



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 01 de Agosto de 2019

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Karina Tello Oviedo, con C.C. No. 20151134091, Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado Situaciones Problemas para el Desarrollo de la Competencias Matemáticas Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva a Través de la Función Lineal presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar al título de Licenciado en Matemáticas.

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Vigilada Mineducación



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

EL AUTOR/ESTUDIANTE: Karina Tello Oviedo

Firma: Karina Tello Oviedo
CC. 1075306221



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO:

SITUACIONES PROBLEMAS PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIAS MATEMÁTICAS FORMULAR Y RESOLVER PROBLEMAS EN ESTUDIANTES DE DECIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LICEO DE SANTA LIBRADA DE NEIVA A TRAVÉS DE LA FUNCIÓN LINEAL

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
TELLO OVIEDO	KARINA

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ALVIS PUENTES	JOHNNY FERNANDO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciada en Matemáticas

FACULTAD: De Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en Matemáticas

CIUDAD: Neiva

AÑO DE PRESENTACIÓN: 2019

NÚMERO DE PÁGINAS: 221

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas___ Fotografías X Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general x Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas
o Cuadros X



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: No

MATERIAL ANEXO: No

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*): Si

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1.	Competencia Matemática formular y resolver problemas	Mathematical Competence to formulate and solve problems
2.	Procesos matemáticos	Mathematical Processes
3.	Situaciones problemas	Problem Situations
4.	Tareas Matemáticas	Mathematical Tasks
5.	Función Lineal	Función Lineal

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El presente documento muestra los resultados del trabajo de investigación denominado “Situaciones Problemas para el Desarrollo de la Competencias Matemáticas Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Decimo de la Institución Educativa Liceo De Santa Librada De Neiva a través de la Función Lineal”, que surge del proyecto de investigación desarrollado por el semillero de investigación COMAT, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana, en el marco de la convocatoria institucional para conformar el banco de proyectos de semilleros de investigación y desarrollo tecnológico e innovación, en la modalidad de financiación de la Universidad Surcolombiana.

El proyecto pretende contribuir al desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver problemas a través de la función lineal en estudiantes de grado decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada del Municipio de Neiva – Huila. Para ello se tomó como eje de investigación el modelo de competencia propuesto por Solar (2009), en el que se relaciona tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de



complejidad, como herramienta didáctica, donde se diseñaron y validaron diferentes Situaciones Problemas.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

This document shows the results of the research project called "Problem situations for the development of Mathematical competences in formulating problems and Problem Solving in tenth graders from the Educational Institution Liceo De Santa Librada in Neiva Huila through the Linear Function", which arises from the research project developed by the research incubator COMAT, attached to the research group E.MAT.H of the bachelor's degree in mathematics from Universidad Surcolombiana. In the framework of the institutional summon to take part of the bank projects of investigation from the incubator of research and technological development and innovation, in the financing modality of Universidad Surcolombiana.

This project aims to contribute to the development of the Mathematical Competence in formulating problems and Problem solving through the Linear Function in tenth graders from the Educational Institution Liceo De Santa Librada of the Municipality of Neiva - Huila. For the purpose of the research axis was taken into account the competence model proposed by Solar (2009), in which relates mathematical tasks, and mathematical processes and levels of complexity as a didactic tool, where different Problem Situations were designed and validated.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Francisco Javier Reyes

Firma:



JURADO CALIFICADOR:



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

“Situaciones Problemas Para El Desarrollo De
La Competencias Matemáticas Formular Y
Resolver Problemas En Estudiantes De Decimo
De La Institución Educativa Liceo De Santa
Librada De Neiva A Través De La Función
Lineal”

Karina Tello Oviedo

Neiva, Huila
2019



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

“Situaciones Problemas Para El Desarrollo De
La Competencias Matemáticas Formular Y
Resolver Problemas En Estudiantes De Decimo
De La Institución Educativa Liceo De Santa
Librada De Neiva A Través De La Función
Lineal”

*Trabajo presentado como requisito de grado
Para optar al título de licenciado en matemáticas*

Karina Tello Oviedo
20151134091

Asesor:
Johnny Fernando Alvis Puentes

Neiva, Huila
2019

Nota de Aceptación:

Jefe de Programa

Asesor

Segundo Lector

Neiva, Agosto de 2019

RESUMEN	11
ABSTRACT	12
INTRODUCCIÓN	13
CAPITULO I: Competencias Matemáticas: Una Evolución Hasta El Estado Actual	16
1.1 Antecedentes	17
1.2 Formulación del Problema	23
1.3 Objetivos	26
1.3.1 Objetivo general.....	26
1.3.2 Objetivos específicos.	26
1.4 Justificación	27
CAPITULO II: Fundamento Teórico	29
2.1 Aproximación al Concepto de Competencias Matemáticas.....	31
2.2 Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas	36
2.2.1 Resolver problemas.....	36
2.2.2 Formular problemas.	41
2.2.3 Competencia matemática formular y resolver problemas desde PISA.	45
2.3 Modelo de Competencia Matemática	46
2.3.1 Procesos matemáticos.	46
2.3.2 Tareas matemáticas.	47
2.3.3 Niveles de complejidad.....	47
2.3.4 Interpretación del modelo (Relación entre los componentes del modelo).	48
2.4 Pensamiento crítico y reflexivo.....	49
2.5 Situaciones Problemas	52
2.6 Análisis Didáctico de la Función Lineal:.....	54
2.6.1 Análisis de contenido.	55

CAPITULO III: Situaciones Problema	70
3.1 Situación Problema N°1.....	71
3.2 Situación Problema N°2 y N°3	72
3.2.1 Guía para la formulación de la situación problema N°2.....	73
3.2.2 Guía para la formulación de la situación problema N°3.....	73
3.3 Situación Problema N°4.....	74
CAPITULO IV: Marco Metodológico	78
4.1 Perspectiva Metodológica.....	79
4.2 Diseño de la Investigación.....	79
4.3 Plan de Análisis.....	86
4.4 Unidades de Análisis.....	89
CAPITULO V: Análisis de los Datos Recolectados	90
5.1 Diseño de Situaciones Problema asentadas en la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas:.....	91
5.1.1 Proceso matemático resolver problemas.....	91
5.1.2 Proceso matemático formular problemas.....	125
5.1.3 Caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas	156
5.2 El contexto como escenario principal para el diseño de situaciones problema que permita el desarrollo de la competencia formular y resolver problemas	161
5.3 Estimación del sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver y formular problemas.....	171
5.3.1 Estimación del sentido crítico y reflexivo de la situación problema N°3.....	174
5.3.2 Estimación del sentido crítico y reflexivo de la situación problema N°4.....	191
CAPITULO VI: Conclusiones	205
CAPITULO VII: Recomendaciones	210
CAPITULO VIII: Referencias Bibliográficas	213

ÍNDICE DE TABLES

Tabla 1. Definiciones de competencia matemática.....	31
Tabla 2. Representación tabular de la función lineal	60
Tabla 3. Interacción (Inv – Est) N°. 1– Pareja N°10 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1	93
Tabla 4. Interacción (Inv – Est) N°. 2 – Pareja N°4 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1	96
Tabla 5. Interacción (Inv – Est) N°. 3 – Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1	98
Tabla 6. Interacción (Inv – Est) N°. 4 – Pareja N°3 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2	101
Tabla 7. Interacción (Inv – Est) N°. 5 – Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2	104
Tabla 8. Interacción (Inv – Est) N°. 6 – Pareja N°14 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3	109
Tabla 9. Interacción (Inv – Est) N°. 7 – Pareja N°15 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4	115
Tabla 10. Interacción (Inv – Est) N°. 7 – Pareja N°16 – Situación Problema N°1 - Tarea N°5	122
Tabla 11. Interacción (Inv – Est) N°. 8 – Grupo Focal	127
Tabla 12. Interacción (Inv – Est) N°. 9 – Grupo Focal	128
Tabla 13. Interacción (Inv – Est) N°. 10 – Grupo Focal	130
Tabla 14. Interacción (Inv – Est) N°. 11 – Grupo Focal	131
Tabla 15. Interacción (Inv – Est) N°. 12 – Grupo Focal	132
Tabla 16. Interacción (Inv – Est) N°. 13 – Grupo Focal	133
Tabla 17. Interacción (Inv – Est) N°. 14 – Grupo Focal	134
Tabla 18. Interacción (Inv – Est) N°. 15 – Grupo Focal	136
Tabla 19. Interacción (Inv – Est) N°. 16 – Grupo Focal	137

Tabla 20. Interacción (Inv – Est) N°. 17 – Grupo Focal	139
Tabla 21. Interacción (Inv – Est) N°. 18 – Grupo Focal	141
Tabla 22. Interacción (Inv – Est) N°. 19. Situación problema N°.4	166
Tabla 23 . Interacción (Inv – Est) N° 20. Situación problema N°.4.....	168
Tabla 24. Interacción (Inv – Est) N° 21. Situación problema N°.3	174
Tabla 25. Situaciones Problemas N°3 seleccionadas	176
Tabla 26. Interacción (Est – Est) N°1. – Grupo N°4.....	179
Tabla 27. Interacción (Est – Est) N°2. – Grupo N°4.....	181
Tabla 28. Interacción (Est – Est) N°3. – Grupo N°1.....	185
Tabla 29. Interacción (Est – Est) N°4. – Grupo N°3.....	187
Tabla 30. Interacción (Est – Est) N°5. – Grupo N°2.....	190
Tabla 31 . Interacción (Inv – Est) N°. 21. Análisis de la situación problema N°.4.....	191
Tabla 32. Interacción (Est – Est) N°. 6 – Pareja N°2.....	197
Tabla 33. Interacción (Est – Est) N°. 7 – Pareja N°8.....	199
Tabla 34. Interacción (Est – Est) N°. 8 – Pareja N° 5.....	202

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Operaciones mentales propuestas por Pólya	38
Ilustración 2. Relación entre las acciones del modelo de Cruz y Álvarez.....	43
Ilustración 3. Definición de Pensamiento crítico.....	51
Ilustración 4. Representación Gráfica de la Función Afín	61
Ilustración 5. Representación Gráfica de la Función Lineal	62
Ilustración 6: Representación Gráfica de la Función Afín, con $m>0$	62
Ilustración 7: Representación Gráfica de la Función Afín, con $m<0$	63
Ilustración 8: Representación Gráfica de la Función Lineal, con $m=0$	63
Ilustración 9: Representación Sagital de la Función Lineal.....	63
Ilustración 10: Sistemas de Representación de la Función Lineal	66
Ilustración 11: Fenomenología de la Función Lineal.....	68
Ilustración 12: Red conceptual de la Función Lineal.....	69
Ilustración 13. Pareja N°10 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1.....	92
Ilustración 14. Pareja N°8 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1.....	94
Ilustración 15. Pareja N°4 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1.....	95
Ilustración 16. Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1.....	98
Ilustración 17. Pareja N°3 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2.....	100
Ilustración 18. Pareja N°9 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2.....	102
Ilustración 19. Pareja N°13 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2.....	103
Ilustración 20. Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2.....	105

Ilustración 21. Pareja N°14 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3.....	107
Ilustración 22. Pareja N°15 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3.....	112
Ilustración 23. Pareja N°10 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3.....	113
Ilustración 24. Pareja N°5 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4.....	114
Ilustración 25. Pareja N°15 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4.....	114
Ilustración 26. Pareja N°5 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4.....	116
Ilustración 27. Pareja N°4 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4.....	117
Ilustración 28. Análisis Grafico del Trabajo de la Pareja N°6 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4..	118
Ilustración 29. Pareja N°5 – Situación Problema N°1 - Tarea N°5.....	119
Ilustración 30. Pareja N°16 – Situación Problema N°1 - Tarea N°5.....	121
Ilustración 31. Pareja N°4– Situación Problema N°1 - Tarea N°5.....	121
Ilustración 32. Caracterización del proceso matemático resolver problema.	125
Ilustración 33. Pareja N°8 – Situación Problema N°2.....	143
Ilustración 34. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°1	145
Ilustración 35. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°2	145
Ilustración 36. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°3	146
Ilustración 37. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°6	147
Ilustración 38. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°4 y Tarea Matemática N°7	147
Ilustración 39. Pareja N°6 – Situación Problema N°2.....	148
Ilustración 40. Pareja N°2– Situación Problema N°2.....	149
Ilustración 41 Pareja N°11– Situación Problema N°2.....	151
Ilustración 42. Pareja N° 7 – Situación Problema N°2.....	152
Ilustración 43. Caracterización del Proceso Matemático Formulación de Problemas.	154
Ilustración 44. Caracterización de la Competencia Matemática Formular y Resolver	157
Ilustración 45 Estructura de los servicios públicos domiciliarios en Neiva	163
Ilustración 46. Grupo N° 5 – Situación Problema N°3 – Formulación del enunciado.....	177

Ilustración 47. Grupo N° 5 – Situación Problema N°3 – Elaboración de las tareas Matemáticas	178
Ilustración 48. Grupo N° 4 – Situación Problema N°3 – Resolución de la situación formulada por el grupo N°5.....	182
Ilustración 49. Grupo N° 1 – Situación Problema N°3 – Formulación del enunciado.....	183
Ilustración 50. Grupo N° 1 – Situación Problema N°3 – Elaboración de las Tareas Matemáticas	184
Ilustración 51. Grupo N° 3 – Situación Problema N°3 – Resolución de la situación formulada por el grupo N°1.....	186
Ilustración 52. Grupo N° 3 – Situación Problema N°3 – Resolución de la situación formulada por el grupo N°1.....	187
Ilustración 53. Grupo N° 6 – Situación Problema N°3 – Formulación del Enunciado y Tareas Matemáticas	188
Ilustración 54. Grupo N° 2 – Situación Problema N°3 – Resolución de la Primera Tarea Matemática formulada por el grupo N°6.	189
Ilustración 55. Grupo N° 2 – Situación Problema N°3 – Resolución de la Segunda Tarea Matemática Formulada por el Grupo N°6.	190
Ilustración 56. Pareja N° 2 – Situación Problema N°4 – Tarea N°3	196
Ilustración 57. Pareja N° 8 – Situación Problema N°4 – Tarea N°3	198
Ilustración 58 Pareja N° 3 – Situación Problema N°4 – Tarea N°4.	200
Ilustración 59. Pareja N° 9 – Situación Problema N°4 – Tarea N°4	201
Ilustración 60. Pareja N° 15 – Situación Problema N°4 – Tarea N°5	203

El presente documento muestra los resultados del trabajo de investigación denominado “Situaciones Problemas para el Desarrollo de la Competencias Matemáticas Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Decimo de la Institución Educativa Liceo De Santa Librada De Neiva a través de la Función Lineal”, que surge del proyecto de investigación desarrollado por el semillero de investigación COMAT, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana, en el marco de la convocatoria institucional para conformar el banco de proyectos de semilleros de investigación y desarrollo tecnológico e innovación, en la modalidad de financiación de la Universidad Surcolombiana.

