



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 22 de Septiembre de 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El suscrito:

Sady Stephany Salazar Zuleta, con C.C. No. 1.075.275.276 de Neiva, autor de la tesis y/o trabajo de grado titulado Análisis de la derivada de presión en yacimientos naturalmente fracturados con frontera externa abierta variable, presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de Ingeniero de Petróleos;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE: SADY STEPHANY SALAZAR ZULETA.

Firma: Sady Stephany Salazar Z

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: ANÁLISIS DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA VARIABLE.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Salazar Zuleta	Sady Stephany

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Escobar Macualo	Freddy Humberto

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Ingeniero de Petróleos

FACULTAD: Ingeniería

PROGRAMA O POSGRADO: Ingeniería de Petróleos

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2017

NÚMERO DE PÁGINAS: 73

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas___ Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general___
Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___
Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros X



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: NFR- Open Boundary

MATERIAL ANEXO:

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español

Inglés

- | | | |
|---|---|--------------------------------|
| 1. Yacimientos naturalmente fracturados | - | Naturally-fractured reservoirs |
| 2. Flujo en la frontera externa | - | Changing outer boundary flux |
| 3. Pruebas de presión | - | Transient pressure analysis |

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

La complejidad de los recursos convencionales es cada vez mayor y por eso se precisa una óptima caracterización. Los modelos existentes para estudiar el comportamiento de la presión en formaciones heterogéneas consideran únicamente frontera abierta o frontera cerrada.

En este trabajo se analizó la derivada de presión para un pozo vertical de petróleo en un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta variable, la respuesta de presión está gobernada por los parámetros: tasa final de flujo en la frontera externa (q_{wf}) y tiempo en el cual se inicia la invasión de fluido en la frontera externa (τ), dependiendo de su variabilidad, se presentan tres condiciones en las que actúa la frontera externa: cerrada, parcialmente abierta y abierta.

Para cada caso estudiado se identificaron líneas y puntos característicos, base fundamental para generar las ecuaciones que determinan los parámetros que describen a este tipo de reservorios, tales como: q_{wf} y τ . Por último, se extendió la técnica TDS para interpretar pruebas de presión en estos sistemas. La metodología se verificó satisfactoriamente resolviendo ejemplos sintéticos.



ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The complexity of conventional resources is increasing and, therefore, an optimum characterization is required. Existing models to study pressure behavior in heterogeneous formations consider only either constant-pressure or closed boundaries.

In this paper the pressure derivative for a vertical oil well in a naturally fractured reservoir with a variable open external boundary is analyzed. The parameters governing the pressure response are: final flow rate at the external boundary (q_{wf}) and time at which begins the invasion of fluid at the external boundary (τ), depending on its variability, there are three conditions in which the external border acts: closed, partially open and constant-pressure.

Lines and characteristic points were identified for each individual case to obtain the fundamental basis to generate the equations for the determination of the parameters that describe this type of reservoirs, such as: q_{wf} and τ . Finally, the *TDS* technique was extended to interpret pressure tests in these systems. The methodology was satisfactorily verified by solving synthetic examples.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Jurado: Jairo Antonio Sepúlveda

Firma:

Nombre Jurado: Javier Andrés Martínez

Firma:

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS



**ANÁLISIS DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA
VARIABLE**

SADY STEPHANY SALAZAR ZULETA

Neiva, Huila Julio de 2017

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEO

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PRUEBAS DE POZOS



**ANÁLISIS DE LA DERIVADA DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA
VARIABLE**

SADY STEPHANY SALAZAR ZULETA

**Trabajo parcial presentado como requisito para optar
al título de Ingeniero de Petróleos**

Director

FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO

Doctor en Ingeniería de Petróleos

Neiva, Huila Julio de 2017

Nota de aceptación

Director del proyecto

Jurado

Jurado

Neiva, _____

A Dios por ser mi guía en cada paso que doy y por todas las bendiciones que ha puesto en
mi camino.

A mi familia por apoyarme incondicionalmente en todos los aspectos de mi vida y hacer
de mí una mejor persona.

A Francisco Polania por su ayuda y voz de aliento para que culminara este proyecto.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios, a mi familia y a:

A Freddy Humberto Escobar Macualo, PhD, profesor titular de la Universidad Surcolombiana, director de mi proyecto de grado, por su dedicación y paciencia en el desarrollo de este proyecto, por cada una de las enseñanzas brindadas durante la carrera universitaria.

A Jairo Antonio Sepúlveda Gaona, Msc, profesor titular de la Universidad Surcolombiana, por su disposición en las asesorías, por todos los conocimientos brindados tanto para la culminación de esta tesis como en la carrera universitaria.

A Javier Andrés Martínez Pérez, Ingeniero de Petróleos especializado en Alta Gerencia y profesor de la Universidad Surcolombiana, por su amable colaboración en cada uno de los procesos requeridos para la elaboración de la tesis .

A mis amigos y compañeros por haber compartido tan buenos momentos a lo largo de la vida universitaria.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABLAS	ix
INTRODUCCIÓN	11
1. ASPECTOS TEÓRICOS	13
1.1. YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS	13
1.1.1. Yacimientos naturalmente fracturados con flujo en la frontera externa	13
1.2. MODELO PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA VARIABLE	19
1.2.1. Modelo matemático	20
2. MÉTODO DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB (TDS) PARA UN POZO VERTICAL EN UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA VARIABLE	22
2.1. ECUACIONES PROPUESTAS APLICANDO MÉTODO DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB (TDS)	23
2.1.1. Generación de gráficas log-log	23
2.1.2. Líneas y puntos característicos	24
2.2. RESULTADOS DE LAS ECUACIONES PROPUESTAS	28
2.2.1. Condición de frontera externa cerrada y parcialmente abierta	29
2.2.2. Condición de frontera externa abierta	36
2.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	40
2.3.1. Influencia de q_{RD}	40
2.3.2. Influencia del tiempo de inicio de la invasión de fluido	40
3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA	43
3.1. PROCEDIMIENTO	43
3.2. EJEMPLOS SIMULADOS	44
3.2.1. Ejercicio 1	44
3.2.2. Ejercicio 2	48
3.2.3. Ejercicio 3	52

CONCLUSIONES	56
RECOMENDACIONES.....	57
NOMENCLATURA.....	58
REFERENCIAS.....	60
ANEXOS	61
ANEXO 1.....	61
ANEXO 2.....	64
ANEXO 3.....	67
ANEXO 4.....	69

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Invasión de fluido en la frontera externa (Wang et al., 2015).....	15
Figura 2. Respuesta de presión y derivada de presión adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa cerrada	16
Figura 3. Respuesta de presión y derivada de presión adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta.....	17
Figura 4. Respuesta de presión y derivada de presión adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta	18
Figura 5. Modelo ideal de un medio poroso heterogéneo. (Warren y Root ,1963)	19
Figura 6. Efecto del q_{RD} sobre la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado	31
Figura 7. Puntos característicos en la derivada de presión para cada q_{RD} durante el estado pseudoestable	32
Figura 8. Puntos mínimos en la derivada de presión	33
Figura 9. Efecto del r_{De} sobre la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta.....	34
Figura 10. Puntos característicos de τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera parcialmente abierta).....	35
Figura 11. Puntos característicos en un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta.....	37
Figura 12. Efecto del r_{De} sobre la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta	38
Figura 13. Puntos característicos de τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera externa abierta).....	39
Figura 14. Influencia del τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera parcialmente abierta)	41
Figura 15. Influencia del τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera abierta).....	42
Figura 16. Gráfica log-log de presión y derivada de presión (Ejercicio 1)	47
Figura 17. Gráfica log-log de presión y derivada de presión (Ejercicio 2)	51
Figura 18. Gráfica log-log de presión y derivada de presión (Ejercicio 3)	55

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Datos de Entrada al simulador NFR-open boundary	24
Tabla 2. Resumen de las ecuaciones propuestas	28
Tabla 3. Porcentajes de error Ec. (16).....	29
Tabla 4. Porcentajes de error para las ecuaciones (30), (31) y (32).....	30
Tabla 5. Valores reales y calculados del radio adimensional de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta.....	30
Tabla 6. Porcentajes de error para las ecuaciones (21), (22) y (23).....	36
Tabla 7. Valores reales y calculados del radio adimensional de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta	36
Tabla 8. Comparación de resultados del ejercicio 1	46
Tabla 9. Comparación de resultados del ejercicio 2	50
Tabla 10. Comparación de resultados del ejercicio 3	54
Tabla 11. Datos de presión y derivada de presión para el ejercicio 1	64
Tabla 12. Datos de presión y derivada de presión para el ejercicio 2.....	67
Tabla 13. Datos de presión y derivada de presión para el ejercicio 3.....	69

RESUMEN

Palabras claves: Yacimientos naturalmente fracturados, flujo en la frontera externa, pruebas de presión.

Buscando contribuir a las metodologías que caracterizan la intrusión de fluido en la frontera externa de los yacimientos naturalmente fracturados, se realizaron diferentes simulaciones de pruebas de presión en el software NFR-open boundary¹, desarrollado por el grupo de investigación de pruebas de presión (GIPP).

En esta investigación se analizó la derivada de presión para un pozo vertical de petróleo en un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta variable, la respuesta de presión está gobernada por los parámetros: tasa final de flujo en la frontera externa (q_{wf}) y tiempo en el cual se inicia la invasión de fluido en la frontera externa (τ) respectivamente, dependiendo de su variabilidad, se presentan tres condiciones en las que actúa la frontera: cerrada, parcialmente abierta y abierta.

Para cada caso estudiado se identificaron líneas y puntos característicos, base fundamental para generar las ecuaciones que determinan los parámetros que describen a este tipo de reservorios, tales como: q_{wf} y τ . Finalmente, se amplió la técnica de síntesis directa de Tiab para los yacimientos de medio dual con flujo en la frontera externa, posteriormente se verificó la metodología propuesta con ejemplos simulados.

¹ Software desarrollado por el grupo de investigación de pruebas de presión (GIPP), simula pruebas para yacimientos naturalmente fracturados con flujo en la frontera externa.

INTRODUCCIÓN

La correcta caracterización de un yacimiento desempeña un papel importante dentro de la toma de decisiones y alternativas para la producción de este. Una de las técnicas más utilizadas para evaluar un reservorio son las pruebas de presión, las cuales determinan las propiedades y predicen el desempeño del mismo.

En esta investigación se formularon expresiones matemáticas exactas, que determinan los parámetros que caracterizan la invasión de fluido en un yacimiento naturalmente fracturado; para ello se simuló diferentes pruebas de presión de un pozo ubicado en un yacimiento de doble porosidad con flujo variable en la frontera externa, posteriormente se interpretaron las gráficas log-log de la derivada de presión y se aplicó la metodología de Tiab (1995) donde se identifican líneas y puntos característicos que permiten calcular los parámetros del reservorio.

Existen en la literatura gran cantidad de investigaciones que estudian el comportamiento de los yacimientos con flujo en la frontera externa; la intrusión de agua proporciona una fuente importante de energía al reservorio. Van Everdinger y Hurst (1949) fueron quienes consideraron que la invasión de agua en la frontera externa del yacimiento actuaba como una barrera de presión constante, con ello construyeron la solución analítica de la ecuación de difusividad en el espacio laplaciano, llevada al espacio real por Matthews y Russell (1967). Para un reservorio con agua de fondo Coats (1962) estableció un modelo de prueba de pozo en el que la frontera inferior actúa como una barrera de presión constante. Olarewaju (1989) resolvió el modelo que considera que ambas fronteras tanto la externa como la inferior actúan como una barrera de presión constante.

La idealización de un modelo para describir un yacimiento naturalmente fracturado con flujo en la frontera externa, parte de las premisas dadas por Warren y Root (1963) quienes estudiaron el comportamiento de los yacimientos de doble porosidad a partir de los parámetros de coeficiente de almacenaje adimensional ω y flujo interporoso λ . El flujo a través de medios porosos considerando frontera variable, fue desarrollado por Pascal y Pascal (1985). Fue Acosta y Ambastha (1994), quienes propusieron una metodología para analizar una prueba de presión transiente de yacimientos de doble porosidad.

El suministro de fluido en la frontera externa de un yacimiento naturalmente fracturado se presenta de manera discontinua, razón por la cual Doublet y Blasingame (1995) tratan la frontera externa con flujo variable y analizan la productividad de un yacimiento homogéneo.

Un modelo de prueba de pozo de un yacimiento con flujo variable en la frontera externa y la solución analítica de la presión en espacio real fue resuelta por del Angel et al. (2014).

Wang et al, (2015), analizaron el comportamiento de la prueba de presión de un yacimiento naturalmente fracturado con flujo variable en la frontera externa a partir de los siguientes parámetros: tasa final adimensional de flujo en la frontera externa (q_{RD}) y tiempo adimensional en el cual se inicia la invasión de fluido en la frontera externa (τ_D), tuvieron en cuenta la distribución dinámica de presión (Hsieh et al., 2007; Hsieh et al., 2008; Raghavan, 1993) y el método de cálculo (Raghavan, 1993) bajo las condiciones de frontera: infinita, cerrada y a presión a constante.

En la presente investigación se continuó el estudio realizado por Wang et al (2015), y se formularon ecuaciones que determinan los parámetros que caracterizan la invasión de fluido en un yacimiento naturalmente fracturado.

1. ASPECTOS TEÓRICOS

1.1. YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Los yacimientos naturalmente fracturados son considerados de medio dual, ya que la matriz y el sistema de fracturas son dos medios que presentan propiedades diferentes (permeabilidad y porosidad). La matriz almacena determinada cantidad de fluidos y son las fracturas que al poseer mayor permeabilidad facilitan el desplazamiento de estos.

El comportamiento de este tipo de yacimientos se analiza a partir de parámetros de coeficiente de almacenaje adimensional ω y flujo interporoso λ (Warren y Root, 1963). La variabilidad de los parámetros ω y λ influye directamente en la respuesta de presión del yacimiento, y en la forma y ubicación de la cavidad que se presenta en la curva de la derivada de presión.

1.1.1. Yacimientos naturalmente fracturados con flujo en la frontera externa

La presión de un yacimiento comienza a declinar cuando un pozo es puesto en producción, debido a este diferencial de presión si el reservorio tiene una fuente importante de energía (acuífero), este reacciona e ingresa de manera gradual o instantánea dependiendo de su tamaño. Cuando en el yacimiento no hay o es nulo el suministro de energía, es necesario inyectar agua para aumentar o estabilizar la presión.

Como se observa en la figura 1, la intrusión de fluido en el reservorio aumenta gradualmente hasta un valor final que está determinado por los parámetros: tasa final adimensional de flujo en la frontera externa (q_{RD}) y tiempo adimensional en el cual se estabiliza la invasión de fluido en la frontera externa (τ_D) (Wang et al., 2015).

En los yacimientos naturalmente fracturados bajo la acción de un acuífero o donde se inyecte agua, debido a las altas permeabilidades que presentan, es más probable que el fluido invada al yacimiento a lo largo de las fracturas. La cantidad de fluido que ingresa al reservorio refleja diferentes condiciones en la frontera externa:

- Condición de frontera cerrada o parcialmente abierta
Si el flujo en la frontera externa es menor comparado con lo que está produciendo el pozo ($q_{RD} < 1$), se desarrolla el estado pseudoestable cuando la onda de presión toca la frontera.
- Condición de frontera abierta
Si el caudal en la frontera externa es igual a lo que produce el pozo ($q_{RD} = 1$), en la curva de presión se forma una línea horizontal equivalente a la condición de presión constante y en la curva de la derivada de presión se presenta el estado estable cuando la onda de presión llega a la frontera.

En las figuras 2, 3 y 4 se muestra la respuesta de presión y derivada de presión en términos adimensionales para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa cerrada, parcialmente abierta y abierta respectivamente. En la figura 2 se evidencia inicialmente una cavidad en la curva de la derivada de presión que está condicionada por los parámetros ω y λ , los cuales describen la interacción de flujo entre la matriz y el sistema de fracturas, posteriormente se forma el estado pseudoestable. En la figura 3 debido a la intrusión de fluido en el reservorio se forma una doble cavidad en la curva de la derivada de presión, donde la primera establece el flujo entre la matriz y el sistema de fracturas, y la segunda la invasión de fluido en el reservorio (la afluencia en la frontera externa estará determinada por los parámetros q_{RD} y τ_D); cuando la onda de presión llega a la frontera se presenta el estado pseudoestable. En la figura 4 se comprueba que el caudal que ingresa al yacimiento es igual a lo que produce el pozo, razón por la cual la presión tiende a estabilizarse y una vez que la onda de presión llega a la frontera aparece el estado estable.

Figura 1. Invasión de fluido en la frontera externa (Wang et al., 2015)

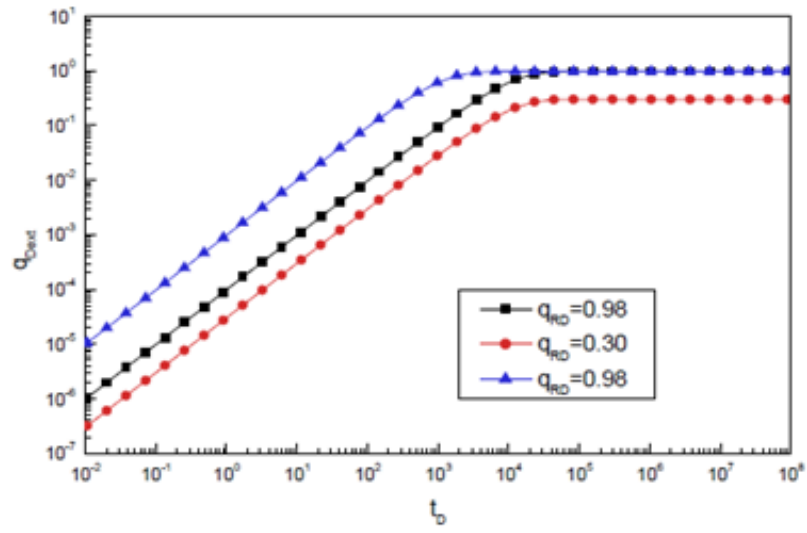


Figura 2. Respuesta de presión y derivada de presión adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa cerrada

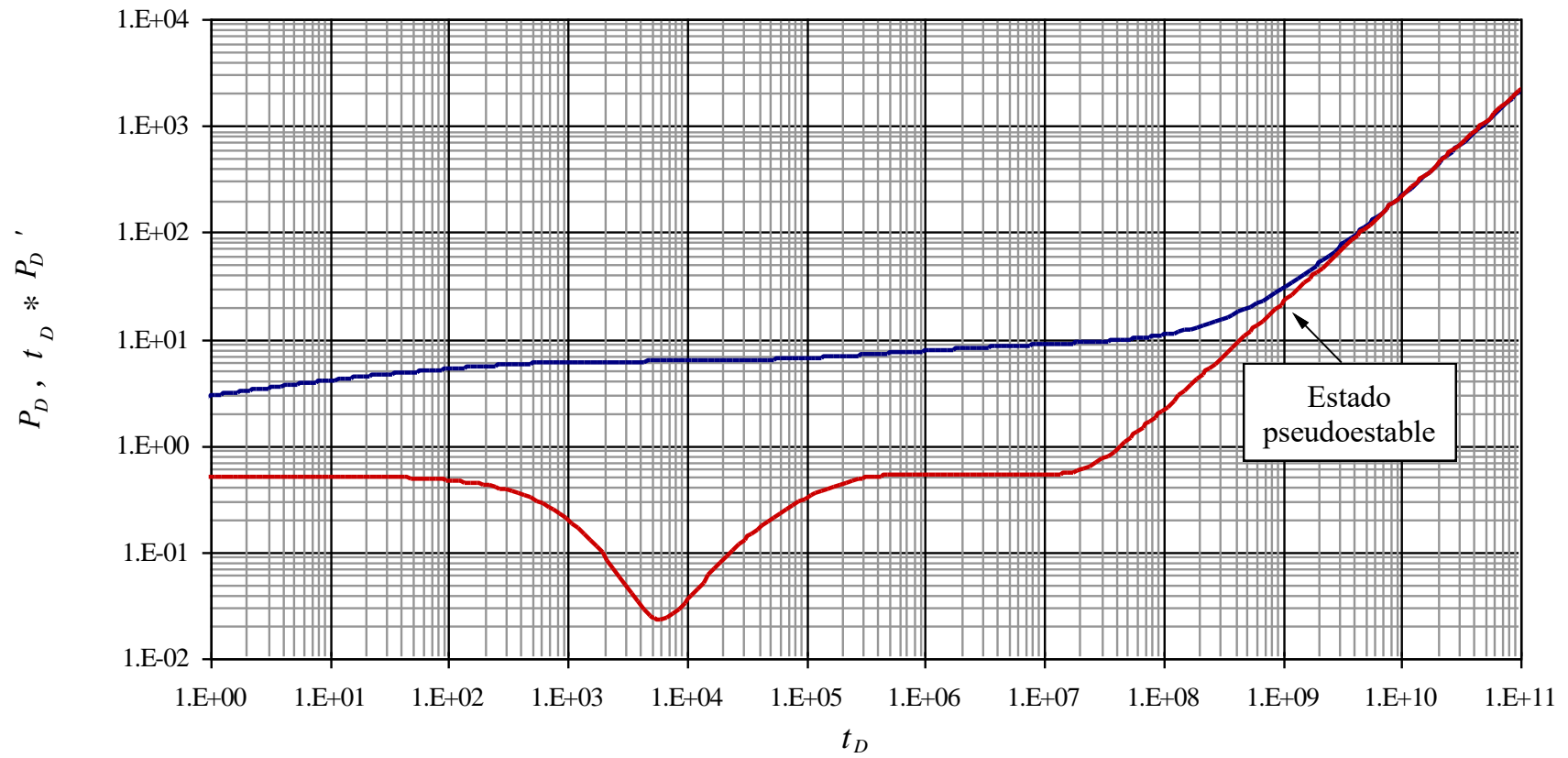


Figura 3. Respuesta de presión y derivada de presión adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta

