en PowerPoint • video-beam, • PC • Fotocopia con preguntas para cada participante
Desarrollo	1.Saludo 2.Objetivos 3.Acuerdos para trabajar mejor 4. Preguntas: ¿Qué diferencia hay entre ejercicio y problema?, ¿Por qué resolución de problemas y no solución de problemas?, ¿Qué es Cooperar?, ¿Qué entiendo por aprendizaje cooperativo?

	5. Presentación de una situación problema. 6. Método para resolver problemas según Miguel de Guzmán 7. ¿Por qué la resolución de problemas? 8. ¿Qué es cooperación? Lectura de imagen. 9. Reflexionemos (frase de María Montessori) 10. ¿Aprendizaje cooperativo? 11. ¿Cómo se hace evidente? 12. Dimensiones del aprendizaje cooperativo 13. Habilidades Sociales para el Aprendizaje Cooperativo 13. Roles en el aprendizaje cooperativo y ejemplos. 14. Teoría de juegos. *"El dilema del prisionero"* 15. Situación problema: "*Una mosca antojadiza*" 16. Resultados esperados. (Lectura de imagen) 17. Diferencias entre un problema y un ejercicio de aplicación. 18. ¿Qué elementos permiten saber si la situación problema logra cumplir con el enfoque resolución de problemas? 19. ¿Por qué es importante la resolución de problemas? 20. Valoración y cierre de la actividad.
Resultados e impacto	Los profesores participantes estuvieron interesados en los temas del taller, escucharon atentamente la exposición de los investigadores y cumplieron de manera satisfactoria los acuerdos pactados al inicio del mismo. Se mostraron activos y con muchas expectativas acerca de los temas tratados, a tal punto de continuar recibiendo información acerca de la resolución de problemas y aprendizaje cooperativo para implementarlo desde sus áreas. Antes de iniciar el taller, los profesores dieron su concepto sobre: diferencia entre ejercicio y problema; resolución de problemas y solución de problemas; cooperar y aprendizaje cooperativo. Finalizada la actividad, los profesores manifestaron que sus conceptos y conocimientos se fortalecieron.

Análisis Taller Estudiantes: Resolución de Problemas, Aprendizaje Cooperativo y Teoría de Juegos

En este taller se tuvieron en cuenta los siguientes objetivos: sensibilizar a los estudiantes en la importancia de la cooperación y el desarrollo de habilidades académicas y sociales, que conlleve a un aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas.

El 17 y 23 de octubre de 2019 a las 7:00 am se desarrolló el taller "Resolución de problemas, aprendizaje cooperativo y teoría de juegos" con los estudiantes del grado 601 de las Instituciones Educativas Gabriel García Márquez e INEM "Julián Motta Salas" en las aulas de informática, espacio asignado a las áreas de matemáticas y tecnología respectivamente.

Foto 3. Estudiantes del grado sexto A de la I.E INEM "Julián Motta salas" (Dinámica "La baldosa")

El taller se inició dando la bienvenida a los estudiantes e invitándolos a realizar la dinámica "la baldosa", juego de cooperación para ambientar la participación e integración en cuanto a la toma de decisiones en grupo, diálogo y fomento de la iniciativa e imaginación. Los participantes conformaron grupos de igual cantidad e intentaron estar juntos hasta que el investigador contó hasta cinco, utilizando el menor número de baldosas posibles.

Una vez terminada la dinámica, los investigadores preguntaron a los grupos de qué manera tomaron las decisiones, si hubo diálogo, si alguien lideró el grupo y si tuvieron que activar la imaginación. Se evidenció que en uno de los grupos un estudiante tomó la iniciativa de orientar a sus compañeros hasta ocupar el menor número de baldosas, mostrando poca imaginación a la hora de utilizar elementos existentes en la sala, tales como mesas y sillas para lograr el objetivo.

Se presentó a los estudiantes el RETO 1: "Cuadros", y a la pregunta ¿Cuántos cuadrados hay? contaron de manera individual y en silencio durante 5 minutos el número de cuadrados que había en la figura.

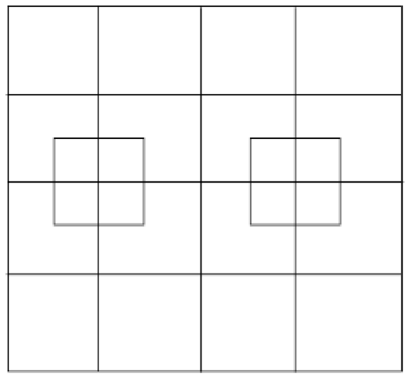


Figura 13. Reto 1 Cuadros

Fuente:https://matematicascercanas.com/2014/04/23/solucion-a-cuantos-cuadrados-hay-en-la-imagen/

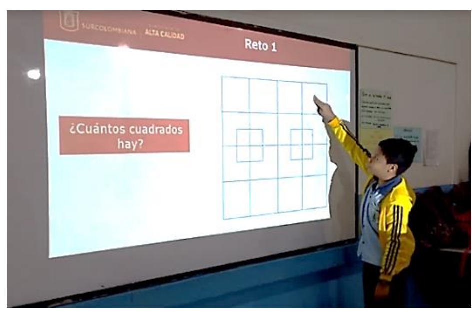


Foto 4. Estudiante resolviendo el reto 1

Se solicitó el número de cuadrados encontrados, y se escucharon algunas respuestas: 24, 26, 27, 32, 33, 37 y 39. El participante que contó el mayor número (39) pasó y los señaló en la imagen de la diapositiva, concluyendo que el número de cuadrados eran 40.

Figura 14. Trabajo cooperativo

Fuente:https://mx.depositphotos.com/7438851/stock-photo-team-of-ants-constructing-bridge.html

Se mostró la imagen de las hormigas, los estudiantes hicieron lectura y opinaron lo siguiente: “las hormigas trabajan en equipo”, “hay un líder dirigiendo a las demás”, “las hormigas juntas logran llevar el tronco”, “todas las hormigas cooperan”. Los investigadores hicieron énfasis en la importancia de las metas comunes.

Luego se presentó la imagen de los burros (Ver Figura 8), se hizo lectura de imagen, a la cual comentaron lo siguiente: “ambos quieren comer y

no se ponen de acuerdo”, “no hay cooperación”, “se pelean por quién come primero”; “piensan y se ponen de acuerdo, es decir cooperan para bien de los dos”.

Figura 15. Aprendizaje cooperativo

Fuente:www.educopeques.com

Con las Figuras 14 y 15 los investigadores explicaron a los estudiantes que el aprendizaje cooperativo consiste en trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás, que cada uno tiene un rol o responsabilidad en el equipo, teniendo en cuenta los conocimientos y saberes previos de cada integrante. Se aclaró que el primer requisito para una lección cooperativa eficaz es que los estudiantes estén convencidos de que "nos salvamos juntos o nos hundimos juntos".

Un partido de fútbol es un buen ejemplo de trabajo cooperativo, en donde el mediocampista que hace un pase y el delantero que lo recibe depende uno del otro para anotar un gol. No importa lo bueno que sea el pase del mediocampista si el delantero no le pega bien a la pelota. Y por bien que patee el delantero, no podrá hacer el gol si el mediocampista no le hace un buen pase, es decir, los dos jugadores deben tener interdependencia positiva, fundamental para el aprendizaje cooperativo. Si uno de ellos falla, fallan los dos.

Se presentó el Reto 2. “la clase”, dando a conocer los objetivos y estableciendo acuerdos para trabajar mejor: pidamos la palabra, seguir instrucciones, disposición para escuchar y aprovechemos el tiempo. A la pregunta ¿Cómo queremos cooperar hoy?, se tuvo en cuenta durante el desarrollo del reto las siguientes habilidades sociales del aprendizaje cooperativo: estimular a que otros participen, respetar el turno, permanecer en nuestro grupo.

La distribución de equipos se hizo al azar, haciendo uso de las obras de Maurits Cornelis Escher (1898-1972), conformada por cuatro partes previamente cortadas, donde cada participante recibe una parte de una figura determinada; los estudiantes armaron cada una de las obras uniendo las cuatro partes correspondientes para organizar el equipo **(**Ver Figura 14).

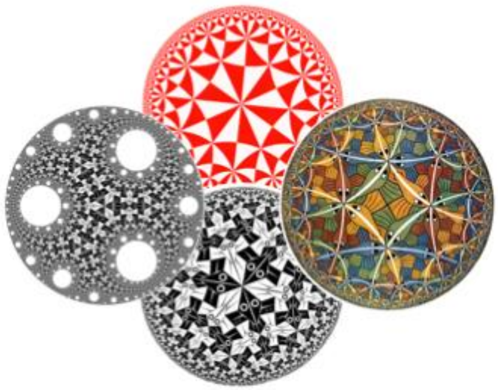


Figura 16. Obras para distribución de grupos

Esta estrategia permitió conformar equipos heterogéneos y que trabajaran con diferentes compañeros a los ya acostumbrados, observando que algunos estudiantes quisieron cambiar su parte de la obra, con el fin de quedar en el equipo con sus compañeros afines.

Foto 5. Conformación de equipos cooperativos

Para la asignación de roles, se pidió a los estudiantes que observaran la letra escrita por el envés en cada una de las partes de la obra que le correspondió (D, V, R, S), siendo ésta la inicial de cada rol. Las tareas asignadas fueron:

Dinamizador: Está pendiente de que todos participen y garantiza que todos realicen las tareas asignadas.

Vocero: Comunica los resultados del equipo.

Relojero: Garantiza que las tareas se terminen en el tiempo asignado y recoge el material necesario para realizar las tareas.

Secretario: Si en el equipo hay alguna duda, es el encargado de solicitar la ayuda del profesor y garantiza que todos hagan las acciones de manera individual y que hagan las correcciones pertinentes a partir del consenso del grupo.

La tabla 3 muestra los nombres de los equipos de trabajo cooperativo conformados en cada una de las instituciones educativas.

Cuadro 3. *Equipos de Trabajo Cooperativo*

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	EQUIPO	ETUDIANTES
Gabriel García Márquez	"The girls"	Karen Irene, Nicoll Zulena, Mariana, Ana Sofía
	"Las cobras"	Karen Lisseth, Hasbleidy Lisseth, Karen Mildred, Danna Michel, Maicol Stiven
	"Los rojos"	Nini Johanna, Oscar Javier, Luis Alfredo, Yeferson Enrique
	"Los increíbles"	Laura Sofía, Yeison Andrés, Juan Steban , Carol Estefanía
	"Las estrellas"	Nicolás, Dana Valentina, Danna Liceth, Carol Valentina
	"Los fastidiosos"	Sebastián, Jorge Eliécer, Danny, Karen Yulieth
	"Los famosos"	Carlos Ramiro, Jennifer, Claudia Anirley, Niked Dayan
INEM Julián Motta Salas	Súper Girls	Yisset Valeria, Samantha, Irina Emily, Camila Andrea

	“Los furiosos”	Juan Felipe, Liseth Tatiana, Andrés Felipe, María Alejandra
	“Las cobras”	María Valentina, Karen Daniela, Diego Alejandro, Karen Lorena
	“Jumanji”	Oswan Yesid, Maicol Ronaldo, Luna del Mar, Keilly Marian
	“Los chiquilones”	Jorge Esteban, Nicolle, Sergio, Julio César
	“Los dioses”	Juan Camilo, Nicol Dayana, Juan pablo, Nataly
	Iluminati	Ángel Manuel, Julián Stiven, Deisy Carolina, Juan José
	“Los lobos”	Eddy Alejandro, Angie Yulieth, Kevin Smith, Manuel Alexander

Una vez establecidos los equipos, los voceros se acercaron a los investigadores y recibieron una bolsa con los materiales a utilizar:

*Hojas blancas *Lápices *Pegante

*Escuadras *Tijeras

*Cartulina blanca (1 octavo por grupo)

*Papel silueta (4 colores diferentes por equipo)

* Lámina con la situación problema

*Palos de pincho largos (30cm)

*Fotocopias por grupo

Foto 6. Bolsa de materiales a utilizar

Como actividad previa, se solicitó a cada equipo que en una de las hojas, realizara dobleces para dividir la unidad en dos, tres y cuatro partes iguales y que comparara las diferentes formas dobladas por los otros equipos. Se evidenció dificultad al dividir el rectángulo en tres partes iguales, a tal punto que solo los equipos “The girls” y “Jumanji” lo lograron, compartiendo el resultado con los otros.