El proyecto pretende contribuir al desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver problemas a través de la función lineal en estudiantes de grado decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada del Municipio de Neiva – Huila. Para ello se tomó como eje de investigación el modelo de competencia propuesto por Solar (2009), en el que se relaciona tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad, como herramienta didáctica, donde se diseñaron y validaron diferentes Situaciones Problemas.

Palabras Claves: Competencia Matemática formular y resolver problemas, Procesos matemáticos, Tareas Matemáticas, Situaciones Problemas, y Función Lineal.

This document shows the results of the research project called "Problem situations for the development of Mathematical competences in formulating problems and Problem Solving in tenth graders from the Educational Institution Liceo De Santa Librada in Neiva Huila through the Linear Function", which arises from the research project developed by the research incubator COMAT, attached to the research group E.MAT.H of the bachelor's degree in mathematics from Universidad Surcolombiana. In the framework of the institutional summon to take part of the bank projects of investigation from the incubator of research and technological development and innovation, in the financing modality of Universidad Surcolombiana.

This project aims to contribute to the development of the Mathematical Competence in formulating problems and Problem solving through the Linear Function in tenth graders from the Educational Institution Liceo De Santa Librada of the Municipality of Neiva - Huila. For the purpose of the research axis was taken into account the competence model proposed by Solar (2009), in which relates mathematical tasks, and mathematical processes and levels of complexity as a didactic tool, where different Problem Situations were designed and validated.

Keywords: Mathematical Competence to formulate and solve problems, Mathematical processes, mathematical tasks, problem situations, Linear Function.

La comunidad académica internacional, en particular la encargada de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, viene adelantando perspectivas teóricas, metodológicas y didáctica con el fin de relegar un aprendizaje memorístico de contenidos por parte de las estudiantes, a la formación en un aprendizaje comprensivo, significativo y situado; sustentado en el desarrollo de los procesos matemáticos y en la interacción de las estudiantes y docente en dichos procesos.

Parte de estos fines los asume el enfoque por Competencia; por ejemplo, el caso de la consolidación de una escuela equitativa y comprensiva que atienda a la diversidad existente en las aulas y la formación de sujetos con autonomía para desenvolverse y participar activamente en comunidad. Su incorporación al currículo responde a las necesidades sociales existentes y, gracias a ellas, el estudiante podrá resolver y hacer frente a las exigencias que cada situación demanda. Se trata de observar cómo las estudiantes utilizan los conocimientos adquiridos cuando se enfrentan a situaciones desarrolladas en escenarios reales, considerándose una posición consciente, crítica y reflexiva en el desarrollo de las mismas.

Frente a esta realidad, la investigación desarrollada desde el enfoque por Competencias, describe el proceso seguido en relación al diseño de una Estrategia didáctica para el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas a través de la función lineal. El proceso inicia desde el momento en que se concibe la necesidad de comprender como se desarrolla la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas, desde el contexto social en el cual se involucra el estudiante, hasta el diseño de las Situaciones problemas por parte del profesor. De esta manera, el proyecto de investigación se organiza en 6 capítulos con la siguiente estructura: en el primer capítulo se presenta algunas investigaciones que se han realizado en la educación matemática entorno a tres aspectos: competencia matemática, competencia

matemática formular y resolver y los procesos asociados a la competencia matemática formular y resolver. En la articulación entre estos tres aspectos se determina la importancia de implementar un enfoque que radique en estudiar los contenidos matemáticos desde una perspectiva funcional, para ello se diseñarán situaciones problemas que permitan subsanar los paradigmas racionalistas, mecanicistas, deterministas de la educación y la fragmentación de contenidos, a su vez permite determinar el tratamiento y los focos de la investigación para lo cual se plantea su respectiva justificación, la pregunta de investigación y los objetivos.

En el segundo capítulo se detallan los referentes teóricos que orientan esta investigación. Se parte de una posición desde lo Sociocultural en Educación Matemática que permite comprender desde otra perspectiva las Competencias Matemáticas desde una mirada contextualizada donde se resalte la integralidad del sujeto. Del mismo modo, se toma una postura en torno a la formulación y resolución de problemas como Competencia y se asume el modelo de Competencias Matemáticas establecido por Solar (2009). De igual manera, se estructura la conceptualización de situaciones problemas para el desarrollo de la competencia formular y resolver y el análisis didáctico de la función lineal debido a que será el puente para el diseño de las tareas matemáticas contextualizadas para desarrollo de competencia formular y resolver.

El tercer capítulo, consta del diseño de situaciones problemas desde el objeto matemático la función lineal, las situaciones problemas estarán divididas en dos grupos, el primer grupo estará conformado por las situaciones problemas diseñadas por las estudiantes y en el segundo grupo se encontrarán las situaciones problemas elaboradas por la investigadora.

El cuarto capítulo, contiene la metodología de la investigación que corresponde al enfoque utilizado, la población, las categorías de análisis y los instrumentos de recolección y registro de la información planteada para el diseño de situaciones problemas desde la función lineal. El diseño gira en torno a un enfoque cualitativo utilizando diferentes instrumentos para la recolección de la información: la observación participante, hojas de trabajo, grabaciones en audio y video, entrevistas semiestructuradas, diarios de campo y guías de observación.

El quinto capítulo presenta el análisis de datos compuesto por cuatro unidades de análisis: uno sobre los documentos hechos por las estudiantes al momento de solucionar las diferentes Tareas Matemáticas que contiene cada una de las situaciones problemas trabajadas, el Modelo de

Competencia Matemática, los contextos de PISA y las interacciones con las estudiantes. Estas cuatro unidades de análisis permiten dar cuenta de cómo las estudiantes desarrollan competencias matemáticas mediante el desarrollo de situaciones problemas.

En el sexto capítulo 6 se presentan las conclusiones emergentes debidas a los resultados y sus análisis. Estas conclusiones dejan cuestiones abiertas que pueden servir para futuras investigaciones. Por último esta las recomendaciones, las referencias bibliográficas utilizadas en la investigación y los anexos pertinentes que dan cuenta del proceso investigativo llevado a cabo durante estos semestres.

CAPITULO I



Competencias Matemáticas: Una Evolución Hasta El Estado Actual

A continuación se presenta este primer capítulo el cual plasma el tema central de investigación las competencias matemáticas, cuyo fin es dar a conocer los diferentes aspectos que componen el propósito del mismo, mediante el objeto matemático Función Lineal. Por tanto, se plantean los antecedentes como eje articulador entre los estudios ya realizados y los que se pueden indagar para contribuir a la búsqueda de respuestas que se tornan en las problemáticas que se manifiestan a través del tiempo. De igual manera, se expone la problemática a abarcar la cual está relacionada con el desligamiento que existe entre el desarrollo de las competencias matemáticas, los temas de dicha asignatura y los actores educativos que están inmersos en la misma. Por otra parte, da muestra de los argumentos en los cuales exponen la importancia de llevar a cabo este estudio con base a las investigaciones previas y las situaciones que se presentan dentro de la vida misma en la enseñanza de la matemática.

1.1 Antecedentes

Los antecedentes investigativos que se presentan a continuación están relacionados con el objeto de estudio; competencias matemáticas a través de la Función Lineal y algunos estudios relacionados con la Competencia Matemática desde diferentes objetos matemáticos, permitiendo identificar ciertas problemáticas que se han evidenciado a través de los años y que han tenido relevancia en este campo, con el fin de conocer los diversos aspectos que se presentan entorno a esta temática y a su vez encaminar esta investigación con fines de contribuir a estudios presentes dentro de este marco.

Si bien es cierto, las diferentes acepciones de competencia surgieron producto del sector económico, ésta se ha ido afianzando y reconceptualizando al sector educativo. En la literatura existen estudios e investigaciones en didáctica de las matemáticas que se centran en torno al concepto de “competencias matemáticas” (Godino, 2002).

En el ámbito internacional, se destaca tres proyectos que han sido considerados pioneros en la implementación del enfoque por competencias en la matemática escolar. Estos proyectos son significativos y han marcado el rumbo en las investigaciones, dos de ellos son: el proyecto MAT 747 en Portugal planteado por Abrantes (2001) quien propone una caracterización de las

competencias matemáticas, y el proyecto KOM de Dinamarca propuesto por Niss (2002) en donde se incorporan las competencias matemáticas al currículum danés. Estos dos proyectos enmarcados desde una perspectiva curricular centran la atención al caracterizar las competencias matemáticas y reformular los currículos de matemáticas en sus respectivos países, y un tercer proyecto es el Programme for International Student Assessment (PISA) que adapta las competencias propuestas por Niss (2002) a un enfoque evaluativo (OECD, 2003).

El proyecto MAT 747 dirigido por Paulo Abrantes, es uno de los referentes pioneros a nivel internacional en cuanto a las competencias matemáticas. Este proyecto educativo curricular fue llevado a cabo en Portugal, entre 1999 y 2002 por el Departamento de Educación Básica del Ministerio de Educación, en la cual se planteó una caracterización de las competencias matemáticas cuyo énfasis fue la integración de conocimientos, procedimientos y actitudes. Esta caracterización de las competencias tiene sus orígenes en el proyecto MAT 789 (Abrantes, 1994), “cuyo espíritu se enfocaba en potenciar capacidades de los alumnos en situaciones inherentes a la vida diaria, que se concretó en los denominados proyectos matemáticos” (Solar, 2009, p. 40).

De acuerdo con Perrenoud (1999) se asume la competencia como el proceso de poner en acción los conocimientos, habilidades y estrategias en situaciones problemáticas derivadas de una variedad de contextos, además como resultado de improvisar no de manera espontánea ante las situaciones, sino como resultado del aprendizaje. Producto de esta posición, el concepto de competencia que se adoptó en el movimiento de innovación curricular portugués está relacionado con el uso reflexivo, autónomo, y propositivo de conocimiento. En este sentido, se pretende hacer hincapié en la integración de conocimientos, habilidades y actitudes, siendo la integración el centro de articulación.

Es oportuno destacar que en relación con el proyecto Mat 747, quien establece una caracterización de las competencias desde sus aspectos esenciales, otro proyecto de gran envergadura enmarcado desde una perspectiva curricular denominado el proyecto KOM (KOM: Las Competencias y el Aprendizajes de las Matemáticas) bajo la dirección de Niss (2002), en el cual plantean una caracterización del currículum de matemáticas danés teniendo como base las competencias, entendiendo por competencia matemática “la habilidad de entender, juzgar, hacer

y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos en los que las matemáticas juegan o podrían jugar un papel” (Niss, 2002).

A partir de esta noción, el proyecto adoptó una propuesta elaborada anteriormente por Niss para identificar las competencias matemáticas Niss (1999), y se concretó en ocho competencias, agrupadas en dos partes que destacan los procesos, actividades, y los comportamientos mentales o físicos.

A diferencia de estos proyectos, otros estudios y trabajos de investigación han tenido como centro las competencias matemáticas. Algunos de estos estudios, han caracterizado las competencias matemáticas en torno a un objeto matemático y otros volcados al desarrollo de competencias matemáticas.

Sánchez, Martínez & Coronado (2015) en su tesis de maestría *Una caracterización de la competencia matemática representar: el caso de la función lineal* proponen como objetivo la caracterización de la competencia matemática representar para el caso de la función lineal en estudiantes del grado décimo, a partir de un modelo teórico funcional de la competencia matemática representar, cuyos componentes estructurales son: las tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad. A través de una de un enfoque cualitativo, utilizando el método de estudio de caso, se permitió describir los desempeños de las estudiantes para caracterizar la competencia matemática representar. Esta caracterización resulta importante, ya que para la investigación se retomaron los aspectos relacionados a la función lineal y sus representaciones de igual forma se trabajaron la estructura conceptual y los aspectos afectivos.

Por otra parte Morales & Majé (2011) en su tesis de maestría *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. Configuran un análisis en torno al desarrollo del pensamiento espacial y los niveles de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de grado séptimo de la educación básica secundaria, a partir del estudio del objeto matemático cuadriláteros y el uso de la geometría dinámica.

Dicha configuración parte del diseño y ejecución de una propuesta didáctica que incorpora actividades con elementos del contexto sociocultural del estudiante al aprendizaje de

las matemáticas y se reconoce que el concepto de competencias va más allá del manejo de los contenidos disciplinarios.

Cercanos a la línea de investigación de Sánchez, Martínez & Coronado (2015) encontramos los trabajos de maestría de Sabi (2015), Olaya & Cortes (2014) y Alvis & Puentes (2015). Sabi (2015) en su trabajo de investigación denominado *Propuesta para promover la movilización de los procesos de la competencia matemática representar a partir de la función lineal* se centra en la movilización de los procesos asociados a la competencia por medio del uso de tareas matemáticas, para ello se implementó como base el estudio de caso y un modelo teórico. Ante esta investigación se evidenció una movilización significativa en estos procesos por parte de las estudiantes después de aplicadas las tareas.

Olaya & Cortes (2014) establecen una estrategia de intervención que busca movilizar la competencia matemática representar, asociando al objeto matemático función lineal, en estudiantes de grado noveno. La estrategia se enmarca en la concepción de competencia relacionada con aspectos cognitivos, afectivos y de tendencia a la acción, con factores de carácter metacognitivos. Haciendo uso de un modelo de competencia asociado a los siguientes fundamentos: tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad, que contribuyen al desarrollo de competencias matemáticas.

Por ultimo tenemos la investigación de Alvis & Puentes (2015) en su tesis de maestría *Competencia matemática representar: Aportes a través del estudio de la función lineal en estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Eustacio Rivera del Municipio de Isnos Huila* contribuyeron al desarrollo de la competencia matemática representar a través del estudio de la función lineal en estudiantes de grado noveno de la institución. Para generar esta contribución los investigadores abarcaron diferentes campos desde la competencia matemática representar como lo fueron, la identificación de dificultades en el desarrollo de los procesos cognitivos asociados a la competencia, determinación de los aspectos que permiten promover en las estudiantes los procesos cognitivos asociados a la competencia y la caracterización de los procesos cognitivos asociados a la competencia.