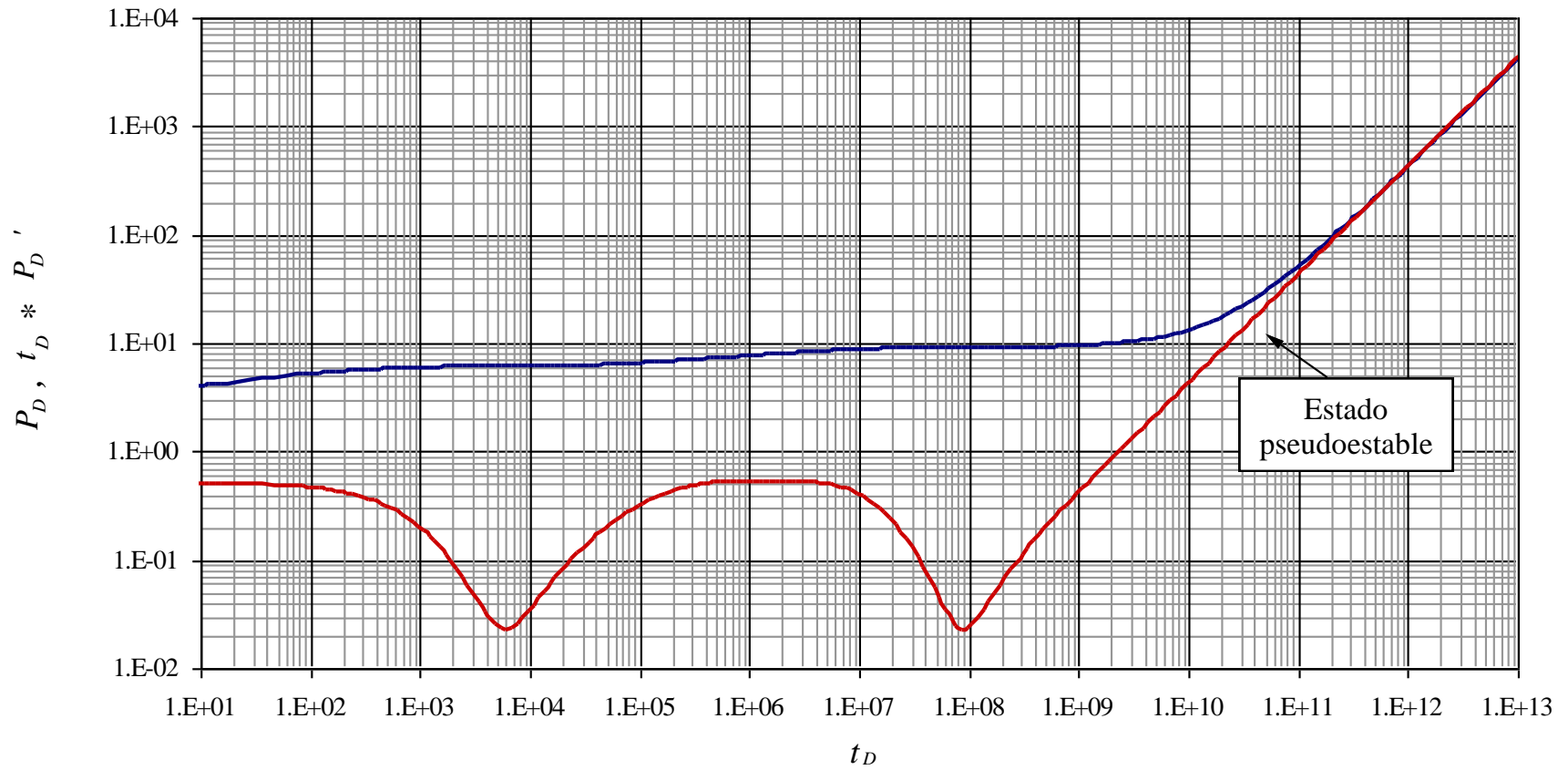
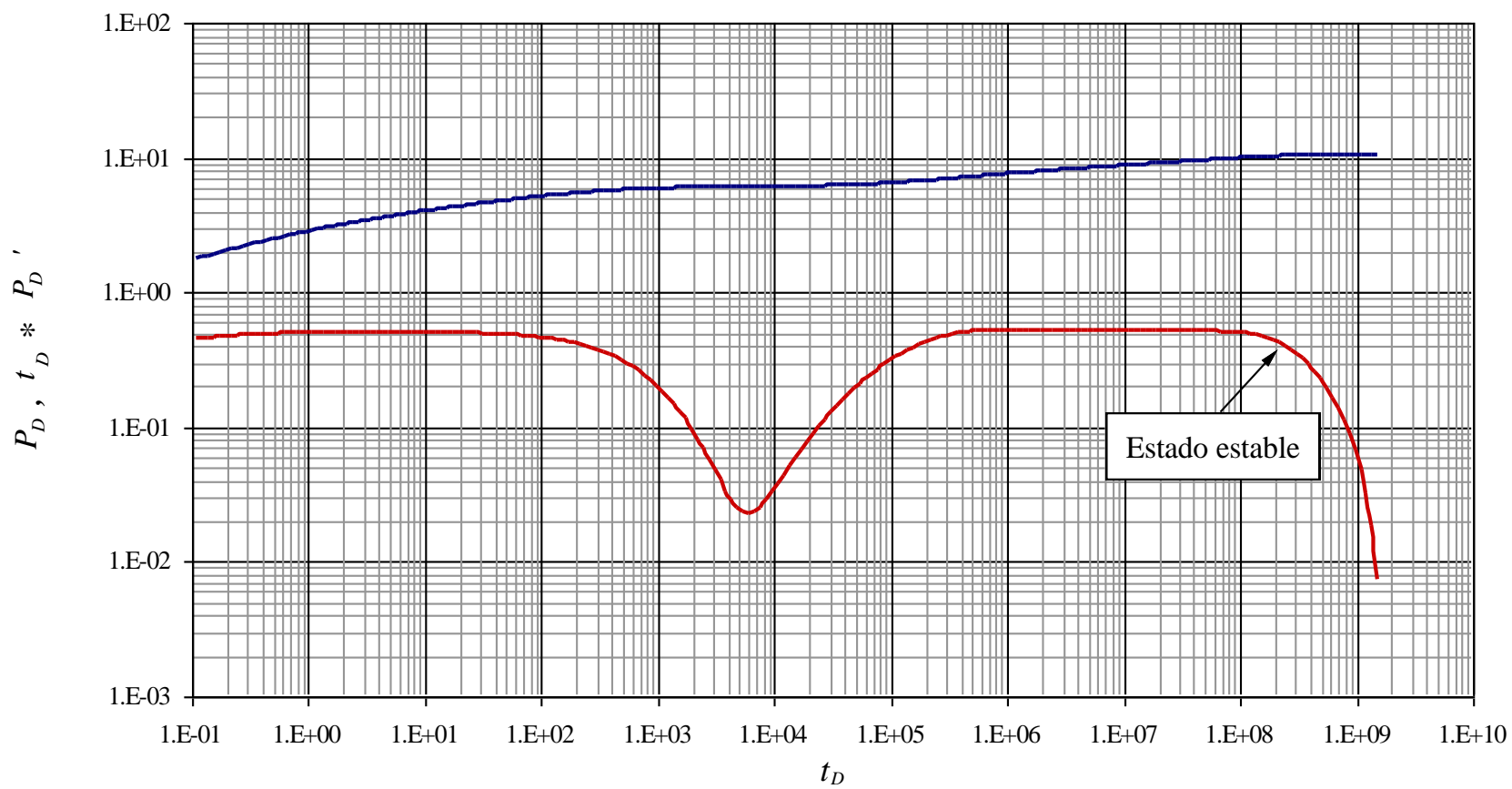


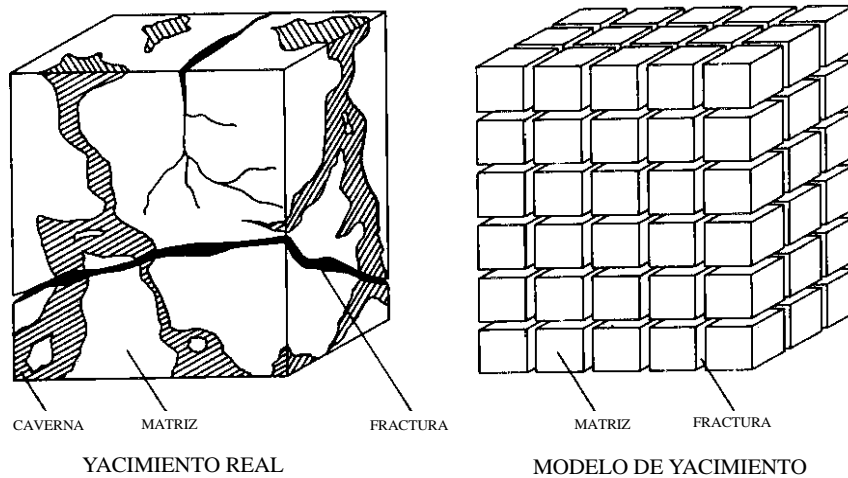
Figura 4. Respuesta de presión y derivada de presión adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta



1.2. MODELO PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA VARIABLE

Para representar yacimientos de medio dual, se utiliza el modelo de Warren y Root (1963), donde se asume que las fracturas cortan ortogonalmente la matriz de la roca, tal como se observa en la figura 5. Por lo tanto, existe un flujo interporoso entre la matriz y el sistema de fracturas, donde únicamente el líquido contenido en ellas fluirá al pozo.

Figura 5. Modelo ideal de un medio poroso heterogéneo. (Warren y Root ,1963)



Para este modelo de yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta variable, se establece que un pozo penetra al yacimiento en una sola capa y cuya producción es constante ($q=cte$), para obtener la solución analítica Wang et al. , (2015), suponen:

- Yacimiento de medio dual.
- Formación anisotrópica.
- Las capas son horizontales y de espesor uniforme con frontera superior e inferior cerrada.
- El desplazamiento es tipo pistón.
- La movilidad del flujo monofásico equivalente se calcula promediando dos fluidos de la fase.
- La roca y el fluido son poco compresibles y la compresibilidad es constante.
- La presión inicial de la formación es distribuida uniformemente, igual P_i .
- Se desprecian los efectos gravitacionales y las fuerzas capilares.
- El gradiente de presión en la formación es pequeño.
- La invasión de líquido en la frontera externa fluye al pozo a través del sistema de fracturas, el flujo del fluido es en dos dimensiones.

1.2.1. Modelo matemático

La ecuación gobernante que describe el flujo monofásico de fluidos ligeramente compresibles en el yacimiento naturalmente fracturado bajo estudio es: (VER ANEXO 1)

$$\frac{3.6k_{fx}}{\mu} \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + \frac{3.6k_{fy}}{\mu} \frac{\partial^2 P_f}{\partial y^2} - \phi_m c_m \frac{\partial P_m}{\partial t} = \phi_f c_f \frac{\partial P_f}{\partial t} \quad (1)$$

$$-\frac{\alpha k_f}{\mu} (P_m - P_f) = \phi_m c_m \frac{\partial P_m}{\partial t} \quad (2)$$

Para expresar las ecuaciones en términos adimensionales se definen los siguientes parámetros:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad ; \quad \lambda = \alpha r_w^2 \frac{k_m}{k_f} \quad ; \quad t_D = \frac{0.0002637k_f}{\mu r_w^2 (\phi_m c_m + \phi_f c_f)} t \quad ; \quad k_f = \sqrt{k_{fx} \cdot k_{fy}} \quad ;$$

$$\omega = \frac{\phi_f c_f}{\phi_f c_f + \phi_m c_m} \quad ; \quad P_{Dj}(r_D, t_D) = \frac{k_f h}{141.2q\mu B} [P_i - P_j(r, t)] \quad (j = m, f)$$

La ecuación en coordenadas cilíndricas y términos adimensionales es:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial P_{Df}}{\partial r_D} \right) - (1 - \omega) \frac{\partial P_{Dm}}{\partial t_D} = \omega \frac{\partial P_{Df}}{\partial t_D} \quad (3)$$

$$-\lambda (P_{Dm} - P_{Df}) = \omega \frac{\partial P_{Dm}}{\partial t_D} \quad (4)$$

Como se mencionó anteriormente, la presión inicial es asumida como P_i , con distribución uniforme:

$$P_{Dm}(r_D, 0) = P_{Df}(r_D, 0) = 0 \quad (5)$$

La condición de la frontera interna es a producción constante:

$$\left. \frac{\partial P_{Df}}{\partial r_D} \right|_{r_D=1} = -1 \quad (6)$$

La invasión de fluido se presenta de dos formas:

1. La invasión ocurre simultáneamente cuando el pozo comienza a producir.
2. Hay un periodo de producción, la presión cae a un determinado valor y como consecuencia el fluido empezará a invadir el yacimiento.

La variación del fluido de invasión es de función exponencial y está dada por:

$$\left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=R_D} = -q_{RD} \left(1 - e^{-\frac{t_D}{\tau_D}} \right) \quad (7)$$

La ecuación (7) se utiliza para representar la frontera externa de un yacimiento naturalmente fracturado (Wang et al., 2015).

2. MÉTODO DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB (TDS) PARA UN POZO VERTICAL EN UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO CON FRONTERA EXTERNA ABIERTA VARIABLE

La metodología desarrollada por Tiab (1995), permite obtener diferentes propiedades del yacimiento a través de la interpretación de gráficas log-log de presión y derivada de presión, donde se identifican líneas y puntos característicos en las curvas y posteriormente haciendo uso de las ecuaciones se calculan los parámetros.

Para aplicar el método de síntesis directa de Tiab en este modelo de yacimiento, se tienen en cuenta los siguientes parámetros adimensionales:

1. Tiempo adimensional

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\mu(\phi_m c_m + \phi_f c_f)r_w^2} \quad (8)$$

$$t_{DA} = \frac{0.0002637kt}{\mu\phi c_i A} \quad (9)$$

$$t_{DA} = \frac{t_D * r_w^2}{A} \quad (10)$$

2. Presión adimensional

$$P_D = \frac{kh}{141.2q\mu B} \Delta P \quad (11)$$

3. Derivada de presión adimensional

$$t_D * P_D = \frac{kh}{141.2q\mu B} t * \Delta P \quad (12)$$

4. Radio adimensional del yacimiento

$$r_D = r_{De} = \frac{r_e}{r_w} \quad (13)$$

5. Tasa final adimensional de flujo en la frontera externa:

$$q_{RD} = \frac{q_{WI}}{q} \quad (14)$$

2.1.ECUACIONES PROPUESTAS APLICANDO MÉTODO DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB (TDS)

Para obtener las expresiones matemáticas que caracterizan el modelo de yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta variable, se generaron gráficas Log-Log para diferentes patrones de q_{RD} y τ_D , en el software NFR-open boundary, desarrollado por el grupo de investigación de pruebas de presión (GIPP).

Se analizó el comportamiento de las curvas y se identificaron las líneas y puntos característicos, con los que se realizó el ajuste, finalmente se propuso ecuaciones para cada una de las condiciones en que actuaba la frontera: cerrada, parcialmente abierta y abierta, las cuales dependen de la cantidad de fluido que ingresa al yacimiento.

2.1.1. Generación de gráficas log-log

Se simularon varias pruebas para evaluar el comportamiento de los parámetros: radio adimensional de yacimiento (r_{De}), tiempo adimensional en el cual inicia la invasión de fluido en la frontera externa (τ_D), y el tasa final adimensional de flujo en la frontera (q_{RD}), en los intervalos mencionados en la tabla 1.

Tabla 1. Datos de Entrada al simulador NFR-open boundary

Parámetros	Valores
λ	1×10^{-5}
ω	0.01
s	6
C_D	0
r_D	10000-50000
τ_D	$1000 - 1 \times 10^{10}$
q_{RD}	0 - 1
t_D Inicio	0.1
t_D Final	1×10^{14}

2.1.2. Líneas y puntos característicos

2.1.2.1. Estado pseudoestable

La ecuación de la derivada de presión cuando se presenta el estado pseudoestable en un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa cerrada o parcialmente abierta, desarrollada en este trabajo es:

$$(t_D * P_D')_{pss} = \left| 2\pi(t_{DA})_{pss} * (1 - q_{RD}) \right| \quad (15)$$

Reorganizando la ecuación (15), se obtiene una expresión matemática que calcula la tasa final adimensional que ingresa al yacimiento (q_{RD}):

$$q_{RD} = \left| 1 - \frac{(t_D * P_D')_{pss}}{2\pi t_{DA pss}} \right| \quad (16)$$

En la ecuación (16) se sustituyen los términos adimensionales definidos en las ecuaciones (9), (12) y (14), arrojando una correlación para calcular la tasa final de flujo que ingresa al yacimiento:

$$q_{WI} = q^* \left| 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{t^* \Delta P'}{t} \right)_{pss} \left(\frac{S_t A}{qB} \right) \right| \quad (17)$$

Donde: $S_t = \phi h c_t$

2.1.2.2. Estado estable

Las ecuaciones de la derivada de presión cuando se presenta el estado estable en un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta, desarrolladas en este trabajo están dadas por:

$$(t_D^* P_D')_{ss} = \frac{0.014266}{(t_{DA})_{ss}^{0.994} * q_{RD}^{0.6}} \quad (18)$$

$$(t_D^* P_D')_{ss} = \frac{0.020817}{(t_{DA})_{ss}^{0.997} * (q_{RD} + 0.47)} \quad (19)$$

$$(t_D^* P_D')_{ss} = \frac{0.57^{q_{RD}} * 0.024963}{(t_{DA})_{ss}^{0.995}} \quad (20)$$

Despejando el parámetro q_{RD} se tiene:

$$q_{RD}^{0.6} = \frac{0.014266}{(t_{DA})_{ss}^{0.994} * (t_D^* P_D')_{ss}} \quad (21)$$

$$q_{RD} = \frac{0.020817}{(t_{DA})_{ss}^{0.997} * (t_D^* P_D')_{ss}} - 0.47 \quad (22)$$

$$q_{RD} = -1.77898 * \ln \left(\frac{(t_{DA})_{ss}^{0.995} * (t_D^* P_D')_{ss}}{0.024963} \right) \quad (23)$$

Remplazando los términos adimensionales en las ecuaciones (21), (22) y (23):

$$q_{wI} = q^* \left[\frac{7270.319 * q \mu B \left(\frac{(\phi c)_i \mu A}{k t_{ss}} \right)^{0.994}}{kh(t^* \Delta P')_{ss}} \right]^{\frac{1}{0.6}} \quad (24)$$

$$q_{wI} = q^* \left[\frac{10874.418 * q \mu B \left(\frac{(\phi c)_i \mu A}{k t_{ss}} \right)^{0.997}}{kh(t^* \Delta P')_{ss}} \right] - 0.47 \quad (25)$$

$$q_{wI} = q^* \left(-1.77898 * \ln \left(\frac{7.796 \times 10^{-5} * kh(t^* \Delta P')_{ss} \left(\frac{kt_{ss}}{(\phi c)_i \mu A} \right)^{0.995}}{q \mu B} \right) \right) \quad (26)$$

2.1.2.3. Punto mínimo

Las ecuaciones de la derivada de presión para el punto mínimo de la cavidad que representa la invasión de fluido en el yacimiento son:

$$(t_D^* P_D')_{\min} = 0.438697 * (1 - q_{RD}^{3.099}) \quad (27)$$

$$(t_D^* P_D')_{\min} = 0.435058 * (1 - q_{RD}^{3.15}) \quad (28)$$

$$(t_D^* P_D')_{\min} = 0.427986 * (0.999 - q_{RD}^{3.5}) \quad (29)$$

El parámetro q_{RD} expresado en términos adimensionales es:

$$q_{RD} = \left(1 - \frac{(t_D^* P_D')_{\min}}{0.438697} \right)^{\frac{1}{3.099}} \quad (30)$$

$$q_{RD} = \left(1 - \frac{(t_D^* P_D')_{\min}}{0.435058} \right)^{\frac{1}{3.15}} \quad (31)$$

$$q_{RD} = \left(0.999 - \frac{(t_D^* P_D')_{\min}}{0.427986} \right)^{\frac{1}{3.5}} \quad (32)$$

Incorporando términos adimensionales en las ecuaciones (30),(31) y (32):

$$q_{wi} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.94402 * q \mu B} \right)^{\frac{1}{3.099}} \quad (33)$$

$$q_{wi} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.43019 * q \mu B} \right)^{\frac{1}{3.15}} \quad (34)$$

$$q_{wi} = q^* \left(0.99 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{60.43162 * q \mu B} \right)^{\frac{1}{3.5}} \quad (35)$$

2.1.2.4. Tiempo de inicio de la invasión de fluido

El tiempo adimensional de inicio de la invasión de fluido (τ_D) está dado por:

$$\tau_D = 0.14755254 * r_{De}^{1.89} \quad (36)$$

La expresión matemática que calcula el radio adimensional del yacimiento (r_{De}), a partir del τ_D es:

$$r_{De} = \left(\frac{\tau_D}{0.14755254} \right)^{\frac{1}{1.89}} \quad (37)$$

Sustituyendo los términos adimensionales, el radio del yacimiento (r_e) es:

$$r_e = r_w * \left(\frac{0.00178716k\tau}{\phi c_t \mu r_w^2} \right)^{\frac{1}{1.89}} \quad (38)$$

Donde τ es el tiempo de inicio de la invasión de fluido.