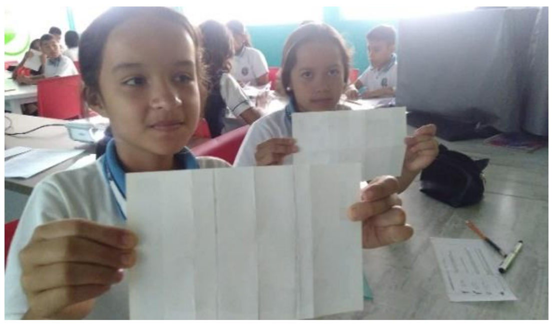


Foto 7. Estudiantes dividen la unidad en partes iguales

Los investigadores hicieron énfasis en que el rectángulo es la unidad y se puede dividir en partes iguales de diferentes formas (ver Figura 17).

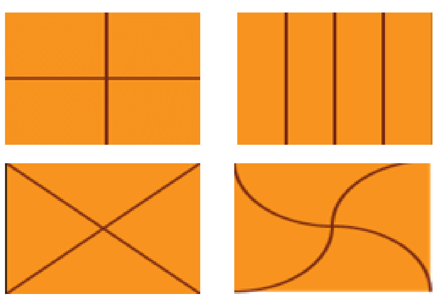


Figura 17. Cuadros

Fuente: https://www.wikiart.org/es/m-c-escher

El dinamizador de cada grupo sacó de la bolsa de materiales la lámina de la situación problema, el mismo para todos (ver Figura 8). Cada participante, de manera individual, propuso una estrategia o forma para solucionar el problema en un tiempo de 10 minutos. Se observó que los estudiantes leyeron varias veces el problema para su comprensión.

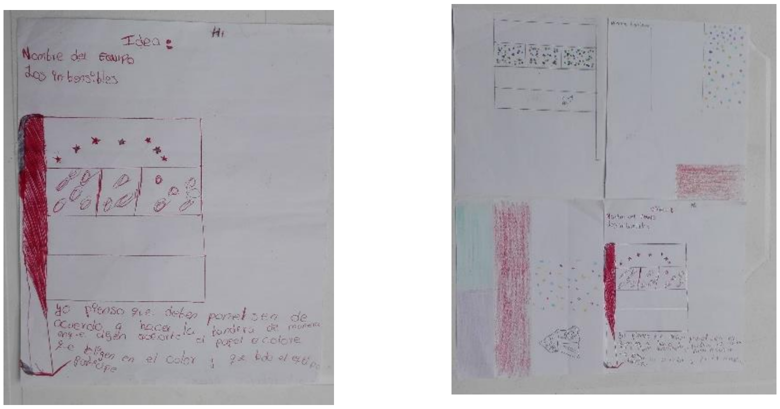


Foto 8. Los estudiantes muestran la estrategia individual para la solución del problema

Para la resolución grupal, se siguieron los cuatro pasos sugeridos por Miguel de Guzmán para la resolución de problemas:

Familiarizarse con el problema: en este primer paso, los estudiantes leyeron varias veces la situación para comprender las instrucciones; se les indicó que se tomaran su tiempo, sin apresurarse y que trabajaran con tranquilidad e interés.

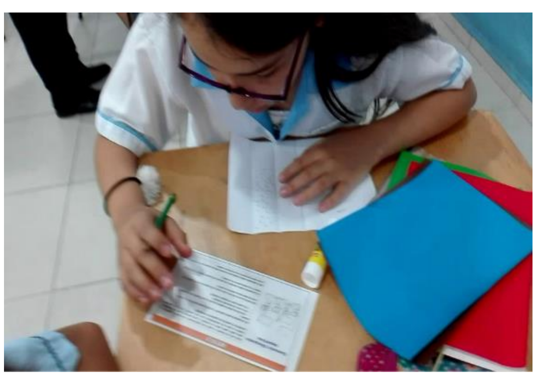


Foto 9. Estudiante leyendo el problema

Búsqueda de estrategias: los integrantes de cada equipo discutieron de forma cooperativa con el fin de elegir una solución a la situación propuesta. Se preguntó a los equipos sobre la solución elegida:

¿Cuál fue la solución que eligieron? Ellos dijeron: “lo que cada integrante aportó”, “tomamos la idea del dinamizador”, “tuvimos en cuenta el modelo realizado por Angie”.

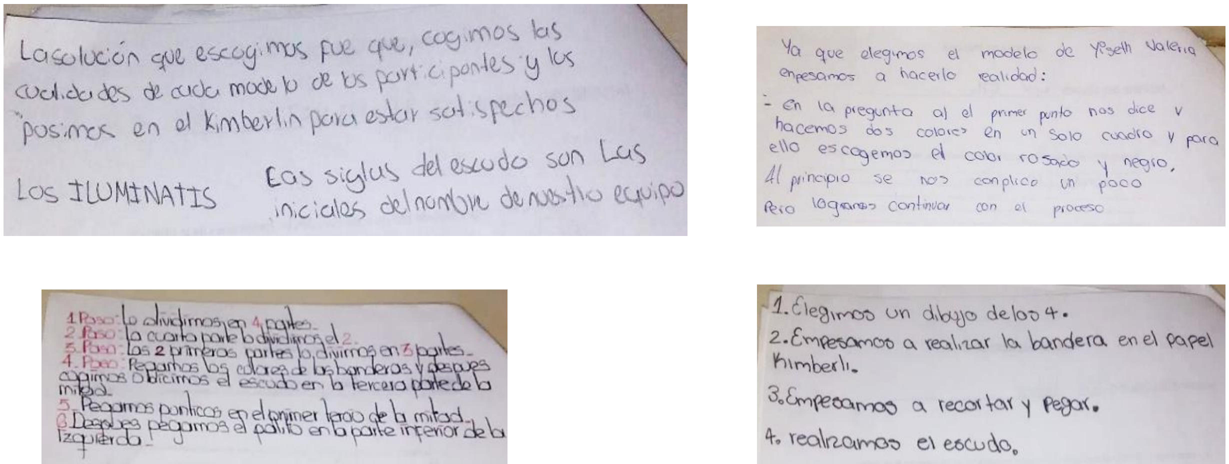
¿Por qué eligieron esta y no otra?, dijeron: “porque la de la compañera ya estaba completa y más bonita”, “por lo que era difícil hacer otra diferente a la propuesta”, “se tomó la idea de cada uno”, “por la creatividad”, “porque fue la aceptada por el equipo”.

¿La solución elegida satisface lo establecido en la situación?, respondieron: “si, por la colaboración mutua entre nosotros”, “si, porque la bandera quedo muy bonita y bien hecha”, “si, porque los resultados fueron satisfactorios”, “si, está dividida correctamente”.

¿Existe una solución más sencilla? Respondieron: “si, porque los otros equipos presentaron la solución diferente”, “no, porque la que tomamos era la más sencilla”, “puede que sí, pero la verdad es que la forma que elegimos fue la más cómoda”, “consulté con mi equipo y dijimos que la que elegimos era la más apropiada”.

Llevar adelante la estrategia: ya seleccionada la estrategia, los equipos iniciaron la elaboración de la bandera utilizando la acordada e hicieron un registro de la solución como se evidencia en las siguientes fotos:

Foto 10. Estudiantes trabajando en equipos cooperativos


La solución que escogimos fue que, cogimos las cualidades de cada modelo de los participantes y los posimos en el Kimberlin para estar satispechos

LOS ILUMINATIS

Las siglas del escudo son las iniciales del nombre de nuestro equipo

Ya que elegimos el modelo de Yeseth Valeria empesamos a hacerlo realidad:
- En la pregunta al el primer punto nos dice y hacemos dos colores en un solo cuadro y para ello escogemos el color rosado y negro,
Al principio se nos complico un poco pero logramos continuar con el proceso

1 Paso: lo dividimos en 4 partes.
2 Paso: la cuarta parte la dividimos el 2.
3 Paso: Los 2 primeros partes la divimos en 3 partes.
4 Paso: Pegamos los colores de las banderas y despues cogimos o dicimos el escudo en la tercera parte de la mitad.
5. Pegamos punticos en el primer lado de la mitad.
6. Despues pegamos el palito en la parte inferior de la Izquierda.

1. Elegimos un dibujo de los 4.
2. Empesamos a realizar la bandera en el papel Kimberli.
3. Empesamos a recortar y pegar.
4. realizamos el escudo.

Foto 11. Los estudiantes responden a la pregunta ¿Por qué escogieron esa estrategia y no otra*?*

Revisa el proceso y saca conclusiones de él: en un espacio del aula cada equipo ubicó la solución a la situación problema "bandera", luego se inició la "marcha silenciosa", donde los estudiantes observaron el trabajo realizado por sus compañeros e identificando si los otros cumplieron las instrucciones planteadas, igualmente los aspectos comunes y no comunes que pudieron enriquecer sus propias propuestas de solución.

Foto 12. Algunas soluciones presentadas por los equipos de estudiantes a la situación problema

Para la validación de la solución, el vocero de cada equipo presentó su solución, leyendo el registro escrito de esta, contestando las preguntas:

¿Qué elementos encontraron en común en las banderas? Respondieron:

"las instrucciones de la situación problema, los materiales y herramientas fueron las mismas para todos", "todas las banderas tuvieron cuatro colores" y,

¿Qué diferencias encontraron? "forma de división de las partes de la bandera", "los escudos", "distribución de los colores".

Al finalizar, los integrantes de cada equipo agradecieron a sus compañeros por los aportes compartidos y se verificó el cumplimiento de los objetivos propuestos y las habilidades sociales: estimular a que otros participen, respetar el turno, permanecer en el equipo tenidas en cuenta en el desarrollo del taller.