Las anteriores investigaciones se centran en la competencia matemática representar y los aspectos sobre la movilización de la competencia matemática representar por medio de la

Función lineal, resaltando la importancia que tiene el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes, además la función lineal como medio para el desarrollo de la competencia, para ello resaltan la necesidad de conocer el objeto matemático, sus representaciones, sus relaciones, así como las actividades de articulación entre los diferentes registros de la función lineal. Estas investigaciones juegan un papel importante en la investigación a desarrollar, se tomaran aspectos relacionados a la función lineal como medio para el desarrollo de una competencia.

De otro lado, Solar (2009) en su tesis doctoral Competencia de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso basado en que las investigaciones en educación matemática no proveen de un modelo teórico sólido para el desarrollo de competencia, conlleva a la estructuración de una propuesta teórica de enseñanza a través de la competencia matemática, aplicable tanto a la planificación de una secuencia didáctica como a su desarrollo en el aula de matemáticas. Para ello ha propuesto un modelo de competencia matemática que combina tres características: el contenido matemático en términos de tareas; los procesos organizadores del currículo en términos de competencias específicas; y el progreso de la competencia en términos de niveles de complejidad.

Este modelo se ha puesto a prueba y perfeccionado en el estudio de caso de un aula de matemáticas en que se aplica una unidad didáctica de interpretación de gráficas funcionales. Se ha puesto de manifiesto que el modelo propuesto ha sido adecuado para analizar tanto una unidad didáctica como su aplicación en el aula, en términos de las competencias matemáticas. Esta propuesta representa una contribución, tanto desde un punto de vista de la investigación como de la innovación, porque constituye un modelo de competencia matemática que se ha elaborado desde la investigación con una función curricular (Solar, 2009).

Cabe señalar, que el estudio se ha centrado en analizar la unidad didáctica por medio de un instrumento denominado matriz de competencias, cuyo propósito es analizar de qué manera las actividades cubren un conjunto de tareas, además de caracterizar el nivel de complejidad de las actividades según las competencias de modelización y argumentación. Adicionalmente, analizar las interacciones entre las estudiantes y la profesora al momento del desarrollo de la unidad didáctica.

Recientemente, Acosta & Hermosa (2014) en su propuesta de investigación denominada La movilización de la competencia matemática “razonar y argumentar” a través del estudio de la media aritmética contribuyeron a la movilización de dicha competencia a través del diseño de situaciones matemáticas del contexto de las estudiantes. Esta movilización se evidenció por medio de acciones que realizaron las estudiantes y se concretaron a través de descriptores de los procesos: formulación, empleo e interpretación de la competencia matemática “razonar y argumentar”.

1.2 Formulación del Problema

Los cambios que se están produciendo actualmente en nuestra sociedad en todos los aspectos, exigen la consolidación de una nueva realidad educativa y nos invitan a replantear novedosas propuestas educativas y pedagógicas que respondan a las necesidades actuales del ser humano que está emergiendo, reclamando una educación que atienda la integridad, la constitución individual, la trascendencia y la relación del ser humano con el entorno.

A pesar de los cambios que se vienen dando en la sociedad, la educación sigue prioritariamente enmarcada en tradicionales paradigmas racionalistas, mecanicistas, deterministas y fragmentarios del conocimiento. El contexto cultural y social en ésta, la llamada era del conocimiento, exige una educación holística, humanista, inclusiva, que proponga una nueva concepción de la vida, del conocimiento y del ser humano y su relación con la sociedad.

Desde esta perspectiva, la Educación Matemática como disciplina científica y de investigación ha planteado nuevos retos en los sistemas educativos en general. En este sentido, han sido muchos los esfuerzos que investigadores a nivel nacional e internacional han llevado a cabo para contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas escolares, a través de un gran número de temas matemáticos en: el álgebra, cálculo, estadística, geometría entre otros. Particularmente, han dirigido sus estudios “hacia qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela y cómo se llevan a cabo estos procesos; también se han interesado en el qué y en el cómo de las Matemáticas deberían enseñarse y aprenderse en la escuela.” (Kilpatrick, Gómez, & Rico, 1998, p. 1)

Según Marcos (2008) la visión tradicional sobre la enseñanza contrasta en gran medida con una forma de organizar y desarrollar la enseñanza en pro del aprendizaje de las estudiantes. Mientras que en la enseñanza tradicional el profesor es el centro de la clase, siendo éste el transmisor de la información; una nueva perspectiva considera el profesor como un facilitador y guía del aprendizaje y a las estudiantes actores principales del proceso educativo donde se puede fomentar el trabajo grupal y reforzar las relaciones humanas dentro del grupo participante, a través del desarrollo de proyectos compartidos entre los propios estudiantes.

Atendiendo algunas de estas perspectivas, la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas escolares ha experimentado un cambio adoptando un enfoque que se denomina

“Competencias Matemáticas”, el cual plantea nuevos propósitos para la Educación Matemática al trascender de una visión centrada en el logro de objetivos específicos planteados desde los contenidos del área, a una formación integral que involucran el saber, el saber hacer y el ser, con el objetivo de brindar herramientas para que los sujetos participen de manera reflexiva y crítica en la solución de los problemas de su comunidad.

La importancia de este enfoque radica en estudiar los contenidos matemáticos desde una perspectiva funcional (Rico & Lupiañez, 2008), en que ligado a estos constructos, las estudiantes además de la construcción del conocimiento matemático logren usarlo en otros contextos incluyendo el de las situaciones de la cotidianidad, de tal forma que puedan participar activa, reflexiva y críticamente en la solución de situaciones de su vida real (Espinoza, Mitrovich, Solar & Olguin, 2009).

En este sentido, la construcción social del conocimiento matemático, debe partir de una educación en y para la vida, pues la matemática es considerada como una disciplina íntimamente relacionada con las demás áreas del conocimiento. Por tal motivo, se considera que al llevar este conocimiento al aula de clase permite establecer una relación amplia, desde lo conceptual y lo funcional. Sin embargo, se evidencia que metodológicamente no es así, pues en su mayoría los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas llevados a cabo son descontextualizados, debido a que el aula esta desligada de la realidad: se responde a unas matemáticas procedimentales y no a unas matemáticas funcionales, lo cual rompe el lazo que hay entre la escuela y la vida diaria.

En el día a día, adquirimos conocimientos empíricos a través de las actividades que realizamos y los espacios que vivenciamos en nuestro entorno; permitiendo la formación integral como sujetos. Sin embargo, es pertinente considerar los diferentes tipos de educación existentes (formal, no formal e informal), ya que estas de una u otra manera generan el desarrollo de destrezas de acuerdo a cada disciplina, en este caso en la construcción social del conocimiento matemático.

Las matemáticas se han visto como una materia que causa grandes dificultades en la mayoría de la población escolar. Uno de los ejes temáticos, es el concepto de "función" por ende, la " Función Lineal" juega un papel fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las

Matemáticas. La enseñanza de este objeto matemático se reduce a solo la transmisión del conocimiento por parte del profesor, el cual desarrolla el tema exclusivamente en el tablero o en transmisión verbal de gran volumen de información o en textos guías a través de problemas, cuya solución se espera sea captada por el estudiante para luego desarrollar diferentes ejercicios en donde el educando debe mostrar que captó las enseñanzas del docente "mostrar resultados". Por tal motivo, se puede decir que la mayoría de contenidos matemáticos se enseñan partiendo de fórmulas, leyes y teorías elaboradas sin tener en cuenta el contexto y las realidades de las estudiantes.

Por otro lado, los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas (MEN, 1998), se da un tránsito importante de una conceptualización del currículo de matemáticas centrado en contenidos a una aproximación curricular sustentada en el pensamiento matemático y conocimientos básicos, como uno de sus pilares fundamentales, junto a los procesos generales y el contexto. Dicho currículo se orienta al desarrollo de competencias matemáticas, como el eje transversal en la actual propuesta de Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencia en el área de matemáticas.

Sin embargo, puede inferirse una razón por la cual estos lineamientos está generando dificultades entre profesores, tal como lo expresa Solar (2009, p. 13) "entre los profesores existe una sensación de carencia de herramientas para desarrollar competencias en el aula".

En atención a lo anterior se hace necesario que los profesores adopten nuevas estrategias en el aula que permitan a las estudiantes la construcción del conocimiento matemático de forma social y cultural, lo cual permitirá estar en concordancia con los planteamiento del enfoque por competencias pues estas están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante.

Lo anteriormente expuesto, genera la siguiente pregunta orientadora de investigación:

¿Cómo Desarrollar Competencias Matemáticas en las Estudiantes de decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo mediante la Función Lineal?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general.

Diseñar y validar Situaciones Problemas que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo que permita mejorar el nivel de desempeño de las estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas por medio de la Función Lineal.

1.3.2 Objetivos específicos.

- ✓ Reconocer la importancia del contexto para el diseño de situaciones problemas que impliquen el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas a través de la Función Lineal.

- ✓ Caracterizar la competencia matemática formular y resolver problema para establecer el diseño de situaciones problemas.

- ✓ Estimar a través de las situaciones problemas, el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

1.4 Justificación

Los retos actuales en el campo de la Educación Matemática y, en particular en el enfoque por Competencias Matemáticas son apremiantes (Espinoza et al., 2009). En este sentido, este trabajo resulta pertinente al aspirar contribuir en los cambios y desafíos que se han dado en la educación matemática a nivel nacional y especialmente regional, puesto que el aprendizaje basado en Competencias es una oportunidad para una Educación más integral, que permita la formación de nuevas generaciones capaces de asumir los retos del mundo actual.

Es así que desligarse de las teorías tradicionales en la Educación Matemática y pretender acceder desde un enfoque por Competencias, contribuye metodológicamente a la línea de investigación en que está encaminado este proyecto, al poder unir una serie de decisiones, estrategias, actividades, tareas, recursos e instrumentos para fortalecer los aprendizajes en las estudiantes.

Con todo lo anterior, las Competencias Matemáticas, adquieren sentido educativo en la medida en que los elementos o razonamientos matemáticos se utilicen para enfrentarse a situaciones cotidianas diversas. Lo cual requiere la detección y análisis de tales situaciones, la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar a partir de la información disponible y la aplicación de estrategias de resolución de problemas. Además, el énfasis tendrá que estar en los elementos matemáticos básicos y en los procesos de razonamiento que llevan a las estudiantes a la solución de los problemas o a la obtención de la información en una amplia variedad de situaciones de modo consciente, crítico y reflexivo.

El concepto de Competencia expresa que los aprendizajes deben concretarse siempre de modo funcional y significativo, es decir atribuyendo sentido aquello que se aprende. Y por si ello fuera poco, el desarrollo de una Competencia implica siempre un aprendizaje para actuar (Zabala & Arnau, 2008). Desde esta perspectiva, tomar como referencia estos aspectos, en el ambiente del aula de matemáticas, particularmente, brindará aportes teóricos y prácticos para investigadores interesados en el desarrollo de Competencias Matemáticas en el aula desde una postura crítica y reflexiva. Así mismo, será un aporte metodológico para aquellos profesores interesados en desarrollar Competencias Matemáticas en las estudiantes en el aula de clase en relación al objeto matemático (Función Cuadrática), pues podría promoverse la discusión sobre

la formulación o integración de propuestas curriculares que reconozcan la importancia de involucrar el trabajo con contextos en las aulas de matemáticas, a nivel de la educación secundaria.

De este modo, a través de una reflexión consciente, responsable y constante, puedan generar ambientes de aprendizajes productivos facilitando de manera oportuna en las estudiantes la capacidad de desarrollar Competencias Matemáticas a lo largo de su formación académica.

Para ello, es de suma importancia que los profesores dentro de su proceso de enseñanza tengan en cuenta el diseño de situaciones problemas a partir de las diversas situaciones que se presentan en la cotidianidad de las estudiantes. Siendo así, un puente que les brinde la oportunidad de desarrollar Competencias Matemáticas con base a su mismo entorno y vida diaria. A su vez, permitiendo la retroalimentación y construcción de conocimientos, los cuales contribuyan a la búsqueda de resolución de problemas desde una mirada crítica y reflexiva, teniendo en consideración los diferentes ámbitos tales como: personal, social y profesional.

Por último, es necesario que los implicados en el aprendizaje de las matemáticas asuman una actitud de autorreflexión, de crítica y a la vez puedan descubrir y transformar las relaciones de poder subyacentes en las prácticas matemáticas. Por consiguiente es importante dejar de conectar el conocimiento matemático como un saber instrumental fuertemente conectado con un simbolismo bien estructurado, para permitir la participación en la reconstrucción y construcción de ese conocimiento, como la autorreflexión de cómo ese conocimiento puede ayudarlos a reinterpretar su mundo de vida.

CAPITULO II



Fundamento Teórico

En este capítulo se describen los aspectos teóricos que orientan esta investigación, entre los cuales están: procesos asociados a las competencias matemáticas en general, y a la competencia matemática formular y resolver, en particular, haciendo énfasis en la formulación de problemas y la resolución de problemas, adicionalmente el modelo de competencias matemáticas propuesto por Solar y sus componentes. Los componentes asociados al modelo de competencia son referidos a partir de los planeamientos de Solar (2009), y estos son: las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad.

Al final de este capítulo se describe el objeto matemático que se utiliza como mediador para el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver. En el transcurso del capítulo se amplían cada uno de los aspectos mencionados.

Cabe resaltar que el giro hacia lo social en Educación Matemática coincidió con una preocupación democrática, humanista, de parte de los profesores e investigadores hacia finales de la década de 1980. Esta preocupación según Lerman (2000) no es para implicar que otras teorías, matemáticas, piagetianas, constructivistas radicales o filosóficas, hayan desconocido los factores sociales, sino para establecer que los cambios en las perspectivas o el desarrollo de nuevos enfoques en las comunidades académicas son el resultado de una concatenación de factores dentro de la comunidad y alrededor de ella.

