



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 1

Neiva, 14 de Diciembre del 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Viviana Andrea Avila Motta, con C.C. No. 1075275588,

Oscar Javier Santa Muñoz, con C.C. No. 1110561171,

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado o “Metodología TDS para pozos horizontales multi-fracturados en yacimientos de gas shale” presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de

Ingeniero de Petróleos;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Viviana Andrea Avila Motta
EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: _____

Oscar Javier Santa Muñoz
EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: _____

Vigilada Mineducación



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Metodología TDS para pozos horizontales multi-fracturados en yacimientos de gas shale

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Avila Motta	Viviana Andrea
Santa Muñoz	Oscar Javier

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Escobar Macualo	Freddy Humberto

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
No aplica	

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Ingeniero de Petróleos

FACULTAD: Ingeniería

PROGRAMA O POSGRADO: Ingeniería de Petróleos

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2017

NÚMERO DE PÁGINAS: 65

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas_X_ Fotografías___ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general___ Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___
Tablas o Cuadros_X_

Vigilada mieducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 4
---------------	---------------------	----------------	----------	-----------------	-------------	---------------	---------------

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

No aplica

MATERIAL ANEXO:

No aplica

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

No aplica

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

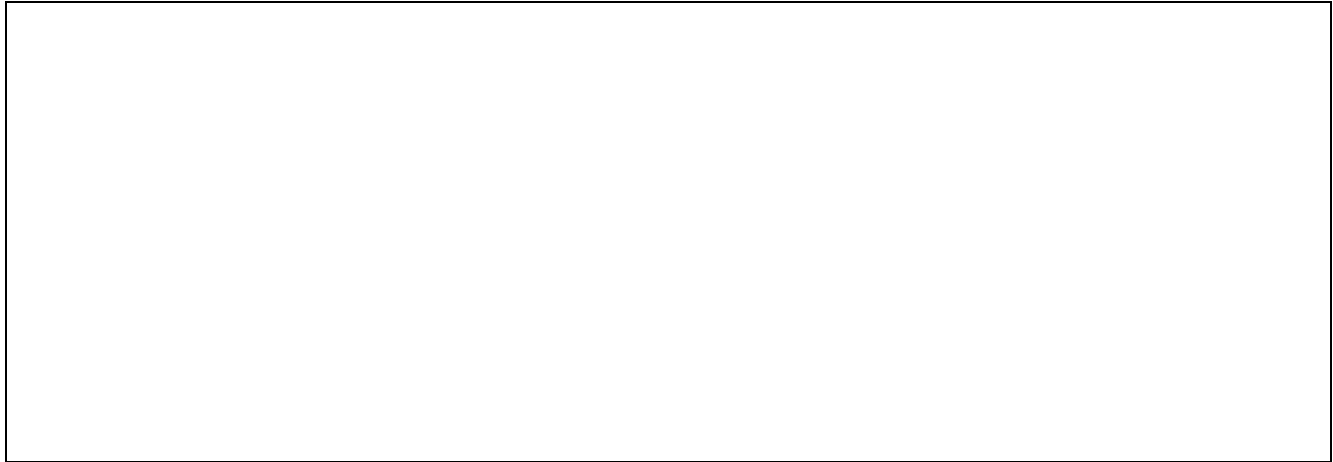
<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. Yacimientos	Reservoirs	6. No convencionales	Unconventional
2. Pozos horizontales	Horizontal well	7. Multi-fracturados	Multi-fractured
3. Gas	Gas	8. Lutita	Shale
4. Adsorción	Adsorption	9. Desorción	Desorption
5. Devoniano	Devonian	10. Análisis de presiones	Pressure Analysis

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Con el desarrollo de nuevas tecnologías, los yacimientos no convencionales se han vuelto económicamente viables, especialmente los yacimientos de gas *shale*, los cuales han revolucionado el sector energético mundial. Este tipo de yacimientos almacena gas natural o crudo, en fracturas o en la matriz de la roca y es necesaria la utilización de pozos horizontales multi-fracturados para su extracción.

La literatura actual presenta la metodología TDS para caracterizar este tipo de yacimientos sin tener en cuenta la capacidad de adsorción y desorción que presenta la matriz, por lo anterior, en esta investigación se analizó la respuesta de presión y su derivada para un pozo horizontal multi-fracturado, obtenido a partir de un simulador analítico, el cual se fundamentó de un modelo matemático propuesto en 2012, en el cual se incluía la adsorción y desorción del shale.

La respuesta de presión arrojada por el simulador está gobernada por los siguientes parámetros: el coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ), la relación adimensional de almacenaje (ω), el coeficiente de adsorción y desorción (σ), la longitud de fractura (xf) y el número de fracturas (M). Se hicieron diferentes análisis de presiones, variando diferentes parámetros, donde se identificaron puntos y líneas característicos que permitieron obtener ecuaciones para el cálculo de λ , ω y xf . Finalmente se amplió la metodología TDS (Técnica de síntesis directa de Tiab) y se verificó con ejemplos sintéticos.



ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

With the development of new technologies, unconventional reservoirs have become economically viable, especially shale gas reservoirs, which have revolutionized the global energy sector. This type of reservoirs stores natural gas and oil, in fractures or in the matrix of the rock and it's necessary to use multi-fractured horizontal wells for its extraction.

The current literature presents the TDS methodology to characterize this type of reservoirs without taking account the capacity of adsorption and desorption of the matrix, therefore, in this investigation the pressure response and its derivate for a multi-fractured horizontal well were analyzed, obtained from an analytical simulator, which was based on a mathematical model proposed in 2012, which include the adsorption and desorption.

The pressure response given by the simulator is governed by the following parameters: the dimensionless interporosity flow coefficient (λ), the dimensionless storability ratio (ω), the adsorption and desorption coefficient (σ), the fracture length (xf) and the number of fractures (M). Different pressure analyzes were made, varying differents parameters, where points and characteristic lines were identified that allowed to obtain equations for the calculation of λ , ω and xf . Finally, the TDS methodology (Tiab Direct Synthesis) was extended and verified with synthetic examples.



CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	4 de 4
--------	--------------	---------	---	----------	------	--------	--------

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Jurado: Luis Fernando Bonilla

Firma:

Nombre Jurado: Javier Andrés Martínez

Firma:

METODOLOGÍA TDS PARA POZOS HORIZONTALES MULTI-FRACTURADOS EN YACIMIENTOS DE GAS SHALE



Presentado por:

**VIVIANA ANDREA AVILA MOTTA
OSCAR JAVIER SANTA MUÑOZ**

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN GIPE (GEOSCIENCE, INFRAESTRUCTURE,
PRODUCTIVITY & ENVIRONMENT)**

**Neiva – Huila
Noviembre de 2017**

METODOLOGÍA TDS PARA POZOS HORIZONTALES MULTI-FRACTURADOS EN YACIMIENTOS DE GAS SHALE



Director de tesis

FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO, PhD

Estudiantes

**VIVIANA ANDREA AVILA MOTTA
OSCAR JAVIER SANTA MUÑOZ**

Trabajo de grado presentado como requisito para
optar al título de Ingeniero de Petróleos

**UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
GRUPO DE INVESTIGACIÓN GIPE (GEOSCIENCE, INFRASTRUCTURE,
PRODUCTIVITY & ENVIRONMENT)**

**Neiva – Huila
Noviembre de 2017**

Nota de aceptación

Director del Proyecto

Firma del jurado

Firma del jurado

DEDICATORIAS

A Dios por haberme regalado el don la vida, por ser mi fortaleza en momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de mucho aprendizaje, experiencia y felicidad.

A mis padres, quienes me han heredado el tesoro más valioso que pueda dársele a un hijo; amor. A quienes, sin escatimar esfuerzo alguno, han sacrificado gran parte de su vida para formarme y educarme, y convertirme en una persona de provecho.

A mis hermanos y demás familia, por ser siempre ese apoyo incondicional.

A Jimmy Almario, quien fue esa voz de aliento en momentos difíciles.

A mis amigos y demás personas por el tiempo compartido en el transcurso de esta etapa de mi vida.

Viviana Andrea Avila Motta

A todos y todo, que hacen todo posible

Oscar Javier Santa Muñoz

AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradecemos a la **Universidad Surcolombiana** por aceptarnos y abrirnos las puertas al conocimiento, así como también a los diferentes docentes que nos brindaron su apoyo y sabiduría en el transcurso de nuestra vida universitaria.

Un agradecimiento muy especial a **Freddy Humberto Escobar Macualo, PhD.** Profesor titular de la Universidad Surcolombiana y director del presente proyecto de grado, por brindarnos la oportunidad de recurrir a su capacidad y conocimiento científico, por su dedicación y paciencia en el transcurso del desarrollo de este proyecto.

RESUMEN

Palabras clave: Pozos horizontales multi-fracturados, gas *shale*, adsorción, desorción, no convencionales.

Con el desarrollo de nuevas tecnologías, los yacimientos no convencionales se han vuelto económicamente viables, especialmente los yacimientos de gas *shale*¹, los cuales han revolucionado el sector energético mundial. Este tipo de yacimientos almacena gas natural o crudo, en fracturas o en la matriz de la roca y es necesaria la utilización de pozos horizontales multi-fracturados para su extracción.

La literatura actual presenta la metodología TDS para caracterizar este tipo de yacimientos sin tener en cuenta la capacidad de adsorción y desorción que presenta la matriz, por lo anterior, en esta investigación se analizó la respuesta de presión y su derivada para un pozo horizontal multi-fracturado, obtenido a partir de un simulador analítico², el cual se fundamentó de un modelo matemático propuesto en 2012, en el cual se incluía la adsorción y desorción del *shale*.

La respuesta de presión arrojada por el simulador está gobernada por los siguientes parámetros: el coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ), la relación adimensional de almacenaje (ω), el coeficiente de adsorción y desorción (σ), la longitud de fractura (x_f) y el número de fracturas (M). Se hicieron diferentes análisis de presiones, variando diferentes parámetros, donde se identificaron puntos y líneas característicos que permitieron obtener ecuaciones para el cálculo de λ , ω y x_f . Finalmente se amplió la metodología TDS (Técnica de síntesis directa de Tiab) y se verificó con ejemplos sintéticos.

¹ Lutitas.

² Simulador numérico desarrollado por el grupo de investigación *GIFE* (Geoscience, Infraestructure, Productivity and Environment), simula pruebas de repuesta de presión y su derivada para pozos horizontales multi – fracturados en yacimientos de gas *shale*, ejecutado con MathCad14.

CONTENIDO

RESUMEN	vi
LISTA DE TABLAS.....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	x
INTRODUCCIÓN.....	11
1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	12
1.1 Recursos de gas no convencionales	12
1.2 Yacimientos de gas <i>shale</i>.....	13
1.2.1 Mecanismo de almacenamiento.....	13
1.2.2 Modelo de adsorción/desorción del gas en la matriz.....	14
1.2.3 Mecanismo de transporte.....	16
1.3 Reservas de gas <i>shale</i>.....	17
1.3.1 En Colombia.....	17
1.3.2 En el mundo	19
1.4 Modelo Matemático.....	20
2. ANÁLISIS DE LA PRESIÓN Y SU DERIVADA PARA UN POZO HORIZONTAL MULTI-FRACTURADO EN YACIMIENTOS DE GAS <i>SHALE</i>	20
2.1 Generación de gráficas log-log.	20
2.2. Análisis de gráficas	21
2.3 Definición de variables adimensionales.	26
2.3 Ecuaciones propuestas aplicando la metodología <i>TDS</i>	27
2.3.1 Ajuste de λ	27
2.3.2 Ajuste de ω	29
2.3.3 Ajuste de x_f.....	31
2.3.4 Ajuste flujo bi-radial.....	32
2.4 Resultados ecuaciones propuestas.....	33
3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	38
3.1 Número de fracturas (M) y Longitud de fractura (x_f).....	38
3.2 Coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ)	38
3.3 Relación adimensional de almacenaje (ω).....	39
3.4 Coeficiente de adsorción y desorción (σ)	39

4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA PROPUESTA.....	40
5. EJERCICIOS.....	41
5.1 Ejercicio 1.....	41
5.2 Ejercicio 2.....	44
5.3 Ejercicio 3.....	47
CONCLUSIONES	52
RECOMENDACIONES	53
NOMENCLATURA	54
REFERENCIAS	56
ANEXOS	58
ANEXO A “Modelo Matemático”	58
ANEXO B “Prueba de Presión, Ejercicio 1”	62
ANEXO C “Prueba de Presión, Ejercicio 2”	63
ANEXO D “Prueba de Presión, Ejercicio 3”	64

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Comparación entre yacimientos de gas convencional y no convencional según Delgado et al, (2012).....	12
Tabla 2. Potencial generador de acuerdo al TOC (Flores, 2011)	18
Tabla 3. Valores de maduración de la reflectancia de la vitrina. (Flores, 2011)	18
Tabla 4. Evaluación de los recursos geológicos y recuperables del gas natural mundial en yacimientos no convencionales. (Hongjun Wang et al., 2016)	19
Tabla 5. Datos de entrada para el simulador analítico.....	21
Tabla 6. Variables adimensionales	27
Tabla 7. Resumen de ecuaciones propuestas.....	35
Tabla 8. (Continuación) Resumen de ecuaciones propuestas.....	35
Tabla 9. Valores calculados con las Ecuaciones 9 y 13 del coeficiente de flujo interporoso (λ). 35	
Tabla 10. Valores calculados con las Ecuaciones 15 y 19 de la relación de almacenamiento adimensional (ω)	36
Tabla 11. Valores calculados con la Ecuación 24 de la relación de almacenamiento adimensional (ω).....	36
Tabla 12. Valores calculados con las Ecuaciones 21 y 22 de la longitud de fractura (x_f).....	37
Tabla 13. Datos Ejercicio 1	41
Tabla 14. Parámetros de entrada al simulador, del Ejercicio 1.....	41
Tabla 15. Comparación de valores ingresados al simulador con los valores calculados del Ejercicio 1.....	44
Tabla 16. Datos Ejercicio 2	44
Tabla 17. Parámetros de entrada al simulador, del Ejercicio 2.....	44
Tabla 18. Comparación de valores ingresados al simulador con los valores calculados del Ejercicio 2.....	47
Tabla 19. Datos Ejercicio 3	48
Tabla 20. Parámetros de entrada al simulador, del Ejercicio 3.....	48
Tabla 21. Comparación de valores ingresados al simulador con los valores calculados del Ejercicio 3.....	51
Tabla 22. Datos de la prueba de presión y la derivada de la presión versus tiempo del Ejercicio 1	63
Tabla 23. Datos de la prueba de presión y la derivada de la presión versus tiempo del Ejercicio 2	63
Tabla 24. Datos de la prueba de presión y la derivada de la presión versus tiempo del Ejercicio 3	65

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Número de moles de metano suministradas en función de la presión.	14
Figura 2. Isotérmica típica del modelo de adsorción/desorción del gas. (Song Bo, 2010)	15
Figura 3. Modelo ideal de doble porosidad	16
Figura 4. Mecanismo de transporte del gas shale	17
Figura 5. Prueba de presión típica de un pozo horizontal multi-fracturado en un yacimiento de gas shale	22
Figura 6. Patrones de flujo característicos en pozos horizontales multi-fracturados en yacimientos de gas shale	23
Figura 7. Efecto de la longitud de fractura (x_f)	23
Figura 8. Efecto del número de fracturas (M)	24
Figura 9. Efecto del coeficiente de adsorción y desorción (σ)	25
Figura 10. Comportamiento del coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ)	26
Figura 11. Comportamiento de la relación adimensional de almacenaje (ω)	26
Figura 12. Ajuste de λ para diferentes valores de λ , σ y ω , con un rango de aplicabilidad de $1 > \lambda \leq 10$	27
Figura 13. Ajuste de λ para diferentes valores de λ , σ y ω , con un rango de aplicabilidad de $8 \geq \lambda \leq 1000$	29
Figura 14. Ajuste de ω para diferentes valores de ω , λ , y σ , con un rango de aplicabilidad de $1 > \sigma \leq 5$	30
Figura 15. Ajuste de ω para diferentes valores de ω , λ , y σ , con un rango de aplicabilidad de $5 > \sigma \leq 10$	30
Figura 16. Ajuste del flujo lineal temprano	32
Figura 17. Ajuste del flujo bi-radial	33
Figura 18. Prueba de presión para el Ejercicio 1	42
Figura 19. Prueba de presión para el Ejercicio 2	45
Figura 20. Prueba de presión para el Ejercicio 3	49

INTRODUCCIÓN

Los yacimientos de gas *shale* en las últimas décadas han sido ampliamente explotados y desarrollados alrededor del mundo, así como las técnicas de perforación y fracturamiento hidráulico de los mismos han ido avanzando cada día para poder afrontar estos nuevos retos y hacer de estas formaciones de ultra baja permeabilidad proyectos exitosos y económicamente viables. Es por esto que los métodos en los análisis de pruebas de presión también se encuentran cada día en constante evolución.

Crosby et al. (2002), presentó los resultados de un estudio analítico y experimental de la iniciación de fracturas transversales desde pozos horizontales. Wan y Aziz (2002), describieron una nueva solución semi-analítica para pozos horizontales multifracturados con fracturas alternadas en cualquier ángulo horizontal al pozo o parcialmente penetradas. Wei y Economides (2005), estudiaron el efecto de la turbulencia sobre un pozo horizontal en un yacimiento de gas y aceite con fracturas transversales. Brown et al. (2009), presentaron una solución analítica de flujo trilineal para simular la presión y el comportamiento de producción en pozos horizontales fracturados.

Más tarde los regímenes de flujo que rodean un sistema de un pozo horizontal multifracturado también fueron investigados, tal como Restrepo (2008) y Belyadit et al. (2010). Las anteriores investigaciones llevadas a cabo por diferentes autores solo tienen como objetivo los yacimientos convencionales. Algunos autores centraron su esfuerzo en yacimientos no convencionales Cheng (2011), empleó un simulador numérico para investigar las características del análisis de presión bajo un número de factores y mecanismos de flujo, tales como la permeabilidad de la matriz, conductividad de las fracturas hidráulicas, espaciado del *cluster* y desorción del gas etc. Abdulal, H. J., et al. (2011), desarrollaron curvas tipo para análisis de datos de producción de pozos de gas-*shale*/aceite usando un modelo de doble porosidad. Wang y Liu (2011), presentaron una simplificación del modelo de doble porosidad para evaluar rápidamente la efectividad de un tratamiento simulado y para entender el mecanismo de producción de aceite *shale*.

Ninguno de los estudios mencionados en pozos horizontales multifracturados tuvo en cuenta las características de desorción y adsorción de la matriz del *shale*, es por esto que Zhao, Y., Zhang, L., Wu, F., (2012), desarrollaron un modelo matemático para pozos horizontales multifracturados teniendo en cuenta esas propiedades.

La importancia de caracterizar estos yacimientos no convencionales, considerando la situación actual de la industria, radica en ofrecer un mejor estudio de los mismos teniendo en cuenta tres parámetros: el coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ), la relación adimensional de almacenaje (ω) y el coeficiente de adsorción y desorción (σ) ya que estos son los que principalmente afectan los regímenes de flujo de pruebas de presión en estado transiente aplicadas a pozos horizontales multifracturados en yacimiento de gas *shale*.

1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.1 Recursos de gas no convencionales

Los yacimientos con permeabilidades menores de 0.1 mD son considerados como yacimientos no convencionales. Los yacimientos de gas no convencionales corresponden a sedimentos de permeabilidad baja a ultra baja que producen principalmente gas seco.

Según el Concejo Nacional del Petróleo (NPC), (2007), los yacimientos de gas no convencionales son aquéllos que no pueden ser explotados con tasas de flujo económicas ni con volúmenes económicos a menos que el pozo sea estimulado mediante tratamientos de fracturamiento hidráulico o aquéllos a los que se llega mediante un pozo horizontal, pozos multilaterales o alguna otra técnica para exponer más superficie del yacimiento al pozo. Esta definición incluye las formaciones compuestas de areniscas gasíferas compactas y los carbonatos, además de recursos no convencionales tales como el carbón y las lutitas.