El área del yacimiento se calcula con la siguiente ecuación:

$$A_r = \frac{\pi r_e^2}{43.560} \quad (39)$$

2.2. RESULTADOS DE LAS ECUACIONES PROPUESTAS

En la siguiente tabla se muestran las ecuaciones propuestas para cada condición de frontera:

Tabla 2. Resumen de las ecuaciones propuestas

Condición de frontera externa	
Cerrada	$q_{wl} = q^* \left 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{t^* \Delta P'}{t} \right)_{pss} \left(\frac{S_t A}{qB} \right) \right $ <p style="text-align: right;">Ec. 17</p>
Parcialmente abierta	$q_{wl} = q^* \left 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{t^* \Delta P'}{t} \right)_{pss} \left(\frac{S_t A}{qB} \right) \right $ <p style="text-align: right;">Ec. 17</p>
	$q_{wl} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.94402 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.099}}$ <p style="text-align: right;">Ec. 33</p>
	$q_{wl} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.43019 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.15}}$ <p style="text-align: right;">Ec. 34</p>
	$q_{wl} = q^* \left(0.99 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{60.43162 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.5}}$ <p style="text-align: right;">Ec. 35</p>
	$r_e = r_w^* \left(\frac{0.00178716k\tau}{\phi c_i \mu r_w^2} \right)^{\frac{1}{1.89}} \quad A_r = \frac{\pi r_e^2}{43.560}$ <p style="text-align: right;">Ec. 38,39</p>
Abierta	$q_{wl} = q^* \left[\frac{7270.319 * q\mu B}{kh(t^* \Delta P')_{ss}} \left(\frac{(\phi c)_t \mu A}{k t_{ss}} \right)^{0.994} \right]^{\frac{1}{0.6}}$ <p style="text-align: right;">Ec. 24</p>
	$q_{wl} = q^* \left[\frac{10874.418 * q\mu B}{kh(t^* \Delta P')_{ss}} \left(\frac{(\phi c)_t \mu A}{k t_{ss}} \right)^{0.997} \right] - 0.47$ <p style="text-align: right;">Ec. 25</p>
	$q_{wl} = q^* \left(-1.77898 * \ln \left(\frac{7.796 \times 10^{-5} * kh(t^* \Delta P')_{ss}}{q\mu B} \left(\frac{k t_{ss}}{(\phi c)_t \mu A} \right)^{0.995} \right) \right)$ <p style="text-align: right;">Ec. 26</p>
	$r_e = r_w^* \left(\frac{0.00178716k\tau}{\phi c_i \mu r_w^2} \right)^{\frac{1}{1.89}} \quad A_r = \frac{\pi r_e^2}{43.560}$ <p style="text-align: right;">Ec. 38,39</p>

Para verificar la exactitud ecuaciones mencionadas anteriormente, se determinó el porcentaje de error de cada una de ellas, para efectos prácticos se trabajó con las ecuaciones adimensionales:

2.2.1. Condición de frontera externa cerrada y parcialmente abierta

En la figura 6 se presenta el comportamiento de la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado para valores de q_{RD} entre 0 y 0.9. Los datos necesarios para aplicar la ecuación (16) fueron tomados de la figura 7 y los resultados se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Porcentajes de error Ec. (16)

q_{RD} real	q_{RD} calculado	Parámetros de la Figura 7	% Error
0	0.00001	$(t_D * P_D')_{pss} = 142.26$ $t_{DApss} = 22.642$	0.001
0.3	0.30001	$(t_D * P_D')_{pss} = 99.58$ $t_{DApss} = 22.642$	0.001
0.5	0.50001	$(t_D * P_D')_{pss} = 71.13$ $t_{DApss} = 22.642$	0.001
0.7	0.70001	$(t_D * P_D')_{pss} = 42.68$ $t_{DApss} = 22.642$	0.001
0.9	0.90001	$(t_D * P_D')_{pss} = 14.23$ $t_{DApss} = 22.642$	0.001

Como se observa en la respuesta de presión de la figura 6, no se formó cavidad cuando $q_{RD}=0$ y $q_{RD}=0.3$, ya que no hubo intrusión de agua o el fluido que ingresó al yacimiento era insignificante comparado con lo que producía el pozo, por lo tanto, las ecuaciones que determinan el parámetro q_{RD} a partir del punto mínimo solo son aplicables cuando la condición en la frontera externa es parcialmente abierta ($0.5 \geq q_{RD} < 1$).

Para evaluar la precisión de las ecuaciones (30), (31) y (32), los valores de los puntos mínimos se leen en la figura 8 y los resultados se presentan en la tabla 4.

Tabla 4. Porcentajes de error para las ecuaciones (30), (31) y (32)

q_{RD} Real	Parámetros de la Figura 8	q_{RD} Calculado			% Error		
		Ec. (30)	Ec. (31)	Ec. (32)	Ec. (30)	Ec. (31)	Ec. (32)
0.5	$(t_D * P_D')_{min}=0.38741$	0.5003	0.4955	0.4941	0.03	0.45	0.60
0.7	$(t_D * P_D')_{min}=0.28919$	0.7065	0.7069	0.7184	0.65	0.69	1.84
0.9	$(t_D * P_D')_{min}=0.13009$	0.8927	0.8933	0.8979	0.73	0.67	0.21

En la figura 9 se muestra la influencia que tiene el radio adimensional del reservorio en la respuesta de presión de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta. Se determinó el porcentaje de error de la ecuación (37) y los datos de τ_D para dichos cálculos fueron tomados de la figura 10, los resultados se relacionan en la siguiente tabla:

Tabla 5. Valores reales y calculados del radio adimensional de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta

r_{De} Real	r_{De} Calculado
10000	10259.81
20000	20051.40
30000	30713.53
40000	39187.71
50000	49999.99

Figura 6. Efecto del q_{RD} sobre la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado

$(\omega=0.01 \quad \lambda=1E-5 \quad r_D=50000 \quad C_D=0)$

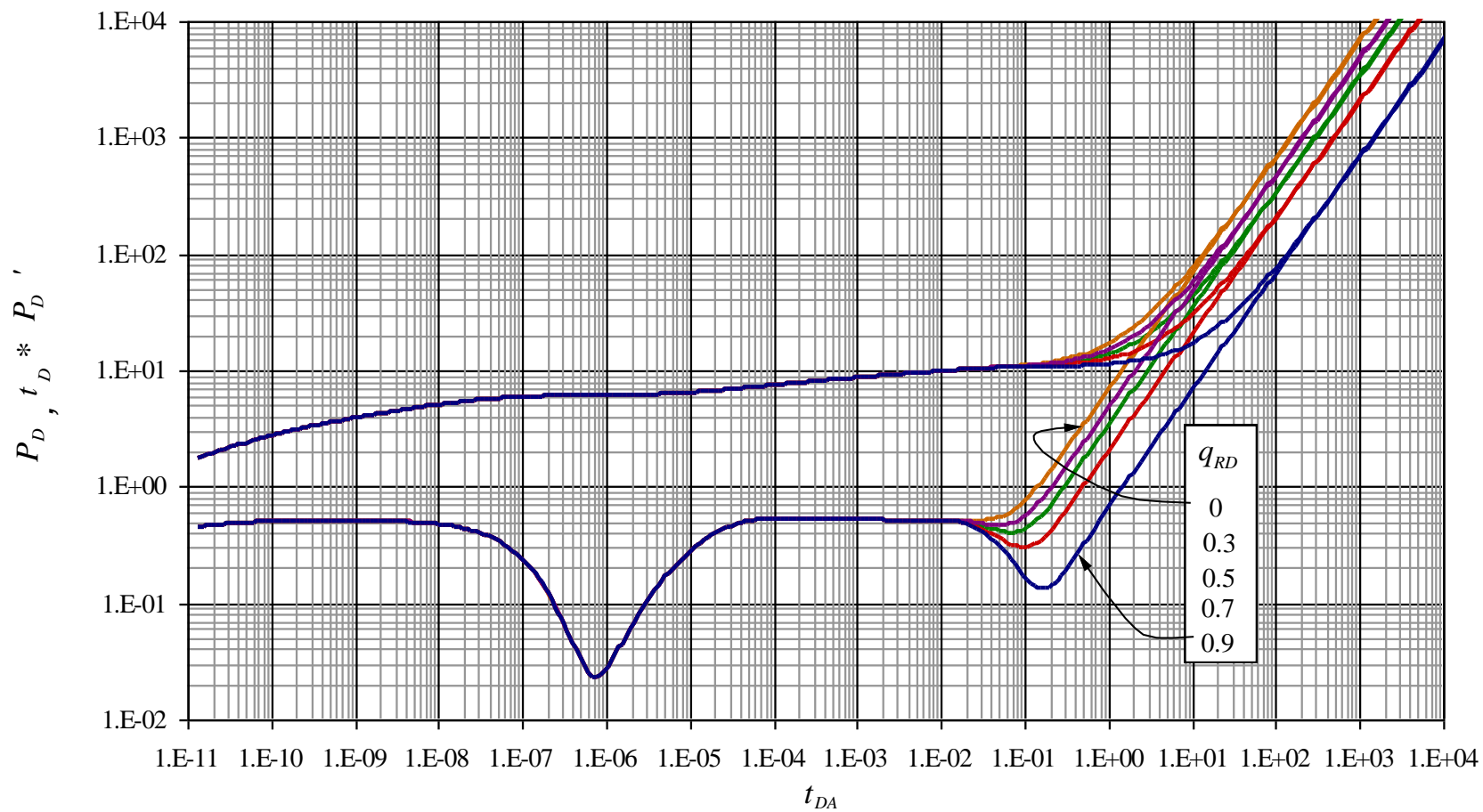


Figura 7. Puntos característicos en la derivada de presión para cada q_{RD} durante el estado pseudoestable

$$(\omega=0.01 \quad \lambda=1E-5 \quad r_D=50000 \quad C_D=0)$$

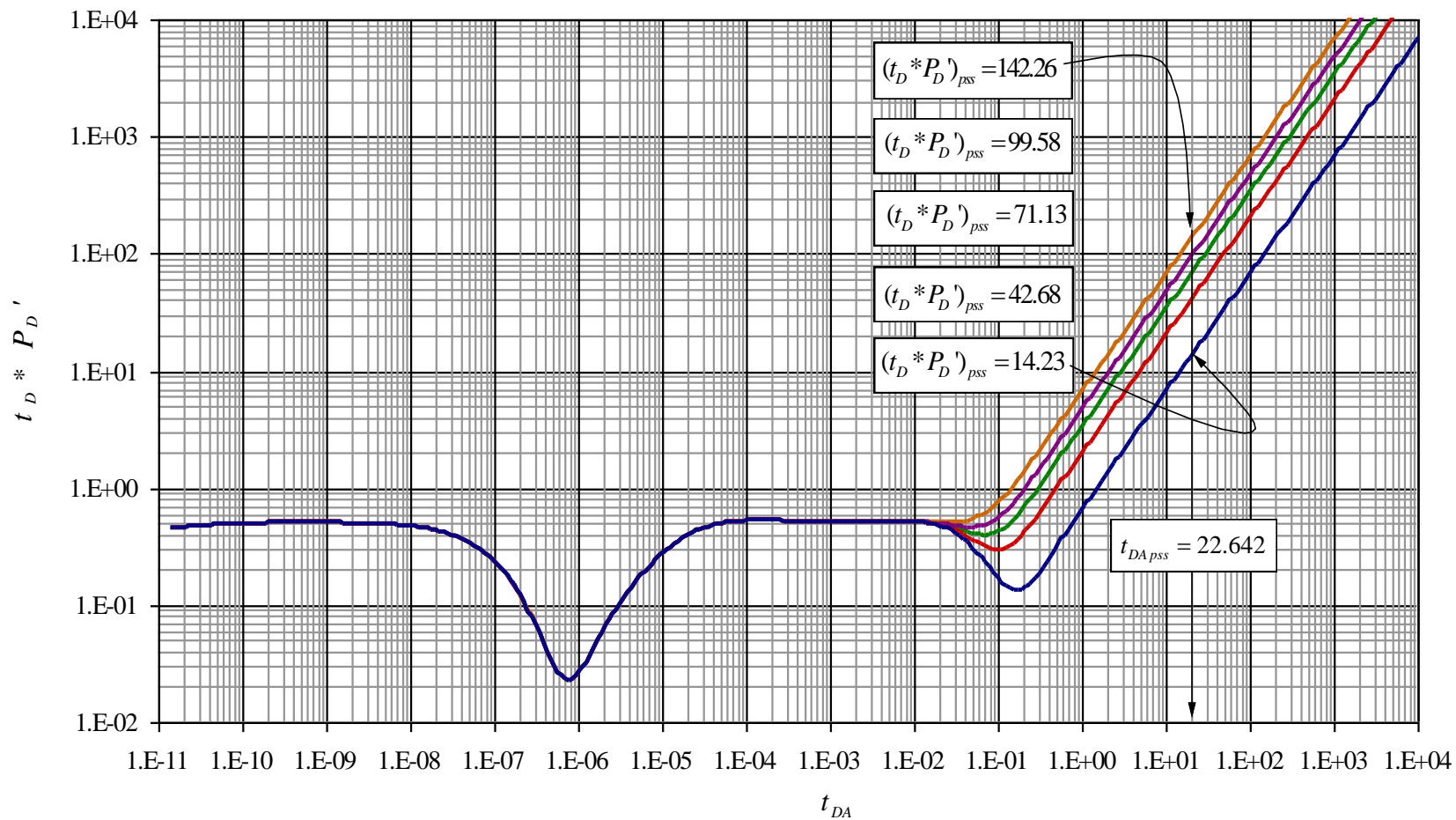


Figura 8. Puntos mínimos en la derivada de presión

$(\omega=0.01 \quad \lambda=1E-5 \quad r_D=50000 \quad C_D=0)$

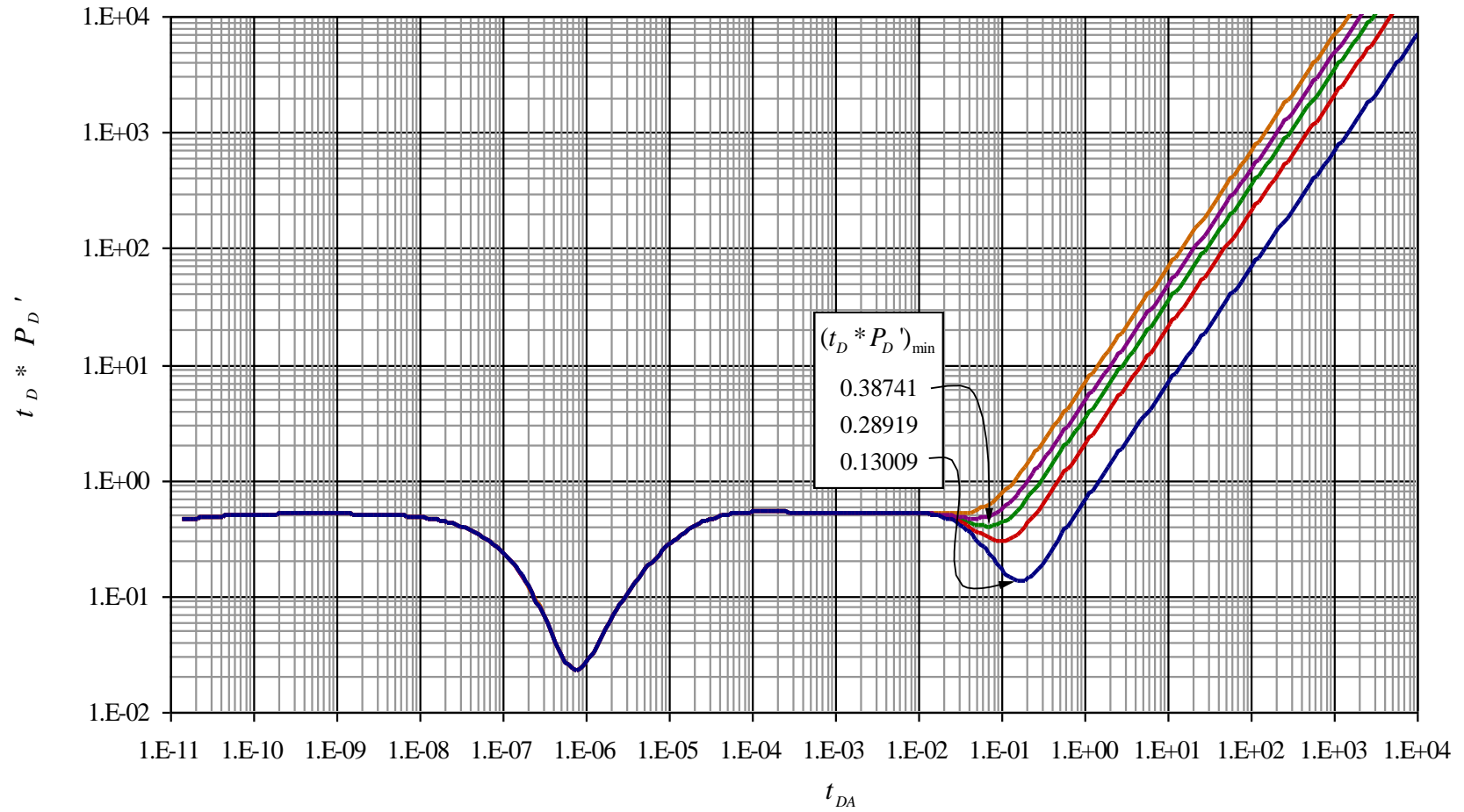


Figura 9. Efecto del r_{De} sobre la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa parcialmente abierta