Cabe señalar, que en el ámbito internacional desde la Educación Matemática se han generado discusiones que han aportado significativamente a la comprensión de las dinámicas escolares, evidenciando algunas implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde ésta perspectiva. Algunas de éstas: la concepción de las matemáticas como un elemento que es construido socialmente, la importancia del contexto Sociocultural para el aprendizaje de las matemáticas, la existencia de diferentes manifestaciones del pensamiento matemático en diversos contextos, y el aprendizaje como participación en una práctica social, entre otras.

Bajo este abordaje, son otras las relaciones que empezamos a considerar al comprender y asumir la diversidad Sociocultural en el aprendizaje de las matemáticas. Es así que dentro de la

formación integral del educando, es oportuno destacar las implicaciones que tiene el desarrollo de Competencias Matemáticas desde una postura Sociocultural.

2.1 Aproximación al Concepto de Competencias Matemáticas

Si bien es cierto, las diferentes concepciones de Competencia surgieron producto del sector económico, ésta se ha ido afianzando y reconceptualizando al sector educativo: Así una postura fuerte indica que la noción de Competencia en la educación está relacionada con la formación de sujetos críticos, reflexivos, donde el uso social del conocimiento en la solución de problemas de su contexto Sociocultural le permite participar activamente en la transformación de su comunidad.

Teniendo en cuenta este enfoque en la Educación, emerge progresivamente una transposición de dicho enfoque en el área de las matemáticas escolares. En la literatura especializada existen estudios y posturas teóricas en Educación Matemática que se centran en torno al concepto de “Competencias Matemáticas” (Godino, 2002).

Tabla 1. Definiciones de competencia matemática

Autor – año	Definición de Competencia Matemática
NCTM, 2003	Ser competente en un campo complejo como el matemático supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto. Se basa en un aprendizaje en el que se comprende lo aprendido. Las estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, y construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia y de los conocimientos previos.
Niss, 2003	Significa la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en una variedad de situaciones y contextos internos y

	externos a las Matemáticas en los cuales las Matemáticas juegan o podrían jugar un papel.
Godino, 2002	La capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego. La competencia y la comprensión en matemáticas son nociones cognitivas complementarias cuyo logro implica un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático.
OCDE, 2005	La capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.
Parlamento Europeo, 2006	Es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña -en distintos grados- la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas).
Rico y Lupiáñez,	La competencia matemática consiste en un saber en la práctica

2008	mediante herramientas matemáticas. Consiste en utilizar la actividad matemática en contextos variados como sea posible. Hace especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación. Muestra cómo las estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana. Se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones provenientes de otros campos del conocimiento y de la vida cotidiana.
OCDE, 2010	La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonar matemáticamente y el usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos (OECD, 2010, p.4) citado por Caraballo, Rico & Lupiañez (2013, p.5).

Fuente: Alvis & Puentes (2015)

Como se puede apreciar, la noción de Competencia Matemática no es unánimemente convergente, concretamente, en nuestro ámbito educativo es fuente y objeto de discusiones y estudios (Zakaryan, 2012). Sin embargo, las anteriores concepciones de Competencia Matemática dadas por cada uno de estos autores, encarna que la Competencia Matemática es compleja, polisémica y que pone en juego una serie de recursos tales como destrezas, habilidades y capacidades que van más allá de una conducta o ejecución, y que permite ponerlos en uso en un determinado contexto (personal, social, profesional, científico, etc.)

Así, un análisis de las diferentes nociones de Competencia Matemática presentadas, evidencia unos componentes comunes: el cognitivo y el uso. Al referirnos al componente cognitivo se puede establecer que “los conocimientos están en el núcleo de las Competencias” (Rico & Lupiañez, 2008, p.151). En esta misma perspectiva, Solar (2009) manifiesta que el desarrollo de Competencias Matemáticas se hace desde un contenido matemático. Por lo tanto en este componente se sitúan los contenidos disciplinares considerados como la base cognitiva para el desarrollo de las Competencias, sin desconocer que por su carácter transversal, las Competencias Matemáticas desbordan la disciplina en tanto que hace uso de otras disciplinas para asumir situaciones problemas de forma holística.

El componente de uso incluye el saber hacer y las habilidades para poner en acción los conocimientos frente a diferentes situaciones que implican un reto para el sujeto. En este aspecto se ponen en juego aspectos cognitivos y el contexto que enmarca la situación, en donde según Rico (2006) la consideración de las matemáticas como “modo de hacer” responden a un modelo funcional sobre el aprendizaje de las Matemáticas, en el cual se postulan: unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto. Estas tareas contextualizadas deben activar de alguna manera las capacidades de las estudiantes.

Sin embargo, se afirma que el conocimiento como base cognitiva de las Competencias es el fundamento para la acción, sin desconocer otros elementos como el deseo y la voluntad de hacer uso de ese conocimiento (Rico & Lupiañez, 2008).

Estos nuevos aspectos mencionados por Rico & Lupiañez (2008) se evidencian profundamente en los planteamientos de D'Amore et al., (2008). Para estos autores, la Competencia es un concepto complejo y dinámico. En el aspecto complejo se contemplan dos componentes; el exógeno que hace referencia al uso y el endógeno que consiste en el dominio. Incluye la elaboración cognitiva, interpretativa y creativa de conocimientos que relacionan diferentes contenidos. Sin embargo, el uso y el dominio no son las únicas expresiones de la Competencia, por tal razón se adhiere el aspecto dinámico que hace referencia, no solo a los conocimientos, sino a factores meta-cognitivos, afectivos y volitivos.

En consecuencia, “la Competencia Matemática se reconoce cuando un individuo ve, interpreta y se comporta en el mundo en un sentido matemático” (D'Amore et al., 2008, p. 44) y se compone de tres aspectos fundamentales para su desarrollo;

- ✓ El cognitivo: conocimiento de la disciplina.
- ✓ El afectivo: disposición, voluntad, deseo de responder a una determinada solicitud (externo o interna).
- ✓ La tendencia de acción: persistencia, continuidad, dedicación.

Es importante resaltar que uno de los aspectos que configuran la Competencia Matemática es el componente actitudinal, que según los autores se condensan en el aspecto afectivo y de tendencia de acción mediante la siguiente expresión: ¿Qué sería una Competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella?

Para estos autores, la motivación y la volición son factores de extrema importancia. El maestro puede favorecer una correcta motivación, pero a esta motivación debe corresponder la volición por parte del estudiante. La motivación es necesaria para garantizar la disposición a aceptar el papel del estudiante implicado; pero la volición es aquella que permite realmente pasar a la acción. Mucha motivación, pero sin ninguna volición, conducen a un resultado vacío. Son necesarias las dos acciones, una sola no es suficiente.

Las anteriores acepciones de competencia, dadas por cada uno de estos autores, encarna que la competencia es compleja, polisémica y moviliza una serie de recursos tales como destrezas, habilidades, capacidades, entre otros para ponerlos en uso en un determinado contexto (personal, social, profesional, científico, etc.)

Las anteriores acepciones de competencia, dadas por cada uno de estos autores, encarna que la competencia es compleja, polisémica y moviliza una serie de recursos tales como destrezas, habilidades, capacidades, entre otros para ponerlos en uso en un determinado contexto (personal, social, profesional, científico, etc.)

Cabe resaltar que cada uno de estos contextos se evidencia diferentes situaciones en las que los individuos o los grupos hacen parte de ella ya sea de forma directa u indirecta y son los protagonistas de la situación, al igual se evidencian intereses tanto de hombres y mujeres y las

diferentes condiciones materiales en las que viven, según Gutiérrez, A. B. (2012) las prácticas sociales son las diferentes combinatorias potencialmente ilimitadas entre tres condiciones objetivas de la vida social como los son mujeres, hombres y condiciones materiales. Es por ello que se establece que las prácticas sociales son diferentes acontecimientos materiales, que constituyen la realidad social.

En concordancia con lo anterior tenemos a Giddens define las prácticas sociales y su dimensión recursiva como un aspecto constitutivo de la vida social sobre la cual se generan y operan las estructuras sociales a su vez las prácticas sociales poseen una carga afectiva debido a que se encuentran inmersas en la sociedad.

2.2 Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas

A continuación se presenta este segundo apartado del capítulo dos, en el cual plasma el tema central de investigación la competencia matemática formular y resolver, cuyo fin es dar a conocer los diferentes aspectos que componen la anterior competencia. Por tanto, se establece una noción de los procesos formular problemas y resolver problemas, como procesos cognitivos en la actividad matemática que permita conceptualizarlos como una competencia, dando pie a la competencia matemática formular y resolver problemas.

2.2.1 Resolver problemas.

El proceso matemático de resolución de problemas es un proceso de gran relevancia en el campo de la matemática escolar, puesto que cumple un papel fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a partir de la década de los sesenta, el estudio sobre los procesos de pensamiento y la resolución de problemas se ha convertido en un área de gran relevancia, fundamentalmente a partir del surgimiento del enfoque de procesamiento de información. El término “resolución de problemas” se ha convertido en un eslogan, por tanto es utilizado por personas que desconocen de qué trata. Ante esta situación el eslogan “Resolución de problemas” ha tenido múltiples y a veces contradictorios significados través de los años. Hay docentes, que implementa los problemas para dar a conocer los conceptos, otros como estrategia didáctica, como ejercicios rutinarios.

Un problema es cualquier situación prevista o espontánea que produce por un lado, un cierto grado de incertidumbre y por el otro una conducta tendiente a la búsqueda de la solución” (p.170) desde el aporte de Palacios (2002), ante este panorama la posición de Pólya respecto a la Resolución de Problemas se basa en una perspectiva global y no restringida a un punto de vista matemático. Es decir, este autor plantea la Resolución de problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria, donde se necesita fundamentalmente un interés de resolver un problema.

Ante este panorama surge la necesidad de incluir la resolución de problemas dentro del aula de clase con el fin de que permita comprender o desarrollar diferentes ideas matemáticas que conllevan al estudiante a un proceso de reflexión que le permita constantemente redefinir o transforma sus ideas y formas de pensar como lo establece Santos, (2008), donde el profesor cumpla la función de ser un guía para sus estudiantes. A partir de lo anterior uno de los trabajos fundamentales en el proceso de resolución de problemas es el de Pólya (1965) el enriqueció la matemática con un importante legado en la enseñanza en el área y se enfatizaba en el proceso de descubrimiento más que desarrollar ejercicios sistematizados ante esto Pólya establece las siguientes etapas:

- ✓ **Comprender el problema:** Este primer paso trata de imaginarse el lugar, las personas, los datos, el problema. Para eso, hay que leer bien, replantear el problema con sus propias palabras, reconocer la información que proporciona, hacer gráficos, tablas. A veces se tiene que leer más de una vez y realizarse diferentes preguntas como Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?., ¿Es insuficiente?, ¿Es redundante?, ¿Es contradictoria?. Es decir, esta es la etapa para determinar la incógnita, los datos, las condiciones, y decidir si esas condiciones son suficientes, no redundantes ni contradictorias.

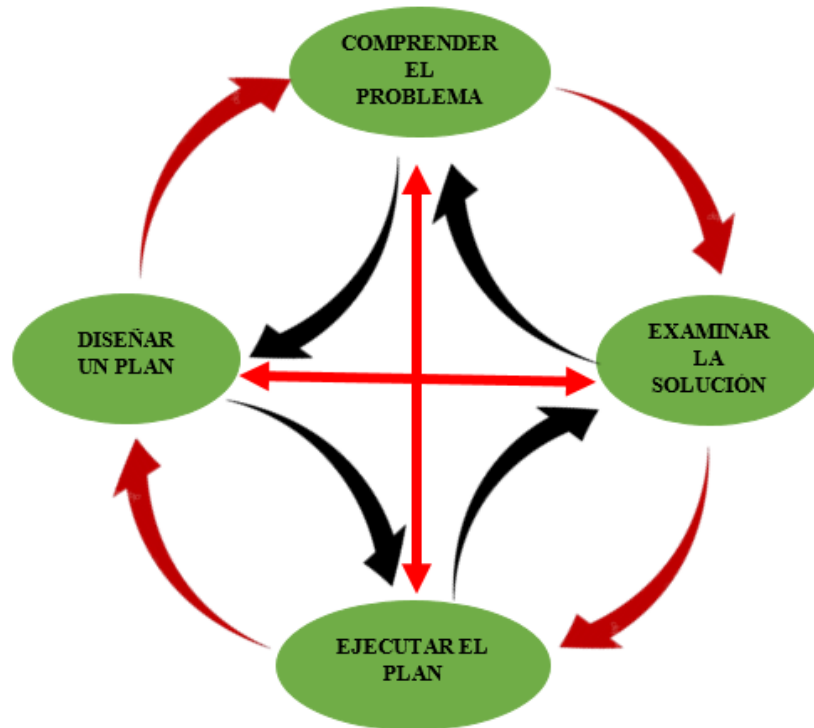
- ✓ **Diseñar un plan:** Para Pólya en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes. También debe relacionarse con resultados útiles, y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados (aquí se subraya la importancia de los problemas análogos). Algunas interrogantes útiles en esta etapa son: ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?, ¿Conoce un problema relacionado?, ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?,

¿Podría enunciar el problema en otra forma?, ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

- ✓ **Ejecutar el plan:** Requiere que el sujeto ponga en práctica el plan elaborado comprobando que cada uno de los pasos se realizó de forma correcta, es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto.
- ✓ **Examinar la solución:** También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita verificar el resultado y el razonamiento.

Ante estas etapas Borragán (2006) comenta que según Pólya, en la solución de un problema los estudiantes aplican las cuatro operaciones mentales de manera flexible; esto quiere decir; que éstos pasos no se trabajan necesariamente en una secuencia lineal como se evidencia en la siguiente ilustración

Ilustración 1. Operaciones mentales propuestas por Pólya



Fuente: Elaboración propia

Como se evidencia en la ilustración anterior Pólya (1965) establece 4 etapas entre las cuales tenemos (comprender el problema, diseñar un plan, ejecutar el plan y examinar

la solución) los cuales se encuentran íntimamente relacionados y los estudiantes pueden transitar de uno a otro sin necesidad de establecer una secuencia lineal entre ellos, Al mismo tiempo, para completar esas distintas etapas o pasos en la solución de un problema, los estudiantes necesitarían adquirir procedimientos específicos para cada etapa. Aunque los procedimientos sean distintos en cada etapa, su función dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje es relativamente similar según (Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez, & Postigo, 1994).