El término recurso no convencional se refiere a los sedimentos que actúan al mismo tiempo como yacimiento y como fuente de hidrocarburos. A diferencia de las extensiones productivas convencionales, los recursos no convencionales cubren una superficie extensa y habitualmente no están confinados a la estructura geológica (Boyer et al, 2011).

Parámetros	Yacimientos	
	Convencionales	No convencionales
Mecanismos de acumulación de fluidos	Entrampados, en cualquier disposición geométrica de rocas (trampas) que permita acumulaciones de gas en su superficie.	Gas adsorbido en la estructura de la roca y la materia orgánica: gas libre en los poros y las fracturas.
Calidad del yacimiento	De aceptables a buenas (alta porosidad y permeabilidad).	Malas (baja porosidad y permeabilidad).
Desarrollo del yacimiento	Fácil desarrollo, perforación de pozos de desarrollo.	Pozos horizontales y multifracturados. Trabajos de fracturación y estimulación.
Condiciones de flujo	Favorables. Generalmente en los inicios de explotación los hidrocarburos fluyen solo por la presión del yacimiento.	Desfavorables. Hay que fracturar la roca y extraer importantes volúmenes de agua para que se libere el gas.

Tabla 1. Comparación entre yacimientos de gas convencional y no convencional según Delgado et al, (2012)

1.2 Yacimientos de gas *shale*

El gas *shale*, también conocido como gas de lutitas, es un hidrocarburo consistente en un 90% de gas natural aproximadamente. La palabra inglesa *shale* se refiere a rocas sedimentarias constituidas por detritos clásticos que están a su vez formados por partículas del tamaño de las arcillas y los limos. Estas rocas se caracterizan fundamentalmente por poseer una porosidad y una permeabilidad muy bajas, lo que las convierte prácticamente en impermeables. Pueden contener cantidades variables de materia orgánica, presentándose generalmente con colores oscuros, aunque en la naturaleza pueden aparecer con una variedad de colores dependiendo de los ambientes en los que se formaron. Cuanto más oscuras (negras), más cantidad de materia orgánica poseen, y si el contenido es muy alto se denominan lutitas bituminosas (Criado R. J., 2015).

Normalmente, los yacimientos de gas *shale* presentan un espesor neto variado desde los 50 ft hasta los 600 ft. La porosidad varía desde 2% hasta 8% y el contenido total de carbón orgánico (TOC) va desde el 1% al 14%. Según Cipolla et al. (2009), la profundidad de los yacimientos de gas *shale* también varía, y una profundidad superficial puede ser de 1000 ft mientras que una profunda puede ir hasta los 13000 ft. El gas se almacena como gas libre en los poros limitados de la roca, tales como micro-poros y micro-fracturas naturales, y una considerable fracción de gas es almacenado como gas adsorbido el cual es adsorbido por las partículas de la matriz (Lane et al., 1989).

Diferente a los yacimientos de gas convencionales, el gas *shale* es más difícil de producir debido a la ultra baja permeabilidad efectiva (Rangos desde 10^{-5} a 10^{-4} mD) y aunque el *shale* posee micro-fracturas naturales, la fracturación hidráulica es necesaria para inducir el flujo en la mayoría de los casos y la estrategia actual es crear una red de fracturas para que de esa manera una gran parte de la superficie del yacimiento pueda ser efectivamente conectada al pozo. La estimulación en yacimientos de gas *shale* debe realizarse con fluidos de baja viscosidad a diferencia de los yacimientos convencionales.

Estos yacimientos usualmente son comprendidos en dos medios porosos distintos: la matriz del *shale* que contiene la mayor cantidad de gas almacenado en la formación pero con una ultra baja permeabilidad y la red de fracturas con una mayor permeabilidad pero baja capacidad de almacenamiento. Se cree que en la mayoría de los casos el gas se almacena como “gas libre” tanto en la matriz como en el sistema de fracturas y como “gas adsorbido” en la superficie de las partículas de la matriz. Debido a que la adsorción es considerada como modo de almacenaje de gas no convencional, sus efectos son normalmente ignorados en los análisis de ingeniería de yacimientos (Song, Bo., 2010).

1.2.1 Mecanismo de almacenamiento

De acuerdo a los estudios realizados por Schettler, P. D., Parmely, & Lee, W. J. (1989), observaron que para el caso de las formaciones del *shale* Devoniano en los Estados

Unidos, el volumen poroso observado en estas formaciones no era suficiente para suplir la cantidad de Gas que puede ser producido, esto les sugería que había otra forma de almacenamiento para este yacimiento.

En los experimentos realizados por Schettler et al. (1989), concluyeron que aparte del volumen poroso (PV) intergranular donde se almacena el gas en forma de gas libre, hay otro tipo de almacenamiento alrededor del área disponible sobre la superficie de la matriz, observaron que al ser formaciones tan apretadas de porosidades pequeñas para el caso de *Shale* Devoniano 6.1%, este PV no era suficiente para almacenar la cantidad de metano que aplicaron a las muestras. Realizaron pruebas de la cantidad de metano por unidad de roca en función de la presión aplicada las cuales describieron un comportamiento propio en la cual la adsorción toma parte en el mecanismo de almacenamiento como se observa en la Figura 1, Schettler et al.(1989), debido a que el volumen poroso no puede almacenar la cantidad suministrada.

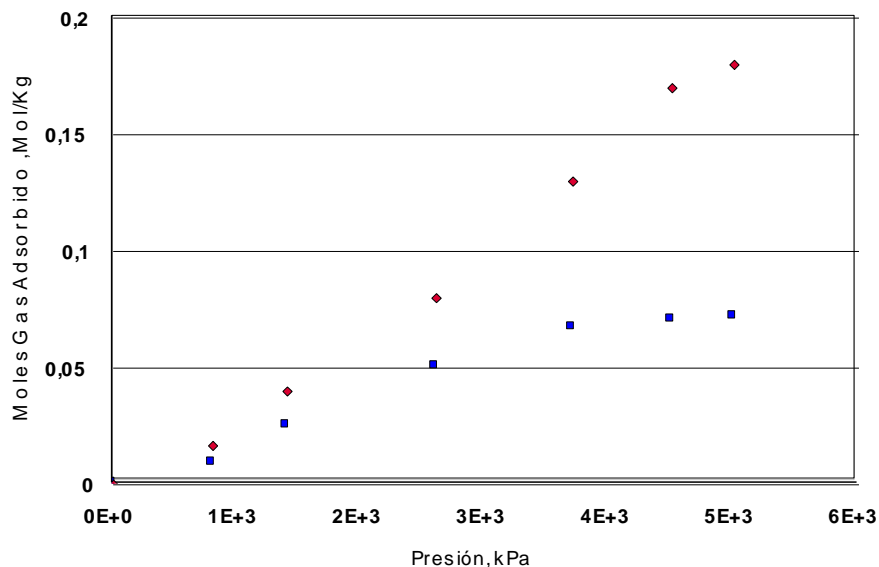


Figura 1. Número de moles de metano suministradas en función de la presión.

De los experimentos de los investigadores concluyeron que en una formación de gas *shale* se tienen dos mecanismos de almacenamiento, el primero es el gas almacenado en el espacio poroso de la matriz y la fractura, y un segundo volumen adicional debido al proceso de adsorción del gas sobre la superficie de la matriz.

1.2.2 Modelo de adsorción/desorción del gas en la matriz

La adsorción del gas es un fenómeno de superficie y es predominantemente un enlace físico causado por las fuerzas atractivas intermoleculares (Van der Waals) de acuerdo con Rushing, Perego, & Blasingame, T. A. (2008), mientras, la desorción es el proceso inverso de la adsorción es decir la liberación de la sustancia adsorbida sobre la superficie.

El modelo de Langmuir es el más comúnmente usado para la cuantificación y la descripción de la adsorción/desorción de gas. La expresión matemática de este modelo es:

$$V_{ads} = \frac{V_L P}{P_L + P} \quad (1)$$

El modelo es asumido como un proceso isotérmico. Realmente, la temperatura afectaría la capacidad de desorción del gas, y específicamente, las altas temperaturas disminuirían la cantidad de gas que puede ser adsorbido por la superficie de la matriz, en la Ecuación 1 de Langmuir, la temperatura no es considerada porque se está asumiendo que la temperatura no va a cambiar en el problema bajo consideración. Esta es la razón por la que un gráfico de Langmuir es llamado “isotérmica de sorción”. Así la suposición es razonable porque el comportamiento en los procesos del yacimiento son tomados como isotérmicos. Una curva típica isotérmica de sorción es ilustrada en la Figura 2.

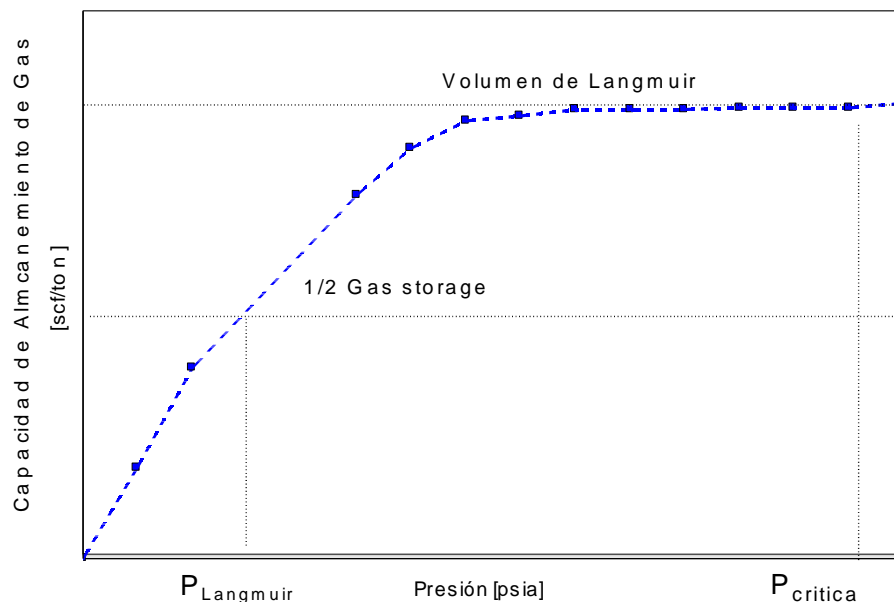


Figura 2. Isotérmica típica del modelo de adsorción/desorción del gas. (Song Bo, 2010)

De la Figura 2 se puede apreciar que el volumen de Langmuir (V_L) es el máximo volumen que puede almacenar la matriz en su superficie por unidad de masa. La presión de Langmuir P_L es la presión a la cual la matriz ha adsorbido la mitad de su capacidad máxima de adsorción, y la presión crítica es la presión límite a la cual la matriz ha adsorbido su máxima capacidad. Además cualquier valor por debajo de esta presión crítica dará inicio al proceso de desorción.

Para un rango de temperatura, el volumen y la presión de Langmuir controlan la forma de la isotérmica de sorción. Para una presión dada, la cantidad de gas adsorbido puede ser calculada. Desde una perspectiva teórica, en cuanto la presión tiende al infinito, la capacidad de almacenamiento de gas tenderá a ser infinitamente cercana al volumen de

Langmuir pero nunca alcanzara el valor de Langmuir teórico. En el proceso de desorción, el gas adsorbido inicia la desorción cuando la presión disminuye hasta un valor llamado “presión crítica”. Para presiones por debajo de la presión crítica el proceso seguirá exactamente el modelo de Langmuir. La discrepancia entre el volumen de Langmuir teórico a una presión infinitamente alta y el volumen a la presión crítica, es tan pequeña que esta diferencia puede ser despreciada. Por lo tanto, el modelo de Langmuir es esencial para el comportamiento del proceso de adsorción/desorción.

1.2.3 Mecanismo de transporte

En las investigaciones realizadas por Carlson, E. S., & Mercer, J. C. (1991), concluyeron que las formaciones de gas *shale* son tan apretadas y su permeabilidad tan baja de tal forma que solo pueden ser producidas si una red de fracturas naturales o inducidas existen, y en áreas donde el fracturamiento es lo suficiente para iniciar la producción, el gas básicamente fluirá una corta distancia desde la matriz hasta las redes de fracturas, y desde estas redes de fracturas hasta el pozo en producción, únicamente una pequeña cantidad de gas fluirá desde la matriz de la roca al pozo directamente. Estas características hacen a los yacimientos de gas *shale* un ejemplo de comportamiento de doble porosidad como se observa en la Figura 3 (Carlson & Mercer, 1991).

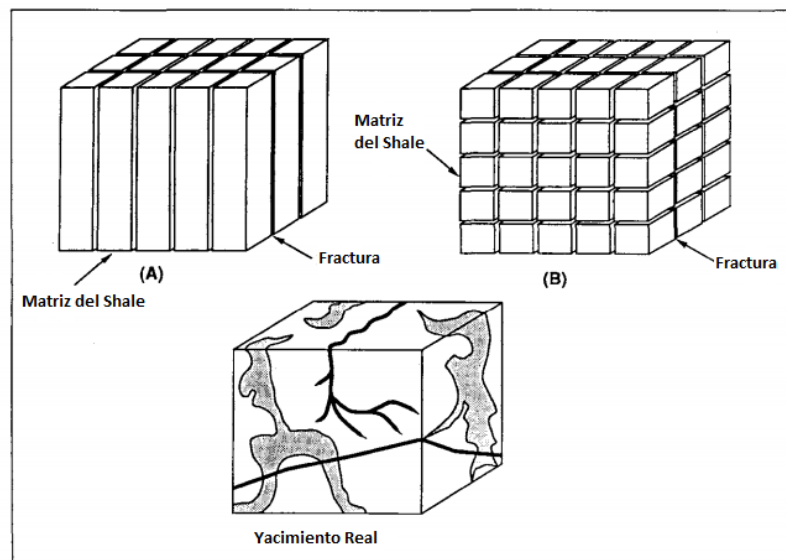


Figura 3. Modelo ideal de doble porosidad

En los modelos de doble porosidad en *shales*, la porosidad efectiva es muy pequeña a diferencia de yacimientos convencionales, donde el gas es almacenado en espacios porosos de roca conectados (buena permeabilidad), el *shale* almacena una enorme cantidad de gas como gas adsorbido sobre la matriz. El comportamiento del flujo del gas en yacimientos convencionales es un promedio macroscópico ocurriendo a un nivel de poros conectados, en los *shales*, estos conductos son generalmente tan apretados y poco

conectados que las moléculas que en realidad pueden deslizarse a través de estos son pocas, y el flujo a través de poros abiertos por lo general es muy mínimo, el flujo a través de la matriz de *shale* hacia el pozo se da principalmente por un mecanismo de difusión (Schettler et al., 1989).

En el sistema de transporte descrito por Song, Bo (2010), el gas libre va a fluir a través de los poros de la matriz (porosidad primaria) hacia el sistema de fracturas (porosidad secundaria) debido a un gradiente de presión, siguiendo el mecanismo de flujo de fluidos en medio poroso, luego el gas libre fluirá al pozo a través de las fracturas. Para el gas adsorbido, la desorción ocurrirá cuando la presión del poro disminuya hasta la presión crítica, y las moléculas de gas adsorbidos tengan el potencial de moverse y llevar a cabo la difusión a el espacio poroso desde la superficie de las partículas. La duración de la difusión (tiempo de difusión) ocurre en función del tamaño de los poros entre más pequeños más rápido ocurrirá, la difusión hacia el pozo es en lo general a escala microscopia y puede ser insignificante. Después de que el gas adsorbido alcanza la desorción esencialmente se convertirá en gas libre y seguirá la misma vía del gas libre original como se puede apreciar en la Figura 4.

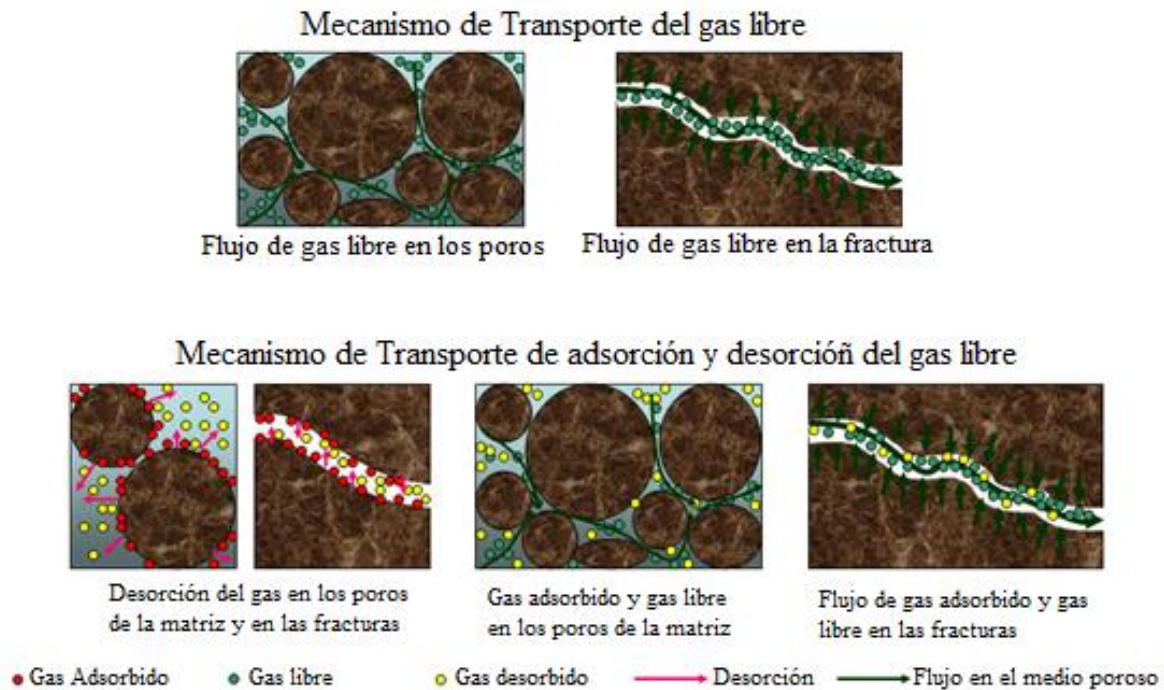


Figura 4. Mecanismo de transporte del gas *shale*

1.3 Reservas de gas *shale*

1.3.1 En Colombia

Del estudio llevado a cabo por Ingrid Alvarado, (2013), para la evaluación del potencial gasífero en la cuenca de los Llanos Orientales realizaron un complejo análisis del área de estudio con una caracterización geológica y geoquímica, como pruebas de contenido de materia orgánica (TOC), reflectancia a la vitrinita para la madurez termal, entre otras. Al realizar la integración de datos encontraron un sector en la parte central de la cuenca de los llanos orientales donde existe la posibilidad de potencial hidrocarbúfero, puesto que esta zona presenta los máximos espesores generadores aunque los espesores estimados, están asociados a la profundidad de registro utilizado; el contenido de materia orgánica total (TOC) es mayor a 1 lo que es un buen material potencialmente generador en *shales* de acuerdo a la Tabla 2 (Quiroga & Gainza, 1990).

Y se clasifica como un kerogeno tipo 3 el cual puede ser generador de acuerdo a la clasificación de Boyer. Estructuralmente presenta fallas normales como posibles trampas y teniendo en cuenta los reportes de muestra de gas, este sector podría ser una zona de interés. No obstante, observaron que la madurez térmica (%Ro) se clasifica en rangos de madurez entre 0,5% y 1.1% esta es la reflectancia a la vitrinita lo cual de acuerdo a la clasificación de la Tabla 3 tomada de Flores, (2011), la ventana de generación puede ser cercana al crudo aunque esto puede variar de acuerdo al tipo de kerogeno y TOC.