Respecto a las actividades desarrolladas los estudiantes manifestaron: "Nos gustó el trabajo cooperativo, porque compartimos ideas con los demás compañeros para llegar a la solución", "Fue muy divertido, agradable y trabajamos muy bien en equipo", "Nos pareció interesante y divertido, trabajamos en equipo, todos cooperamos y aprendimos de los demás", "Me pareció muy chévere porque aprendimos a socializar y compartir en equipo", "Nunca había trabajado cooperativamente y nos sirve para la vida", "aprendimos a trabajar en equipo sin conflicto"

Cuadro 4. *Taller Sintético de los Estudiantes*

Nombre del Taller	Resolución de problemas, aprendizaje cooperativo y teoría de juegos.
Objetivos	• Sensibilizar a los estudiantes en la importancia de la cooperación y el desarrollo de habilidades académicas y sociales. • Buscar un aprendizaje significativo en los estudiantes a través de la resolución de problemas.
Características	**Participantes:** 61 estudiantes del grado sexto (601) de las dos instituciones.
	Área: matemática y tecnología e informática

	Duración del taller: 240 minutos
	Logística: el taller se desarrolló en la sala de informática D1-302 de la I.E INEM "Julián Motta Salas" y en la sala de informática de la I.E Gabriel García Márquez; el trabajo se realizó en grupos de 4 estudiantes, se contó con un espacio amplio y cómodo, suficiente para conformar varios grupos.
	Recursos utilizados: • Presentación en PowerPoint, video-beam y PC • Hojas blancas (2 por estudiante) • Lápices (1 por estudiante) • Escuadra (1 por grupo) • Cartulina (1/16 por grupo) • Papel silueta (4 colores diferentes por grupo) • Pegante • Tijeras • Cinta de enmascarar (1 rollo) • Palos de pincho largos (30 cm) • Rompecabezas para organización de equipos cooperativos • Tarjeta plastificada con la situación problema (1 por grupo)
Desarrollo	1. Saludo de bienvenida 2. Dinámica de grupo: "*La baldosa*" 3. Objetivos 4. Acuerdos para trabajar mejor 5. Reto 1. "Cuadros". ¿Cuántos cuadros hay? 6. Figura "Las hormigas". Lectura de imagen 7. ¿Qué es cooperación? Figura "Burros". Lectura de imagen 8. ¿Aprendizaje cooperativo? Ejemplo "partido de fútbol" 9. Reto 2. La clase 9.1 Objetivos 9.2 ¿Cómo trabajamos mejor? 9.3 ¿Cómo queremos cooperar hoy? Habilidades sociales 9.4 Distribución de equipos 9.5 Asignación de roles 9.6 Entrega de materiales 9.7 Actividad previa "división de un cuadrado en partes iguales" 9.8 Proponer una estrategia para solucionar la situación problema de manera individual. 9.9 Resolución grupal aplicando los pasos sugeridos por Miguel de Guzmán para la resolución de problemas: familiarizarse con el problema, buscar estrategias, llevar adelante la estrategia y revisar el proceso y sus consecuencias. 9.10 Preguntas a los equipos sobre la solución elegida: ¿Cuál fue la solución que eligieron?, ¿Por qué eligieron esta y no otra?, ¿La solución elegida satisface lo establecido en la situación?, ¿Existe una solución más sencilla? 9.11 Marcha silenciosa 9.12 Validación de la solución
Resultados e impacto	Los estudiantes estuvieron interesados en los temas del taller y en las orientaciones dadas por los investigadores, reflejado en una participación activa y escucha atenta. Cumplieron de manera satisfactoria los acuerdos pactados al inicio, se mostraron alegres y seguros, vieron los problemas de forma positiva, evidenciando mejores resultados en el momento del trabajo cooperativo. Manifestaron una actitud responsable y positiva dentro del equipo de trabajo, apoyándose mutuamente en los momentos de dificultad.

	Los roles del aprendizaje cooperativo quedaron bien definidos, evidenciado en una interacción entre los integrantes, al compartir sus conocimientos, creando discusión y llegando a acuerdos. Finalizada la actividad, los participantes escribieron: "Nos gustó el trabajo cooperativo, porque compartimos ideas con los demás compañeros para llegar a la solución", "Fue muy divertido, agradable y trabajamos muy bien en equipo", "Nos pareció interesante y divertido, trabajamos en equipo, todos cooperamos y aprendimos de los demás", "Me pareció muy chévere porque aprendimos a socializar y compartir en equipo", "Nunca había trabajado cooperativamente y nos sirve para la vida", "aprendimos a trabajar en equipo sin conflicto".

Conclusiones

Los profesores creen estar trabajando la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo, pero no identifican claramente un método que conlleva a un aprendizaje significativo ni tienen en cuenta elementos esenciales para tal fin.

Al trabajar la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo y la metáfora de teoría de juegos, los estudiantes manifiestan gusto por el trabajo en equipo y se evidencia un mejor aprendizaje, ya que todos alcanzan los objetivos propuestos.

Esta investigación ha permitido evidenciar que para que los estudiantes fortalezcan la capacidad resolución de problemas y todos sean ganadores, es importante que trabajen de forma cooperativa y así logren un aprendizaje significativo.

Los autores George Pólya, Allan Schoenfeld y Miguel de Guzmán, relevantes en esta investigación, concuerdan en que es importante identificar y describir diferentes etapas o fases en el proceso de resolución de problemas, que facilitan el trabajo de los profesores y el aprendizaje de los estudiantes.

Se evidencia el fortalecimiento de la capacidad resolución de problemas en los estudiantes del grado sexto cuando se enfrentan a una situación problema en contexto, le dan solución trabajando cooperativamente y potencian sus habilidades sociales.

Los investigadores Robert Slavin (2000) y Johnson & Johnson y Holubec (1999a, b) concuerdan en que el aprendizaje cooperativo, además de facilitar el trabajo de los profesores y el aprendizaje de los estudiantes potencia el desarrollo de las habilidades sociales aumentando la motivación conllevando a un aprendizaje significativo.

En los resultados de esta investigación se pudo evidenciar que el 100% de los estudiantes y profesores concuerdan en que para mejorar la capacidad resolución de problemas, es necesario hacer uso de una metodología como el aprendizaje cooperativo que permite la inclusión y el desarrollo de sus potencialidades como ser humano.

Referencias

Aguilar, B. (2014). *Resolución de problemas matemáticos con el Método de Pólya mediante el uso de Geogebra en primer grado de secundaria* (Tesis de maestría). Tecnológico de Monterrey. Ibagué, Tolima.

Álvarez P. S. (2017). El aprendizaje cooperativo como estrategia para fortalecer las habilidades en la resolución de problemas con estructuras multiplicativas (Tesis de maestría). Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.

Ausubel, D. (1985). Posicologia educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Méixco. Trillas.

Ballesteros, M. M. C. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación*, *32*(1), 123–138.

Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *1*(1).

Bravo, J. (2011). *Historia de las matemáticas teoría de Juegos*. Recuperado de https://issuu.com/rodolfocarpio/docs/name7f8de4

Barrientos, A. H. (2012). L*a teoría de juegos en la modelación de sistemas adaptativos complejos*, 1–35.

Callaú S. M.A., Grisi A. M., & Miralles O.C. (2016). *Si cooperamos, todos ganamos* (Tesis de pregrado). Universidad Privada de Santa Cruz, Santa Cruz de la Sierra, Bolivia

Cárdenas, D. C. C. & González G. D. H. (2016). *Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Pólya mediada por las tic, en estudiantes del grado octavo del instituto francisco José De Caldas* (Tesis de maestría). Universidad Libre de Colombia, Bogotá, Colombia.

Conde, R. (s.f.). La resolucion de problemas matematicos: Herramientas suficientes para desarrolar un buen trbajo y presentar una propuesta que es nacida de un gran proceso científico por medio de la disucusión. Recuperado de http://www.compartirpalabramaestra.org/articulos-informativos/la-resolucion de problemas-en-las.matematicas.

De Guzmán, M. (1995). Para pensar mejor: Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos. Salamanca, España: Varona

De Jesús, M. I., Andrade, R., Martínez, D. R., & Méndez, R. (2007). Re-pensando la educación desde la complejidad. *Polis. Revista Latinoamericana*, *16*, 1–13. Recuperado de https://doi.org/10.4000/polis.4581.

Djamane, N. (2015). *El aprendizaje cooperativo y las teorías* (Tesis de maestría) , Belkaid-tlemcen, U. A. B., Argelia, África del Norte.

Espíritu, V. (2018). *Aprendizaje Cooperativo y resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del CEBA Alexander Graham Bell, Comas-Lima 2017(Tesis de maestría).* Universidad César Vallejo, Perú.

Galeano, D. C., & Hoyos, Ma. C. (2018). *Acciones de enseñanza asociadas a la resolución de problemas como estrategia didáctica para promover la comprensión de las matemáticas en educación infantil* (Tesis de maestría). Universidad de la Sabana, Chía, Colombia. Recuperado de https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004

Holland, J. (2005). E*l orden oculto: De como la adaptación crea la complejidad.* United States: Fondo de Cultura Económica.

Jansana, R. (2002). *Introducción a la lógica no clásica*. Madrid: Tecnos.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999a). *El aprendizaje cooperativo en el aula.*

Barcelona: Paidos.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999b). Los nuevos círculos del aprendizaje: *La Cooperación en el Aula y en la Escuela*. *1*, 34. Recpuerado de. https://doi.org/10.1111/ejed.12270.

Maldonado, C. E., & Gómez, N. A. (2010). El mundo de las ciencias de la complejidad: Un estado del arte. *Documentos de Administración*, *76*(76), 95. Recuperado de https://doi.org/000172965 [pii];10.1159/000172965 [doi]

Maldonado, C. (2005). Ciencias de la complejidad: Ciencias de los cambios súbitos. *Odeón, 2,* 1-47.

Monsalve, S. (2003). John Nash y la teoría de juegos. *Lecturas Matemáticas*, *24*, 137–149. Retrieved from http://www.ecpunr.com.ar/Docs/lecturas matematicas.pdf

Montealegre, M. (2015). *Matemáticas para la creatividad*. Neiva.

Nieto, J. (2005). Resolución de problemas, matemática y computación. *Revista Venezolana de Información*, *2*(2), 37–45. Retrieved from http://mipagina.cantv.net/.

Pacheco, F., & Narváez, M. (2015). *El aprendizaje cooperativo como estrategia didáctica y su incidencia en el rendimiento académico de la asignatura de matemática en los estudiantes del colegio Fiscal Cantón Archidona* (Tesis). Universidad Técnica de Ambato, Ecuador.

Pérez, J., Jiménez, J., & Cerda, E. (2013). *Teoría de juegos*. (2a Ed.). Garceta.

Redondo, L. M. (2014). *La creatividad y La resolución de problemas aritméticos* (Tesis de pregrado). Universidad de Valladolid, España.

Riascos, R. S. Ma. (2018). *Dificultades y Obstáculos en la Resolución de Problemas en la Enseñanza de la Aritmética en el Grado Sexto de la Institución Educativa Técnico*

Comercial Simón Bolívar del Municipio de Villa Rica – Cauca (Tesis de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Santiago de Cali, Colombia.

Shannon, R. E. (1975). Systems simulation: The art and science. *Ieee Transactions On Systems Man And Cybernetics*, *6*(10), 723–724. Recuperado de https://doi.org/10.1109/TSMC.1976.4309432

Slavin, R. (2000). Aprendizaje cooperativo: Teoría, investigación y práctica, 127. Recuperado de https://doi.org/10.1142/S0218810413500172.

Unasur. (2013) Documento de trabajo Investigacion-Accion : Departamento de Educación. 1–134.

Anexos

Anexo A. Encuesta de Likert a Profesores sobre la Percepción Frente a la Resolución de Problemas y Aprendizaje Cooperativo

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE EL APRENDIZAJE COOPERATIVO Y LA TEORÍA DE JUEGOS

Estimado docente, el presente instrumento tiene el propósito de identificar la percepción de la gestión que hace en el aula con sus estudiantes frente al Aprendizaje Cooperativo y la resolución de problemas en el grado 601 de las instituciones educativas INEM "Julián Motta salas" y Gabriel García Márquez, jornada mañana de la ciudad de Neiva.

¡De antemano agradecemos su atención y participación!

Complete los siguientes datos:

Nombre del IE:					
Área que orienta:	**MATEMÁTICAS**	**LENGUAJE**	**C. NATURALES**	**C. SOCIALES**	**T & I**
Fecha:	Día	Mes	Año		

Lea con atención los indicadores y marque con una X los ítems, teniendo en cuenta la siguiente escala de valoración:

ESCALA	PUNTAJE
SIEMPRE	5
CASI SIEMPRE	4
A VECES	3
CASI NUNCA	2
NUNCA	1

INDICADORES	ÍTEMS	1	2	3	4	5
1. Considero que durante la mayor parte del tiempo de mi clase los estudiantes:	Trabajan individualmente desarrollando las actividades del libro de texto.					
	Argumentan, justifican, negocian con sus pares para dar solución a la tarea.					
	Piden ayuda a otros compañeros para solucionar la tarea.					