Ante este panorama Pozo & Postigo, (1993) quienes reconocen la función que cumplen los procedimientos o estrategias para la solución de un problema definen cinco tipos de procedimientos

1. Adquisición de la información.
2. Interpretación de la información.
3. Análisis de la información y realización de inferencias.
4. Comprensión y organización conceptual de la información.
5. Comunicación de la información.

A partir de la clasificación que realiza Pozo & Postigo, (1993) permite un análisis minucioso de los procedimientos requeridos para la solución de un problema, cabe aclarar que cada uno de los procedimientos anteriormente enmarcados poseen diferentes técnicas que permiten realizar los diferentes procedimientos, a su vez los procedimientos propuestos por Pozo & Postigo, (1993) comparten algunas similitudes con las etapas propuestas por Pólya (1965) como lo establece Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez, & Postigo, (1994) al afirmar que las etapas propuestas por Pólya no tiene una relación unívocas con los procedimientos establecidos por Pozo & Postigo, (1993).

En concordancia con lo anterior tenemos la teoría de Schoenfeld está resalta un extenso análisis de protocolo de los estudiantes que resuelven problemas colocando énfasis en la importancia de la metacognición y los componentes culturales del aprendizaje de las matemáticas (es decir, los sistemas de creencias) que en su formulación original, es por ello que establece que la solución exitosa de problemas matemáticos depende de una combinación de conocimiento de recursos, heurística,

procesos de control y creencias, todo lo cual debe aprenderse y enseñarse, es decir la teoría de Schoenfeld es una combinación entre la etapas de Pólya (1965) y los procedimientos de Pozo & Postigo (1993) y un carácter emocional, afectivo, reflexivo y sociocultural. Ante esto Schoenfeld (1985) plantea cuatro pasos para el proceso de resolución de problemas, los cuales son:

1. Analizar y comprender un problema
2. Diseñar y planificar una solución
3. Explorar e implementar soluciones
4. Verificar la solución

A su vez Schoenfeld (1992) reitera que la comprensión y la enseñanza de las matemáticas deben abordarse como un dominio de resolución de problemas y para ello establece cuatro categorías o dimensiones que explican el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de problemas como lo son:

1. **Los recursos:** Proposición y conocimiento de procedimiento de matemáticas
2. **Las heurísticas:** Estrategias y técnicas para la resolución de problemas, como trabajar al revés, o dibujar figuras.
3. **Control:** Decisiones sobre cuándo y qué recursos y estrategias usar
4. **Las creencias:** Una “visión del mundo” matemática que determina cómo alguien se acerca a un problema.

A partir de lo anterior, se establece la resolución de problemas como el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde el resolutor pone en juego todos sus conocimientos y creencias que le permiten determinar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas que le permitan determinar un camino a seguir, según Palacios (2002) en el camino se encuentran tres variables agrupadas de las cuales depende el éxito de la resolución de problemas:

- ✓ **La naturaleza del problema:** Las variables que se contemplan fundamentalmente se refieren a los aspectos formales del problema tales como la precisión o univocidad, estructura, lenguaje,

etc. del enunciado; complejidad y tipo de tarea requerida en la resolución; solución abierta o cerrada, conocida o desconocida; etc.

- ✓ **El contexto de la resolución del problema:** En este caso habría que reparar en aquellas variables intervinientes en el proceso de resolución sin tener en cuenta al propio solucionador. Así cabría hablar de la manipulación o no de objetos reales, la consulta o no de fuentes de información, la verbalización o no de la resolución, si se suministra o no el algoritmo puesto en juego, tiempo de resolución, etc.
- ✓ **El solucionador del problema.** Finalmente incluimos aquí las características del solucionador tales como conocimiento teórico, habilidades cognitivas, creatividad, actitud, ansiedad, edad, sexo, etc. Igualmente se podría hablar de solucionador individual o grupal.

2.2.2 Formular problemas.

A medida del tiempo la resolución de problemas en la Educación Matemática se ha considerado de gran importancia para el proceso de formación de las estudiantes en cuanto a poner en práctica estrategias que les brinde la oportunidad de resolver situaciones problemas poniendo en conocimiento sus saberes y percepciones acerca de la matemática. Sin embargo, algunos investigadores en Educación Matemática (Freudenthal, 1973; Ellerton, 1986; Brown y Walter, 1990, Sullivan, Clarke y Clarke, 2012), reconocen que el formular problemas es fundamental dentro de la experiencia matemática de las estudiantes y mencionan el gran valor educativo, que tienen a lo largo del tiempo, que las estudiantes de todos los niveles inventen problemas en clase.

De acuerdo a lo anterior, el proceso de formular problemas permite a las estudiantes reconocer la resolución de los mismos, ya que pueden partir de allí para su invención. Por otra parte, este procedimiento también puede surgir a partir de situaciones o experiencias propias de las estudiantes sin necesidad de haber dado una solución de manera previa. Además de lo expuesto, el llevar a cabo la creación de un problema aumenta los niveles de reflexión dando paso a una construcción de conocimiento matemático.

Lastimosamente el formular problemas dentro del aula del clase no es de gran relevancia, puesto que generalmente se práctica de manera constante el proceso de resolver situaciones problemas. Por tal motivo, este proceso debe ser asumido con la

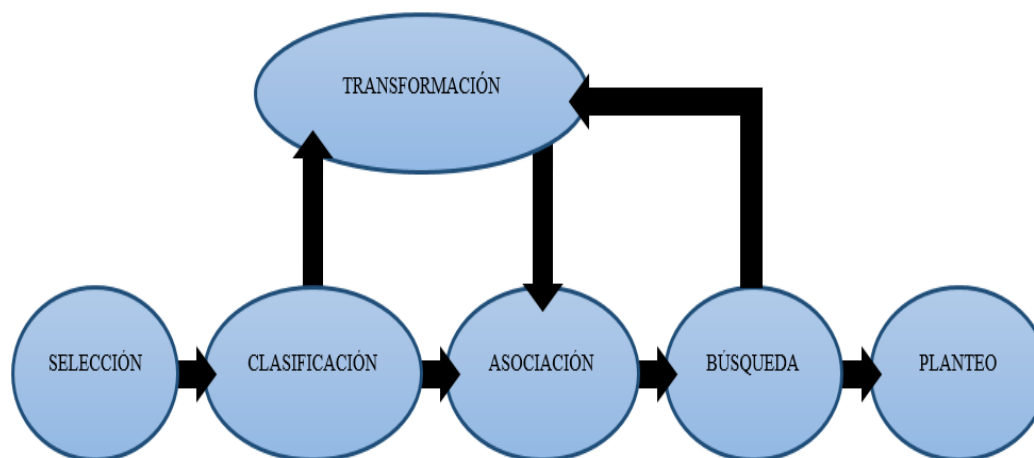
misma importancia debido a que de manera directa forma parte de la resolución de problemas. En concordancia a esto, Abu – Elwan (1999, citado por Ayllón & Gómez, 2014, p.30). Sugiere: “la necesidad de potenciar la formulación de problemas en el aula, por lo que recomienda que los profesores de matemáticas provean abundantes y variadas oportunidades a sus estudiantes, tanto para aprender a resolver problemas como a inventar problemas en una gran cantidad de situaciones”.

Ante este panorama expuesto Cruz & Álvarez (2003) en su trabajo sobre la formulación de problemas matemáticos establecen una estrategia cuya estructura no es lineal y consta de seis acciones, en las cuales encadena un subsistema de opresiones constitutivas, que le facilite al maestro y a los estudiantes la formulación de problemas, a continuación se establecen las seis acciones:

- 1. La selección del objetivo:** La ocurrencia de esta acción se encuentra condicionada por necesidades pedagógicas
- 2. La clasificación de componentes:** En esta acción se procede a desmembrar el objeto en sus partes constitutivas
- 3. Transformación del objeto:** Esta transformación puede ser total, parcial o idéntica y se deriva de la clasificación de los componentes o por medio de analogías en este caso se trata de un razonamiento sobre la pertenencia del objeto
- 4. Asociación de conceptos:** Relación con un conjunto de conceptos matemáticos
- 5. Búsqueda de dependencia:** Donde se analizan las relaciones existentes entre las propiedades que han sido asociadas.
- 6. Planteo de la pregunta:** En esta acción se sintetiza toda la información, las interrogantes inmanentes con valoradas a fin de seleccionar una variable.

Las acciones anteriores definidas se relacionan de la siguiente manera:

Ilustración 2. Relación entre las acciones del modelo de Cruz y Álvarez.



Fuente: Cruz & Álvarez (2003)

Por otra parte tenemos una diversidad de situaciones en las que el estudiante puede formular problemas, Stoyanova (1998, citado por Espinoza, Lupiañez & Segovia, 2014). Plantea tres maneras con las cuales se podrían formular problemas:

- ✓ **Situación libre:** las estudiantes no tienen restricciones para inventar problemas.
- ✓ **Situaciones semiestructuradas:** se le propone a las estudiantes plantear enunciados con base a alguna experiencia o en contextos expresados mediante ilustraciones o de forma textual.
- ✓ **Situaciones estructuradas:** son aquellas en las que se formulan los problemas dados o se cambia la condición del mismo. (p.3)

El formular problemas de acuerdo a las tres formas presentadas anteriormente, les brinda a las estudiantes la oportunidad de desarrollar y presentar ciertos aspectos positivos en relación al aumento del conocimiento matemático, la motivación, la reducción de la ansiedad, la superación de los errores matemáticos, la creatividad y a la tarea evaluadora del profesorado (Ayllón & Gómez, 2014, p.31-32). También, pone en consideración no solo eventos que se presenten dentro del aula de clase o del ámbito escolar, sino que estas pueden ser presentadas a su vez desde el contexto real en el cual están inmersos.

Por esta razón, la formulación de problemas puede ser vista desde dos escenarios: un primer escenario, el cual no tenga ninguna conexión a la resolución de problemas, es

decir que sea propuesta de una manera desvinculada. Y un segundo escenario, que sea a partir de la resolución de problemas, teniendo una relación con esta.

En este sentido, Cázares (2000, citado por Ayllón, 2012, p.70). Reconoce dos aproximaciones a la formulación de problemas:

- ✓ Problemas inventados a partir del contacto del individuo con su medio. En este caso la invención se realiza antes de cualquier procedimiento de resolución.
- ✓ Problemas que se inventan dentro del proceso de resolución de un problema.

En este sentido, Silver (1994, citado por Ayllón, 2012, p.70) señala que: “la invención de problemas puede ubicarse antes, durante o después de la resolución”. En cuanto a la primera aproximación, se refiere a que un individuo se encuentra en una situación problema de su vida real, en la cual usa su conocimiento matemático para la resolución de la misma con base a ellos.

Atendiendo a estas consideraciones, (Kochen, Badre y Brade, 1976), crearon un modelo con el que explicaban cómo son aplicables las matemáticas cuando los individuos se enfrentan a situaciones de su diario vivir y dichas situaciones requieren la formulación de un problema. Por lo tanto, el modelo propuesto consta de tres etapas:

- ✓ Situación difícil de la vida real, lo cual conlleva a la persona a generar un enunciado de problema que puede ser representado de forma escrita u oral evidenciado a través de un comportamiento.
- ✓ El sujeto convierte la situación en un problema matemático que puede ser resuelto mediante sus conocimientos.
- ✓ División del problema en subproblemas, lo cual facilita y puede llegar a ser la resolución más inmediata del mismo.

Con base a esto, se resalta nuevamente que la formulación de problemas se puede generar a partir de diversos contextos, ya sean del mundo real o desde el ambiente escolar mediante los cuales el estudiante puede reinterpretar situaciones problemas empleando su conocimiento matemático. Además, realiza un análisis crítico tanto de la invención del problema como de la resolución.

2.2.3 Competencia matemática formular y resolver problemas desde PISA.

Desde la década de los 60 se aprecia una preocupación creciente por incorporar la Resolución de Problemas en el currículo de las Matemáticas escolares y un esfuerzo por sustentar las innovaciones curriculares provenientes de los trabajos de investigación educativa. En atención a ello, se considera que la Formulación y Resolución de Problemas en el aula de matemáticas ha sido uno de los tópicos que ha destacado en la Educación Matemática.

Este interés a su vez, se vincula cada vez más con la noción de Competencia. En efecto, puede mencionarse que la Formulación y Resolución de Problemas ha sido abordada a través de proyectos internacionales sobre propuestas curriculares y evaluación en el aprendizaje de las Matemáticas.

Por ejemplo PISA en sus diferentes marcos teóricos ha establecido conceptualmente ésta Competencia. Así en PISA (2012) se señala que la Competencia en Resolución de Problemas se entiende como la capacidad de un individuo para participar en el procesamiento cognitivo para comprender y resolver situaciones problemáticas en las que un método de solución no es inmediatamente obvio. Incluye la voluntad de comprometerse con este tipo de situaciones con el fin de desarrollar su potencial como ciudadano constructivo y reflexivo.

Una aspecto fundamental que comporta esta noción es la aptitud para formular y resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos, en donde las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, forman parte activa de la misma. En otras palabras, se centra en las habilidades cognitivas necesarias para resolver problemas desconocidos que son encontrados en la vida y que se encuentran fuera de los dominios curriculares tradicionales.

También se especifica en PISA (2014) como la capacidad que implica un conjunto de procesos de control fundamentales que guían a la persona para que

reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente. Se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia cuyo fin es utilizar las Matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación. Esta capacidad puede ser requerida en cualquier etapa del proceso de resolución de problemas.

2.3 Modelo de Competencia Matemática

Solar (2009), plantea un modelo de competencias matemáticas, el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes a saber: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la competencia matemática.

2.3.1 Procesos matemáticos.

Uno de los componentes del modelo de competencias matemáticas desarrollado por Solar (2009), se sustenta en los procesos matemáticos que están presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos. Por tanto, los procesos matemáticos son un aspecto fundamental dentro del desarrollo de competencia en la educación matemática.

Así, “cada competencia matemática se compone de procesos matemáticos” (Solar, 2009, p. 56). Estos procesos son consustanciales con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y han estado siempre en los currículos de matemáticas.

Dichos procesos tienen dos características que los diferencian de los contenidos matemáticos (Solar, 2009):

- ✓ Son transversales a los objetos matemáticos: procesos tales como la modelización y la argumentación matemática se desarrollan en diferentes áreas de la matemática, tales como geometría, álgebra, estadística, etcétera.
- ✓ Se desarrollan a largo plazo en el currículo escolar de manera cíclica en cada nivel educativo.