($\omega=0.01$ $\lambda=1E-5$ $C_D=0$)

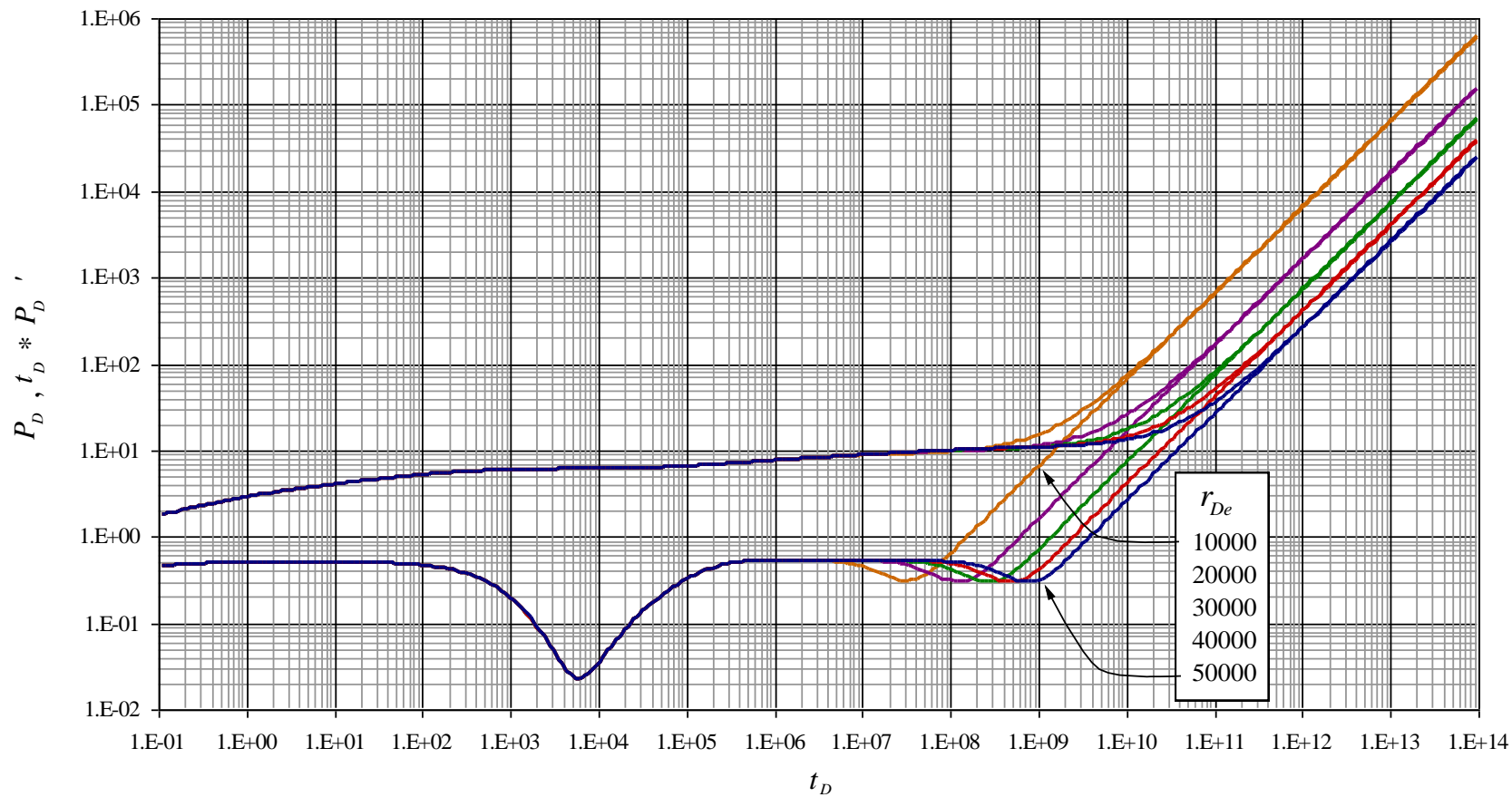
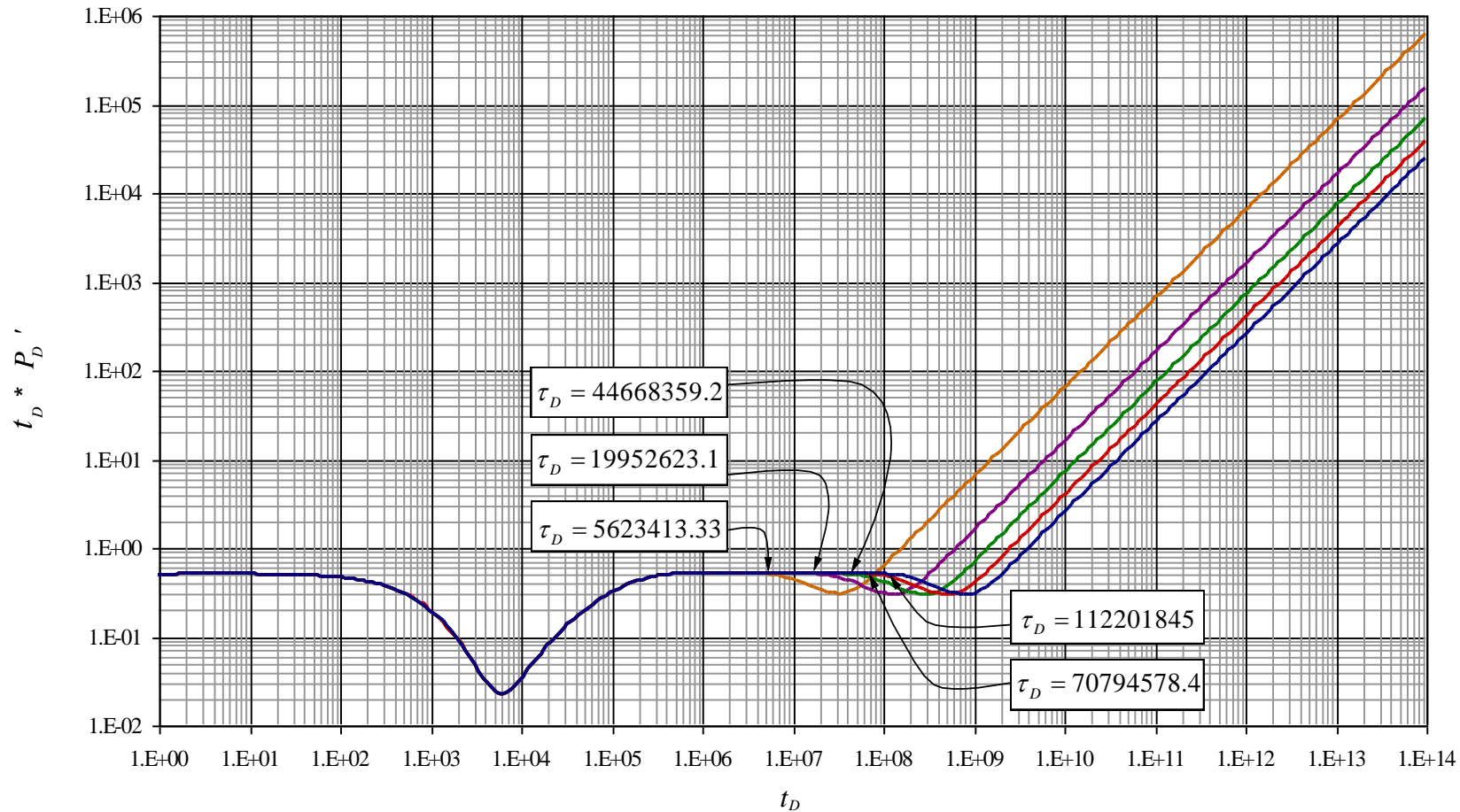


Figura 10. Puntos característicos de τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera parcialmente abierta)

$$(\omega=0.01 \quad \lambda=1E-5 \quad C_D=0)$$



2.2.2. Condición de frontera externa abierta

Se verificó la exactitud de las ecuaciones (21), (22) y (23), los datos requeridos para los cálculos fueron tomados en la figura 11 y los resultados se presentan a continuación:

Tabla 6. Porcentajes de error para las ecuaciones (21), (22) y (23)

q_{RD} Real	Parámetros de la figura 11	q_{RD} Calculado			% Error		
		Ec. (21)	Ec. (22)	Ec. (23)	Ec. (21)	Ec. (22)	Ec. (23)
1.0	$(t_D * P_D')_{ss} = 0.31257$ $t_{DAss} = 0.045176$	0.986	0.991	0.986	1.40	0.90	1.40

En la figura 12 se muestra la influencia que tiene r_{De} en la respuesta de presión en yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta. Se determinó el porcentaje de error de la ecuación (37) y los datos de τ_D para dichos cálculos fueron tomados de la figura 13, los resultados se relacionan en la siguiente tabla:

Tabla 7. Valores reales y calculados del radio adimensional de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta

r_{De} Real	r_{De} Calculado
10000	10259.81
25000	25583.78
50000	50000.00

Figura 11. Puntos característicos en un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta

$$(\omega=0.01 \quad \lambda=1E-5 \quad r_D=50000 \quad C_D=0)$$

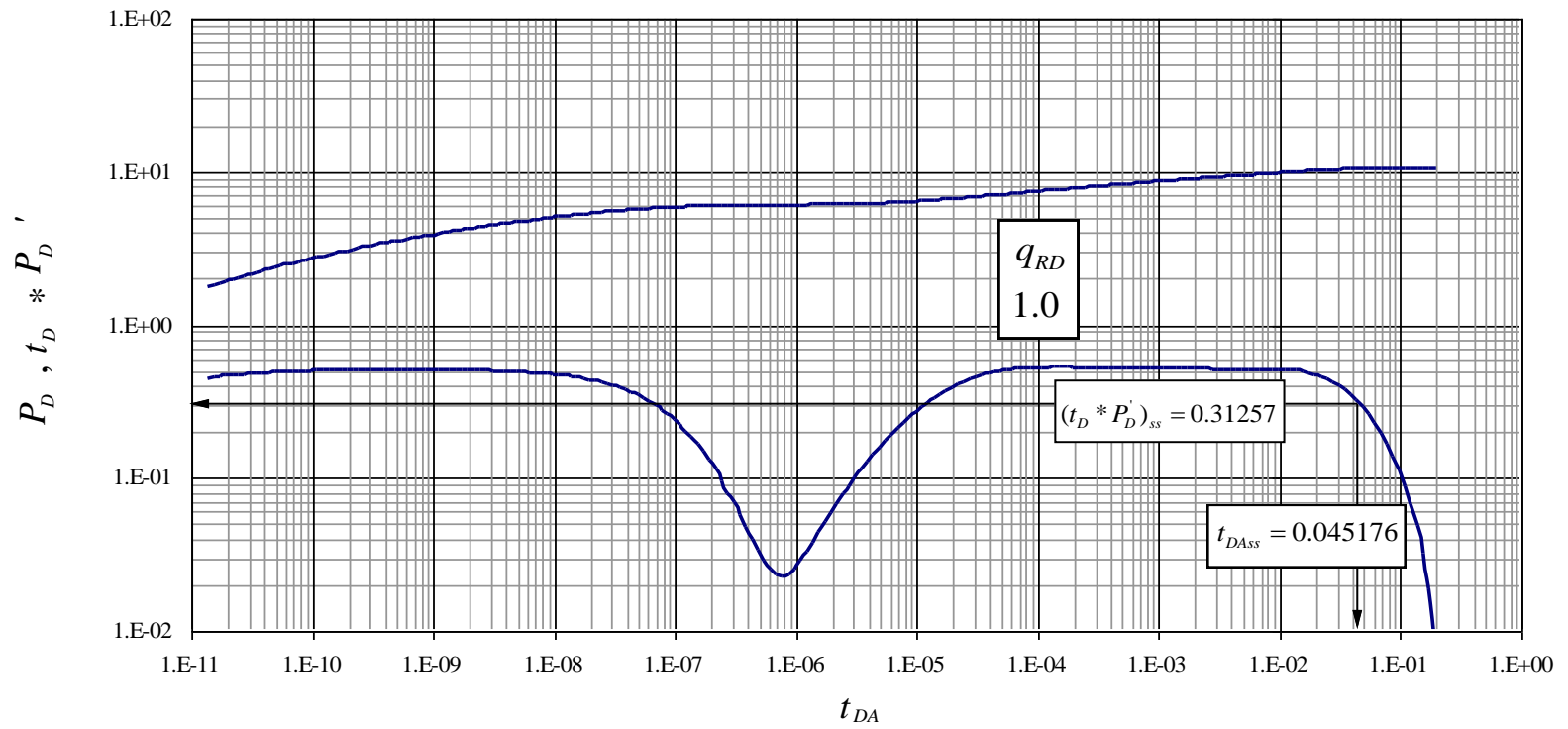


Figura 12. Efecto del r_{De} sobre la presión y derivada de presión de un yacimiento naturalmente fracturado con frontera externa abierta

$$(\omega=0.01 \quad \lambda=1E-5 \quad C_D=0)$$

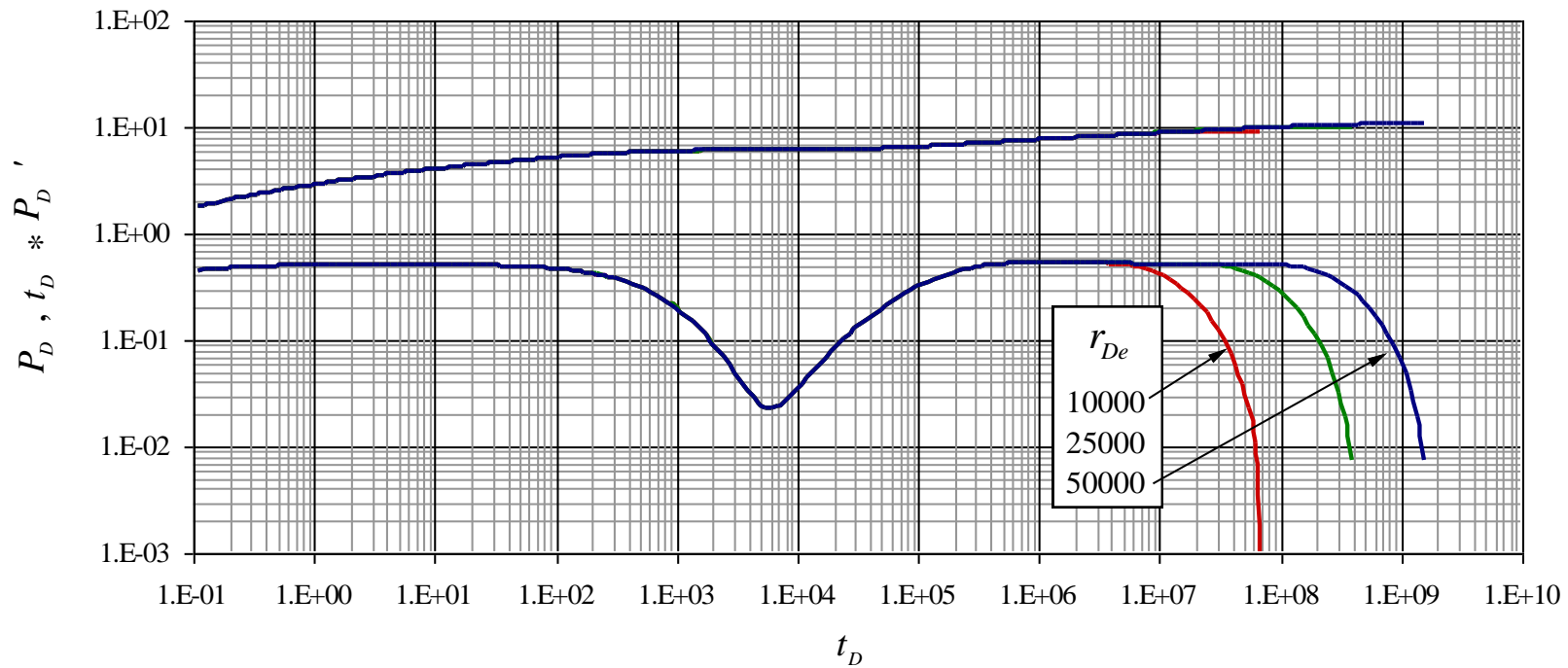
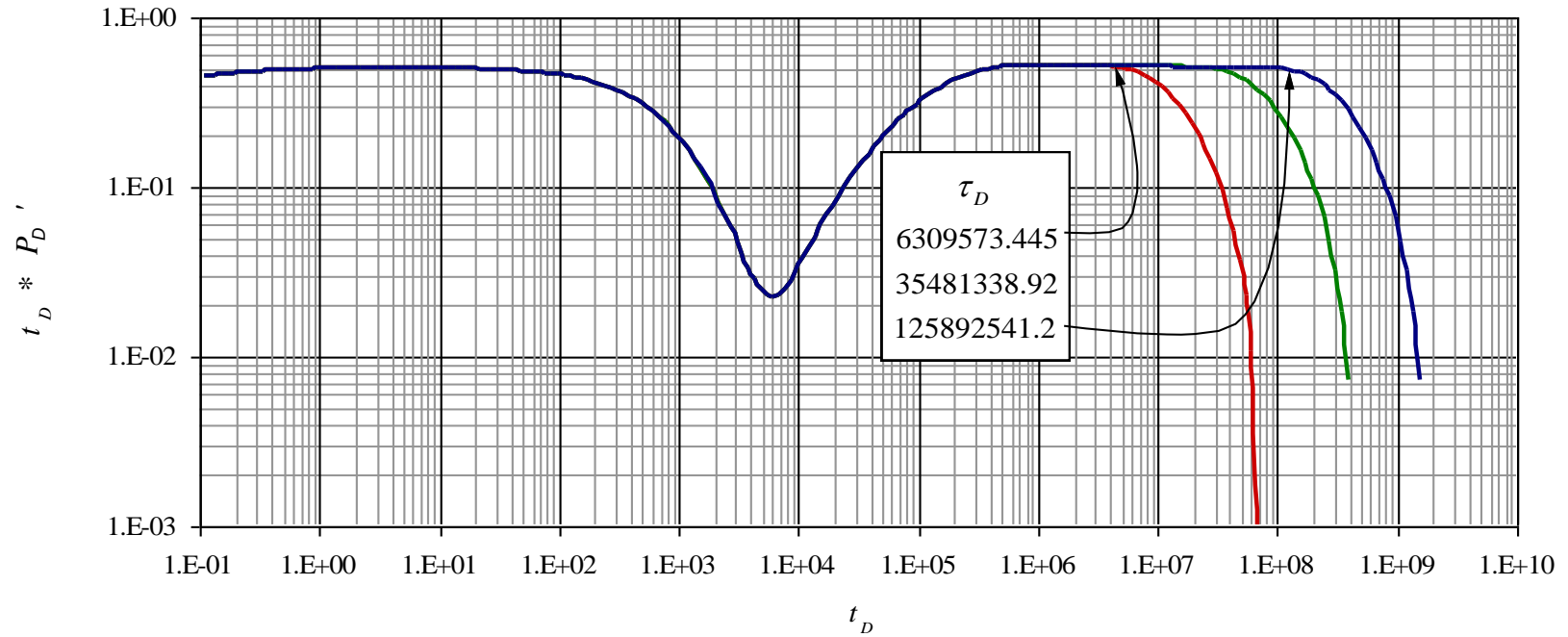


Figura 13. Puntos característicos de τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera externa abierta)

($\omega=0.01$ $\lambda=1E-5$ $C_D=0$)



2.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

2.3.1. Influencia de q_{RD}

La variabilidad del parámetro q_{RD} afecta la condición en la frontera externa, como se observa en la figura 6, cuando el valor de q_{RD} varía entre 0 y 0.3 la frontera se comporta como cerrada, debido a que no hubo intrusión de fluido o el que ingreso no es significativo comparado con lo que producía el pozo, por esta razón no se refleja ningún cambio en la derivada de presión.

La condición de frontera externa parcialmente abierta se presenta en la gráfica 6 cuando q_{RD} es ≥ 0.5 y < 1 , ya que ingresa un volumen considerable de fluido y la presión trata de estabilizarse pero posteriormente se forma el estado pseudoestable, (cavidad que determina el flujo en la frontera externa). Cuanto más grande sea q_{RD} el tiempo en el que aparece la respuesta en la frontera será más tarde y la cavidad será más profunda en la curva de la derivada de presión.