2. Cuando propongo un Trabajo Cooperativo:	Oriento el trabajo de los estudiantes para que construyan el saber.					
	Los estudiantes trabajan apoyándose mutuamente para hallar la solución a la tarea.					
	Los estudiantes reparten la tarea y cada uno se hace responsable de una parte.					
3. Al planear las actividades de un curso, pienso en:	Permitir que los estudiantes se agrupen libremente.					
	Organizar grupos atendiendo a una finalidad y a un tiempo.					
	Organizar grupos asignando roles a los estudiantes que lo conforman.					
4. Cuando organizo grupos de Trabajo Cooperativo:	No considero importante tener roles dentro del grupo.					
	Dejo que ellos definan los roles.					
	Presento el rol que tendrá cada integrante del grupo.					
5. La tarea de aprendizaje que propongo para que mis estudiantes trabajen en grupo:	Está estructurada para que el grupo llegue a la respuesta o solución correcta.					
	Está estructurada para que pueda supervisar el trabajo de los estudiantes y el funcionamiento del grupo.					
	Está estructurada para que cada estudiante asuma un rol y desde allí aporte a la solución de la tarea.					
6. De las siguientes actividades, con la que me siento más cómodo es:	Explicando expositivamente el tema de la clase.					
	Permitiendo que los estudiantes interactúen entre ellos y conmigo.					
	Combinando (A) y (B).					
7. Para que los estudiantes aprendan significativamente planeo actividades teniendo en cuenta:	Que el material que se va a trabajar sea de interés para todos.					
	La posibilidad que tienen para indagar más sobre el material propuesto.					
	La utilización de organizadores previos para que los estudiantes puedan relacionar el contenido ya aprendido con el nuevo.					
8. Cuando pido a mis estudiantes que trabajen en grupo:	Los dejo solos para que puedan trabajar con más libertad.					
	Me quedo en el salón adelantando trabajo y de vez en cuando me levanto para observar cómo van.					

	Me quedo en el salón observando con atención el desempeño de cada grupo e intervengo cuando me doy cuenta que tienen una dificultad.					
9.Evalúo a mis estudiantes durante el Trabajo Cooperativo atendiendo al siguiente criterio:	Escojo a un estudiante para que realice la prueba y la nota que él obtenga será la nota de los demás integrantes.					
	Realizo una prueba escrita de forma individual.					
	La nota de cada estudiante depende de la nota que saque el grupo.					
10. Considero importante el Trabajo Cooperativo porque:	Permito a los estudiantes implicarse activamente en el trabajo para alcanzar objetivos propuestos.					
	Los estudiantes tienen claro que cada uno debe realizar su tarea para que al grupo le vaya bien.					
	Me permite trabajar con los estudiantes que presentan dificultades.					
11. Mi percepción sobre la resolución de problemas en la formación de los estudiantes es:	Un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática.					
	Da a los estudiantes herramientas para enfrentarse a diferentes situaciones					
	Permite a los estudiantes mostrar su comprensión de los conceptos en contextos significativos					
12. Para enseñar con base en la resolución de problemas se debe tener en cuenta:	La diferencia entre resolución y solución de un problema.					
	La formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.					
	El desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.					
13. El trabajo cooperativo me ayuda en la resolución de problemas porque:	Incide en el rendimiento del aprendizaje propiciando la iniciativa de los estudiantes en la consecución de sus objetivos.					
	Los estudiantes procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo.					
	Desarrolla habilidades sociales					
¿Estaría dispuesto(a) a recibir información sobre el aprendizaje cooperativo y resolución de problemas?						

Adaptado de serie guías #44 del MEN 2013

Anexo B. Consentimiento Informado

Yo ____, identificado(a) con Cédula de Ciudadanía N°__________________________ de __________________________; declaro que tengo total y claro conocimiento del estudio de investigación que se está realizando en la Universidad Surcolombiana, a través de los investigadores Miryam Herrera Varela y Jorge Plaza Hermida del programa Maestría en Estudios interdisciplinarios de la Complejidad Cohorte III (Convenio SEM Neiva), sobre Contribución del aprendizaje Cooperativo en el Desarrollo de la Competencia Resolución de Problemas (RdP) a través de la Teoría de Juegos, en los estudiantes del grado 601 de las Instituciones Educativas INEM "Julián Motta salas" y Gabriel García Márquez, jornada mañana de la ciudad de Neiva.

Que he sido notificado(a) con claridad y comprendo que los resultados que se deriven de esta investigación **NO** tienen valor legal ni recibiré algún beneficio de tipo económico por mi participación, que los mismos sólo contribuirán a enriquecer el conocimiento que tienen los docentes que orientan las áreas de matemáticas, lengua castellana, ciencias naturales, ciencias sociales y tecnología e informática en el grado sexto de las instituciones educativas mencionadas en el primer párrafo, sobre la utilización del aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas en el aula; además, la información entregada será **confidencial** y anónima. Dicha información será analizada por los investigadores en forma grupal y no se podrán identificar las respuestas y opiniones de cada participante.

Que soy consciente de mi derecho a realizar cualquier pregunta relacionada con los procedimientos que se llevarán a cabo, de retirar mi participación y colaboración en cualquier momento que lo estime conveniente sin ninguna repercusión personal.

Po lo tanto, acepto voluntariamente la participación en esta importante investigación.

Fecha: ______________________

____

Firma del docente

CC.______________

____

Firma investigador

CC. ____________

____

Firma investigador

CC. _____________

Anexo C. Carta para Iniciar la Investigación en las Instituciones Educativas INEM Julián Motta Salas y Gabriel García Márquez

Neiva, 9 de septiembre de 2019

Magister
Luis Alfredo Cerquera Ayala
Rector
Institución Educativa INEM Julián Motta Salas
Ciudad

Cordial saludo:

Me permito informarle que junto al investigador Jorge Plaza Hermida del programa Maestría en Estudios interdisciplinarios de la Complejidad Cohorte III (Convenio SEM Neiva - USCO), estoy adelantando un estudio de investigación sobre **La Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos** en los estudiantes del grado 601 de las Instituciones Educativas INEM "Julián Motta Salas" y Gabriel García Márquez, jornada mañana.

Comedidamente solicito su colaboración para disponer de dos horas de la jornada laboral con los profesores de: lengua castellana, ciencias sociales, ciencias naturales y matemáticas para orientar un taller en la semana del 16 al 24 de septiembre. Los objetivos son:

- Sensibilizar a los profesores en la importancia de la cooperación en el aula y el desarrollo de la capacidad para resolver problemas.
- Reconocer las dimensiones del Aprendizaje Cooperativo por medio de modelos de la teoría de juegos.

Agradezco su atención y prontitud a la presente.

MIRYAM HERRERA VARELA
Profesora de T&I

Observación: Estuve revisando los horarios y no coinciden horas libres.

Rdo sep 3 2019 11:15

Neiva, 10 de septiembre de 2019

Señor
ALAYAM AVIB VALDERRAMA RODRÍGUEZ
Rector Institución Educativa Gabriel García Márquez
Ciudad

Cordial saludo.

Me permito informarle que junto a la investigadora Miriam Herrera Varela del programa ***Maestría en Estudios Interdisciplinarios de la Complejidad*** Cohorte III (Convenio SEM Neiva - USCO), estoy adelantando un estudio de investigación sobre la **Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos** en los estudiantes del grado 601 de las Instituciones Educativas INEM "Julián Motta Salas" y Gabriel García Márquez, jornada mañana.

Comedidamente solicito su colaboración para disponer de dos horas de la jornada laboral con los profesores que orientan en el grado 601 JM las áreas de: lengua castellana, ciencias sociales, ciencias naturales y matemáticas para orientar un taller en la semana del 16 al 24 de septiembre. Los objetivos son:

- Sensibilizar a los profesores en la importancia de la cooperación en el aula y el desarrollo de la capacidad para resolver problemas.

- Reconocer las dimensiones del Aprendizaje Cooperativo por medio de modelos de la teoría de juegos.

Agradezco su atención y prontitud a la presente.

Jorge Plaza H.

JORGE PLAZA HERMIDA
Profesor

Anexo D. Manual Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos

JORGE PLAZA HERMIDA

MIRYAM HERRERA VARELA

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

MAESTRIA EN ESTUDIOS INTERDISCIPLINARIOS DE LA COMPLEJIDAD

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

NEIVA

2019

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas ha sido considerada una de las áreas de la matemática que mayor dificultad ha presentado para la población estudiantil. Los niños y las niñas son capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (suma, resta, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva, por ello es fundamental tomar conciencia acerca de la problemática vivida en torno a este tema, y a su vez tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas (Calvo Ballestero, 2008)

Inmersos en un mundo considerado cada vez más complejo, donde el ser humano se enfrenta a situaciones cada vez más complejas, y con la tecnología a su disposición, tendrá que resolver diversos problemas que se va a encontrar en el camino, tales como: sociales (delincuencia, corrupción, desempleo, pandillas, desintegración familiar…). Éticos (adicciones, abortos, intolerancia…), tecnológicos (contaminación, calentamiento global, obesidad mórbida…), económicos, de salud, educación, entre otros. La resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos, será un instrumento muy importante para darle oportunidades de desarrollar habilidades intelectuales, de autonomía, de pensamiento y para enfrentarse a situaciones nuevas, donde hay que pensar y hacer uso de diversas estrategias para resolverlos.

Existen estrategias que ayudan en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas, una de estas es el aprendizaje cooperativo (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999a), donde los estudiantes procuran obtener resultados colectivos, permitiendo acelerar sus aprendizajes y desarrollando en ellos las oportunidades de trabajo en equipo, en el que convergen pre-saberes y conocimientos nuevos.

El propósito de este manual es buscar un aprendizaje significativo en los estudiantes a través de la resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo y la teoría de juegos en los estudiantes de la educación Básica Secundaria, especialmente el grado sexto. El modelo que se presenta son indicaciones que se pueden realizar, adaptar y renovar en los diferentes contextos, situaciones problemas y la metáfora de la teoría de juegos (dilema del prisionero) que conlleven a mejorar los procesos educativos. El manual contiene los conceptos de ejercicio, solución, resolución de problemas y métodos de resolución de problemas; trabajo cooperativo, dimensiones del aprendizaje cooperativo, organización y evaluación del mismo.

1. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

Un problema es una situación que altera la normalidad y conlleva a la utilización de las competencias básicas, generales y específicas para solucionarlo. El ser humano vive resolviendo problemas desde la satisfacción de sus necesidades básicas hasta las más complicadas como las científicas y tecnológicas, que le permiten la supervivencia individual y grupal.

George Pólya Matemático húngaro que consideraba que para la enseñanza de las matemáticas es más importante el proceso de descubrimiento que resolver simples ejercicios. Decía que: "resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados".

2. ¿POR QUÉ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS?

La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. (MEN. Lineamientos curriculares en matemáticas)

La resolución de problemas lleva a la reflexión sobre la compresión del problema, formulación de preguntas, búsqueda de estrategias, realización de un plan, posibles respuestas y evaluación de la solución. Para enseñar la resolución de problemas se debe aplicar una metodología que ayude a los estudiantes a encontrar la solución correcta de una forma comprensiva y significativa; para conseguir lo anterior es fundamental reconocer la interacción y actitud docente-estudiante y estudiante-estudiante y, los procedimientos de enseñanza orientados a la organización de la clase.

3. ¿POR QUÉ LA ENSEÑANZA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMA?