2.3.2 Tareas matemáticas.

Del mismo modo, Solar (2009) precisa otro componente del modelo de competencias matemáticas: las tareas. De este modo, asume por tarea matemática las nociones matemáticas que se tratan en una actividad. Es decir las tareas matemáticas son los propósitos matemáticos que se encuentran en una situación a resolver, problema, o actividad matemática. Una colección de tareas matemáticas puede caracterizar un tópico matemático, o visto inversamente, un tópico matemático se puede caracterizar como un conjunto de tareas matemáticas. es decir “las tareas tienen tanto un carácter específico relativo a un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto” (Solar, 2009, p. 15).

Las tareas matemáticas permiten ser articuladas con los procesos matemáticos para el desarrollo de una competencia matemática específica en el aula. Esto se materializa, por ejemplo, en la planificación de una clase donde las expectativas de aprendizaje a corto plazo están en términos de tareas matemáticas y las expectativas de aprendizaje a largo plazo, en términos de procesos matemáticos de una competencia.

Dentro de este modelo, se plantea que los contenidos matemáticos se estructuran en términos de tareas matemáticas. En este sentido una actividad matemática se puede definir como un conjunto de tareas matemáticas con una finalidad común. Las tareas cambian y progresan, su alcance es a corto plazo y se van haciendo más complejas a lo largo del período escolar.

Desde esta perspectiva, la actividad matemática de aprendizaje se articula a las tareas que el profesor diseña y propone a las estudiantes. De tal forma que la actividad matemática de aprendizaje se adscribe al estudiante, es decir, el estudiante desarrolla actividad matemática resolviendo tareas que el profesor diseña y propone (Solar, 2009).

2.3.3 Niveles de complejidad.

Por último, al intentar engranar el modelo de manera sistémica, fue necesario un tercer componente que permitiera caracterizar el avance en el desarrollo de las competencias, articuladas a su vez con los contenidos. A medida que transcurre y avanza

la actividad matemática escolar, el desarrollo de las competencias matemáticas debería progresar en las estudiantes y, al estudiar dicho avance, se consideró como premisa que: por medio del tipo de actividades matemáticas que se plantean a un sujeto se puede caracterizar el desarrollo de una determinada competencia.

El avance de las competencias matemáticas se determinó en términos del Nivel de Complejidad Cognitiva de la actividad, término que se adaptó de los grupos de competencia de pisa (OECD, 2006) basados en los trabajos desarrollados por De Lange.

Según Rojas y Solar, (2011, citado en Solar, García, Rojas & Coronado (2014) en Pisa se define cada nivel de complejidad (reproducción, conexión, reflexión) sin que se presenten criterios comunes que permitan identificar de qué elementos depende la complejidad. En cambio, en el mcm los niveles de complejidad de una actividad sí se determinan con elementos comunes, ya que dichos niveles están en función de las tareas matemáticas y sus condiciones de realización (variables didácticas), y de los procesos específicos que conforman una competencia matemática.

2.3.4 Interpretación del modelo (Relación entre los componentes del modelo).

Los tres componentes del modelo de competencias propuesto por Solar (2009) anteriormente mencionado se relacionan estructuralmente. Esta propuesta al relacionar tareas matemáticas y procesos matemáticos puede establecer el nivel de complejidad de la actividad matemática puesta en juego. Dicha propuesta se articula de modo que las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas, requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que “es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo” (p.187), por tanto dentro de

este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de las estudiantes.

Podemos decir, que los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar las estudiantes.

2.4 Pensamiento crítico y reflexivo

Hoy en día nuestra sociedad se encuentra inmersa en diferentes situaciones que han generado cambios drásticos en diferentes aspectos, lo que ha llevado a que la sociedad este mas abierta a diferentes alternativas, estar más atenta a los hechos que se le presenten, tener un punto de vista ante diversas situaciones, es decir a desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo que atienda cada una de las situaciones que se le presenten en su cotidianidad.

Para comprender este concepto se ve la necesidad de remontarse a sus orígenes etimológicos. Principalmente de la palabra “crítico” que proviene de la raíz latina *criticus* que juzga de la raíz griega *Kritikos*, que significa decisión, disputa, distinción, elección, juicio, resolución, separación, sentencia y disenso, cabe aclarar que disenso es sentir de manera diferente e implica una decisión respecto a otra posición esencialmente distinta; por lo tanto, todo auténtico disenso o crítica desemboca irremediablemente en una disputa entre argumentos.

Ante este panorama entonces el “pensamiento crítico” lo asociamos a un buen juicio casi lo opuesto a pensamiento ilógico e irracional, es decir el pensamiento crítico es un pensamiento que tiene propósito (probar un punto, interpretar lo que algo significa, resolver un problema), pero el pensamiento crítico también puede ser una tarea colaborativa (Facione, 2007). De forma consecutiva tenemos a Ennis (1985) el cual establece que el pensamiento crítico se concibe como el pensamiento racional y reflexivo interesado en decidir qué hacer o creer. Relacionado a lo anterior tenemos a González & Galindo (2010) quienes establecen que el pensamiento crítico propone examinar la estructura de los razonamientos sobre cuestiones de la vida diaria como lo

ratifica Perkins (1995) quien establece que el pensamiento crítico es un mecanismo para “pensar mejor” que permite recolectar, interpretar, evaluar y seleccionar información con el propósito de tomar decisiones.

Con relación a lo anterior podemos concebir el pensamiento crítico como un conjunto de habilidades que posee un ser humano, las cuales se pueden clasificar como habilidades cognitivas y disposiciones (Facione, 2007). De las habilidades cognitivas tenemos la interpretación, el análisis, la evaluación, la inferencia, la explicación y el auto regulación (Facione, 2007), a continuación se resaltarán las definiciones dadas a cada una de las habilidades cognitivas anteriormente resaltadas por diferentes expertos:

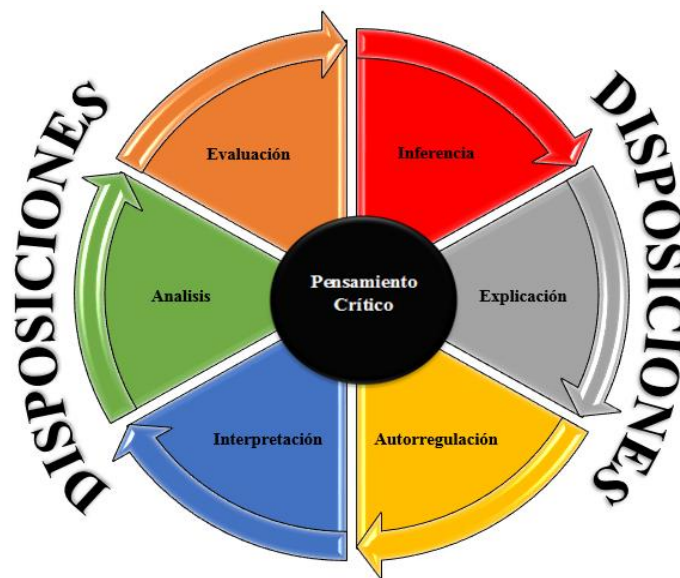
- ✓ **La Interpretación:** Es comprender y expresar el significado o la relevancia de una amplia variedad de experiencias, situaciones, datos, eventos, juicios, convenciones, creencias, reglas, procedimientos o criterios. La interpretación incluye las sub habilidades de categorización, decodificación del significado, y aclaración del sentido.
- ✓ **El Análisis:** Consiste en identificar las relaciones de inferencia reales y supuestas entre enunciados, preguntas, conceptos, descripciones u otras formas de representación que tienen el propósito de expresar creencia, juicio, experiencias, razones, información u opiniones”. Los expertos incluyen examinar las ideas, detectar y analizar argumentos como sub habilidades del análisis.
- ✓ **La Evaluación:** Es la valoración de la credibilidad de los enunciados o de otras representaciones que recuentan o describen la percepción, experiencia, situación, juicio, creencia u opinión de una persona; y la valoración de la fortaleza lógica de las relaciones de inferencia, reales o supuestas, entre enunciados, descripciones, preguntas u otras formas de representación.
- ✓ **La Inferencia:** Es identificar y asegurar los elementos necesarios para sacar conclusiones razonables; formular conjeturas e hipótesis; considerar la información pertinente y sacar las consecuencias que se desprendan de los datos, enunciados, principios, evidencia, juicios, creencias, opiniones, conceptos, descripciones, preguntas u otras formas de representación.
- ✓ **La Explicación:** Es la capacidad de presentar los resultados del razonamiento propio de manera reflexiva y coherente. Esto significa poder presentar a alguien una visión del panorama completo: tanto para enunciar y justificar ese razonamiento en términos de las consideraciones de evidencia, conceptuales, metodológicas, de criterio y contextuales en las

que se basaron los resultados obtenidos; como para presentar el razonamiento en forma de argumentos muy sólidos.

- ✓ **La Auto Regulación:** Monitoreo auto consciente de las actividades cognitivas propias, de los elementos utilizados en esas actividades, y de los resultados obtenidos, aplicando particularmente habilidades de análisis y de evaluación a los juicios inferenciales propios, con la idea de cuestionar, confirmar, validar, o corregir el razonamiento o los resultados propios.

Con el fin de complementar lo anterior tenemos el aporte de Paul, Binker, Martin, Vetrano & Kreklau (1995) y Díaz (2001) quienes establecen que el pensamiento crítico no puede establecerse como una sumatoria de habilidades puntuales aisladas de un contexto y contenido determinado y es aquí donde encaja la disposición del individuo de la que habla (Facione, 2007), las disposiciones ó predisposiciones personales o de un propio interés permiten que el sujeto articule las diferentes habilidades cognitivas (Facione, 2007). Algunos expertos utilizan la frase metafórica espíritu crítico para referirse a las personas que tiene la disposición hacia el pensamiento crítico resaltando que espíritu crítico se establece como la curiosidad para explorar agudeza mental, dedicación apasionada a la razón, y deseos o ansias de información confiable. Las habilidades cognitivas se encuentran relacionadas de la siguiente manera:

Ilustración 3. Definición de Pensamiento critico



Fuente: Elaboración propia

En relación a lo anteriormente resaltado en este apartado, es importante destacar que el pensamiento crítico, es un concepto que no escapa de las controversias o confusiones propias de cualquier campo de conocimiento López (2012), ante esta realidad los diferentes teóricos han determinado que el pensamiento crítico se:

“Concibe como el pensamiento racional y reflexivo interesado en decidir qué hacer o creer. Es decir, por un lado, constituye un proceso cognitivo complejo de pensamiento que reconoce el predominio de la razón sobre las otras dimensiones del pensamiento. Su finalidad es reconocer aquello que es justo y aquello que es verdadero, es decir, el pensamiento de un ser humano racional” (López, 2012, pag. 43).

A partir de lo anterior se puede afirmar que el pensamiento crítico es una actividad reflexiva, ya que permite analizar y determinar los diferentes fundamentos de los resultados con el fin de establecer una opinión que permita la ejecución de futuras acciones. Por otra parte para el desarrollo de este pensamiento en las estudiantes se requiere que el docente tenga un conocimiento amplio y profundo sobre este tipo de pensamiento de tal manera que gestione diferentes actividades que lleven a las estudiantes a cuestionarse sobre sus procesos y decisiones de una manera coherente y racional. Según Rendón (2016):

Una educación que considere el pensamiento crítico reflexivo, le exige al maestro ser un conocedor de este tipo de pensamiento y de sus componentes con el fin de requerir de los estudiantes la utilización de estas destrezas en cada clase e identificar comportamientos esperados, definir metas formativas, desarrollar formas de evaluación, identificar los “mejores” métodos de instrucción correspondientes a cada aspecto del pensamiento crítico y vincular este tipo de pensamiento a otros procesos como el desempeño socioemocional y la convivencia.

2.5 Situaciones Problemas

“Una situación problema es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En el campo de las matemáticas, una situación problema se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático” (Mesa 1998, P.8).

Desde esta perspectiva se trata de proporcionar la construcción de una matemática contextualizada en la cual se realiza la exploración, la sistematización, la acción, la

confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación y la heteroevaluación. Para ello es necesario proporcionar experiencias diversificadas basadas en tareas matemáticas ricas, que implica una mirada diferente en la dinámica e interacción entre estudiantes, conocimientos matemáticos y profesor.

Por ello se ha considerado además de la anterior definición, la forma como se procesa o se plantea una situación problema que motive y desencadene razonamientos de orden matemático, que incorpore el planteamiento de tareas matemáticas que contribuya al desarrollo de las competencia matemática.

Jaramillo, Mejía y Mesa (S.F), en el documento *las situaciones problemáticas, implementadas como una estrategia importante, en la enseñanza de las matemáticas*, consideran cinco criterios para el diseño de una situación problema:

Primer criterio: La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde una concepción constructivista del conocimiento, ocurre porque el sujeto posee una competencia cognoscitiva que le permite asimilar los problemas y situaciones problemáticas que se le presenten.

Segundo criterio: Los constructos científicos exigen, para ser interiorizados significativamente, de las capacidades de generalización y abstracción, a su vez vinculadas con la capacidad de reconocer semejanzas "olvidando" diferencias, y de reconocer diferencias en presencia de semejanzas.

Tercer criterio: Las interacciones entre el estudiante, el objeto a conocer y el docente deben ser fuertemente participativas. El estudiante, deseando conocer por él mismo, anticipando respuestas, aplicando esquemas de solución, verificando procesos, confrontando resultados, buscando alternativas, planteando otros interrogantes. El docente, integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para las estudiantes; respetando estados cognoscitivos, lingüísticos y culturales; acompañando oportunamente las respuestas y las inquietudes y; sobre todo, planteando nuevas preguntas que le permitan al estudiante descubrir contradicciones en sus respuestas equivocadas, o "abrirse" a otros interrogantes. En cuanto al objeto de conocimiento, este no debe asumirse como un producto terminado, siempre debería ofrecer posibilidades de profundización y ampliación. En diferentes momentos del aprendizaje, el objeto poseerá diferentes significados, de acuerdo a los logros de las estudiantes para comprenderlo en variados sistemas teóricos, los que a su vez permitirán reconocerlo en distintos sistemas de aplicación.