La condición de frontera externa abierta se muestra en la figura 11 donde $q_{RD} = 1$, que significa que la afluencia en la frontera externa es igual a la producción del pozo, por lo tanto, en la curva de presión se forma una línea horizontal que representa la estabilización de la presión.

2.3.2. Influencia del tiempo de inicio de la invasión de fluido

Cuando la condición en la frontera externa es parcialmente abierta, la intrusión de fluido en el yacimiento está representada por una cavidad en la curva de la derivada de presión (periodo de transición final) y su duración se ve afectada por el parámetro τ_D , a medida que este incrementa, la invasión en la frontera externa se hace más lenta y la cavidad que se forma aparecerá más tarde y su amplitud será más corta (Wang et al., 2015).

Como se observa en la figura 14, cuando $\tau_D \geq 1 \times 10^9$ la onda de presión alcanza más rápido la frontera del yacimiento y como consecuencia, no aparece cavidad en la curva de la derivada de presión sino un paso lateral que representa la invasión en la frontera externa.

Cuando la condición en la frontera externa es abierta, la invasión de fluido al yacimiento se presenta como una desviación que finaliza en el estado estable. Como se observa en la figura 15, si $\tau_D > 1 \times 10^9$ la onda de presión alcanza más rápido la frontera del yacimiento y como consecuencia, en la curva de la derivada de presión trata de desarrollarse el estado pseudoestable ya que no se siente el efecto del caudal que ha ingresado, cuando este se vuelve considerable, se estabiliza la presión y por ende aparece el estado estable en la derivada de presión.

Figura 14. Influencia del τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera parcialmente abierta)

($\omega=0.01$ $\lambda=1E-5$ $r_D=50000$ $C_D=0$)

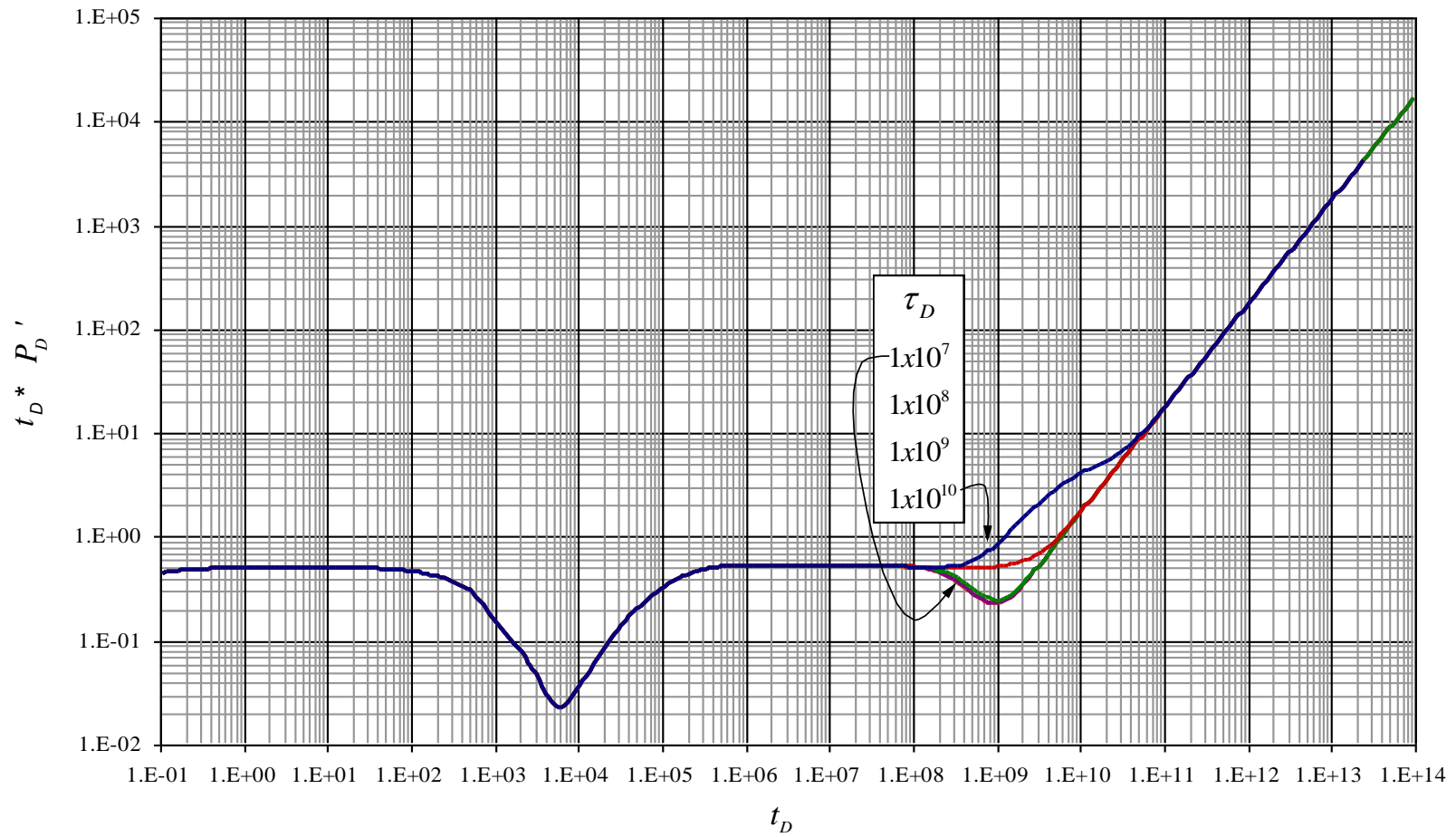
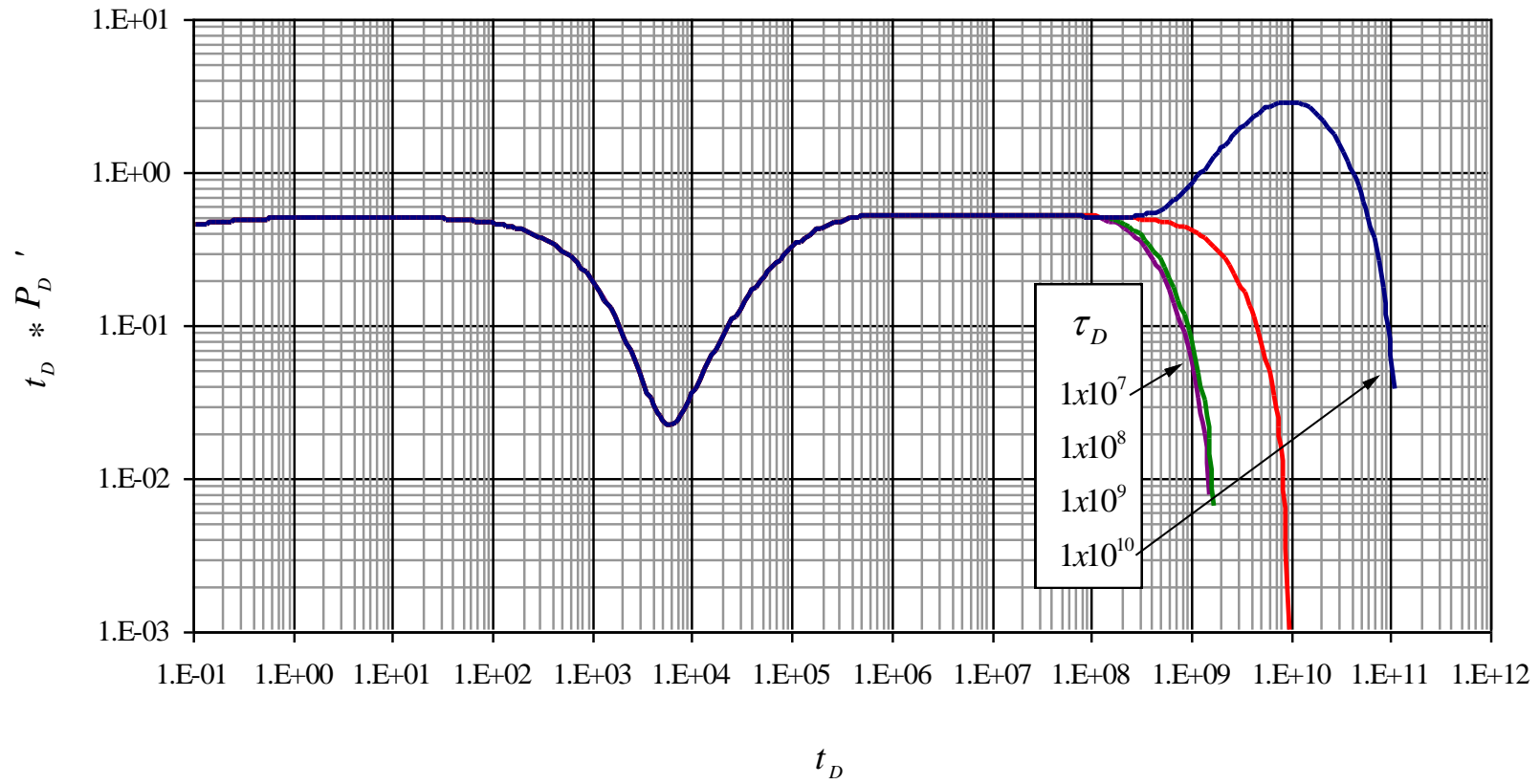


Figura 15. Influencia del τ_D en la curva de la derivada de presión (frontera abierta)

($\omega=0.01$ $\lambda=1E-5$ $r_D=50000$ $C_D=0$)



3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA

3.1. PROCEDIMIENTO

CASO 1. FRONTERA CERRADA O PARCIALMENTE ABIERTA

Paso 1. Grafique ΔP y $(t^*\Delta P')$ versus tiempo de la prueba en una gráfica log-log.

Paso 2. Trace la línea de pendiente unitaria ($m=1$), correspondiente al estado pseudoestable.

Paso 3. Tomando un valor de $(t^*\Delta P')_{pss}$ y t_{pss} durante el estado pseudoestable, con la ecuación (17) se calcula el caudal final de fluido que invade al yacimiento (q_{wi}).

Paso 4. Identifique la segunda cavidad en la curva de la derivada de presión, lea el valor de $(t^*\Delta P')_{min}$ en el punto mínimo de esta y calcule con las ecuaciones (33), (34) y (35), el q_{wi} .

Paso 5. Con el valor del tiempo en el cual se inicia la afluencia en la frontera externa (τ), se estima el radio del yacimiento (r_e) con la ecuación (38) y posteriormente el área del mismo con la ecuación (39).

NOTA: Cuando la frontera actúa como cerrada, no se alcanza a formar la cavidad, por lo tanto, únicamente se puede aplicar del paso 1 al 3.

CASO 2. FRONTERA ABIERTA

Paso 1. Grafique ΔP y $(t^*\Delta P')$ versus tiempo de la prueba en una gráfica log-log.

Paso 2. Trace la línea de pendiente unitaria negativa ($m=-1$), correspondiente al estado estable.

Paso 3. Tomando un valor de $(t^*\Delta P')_{ss}$ y t_{ss} durante el estado estable, con las ecuaciones (24), (25) y (26) se calcula la tasa final de fluido que ingresa al yacimiento (q_{wi}).

Paso 4. Con el valor del tiempo en el cual se inicia la afluencia en la frontera externa (τ), se estima el radio del yacimiento (r_e) con la ecuación (38) y posteriormente el área del mismo con la ecuación (39).

3.2.EJEMPLOS SIMULADOS

3.2.1. Ejercicio 1

Se simuló una prueba de declinación de presión para un pozo en un yacimiento naturalmente fracturado con flujo en la frontera externa, el pozo produce a una rata constante de 560 BPD. Los datos de presión se muestran en el Anexo 2.

DATOS CONOCIDOS

PROPIEDADES DEL FLUIDO

Factor volumétrico	$B = 1.3$ bbl/STB	Viscosidad del aceite	$\mu = 1.6$ cp
Compresibilidad total	$c_t = 3 \times 10^{-5}$ /psi		

PROPIEDADES DEL YACIMIENTO

Espesor de la formación	$h = 29$ ft	Porosidad total	$\phi = 12$ %
Radio del yacimiento	$r_e = 9900$ ft	Radio del pozo	$r_w = 0.33$
Permeabilidad	$k = 105$ md		

Determinar:

1. Tasa final de flujo en la frontera externa (q_{wl}).
2. Área del yacimiento.

Solución:

De la Figura 16, se tomaron los siguientes puntos :

$$t_{pss} = 8038054.275 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta P)_{pss} = 1277.62484 \text{ psi}$$

$$(t^* \Delta P)_{min} = 2.101679 \text{ psi}$$

$$\tau = 1011.9311 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta P)_r = 27.009304 \text{ psi}$$

Para aplicar las ecuaciones, es necesario calcular previamente la permeabilidad de las fracturas, la cual está dada por:

$$k = \frac{70.6q\mu B}{h(t^* \Delta P')_r}$$

$$k = \frac{70.6 * 560 * 1.6 * 1.3}{29 * 27.009304}$$

$$k = 104.989 \text{ md}$$

Se calcula el caudal final de flujo en la frontera externa partiendo de la ecuación (17):

$$q_{wl} = q^* \left| 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{t^* \Delta P'}{t} \right)_{pss} \left(\frac{S_t A}{qB} \right) \right|$$

$$S_t = \phi h c_t = 0.12 * 29 * 3 \times 10^{-5} = 1.044 \times 10^{-4} \text{ ft/psi}$$

$$q_{wl} = 560 * \left| 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{1277.624839}{8038054.275} \right) \left(\frac{1.044 \times 10^{-4} * 307907496}{560 * 1.3} \right) \right|$$

$$q_{wl} = 543.2 \text{ BPD}$$

Se verifica el q_{wl} anteriormente calculado, aplicando las ecuaciones (33), (34) y (35):

$$q_{wl} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.94402 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.099}} = 560 * \left(1 - \frac{104.989 * 29 * 2.101679}{61.94402 * 560 * 1.6 * 1.3} \right)^{\frac{1}{3.099}}$$

$$q_{wl} = 543.47 \text{ BPD}$$

$$q_{wl} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.43019 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.15}} = 560 * \left(1 - \frac{104.989 * 29 * 2.101679}{61.43019 * 560 * 1.6 * 1.3} \right)^{\frac{1}{3.15}}$$

$$q_{wl} = 543.59 \text{ BPD}$$

$$q_{wI} = q * \left(0.99 - \frac{kh(t * \Delta P')_{\min}}{60.43162 * q \mu B} \right)^{\frac{1}{3.5}} = 560 * \left(0.99 - \frac{104.989 * 29 * 2.101679}{60.43162 * 560 * 1.6 * 1.3} \right)^{\frac{1}{3.5}}$$

$$q_{wI} = 543.24 \text{ BPD}$$

Como se tiene el radio del yacimiento, el área está dada por:

$$A_r = \frac{\pi r_e^2}{43.560} = \frac{\pi * 9900^2}{43560}$$

$$A_r = 7068.58 \text{ acres}$$

Con el tiempo de inicio de invasión al yacimiento, se obtiene de la ecuación (38) el radio del yacimiento y posteriormente el área:

$$r_e = r_w * \left(\frac{0.00178716k\tau}{\phi c_t \mu r_w^2} \right)^{\frac{1}{1.89}} = 0.33 * \left(\frac{0.00178716 * 104.989 * 1011.9311}{0.12 * 3 \times 10^{-5} * 1.6 * 0.33^2} \right)^{\frac{1}{1.89}}$$

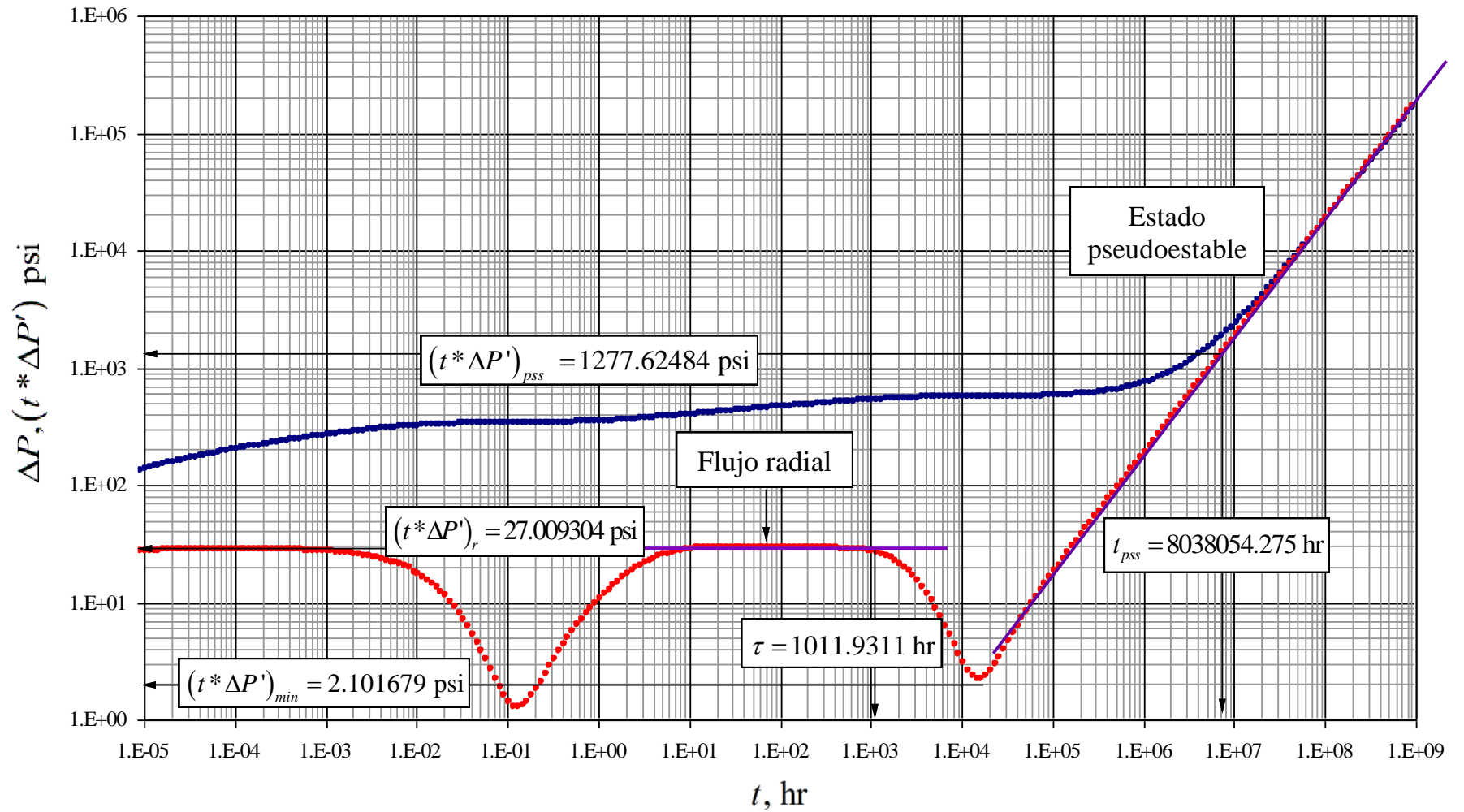
$$r_e = 10134.90 \text{ ft}$$

$$A_r = 7408.01 \text{ acres}$$

Tabla 8. Comparación de resultados del ejercicio 1

PARÁMETROS SIMULADOS			PARÁMETROS CALCULADOS		
q_{wI} (BPD)	k (md)	Área (acres)	q_{wI} (BPD)	k (md)	Área (acres)
			Ec. (17)	543.20	
			Ec. (33)	543.47	
543.20	105	7068.58	Ec. (34)	543.59	7408.01
			Ec. (35)	543.24	

Figura 16. Gráfica log-log de presión y derivada de presión (Ejercicio 1)



3.2.2. Ejercicio 2

Se simuló una prueba de declinación de presión para un pozo en un yacimiento naturalmente fracturado con flujo en la frontera externa, los datos se muestran en el Anexo 3. El pozo estaba produciendo a una tasa constante de 800 BPD.