TOC en <i>shales</i> (% en peso)	Potencial Generador
<0,5	Pobre
0,5-1	Regular
1-2	Bueno
2-4	Muy Bueno
4-8	Excelente
>8	Carbón o lutita Bituminosa

Tabla 2. Potencial generador de acuerdo al TOC (Flores, 2011)

Rango de reflectancia de vitrinita Ro (%)	Generación	Estado de madurez termal
>2,0	Zona de gas seco	Sobre madura
1,5<Ro<2,0	Zona de gas húmedo	Sobre madura
1,2<Ro<1,5	Zona de condensado	Sobre madura
1,1<Ro<1,2	Generación tardía de aceite	Madura
0,8<Ro<1,1	Pico de generación de aceite	Madura
0,5<Ro<0,8	Generación temprana de aceite	Madura
Ro<0,5	No generación importante	Inmadura

Tabla 3. Valores de maduración de la reflectancia de la vitrina. (Flores, 2011)

En el documento presentado por Leyva, Arminio et al., (2012), establecieron que la cuenca del valle inferior del Magdalena en Colombia está caracterizada por su tendencia a producir gas y condensado. En la subcuenca de Plato, emplearon sísmica 3D y análisis de atributos AVO e inversión elástica y acústica, definieron un *play* exploratorio en el flanco de un diapiro incipiente de arcilla. A partir de esta información establecieron la prospectividad para gas en una espesa sección de lutitas masivas de la formación Porquero del Mioceno Medio, la cual confirmaron con la perforación de dos pozos exploratorios.

1.3.2 En el mundo

En el estudio llevado a cabo por Hongjun Wang et al. (2016), adjuntaron toda la información disponible de distintas referencias para estimar las reservas recuperables probadas, e hicieron una estimación volumétrica de las reservas probables de acuerdo a sus características geológicas para siete tipo de yacimientos no convencionales dentro de los que clasificaron al gas *shale* y *oil shale* tabulando los datos para varios países. Dentro de los análisis concluyeron que las reservas generalmente se encuentran en 476 formaciones en 363 bases petrolíferas, las reservas globales de gas recuperables son de $227 \times 10^{12} \text{ m}^3$, distribuidas en $161 \times 10^{12} \text{ m}^3$ de gas *shale*, *tight* gas de $17 \times 10^{12} \text{ m}^3$, y metano asociado a camas de carbón de $49 \times 10^{12} \text{ m}^3$.

Región R=Recuperable G=Geológico	Recursos / 10^{12} , (m^3)							
	<i>Shale gas</i>		<i>Tight gas</i>		Carbón metano		Gas no convencional	
	R	G	R	G	R	G	R	G
Norte América	34	136	5	40	17	28	56	204
Asia	26	108	9	42	14	21	49	171
Rusia	15	53	0	3	15	24	30	80
Medio oriente	21	94	0	2	0	0	21	96
África	19	73	0	0	0	0	19	73
Sur América	19	75	0	1	0	1	19	77
Europa	16	67	1	3	0	1	17	74
Oceanía	11	44	2	4	3	6	16	51
Total	161	650	17	95	49	81	227	826

Tabla 4. Evaluación de los recursos geológicos y recuperables del gas natural mundial en yacimientos no convencionales. (Hongjun Wang et al., 2016)

De la Tabla 4, se observa que Sur América tiene un potencial en no convencionales bastante alto, y que la mayoría de los recursos se encuentran en Norte América, Asia y Medio Oriente.

1.4 Modelo Matemático

La ecuación matemática que describe la respuesta de presión de un pozo horizontal multi-fracturado en yacimientos de gas *shale* con consideración de la adsorción y desorción del gas, Zhao et al. (2012), es: (Ver Anexo 1)

$$\bar{m}_{wD} = \frac{\bar{z} \bar{m}_{wDN} + S}{z + C_D S z^2 (\bar{z} \bar{m}_{wDN} + S)} \quad (2)$$

Donde \bar{m}_{wDN} es la respuesta de presión cuando $C_D=0$ y $S=0$

Y su derivada:

$$\bar{m}_{wD}' = z (\bar{m}_{wD}) \quad (3)$$

2. ANÁLISIS DE LA PRESIÓN Y SU DERIVADA PARA UN POZO HORIZONTAL MULTI-FRACTURADO EN YACIMIENTOS DE GAS SHALE

Para el estudio y obtención de expresiones matemáticas que caracterizan un pozo horizontal multi-fracturado en yacimientos de gas *shale*, se generaron gráficas log-log para diferentes patrones de σ , λ , ω , x_f y M , en un simulador numérico ejecutado con *MathCad14*, desarrollado por el grupo de investigación *GIPE*.

Se analizó el comportamiento de la respuesta de presión y su derivada, identificando puntos y líneas característicos, se realizaron ajustes y finalmente se plantearon diferentes ecuaciones para la determinación de λ , ω , y x_f , donde σ y M son parámetros de entrada junto con otras características del pozo y el yacimiento.

2.1 Generación de gráficas log-log.

Se simularon varias pruebas para evaluar el comportamiento de los parámetros: coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ), relación adimensional de almacenaje (ω), coeficiente de adsorción y desorción (σ), longitud de fractura (x_f) y el número de fracturas (M), en los intervalos mencionados en la Tabla 5.

Parámetros	Valores
σ	1-10
λ	1-1000
ω	0.05-0.9
x_f , m	50-250
M	3-20
S	0
C_D	1×10^{-7}
L , m	1200
N	3

Tabla 5. Datos de entrada para el simulador analítico

2.2. Análisis de gráficas

Para cumplir el objetivo de esta investigación, es de importancia conocer el comportamiento de la respuesta de presión y su derivada contra el tiempo, característicos de este tipo de pozos en yacimientos de gas *shale*. La forma de la curva de la derivada se ve influenciada primordialmente por los parámetros enunciados y como se observa en la Figura 5 se pueden apreciar 5 estados de flujo.

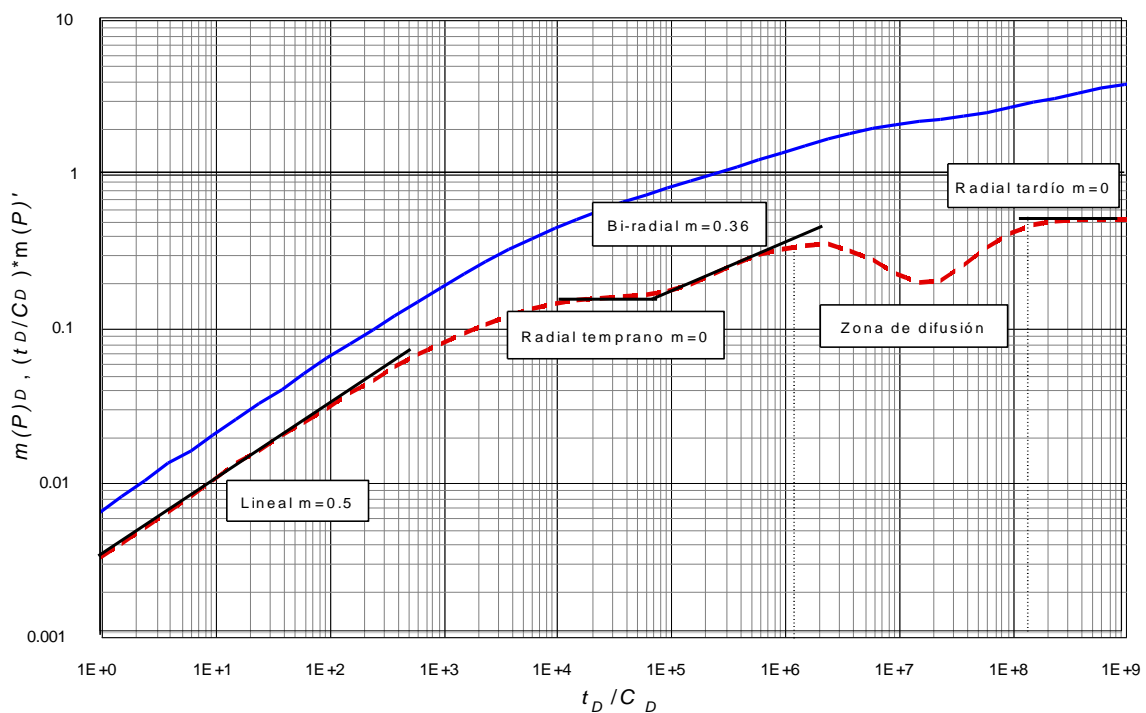
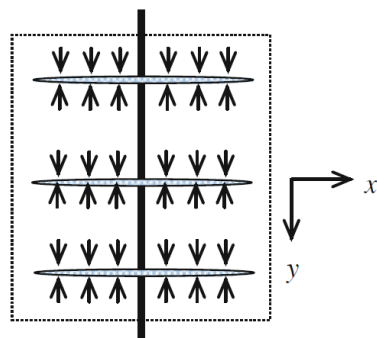


Figura 5. Prueba de presión típica de un pozo horizontal multi-fracturado en un yacimiento de gas *shale*

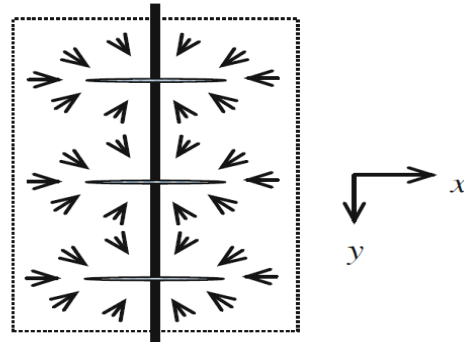
La respuesta de la presión y la derivada de la presión para un pozo horizontal multifracturado de gas *shale* es calculada con el mecanismo de doble porosidad propuesto por Zhao et al., (2012).

Se observa un flujo lineal temprano característico por una línea de pendiente de 0.5 tanto en la presión como en la derivada, durante este primer flujo lineal, cada fractura está produciendo independientemente de las otras, con el flujo de gas perpendicular al plano de fractura, como se observa en la Figura 6.

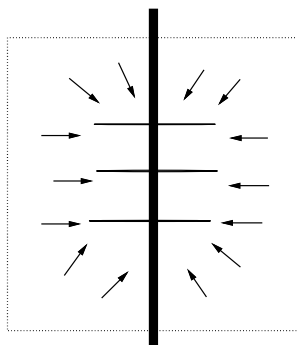
Durante este periodo de flujo el gas adsorbido sobre la matriz del *shale* aún no inicia su proceso de desorción debido a que la caída de presión no es lo suficientemente grande para alcanzar la presión crítica, este régimen de flujo es seguido por un radial temprano característico por una línea horizontal en la derivada de la presión, durante este flujo se observa un flujo de geometría radial alrededor de cada fractura. Este flujo ocurrirá si el espaciamiento entre las fracturas es grande comparado con la longitud de fractura media, si se observa este flujo se podrá obtener el valor del número de fracturas debido a que el valor de corte sobre el eje Y es igual a “ $1/(2n)$ ” (donde n es el número de fracturas), durante este flujo aún no hay intercomunicación entre las fracturas, la facilidad de observar este periodo dependerá principalmente de la longitud de fractura y el espaciamiento.



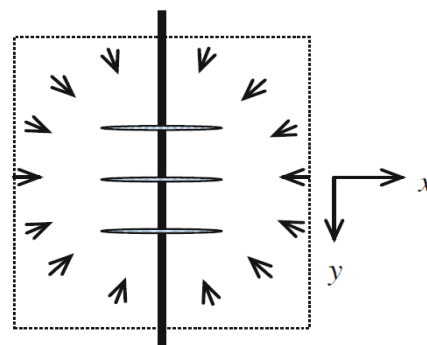
a. Flujo lineal alrededor de cada fractura



b. Flujo radial temprano



c. Flujo bi-radial



d. Flujo radial tardío

Figura 6. Patrones de flujo característicos en pozos horizontales multi-fracturados en yacimientos de gas *shale*

Después de este flujo se aprecia un periodo de flujo bi-radial, que se caracteriza por una línea de pendiente de 0.36 sobre la derivada, en este periodo las fracturas interactúan y el flujo se vuelve perpendicular al plano vertical que contiene el pozo horizontal. Luego del bi-radial se aprecia el periodo de flujo de difusión el cuál es causado por el mecanismo de desorción y difusión en la matriz de *shale* hacia las fracturas naturales, que es caracterizado por una depresión en los valores de la derivada.

Con el incremento en la producción del yacimiento, la presión disminuirá continuamente, y cuando la caída de presión entre la matriz y la fractura alcance la presión de desorción (presión crítica), el gas adsorbido sobre la superficie de la matriz iniciará su proceso de desorción y fluirá hacia las fracturas naturales como gas libre.

Por último se observa el radial tardío caracterizado por una línea horizontal en la derivada de la presión que cruza el eje Y en valor de 0.5. Durante este periodo de flujo, el flujo es dominado a través de los elementos más externos, Figura 6, y el patrón de flujo es similar al desempeño de un pozo verticalmente fracturado en tiempo tardío.

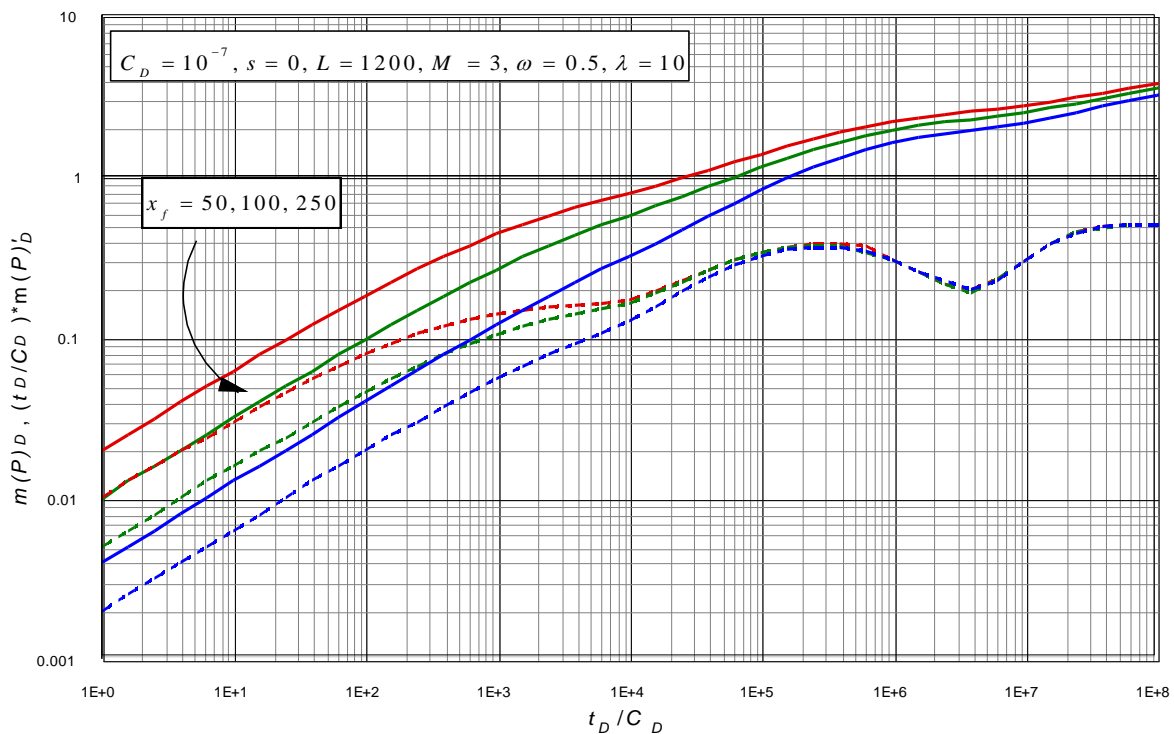


Figura 7. Efecto de la longitud de fractura (x_f)

Los dos primeros estados de flujo (lineal y radial temprano) se ven afectados por x_f y M . A medida que ambos incrementan el flujo radial temprano se ve enmascarado por el flujo lineal y el flujo bi-radial. Este comportamiento se puede ver en las Figuras 7 y 8 respectivamente.

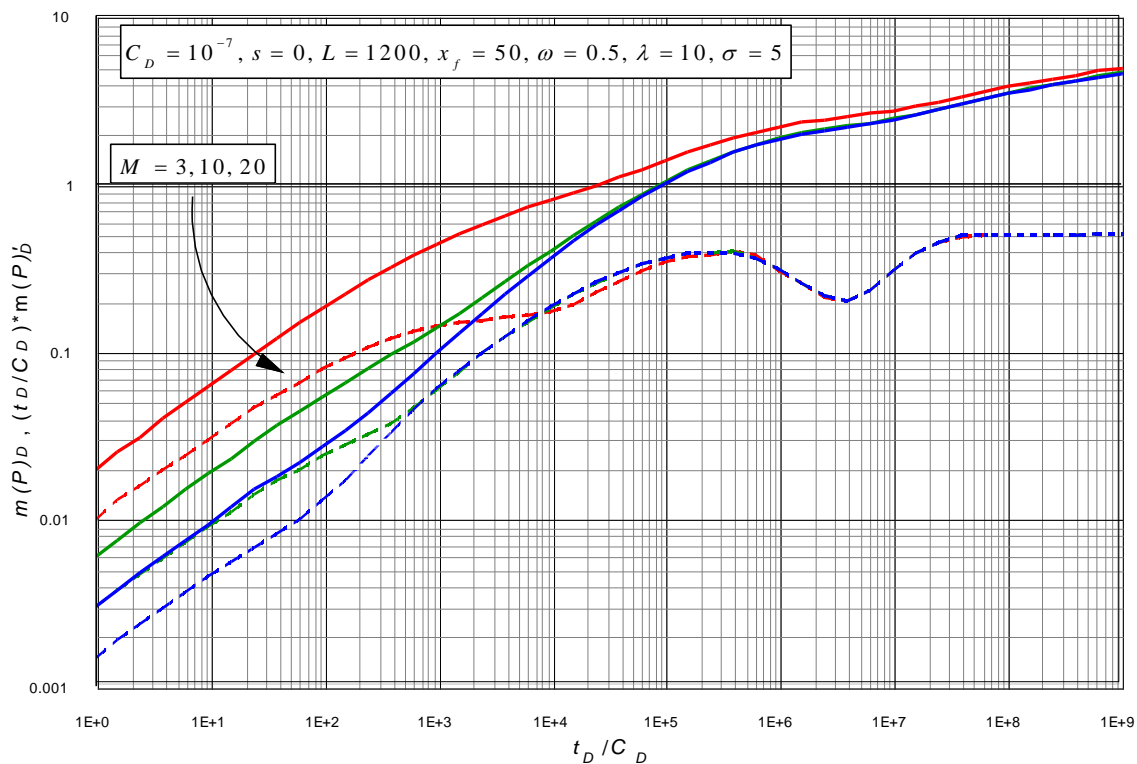


Figura 8. Efecto del número de fracturas (M)

En la Figura 9 se observa el comportamiento de σ , donde éste afecta el tiempo inicial del flujo de difusión. Mientras más grande sea σ , más temprano y más larga llega la transición del flujo, y la depresión es más profunda. Este comportamiento se debe a que σ refleja la capacidad de suplencia del gas desde la matriz hasta las fracturas.

λ al igual que σ , afecta el flujo de difusión y además influye en la duración del flujo bi-radial. A medida que λ aumenta la desorción del gas y el flujo de difusión ocurren a tiempos más tardíos y la duración del flujo bi-radial aumenta, como se observa en la Figura 10.

El comportamiento de ω se puede observar en la Figura 11. Este parámetro no solo determina la duración y la profundidad de la depresión en el flujo de difusión, sino que también influye en los regímenes de flujo iniciales. Mientras más pequeño sea ω más profunda es la depresión y más temprano ocurre el flujo de difusión.