Cuarto criterio: Los contenidos temáticos deben organizarse coherentemente alrededor de objetos de conocimiento que potencialicen y faciliten variabilidad y riqueza de preguntas y problemas.

Quinto criterio: La situación problema debe fomentar la movilización de habilidades básicas, tanto del pensamiento científico como matemático. En cuanto al primero, son generalmente reconocidas las habilidades para observar e interrogar los fenómenos, además de sistematizarlos, estructurarlos y explicarlos. En cuanto al segundo, la comprensión significativa de los conceptos, la ejercitación de algoritmos y la resolución de problemas parecen dar cuenta de lo esencial en cuanto a la habilidad matemática.

Por otra parte Mesa (1998) establece que para el diseño de situaciones problemas, el docente requiere tener en cuenta los 7 componentes que le dan cuerpo al proceso de diseño, los componentes son:

1. Definición de una red conceptual.
2. El motivo.
3. Varios estados de complejidad.
4. Proponer una estrategia.
5. Ejercitación.
6. Ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados.
7. Implementar una estrategia de evaluación de las competencias.

Los componentes propuestos por Mesa (1998) permite que las situaciones problemas adquieran una estructura conceptualizada que permita la aplicación de la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos en diferentes problemas.

2.6 Análisis Didáctico de la Función Lineal:

El Análisis Didáctico se refiere a la conceptualización de las actividades que el profesor de matemáticas debería realizar para diseñar, llevar a la práctica y evaluar la especificidad de un concepto matemático concreto, ante esta concepción el análisis didáctico tiene sentido como procedimiento para la planificación local de concepto definido, siendo este una herramienta que apoya la reflexión articulando y relacionando lo pedagógico y lo educativo. Desde esta perspectiva el Análisis Didáctico se encuentra conformado por cuatro análisis (Gómez, 2002):

- ✓ El análisis de contenido, como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto.
- ✓ El análisis cognitivo, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre el concepto cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje.
- ✓ El análisis de instrucción, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción.
- ✓ El análisis de actuación, en el que el profesor diseña los instrumentos para determinar y establecer las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que manifiestan por la implementación de la unidad didáctica.

El análisis didáctico es un procedimiento cíclico, que incluye estos cuatro análisis; atiende las condicionantes del contexto, e identifica las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza. Me basare en el modelo del análisis didáctico, diseñare situaciones problemas con base a la función lineal, atendiendo al primer análisis, el análisis de contenido, el cual permite identificar y organizar la multiplicidad de significados de la función lineal, diseñar situaciones problemas compuestas de actividades que permita a los escolares progresar en la construcción de su conocimiento sobre la función lineal.

2.6.1 Análisis de contenido.

El contenido matemático es el eje del análisis didáctico y el análisis de contenido es una herramienta técnica que le permite al profesor establecer y estudiar la diversidad de significados de los conceptos, busca identificar y describir estructuralmente los diversos significados matemáticos de la estructura matemática, ante esto el análisis de contenido debe ser el punto de inicio y de referencia en el proceso cíclico del análisis didáctico. El análisis de contenido se hace desde la perspectiva de las matemáticas escolares y se tiene en cuenta tres tipos de significados la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. En el presente análisis, consideramos aspectos relacionados a la noción de función y función lineal, estructura conceptual de la

función lineal, sus sistemas de representación, la modelación matemática y la fenomenología.

2.6.1.1 Estructura conceptual de la función lineal.

La estructura conceptual de la función lineal basa sus orígenes en el concepto de función, el cual ha sido considerado como una de las raíces principales de la matemática, desde él se puede construir gran parte del saber matemático, es por ello que la conceptualización del concepto no es fácil ni sencillo para las estudiantes trabajarlo, comprenderlo e interpretarlo. Según Higuera (1998) hace referencia al concepto de función, como un objeto muy elaborado como consecuencia de numerosas generalizaciones realizadas a través de una evolución de más de 2000 años, otro aporte importante y desde una perspectiva histórica y epistemológica se ha establecido una noción de función como un tipo particular de correspondencia, según Bencomo, Godino, & Wilhelmi (2005) toda función es una correspondencia; de la misma forma que todo cuadrado es un rectángulo o que toda sucesión es una función. En este sentido, el concepto de función hace hincapié en reconocer diversas situaciones de correspondencia en su estructura que permiten conceptualizar dicho término y generar relación directa con la función lineal.

La función lineal o de proporcionalidad ha sido tomada como un ejemplo básico que conlleva a muchos estudiantes a tener el primer contacto con el concepto de función en los cursos de matemática, permitiendo modelar situaciones fenómenos como las compras, el cambio de moneda, entre otras.

García, Serrano & Espitia (1997b) citado por Coronado & Montealegre (2007) expresan: "... en teoría de funciones, una función f lineal se define cuando a todo x se le hace corresponder el mismo x multiplicado por el coeficiente m . La expresión analítica está dada por $f(x)=mx$, para algún número real m " (p, 32).

De lo anterior, se deduce que la función lineal es una función polinómica de primer grado, con variable real debido a que m es un coeficiente que pertenece al conjunto de los reales (R). Donde su representación en el plano cartesiano es

una línea recta que pasa por el origen y su grado de inclinación depende de la pendiente.

A continuación se consideran el campo procedimental y conceptual de la función lineal que abarcan la estructura conceptual, debido a que estos contribuyen a una forma integral de tratar la interpretación de los conceptos, elementos, aspectos y procedimientos, que componen un concepto en específico, según (Vidal, 2004), de tal manera que identifiquemos las relaciones existentes entre ellos.

Cabe resaltar que el proceso conceptual demarca toda relación directa con el concepto o su formación y el proceso procedimental confina todo hecho, acontecimiento perteneciente o relativo al procedimiento del concepto en estudio.

Campo Conceptual:

En éste campo, identificaremos los elementos básicos del conocimiento matemático relacionados con el objeto de estudio la función lineal, que nos permite conocer a profundidad el tema. En el campo conceptual se identifica tres niveles de complejidad, el primer nivel de complejidad son los hechos (unidades de información), el segundo nivel de complejidad son los conceptos (conjunto de unidades de información) y el último nivel de complejidad son las estructuras (sistemas interconectados de conceptos junto con sus relaciones) según (Bustos, J., Naranjo, Y., Pisco, R., Torres & Romero, 2016)

- ✓ Los hechos hacen referencia a los términos, notaciones, convenios y resultados.
- ✓ Los conceptos son: Ecuación lineal, función, variable dependiente, variable independiente, elementos, imagen, dominio de la función, condominio de la función, recorrido (o rango) de la función, pendiente, línea recta, proporcionalidad, conjunto, magnitudes directa e indirectamente proporcionales, relaciones, ecuación, plano

cartesiano, tabla de valores, componente, creciente, decreciente, punto, constante, valor real, puntos de corte y proporcionalidad o pendiente.

- ✓ En las estructuras tenemos los sistemas lineales, sistema equivalente y el sistema homogéneo.

Campo Procedimental:

En el campo procedimental, se incluyen los procesos y modos de actuación o ejecución de las tareas matemáticas, en este campo también encontramos tres niveles destrezas, razonamiento y estrategias.

- ✓ Respecto a las destrezas se refiere a saber identificar información, ubicación de puntos en el plano cartesiano, unión de puntos en el plano cartesiano, calcular la imagen de un valor real (operaciones básicas), bosquejo de gráficas, relación entre valor real e imagen, identificar información de un registro de representación a otro, identificación de sistemas equivalentes, clasificación de los sistemas.
- ✓ En el razonamiento consideraremos tres tipos de razonamiento, el deductivo (identifica las etapas de la función lineal), el inductivo (reconoce la función como el comportamiento de un cuerpo) y el argumentativo (Relaciona la estructura de la función con el comportamiento de un cuerpo en particular).
- ✓ Algunas estrategias podrían ser la implementación de tareas contextualizadas que les permita a las estudiantes realizar una aproximación experimental al concepto y la representación (gráfica y tabular) de la función lineal que les permita interiorizar el concepto y la función del tema.

2.6.1.2 Sistema de representación.

Los sistemas de representación son los medios que permiten expresar gráficamente las ideas, desde el interés de la educación matemática hemos de considerar los conceptos matemáticos conectados con la actividad mental de las personas (Martínez, Romero, & Albaladejo, 1997, Vidal, 2004). Cabe resaltar que cada concepto matemático posee sus propios significados, usos y representaciones, de lo anterior se establece que los sistemas de representación se utilizan para representar diferentes facetas del contenido matemático que facilita la enseñanza de la matemática. Los sistemas componen un lenguaje indispensable que armoniza el proceso aritmético con el proceso geométrico. Por otra parte Gómez (2002) y Planchart (2002) tomaron a Larson & Hostetler (2001) y manifestaron que las funciones comúnmente están representadas de cuatro formas (verbal, numérica, gráfico y algebraico) y Sánchez, Martínez & Coronado (2013) identifican para la función lineal las mismas representaciones de (Larson & Hostetler, 2001) más la representación sagital.

1. Representación algebraica:

La representación algebraica de la función lineal se encuentra demarcada por una expresión matemática (es una función polinómica de primer grado).

La función lineal se encuentra denotada por la expresión matemática $f(x) = mx$; donde m es constante real y x es una variable independiente. La constante m es la pendiente de la recta y $f(x)$ que también se denota con y es la variable dependiente.

2. Representación verbal:

La representación verbal de la función lineal se encuentra asociada al sistema de representación verbal el cual permite una concepción de función lineal dinámica tan rigurosa y tan abstracta como la definición algebraica, pero sin el formalismo de ésta, más vinculada a fenómenos reales, y más próxima al desarrollo

cognitivo del alumno. El sistema de representación verbal está determinado por el uso del lenguaje cotidiano incluyendo, en ocasiones, terminología específica del lenguaje matemático académico (Cañadas, 2007).

3. Representación numérica o tabular:

En la representación numérica se implementa una tabla de valores o lista de valores, a los cuales se les asigna un único representante numérico por medio de una expresión lineal asociada. Es decir, dándole valores a la variable independiente se obtienen los valores salientes. Para la función lineal, la representación tabular queda de la siguiente manera:

Tabla 2. Representación tabular de la función lineal

x	y
⋮	⋮
-1	y_{-1}
⋮	⋮
⋮	⋮
0	y_0
⋮	⋮
⋮	⋮
1	y_1
⋮	⋮
⋮	⋮
2	y_2
⋮	⋮
⋮	⋮
r	y_r

Fuente: Elaboración propia.

Por último la representación numérica juega un papel fundamental en la relación entre la representación gráfica, la representación algebraica y la representación verbal, esta permite realizar una traducción de enunciado algebraico entre los sistemas

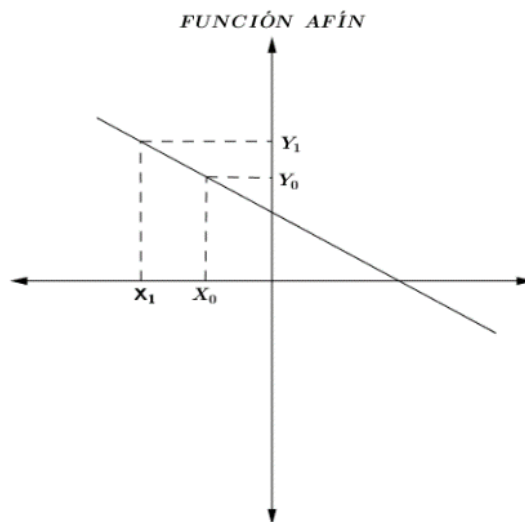
de representación verbal y simbólico por medios de la tabulación que armoniza el fluido entre las representaciones en cuestión.

4. Representación gráfica:

La representación gráfica en un plano cartesiano se establece de la siguiente manera los valores de entrada son representados en el eje de las abscisas (eje horizontal) y los valores de salida en el eje de las ordenadas (eje vertical).

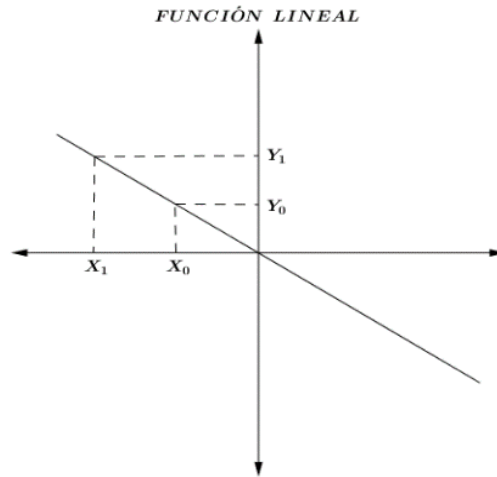
En el caso de la función lineal se encuentra representado por una línea recta (sucesión de infinitos puntos “no tiene principio ni fin, es decir no tiene límites” donde los puntos están alineados en una misma dirección) que pasa por el origen, ya que la ordenada y correspondiente a $x = 0$ de cualquier función lineal es 0, resultando el punto de coordenadas $(0, 0)$, es decir, el origen. En situaciones particulares cuando x toma valores distintos a cero tenemos la función afín, representada por la ecuación polinómica $mx+b=0$ $y=mx$ con $b \neq 0$.

Ilustración 4. Representación Gráfica de la Función Afín



Fuente: Elaboración propia.

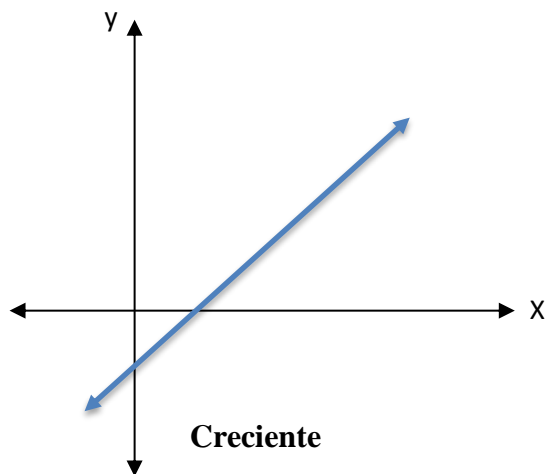
Ilustración 5. Representación Gráfica de la Función Lineal



Fuente: Elaboración propia.