DATOS CONOCIDOS

PROPIEDADES DEL FLUIDO

Factor volumétrico	$B = 1.25$ bbl/STB	Viscosidad del aceite	$\mu = 1.18$ cp
Compresibilidad total	$c_t = 2 \times 10^{-6}$ /psi		

PROPIEDADES DEL YACIMIENTO

Espesor de la formación	$h = 75$ ft	Porosidad total	$\phi = 10$ %
Radio del yacimiento	$r_e = 13557.5$ ft	Radio del pozo	$r_w = 0.29$ ft
Permeabilidad	$k = 45$ md		

Determinar:

1. Tasa final de flujo en la frontera externa (q_{wi}).
2. Área del yacimiento.

Solución.

De la figura 17, se leen los siguientes datos :

$$t_{ss} = 1015.13443 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta P)_{ss} = 7.8544976 \text{ psi}$$

$$(t^* \Delta P)_r = 24.690242 \text{ psi}$$

$$\tau = 160.888 \text{ hr}$$

Tomando un punto en el flujo radial, se calcula la permeabilidad de las fracturas con la siguiente ecuación:

$$k = \frac{70.6q\mu B}{h(t^* \Delta P')_r}$$

$$k = \frac{70.6 * 800 * 1.18 * 1.25}{75 * 24.690242}$$

$$k = 44.988 \text{ md}$$

Se calcula el parámetro q_{wl} , con las ecuaciones (24), (25) y (26):

$$q_{wl} = q * \left[\frac{7270.319 * q\mu B}{kh(t^* \Delta P')_{ss}} \left(\frac{(\phi c)_i \mu A}{k t_{ss}} \right)^{0.994} \right]^{\frac{1}{0.6}}$$

$$q_{wl} = 800 * \left[\frac{7270.319 * 800 * 1.18 * 1.25}{44.988 * 75 * 7.8544976} \left(\frac{0.1 * 2 \times 10^{-6} * 1.18 * 577442970.6}{44.988 * 1015.13443} \right)^{0.994} \right]^{\frac{1}{0.6}}$$

$$q_{wl} = 800.32 \text{ BPD}$$

$$q_{wl} = q * \left[\frac{10874.418 * q\mu B}{kh(t^* \Delta P')_{ss}} \left(\frac{(\phi c)_i \mu A}{k t_{ss}} \right)^{0.997} \right]^{-0.47}$$

$$q_{wl} = 800 * \left[\frac{10874.418 * 800 * 1.18 * 1.25}{44.988 * 75 * 7.8544976} \left(\frac{0.1 * 2 \times 10^{-6} * 1.18 * 577442970.6}{44.988 * 1015.13443} \right)^{0.997} \right]^{-0.45}$$

$$q_{wl} = 800.17 \text{ BPD}$$

$$q_{wl} = q * \left[-1.77898 * \ln \left(\frac{7.796 \times 10^{-5} * kh(t^* \Delta P')_{ss}}{q\mu B} \left(\frac{k t_{ss}}{(\phi c)_i \mu A} \right)^{0.995} \right) \right]$$

$$q_{wl} = 800 * \left[-1.77898 * \ln \left(\frac{7.796 \times 10^{-5} * 44.988 * 75 * 7.8544976}{800 * 1.18 * 1.25} \left(\frac{44.988 * 1015.13443}{0.1 * 2 \times 10^{-6} * 1.18 * 577442970.6} \right)^{0.995} \right) \right]$$

$$q_{wl} = 800.09 \text{ BPD}$$

Con el valor del radio del yacimiento y aplicando la ecuación (39), se obtiene el área:

$$A_r = \frac{\pi r_e^2}{43.560} = \frac{\pi * 13557.5^2}{43560}$$

$$A_r = 13256.27 \text{ acres}$$

Con el tiempo de inicio de invasión al yacimiento, se obtiene de la ecuación (38) el radio del yacimiento y posteriormente el área:

$$r_e = r_w * \left(\frac{0.00178716k\tau}{\phi c_i \mu r_w^2} \right)^{\frac{1}{1.89}} = 0.29 * \left(\frac{0.00178716 * 44.988 * 160.88796}{0.1 * 2 \times 10^{-6} * 1.18 * 0.29^2} \right)^{\frac{1}{1.89}}$$

$$r_e = 13363.86 \text{ ft}$$

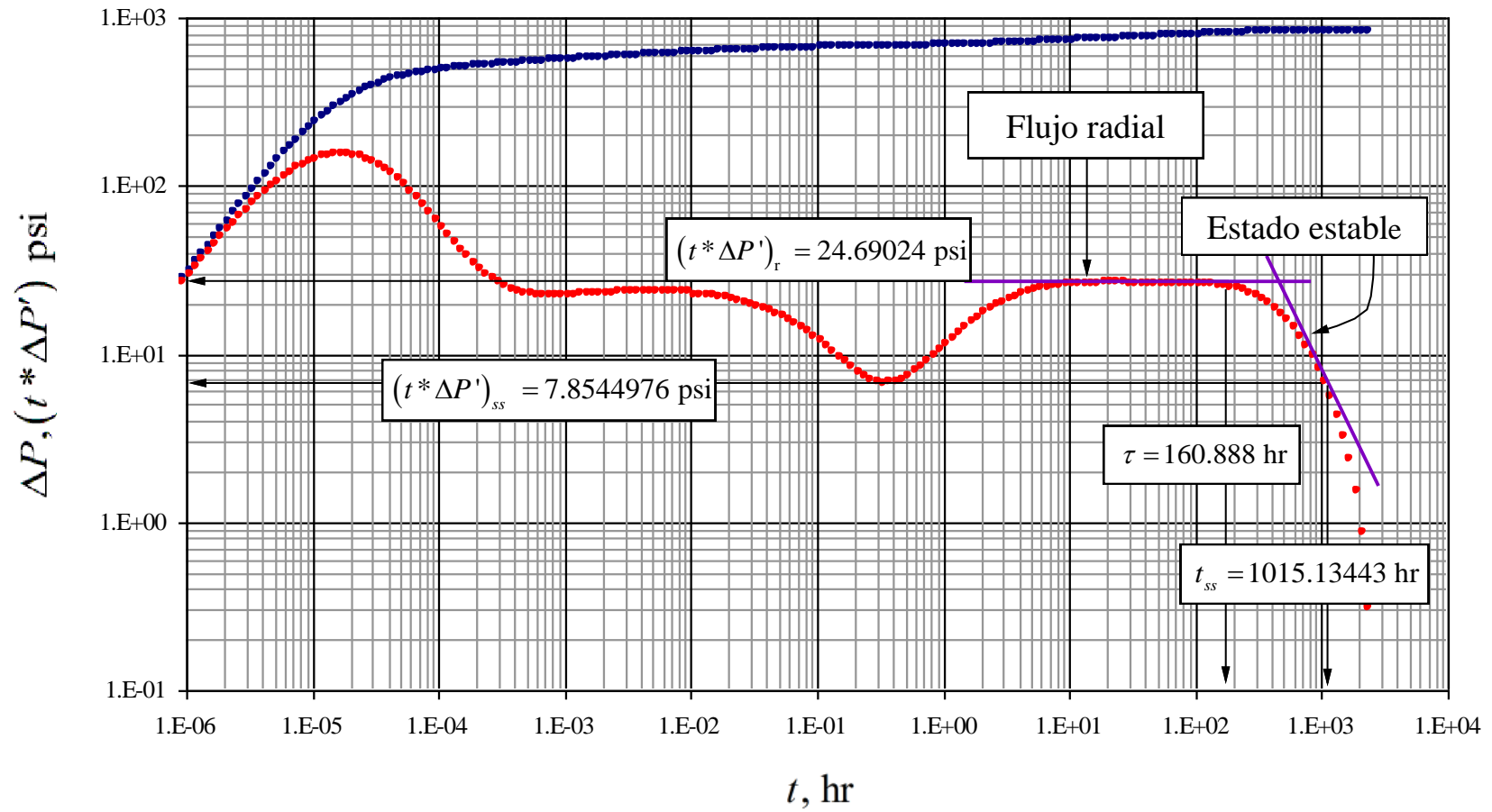
$$A_r = 12880.30 \text{ acres}$$

En la siguiente tabla se comparan los datos calculados con los de la simulación:

Tabla 9. Comparación de resultados del ejercicio 2

PARÁMETROS SIMULADOS			PARÁMETROS CALCULADOS		
q_{WI} (BPD)	k (md)	Área (acres)	q_{WI} (BPD)	k (md)	Área (acres)
800	45	13256.27	Ec. (24)	Ec. (25)	Ec. (26)
			800.32	800.17	800.09
			44.988		12880.30

Figura 17. Gráfica log-log de presión y derivada de presión (Ejercicio 2)



3.2.3. Ejercicio 3

El Anexo 4 proporciona los datos de una prueba de declinación de presión para un pozo en yacimiento naturalmente fracturado con flujo en la frontera externa, el pozo producía a una rata constante de 1045 BPD.

DATOS CONOCIDOS

PROPIEDADES DEL FLUIDO

Factor volumétrico	$B = 1$ bbl/STB	Viscosidad del aceite	$\mu = 0.8$ cp
Compresibilidad total	$c_t = 3 \times 10^{-6}$ /psi		

PROPIEDADES DEL YACIMIENTO

Espesor de la formación	$h = 25$ ft	Porosidad total	$\phi = 8$ %
Radio del yacimiento	$r_e = 14500$ ft	Radio del pozo	$r_w = 0.29$ ft
Permeabilidad	$k = 498.7$ md		

Determinar:

1. Tasa final de flujo en la frontera externa (q_{wl}).
2. Área del yacimiento.

Solución:

De la Figura 18, se toman los siguientes puntos:

$$t_{pss} = 23396.329 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta P')_{pss} = 158.750404 \text{ psi}$$

$$(t^* \Delta P')_{min} = 1.386936 \text{ psi}$$

$$\tau = 13.46318 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta P')_r = 4.735146 \text{ psi}$$

La permeabilidad de las fracturas esta dada por:

$$k = \frac{70.6q\mu B}{h(t^* \Delta P')_r}$$

$$k = \frac{70.6*1045*0.8*1}{25*4.735146}$$

$$k = 498.583 \text{ md}$$

Se calcula el caudal final de flujo en la frontera externa, con un punto característico durante estado pseudoestable (Ec. 17):

$$q_{wl} = q^* \left| 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{t^* \Delta P'}{t} \right)_{pss} \left(\frac{S_t A}{qB} \right) \right|$$

$$s_t = \phi h c_t = 0.08 * 25 * 3 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-6} \text{ ft/psi}$$

$$q_{wl} = 1045 \left| 1 - \frac{1}{0.233951} \left(\frac{158.750404}{23396.329} \right) \left(\frac{6 \times 10^{-6} * 660519855.4}{1045 * 1} \right) \right|$$

$$q_{wl} = 930.06 \text{ BPD}$$

Verificando el q_{wl} anteriormente calculado, aplicando las ecuaciones (33), (34) y (35):

$$q_{wl} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.94402 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.099}} = 1045 * \left(1 - \frac{498.583 * 25 * 1.386936}{61.94402 * 1045 * 0.8 * 1} \right)^{\frac{1}{3.099}}$$

$$q_{wl} = 916.62 \text{ BPD}$$

$$q_{wl} = q^* \left(1 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{61.43019 * q\mu B} \right)^{\frac{1}{3.15}} = 1045 * \left(1 - \frac{498.583 * 25 * 1.386936}{61.43019 * 1045 * 0.8 * 1} \right)^{\frac{1}{3.15}}$$

$$q_{wl} = 917.34 \text{ BPD}$$

$$q_{wI} = q^* \left(0.99 - \frac{kh(t^* \Delta P')_{\min}}{60.43162 * q \mu B} \right)^{\frac{1}{3.5}} = 1045 * \left(0.99 - \frac{498.583 * 25 * 1.386936}{60.43162 * 1045 * 0.8 * 1} \right)^{\frac{1}{3.5}}$$

$$q_{wI} = 923.09 \text{ BPD}$$

Con el radio del yacimiento se calcula el área:

$$A_r = \frac{\pi r_e^2}{43.560} = \frac{\pi * 14500^2}{43560}$$

$$A_r = 15163.45 \text{ acres}$$

Con el tiempo de inicio de invasión al yacimiento, se obtiene de la ecuación (38) el radio del yacimiento y posteriormente el área:

$$r_e = r_w * \left(\frac{0.00178716k\tau}{\phi c_r \mu r_w^2} \right)^{\frac{1}{1.89}} = 0.29 * \left(\frac{0.00178716 * 498.583 * 13.46318}{0.08 * 3 \times 10^{-6} * 0.6 * 0.29^2} \right)^{\frac{1}{1.89}}$$

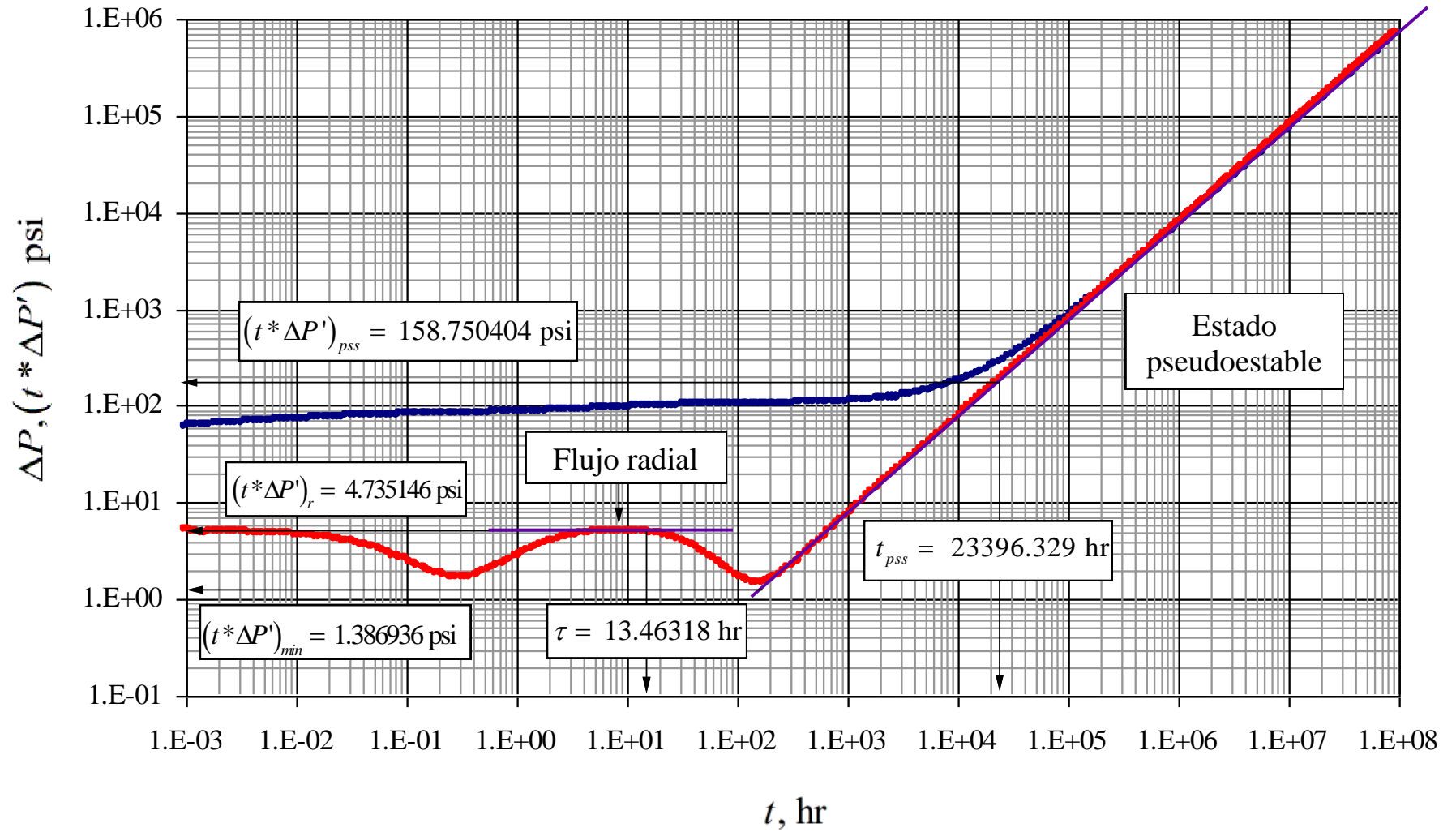
$$r_e = 14322.64 \text{ ft}$$

$$A_r = 14794.77 \text{ acres}$$

Tabla 10. Comparación de resultados del ejercicio 3

PARÁMETROS SIMULADOS			PARÁMETROS CALCULADOS		
q_{wI} (BPD)	k (md)	Área (acres)	q_{wI} (BPD)	k (md)	Área (acres)
			Ec. (17)	930.06	
			Ec. (33)	916.62	
930.05	498.7	15163.45	Ec. (34)	917.34	498.583
			Ec. (35)	923.09	14794.77

Figura 18. Gráfica log-log de presión y derivada de presión (Ejercicio 3)



CONCLUSIONES

- Se extendió la técnica de síntesis directa de Tiab para pozos verticales de petróleo en yacimientos naturalmente fracturados con flujo variable en la frontera externa. La aplicabilidad de la metodología propuesta se comprobó con problemas sintéticos.
- Se desarrollaron ecuaciones que determinan los parámetros que caracterizan la invasión de fluido en la frontera externa de un yacimiento de medio dual: tasa final flujo en la frontera externa, q_{wi} , y tiempo en el cual se inicia la invasión de fluido en la frontera externa τ .
- Del análisis de los efectos que produce la variabilidad de los parámetros involucrados en las expresiones matemáticas desarrolladas, se observó que para los rangos de q_{RD} de 0-0.98 en la curva de la derivada de presión, se presenta el estado pseudoestable que se ajusta a una pendiente unitaria y cuando $q_{RD}= 1$ se forma el estado estable que se identifica por una pendiente negativa unitaria.
- La intrusión de fluido en los yacimientos naturalmente fracturados, genera un comportamiento característico en la curva de la derivada de presión, donde se identifica la condición en la que actúa la frontera externa: cerrada, parcialmente abierta y abierta, siendo cada una de estas modelada en este trabajo de investigación.

RECOMENDACIONES

- Para la continuación de este estudio se recomienda, formular ecuaciones que calculen la intrusión de fluido desde el tiempo en el que se inicia la invasión hasta que esta se estabiliza, posteriormente determinar el WOR.
- Se recomienda para la aplicación de las ecuaciones de condición de frontera externa abierta, seleccionar el punto intermedio de los que pasan por la recta que caracteriza el estado estable, en pro de incurrir con el menor porcentaje de error.

NOMENCLATURA

B	Factor de volumen de formación del aceite, bbl/STB
k	Permeabilidad, md
c_t	Compresibilidad total, 1/psi
h	Espesor de la formación, ft
A	Área de drenaje, ft ²
A_r	Área de drenaje, acres
q	Tasa de flujo, BPD
q_{WI}	Tasa final de flujo en la frontera externa, BPD
s	Daño (skin factor)
r_w	Radio del pozo, ft
r_e	Radio de drenaje, ft
r_D	Radio adimensional
r_{De}	Radio adimensional de los límites del yacimiento.
C_D	Coefficiente de almacenamiento adimensional
q_{RD}	Tasa final adimensional de flujo en la frontera externa
τ	Tiempo en el cual se inicia la invasión de fluido en la frontera externa
τ_D	Tiempo adimensional en el cual se inicia la invasión de fluido en la frontera externa
P_D	Presión adimensional
P_D'	Derivada de presión adimensional
t	Tiempo, hr
t_D	Tiempo adimensional
t_{DA}	Tiempo adimensional basado en el área de drenaje
$t_D * P_D'$	Derivada de presión adimensional
$t * \Delta P'$	Derivada de presión, psi
ΔP	Cambio de presión, psi
S_t	Capacidad de almacenamiento = $\phi c_t h$, ft/psi

Subíndices

r	Radial
D	Adimensional
w	Pozo
ss	Estado estable
pss	Estado pseudoestable
min	Punto mínimo

Griegos

ω	Coficiente adimensional de almacenaje de un yacimiento naturalmente fracturado, $(\phi c_t)_f / [(\phi c_t)_m + (\phi c_t)_f]$
Δ	Cambio
ϕ	Porosidad, fracción
μ	Viscosidad del aceite, cp
λ	Parámetro de flujo interporoso

REFERENCIAS

- Barenblatt G. I., Zheltov Y. P. and Kochina I. N. "Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks (Strata)". J. Appl. Math. Mech. (Jun 1960) 24, 1286-1303.
- Escobar, F.H., 2005. "Análisis Moderno de Pruebas de Presión". Editorial Universidad Surcolombiana. ISBN 958-8154-81-2. Abr. 2005.
- Leyva, H, 2006. "Predicción de la respuesta de presión en yacimientos naturalmente fracturados con fronteras a presión constante" (Tesis de Maestría), Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad México.
- Mavor, M.J. and Cinco-Ley, H. "Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". SPE paper 7977, California Regional Meeting, Ventura, CA., Apr. 18-20. 1979.
- Tiab, D., 1995. "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: I-Skin and Wellbore Storage". Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 12, pp. 171-181. Also Tiab, D. (1993, January 1). "Analysis of Pressure and Pressure Derivatives Without Type-Curve Matching: I-Skin and Wellbore Storage". Society of Petroleum Engineers. doi: 10.2118/25426-MS.
- Wang, D., Yao, J., Cai, M., and Liu, P., 2015. "Transient Pressure and Productivity Analysis in Dual Medium Reservoir with Changing Outer Boundary Flux".
- Warren, J.E. and Root, P.J. *The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs*. (Sept. 1963): 245-255.