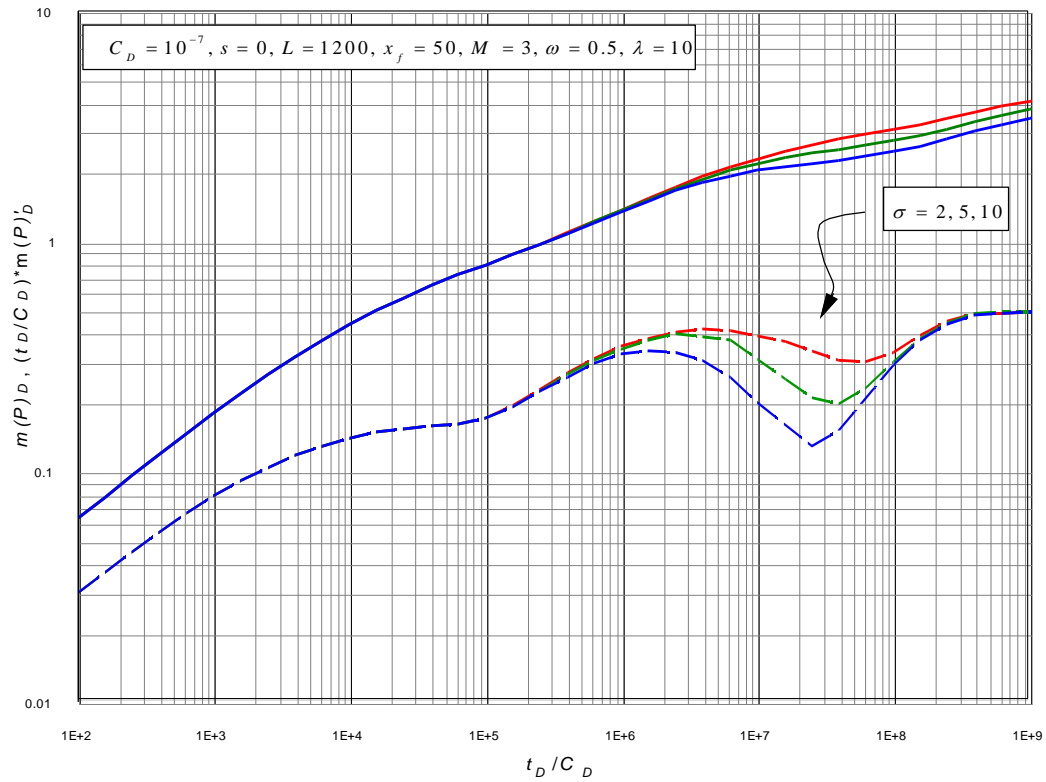


Figura 9. Efecto del coeficiente de adsorción y desorción (σ)

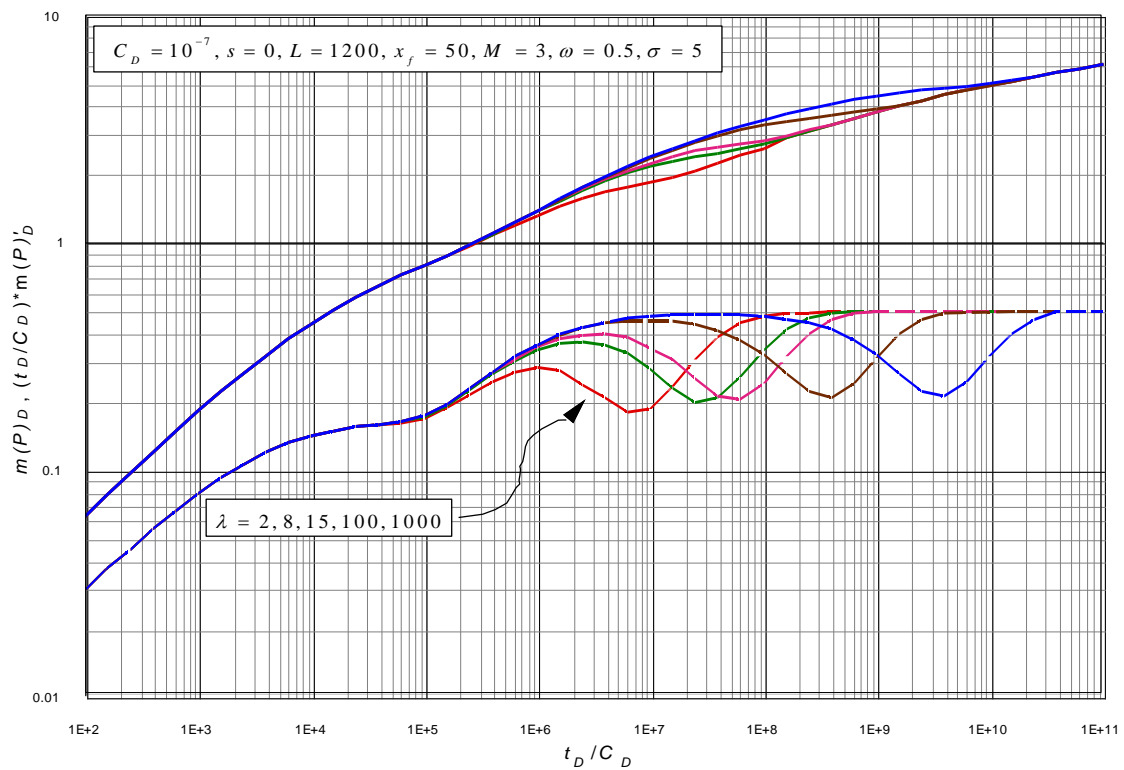
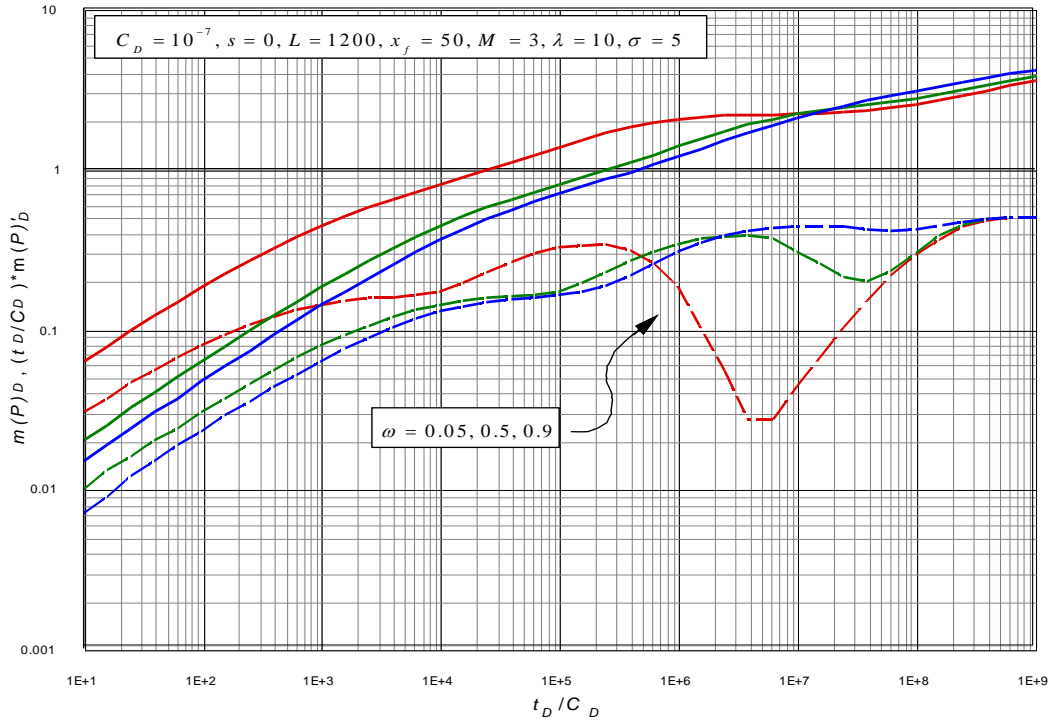


Figura 10. Comportamiento del coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ)**Figura 11.** Comportamiento de la relación adimensional de almacenaje (ω)

2.3 Definición de variables adimensionales.

Coefficiente de almacenamiento adimensional

$$C_D = 0.8935C / \phi c_i h L_w^2$$

Pseudo-presión adimensional

$$m(P)_D = \frac{k_{fh} h [m(P_i) - m(P)]}{1422.52 q_{sc} T}$$

Derivada de la pseudo-presión adimensional

$$t_D * m(P)'_D = \frac{k_{fh} h [m(P_i)' - m(P)']}{1422.52 q_{sc} T}$$

Tiempo adimensional

$$t_D = \frac{0.0002637 k_{fh} t}{\phi (\mu c_i)_i L_w^2}$$

Distancias adimensionales

$$r_D = \frac{r}{L}, r_{Dm} = \frac{r_m}{R_m}$$

Radio de almacenamiento

$$\omega = \phi_f \mu c_g / \Lambda, \text{ donde } \left\{ \Lambda = \phi_f \mu c_g + \frac{2 p_{sc} T}{T_{sc}} \right\}$$

Coefficiente de flujo interporoso

$$\lambda = \frac{k_{fh} \tau}{6 \Lambda L_w^2}, \text{ donde } \left\{ \tau = \frac{R_m^2}{\pi^2 D} \right\}$$

Coefficiente de adsorción y desorción

$$\sigma = \frac{V_L m_L(p_L)}{[m_L(p_f) + m(p_f)][m_L(p_f) + m(p_f)]}$$

Tabla 6. Variables adimensionales

2.3 Ecuaciones propuestas aplicando la metodología TDS

2.3.1 Ajuste de λ

Como se observó en la Figura 10, λ es directamente proporcional al tiempo de desorción del gas, con base a esto se logró realizar dos ajustes en donde los tiempos finales del flujo de difusión para diferentes valores de λ , σ y ω coincidieran en una sola función. Esto se puede observar en la Figura 12 y 13 respectivamente.

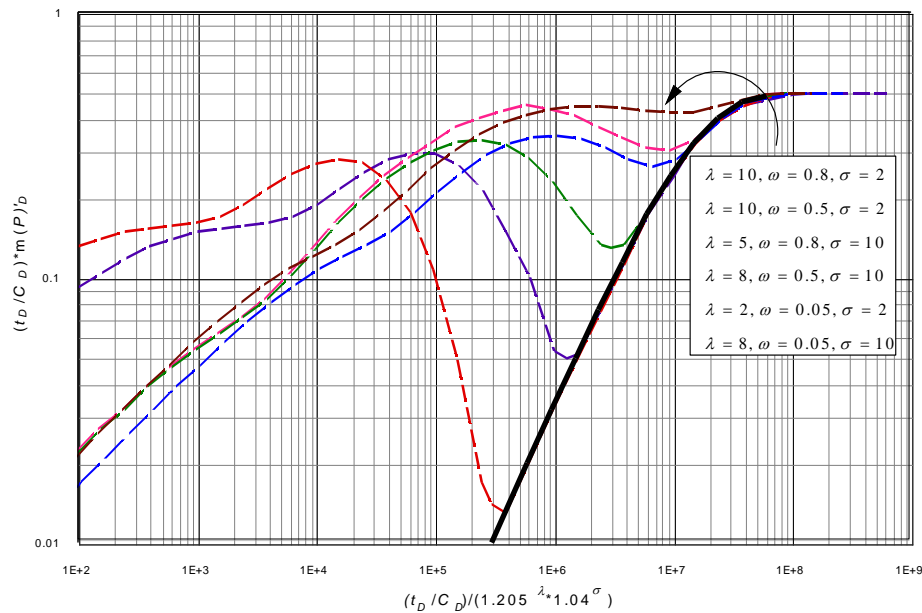


Figura 12. Ajuste de λ para diferentes valores de λ , σ y ω , con un rango de aplicabilidad de $1 > \lambda \leq 10$

Con el programa *TableCurve 2D*, se correlacionaron los puntos más característicos de las respectivas funciones presentadas en la Figura 12 y 13, se utilizaron las ecuaciones que presentaran un R^2 mayor o igual a 0.999. Para efectos prácticos de cálculo se invirtieron los ejes.

Para la función de la Figura 12:

$$\log y = a + b \log x + \frac{c}{\log x^2}, R^2 = 0.9991 \quad (4)$$

Donde:

$$a = 7.406405$$

$$b = 0.96750801$$

$$c = 0.061408606$$

$$y = \frac{t_D / C_D}{1.205^\lambda 1.04^\sigma} \quad (5)$$

$$x = t_D * m(P)'_D \quad (6)$$

Reemplazando la Ecuación 5 y 6 en 4.

$$\log \frac{t_D / C_D}{1.205^\lambda 1.04^\sigma} = a + b \log [t_D * m(P)'_D] + \frac{c}{\log [t_D * m(P)'_D]^2} \quad (7)$$

Despejando λ de la Ecuación 7.

$$\lambda = \frac{1}{\log 1.205} \left[\log t_D / C_D - \sigma \log 1.04 - a - b \log [t_D * m(P)'_D] - \frac{c}{\log [t_D * m(P)'_D]^2} \right] \quad (8)$$

Introduciendo variables dimensionales de la Tabla 6.

$$\lambda = \frac{1}{\log 1.205} \left[\log \left(\frac{(2.950985 \times 10^{-4}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \right) - \sigma \log 1.04 - a - b \log \left[\frac{k_{fh} h [t * \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right] - \frac{c}{\log \left[\frac{k_{fh} h [t * \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right]^2} \right] \quad (9)$$

Para la función de la Figura 13:

$$y^{-1} = a + b x^2 \ln x + c \ln x, R^2 = 0.999 \quad (10)$$

Donde:

$$a = -2.2821811 \times 10^{-7}$$

$$b = -8.0442124 \times 10^{-7}$$

$$c = -1.3233401 \times 10^{-7}$$

$$y^{-1} = \frac{\lambda \ln(1.2)}{t_D / C_D} \quad (11)$$

Reemplazando la Ecuación 11 y 6 en 10.

$$\frac{\lambda \ln(1.2)}{t_D / C_D} = a + b [t_D * m(P)'_D]^2 \ln [t_D * m(P)'_D] + c \ln [t_D * m(P)'_D] \quad (12)$$

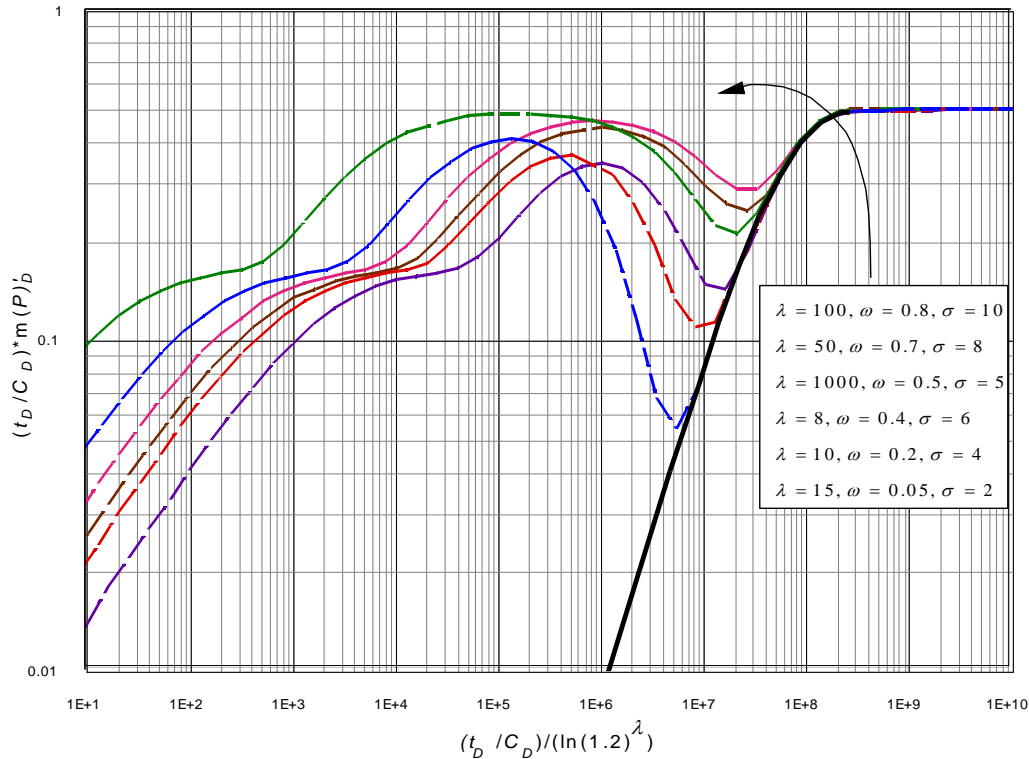


Figura 13. Ajuste de λ para diferentes valores de λ , σ y ω , con un rango de aplicabilidad de $8 \geq \lambda \leq 1000$

Despejando λ de la Ecuación 12.

$$\lambda = \frac{t_D / C_D}{\ln(1.2)} \left\{ a + \left[\ln(t_D * m(P))'_D * \left[b (t_D * m(P))'_D + c \right] \right] \right\}$$

Introduciendo variables dimensionales de la Tabla 6.

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \left\{ a + \ln \left(\frac{k_{fh} h [t * \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right) * \left[b \left(\frac{k_{fh} h [t * \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right)^2 + c \right] \right\} \quad (13)$$

2.3.2 Ajuste de ω

Se realizaron dos ajustes para calcular ω dependiendo del valor de σ , el cual es un dato conocido. Se ajustaron los mínimos para diferentes valores de ω , λ y σ , obteniendo dos rectas en función del tiempo en el mínimo. Dichos ajustes se pueden observar en las Figuras 14 y 15.

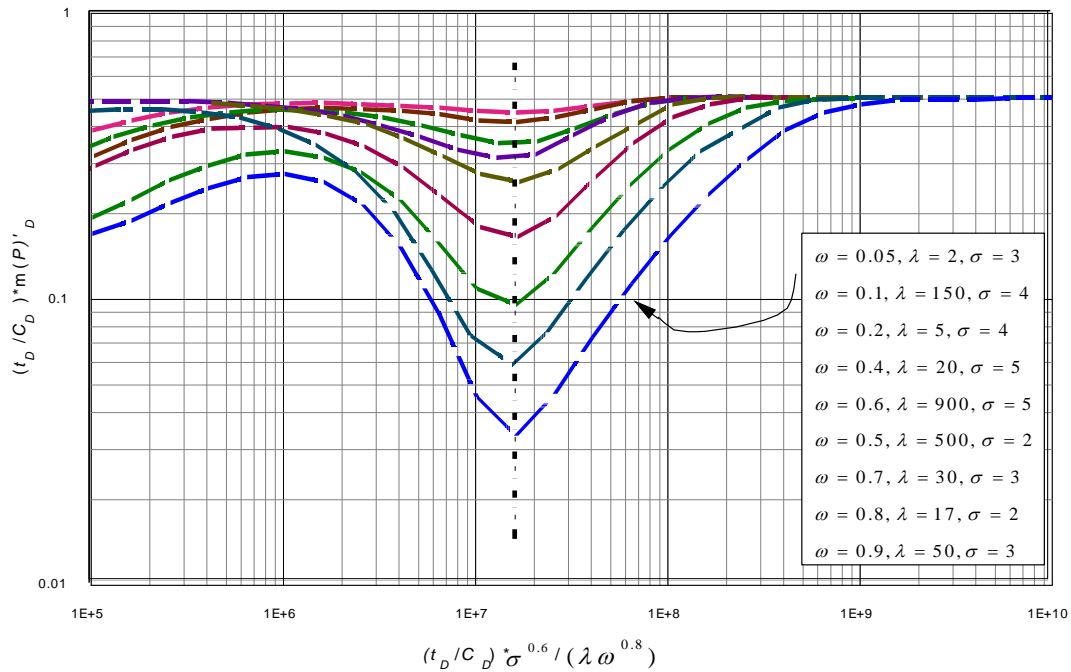


Figura 14. Ajuste de ω para diferentes valores de ω , λ , y σ , con un rango de aplicabilidad de $1 > \sigma \leq 5$