Porque:

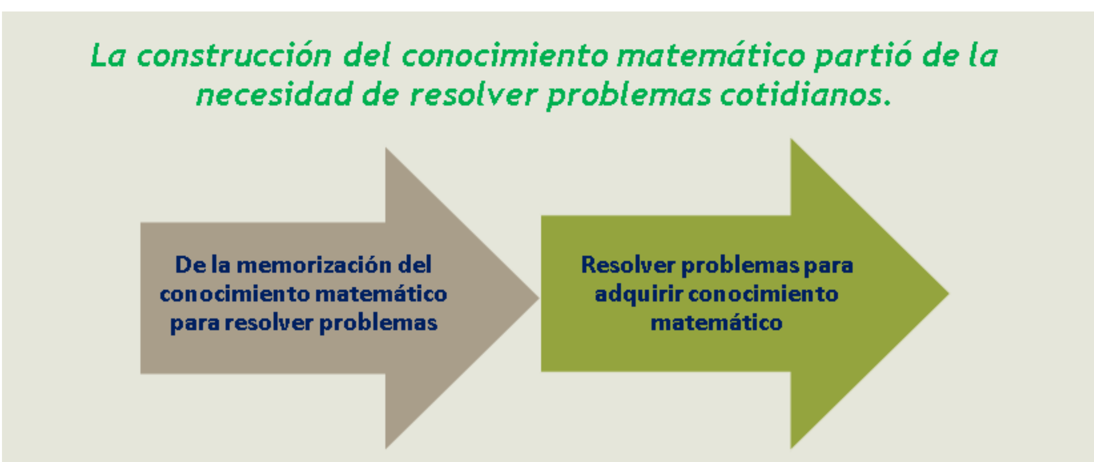
✓Sirve en la vida diaria conectando las matemáticas con el mundo real.
✓Da al estudiante herramientas para enfrentarse a diferentes situaciones.
✓Desarrolla habilidades de pensamiento.

✓Motiva a los estudiantes a ser curiosos generando retos intelectuales.
✓Permite al maestro verificar comprensión.
✓Ayuda a desarrollar competencias ciudadanas.
✓Permite a los estudiantes mostrar su comprensión de los conceptos en contextos significativos.

En la enseñanza por resolución de problemas se considera relevante que el estudiante:

✓manipule los objetos matemáticos.
✓active su propia capacidad mental.
✓ejercite su creatividad.
✓reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.
✓a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
✓adquiera confianza en sí mismo.
✓se divierta con su propia actividad mental.
✓se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
✓se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

El eje principal en todo el proceso ha de ser la propia actividad dirigida con el acierto del docente, colocando al estudiante en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo. Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran; la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático.



4. DIFERENCIAS ENTRE UN PROBLEMA Y UN EJERCICIO

Un problema exige mucho más que la aplicación rutinaria de algoritmos o fórmulas. Estas son las características que permiten distinguir un problema de un mero ejercicio de aplicación:

Problema	**Ejercicio de aplicación**
El individuo se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene un remedio inmediato.	Puede resolverse mediante la aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido.
El individuo se implica en su solución	La aplicación rutinaria del algoritmo no exige ningún interés especial en el individuo que resuelva la tarea.
Requiere utilizar de modo estratégico los procedimientos previamente conocidos.	Requiere la mera aplicación de técnicas automatizadas, ya que estas son necesarias y suficientes para llegar a la solución.
Las técnicas automatizadas pueden ser necesarias pero no suficientes para llegar a la solución.	Supone al individuo una demanda cognitiva de bajo nivel.
Supone al individuo una demanda cognitiva de alto nivel.	El individuo no precisa discernir la información relevante de la irrelevante, porque toda la información que aparece en el enunciado es necesaria para la solución.
La determinación de la información relevante es una pieza clave en la resolución del problema.	

La resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo.

5. ¿QUÉ ELEMENTOS ME PERMITEN SABER SI LA SITUACIÓN PROBLEMA LOGRA CUMPLIR CON EL ENFOQUE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS?

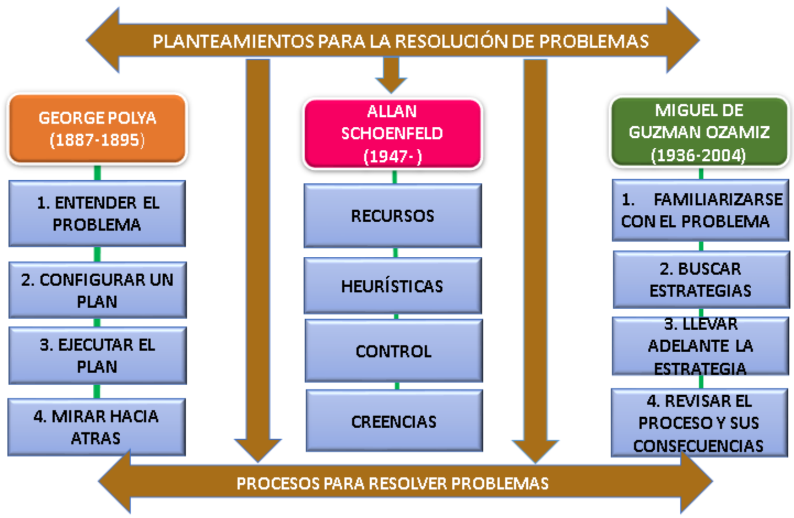
Estos son algunos elementos que le permitirá saber si la situación problema planteada logra cumplir con el enfoque resolución de problemas:

La situación problema tiene un contexto interesante al estudiante
Existe un agente (persona, comunidad) asociado a una necesidad para la solución de la situación problema.
Se debe determinar información relevante para la solución de la situación problema.
La solución requiere utilizar de modo estratégico procedimientos previamente .conocidos y que exigen ser transformados.
La situación problema permite direccionar nuevo conocimiento hacia el estudiante.
La situación problema admite varios caminos de solución.
La situación problema admite varios caminos de solución.
El estudiante se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene una solución inmediata.
El estudiante se expone a una demanda cognitiva de alto nivel y no, solamente, a una repetición.

Se pueden formular diversas implicaciones (decisiones) para y a partir de la solución de la situación problema.

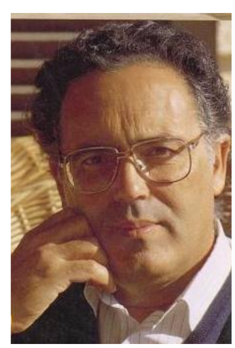
Son varias las propuestas que han tratado de identificar y describir diferentes etapas o fases en el proceso de resolución de problemas, siendo las más conocidas las de los investigadores George Pólya, Allan Schoenfeld y Miguel de Guzmán.

La siguiente gráfica muestra, a manera de resumen, los investigadores en resolución de problemas antes mencionados con sus respectivas propuestas.



6. PROPUESTA METODOLÓGICA

En este manual se propone el modelo de Miguel de Guzmán, ya que propone un método de enseñanza – aprendizaje para la resolución de problemas de la vida real, con el fin de mejorar los procesos de pensamiento, aplicable a todas las edades, favoreciendo entre otros aspectos, que el estudiante:



Miguel de Guzmán

•ejercite su creatividad
•active su capacidad mental
•reflexione sobre su propio proceso de pensamiento
•se divierta con su propia actividad mental
•adquiera confianza en sí mismo
•se prepare para resolver otros problemas de la ciencia y de la vida cotidiana
•se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia
•se integre en grupos de trabajo que favorezcan actividades de cooperación, solidaridad,

•confrontación de ideas, así como el saber escuchar y respetar los tiempos y opiniones de los demás

7. MODELO PROPUESTO POR MIGUEL GUZMÁN PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para el desarrollo de la capacidad de resolver problemas, Miguel de Guzmán en su libro "*Para pensar mejor*", retomando las ideas del matemático húngaro G. Polya y Allan Schoenfeld, propone un modelo para el manejo eficaz de los problemas basado en cuatro fases. Estas son:

Fase 1:	**Familiarízate con el problema**	•Trata de entender a fondo la situación. •Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo. •Juega con la situación, enmárcala, trata de determinar el aire del problema, piérdele el miedo.
Fase 2:	**Búsqueda de estrategias**	•Empieza por lo fácil. •Experimenta •Hazte un esquema, una figura, un diagrama. •Escoge un lenguaje adecuado, una notación apropiada. •Busca un problema semejante. •Inducción. •Supongamos el problema resuelto. •Supongamos que no.
Fase 3:	**Lleva adelante tu estrategia**	•Selecciona y lleva adelante las mejores ideas que se te hayan ocurrido en la fase anterior. •Actúa con flexibilidad. No te arrugues fácilmente. •No te emperres en una sola idea. Si las cosas se complican demasiado, probablemente hay otra vía. •¿Salió? ¿Seguro? Mira a fondo tu solución.
Fase 4:	**Revisa el proceso y sacar consecuencias de él**	•Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? O bien, ¿por qué no llegaste? •Trata de entender no sólo que la cosa funciona, sino por qué funciona. •Mira si encuentras un camino más simple. •Mira hasta dónde llega el método. •Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro.

8. COOPERACIÓN Y APRENDIZAJE COOPERATIVO

El aprendizaje es el proceso mediante el cual se adquiere y se desarrolla habilidades, destrezas, conocimientos, actitudes, información y valores interactuando con multiplicidad de elementos de los sistemas complejos adaptables. De ahí la importancia de incorporar estrategias de enseñanza-aprendizaje siendo una de ellas "el aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas".

La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del grupo.

El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. (…) el docente puede organizar cooperativamente cualquier tarea didáctica, de cualquier materia y dentro de cualquier programa de estudios.”

Para organizar las clases de modo de que los alumnos realmente trabajen en forma cooperativa, el docente debe saber cuáles son los elementos básicos que hacen posible la cooperación. El conocimiento de estos elementos le permitirá:

✓Tomar sus clases, programas y cursos actuales, y organizar los cooperativamente.
✓Diseñar clases cooperativas que se ajusten a sus propias necesidades y circunstancias pedagógicas, a sus propios programas de estudios, materias y alumnos.
✓Diagnosticar los problemas que puedan tener algunos alumnos para trabajar juntos, e intervenir para aumentar la eficacia de los grupos de aprendizaje.

Para que una actividad de clase llevada a cabo de forma cooperativa funcione bien, es importante que los equipos cuenten con la orientación del profesor, donde se garantice el cumplimiento de las cinco dimensiones esenciales descritas por los hermanos Johnson y Johnson:

8.1 INTERDEPENDENCIA POSITIVA

Ésta se estructura exitosamente cuando los integrantes del grupo sienten que están vinculados con los demás, de modo tal que uno solo no podrá alcanzar el éxito si todos los demás no lo alcanzan. Los estudiantes deben comprender que los esfuerzos de cada miembro del grupo no sólo benefician al individuo, sino también a todos los otros integrantes.

El interés creado en los estudiantes por el logro de los demás da como resultado el hecho de que compartan recursos, se ayuden entre sí para aprender, se proporcionen apoyo mutuo y celebren los éxitos conjuntos. La interdependencia positiva es el corazón del aprendizaje cooperativo.

8.2 INTERACCIÓN PROMOTORA CARA A CARA

Una vez que los estudiantes establecen la interdependencia positiva, necesitan aumentar las oportunidades para poder favorecer el éxito de los demás ayudándolos, apoyándolos, alentándolos y elogiándolos en sus esfuerzos de aprendizaje. Hay actividades cognitivas y dinámicas interpersonales que sólo se dan cuando los estudiantes se involucran en el estímulo del aprendizaje de los demás. La interacción promotora incluye la explicación oral de cómo resolver problemas, la discusión sobre la naturaleza de los conceptos que se están aprendiendo, la enseñanza de los propios conocimientos a los compañeros y la relación entre el aprendizaje presente y el pasado.