ANEXOS

ANEXO 1

MODELO DE BARENBLATT (1960)

La expresión matemática que describe la idealización de Barenblatt et al., es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{fx}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_{fy}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_{fz}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial z} \right) - (V\phi c)_f \frac{\partial P_f}{\partial t} = -A(x, y, z, t) \quad (1)$$

Si el almacenamiento en la matriz es $(\phi c V)_m$ y la presión promedio en la matriz es P_m se puede demostrar que:

$$A(x, y, z, t) = -(\phi c V)_m \frac{\partial P_m}{\partial t} \quad (2)$$

Aplicando el principio de conservación de masa y la ley de Darcy, se obtiene una ecuación que considera la interacción de fluido entre la matriz y el sistema de fracturas:

$$(\phi c V)_m \frac{\partial P_m}{\partial t} = \frac{k_m A_m}{\mu \ell V} (P_m - P_f) \quad (3)$$

Si $\frac{V}{A_m} = \ell$, la ecuación anterior puede ser escrita como:

$$(\phi c V)_m \frac{\partial \bar{P}_m}{\partial t} = \frac{k_m}{\mu \ell^2} (P_m - P_f) \quad (4)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en la (1):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{fx}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_{fy}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_{fz}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial z} \right) - (V\phi c)_f \frac{\partial P_f}{\partial t} = (\phi c V)_m \frac{\partial P_m}{\partial t} \quad (5)$$

La ecuación (5) puede ser expresada en términos adimensionales, mediante las siguientes definiciones:

$$P_D(x_D, y_D, z_D) = \frac{\alpha_1 kh}{q\mu} [P_i - P_F(x_D, y_D, z_D)] \quad (6)$$

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (7)$$

$$t_D = \frac{k}{\phi\mu c L^2} t \quad (8)$$

Para el primer miembro del lado izquierdo de la ecuación (5) se tiene:

$$\left(\frac{k_{fx}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x_D} \left\{ \frac{k_{fx}}{\mu} \left[P_i - \frac{q\mu}{\alpha_1 k_{fx} h} P_{fD} \right] \right\} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{L} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{fx}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_D} \left[\frac{q}{\alpha_1 h L} \frac{\partial P_{fD}}{\partial x_D} \right] \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{L} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_{fx}}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial x} \right) = - \frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial x_D^2} \quad (11)$$

Donde α_1 es una constante de conversión de unidades.

Realizando el mismo procedimiento con los términos restantes, la ecuación (5) se representa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & - \frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial x_D^2} - \frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial y_D^2} - \frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial z_D^2} + (V\phi c)_f \left(\frac{k}{\phi\mu c L^2} \right) \left(\frac{q\mu}{\alpha_1 kh} \right) \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} = \\ & - (V\phi c)_m \left(\frac{k}{\phi\mu c L^2} \right) \left(\frac{q\mu}{\alpha_1 kh} \right) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} \end{aligned} \quad (12)$$

Si el tiempo adimensional está basado en una permeabilidad de referencia $k_f = \sqrt[3]{k_{fx}k_{fy}k_{fz}}$ y $\phi c = [(V\phi c)_f + (V\phi c)_m]$, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\begin{aligned} & -\frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial x_D^2} - \frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial y_D^2} - \frac{q}{\alpha_1 h L^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial z_D^2} + \\ & \frac{(V\phi c)_f}{(V\phi c)_f + (V\phi c)_m} \left(\frac{\sqrt[3]{k_{fx}k_{fy}k_{fz}}}{\mu L^2} \right) \left(\frac{q\mu}{\alpha_1 h \sqrt[3]{k_{fx}k_{fy}k_{fz}}} \right) \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} = \\ & -\frac{(V\phi c)_m}{(V\phi c)_m + (V\phi c)_f} \left(\frac{\sqrt[3]{k_{fx}k_{fy}k_{fz}}}{\mu L^2} \right) \left(\frac{q\mu}{\alpha_1 h \sqrt[3]{k_{fx}k_{fy}k_{fz}}} \right) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} \end{aligned} \quad (13)$$

Definiendo los parámetros ω y λ como:

$$\omega = \frac{(V\phi c)_f}{(V\phi c)_f + (V\phi c)_m} \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{k_m L^2}{\mu \ell^2} \quad (15)$$

Donde L es una longitud característica. La ecuación (13) se puede expresar como:

$$\nabla_D^2 (P_{fD}) = \omega \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} + (1-\omega) \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} \quad (16)$$

Realizando el mismo procedimiento con la ecuación (3), se llega a:

$$\lambda (P_{fD} - P_{mD}) = (1-\omega) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} \quad (17)$$

Dónde:
$$x_{Dj} = \frac{x_j}{L} \sqrt{\frac{k_f}{k_{fj}}} \quad (18)$$

La ecuación (16) expresada en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial P_{fD}}{\partial r_D} \right) + \frac{k_{fz}}{k_{fr}} \frac{r_w^2}{h^2} \frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial z_D^2} = \lambda (P_{fD} - P_{mD}) + \omega \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} \quad (19)$$

Dónde:
$$r_D = \sqrt{x_D^2 + y_D^2} \quad (20)$$

ANEXO 2

Tabla 11. Datos de presión y derivada de presión para el ejercicio 1

t (hr)	ΔP (psi)	$t^*\Delta P'$ (psi)	t (hr)	ΔP (psi)	$t^*\Delta P'$ (psi)
2.5419E-06	92.877677	23.685744	80.38054275	430.19172	27.511891
2.8520E-06	95.612098	23.936786	90.18845233	433.30230	27.467634
3.2000E-06	98.372796	24.174276	101.1931079	436.41285	27.425454
3.5905E-06	101.15833	24.398377	113.5405345	439.52351	27.385721
4.0286E-06	103.96729	24.609312	127.3945750	442.63448	27.348726
4.5201E-06	106.7983	24.807351	142.9390641	445.74608	27.314716
5.0717E-06	109.65003	24.992809	160.3802678	448.85876	27.283925
5.6905E-06	112.52118	25.166042	179.9496202	451.97314	27.256589
6.3849E-06	115.41051	25.327438	201.9067947	455.09006	27.232942
7.1639E-06	118.31683	25.477415	226.5431497	458.21059	27.213174
8.0381E-06	121.23898	25.616411	254.1855946	461.33601	27.197344
9.0188E-06	124.17587	25.744884	285.2009280	464.46773	27.185242
1.0119E-05	127.12645	25.863304	320.0007044	467.60723	27.176176
1.1354E-05	130.08972	25.972146	359.0466957	470.75580	27.168704
1.2739E-05	133.06474	26.071889	402.8570186	473.91430	27.160303
1.4294E-05	136.05060	26.163010	452.0130093	477.08279	27.147007
1.6038E-05	139.04647	26.245981	507.1669380	480.26012	27.123049
1.7995E-05	142.05153	26.321264	569.0506638	483.44342	27.080546
2.0191E-05	145.06503	26.389307	638.4853463	486.62766	27.009304
2.2654E-05	148.08626	26.450544	716.3923413	489.80522	26.896781
2.5419E-05	151.11454	26.505390	803.8054275	492.96557	26.728289
2.8520E-05	154.14923	26.554238	901.8845233	496.09513	26.487464
3.2000E-05	157.18974	26.597461	1011.931079	499.17736	26.157035
3.5905E-05	160.23550	26.635405	1135.405345	502.19312	25.719871
4.0286E-05	163.28597	26.668391	1273.945750	505.12133	25.160265
4.5201E-05	166.34065	26.696712	1429.390641	507.93983	24.465340
5.0717E-05	169.39906	26.720633	1603.802678	510.62654	23.626468
5.6905E-05	172.46073	26.740390	1799.496202	513.16064	22.640518
6.3849E-05	175.52522	26.756185	2019.067947	515.52385	21.510792
7.1639E-05	178.59210	26.768194	2265.431497	517.70154	20.247513
8.0381E-05	181.66097	26.776554	2541.855946	519.68360	18.867748
9.0188E-05	184.73142	26.781373	2852.009280	521.46500	17.394768
0.00010119	187.80304	26.782723	3200.007044	523.04605	15.856880
0.00011354	190.87545	26.780639	3590.466957	524.43217	14.285826
0.00012739	193.94825	26.775120	4028.570186	525.63338	12.714944
0.00014294	197.02103	26.766125	4520.130093	526.66356	11.177267
0.00016038	200.09337	26.753575	5071.669380	527.53949	9.7037493
0.00017995	203.16486	26.737345	5690.506638	528.27985	8.3217837
0.00020191	206.23504	26.717267	6384.853463	528.90424	7.0541219
0.00022654	209.30345	26.693124	7163.923413	529.43234	5.9182461
0.00025419	212.36957	26.664649	8038.054275	529.88320	4.9262355
0.00028520	215.43289	26.631519	9018.845233	530.27475	4.0849606
0.00032000	218.49280	26.593354	10119.31079	530.62343	3.3966653
0.00035905	221.54870	26.549711	11354.05345	530.94409	2.8597315
0.00040286	224.59988	26.500076	12739.45750	531.24995	2.4695383
0.00045201	227.64559	26.443864	14293.90641	531.55274	2.2194491

0.00050717	230.68500	26.380410	16038.02678	531.86284	2.1016786
0.00056905	233.71720	26.308960	17994.96202	532.18958	2.1080511
0.00063849	236.74116	26.228670	20190.67947	532.54142	2.2306905
0.00071639	239.75574	26.138593	22654.31497	532.92625	2.4625627
0.00080381	242.75970	26.037671	25418.55946	533.35167	2.7978925
0.00090188	245.75162	25.924732	28520.09280	533.82517	3.2324674
0.00101193	248.72994	25.798478	32000.07044	534.35442	3.7638493
0.00113541	251.69292	25.657476	35904.66957	534.94742	4.3915119
0.00127395	254.63860	25.500153	40285.70186	535.61275	5.1169287
0.00142939	257.56482	25.324789	45201.30093	536.35973	5.9436276
0.00160380	260.46915	25.129514	50716.69380	537.19858	6.8772307
0.00179950	263.34889	24.912301	56905.06638	538.14065	7.9254936
0.00201907	266.20106	24.670973	63848.53463	539.19856	9.0983538
0.00226543	269.02234	24.403203	71639.23413	540.38643	10.407999
0.00254186	271.80906	24.106528	80380.54275	541.72005	11.868963
0.00285201	274.55719	23.778369	90188.45233	543.21713	13.498248
0.00320001	277.26231	23.416055	101193.1079	544.89751	15.315492
0.00359047	279.87912	22.988801	113540.5345	546.78350	17.343166
0.00402857	282.47736	22.545856	127394.5750	548.90008	19.606824
0.00452013	285.01609	22.060062	142939.0641	551.27533	22.135393
0.00507167	287.48922	21.528836	160380.2678	553.94075	24.961518
0.00569051	289.89033	20.949835	179949.6202	556.93167	28.121960
0.00638485	292.21274	20.321072	201906.7947	560.28778	31.658054
0.00716392	294.71200	20.004833	226543.1497	564.05358	35.616236
0.00803805	296.89526	19.326597	254185.5946	568.27904	40.048634
0.00901885	298.98479	18.603915	285200.9280	573.02022	45.013744
0.01011931	300.67436	17.213978	320000.7044	578.34000	50.577194
0.01135405	302.51499	16.316723	359046.6957	584.30899	56.812601
0.01273946	304.23995	15.371362	402857.0186	591.00637	63.802540
0.01429391	305.96566	14.716949	452013.0093	598.52101	71.639630
0.01603803	307.46523	13.738941	507166.9380	606.95262	80.427758
0.01799496	308.84215	12.736495	569050.6638	616.41308	90.283451
0.02019068	310.09626	11.718572	638485.3463	627.02792	101.33742
0.02265431	311.22898	10.695258	716392.3413	638.93798	113.73629
0.02541856	312.24336	9.6775046	803805.4275	652.30132	127.64454
0.02852009	313.14405	8.6768080	901884.5233	667.29524	143.24670
0.03200007	313.93719	7.7048304	1011931.079	684.11871	160.74976
0.03590467	314.63023	6.7729872	1135405.345	702.99496	180.38596
0.04028570	315.23172	5.8920305	1273945.750	724.17447	202.41584
0.04520130	315.75104	5.0716607	1429390.641	747.93828	227.13171
0.05071669	316.19813	4.3201948	1603802.678	774.60171	254.86152
0.05690507	316.58314	3.6443172	1799496.202	804.51858	285.97323
0.06384853	316.91624	3.0489296	2019067.947	838.08587	320.87965
0.07163923	317.20733	2.5371093	2265431.497	875.74898	360.04398
0.08038054	317.46587	2.1101722	2541855.946	918.00770	403.98588
0.09018845	317.70077	1.7678292	2852009.280	965.42275	453.28845
0.10119311	317.92028	1.5084169	3200007.044	1018.6233	508.60589
0.11354053	318.13198	1.3291793	3590466.957	1078.3153	570.67224
0.12739458	318.34281	1.2265753	4028570.186	1145.2909	640.31106
0.14293906	318.55914	1.1965879	4520130.093	1220.4387	718.44642

0.16038027	318.78683	1.2350155	5071669.380	1304.7559	806.11514
0.17994962	319.03134	1.3377289	5690506.638	1399.3614	904.48052
0.20190679	319.29787	1.5008840	6384853.463	1505.5105	1014.8478
0.22654315	319.59145	1.7210838	7163923.413	1624.6117	1138.6815
0.25418559	319.91704	1.9954898	8038054.275	1758.2455	1277.6248
0.28520093	320.27967	2.3218819	9018845.233	1908.1851	1433.5215
0.32000070	320.68448	2.6986730	10119310.79	2076.4201	1608.4401
0.35904670	321.13681	3.1248814	11354053.45	2265.1829	1804.7017
0.40285702	321.64225	3.6000661	12739457.50	2476.9781	2024.9106
0.45201301	322.20667	4.1242307	14293906.41	2714.6164	2271.9888
0.50716694	322.83622	4.6976982	16038026.78	2981.2508	2549.2150
0.56905066	323.5373	5.3209628	17994962.02	3280.4196	2860.2676
0.63848535	324.31655	5.9945211	20190679.47	3616.0926	3209.2743
0.71639234	325.1807	6.7186868	22654314.97	3992.7238	3600.8662
0.80380543	326.13655	7.4933945	25418559.46	4415.3109	4040.2393
0.90188452	327.19076	8.3179987	28520092.80	4889.4615	4533.2239
1.01193108	328.3497	9.1910755	32000070.44	5421.4673	5086.3617
1.13540534	329.61926	10.110239	35904669.57	6018.3875	5706.9924
1.27394575	331.00466	11.071982	40285701.86	6688.1430	6403.3514
1.42939064	332.51019	12.071560	45201300.93	7439.6211	7184.6790
1.60380268	334.13906	13.102923	50716693.80	8282.7933	8061.3430
1.79949620	335.89316	14.158720	56905066.38	9228.8481	9044.9760
2.01906795	337.77293	15.230379	63848534.63	10290.339	10148.630
2.26543150	339.77729	16.308269	71639234.13	11481.352	11386.951
2.54185595	341.90356	17.381948	80380542.75	12817.689	12776.369
2.85200928	344.14751	18.440485	90188452.33	14317.085	14335.323
3.20000704	346.50349	19.472833	101193107.9	15999.435	16084.497
3.59046696	348.96457	20.468248	113540534.5	17887.063	18047.102
4.02857019	351.52282	21.416706	127394575.0	20005.016	20249.182
4.52013009	354.16954	22.309295	142939064.1	22381.398	22719.956
5.07166938	356.89555	23.138550	160380267.8	25047.743	25492.210
5.69050664	359.69156	23.898716	179949620.2	28039.431	28602.731
6.38485346	362.54836	24.585896	201906794.7	31396.160	32092.792
7.16392341	365.45715	25.198108	226543149.7	35162.472	36008.705
8.03805427	368.40967	25.735228	254185594.6	39388.344	40402.431
9.01884523	371.39839	26.198843	285200928.0	44129.849	45332.273
10.1193108	374.4166	26.592029	320000704.4	49449.907	50863.647
11.3540534	377.45841	26.919079	359046695.7	55419.109	57069.951
12.7394575	380.51883	27.185204	402857018.6	62116.664	64033.538
14.2939064	383.59363	27.396230	452013009.3	69631.445	71846.812
16.0380268	386.67937	27.558312	507166938.0	78063.167	80613.449
17.9949620	389.77326	27.677682	569050663.8	87523.715	90449.777
20.1906795	392.87308	27.760435	638485346.3	98138.625	101486.32
22.6543150	395.97714	27.812362	716392341.3	110048.75	113869.52
25.4185595	399.08411	27.838827	803805427.5	123412.13	127763.71
28.5200928	402.19303	27.844692	901884523.3	138406.09	143353.24
32.0000704	405.30318	27.834274	1011931079	155229.59	160844.98
35.9046696	408.41404	27.811333	1135405345	174105.86	180471.03
40.2857019	411.52527	27.779089	1273945750	195285.39	202491.83
45.2013009	414.63662	27.740249	1429390641	219049.21	227199.57

50.7166938	417.74794	27.697053	1603802678	245712.66	254922.11
56.9050664	420.85914	27.651319	1799496202	275629.54	286027.31
63.8485346	423.97017	27.604500	2019067947	309196.83	320927.92
71.6392341	427.08103	27.557733	2265431497	346859.95	360087.05