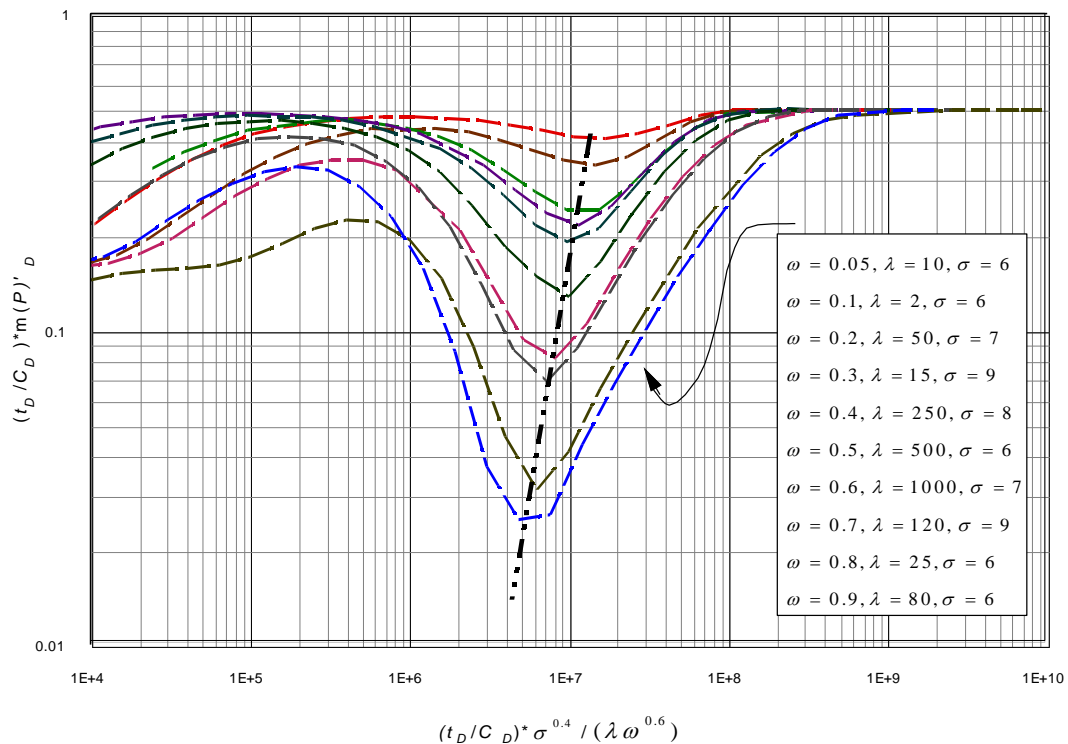


Figura 15. Ajuste de ω para diferentes valores de ω , λ , y σ , con un rango de aplicabilidad de $5 > \sigma \leq 10$

En la Figura 14 se ajustó el tiempo en el mínimo para diferentes valores de ω , λ , y σ . De esta forma se obtuvo una recta en el eje Y, quedando:

$$\frac{(t_{D \min} / C_D) \sigma^{0.6}}{\lambda \omega^{0.8}} = 1.63 \times 10^7 \quad (14)$$

Despejando ω e introduciendo variables dimensionales de la Tabla 6.

$$\omega = \left[\frac{(1.8104201 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.6}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/4} \quad (15)$$

Para la función de la Figura 15, se obtuvo un ajuste potencial, de pendiente 0.3318:

$$y = (1.98 \times 10^7) x^{0.3318}, R^2 = 0.999 \quad (16)$$

Donde:

$$y = \frac{(t_{D \min} / C_D) \sigma^{0.4}}{\lambda \omega^{0.6}} \quad (17)$$

Reemplazando la Ecuación 17 y 6 en 16.

$$\frac{(t_{D \min} / C_D) \sigma^{0.4}}{\lambda \omega^{0.6}} = 1.98 \times 10^7 (t_D * m(P)'_{D \min})^{0.3318} \quad (18)$$

Despejando ω e introduciendo variables dimensionales de la Tabla 6.

$$\omega = \left[\left(\frac{1422.52 q_{sc} T}{h k_{fh} [t * \Delta m(P)]'_{\min}} \right)^{0.3318} \frac{(1.490563 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.4}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/3} \quad (19)$$

2.3.3 Ajuste de x_f

Aprovechando que el flujo lineal temprano no se ve afectado por λ y σ como se observa en las Figuras 9 y 10, se pudo establecer una correlación para la determinación de la longitud de fractura (x_f) en función de ω y M , como se aprecia en la Figura 16.

Se realizó un ajuste potencial con raíz cuadrada en los valores de 1, obteniendo:

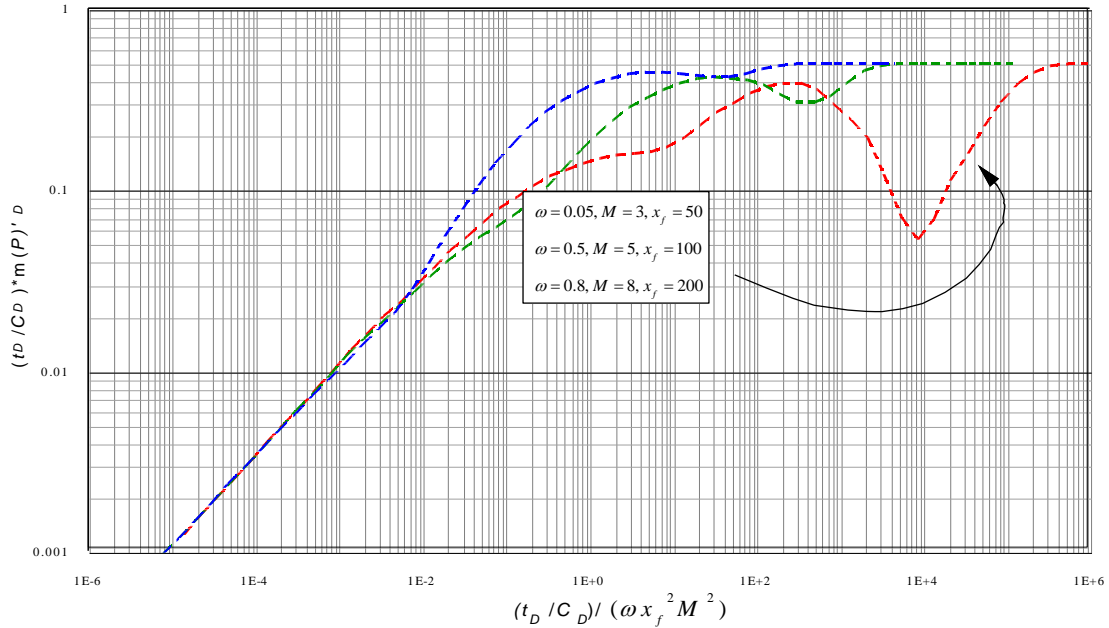


Figura 16. Ajuste del flujo lineal temprano

$$t_D * m(P)'_D = 0.3366 \left(\frac{t_D / C_D}{\omega x_f^2 M^2} \right)^{0.5} \quad m \quad (20)$$

Introduciendo variables dimensionales y despejando x_f .

$$x_f = \frac{q_{sc} T}{[t * \Delta m(P)]_L M} \left(\frac{728.2529 t_L}{\omega \mu_g k_{fh} h C} \right)^{0.5} \quad (21)$$

También se puede calcular x_f , con el tiempo del intercepto entre la prolongación de la línea de pendiente 0.5 del lineal temprano con el radial tardío.

$$x_f = \left(\frac{(1.439546 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{L2Ri}}{\omega \mu_g C M^2} \right)^{0.5} \quad (22)$$

2.3.4 Ajuste flujo bi-radial

El flujo bi-radial se ve afectado principalmente por ω y x_f , se realizó un ajuste para corroborar el cálculo de ω utilizando este flujo que se caracteriza por presentar una pendiente de 0.36, como se observa en la Figura 17. Para el cálculo se utiliza el tiempo de intercepto entre el bi-radial con el radial tardío.

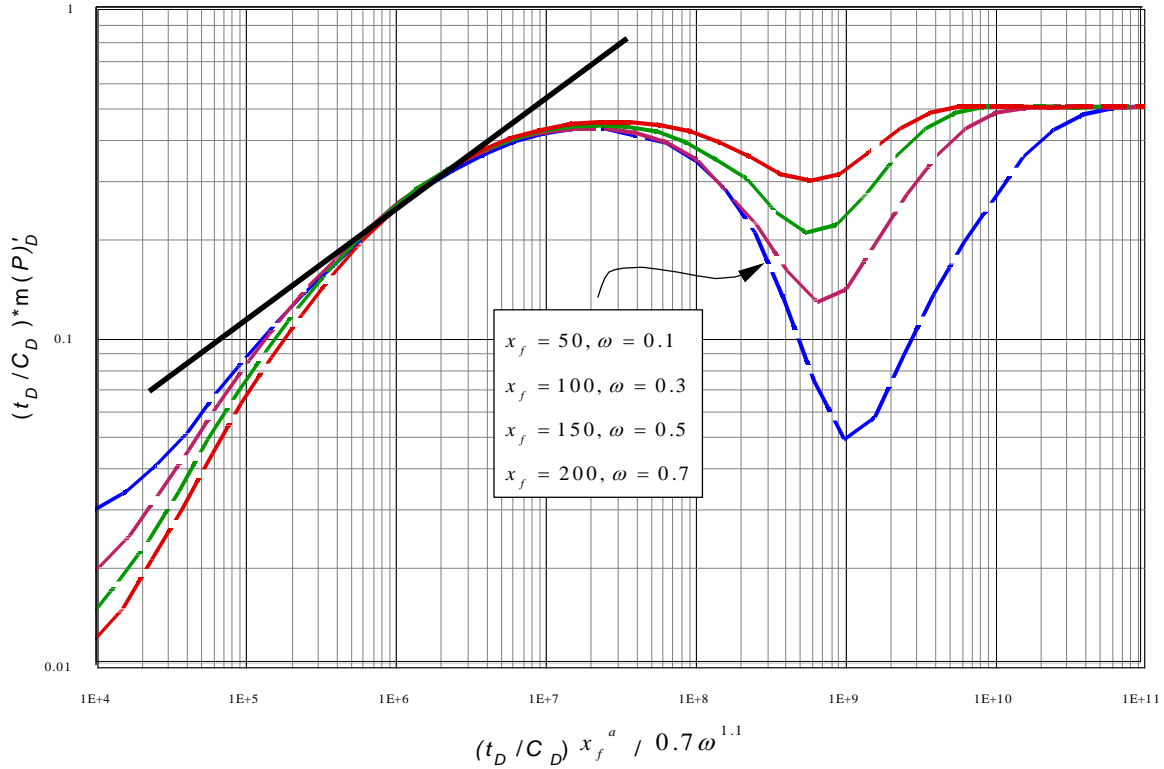


Figura 17. Ajuste del flujo bi-radial

$$t_D * m(P)'_D = 0.00162 \left(\frac{(t_D / C_D) x_f^a}{0.7 \omega^{1.1}} \right)^{0.36} \quad (23)$$

Donde:

$$a = 1 - \frac{0.3048 x_f}{(0.3048 x_f) + 5}$$

Introduciendo variables dimensionales, igualando con la línea del flujo radial tardío y despejando ω .

$$\omega = 4.4181^{-10} \left[\frac{0.3048 x_f^a k_{fh} h t_{BR2Ri}}{C \mu_g} \right]^{0.909} \quad (24)$$

2.4 Resultados ecuaciones propuestas

Para verificar la exactitud de las ecuaciones desarrolladas en el presente estudio, se determinó el porcentaje de error de cada una de ellas. Para efectos prácticos se trabajó con términos adimensionales. Los datos necesarios para aplicar las ecuaciones de la Tabla 7, fueron tomados de las Figuras 10, 14, 15, 16 y 17, respectivamente.

Parámetro	Aplicabilidad	Ecuación
Coeficiente de Flujo interporoso (λ)	$1 > \lambda \leq 10$ El flujo bi-radial tiene una duración menor de medio ciclo	$\lambda = \frac{1}{\log 1.205} \left[\log \left(\frac{(2.950985 \times 10^{-4}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \right) - \sigma \log 1.04 - a \right]$ $- b \log \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right] - \frac{c}{\log \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right]^2}$ <p>Donde:</p> <p>a = 7.406405 b = 0.96750801 c = 0.061408606</p>
	$8 \geq \lambda \leq 1000$ El flujo bi-radial tiene una duración de medio ciclo o más	$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \left\{ a + \ln \left(\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right) \right\}^*$ $\left[b \left(\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right)^2 + c \right]$ <p>Donde:</p> <p>a = $-2.2821811 \times 10^{-7}$ b = $-8.0442124 \times 10^{-7}$ c = $-1.3233401 \times 10^{-7}$</p>
Relación de almacenamiento (ω)	$1 > \sigma \leq 5$	$\omega = \left[\frac{(1.8104201 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.6}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/4}$
	$5 > \sigma \leq 10$	$\omega = \left[\left(\frac{1422.52 q_{sc} T}{h k_{fh} [t^* \Delta m(P)]_{\min}} \right)^{0.3318} \frac{(1.490563 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.4}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/3}$
		$\omega = 4.4181 \times 10^{-10} \left[\frac{0.3048 x_f^a k_{fh} h t_{BR2 Ri}}{C \mu_g} \right]^{0.909}$ $a = 1 - \frac{0.3048 x_f}{(0.3048 x_f) + 5}$

Tabla 7. Resumen de ecuaciones propuestas

Parámetro	Aplicabilidad	Ecuación
Longitud de Fractura (x_f)	$150 \text{ ft} \geq x_f \leq 1000 \text{ ft}$	$x_f = \frac{q_{sc} T}{[t * \Delta m(P)]_L M} \left(\frac{728.2529 t_L}{\omega \mu_g k_{fh} h C} \right)^{0.5}$
	$3 \geq M \leq 20$	$x_f = \left(\frac{(1.439546 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{L2Ri}}{\omega \mu_g C M^2} \right)^{0.5}$

Tabla 8. (Continuación) Resumen de ecuaciones propuestas

λ real	λ calculado	Parámetros de la Figura 10	%Error
2	2.046	$(t_{Def} / C_D) = 1.57 \times 10^7$ $(t_D * m(P)'_D)_{edf} = 0.232$	2.3%
8	Ecuación 9 8.028	$(t_{Def} / C_D) = 1.56 \times 10^8$ $(t_D * m(P)'_D)_{edf} = 0.415$	0.35%
8	Ecuación 13 8.291	$(t_{Def} / C_D) = 1.56 \times 10^8$ $(t_D * m(P)'_D)_{edf} = 0.415$	3.63%
15	14.731	$(t_{Def} / C_D) = 1.59 \times 10^8$ $(t_D * m(P)'_D)_{edf} = 0.314$	1.79%
100	97.310	$(t_{Def} / C_D) = 2.64 \times 10^9$ $(t_D * m(P)'_D)_{edf} = 0.460$	2.69%
1000	997.737	$(t_{Def} / C_D) = 1.63 \times 10^{10}$ $(t_D * m(P)'_D)_{edf} = 0.397$	0.23%

Tabla 9. Valores calculados con las Ecuaciones 9 y 13 del coeficiente de flujo interporoso (λ)

ω real	ω calculado	Parámetros de la Figura 14 y 15	%Error
0.9	0.916	$(t_{D_{\min}} / C_D) = 3.93 \times 10^8$ $\sigma = 3$ $\lambda = 50$	1.77%
0.4	0.401	$(t_{D_{\min}} / C_D) = 6.0 \times 10^7$ $\sigma = 5$ $\lambda = 20$	0.25%
0.6	0.589	$(t_{D_{\min}} / C_D) = 3.98 \times 10^9$ $(t_D * m(P)'_D)_{\min} = 0.216$ $\sigma = 7$ $\lambda = 1000$	1.83%
0.05	0.049	$(t_{D_{\min}} / C_D) = 4.37 \times 10^6$ $(t_D * m(P)'_D)_{\min} = 0.021$ $\sigma = 6$ $\lambda = 10$	2%

Tabla 10. Valores calculados con las Ecuaciones 15 y 19 de la relación de almacenamiento adimensional (ω)

ω real	ω calculado	Parámetros de la Figura 14 y 15	%Error
0.3	0.303	$(t_{DBR} / C_D) = 1.9 \times 10^5$ $(t_D * m(P)'_D)_{BR} = 0.254$ $x_f = 100$	1%
0.5	0.48	$(t_{DBR} / C_D) = 2.51 \times 10^5$ $(t_D * m(P)'_D)_{BR} = 0.227$ $x_f = 150$	4%
0.7	0.69	$(t_{DBR} / C_D) = 3.98 \times 10^5$ $(t_D * m(P)'_D)_{BR} = 0.229$ $x_f = 200$	1.43%

Tabla 11. Valores calculados con la Ecuación 24 de la relación de almacenamiento adimensional (ω)

x_f real	x_f calculado	Parámetros de la Figura 7	%Error
50	49.823	$(t_{DL} / C_D) = 0.631$ $(t_D * m(P)'_D)_L = 0.008$ $M = 3$ $\omega = 0.05$	0.35%
50	50.177	$(t_{DL2Ri} / C_D) = 2.5 \times 10^3$ $M = 3$ $\omega = 0.05$	0.35%
100	100.088	$(t_{DL} / C_D) = 10$ $(t_D * m(P)'_D)_L = 0.00$ $M = 5$ $\omega = 0.5$	0.08%
100	100.755	$(t_{DL2Ri} / C_D) = 2.8 \times 10^5$ $M = 5$ $\omega = 0.5$	0.75%
200	200.176	$(t_{DL} / C_D) = 39.811$ $(t_D * m(P)'_D)_L = 0.004$ $M = 3$ $\omega = 0.8$	0.09%
200	199.135	$(t_{DL2Ri} / C_D) = 6.3 \times 10^5$ $M = 3$ $\omega = 0.8$	0.43%

Tabla 12. Valores calculados con las Ecuaciones 21 y 22 de la longitud de fractura (x_f)

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez establecidas las ecuaciones desarrolladas a lo largo del documento, y la forma como se pudieron establecer estas funciones analizando la influencia de cada parámetro en la curva de la derivada de la presión, y logrando encontrar patrones característicos que dieran un indicio para poder lograr dichos ajustes, vale la pena recordar las consideraciones y premisas propuestas.

3.1 Número de fracturas (M) y Longitud de fractura (x_f)

Aprovechando la influencia de la longitud de fractura y el número de fracturas que solo afectan los flujos tempranos (lineal temprano y radial) como se observó en las Figuras 7 y 8, se enfocaron los esfuerzos en el estado 1 para realizar el ajuste de los parámetros.

El número de fracturas fue manejado hasta 20 debido al tiempo de procesamiento en los datos que manejaba el modelo matemático en el programa. La longitud de la fractura se manejó solo hasta 850 ft (250 m, que era el dato de entrada en el programa), debido a que a longitudes de fracturas mayores el programa no generaba curvas de presión.

Aprovechando la influencia de estos dos factores solo en los flujos tempranos junto con ω , se logró establecer dos ajustes para determinar la longitud de fractura sobre el flujo lineal temprano (Ecuación 21 y 22).

3.2 Coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ)

Al observar el comportamiento de λ sobre la curva de la derivada se observó que λ tenía principalmente influencia sobre el tiempo en el que aparece la zona de difusión, cuando λ es menor a 1 la zona de difusión va a parecer en tiempos menores a 1 hora y en fracciones de horas, lo cual indica que el flujo de difusión aparecería en los flujos tempranos, lo cual es erróneo pensar ya que durante estos periodos de flujo el gas adsorbido sobre la matriz del *shale* aún no inicia su proceso de desorción debido a que la caída de presión no es lo suficientemente grande para alcanzar la presión crítica y como se dijo previamente, λ es directamente proporcional al tiempo de desorción del *shale*. Además para que λ tome valores de 1 o menores el coeficiente de difusión tiene que ser grande lo cual no es característico en formaciones de gas *shale*.

El máximo valor trabajado para λ es de 1000, y a valores por encima de este adquieren tiempos del flujo de difusión no prácticos en la industria y las pruebas de presión tendrían que durar meses para alcanzar el flujo de difusión, además para un λ de 1500 la zona de difusión aparece en t_D de orden de 1×10^{10} y en el programa no se alcanza a apreciar la totalidad de la zona de difusión para caracterizarla.

Se dividieron en dos ecuaciones para rangos de λ de 1 a 10 y de 8 a 1000 debido a las características que presentaban cada rango y la utilización de cada ecuación depende de la duración del flujo bi-radial. Para el ajuste de la obtención de λ se hizo sobre la finalización de la zona de difusión debido a que distintos ω y σ convergían todos en una misma función sobre esta zona con una función de un R^2 de 0.999, para la Ecuación 9 de

λ de 1 a 10 se recomienda tomar valores un poco alejados del radial para mayor precisión, y para la Ecuación 13 λ de 8 a 1000 se recomienda que los valores tomados sean cercanos a la finalización del periodo de difusión.