8.3 RESPONSABILIDAD INDIVIDUAL

El objetivo de los grupos de aprendizaje cooperativo es lograr que cada integrante sea un individuo más fuerte. Los estudiantes aprenden juntos para poder desempeñarse mejor, luego, como individuos. La responsabilidad individual existe cuando se evalúa el desempeño de cada alumno individual y los resultados se devuelven al grupo y al individuo. La responsabilidad individual asegura que los integrantes del grupo sepan quién necesita más ayuda, apoyo y estímulo para completar la tarea, y sea consciente de que no puede depender exclusivamente del trabajo de los otros.

8.4 DESPLIEGUE DE HABILIDADES SOCIALES

En los grupos de aprendizaje cooperativo, se exige a los estudiantes que aprendan temas académicos (contenidos curriculares) así como habilidades interpersonales y de pequeños grupos, necesarias para funcionar como parte de un equipo (trabajo en equipo). Esto hace que el trabajo cooperativo sea esencialmente más complejo que el aprendizaje competitivo o individualista. Poner a los individuos socialmente no preparados en un grupo y pedirles que cooperen no garantiza que puedan hacerlo bien. Habilidades tales como el liderazgo, la toma de decisiones, la construcción de confianza, la comunicación y el manejo de conflictos deben enseñarse con tanta atención y cuidado como las habilidades académicas propiamente dichas. Hay muchos procedimientos y estrategias útiles para enseñar a los alumnos habilidades sociales (Johnson y Johnson, 1991, 1993; Johnson y Johnson, 1991).

8.5 PROCESAMIENTO GRUPAL

Éste se da cuando los integrantes del grupo discuten cómo están alcanzando sus objetivos y cuán eficaces son sus relaciones de trabajo. Los grupos necesitan analizar qué acciones de sus miembros son útiles y cuáles son inútiles y deben tomar decisiones sobre las conductas que conviene mantener y las que es preciso cambia (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999b).

El empleo del aprendizaje cooperativo requiere una acción disciplinada por parte del docente. Los cinco elementos básicos no sólo son características propias de los buenos grupos de aprendizaje, también representan una disciplina que debe aplicarse rigurosamente para producir las condiciones que conduzcan a una acción cooperativa eficaz (Johnson et al., 1999a).

Entre los beneficios del Aprendizaje cooperativo se encuentra que además de alcanzar metas de aprendizaje sobre contenidos específicos, los estudiantes desarrollan habilidades sociales que apoyan los procesos académicos, mejoran la convivencia y por lo tanto logran resultados más equitativos.

8.6 ¿CÓMO SE HACE EVIDENTE EL APRENDIZAJE COOPERATIVO?

Se evidencia el uso del aprendizaje cooperativo cuando se puede observar todos los elementos (considerados como mínimos) a continuación:

✓El docente establece y comunica las metas de la clase: De aprendizaje y habilidades sociales.
✓Las actividades propuestas para desarrollar en grupos cooperativos favorecen el desarrollo de aprendizajes de los estudiantes.
✓Los participantes de la sesión están sentados en grupos.
✓Hay roles para cada participante del grupo, que contribuyen al aprendizaje cooperativo.
✓Hay una actividad de procesamiento grupal al final de la sesión.

✓El docente da instrucciones, aclara, acompaña y monitorea los grupos. Se mueve por el salón.

8.7 BENEFICIOS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO

✓Potencia las habilidades de cognición y de pensamiento crítico.
✓Mejora la competencia socioemocional.
✓Adquisición de habilidades de interacción social (competencia social e inteligencia interpersonal).
✓Desarrollo de estrategias individuales y grupales para el trabajo en equipo.
✓Incremento de los niveles de responsabilidad (desarrollo moral).
✓Desarrollo de la autonomía personal y la autorregulación.
✓Estimulación hacia el aprendizaje escolar (incremento de la motivación académica).
✓Mejora del nivel de competencia curricular.
✓Creación de redes de apoyo para los estudiantes.
✓Desarrollo de habilidades intelectuales de aplicación.
✓Desarrollo de habilidades sociales.

8.8 EVALUACIÓN EN EL APRENDIZAJE COOPERATIVO

Los grupos de aprendizaje cooperativo brindan un diagnóstico inmediato del aprendizaje de los estudiantes, promueven la responsabilidad y convicción individual y colectiva para obtener retroalimentación inmediata de parte de los pares corrigiendo al instante los problemas de comprensión de los procesos y metas a alcanzar.

Para una adecuada aplicación de la evaluación en el aprendizaje cooperativo se recomienda:

✓Evaluar de manera globalizada y diversificada las tareas de aprendizaje.
✓Tener en cuenta tanto los procesos como los productos finales.
✓Considerar no solo las capacidades y competencias más académicas y cognitivas, sino también ponderar las de tipo actitudinal, social, personal, relacional, etc. Así como su esfuerzo, compromiso, interés y motivación.

8.9 ROL DEL PROFESOR EN EL APRENDIZAJE COOPERATIVO

Durante todas las actividades consiste en pasar de un equipo a otro para escuchar las explicaciones y responder las preguntas de los estudiantes.

Pedirá a algunos estudiantes, elegidos al azar, que expliquen cómo se realiza la tarea, para asegurarse de que haya un alto grado de responsabilidad individual.

El trabajo en los grupos debe ser monitoreado y aunque el mismo grupo se hace consciente de los avances del aprendizaje a nivel de cada uno de sus miembros, el profesor acompaña todos los procesos.

9. TEORÍA DE JUEGOS

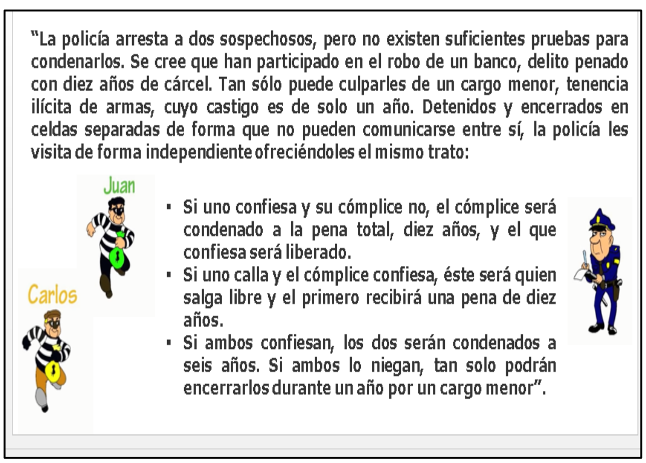
La teoría de juegos (o teoría de las decisiones interactivas) es el estudio del comportamiento estratégico cuando dos o más individuos interactúan y cada decisión individual resulta de lo que él (o ella) espera que los otros hagan. Es decir, que debemos esperar que suceda a partir de las interacciones entre individuos (Monsalve, 2003); por ejemplo, en un partido de fútbol si dos jugadores están frente al arco y uno de ellos tiene el balón, hay dos posibilidades: lanzarlo directamente al arco o dar el pase a su compañero(cooperar).

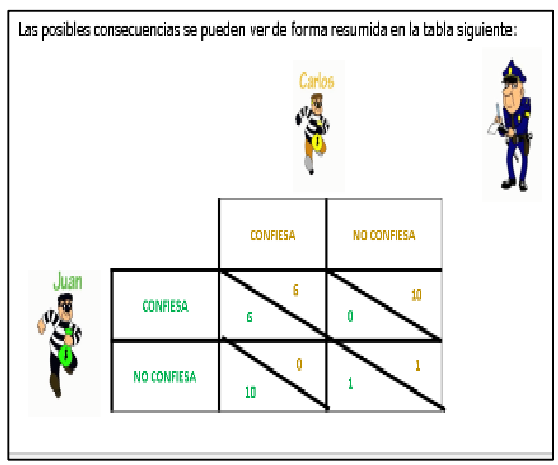
La teoría de juegos tiene aplicaciones en muchos ámbitos de la vida tanto a nivel académico, como laboral y personal. Podría definirse como una teoría derivada de la matemática que analiza la economía, la biología, la psicología y la sociología, entre otras. Es además una herramienta utilizada para explicar conflictos de intereses que se dan como consecuencia de la interacción de sujetos racionales. No es utilizada para dar explicación a los juegos corrientes, aunque éstos servirán de ayuda explicativa utilizando gran parte de su terminología (Econlink, 2005).

Generalmente en todo juego hay cuatro elementos y para nuestra investigación son: jugadores: estudiantes; estrategias: cooperación; pagos: cooperar o no cooperar; reglas: condiciones en que van a trabajar en equipo simultáneamente.

El dilema del prisionero es un juego de enorme importancia. Proporciona una explicación para las dificultades para establecer la cooperación entre agentes económicos, estudiantes. Tiene aplicaciones en un salón de clase donde se da continuamente la competencia individual y algunos niños logran resolver sus problemas pero, otros quedan confusos y se vuelven apáticos a la clase porque no logran entender. Igualmente el dilema del prisionero muestra las dificultades para establecer la colaboración en cualquier situación en la que hacer trampa beneficia a las partes. (Bravo Raspeño, n.d.)

A continuación se muestra el enunciado clásico del dilema del prisionero con su respectiva matriz de pagos:





10. EJEMPLO DEL DESARROLLO DE UN TALLER RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ESTUDIANTES, HACIENDO USO DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO

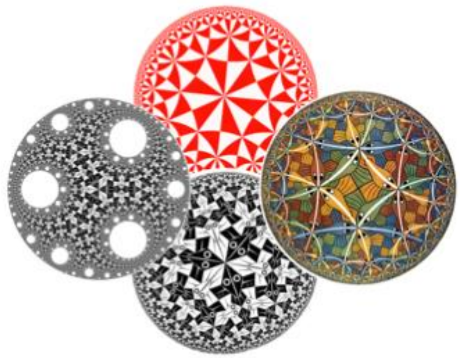
Objetivos	•Sensibilizar a los estudiantes en la importancia de la cooperación y el desarrollo de habilidades académicas y sociales. •Buscar un aprendizaje significativo en los estudiantes a través de la resolución de problemas.
Duración del taller	120 min
Organización del espacio	Al momento de iniciar la actividad, se formarán aleatoriamente equipos de 4 estudiantes, teniendo en cuenta que ninguno quede de espalda, sino de lado.
Materiales	•Hojas blancas •Escuadras •Pegante •Tijeras •Lápices •Cartulina blanca (1 octavo por grupo) •Papel silueta (4 colores diferentes por equipo) •Lámina con la situación problema (la misma para todos los equipos) •Palos de pincho largos (30cm) •Fotocopias por grupo

10.1 BIENVENIDA E INTRODUCCIÓN (5 MIN)

El profesor saluda a sus estudiantes, da a conocer los objetivos y explica la dinámica de la actividad. Menciona que el taller se va a iniciar y tendrá una duración de 120 minutos (2 horas de clase).

10.2 ORGANIZACIÓN DE EQUIPOS COOPERATIVOS (5 MIN)

La distribución de equipos se hace al azar, haciendo uso de las obras de Maurits Cornelis Escher (1898-1972), conformado por cuatro partes previamente cortadas, donde cada participante recibe una parte de una figura determinada; los estudiantes arman cada una de las obras uniendo las cuatro partes correspondientes para organizar el equipo **(**Ver Figura).



Fuente: https://www.wikiart.org/es/m-c-escher

Esta estrategia permite conformar equipos heterogéneos y que trabajen con diferentes compañeros a los ya acostumbrados.

10.3 ACUERDOS PARA EL BUEN DESARROLLO DEL TALLER (5 MIN)

Pide a los participantes que propongan acuerdos para el buen funcionamiento del espacio de trabajo.
A manera de ejemplo se proponen los siguientes: cero distractores (celulares, libros, etc), disposición para escuchar, se impecable con la palabra, participación activa y ordenada, no tomes nada en forma personal, respeto, haz siempre lo máximo, lo mejor que puedas.