ANEXO 3

Tabla 12. Datos de presión y derivada de presión para el ejercicio 2

t (hr)	ΔP (Psi)	$t^*\Delta P'$ (Psi)	t (hr)	ΔP (Psi)	$t^*\Delta P'$ (Psi)
2.02546E-07	5.34579311	5.44839463	0.025499024	613.789074	19.92593867
2.27260E-07	5.99982203	6.10126507	0.028610376	616.060822	19.48820634
2.54990E-07	6.73395370	6.83079147	0.032101369	618.268393	19.00869558
2.86104E-07	7.55798831	7.64557305	0.036018329	620.406387	18.48679034
3.21014E-07	8.48291125	8.55507007	0.040413230	622.469400	17.92246965
3.60183E-07	9.52102901	9.56966243	0.045344389	624.452160	17.31645655
4.04132E-07	10.6861177	10.70070415	0.050877242	626.349694	16.67037123
4.53444E-07	11.9935835	11.96057047	0.057085204	628.157507	15.98688002
5.08772E-07	13.4606356	13.36269386	0.064050652	629.871790	15.26982946
5.70852E-07	15.1064682	14.92158340	0.071866014	631.489633	14.52435311
6.40507E-07	16.9524504	16.65282128	0.080634994	633.009235	13.75693740
7.18660E-07	19.0223199	18.57302813	0.090473951	634.430101	12.97543346
8.06350E-07	21.3423733	20.69978740	0.101513443	635.753215	12.18900326
9.04740E-07	23.9416457	23.05151675	0.113899956	636.981169	11.40799223
1.01513E-06	26.8520669	25.64727229	0.127797853	638.118238	10.64372564
1.13900E-06	30.1085805	28.50646940	0.143391550	639.170394	9.90823271
1.27798E-06	33.7492045	31.64850160	0.160887965	640.145255	9.21390947
1.43392E-06	37.8150108	35.09223732	0.180519266	641.051969	8.57313841
1.60888E-06	42.3499928	38.85537367	0.202545947	641.901034	7.99788826
1.80519E-06	47.4007872	42.95362662	0.227260291	642.704084	7.49932032
2.02546E-06	53.0162116	47.39973975	0.254990240	643.473627	7.08742788
2.27260E-06	59.2465750	52.20229905	0.286103755	644.222781	6.77073167
2.54990E-06	66.1427200	57.36435035	0.321013693	644.965005	6.55604855
2.86104E-06	73.7547582	62.88183028	0.360183288	645.713842	6.44834210
3.21014E-06	82.1304695	68.74184075	0.404132296	646.482687	6.45065518
3.60183E-06	91.3133511	74.92082263	0.453443894	647.284584	6.56411614
4.04132E-06	101.340329	81.38271503	0.508772417	648.132050	6.78800391
4.53444E-06	112.239172	88.07722233	0.570852041	649.036922	7.11985386
5.08772E-06	124.025697	94.93834724	0.640506525	650.010223	7.55558555
5.70852E-06	136.700888	101.8833829	0.718660141	651.062034	8.08963620
6.40507E-06	150.248117	108.8125813	0.806349940	652.201379	8.71508853
7.18660E-06	164.630682	115.6097244	0.904739514	653.436104	9.42378804
8.06350E-06	179.789918	122.1438086	1.015134430	654.772759	10.20645118
9.04740E-06	195.644151	128.2720061	1.138999565	656.216482	11.05277210
1.01513E-05	212.088732	133.8439828	1.277978531	657.770899	11.95153952
1.13900E-05	228.997373	138.7075365	1.433915496	659.438041	12.89077693
1.27798E-05	246.224863	142.7153686	1.608879648	661.218303	13.85791850
1.43392E-05	263.611185	145.7326451	1.805192656	663.110430	14.84002893

1.60888E-05	280.986872	147.6448440	2.025459474	665.111579	15.82406958
1.80519E-05	298.179315	148.3652689	2.272602908	667.217418	16.79720579
2.02546E-05	315.019613	147.8415418	2.549902402	669.422295	17.74714255
2.27260E-05	331.349452	146.0604069	2.861037552	671.719451	18.66246912
2.54990E-05	347.027481	143.0502823	3.210136932	674.101274	19.53298875
2.86104E-05	361.934683	138.8811875	3.601832878	676.559583	20.35000822
3.21014E-05	375.978320	133.6619313	4.041322959	679.085905	21.10656411
3.60183E-05	389.094181	127.5347270	4.534438939	681.671756	21.79756755
4.04132E-05	401.247058	120.6676783	5.087724170	684.308884	22.41985723
4.53444E-05	412.429516	113.2457963	5.708520409	686.989478	22.97215871
5.08772E-05	422.659198	105.4613413	6.405065246	689.706325	23.45495723
5.70852E-05	431.975048	97.50431379	7.186601406	692.452923	23.87029833
6.40507E-05	440.432833	89.55384530	8.063499402	695.223536	24.22153567
7.18660E-05	448.100419	81.77108429	9.047395135	698.013213	24.51304817
8.06350E-05	455.053161	74.29396209	10.15134430	700.817770	24.74994820
9.04740E-05	461.369725	67.23399642	11.38999565	703.633736	24.93780022
0.000101513	467.128540	60.67507772	12.77978531	706.458293	25.08236567
0.000113900	472.404995	54.67401220	14.33915496	709.289199	25.18938478
0.000127798	477.269397	49.26247940	16.08879648	712.124711	25.26440183
0.000143392	481.785661	44.45000551	18.05192656	714.963518	25.31263565
0.000160888	486.010613	40.22754939	20.25459474	717.804672	25.33889397
0.000180519	489.993816	36.57133598	22.72602908	720.647547	25.34752708
0.000202546	493.777766	33.44663561	25.49902402	723.491800	25.34241429
0.000227260	497.398364	30.81126460	28.61037552	726.337355	25.32697455
0.000254990	500.885551	28.61865948	32.10136932	729.184400	25.30419097
0.000286104	504.264010	26.82044684	36.01832878	732.033380	25.27663708
0.000321014	507.553895	25.36848768	40.41322959	734.885008	25.24649101
0.000360183	510.771529	24.21641728	45.34438939	737.740244	25.21552293
0.000404132	513.930040	23.32072959	50.87724170	740.600263	25.18504111
0.000453444	517.039929	22.64147112	57.08520409	743.466376	25.15578419
0.000508772	520.109563	22.14261478	64.05065246	746.339889	25.12775201
0.000570852	523.145587	21.79218361	71.86601406	749.221903	25.09997515
0.000640507	526.153268	21.56218762	80.63499402	752.113028	25.07023345
0.000718660	529.136775	21.42842946	90.47395135	755.013037	25.03474671
0.000806350	532.099404	21.37022453	101.5134430	757.920450	24.98787293
0.000904740	535.043759	21.37007200	113.8999565	760.832093	24.92186197
0.001015134	537.971888	21.41330474	127.7978531	763.742669	24.82671985
0.001139000	540.885395	21.48773820	143.3915496	766.644378	24.69024199
0.001277979	543.785526	21.58333260	160.8879648	769.526666	24.49826754
0.001433915	546.673225	21.69187719	180.5192656	772.376142	24.23519262
0.001608880	549.549193	21.80670209	202.5459474	775.176721	23.88475505
0.001805193	552.413911	21.92241971	227.2602908	777.910015	23.43106888
0.002025459	555.267674	22.03469634	254.9902402	780.555995	22.85984990
0.002272603	558.110606	22.14005262	286.1037552	783.093872	22.15973267
0.002549902	560.942667	22.23569106	321.0136932	785.503160	21.32354969
0.002861038	563.763667	22.31934808	360.1832878	787.764817	20.34942481
0.003210137	566.573258	22.38916794	404.1322959	789.862360	19.24153268
0.003601833	569.370942	22.44359603	453.4438939	791.782854	18.01041644
0.004041323	572.102937	22.44446782	508.7724170	793.517645	16.67277761
0.004534439	574.866492	22.45855597	570.8520409	795.062805	15.25074655

0.005087724	577.614413	22.45270765	640.5065246	796.419211	13.77068153
0.005708520	580.345323	22.42567969	718.6601406	797.592297	12.26161719
0.006405065	583.057617	22.37618714	806.3499402	798.591498	10.75352275
0.007186601	585.749436	22.30286571	904.7395135	799.429487	9.275561324
0.008063499	588.762925	22.68150410	1015.134430	800.121273	7.854497576
0.009047395	591.460046	22.62934920	1138.999565	800.683261	6.513408527
0.010151344	594.137406	22.55963396	1277.978531	801.132372	5.270778321
0.011389996	596.399890	21.65443053	1433.915496	801.485262	4.140019262
0.012779785	598.971279	21.42298822	1608.879648	801.757729	3.129425602
0.014339155	601.507388	21.15431648	1805.192656	801.964236	2.242415684
0.016088796	604.162753	21.28488248	2025.459474	802.117658	1.478112670
0.018051927	606.640600	21.00074189	2272.602908	802.229137	0.832028814
0.020254595	609.074004	20.68068993	2549.902402	802.308089	0.296895535
0.022726029	611.458439	20.32296503			

ANEXO 4

Tabla 13. Datos de presión y derivada de presión para el ejercicio 3

t (hr)	ΔP (Psi)	$t^*\Delta P'$ (Psi)	t (hr)	ΔP (Psi)	$t^*\Delta P'$ (Psi)
0.000134632	48.0186726	4.7226117	134.6318230	98.2377615	1.4400958
0.000147621	48.4539384	4.7219085	147.6208584	98.3505693	1.4020614
0.000161863	48.8891629	4.7211414	161.8630526	98.4655819	1.3869359
0.000177479	49.3243392	4.7203042	177.4793079	98.5846146	1.3950795
0.000194602	49.7594599	4.7193902	194.6021914	98.709433	1.4267305
0.000213377	50.1945167	4.7183914	213.3770598	98.841763	1.4820543
0.000233963	50.6295011	4.7172995	233.9632936	98.983304	1.5612026
0.000256536	51.0644034	4.7161046	256.5356501	99.135752	1.6643585
0.000281286	51.4992135	4.7147963	281.2857469	99.300815	1.7917874
0.000308424	51.9339202	4.7133626	308.4236884	99.480241	1.9438793
0.000338180	52.3685112	4.7117905	338.1798495	99.675835	2.1211862
0.000370807	52.8029731	4.7100655	370.8068313	99.889488	2.3244554
0.000406582	53.2240242	4.6989754	406.5816055	100.123197	2.5546589
0.000445808	53.6565711	4.6957775	445.8078654	100.379092	2.8130186
0.000488819	54.0887456	4.6922382	488.8186041	100.659459	3.1010300
0.000535979	54.5205048	4.6883194	535.9789413	100.966767	3.4204833
0.000587689	54.9518012	4.6839789	587.6892227	101.303690	3.7734844
0.000644388	55.3825818	4.6791702	644.3884188	101.673139	4.1624752
0.000706558	55.8127881	4.6738411	706.5578510	102.078287	4.5902552
0.000774725	56.2423548	4.6679342	774.7252780	102.522600	5.0600043
0.000849469	56.7622637	4.7876136	849.4693753	103.009869	5.5753076
0.000931425	57.2013830	4.7956806	931.4246483	103.544243	6.1401830
0.001021287	57.6409569	4.8048093	1021.286818	104.130267	6.7591119
0.001119819	58.0810464	4.8151347	1119.818728	104.772920	7.4370736
0.001227857	58.4147044	4.6042754	1227.856819	105.477660	8.1795839
0.001346318	58.8430422	4.5904397	1346.318230	106.250472	8.9927382
0.001476209	59.2705575	4.5750459	1476.208584	107.097914	9.8832599
0.001618631	59.6971604	4.5579170	1618.630526	108.027180	10.858554

0.001774793	60.1671239	4.6618834	1774.793079	109.046158	11.926767
0.001946022	60.5969792	4.6556079	1946.021914	110.163494	13.096854
0.002133771	61.0262400	4.6487425	2133.770598	111.388674	14.378650
0.002339633	61.4548484	4.6412327	2339.632936	112.732095	15.782955
0.002565357	61.8827407	4.6330188	2565.356501	114.205161	17.321618
0.002812857	62.3098469	4.6240362	2812.857469	115.820374	19.007643
0.003084237	62.7360903	4.6142146	3084.236884	117.591444	20.855291
0.003381798	63.1613870	4.6034779	3381.798495	119.533405	22.880205
0.003708068	63.5856445	4.5917436	3708.068313	121.662742	25.099538
0.004065816	64.0087618	4.5789223	4065.816055	123.997528	27.532100
0.004458079	64.4306279	4.5649179	4458.078654	126.557583	30.198515
0.004888186	64.8511213	4.5496262	4888.186041	129.364639	33.121397
0.005359789	65.2701089	4.5329355	5359.789413	132.442523	36.325541
0.005876892	65.6874447	4.5147257	5876.892227	135.817365	39.838132
0.006443884	66.1029694	4.4948680	6443.884188	139.517812	43.688974
0.007065579	66.5165086	4.4732250	7065.578510	143.575276	47.910749
0.007747253	66.9278718	4.4496503	7747.252780	148.024203	52.539284
0.008494694	67.3368512	4.4239885	8494.693753	152.902358	57.613866
0.009314246	67.7432207	4.3960754	9314.246483	158.251151	63.177565
0.010212868	68.1467341	4.3657382	10212.86818	164.115990	69.277607
0.011198187	68.5471244	4.3327965	11198.18728	170.546660	75.965772
0.012278568	68.9441023	4.2970625	12278.56819	177.597751	83.298830
0.013463182	69.3373557	4.2583425	13463.18230	185.329120	91.339031
0.014762086	69.7265483	4.2164388	14762.08584	193.806400	100.15463
0.016186305	70.1113195	4.1711513	16186.30526	203.101553	109.82045
0.017747931	70.4912843	4.1222804	17747.93079	213.293487	120.41855
0.019460219	70.8660331	4.0696305	19460.21914	224.468721	132.03889
0.021337706	71.2351333	4.0130133	21337.70598	236.722122	144.78012
0.023396329	71.5981304	3.9522534	23396.32936	250.157709	158.75040
0.025653565	71.9545506	3.8871931	25653.56501	264.889539	174.06833
0.028128575	72.3039043	3.8176994	28128.57469	281.042669	190.86393
0.030842369	72.6456906	3.7436708	30842.36884	298.754224	209.27978
0.033817985	72.9794029	3.6650455	33817.98495	318.174559	229.47222
0.037080683	73.3045363	3.5818102	37080.68313	339.468532	251.61266
0.040658161	73.6205955	3.4940093	40658.16055	362.816910	275.88905
0.044580787	73.9271053	3.4017542	44580.78654	388.417897	302.50747
0.048881860	74.2236208	3.3052336	48881.86041	416.488822	331.69389
0.053597894	74.5097402	3.2047220	53597.89413	447.267979	363.69607
0.058768922	74.7851175	3.1005886	58768.92227	481.016653	398.78569
0.064438842	75.0494762	2.9933043	64438.84188	518.021339	437.26060
0.070655785	75.3026233	2.8834468	70655.78510	558.596170	479.44745
0.077472528	75.5444622	2.7717036	77472.52780	603.085588	525.70433
0.084946938	75.7750059	2.6588716	84946.93753	651.867265	576.42394
0.093142465	75.9943872	2.5458536	93142.46483	705.355310	632.03684
0.102128682	76.2028687	2.4336509	102128.6818	764.003785	693.01511
0.111981873	76.4008482	2.3233517	111981.8728	828.310559	759.87642
0.122785682	76.5888630	2.2161159	122785.6819	898.821534	833.18835
0.134631823	76.7675893	2.1131559	134631.8230	976.135282	913.57324
0.147620858	76.9378390	2.0157139	147620.8584	1060.90812	1001.7135
0.161863053	77.1005525	1.9250376	161863.0526	1153.85969	1098.3573

0.177479308	77.2567883	1.8423526	177479.3079	1255.77906	1204.3251
0.194602191	77.4077098	1.7688359	194602.1914	1367.53142	1320.5165
0.213377060	77.5545690	1.7055885	213377.0598	1490.06545	1447.9178
0.233963294	77.6986888	1.6536100	233963.2936	1624.42135	1587.6105
0.256535650	77.8414436	1.6137759	256535.6501	1771.73966	1740.7805
0.281285747	77.9842392	1.5868175	281285.7469	1933.27097	1908.7281
0.308423688	78.1284927	1.5733063	308423.6884	2110.38653	2092.8789
0.338179849	78.2756129	1.5736422	338179.8495	2304.58989	2294.7962
0.370806831	78.4269809	1.5880462	370806.8313	2517.52963	2516.1942
0.406581606	78.5839329	1.6165570	406581.6055	2751.01341	2758.9522
0.445807865	78.7477425	1.6590314	445807.8654	3007.02329	3025.1310
0.488818604	78.9196063	1.7151484	488818.6041	3287.73254	3316.9903
0.535978941	79.1006291	1.7844155	535978.9413	3595.52412	3637.0076
0.587689223	79.2918117	1.8661777	587689.2227	3933.01086	3987.8997
0.644388419	79.4940395	1.9596288	644388.4188	4303.05773	4372.6451
0.706557851	79.7080727	2.0638237	706557.8510	4708.80604	4794.5101
0.774725278	79.9345381	2.1776929	774725.2780	5153.70022	5257.0758
0.849469375	80.1739224	2.3000578	849469.3753	5641.51699	5764.2691
0.931424648	80.4265683	2.4296482	931424.6483	6176.39744	6320.3954
1.021286818	80.6926721	2.5651210	1021286.818	6762.88219	6930.1758
1.119818728	80.9722844	2.7050807	1119818.728	7405.94993	7598.7867
1.227856819	81.2653134	2.8481014	1227856.819	8111.05969	8331.9040
1.346318230	81.5715314	2.9927500	1346318.230	8884.19716	9135.7511
1.476208584	81.8905845	3.1376112	1476208.584	9731.92554	10017.152
1.618630526	82.2220048	3.2813121	1618630.526	10661.4412	10983.589
1.774793079	82.5652254	3.4225467	1774793.079	11680.6349	12043.266
1.946021914	82.9195981	3.5600999	1946021.914	12798.1586	13205.178
2.133770598	83.2844121	3.6928681	2133770.598	14023.4989	14479.190
2.339632936	83.6589138	3.8198780	2339632.936	15367.0578	15876.116
2.565356501	84.0423266	3.9403000	2565356.501	16840.2409	17407.815
2.812857469	84.4338702	4.0534576	2812857.469	18455.5541	19087.290
3.084236884	84.8327776	4.1588308	3084236.884	20226.7097	20928.797
3.381798495	85.2383100	4.2560533	3381798.495	22168.7432	22947.970
3.708068313	85.6497685	4.3449038	3708068.313	24298.1406	25161.948
4.065816055	86.0665017	4.4252913	4065816.055	26632.9785	27589.528
4.458078654	86.4879086	4.4972347	4458078.654	29193.0773	30251.316
4.888186041	86.9134371	4.5608373	4888186.041	32000.1698	33169.908
5.359789413	87.3425774	4.6162576	5359789.413	35078.0855	36370.081
5.876892227	87.7748503	4.6636767	5876892.227	38452.9530	39879.001
6.443884188	88.2097906	4.7032644	6443884.188	42153.4216	43726.455
7.065578510	88.6469269	4.7351457	7065578.510	46210.9047	47945.104
7.747252780	89.0857575	4.7593678	7747252.780	50659.8465	52570.762
8.494693753	89.5257244	4.7758725	8494693.753	55538.0142	57642.694
9.314246483	89.9661865	4.7844727	9314246.483	60886.8187	63203.957
10.21286818	90.4063941	4.7848381	10212868.18	66751.6662	69301.761
11.19818728	90.8454665	4.7764896	11198187.28	73182.3436	75987.870
12.27856819	91.2823746	4.7588063	12278568.19	80233.4412	83319.042
13.46318230	91.7159315	4.7310443	13463182.30	87964.8160	91357.513
14.76208584	92.1447922	4.6923697	14762085.84	96442.0998	100171.52
16.18630526	92.5674644	4.6419046	16186305.26	105737.257	109835.89

17.74793079	92.9823309	4.5787850	17747930.79	115929.194	120432.66
19.46021914	93.3876841	4.5022278	19460219.14	127104.430	132051.78
21.33770598	93.7817713	4.4116041	21337705.98	139357.833	144791.90
23.39632936	94.1628498	4.3065137	23396329.36	152793.423	158761.16
25.65356501	94.5292474	4.1868550	25653565.01	167525.254	174078.15
28.12857469	94.8794265	4.0528862	28128574.69	183678.385	190872.90
30.84236884	95.2120470	3.9052705	30842368.84	201389.941	209287.97
33.81798495	95.5260235	3.7451034	33817984.95	220810.277	229479.70
37.08068313	95.8205735	3.5739158	37080683.13	242104.251	251619.49
40.65816055	96.0952539	3.3936547	40658160.55	265452.629	275895.28
44.58078654	96.3499819	3.2066393	44580786.54	291053.617	302513.16
48.88186041	96.5850407	3.0154964	48881860.41	319124.542	331699.08
53.59789413	96.8010702	2.8230792	53597894.13	349903.699	363700.81
58.76892227	96.9990417	2.6323745	58768922.27	383652.374	398790.01
64.43884188	97.1802236	2.4464071	64438841.88	420657.060	437264.55
70.65578510	97.3461362	2.2681435	70655785.10	461231.892	479451.05
77.47252780	97.4985017	2.1004058	77472527.80	505721.310	525707.62
84.94693753	97.6391930	1.9457979	84946937.53	554502.987	576426.94
93.14246483	97.7701836	1.8066492	93142464.83	607991.032	632039.57
102.1286818	97.8935013	1.6849766	102128681.8	666639.507	693017.61
111.9818728	98.0111905	1.5824696	111981872.8	730946.281	759878.70
122.7856819	98.1252808	1.5004915	122785681.9	801457.256	833190.42