3.3 Relación de almacenamiento adimensional (ω)

El comportamiento de ω sobre la curva de la derivada de la presión, como se observó en la Figura 11, afecta casi todos los regímenes de flujo, determina la duración y la profundidad del flujo de difusión entre la matriz y la fractura, y además tiene un efecto primario en los regímenes de flujo tempranos.

Debido a esto se trabajó con la zona de difusión, ya que solo λ , ω y σ , afectan esta zona. Se logró ajustar el tiempo en el mínimo dependiendo del valor de σ , el cual es un dato conocido y calculado en laboratorio. Se obtuvo en ambos casos, una función que depende del tiempo en el mínimo, de λ y de σ .

Después de realizar los ajustes correspondientes y de hallar una ecuación para calcular x_f , se procedió a realizar un ajuste utilizando el flujo bi-radial con pendiente característica de 0.36. Este ajuste sirvió para corroborar el resultado de las ecuaciones planteadas posteriormente para el cálculo de ω .

3.4 Coeficiente de adsorción y desorción (σ)

Este parámetro solo afecta la zona de difusión, mientras más grande sea σ , más profunda es la depresión. Para el presente estudio, se consideró σ como dato de entrada, ya que se puede calcular con un respectivo análisis de una muestra del *shale* en el laboratorio y aplicando la ecuación presentada en la Tabla 6. Se trabaja con un rango de $1 > \sigma \leq 10$, debido a que la dispersión de los datos de la curva de la derivada de la presión calculados por el programa, presentaban datos erróneos en la zona de difusión para valores fuera de este rango, específicamente en el mínimo.

4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGIA PROPUESTA

Paso 1. Grafique $\Delta m(P)$ y $(t^* \Delta m(P))'$ versus tiempo de la prueba en una gráfica log-log.

Paso 2. Calcular la permeabilidad equivalente del sistema de fracturas con la Ecuación 25, con la lectura del valor de $t^* \Delta m(P)_{2R}$.

$$k_{fh} = 711.26 \frac{(q_{sc})(T)}{h[t^* \Delta m(P)]_{2R}} \quad (25)$$

Paso 3. Calcular λ con la Ecuación 9 para cuando el flujo bi-radial dure menos de medio ciclo logarítmico, o aplique la Ecuación 13 para cuando el flujo bi-radial dure medio ciclo o más, tomando el valor $t^* \Delta m(P)'_{edf}$ y t_{edf} , sobre la zona ascendente del periodo de difusión.

Paso 4. Calcular ω con la Ecuación 15 para σ de 1 a 5, y para σ de 6 a 10 con la Ecuación 19, leyendo el valor de $t^* \Delta m(P)'_{min}$ y el t_{min} .

Paso 5. Calcular x_f con la Ecuación 21 leyendo el valor de $t^* \Delta m(P)'_L$ y t_L , valores tomados sobre el periodo lineal ($m=0.5$), o con la Ecuación 22 leyendo el valor del tiempo de la intersección del lineal temprano y el radial tardío.

Paso 6. (Opcional) Corroborar el resultado de ω con la Ecuación 24 leyendo el valor del tiempo de la intersección entre el bi-radial y el radial tardío.

5. EJERCICIOS

Los datos de los ejercicios presentados a continuación son tomados de: Sun, J., & Schechter, D. (2017, June 1), Kim, T. H., & Lee, K. S. (2015, July 1) y Lee, S. J., Kim, T. H., & Lee, K. S. (2013, June 30).

5.1 Ejercicio 1.

El Anexo B proporciona los datos de una prueba típica de presión para un pozo horizontal multi-fracturado en yacimientos de gas *shale*, produce con las siguientes condiciones, Tabla 11.

Propiedades del yacimiento	
P_i , psi	5150
T , R	700
h , ft	80
C , bbl/psi	1.891×10^{-4}
ϕ	0.011
q_{sc} , MMSCF	2.06
k_{fh} , md	1.51
Propiedades del gas	
c_g , psi^{-1}	1×10^{-4}
μ_g , cp	0.0027
z	0.9733

Tabla 13. Datos Ejercicio 1

Parámetros del Simulador	
ω	0.35
λ	12
σ	9
M	8
C_D	1×10^{-7}
x_f , ft	328
L_w , ft	4000

Tabla 14. Parámetros de entrada al simulador, del Ejercicio 1

Determinar.

1. Coeficiente de flujo interporoso (λ).
2. Relación de almacenamiento adimensional (ω).
3. Longitud de la fractura (x_f).

Solución.

Se grafican los datos del Anexo B ($\Delta m(P)$ y $t^* \Delta m(P)$ ' versus tiempo) y se toman los puntos característicos (Figura 18).

$$(t^* \Delta m(P))'_{2R} = 8490.252483 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$(t^* \Delta m(P))'_{\text{edf}} = 7250.676 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_{\text{edf}} = 3.5974 \times 10^3 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta m(P))'_{\text{min}} = 3800 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_{\text{min}} = 720 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta m(P))'_L = 203.766 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_L = 9.0359 \times 10^{-3} \text{ hr}$$

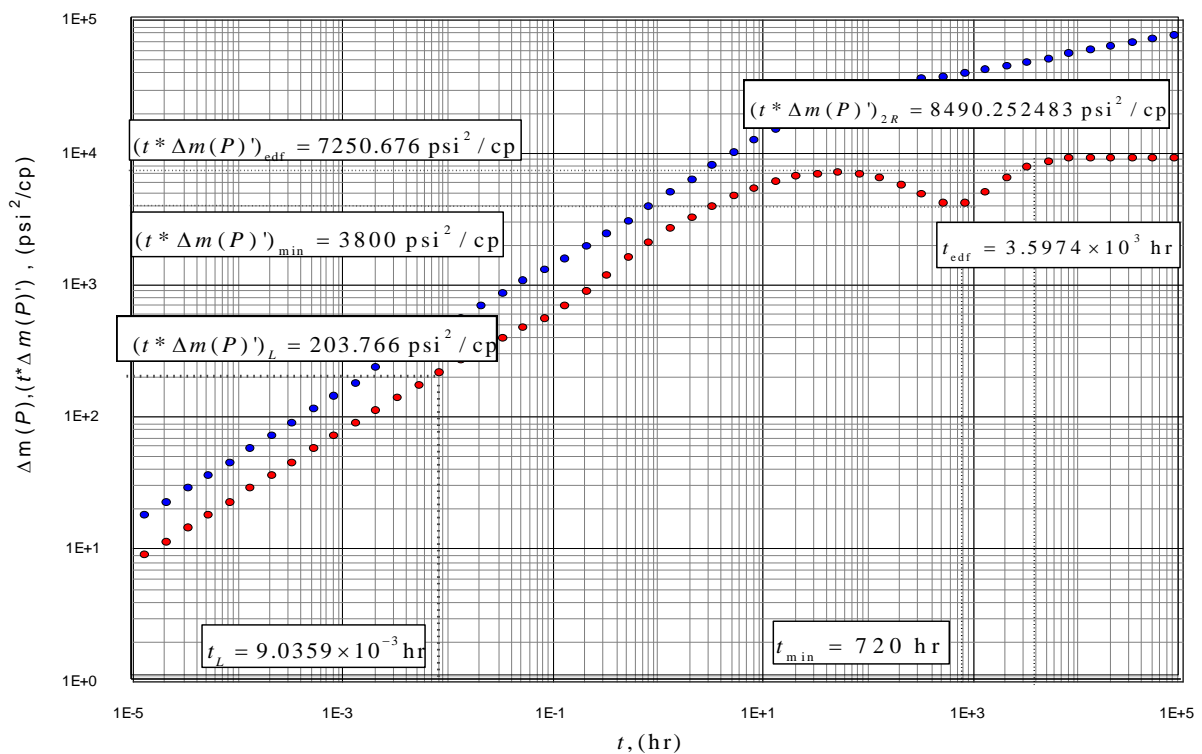


Figura 18. Prueba de presión para el Ejercicio 1

Se calcula la permeabilidad efectiva del sistema de fracturas con la Ecuación 25.

$$k = 711.26 \frac{(q_{sc})(T)}{h[t^* \Delta m(P)]'_{2R}}$$

$$k = 711.26 \frac{(2.06)(700)}{(80)(8490.252483)}$$

$$k = 1.51002 \text{ mD}$$

Se traza la pendiente de 0.36 del flujo bi-radial, se corrobora la duración del mismo el cual es más de medio ciclo, se procede a calcular λ con la Ecuación 13.

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \left\{ a + \ln \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right] * \left[b \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right]^2 + c \right] \right\}$$

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3})(80)(1.51002)(3.5974 * 10^3)}{(0.0027)(1.891 \times 10^{-4})} \left\{ (-2.2821811 \times 10^7) \cdot \right.$$

$$+ \ln \left[\frac{(1.51002)(80)(7250.676)}{1422.52(2.06)(700)} \right] * \left[(-8.0442124 \times 10^7) \left(\frac{(1.51002)(80)(7250.676)}{1422.52(2.06)(700)} \right)^2 - \right. \\ \left. \left. + (-1.3233401 \times 10^7) \right] \right\}$$

$$\lambda = 12.68$$

Como se tiene un $\sigma=9$, se calcula ω con la Ecuación 19.

$$\omega = \left[\left(\frac{1422.52 q_{sc} T}{h k_{fh} [t^* \Delta m(P)]_{\min}} \right)^{0.3318} \frac{(1.490563 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.4}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/3}$$

$$\omega = \left[\left(\frac{1422.52(2.06)(700)}{(80)(1.51002)(3800)} \right)^{0.3318} \frac{(1.490563 \times 10^{-11})(80)(1.51002)(720)(9)^{0.4}}{(12.68)(0.0027)(1.891 \times 10^{-4})} \right]^{5/3}$$

$$\omega = 0.678$$

Calculando x_f con la Ecuación 21.

$$x_f = \frac{q_{sc} T}{[t^* \Delta m(P)]_L M} \left(\frac{728.2529 t_L}{\omega \mu_g k_{fh} h C} \right)^{0.5}$$

$$x_f = \frac{(2.06)(700)}{(203.766)(9)} \left(\frac{728.2529(9.0359 \times 10^{-3})}{(0.678)(0.0027)(1.51002)(80)(1.891 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$x_f = 350.84 \text{ ft}$$

Parámetro	Ingresado	Calculado	Error (%)
k , mD	1.51	1.51002	2×10^{-3}
λ	12	12.68	5.6
ω	0.7	0.678	3.14
x_f , ft Ecuación 21	328	350.84	6.96

Tabla 15. Comparación de valores ingresados al simulador con los valores calculados del Ejercicio 1

5.2 Ejercicio 2.

El Anexo C proporciona los datos de una prueba típica de presión para un pozo horizontal multi-fracturado en yacimientos de gas *shale*, produce con las siguientes condiciones, Tabla 14.

Propiedades del yacimiento	
P_i , psi	5013.9546
T , R	630
h , ft	91
C , bbl/psi	2.028×10^{-4}
ϕ	0.012
q_{sc} , MMSCF	1.4
k_{fh} , md	1.81
Propiedades del gas	
c_g , psi^{-1}	1.076×10^{-4}
μ_g , cp	0.003
z	0.9733

Tabla 16. Datos Ejercicio 2

Parámetros del Simulador	
ω	0.55
λ	9
σ	5
M	15
C_D	1×10^{-7}
x_f , ft	196.85
L_w , ft	3927

Tabla 17. Parámetros de entrada al simulador, del Ejercicio 2

Determinar.

1. Coeficiente de flujo interporoso (λ).
2. Relación de almacenamiento adimensional (ω).
3. Longitud de la fractura (x_f).

Solución.

Se grafican los datos del Anexo B ($\Delta m(P)$ y $t^* \Delta m(P)$ ' versus tiempo) y se toman los puntos característicos (Figura 19).

$$(t^* \Delta m(P))'_{2R} = 3808.6468 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$(t^* \Delta m(P))'_{\text{edf}} = 3054.53474 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_{\text{edf}} = 1.9837 \times 10^3 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta m(P))'_{\text{min}} = 1680 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_{\text{min}} = 450 \text{ hr}$$

$$t_{L2Ri} = 12 \text{ hr}$$

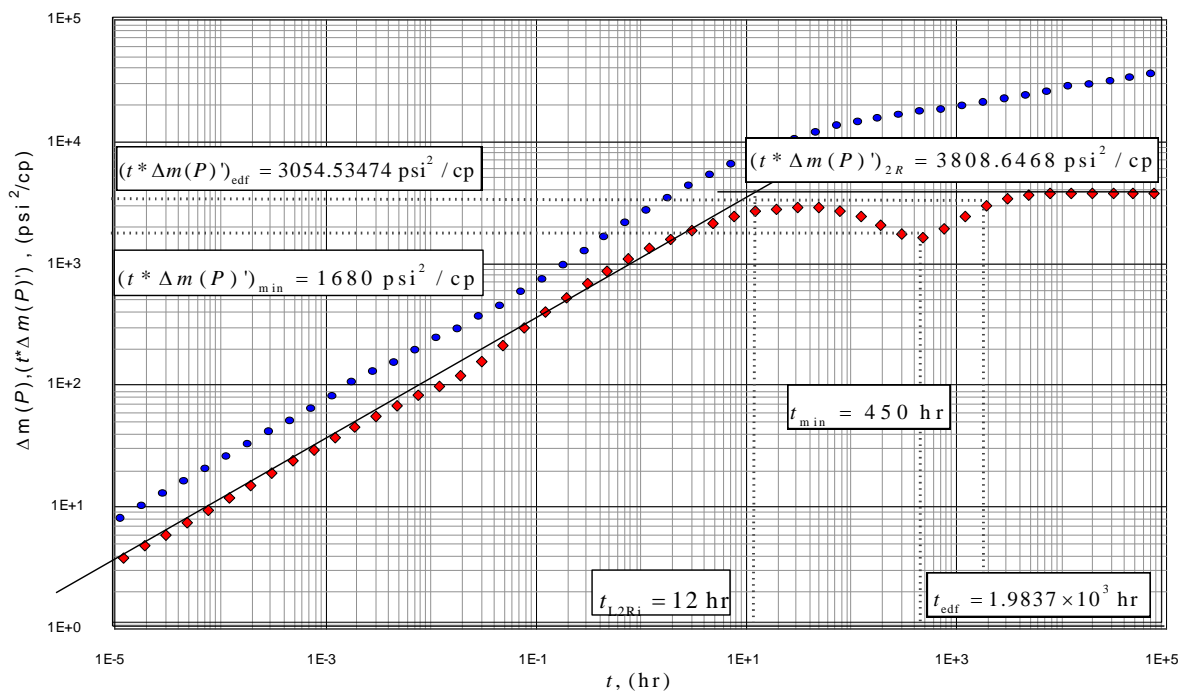


Figura 19. Prueba de presión para el Ejercicio 2

Se calcula la permeabilidad efectiva del sistema de fracturas con la Ecuación 25.

$$k = 711.26 \frac{(q_{sc})(T)}{h[t^* \Delta m(P)]'_{2R}}$$

$$k = 711.26 \frac{(1.4)(630)}{(91)(3808.6468)}$$

$$k = 1.81 \text{ mD}$$

Se traza la pendiente de 0.36 del flujo bi-radial, se corrobora la duración del mismo el cual es más de medio ciclo, se procede a calcular λ con la Ecuación 13.

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \left\{ a + \ln \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right] * \left[b \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right]^2 + c \right] \right\}$$

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3})(91)(1.81)(1.9837 \times 10^3)}{(0.003)(2.028 \times 10^{-4})} \left\{ (-2.2821811 \times 10^7) \right.$$

$$+ \ln \left(\frac{(1.81)(91)(3054.53474)}{1422.52(1.4)(630)} \right) * \left[(-8.0442124 \times 10^7) \left(\frac{(1.81)(91)(3054.53474)}{1422.52(1.4)(630)} \right)^2 \right.$$

$$\left. \left. \left. + (-1.3233401 \times 10^7) \right] \right\}$$

$$\lambda = 9.48$$

Como el cálculo de λ con la Ecuación 13, arrojó un resultado menor de 10, se procede a calcular con la Ecuación 9.

$$(t^* \Delta m(P))'_{edf} = 1690.42188 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_{edf} = 4.824 \times 10^2 \text{ hr}$$

$$\lambda = \frac{1}{\log 1.205} \left[\log \left(\frac{(2.950985 \times 10^{-4}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \right) - \sigma \log 1.04 - a \right.$$

$$\left. - b \log \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right] - \frac{c}{\log \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right]^2} \right]$$

$$\lambda = \frac{1}{\log 1.205} \left[\log \left(\frac{(2.950985 \times 10^{-4})(91)(1.81)(4.824 \times 10^2)}{(0.003)(2.028 \times 10^{-4})} \right) - (9) \log 1.04 - (7.406405) \right]$$

$$- (0.96750801) \log \left[\frac{(1.81)(91)(1690.42188)}{1422.52(1.4)(630)} \right] - \frac{(0.061408606)}{\log \left[\frac{(1.81)(91)(1690.42188)}{1422.52(1.4)(630)} \right]^2}$$

$$\lambda = 9.55$$

Como se tiene un $\sigma=5$, se calcula ω con la Ecuación 15.

$$\omega = \left[\frac{(1.8104201 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.6}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/4}$$

$$\omega = \left[\frac{(1.8104201 \times 10^{-11})(91)(1.81)(450)(5)^{0.6}}{(9.48)(0.003)(2.028 \times 10^{-4})} \right]^{5/4}$$

$$\omega = 0.535$$

Calculando x_f con la Ecuación 22

$$x_f = \left(\frac{(1.439546 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{L2Ri}}{\omega \mu_g C M^2} \right)^{0.5}$$

$$x_f = \left(\frac{(1.439546 \times 10^{-3})(91)(1.81)(12)}{(0.535)(0.003)(2.028 \times 10^{-4})(15)^2} \right)^{0.5}$$

$$x_f = 197.11 \text{ ft}$$

Parámetro	Ingresado	Calculado	Error (%)
k , mD	1.81	1.81	0
λ Ecuación 13	9	9.48	5.33
λ Ecuación 9	9	9.55	6.11
ω	0.55	0.535	2.72
x_f , ft Ecuación 22	196.85	197.11	0.13

Tabla 18. Comparación de valores ingresados al simulador con los valores calculados del Ejercicio 2

5.3 Ejercicio 3.

El Anexo D proporciona los datos de una prueba típica de presión para un pozo horizontal multi-fracturado en yacimientos de gas *shale*, produce con las siguientes condiciones, Tabla 17.

Propiedades del yacimiento	
P_i , psi	5013.9636
T , R	600
h , ft	65.62
C , bbl/psi	1.14×10^{-4}
ϕ	0.01
q_{sc} , MMSCF	1.067
k_{fh} , md	1.2
Propiedades del gas	
c_g , psi ⁻¹	1.00×10^{-4}
μ_g , cp	0.0296
z	0.9733

Tabla 19. Datos Ejercicio 3

Parámetros del Simulador	
ω	0.15
λ	105
σ	3
M	5
C_D	1×10^{-7}
x_f , ft	820
L_w , ft	3937

Tabla 20. Parámetros de entrada al simulador, del Ejercicio 3

Determinar.

1. Coeficiente de flujo interporoso (λ).
2. Relación de almacenamiento adimensional (ω).
3. Longitud de la fractura (x_f).

Solución.