10.4 ¿CÓMO QUEREMOS COOPERAR HOY? (5 MIN)

Habilidades sociales a tener en cuenta en el desarrollo del taller:
•Estimular a que otros participen
•Respetando el turno
•Expresando y dando apoyo
•Permaneciendo en nuestro grupo
•Mostrando interés por las ideas y conclusiones de todos

10.5 ASIGNACIÓN DE ROLES (5 MIN)

Pedir a los estudiantes que observen la letra escrita por el envés en cada una de las partes de la obra que le correspondió (D, V, R, S), siendo ésta la inicial de cada rol. Las tareas asignadas a cada integrante del equipo se muestran en la siguiente tabla:

DINAMIZADOR	• Está pendiente de que todos participen. • Garantiza que todos realicen las tareas asignadas
VOCERO	• Comunica los resultados del equipo
RELOJERO	• Garantiza que las tareas se terminen en el tiempo asignado. • Recoge el material necesario para realizar las tareas.
SECRETARIO	• Si en el grupo hay alguna duda, es el encargado de solicitar la ayuda del profesor.

	• Garantiza que todos hagan las acciones de manera individual y que hagan las correcciones pertinentes a partir del consenso del grupo.

Se sugiere dar un nombre a cada uno de los equipos.

Una vez establecidos los equipos, los voceros reciben una bolsa que contiene los materiales a utilizar.

A continuación se retoman las cuatro fases sugeridas por Miguel de Guzmán para la resolución de problemas:

A.Familiarizarse con el problema: El profesor entrega a cada uno de los equipos la situación propuesta y pide que uno de los integrantes la lea a su equipo.

Los estudiantes leen varias veces la situación para comprender las instrucciones; se les indica que se tomen su tiempo, sin apresurarse y que trabajen con tranquilidad e interés.

CONTEXTO:
Olimpiadas deportivas

Este año se llevarán a cabo las tradicionales olimpiadas deportivas y cada salón debe tener un nombre y una bandera que lo represente. Desde el área de matemáticas nos han pedido hacer las banderas teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

a) La bandera debe contener 4 colores distribuidos de la siguiente manera:
- Dos de los colores deben ocupar la cuarta parte de la bandera
- Otro color la mitad de la bandera
- Y el cuarto color el espacio restante.

b) Divida la zona del color que ocupa más espacio en tres partes y en una de ellas dibuje puntos de colores.

c) La bandera debe contener un escudo en la parte superior derecha, no mayor a la octava parte de la misma.

d) El asta debe estar ubicada en la parte inferior izquierda de la bandera y sólo debe sobresalir las dos terceras partes.

Posteriormente, el profesor solicita a los estudiantes que verifiquen que todos sus compañeros de grupo hayan comprendido la situación problema.

El profesor solicita a los estudiantes que propongan una estrategia o una forma para solucionar la situación de manera individual y cada estudiante, de manera individual, diseña una estrategia para resolver la situación planteada.

B.Búsqueda de estrategias: Los integrantes de cada equipo discuten de forma cooperativa con el fin de elegir una solución a la situación propuesta. Se pregunta a los equipos sobre la solución elegida: ¿Cuál fue la solución que eligieron?, ¿Por qué eligieron esta y no otra?, ¿La solución elegida satisface lo establecido en la situación?, ¿Existe una solución más sencilla?

C.Llevar adelante la estrategia: Ya seleccionada la estrategia, los equipos inician la elaboración de la bandera utilizando la acordada y el profesor solicita a los estudiantes que realicen un registro escrito de la solución y pasa por los grupos observando su trabajo.

D.Revisa el proceso y sacar conclusiones de él: En un espacio del aula cada equipo ubica la solución a la situación problema (La bandera), luego se inicia la "marcha silenciosa", donde los estudiantes por grupos y en silencio, observan el trabajo realizado por sus compañeros e identifican si los otros cumplieron las instrucciones planteadas, como también los aspectos en común y diferencias entre cada una de las soluciones, ayudándose de preguntas como: ¿Qué elementos encontraron en común en las banderas? ¿Qué diferencias encontraron?
Fin del taller.

11. PARA PRACTICAR LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se proponen los siguientes retos para que sean abordados por los estudiantes como aplicación a la resolución de problemas.

<u>Reto 1.</u> La herencia de los tres hermanos

Cuenta la historia, narrada por el bagdalí compañero de viaje de Beremiz Samir, de la siguiente manera:

«Cerca de un viejo albergue de caravanas medio abandonado, vimos tres hombres que discutían acaloradamente junto a un hato de camellos.

Entre gritos e improperios, en plena discusión, braceando como posesos, se oían exclamaciones:

– ¡Qué no puede ser!
– ¡Es un robo!
– ¡Pues yo no estoy de acuerdo!

– Somos hermanos, explicó el más viejo, y recibimos como herencia esos 35 camellos. Según la voluntad expresa de mi padre, me corresponde la mitad, a mi hermano Hamed Namir una tercera parte y a Harim, el más jóven, sólo una novena parte. No sabemos, sin embargo, cómo efectuar la partición y a cada reparto propuesto por uno de nosotros sigue la negativa de los otros dos. Ninguna de las particiones ensayadas hasta el momento nos ha ofrecido un resultado aceptable. Si la mitad de 35 es 17 y medio, si la tercera parte y también la novena de dicha cantidad tampoco son exactas ¿cómo proceder a tal partición?

– Muy sencillo, dijo Beremiz. Yo me comprometo a hacer con justicia ese reparto, mas antes permítanme que una a esos 35 camellos de la herencia este expléndido animal que nos trajo aquí en buena hora.

En este punto intervine en la cuestión:

– ¿Cómo voy a permitir semejante locura? ¿Cómo vamos a seguir el viaje si nos quedamos sin el camello?

– No te preocupes, bagdalí, me dijo en voz baja Beremiz. Sé muy bien lo que estoy haciendo. Cédeme tu camello y verás a que conclusión llegamos.

Y tal fue el tono de seguridad con que lo dijo que le entregué sin el menor titubeo mi bello jamal, que, inmediatamente, pasó a incrementar la cáfila que debía ser repartida entre los tres herederos.

– Amigos míos, dijo, voy a hacer la división justa y exacta de los camellos, que como ahora ven son 36.

Y volviéndose hacia el más viejo de los hermanos, habló así:

– Tendrías que recibir, amigo mío, la mitad de 35, esto es: 17 y medio. Pues bien, recibirás la mitad de 36 y, por tanto, 18. Nada tienes que reclamar puesto que sales ganando con esta división.

Y dirigiéndose al segundo heredero, continuó:

– Y tú, Hamed, tendrías que recibir un tercio de 35, es decir 11 y poco más. Recibirás un tercio de 36, esto es, 12. No podrás protestar, pues también tú sales ganando en la división.

Y, por fin, dijo al más joven:

– Y tú, joven Harim Namir, según la última voluntad de tu padre, tendrías que recibir una novena parte de 35, o sea 3 camellos y parte del otro. Sin embargo, te daré la novena parte de 36, o sea, 4. Tu ganancia será también notable y bien podrás agradecerme el resultado.

Y concluyó con la mayor seguridad:

– Por esta ventajosa división que a todos ha favorecido, corresponden 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado – 18+12+4 – de 34 camellos. De los 36 camellos sobran por tanto dos. Uno, como saben, pertenece al bagdalí, mi amigo y compañero; otro es justo que me corresponda, por haber resuelto a satisfacción de todos el complicado problema de la herencia.

– Eres inteligente, extranjero, exclamó el más viejo de los tres hermanos, y aceptamos tu división con la seguridad de que fue hecha con justicia y equidad.»

Sin duda el relato es interesante, o al menos así me lo parece a mí, y el desenlace como poco sorprendente a primera vista. Ahora bien, está claro que Beremiz era un hombre inteligente y conocedor de las matemáticas y de los números, porque…

¿Sabrías decir dónde está la clave de esta historia?

Es sencillo.

Lo lógico es comprobar que las tres partes en que ha de dividirse la herencia se corresponden con el total. Vamos a sumarlas:

1/2 + 1/3 + 1/9 = 9/18 + 6/18 + 2/18 = 17/18

Como observamos, con esas tres fracciones no se está repartiendo la totalidad de la herencia. Concretamente, de los 35 camellos se estarían repartiendo…

35 · 17/18 = 33,055…

Es decir 33 camellos y «poco más» (utilizando la misma expresión de Beremiz)

¡Lógico que en las cuentas de los tres hermanos no saliera un número de camellos «exacto»!

Beremiz esto lo advirtió rápidamente, y dado que…

17/18 = 34/36

Se dio cuenta de que si añadía un camello más a los 35 que formaban la herencia, en realidad con esas particiones estaría repartiendo 34 camellos y no 36. Con lo que no solamente podría recuperar tranquilamente el camello que había añadido, sino que también podría reclamar en compensación por resolver la situación el otro camello que quedaba sin repartir.

Con su habilidad con las matemáticas y su poder de convicción, Beremiz se había convertido en el heredero inesperado de 1/35 del califa.

Fuente: «El hombre que calculaba» de Tahan Malba

***Reto 2*. Una mosca antojadiza**

Sobre la mesa se han colocado 25 monedas de $1000 en esta forma:

Viene una mosca volando y se posa sobre una de las monedas. Se le ocurre de repente que le gustaría patear todas las monedas andando, pasando de una moneda a otra que la toque y sin repetir monedas. ¿Podría hacerlo? ¿Podrías hacerle el itinerario?

Trata de jugar a mosca un rato y observarás muchas cosas sobre el problema. Reflexiona sobre tu modo de proceder, de pensar y también, sobre tus propios sentimientos frente a él, cómo te afectan las posibles frustraciones, los momentos de éxito, de ver claro...

Idea de solución

A veces encontramos problemas que resultan difíciles por presentar demasiados elementos. Se puede empezar resolviendo un problema semejante lo más sencillo posible; luego, proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente.

Al observar el problema de "La mosca antojadiza", su dificultad inicial parece grande. Hay muchas posibles monedas donde la mosca se puede posar. Hay muchos posibles caminos para ensayar. Si hubiera menos monedas, parece que sería más fácil. ¿Por qué no nos fabricamos un problema semejante con menos monedas, menos posibilidades, para empezar?

Si hay un cuadro de cuatro monedas, la cosa es más fácil. ¡Demasiado fácil!

Es obvio que se pose donde se pose, la mosca tiene el camino bien fácil.

Con un cuadro de nueve monedas la cosa empieza a complicarse.

Pero la mosca tiene tan solo tres opciones esencialmente distintas para posarse.

Para las opciones 1 y 3, encuentras fácilmente el camino. Para lo opción 2 no solo te resultará difícil, sino que pronto te convences de que es imposible.
Así te surge una idea importante de la que tal vez no habías pensado inicialmente: el camino pedido puede ser posible o imposible dependiendo del punto de partida de la mosca, es decir, de la moneda inicial.

Ahora puedes proceder a tratar de entender por qué en el caso de nueve monedas el camino en las opciones 1 y 3 es posible y en la 2 no. Seguro que si en este caso más simple das con tal razón podrás aplicar un razonamiento parecido para caracterizar los casos en que la mosca del problema más complicado puede hacer su paseo y en cuáles no. No es del todo sencillo, pero esta aproximación lo hace más cercano.
¿Qué provecho obtienes procediendo primero con un problema semejante más sencillo?