Se grafican los datos del Anexo B ($\Delta m(P)$ y $t^* \Delta m(P)$) versus tiempo y se toman los puntos característicos (Figura 20).

$$(t^* \Delta m(P))_{2R} = 5.75 \times 10^3 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$(t^* \Delta m(P))_{\text{edf}} = 2.59 \times 10^3 \text{ psi}^2 / \text{cp}$$

$$t_{\text{edf}} = 9.15 \times 10^4 \text{ hr}$$

$$t_{\min} = 28000 \text{ hr}$$

$$(t^* \Delta m(P))'_L = 3.18 \times 10^1 \text{ psi}^2 / \text{cp} \quad t_L = 2.3 \times 10^{-3} \text{ hr}$$

$$t_{L2Ri} = 75 \text{ hr}$$

$$t_{BR2Ri} = 102 \text{ hr}$$

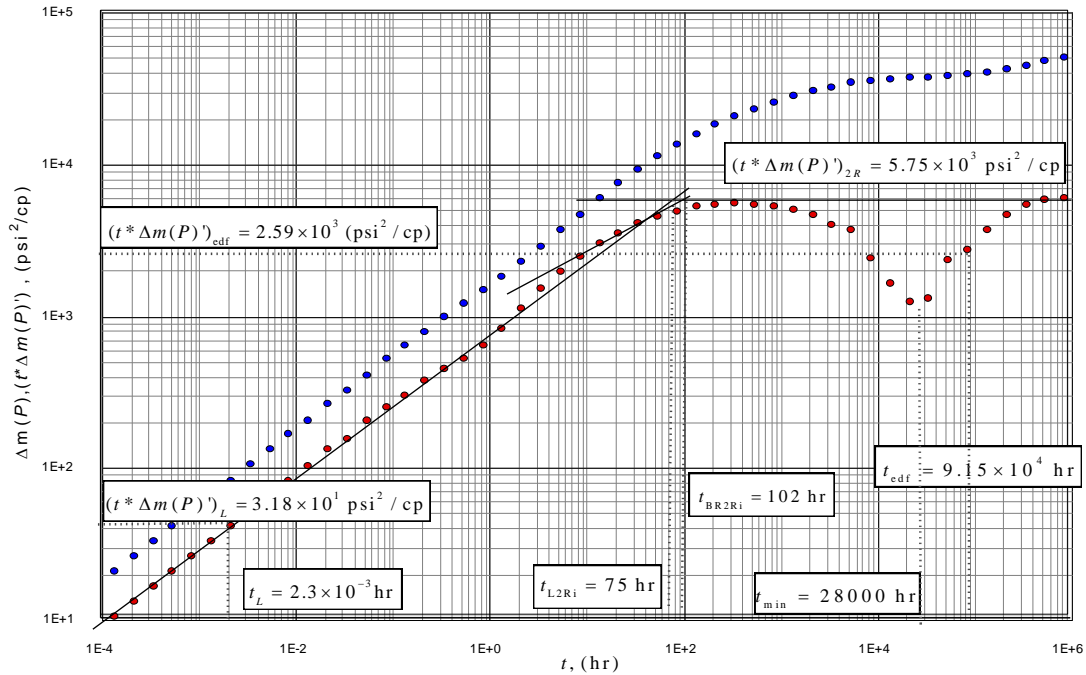


Figura 20. Prueba de presión para el Ejercicio 3

Se calcula la permeabilidad efectiva del sistema de fracturas con la Ecuación 25.

$$k = 711.26 \frac{(q_{sc})(T)}{h[t^* \Delta m(P)]'_{2R}}$$

$$k = 711.26 \frac{(1.067)(600)}{(65.62)(5.75 \times 10^3)}$$

$$k = 1.21 \text{ mD}$$

Se traza la pendiente de 0.36 del flujo bi-radial, se corrobora la duración del mismo el cual es más de medio ciclo, se procede a calcular λ con la Ecuación 13.

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{edf}}{\mu_g C} \left\{ a + \ln \left[\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right] * \left[b \left(\frac{k_{fh} h [t^* \Delta m(P)]'_{edf}}{1422.52 q_{sc} T} \right)^2 + c \right] \right\}$$

$$\lambda = \frac{(1.618742 \times 10^{-3})(65.62)(1.21)(9.15 \times 10^4)}{(0.0296)(1.14 \times 10^{-4})} \left\{ (-2.2821811 \times 10^7) \right.$$

$$+ \ln \left[\frac{(1.21)(65.62)(2.59 \times 10^3)}{1422.52(1.067)(600)} \right] * \left[(-8.0442124 \times 10^7) \left(\frac{(1.21)(65.62)(2.59 \times 10^3)}{1422.52(1.067)(600)} \right)^2 \right.$$

$$\left. \left. \left. + (-1.3233401 \times 10^7) \right] \right\}$$

$$\lambda = 103.89$$

Como se tiene un $\sigma=3$, se calcula ω con la Ecuación 15.

$$\omega = \left[\frac{(1.8104201 \times 10^{-11}) h k_{fh} t_{\min} \sigma^{0.6}}{\lambda \mu_g C} \right]^{5/4}$$

$$\omega = \left[\frac{(1.8104201 \times 10^{-11})(65.62)(1.21)(28000)(3)^{0.6}}{(103.89)(0.0296)(1.14 \times 10^{-4})} \right]^{5/4}$$

$$\omega = 0.1521$$

Calculando x_f con la Ecuación 21.

$$x_f = \frac{q_{sc} T}{[t * \Delta m (P)]_L M} \left(\frac{728.2529 t_L}{\omega \mu_g k_{fh} h C} \right)^{0.5}$$

$$x_f = \frac{(1.067)(600)}{(3.18 \times 10^1) 5} \left(\frac{728.2529 (2.3 \times 10^{-3})}{(0.1521)(0.0296)(1.21)(65.62)(1.14 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$x_f = 818.34 \text{ ft}$$

Calculando x_f con la Ecuación 22.

$$x_f = \left(\frac{(1.439546 \times 10^{-3}) h k_{fh} t_{L2Ri}}{\omega \mu_g C M^2} \right)^{0.5}$$

$$x_f = \left(\frac{(1.439546 \times 10^{-3})(65.62)(1.21)(75)}{(0.1521)(0.0296)(1.14 \times 10^{-4})(5)^2} \right)^{0.5}$$

$$x_f = 816.84 \text{ ft}$$

Corroborando el resultado de ω con la Ecuación 24.

$$a = 1 - \frac{0.3048 x_f}{(0.3048 x_f) + 5}$$

$$a = 1 - \frac{0.3048(818.34)}{(0.3048 * 818.34) + 5}$$

$$a = 0.0197$$

$$\omega = 4.4181 \times 10^{-10} \left[\frac{0.3048 x_f^a k_{fh} h t_{BR2Ri}}{C \mu_g} \right]^{0.909}$$

$$\omega = 4.4181 \times 10^{-10} \left[\frac{0.3048(818.34)^{0.0197} (1.21)(65.62)(102)}{(1.14 \times 10^{-4})(0.0296)} \right]^{0.909}$$

$$\omega = 0.16$$

Parámetro	Ingresado	Calculado	Error (%)
k , mD	1.2	1.21	0.83
λ	105	103.89	1.06
ω	0.15	0.1521	1.4
ω Ecuación 24	0.15	0.16	6.6
x_f , ft Ecuación 21	820	818.34	0.20
x_f , ft Ecuación 22	820	816.85	0.38

Tabla 21. Comparación de valores ingresados al simulador con los valores calculados del Ejercicio 3

El ejercicio 3 es un claro ejemplo de porque los autores del artículo de referencia Zhao et al. (2011), no tienen en cuenta valores para λ mayores de 10, pues los tiempos en que ocurre el flujo de difusión son mayores a las 1000 hrs.

CONCLUSIONES

- Se extendió la técnica de síntesis directa de Tiab para pozos horizontales multi-fracturados en yacimientos de gas *shale* desarrollando ecuaciones que permiten caracterizar el coeficiente de flujo interporoso adimensional (λ), la relación de almacenamiento adimensional (ω) y la longitud de fractura (x_f), verificando los resultados de los mismos mediante la aplicación de pruebas de presión sintéticas con el simulador previamente desarrollado.

RECOMENDACIONES

- Es recomendable ampliar la metodología de TDS en pozos horizontales de gas *shale* a un rango mayor de aplicabilidad, debido a las limitaciones que puede tener el modelo presentado en cuanto a los intervalos de aplicación.
- Buscar soluciones analíticas o semi analíticas que permitan obtener los parámetros requeridos directamente de la derivación del modelo matemático empleado, para minimizar el error que se pueda incluir.
- Es necesario que en la zona de transición el ruido en la prueba de presión sea el mínimo posible debido al error que puede incluir tomar un valor no apropiado de la derivada de la pseudo presión.
- En lo posible obtener los datos de la pruebas de presión lo más cercana a la cara del pozo para poder evitar el almacenamiento que pueda generar problemas en los valores tempranos de la derivada y la presión.
- Es muy importante la lectura de los puntos de acuerdo a las consideraciones, y se requiere de la experticia del interpretador para seleccionar los puntos y que se acerquen lo máximo posible a los ajustes establecidos para mitigar el error.

NOMENCLATURA

<i>AVO</i>	Análisis de amplitud versus offset
<i>C</i>	Coefficiente de almacenamiento, bbl/psi
<i>C_D</i>	Coefficiente de almacenamiento adimensional
<i>c_g</i>	Compresibilidad del gas, 1/psi
<i>c_t</i>	Compresibilidad total, 1/psi
<i>h</i>	Espesor de la formación, ft
<i>k</i>	Permeabilidad, md
<i>k_{fh}</i>	Permeabilidad efectiva del sistema de fracturas horizontal, md
<i>L_w</i>	Longitud efectiva del pozo, ft
<i>m</i>	Pendiente, mecánico (de daño)
<i>M</i>	Número de fracturas
<i>m(P)</i>	Pseudopresión, psi ² /cp
<i>m(P)_D</i>	Pseudopresión adimensional
<i>N</i>	Número de elementos discretizados en cada fractura.
<i>P</i>	Presión, psi
<i>P_L</i>	Presión de Langmuir, psia
<i>P_{wf}</i>	Presión de fondo fluyente (pruebas de declinación de presión), psi
<i>P_{ws}</i>	Presión de fondo estática (pruebas de restauración de presión), psi
<i>q_{scs}, q</i>	Rata de flujo de gas a condiciones normales, Mscfd
<i>R</i>	Constante universal de los gases, psi ft ³ /Mol °R
<i>r</i>	Radio, ft
<i>r_D</i>	Radio adimensional
<i>r_e</i>	Radio externo del yacimiento, ft
<i>r_w</i>	Radio del pozo, ft
<i>s</i>	Daño (skin factor)
<i>t</i>	Tiempo, hr
<i>T</i>	Temperatura, °R
<i>TOC</i>	Contenido total de carbón
<i>t*Δm(P)'</i>	Derivada Pseudopresión basada en tiempo real, psi ² /cp
<i>t_D</i>	Tiempo adimensional
<i>t_D*Δm(P)'_D</i>	Derivada Pseudopresión adimensional
<i>V_{ads}</i>	Volumen de gas que puede ser absorbido por unida de masa de roca, scf/gr
<i>V_L</i>	Volumen de Langmuir, máximo volumen de gas que puede ser absorbido scf
<i>x, y, z</i>	Coordenadas
<i>x_f</i>	Longitud de Fractura
<i>Z</i>	Factor de compresibilidad del gas

Griego

<i>ω</i>	Relación de almacenamiento adimensional
<i>Δ</i>	Cambio, diferencia
<i>φ</i>	Porosidad, fracción

λ	Parámetro de flujo interporoso
σ	Coefficiente de adsorción y desorción de la matriz
ρ	Densidad, lbm/ft ³
μ_g	Viscosidad del gas, cp

Sufijos

<i>BR</i>	Bi-radial
<i>BR2Ri</i>	Intercepto entre el flujo bi-radial y el radial tardío
<i>D</i>	Adimensional
<i>edf</i>	Parte final de la zona de difusión comprendida entre el mínimo valor de la derivada y el inicio del radial
<i>f</i>	Fractura
<i>i</i>	Intercepto
<i>L</i>	Lineal
<i>L2Ri</i>	Intercepto entre el flujo lineal temprano y el radial tardío
<i>max</i>	Máximo
<i>min</i>	Mínimo
<i>R</i>	Radial temprano
<i>2R</i>	Radial tardío
<i>sc</i>	Condiciones estándar
<i>w</i>	Pozo

REFERENCIAS

- Abdul, H. J., Samandarli, O., & Wattenbarger, B. A. (2011, January 1). New Type Curves for Shale Gas Wells With Dual Porosity Model. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/149367-MS.
- Belyadi, A. M., Aminian, K., Ameri, S., & Boston, A. L.-F. (2010, January 1). Performance of the Hydraulically Fractured Horizontal Wells in Low Permeability Formation. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/139082-MS.
- Boyer C., Clark B., Jochen V., Lewis R., Miller C., (2011, Otoño). Shale Gas: A Global Resource. Oilfield Review Autumn 2011:23, no 3 Schlumberger.
- Brown, M. L., Ozkan, E., Raghavan, R. S., & Kazemi, H. (2009, January 1). Practical Solutions for Pressure Transient Responses of Fractured Horizontal Wells in Unconventional Reservoirs. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/125043-MS.
- Carlson, E. S., & Mercer, J. C. (1991, April 1). Devonian Shale Gas Production: Mechanisms and Simple Models. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/19311-PA.
- Cheng, Y. (2011, January 1). Pressure Transient Characteristics of Hydraulically Fractured Horizontal Shale Gas Wells. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/149311-MS.
- Cipolla, C. L., Lolon, E., Erdle, J. C., & Rubin, B. (2009, January 1). Reservoir Modeling in Shale-Gas Reservoirs. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/125530-MS.
- Consejo Nacional del Petróleo (NPC) de EUA: “Unconventional Gas Reservoirs-Tight Gas, Coal Seams, and Shales”, Washington, DC, documento de trabajo del Estudio Global del Petróleo y has del NPC, 18 de Julio de 2007.
- Crosby, D.G., Rahman, M.M., Rahman, M.K., et al., 2002. Single and multiple transverse fracture initiation from horizontal wells. J. Pet. Sci. Eng. 35, 191–204. [https://doi.org/10.1016/S0920-4105\(02\)00243-7](https://doi.org/10.1016/S0920-4105(02)00243-7).
- Escobar, F.H, (2009), Avances en Técnicas modernas en Interpretación de Pruebas de Pozo, Neiva, Colombia, Universidad Surcolombiana.
- Flores, J., 2011. Evaluación Petrolífera de la Cuenca Manabí, Costa Ecuatoriana. Tesis de pregrado. Universidad Central de Ecuador, 391p.Ecuador.
- Guo, J., Zhang, L., Wang, H., Feng, G., Pressure Transient Analysis for Multi-stage Fractured Horizontal Wells in Shale Gas Reservoirs. Transport in Porous Media (2012) 93: 635. <https://doi.org/10.1007/s11242-012-9973-4>.
- Wang H., Ma F., Tong X., Liu Z., Zhang X., Wu Z., Li D., Wang Bo., Xie Y., Yang., L Assessment of global unconventional oil and gas resources, Petroleum Exploration and Development, Volume 43, Issue 6, 2016, Pages 925-940, ISSN 1876-3804, [http://dx.doi.org/10.1016/S1876-3804\(16\)30111-2](http://dx.doi.org/10.1016/S1876-3804(16)30111-2).

Ingrid Alvarado. (2013). Evaluación del Potencial Gasífero en Lutitas (Gas Shale) del Paleozoico en la Cuenca de los Llanos Orientales (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Leyva I., Arminio J., Vega R., Lugo J., Dasilva A., (2012, July 29). Exploración de Plays No Convencionales para Gas en la Formación Porquero de la Valle Inferior del Magdalena, Colombia. 11th Simposio Bolivariano-Exploración Petrolera en las Cuencas Subandinas.

Kim, T. H., Lee, K. S. (2015, July 1). Pressure-Transient Characteristics of Hydraulically Fractured Horizontal Wells in Shale-Gas Reservoirs With Natural- and Rejuvenated-Fracture Networks. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/176027-PA.

Lane, H. S., Watson, A. T., & Lancaster, D. E. (1989, January 1). Identifying and Estimating Desorption From Devonian Shale Gas Production Data. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/19794-MS.

Lee, S. J., Kim, T. H., & Lee, K. S. (2013, June 30). Pressure Transient Characteristics of a Fractured Horizontal Well in Shale Gas Reservoirs. International Society of Offshore and Polar Engineers.

Restrepo, D.P., 2008. Pressure Behavior of a System Containing Multiple Vertical Fractures. Ph.D Dissertation. University of Oklahoma.

Rushing, J. A., Perego, A. D., & Blasingame, T. A. (2008, January 1). Applicability of the Arps Rate-Time Relationships for Evaluating Decline Behavior and Ultimate Gas Recovery of Coalbed Methane Wells. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/114514-MS.

Schettler, P. D., Parmely, C. R., & Lee, W. J. (1989, September 1). Gas Storage and Transport in Devonian Shales. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/17070-PA.

Song, Bo (2010). Pressure Transient Analysis and Production Analysis for New Albany Shale Gas Wells. Master's thesis, Texas A&M University. Available electronically from <http://hdl.handle.net/1969.1/ETD-TAMU-2010-08-8456>.

Sun, J., & Schechter, D. (2017, June 1). Pressure-Transient Characteristics of Fractured Horizontal Wells in Unconventional Shale Reservoirs With Construction of Data-Constrained Discrete-Fracture Network. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/184060-PA.

Wan, J., & Aziz, K. (2002). Semi-Analytical Well Model of Horizontal Wells With Multiple Hydraulic Fractures. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/81190-PA.

Wang, J., & Liu, Y. (2011, January 1). Well Performance Modeling of Eagle Ford Shale Oil Reservoirs. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/144427-MS.

Wei, Y., & Economides, M. J. (2005, January 1). Transverse Hydraulic Fractures From a Horizontal Well. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/94671-MS.Z

Zhao, Y., Zhang, L., Wu, F., 2012. Pressure Transient Analysis for multi-fractured horizontal well in shale gas reservoirs. In Journal of Petroleum Science and Engineering, Volumes 90-91, Pages 31-38, ISSN 0920-4105. doi.org/10.1016/j.petrol.2012.04.006.

ANEXOS

ANEXO A “Modelo Matemático”

Para la realización del modelo matemático, Zhao et al, (2012), tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El yacimiento de gas shale es horizontal y homogéneo con fronteras impermeables inferior y superior.
2. El pozo horizontal y las fracturas transversales se asumen como infinitamente conductivas, las cuales contienen (M) fracturas, y cada fractura es dividida simétricamente en N elementos. Todas las fracturas se consideran totalmente penetradas y perpendiculares al pozo.
3. El medio poroso es asumido como medio dual poroso con bloques de matriz esféricos de radio uniforme Rm .
4. El flujo del fluido entre el yacimiento y las secciones del pozo es despreciable con respecto al plano de fractura, ya que la permeabilidad del yacimiento es muy pequeña en comparación con las fracturas.
5. Ya que las permeabilidades ultra bajas varían desde decenas hasta centenares de nano-Darcys, se asume que el flujo en los bloques de la matriz es insignificante. La difusión que ocurre en la matriz puede ser estado pseudo-estable o transiente.

La expresión de la caída de presión, para este caso en específico parte de:

$$\Delta \bar{m} = \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \frac{\bar{q}(z) \mu}{\pi k_f h} \left[K_0 \left(r_D \sqrt{f(z)} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos n \pi \frac{z_D}{h_D} \cos n \pi \frac{z_{wD}}{h_D} K_0 \left(r_D \sqrt{f(z) + \frac{n^2 \pi^2}{h_D^2}} \right) \right] \quad (1)$$

Donde T es la temperatura del yacimiento, K. P_{sc} es la presión a condiciones estándar, 0.1MPa. T_{sc} , es la temperatura del yacimiento a condiciones estándar, 273K. μ , viscosidad del gas, mPa. K_f , permeabilidad equivalente de la fractura, D. h , espesor de la formación, m.

Se integra el lado derecho de la ecuación con respecto a z desde 0 hasta h :

$$\Delta \bar{m}(x_D, y_D) = \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \frac{\bar{q}(z)}{\pi k_f h} K_0 \left[\sqrt{f(z)} r_D \right] \quad (2)$$

Donde: $r_D = \sqrt{(x_D - x_{wD})^2 + (y_D - y_{wD})^2}$

De acuerdo a la segunda consideración, la coordenada del n -ésimo punto nodal ($\hat{x}_1 \hat{y}_1$) es:

$$\begin{cases} x_i = - \left[N - (i - k \times 2N) + \frac{1}{2} \right] \Delta L_{fLi} , 1 \leq i - k \times 2N \leq N \\ y_i = y_{k+1} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_i = \left[(i - k \times 2N) - N - \frac{1}{2} \right] \Delta L_{fLi} , N + 1 \leq i - k \times 2N \leq 2N \\ y_i = y_{k+1} \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta L_{fLi} = \frac{L_{fL(k+1)}}{N} \quad (5)$$

Donde k es el número de la fractura en el enésimo elemento localizado. ΔL_{fLi} es la longitud del enésimo elemento, m . $L_{fL(m)}$ es la mitad de la longitud de la fractura (M), m .