Reto 3. División de la superficie de una finca

Un tercio de la tierra de una finca se siembra café, en un cuarto arroz y el resto de la superficie del terreno de 140 m^2 se destina para pasto.
•¿Cuánto es la superficie de la finca?
•¿Cuánta superficie se sembrará de café? ¿Y de arroz?

Reto 4. Suma y productos iguales

Dados los números del 1 al 24, sepárelos en dos conjuntos, P y Q, de tal manera que la suma de los números pertenecientes a P sea igual al producto de los números que pertenecen a Q. Explique cómo resolvió el problema.

Reto 5. La cabra que pasta fuera del redil

Una cabra está atada por una cuerda de seis metros en una esquina exterior de un redil rectangular de cuatro por cinco metros, rodeado por un campo de hierba. ¿En qué área puede pastar la cabra?

Reto 6. ¿Cuál da más leche?

Cuatro vacas negras y tres vacas marrones dan tanta leche en cinco días como tres vacas negras y cinco marrones en cuatro días. ¿Qué clase de vaca es la mejor lechera, la negra o la marrón?

Reto 7. Igualdades

Una jarra pesa igual que una botella y un vaso. Una botella pesa lo mismo que un vaso y un plato. Dos jarras pesan lo mismo que tres platos. ¿Cuántos vasos pesarán lo mismo que una botella?

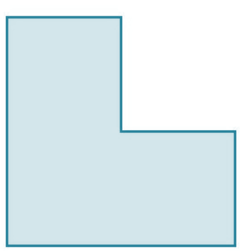
Reto 8. La moneda falsa

Se desea encontrar una moneda falsa, que pesa menos que las otras, entre un total de 8 utilizando una balanza de dos platos. ¿Es posible hacerlo con sólo dos pesadas? ¿Y si se tratará de encontrarla entre un total de 24, con sólo tres pesadas?

Reto 9. La barca

Un padre y sus dos hijos deben cruzar un río en una barca que sólo puede soportar 100 kg. El padre pesa 100 kg y los hijos 50 cada uno. ¿Cómo lo deben hacer?

Reto 10. La figura en forma de L

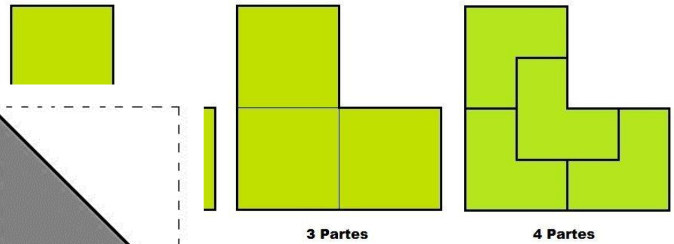


Tenemos la siguiente figura con forma de L.

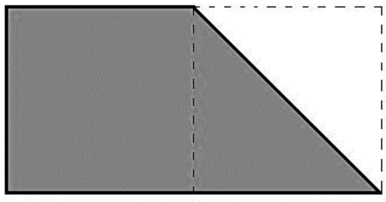
Se trata de dividirla en: 2 partes congruentes, 3 partes congruentes y 4 partes congruentes.

<u>Recuerda que:</u> *dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño, aunque su posición u orientación sean distintas.*

Solución:

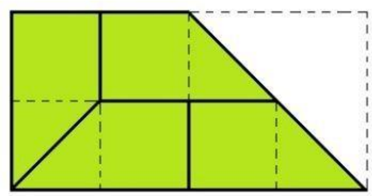


***Reto 11.* El trapecio**

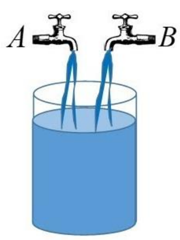


En este caso tenemos un trapecio. ¿Podrías dividirlo en 4 partes congruentes?

Solución:



***Reto 12.* El tanque y las dos llaves**



Un tanque se llena con dos llaves; puede llenarse con la llave A en 10 minutos si trabaja sola; la B trabajando también sola a toda su capacidad, puede llenarlo en 20 minutos.
Si ambas llaves trabajan simultáneamente con toda su capacidad, ¿Cuánto tiempo tardará en llenar dicho tanque?

Tres métodos de solución:

i. Tenemos que 5 es un divisor común de 10 y 20, en 5 minutos se llena $\frac{3}{4}$ del tanque, porque es $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$; el cuarto faltante se llenará en la tercera parte de 5 minutos, porque en 5 minutos se llenan $3\,\frac{1}{4}$ del tanque; de esta forma la solución es: $\frac{5}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{20}{3} = 6\,\frac{2}{3}$ (6 minutos y 40 segundos).

ii. También considerando los aportes de cada llave en un minuto $\frac{1}{10}+\frac{1}{20} = \frac{1}{t}$; donde t es el tiempo que tarda el tanque en llenarse $\frac{20+10}{200} = \frac{1}{t}$; luego,
$t = \frac{200}{30} = 6\,\frac{2}{3}$.

iii.Otra alternativa es llenar esta tabla:

	1’	2’	3’	3.5’	4’	4.3’	t’
Llave A	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3.5}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4.3}{10}$	$\frac{t}{10}$
Llave B	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3.5}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4.3}{20}$	$\frac{t}{20}$
Total	$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$	$\frac{2}{10}+\frac{2}{20}$	$\frac{3}{10}+\frac{3}{20}$	$\frac{3.5}{10}+\frac{3.5}{20}$	$\frac{41}{10}+\frac{4}{20}$	$\frac{4.3}{10}+\frac{4.3}{20}$	$\frac{t}{10}+\frac{t}{20}$

En el tiempo “t” se llenaría el tanque completo: $\frac{t}{10}+\frac{t}{20}$, lo cual nos da una ecuación que se puede resolver de la siguiente manera.

$\frac{t}{10}+\frac{t}{20} = 1,\quad \frac{2t+t}{20} = 1,\quad 3t = 20,\quad t = 6\frac{2}{3}.$

<u>Reto 13.</u> Lavadero carros

Si en un lavadero de carros, Carlos lava dos carros en una hora y Tomás lava un carro en una hora, la relación entre sus habilidades para lavar carros es 2:1.
Los dos deben lavar **simultáneamente** un carro, ¿cuánto tardarán en hacer este trabajo en conjunto?

<u>Reto 14.</u> La distancia real

Un mapa de Colombia está la escala 1:1.000.000 cm (significa que por cada cm en el mapa hay 1.000.000 cm en el terreno), midiendo con una regla sobre el mapa, entre Ibagué y Medellín hay 30 cm. ¿Cuál es la distancia real aproximada?

Ayuda: $\frac{1}{1.000.000} = \frac{30}{x}$

<u>Reto 15.</u> Juego de ping-pong

John, Stiven, Santiago y David han formado un grupo de entrenamiento en un club de ping-pong. Cada jugador quiere jugar una vez contra cada uno de los otros jugadores. Han reservado dos mesas de ping-pong para estas partidas.

Completa la siguiente plantilla de partidas escribiendo los nombres de los jugadores que jugarán en cada partida.

	Mesa 1	**Mesa 2**
1ª Ronda	John - Stiven	Santiago - David

2ª Ronda	-	-
3ª Ronda	-	-

ALGUNAS RECOMENDACIONES PARA EL DOCENTE

✓Reforzar la idea de que hacer matemáticas equivale a resolver problemas.

✓Incorporar actividades de resolución de problemas en las ulas de clase, de manera efectiva, de modo que sus estudiantes experimenten la matemática de una manera más real e interesante.

✓Que los profesores resulvan problemas y reflexionen sobre las actividades matemáticas que realizan en el aula.

✓Hacer uso en el aula de estrategias como el aprendizaje cooperativo y teoría de juegos, que ayuden al desarrollo de la capacidad resolución de problemas.

12. REFERENCIAS

Johnson, D.W. Johnson, R.T.,& Holubec, E.J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Paidos. Defensa 599, Buenos Aires e-mail: paidolit@internet.siscotel.com.
Holubec, E. , Johnson D. y Johnson R. (1999) El aprendizaje cooperativo en el aula. Buenos Aires: Editorial Paidos.

Jonhson y Jonhson (1992). Cooperative learning increasing. Washinton D.C., College Faculty, ERICDigest.

Lobato Fraile, C. (1997). Hacia una comprensión del aprendizaje cooperativo. *Revista de Psicodidáctica*, 59-76.

Lozada, Alvaro y otros (2001) Métodos, técnicas y estrategias de enseñanza-aprendizaje.Ediciones S:E:M, Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia, Programa Todos a Aprender, Protocolo de taller STS I-1-1-A Versión 2015-02-12

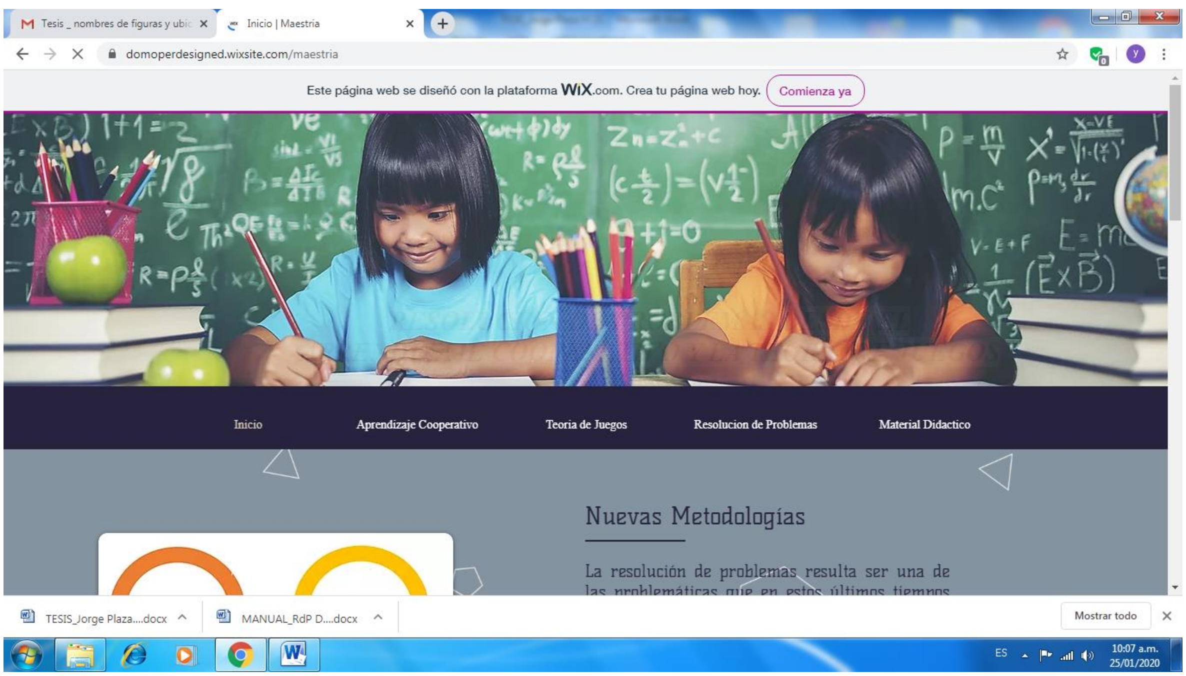
“Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos” Revista de Educación, 342. Enero-abril 2007, pp. 257-286

Guzmán, M. de. (1995). Para pensar mejor para pensar mejor.Desarrollo e la crreatividad a través de los los procesos matemáticos.Madrid: Ediciones Pirámide.

Tahan, Malba. “El hombre que calculaba”

Montealegre, M. (2015). Matemáticas para la Creatividad III. Plus. Grados sexto y séptimo.

Anexo E. Sitio Web sobre la Resolución de Problemas desde el Aprendizaje Cooperativo y la Teoría de Juegos



https://domoperdesigned.wixsite.com/maestria