La caída de presión del enésimo elemento de la fractura sobre el punto (x,y) puede obtenerse integrando la función de la Ecuación 2 a lo largo de las curvas de la fractura si el flujo de cada elemento de la fractura es uniforme.

$$\Delta \bar{m}_i = \int_{\Gamma} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \frac{\bar{q}_i(z)}{\pi k_f h} K_0 \left[\sqrt{f(z)} r_D \right] ds \quad (6)$$

Según la ecuación curvilínea de la fractura, la integral de la curva se puede cambiar a coordenada integral, lo cual da:

$$\Delta \bar{m}_i = \int_{x_i - (\Delta L_{fi}/2)}^{x_i + (\Delta L_{fi}/2)} \frac{p_{sc} T}{T_{sc}} \frac{\bar{q}_i(z)}{\pi k_f h} K_0 \left[\sqrt{f(z)} \sqrt{(x_D - X_{wDi})^2 + (y_D - y_{wDi})^2} \right] dx_w \quad (7)$$

Se definen el caudal de producción adimensional sobre el enésimo elemento y la pseudo-presión adimensional.

$$q_{Di}(z) = \frac{q_i(z) \Delta L_{fi}}{q_{sc}} \quad (8)$$

$$m_D = \frac{\pi k_f h T_{sc}}{p_{sc} q_{sc} T} (m_i - m) = \frac{\pi k_f h T_{sc}}{p_{sc} q_{sc} T} \Delta m \quad (9)$$

Donde q_{sc} es el caudal de producción del pozo horizontal multi-fracturado en condiciones estándar, sm^3/s .

Sustituyendo las Ecuación 8 y 9 en la Ecuación 7.

$$\bar{m}_{Di} = \frac{\bar{q}_{Di}(z)}{\Delta L_{fi}} \int_{x_i - (\Delta L_{fi}/2)}^{x_i + (\Delta L_{fi}/2)} K_0 \left[\sqrt{f(z)} \sqrt{(x_D - x_{wDi})^2 + (y_D - y_{wDi})^2} \right] dx_{wi} \quad (10)$$

Ya que q_{Di} es una constante en cada elemento, entonces:

$$\bar{q}_{Di}(u) = (q_{Di} / z)$$

La Ecuación 10 se puede simplificar como:

$$\bar{m}_{Di} = \frac{q_{Di}}{z \Delta L_{fi}} \int_{-(\Delta L_{fi}/2)}^{(\Delta L_{fi}/2)} K_0 \left[\sqrt{f(z)} \sqrt{(x_D - x_{Di} - \alpha)^2 + (y_D - y_{wDi})^2} \right] d\alpha \quad (11)$$

De acuerdo al principio del potencial de superposición, la caída de presión en cualquier lugar (x_D, y_D) causado por el elemento total $(2N \times M)$ puede ser obtenido por:

$$\bar{m}_D(x_D, y_D) = \sum_{i=1}^{M \times 2N} \bar{m}_{Di}(x_D, y_D) \quad (12)$$

Reemplazando (x_D, y_D) con el punto nodal $(\hat{x}_{Dj}, \hat{y}_{Dj}) (1 \leq j \leq M \times 2N)$ del elemento discreto.

$$\bar{m}_D(x_{Dj}, y_{Dj}) = \sum_{i=1}^{M \times 2N} \bar{m}_{Di}(x_{Dj}, y_{Dj}) \quad (13)$$

La consideración de que el pozo y las fracturas son infinitamente conductivos implica que la misma presión se mantendrá en cualquier punto dentro del elemento de la fractura, así que:

$$\bar{m}_D(x_{Dj}, y_{Dj}) = \bar{m}_{wD} \quad (14)$$

Así que la Ecuación 13 se puede reescribir como:

$$\bar{m}_{wD} = \sum_{i=1}^{M \times 2N} \bar{m}_{Di}(x_{Dj}, y_{Dj}) \quad (15)$$

El caudal total es descrito como la sumatoria de cada fractura, se tiene:

$$\sum_{i=1}^{M \times 2N} \left[\frac{q_i}{z} \Delta L_{fi} \right] = \frac{q}{z} \quad (16)$$

Combinando la Ecuación 8 con la Ecuación 16.

$$\sum_{i=1}^{M \times 2N} q_{Di} = 1 \quad (17)$$

Hay $2N \times M + 1$ ecuaciones cuando se aplica la Ecuación 15 a cada elemento junto con la Ecuación 17, el cual puede resolver los $2N \times M + 1$ desconocidos de \bar{m}_{wD} , q_{D1} , q_{D2} , ..., $q_{DM \times 2N-1}$, $q_{DM \times 2N}$. La expresión matricial es:

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & \dots & A_{1,k} & \dots & A_{1,2N \times M} & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \\ A_{k,1} & \dots & A_{k,k} & \dots & A_{k,2N \times M} & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \\ A_{2N \times M,1} & \dots & A_{2N \times M,k} & \dots & A_{2N \times M,2N \times M} & -1 \\ 1 & \dots & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{D1} \\ q_{D2} \\ \dots \\ \dots \\ q_{DM \times 2N} \\ \bar{m}_{wD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Donde A_{ij} (ambos i y j varían en el rango de 1 hasta $2N \times M$) representa la caída de pseudo-presión del elemento j en la locación del elemento i , la expresión es:

$$A_{ij} = \frac{1}{z \Delta L_{fDi}} \int_{-(\Delta L_{fDj}/2)}^{(\Delta L_{fDj}/2)} K_0 \left[\sqrt{f(z)} \sqrt{(x_{Di} - x_{Dj} - \alpha)^2 + (y_{Di} - y_{wDj})^2} \right] d\alpha \quad (19)$$

Usando el teorema de Duhamel, Everdingen y Hurst, dieron las soluciones para la respuesta de un pozo incorporando el coeficiente de almacenamiento (C) y el factor skin (S), la cual es la Ecuación 2 del modelo matemático.

ANEXO B “Prueba de Presión, Ejercicio 1”

t , (hr)	$\Delta m(P)$ (psi ² /cp)	$t^*\Delta m(P)^*$ (psi ² /cp)	t , (hr)	$\Delta m(P)$ (psi ² /cp)	$t^*\Delta m(P)^*$ (psi ² /cp)
3.580E-07	2.493E+00	1.264E+00	9.036E+03	5.198E+04	8.439E+03
5.700E-06	1.075E+01	5.385E+00	1.432E+04	5.587E+04	8.473E+03
9.036E-06	1.354E+01	6.777E+00	2.270E+04	5.977E+04	8.456E+03
1.432E-05	1.705E+01	8.533E+00	3.597E+04	6.368E+04	8.456E+03
2.270E-05	2.146E+01	1.074E+01	5.701E+04	6.758E+04	8.456E+03
3.597E-05	2.703E+01	1.352E+01	9.036E+04	7.149E+04	8.473E+03
5.701E-05	3.403E+01	1.701E+01	1.432E+05	7.553E+04	8.864E+03
9.036E-05	4.284E+01	2.143E+01	2.270E+05	7.932E+04	8.490E+03
1.432E-04	5.395E+01	2.698E+01	3.597E+05	8.322E+04	8.490E+03
2.270E-04	6.792E+01	3.396E+01	5.701E+05	8.713E+04	8.490E+03
3.597E-04	8.551E+01	4.276E+01	9.036E+05	9.103E+04	8.490E+03
5.701E-04	1.077E+02	5.385E+01	1.432E+06	9.495E+04	8.490E+03
9.036E-04	1.355E+02	6.777E+01	2.270E+06	9.886E+04	8.490E+03
1.432E-03	1.698E+02	8.519E+01	3.597E+06	1.028E+05	8.490E+03
2.270E-03	2.207E+02	1.067E+02	5.701E+06	1.067E+05	8.490E+03
3.597E-03	2.717E+02	1.330E+02	9.036E+06	1.106E+05	8.490E+03
5.701E-03	3.396E+02	1.648E+02	1.432E+07	1.145E+05	8.490E+03
9.036E-03	4.245E+02	2.038E+02	2.270E+07	1.184E+05	8.490E+03
1.432E-02	5.264E+02	2.547E+02	3.597E+07	1.223E+05	8.490E+03
2.270E-02	6.453E+02	3.056E+02	5.701E+07	1.262E+05	8.490E+03
3.597E-02	8.151E+02	3.736E+02	9.036E+07	1.301E+05	8.490E+03
5.701E-02	1.002E+03	4.415E+02	1.432E+08	1.340E+05	8.490E+03
9.036E-02	1.223E+03	5.264E+02	2.270E+08	1.379E+05	8.490E+03
1.432E-01	1.477E+03	6.453E+02	3.597E+08	1.419E+05	8.490E+03
2.270E-01	1.817E+03	8.320E+02	5.701E+08	1.458E+05	8.490E+03
3.597E-01	2.258E+03	1.104E+03	9.036E+08	1.497E+05	8.490E+03
5.701E-01	2.853E+03	1.494E+03	1.432E+09	1.536E+05	8.490E+03
9.036E-01	3.634E+03	1.953E+03	2.270E+09	1.575E+05	8.490E+03
1.432E+00	4.653E+03	2.479E+03	3.597E+09	1.614E+05	8.490E+03
2.270E+00	5.926E+03	3.056E+03	5.701E+09	1.653E+05	8.490E+03
3.597E+00	7.488E+03	3.702E+03	9.036E+09	1.692E+05	8.490E+03
5.701E+00	9.339E+03	4.381E+03	1.432E+10	1.732E+05	8.490E+03
9.036E+00	1.151E+04	5.043E+03	2.270E+10	1.771E+05	8.490E+03
1.432E+01	1.399E+04	5.671E+03	3.597E+10	1.810E+05	8.490E+03
2.270E+01	1.671E+04	6.181E+03	5.701E+10	1.849E+05	8.490E+03
3.597E+01	1.965E+04	6.504E+03	9.036E+10	1.888E+05	8.490E+03
5.701E+01	2.267E+04	6.605E+03	1.432E+11	1.927E+05	8.490E+03
9.036E+01	2.569E+04	6.453E+03	2.270E+11	1.966E+05	8.490E+03
1.432E+02	2.856E+04	5.994E+03	3.597E+11	2.005E+05	8.490E+03
2.270E+02	3.118E+04	5.298E+03	5.701E+11	2.044E+05	8.490E+03
3.597E+02	3.342E+04	4.517E+03	9.036E+11	2.083E+05	8.490E+03
5.701E+02	3.535E+04	3.939E+03	1.432E+12	2.122E+05	8.490E+03

9.036E+02	3.715E+04	3.939E+03	2.270E+12	2.162E+05	8.490E+03
1.432E+03	3.912E+04	4.704E+03	3.597E+12	2.201E+05	8.490E+03
2.270E+03	4.160E+04	5.977E+03	5.701E+12	2.240E+05	8.490E+03
3.597E+03	4.466E+04	7.251E+03	9.036E+12	2.279E+05	8.490E+03
5.701E+03	4.819E+04	8.100E+03	1.432E+13	2.318E+05	8.490E+03

Tabla 22. Datos de la prueba de presión y la derivada de la presión versus tiempo del Ejercicio 1

ANEXO C “Prueba de Presión, Ejercicio 2”

t , (hr)	$\Delta m(P)$ (psi ² /cp)	$t^* \Delta m(P)'$ (psi ² /cp)	t , (hr)	$\Delta m(P)$ (psi ² /cp)	$t^* \Delta m(P)'$ (psi ² /cp)
1.252E-06	2.422E+00	1.213E+00	4.982E-01	1.562E+03	8.836E+02
1.977E-06	3.050E+00	1.528E+00	7.897E-01	2.011E+03	1.097E+03
3.141E-06	3.841E+00	1.923E+00	1.252E+00	2.575E+03	1.341E+03
4.981E-06	4.837E+00	2.422E+00	1.984E+00	3.253E+03	1.607E+03
7.897E-06	6.092E+00	3.049E+00	3.144E+00	4.060E+03	1.897E+03
1.252E-05	7.671E+00	3.841E+00	4.982E+00	4.997E+03	2.186E+03
1.984E-05	9.659E+00	4.832E+00	7.897E+00	6.071E+03	2.468E+03
3.144E-05	1.216E+01	6.083E+00	1.252E+01	7.259E+03	2.704E+03
4.982E-05	1.531E+01	7.655E+00	1.984E+01	8.554E+03	2.879E+03
7.897E-05	1.927E+01	9.643E+00	3.144E+01	9.895E+03	2.956E+03
1.252E-04	2.427E+01	1.213E+01	4.982E+01	1.125E+04	2.910E+03
1.984E-04	3.055E+01	1.528E+01	7.897E+01	1.256E+04	2.742E+03
3.144E-04	3.846E+01	1.922E+01	1.252E+02	1.376E+04	2.453E+03
4.983E-04	4.840E+01	2.410E+01	1.984E+02	1.481E+04	2.095E+03
7.897E-04	6.082E+01	3.007E+01	3.144E+02	1.569E+04	1.782E+03
1.252E-03	7.617E+01	3.732E+01	4.982E+02	1.648E+04	1.683E+03
1.984E-03	9.902E+01	4.608E+01	7.897E+02	1.731E+04	1.927E+03
3.144E-03	1.219E+02	5.669E+01	1.252E+03	1.831E+04	2.453E+03
4.983E-03	1.447E+02	6.933E+01	1.984E+03	1.958E+04	3.055E+03
7.897E-03	1.828E+02	8.379E+01	3.144E+03	2.110E+04	3.519E+03
1.252E-02	2.285E+02	9.902E+01	4.982E+03	2.277E+04	3.748E+03
1.984E-02	2.742E+02	1.219E+02	7.897E+03	2.450E+04	3.801E+03
3.144E-02	3.428E+02	1.600E+02	1.252E+04	2.625E+04	3.793E+03
4.982E-02	4.266E+02	2.133E+02	1.984E+04	2.800E+04	3.793E+03
7.897E-02	5.408E+02	2.971E+02	3.144E+04	2.975E+04	3.793E+03
1.252E-01	7.008E+02	4.037E+02	4.982E+04	3.151E+04	3.801E+03
1.984E-01	9.141E+02	5.332E+02	7.897E+04	3.326E+04	3.809E+03
3.144E-01	1.196E+03	6.932E+02	1.252E+05	3.502E+04	3.809E+03

Tabla 23. Datos de la prueba de presión y la derivada de la presión versus tiempo del Ejercicio 2

ANEXO D “Prueba de Presión, Ejercicio 3”

t , (hr)	$\Delta m(P)$ (psi ² /cp)	$t^* \Delta m(P)^*$ (psi ² /cp)	t , (hr)	$\Delta m(P)$ (psi ² /cp)	$t^* \Delta m(P)^*$ (psi ² /cp)
3.639E-05	1.005E+01	5.038E+00	9.149E+04	3.770E+04	2.593E+03
5.771E-05	1.265E+01	6.342E+00	1.450E+05	3.910E+04	3.542E+03
9.149E-05	1.594E+01	7.985E+00	2.298E+05	4.096E+04	4.491E+03
1.450E-04	2.007E+01	1.005E+01	3.642E+05	4.320E+04	5.244E+03
2.298E-04	2.528E+01	1.265E+01	5.772E+05	4.589E+04	5.684E+03
3.642E-04	3.183E+01	1.594E+01	9.149E+05	4.835E+04	5.753E+03
5.772E-04	4.009E+01	2.006E+01	1.450E+06	5.101E+04	5.776E+03
9.149E-04	5.047E+01	2.525E+01	2.298E+06	5.369E+04	5.765E+03
1.450E-03	6.354E+01	3.179E+01	3.642E+06	5.635E+04	5.765E+03
2.298E-03	8.000E+01	4.002E+01	5.772E+06	5.901E+04	5.776E+03
3.642E-03	1.007E+02	5.038E+01	9.149E+06	6.168E+04	5.788E+03
5.772E-03	1.273E+02	6.342E+01	1.450E+07	6.435E+04	5.788E+03
9.148E-03	1.621E+02	7.982E+01	2.298E+07	6.701E+04	5.788E+03
1.450E-02	1.968E+02	1.002E+02	3.642E+07	6.967E+04	5.788E+03
2.298E-02	2.547E+02	1.273E+02	5.772E+07	7.234E+04	5.788E+03
3.642E-02	3.125E+02	1.505E+02	9.149E+07	7.501E+04	5.788E+03
5.772E-02	3.936E+02	1.968E+02	1.450E+08	7.767E+04	5.788E+03
9.148E-02	4.978E+02	2.431E+02	2.298E+08	8.034E+04	5.788E+03
1.450E-01	6.135E+02	2.894E+02	3.642E+08	8.300E+04	5.788E+03
2.298E-01	7.640E+02	3.588E+02	5.772E+08	8.567E+04	5.788E+03
3.642E-01	9.492E+02	4.283E+02	9.149E+08	8.833E+04	5.788E+03
5.772E-01	1.158E+03	5.093E+02	1.450E+09	9.100E+04	5.788E+03
9.149E-01	1.424E+03	6.251E+02	2.298E+09	9.367E+04	5.788E+03
1.450E+00	1.748E+03	7.987E+02	3.642E+09	9.633E+04	5.788E+03
2.298E+00	2.176E+03	1.077E+03	5.772E+09	9.900E+04	5.788E+03
3.642E+00	2.755E+03	1.447E+03	9.149E+09	1.017E+05	5.788E+03
5.772E+00	3.519E+03	1.887E+03	1.450E+10	1.043E+05	5.788E+03
9.149E+00	4.503E+03	2.373E+03	2.298E+10	1.070E+05	5.788E+03
1.450E+01	5.707E+03	2.894E+03	3.642E+10	1.097E+05	5.788E+03
2.298E+01	7.165E+03	3.415E+03	5.772E+10	1.123E+05	5.788E+03
3.642E+01	8.855E+03	3.924E+03	9.149E+10	1.150E+05	5.788E+03
5.772E+01	1.077E+04	4.376E+03	1.450E+11	1.177E+05	5.788E+03
9.149E+01	1.287E+04	4.734E+03	2.298E+11	1.203E+05	5.788E+03
1.450E+02	1.512E+04	5.012E+03	3.642E+11	1.230E+05	5.788E+03
2.298E+02	1.747E+04	5.186E+03	5.772E+11	1.257E+05	5.788E+03
3.642E+02	1.989E+04	5.267E+03	9.149E+11	1.283E+05	5.788E+03
5.772E+02	2.231E+04	5.244E+03	1.450E+12	1.310E+05	5.788E+03
9.149E+02	2.470E+04	5.116E+03	2.298E+12	1.336E+05	5.788E+03
1.450E+03	2.701E+04	4.862E+03	3.642E+12	1.363E+05	5.788E+03
2.298E+03	2.916E+04	4.457E+03	5.772E+12	1.390E+05	5.788E+03
3.642E+03	3.108E+04	3.878E+03	9.149E+12	1.416E+05	5.788E+03
5.772E+03	3.286E+04	3.588E+03	1.450E+13	1.443E+05	5.788E+03

9.149E+03	3.394E+04	2.292E+03	2.298E+13	1.470E+05	5.788E+03
1.450E+04	3.482E+04	1.563E+03	3.642E+13	1.496E+05	5.788E+03
2.298E+04	3.545E+04	1.181E+03	5.772E+13	1.523E+05	5.788E+03
3.642E+04	3.600E+04	1.273E+03	9.149E+13	1.550E+05	5.788E+03
5.772E+04	3.687E+04	2.269E+03	1.450E+14	1.576E+05	5.788E+03

Tabla 24. Datos de la prueba de presión y la derivada de la presión versus tiempo del Ejercicio 3