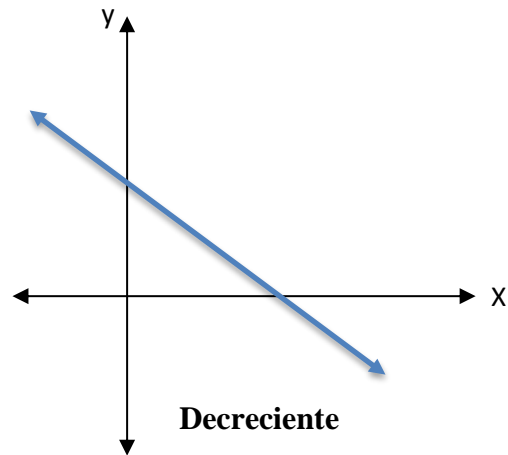
Dentro de esta representación, encontramos otra característica, como lo es la pendiente (m) la cual determina la inclinación de la recta, si m es mayor que cero ($m > 0$) entonces la recta es creciente, la recta es decreciente si la pendiente m es menor que cero ($m < 0$) y si $m = 0$ entonces es la función constantes. Las siguientes gráficas representan dichas situaciones.

Ilustración 6: Representación Gráfica de la Función Afín, con $m > 0$



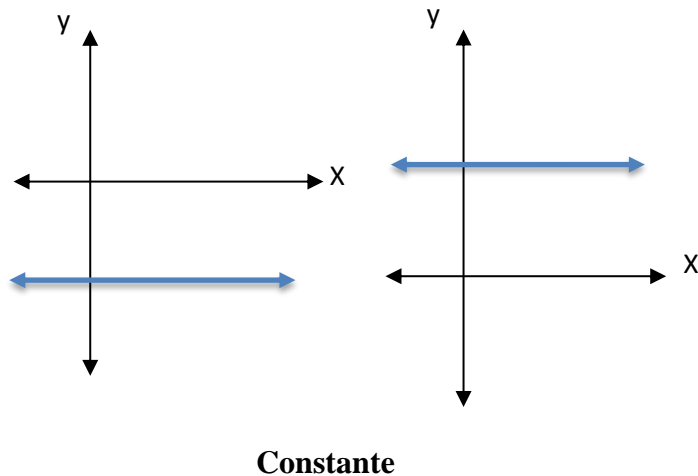
Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 7: Representación Gráfica de la Función Afín, con $m < 0$



Fuente: Elaboración propia.

Ilustración 8: Representación Gráfica de la Función Lineal, con $m=0$

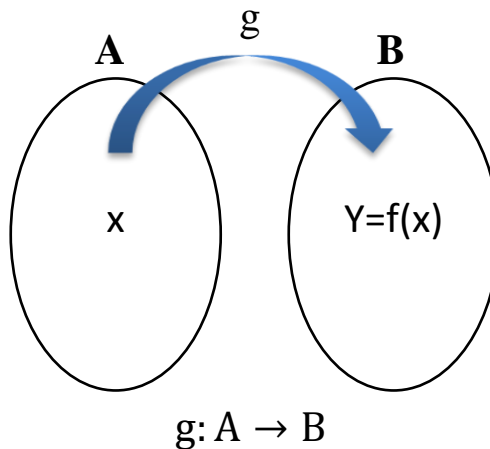


Fuente: Elaboración propia.

5. Representación sagital:

Éste tipo de representación expresa la correspondencia uno a uno entre las variables y hace uso de los diagramas de Venn

Ilustración 9: Representación Sagital de la Función Lineal.



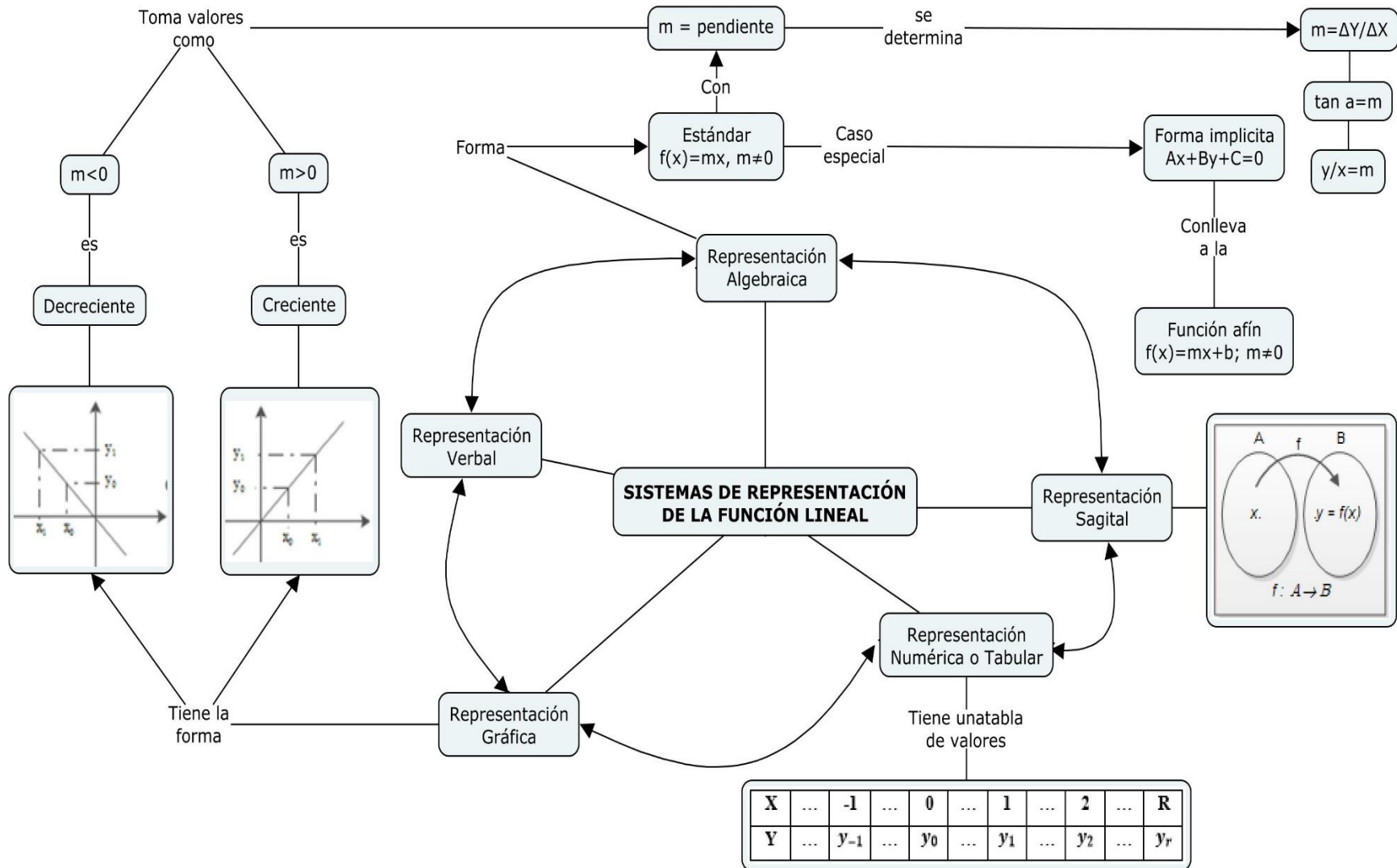
Fuente: Elaboración propia

Una de las características principales de la función lineal que nos permite reconocerla es la forma que toma al ser graficada en un plano cartesiano, esta facilita el análisis y la observación de atributos de la función lineal como lo es la pendiente, esta se puede determinar a partir de $m = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \tan a = \frac{y}{x}$. Como es una función lineal tenemos que $y=mx$ se obtiene que las coordenadas de las parejas ordenadas (x, y) de la función lineal son x y mx es decir (x, mx) , ahora si ubicamos cada una de estas coordenadas en el plano cartesiano obtenemos una línea recta que pasa por el punto de coordenadas $(0, 0)$. Por otra parte las coordenadas (x, mx) nos generan dos conjunto, el conjunto X donde encontramos los números reales y el conjunto Y , en el cual se ubican los números que se encuentra en correspondencia con la formula $Y=mx$ y el conjunto X ; si utilizamos una tabla de dos columnas o filar que nos permitan ordenar la información para presentar la correspondencia obtenemos la representación tabular de la función lineal, donde la primer columna o fila corresponde al conjunto de salida en este caso el conjunto x y la segunda corresponde al conjunto de llegada (conjunto y) los números que satisfacen la formula mx .

A partir de los conjunto X y Y podemos establecer una representación sagital, donde el conjunto X es el conjunto de salida o también llamado el dominio y el conjunto Y es el condominio llamado también conjunto de llegada, cada elemento del conjunto de salida se vincula mediante una flecha con un elemento del conjunto de llegada. De esta manera se establece la función entre los dos conjuntos mediante la correspondencia establecida. Cabe resaltar que en la representación sagital y tabular si los conjuntos a trabajar son infinitos, se seleccionar algunos elementos debido a la imposibilidad de trabajar con todos los elementos de los conjuntos.

Por último la representación algebraica, la representación tabular, la representación gráfica y la representación sagital se pueden expresar por medio de la representación verbal para ello se hace uso de un lenguaje cotidiano que permita resaltar la correlación existente entre los conjuntos.

Ilustración 10: Sistemas de Representación de la Función Lineal



Fuente: Elaboración propia

2.6.1.2.1 Fenomenología.

La fenomenología de un objeto matemático, se enfoca en describir el noumenon (eventos que pueden ser conocidos sin la necesidad de usar los sentidos) en su relación con los phainomena (lo que se muestra, lo que aparece), explicando de qué forma actúa sobre los fenómenos como medio de organización y de qué poder nos dota sobre esos fenómenos, con el fin de dar solución a los problemas que estén relacionados a los fenómenos tanto del mundo real como de las matemáticas, empleando los elementos y propiedades de dicho objeto matemático.

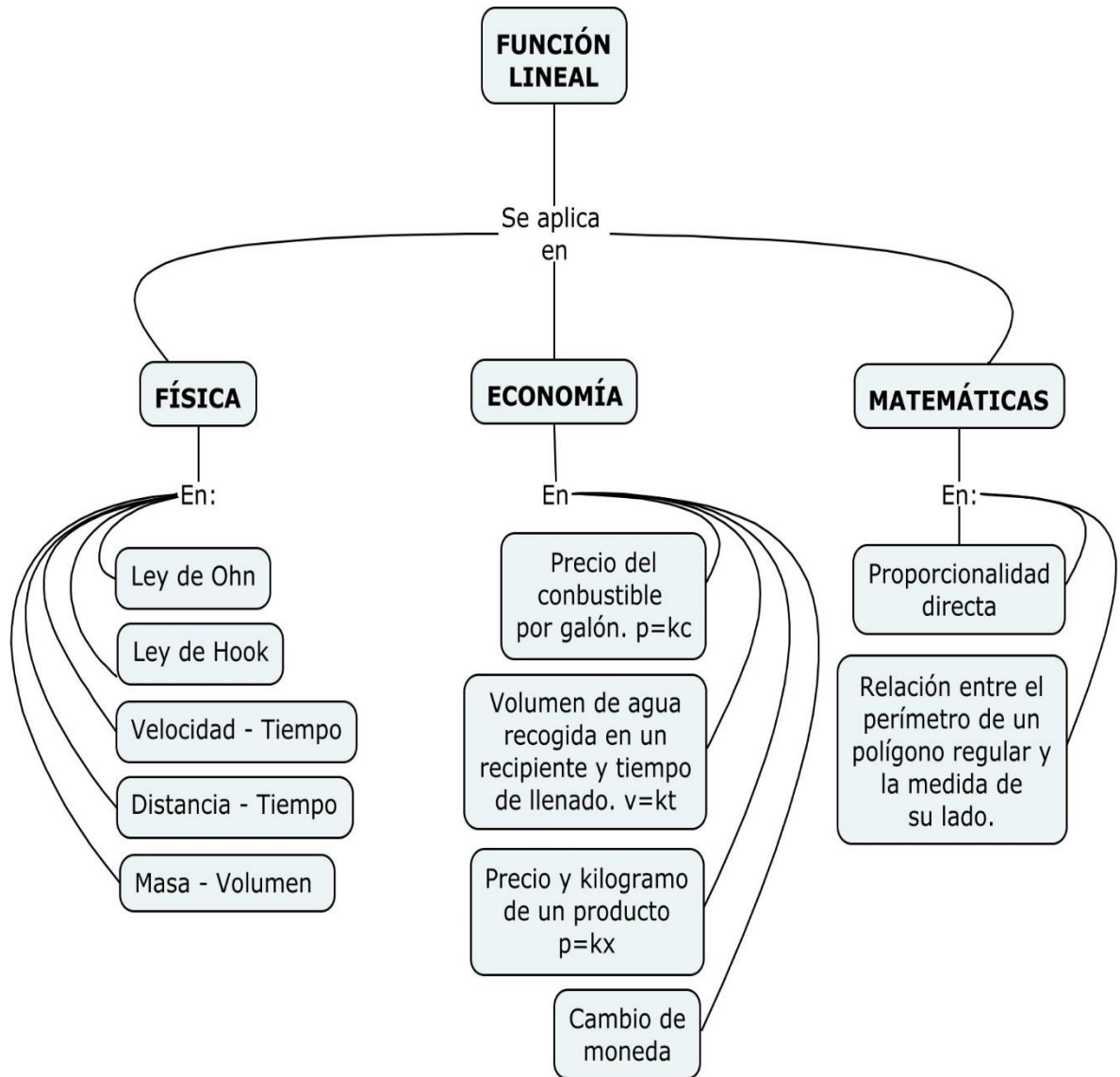
Partiendo de lo anterior, el objeto matemático Función Lineal se ubica en contextos pertenecientes a las ciencias naturales, la economía y familiar (OCDE & Pisa, 2010). Según Solar (2009), el contexto en actividades matemáticas hace referencia a una característica de una tarea presentada a las estudiantes, representa el acontecimiento en el que la tarea está situada. Desde esta perspectiva, se asume por contexto el espacio en el que una situación debe darse a partir de una referencia del mundo (natural, cultural o social), en la cual se sitúan las tareas y cuestiones matemáticas que se propondrán a las estudiantes.

Existen diversas situaciones que dan sentido al concepto de función lineal, para este trabajo nos enfocamos en las situaciones de magnitud y cantidades constantes, las relaciones de proporcionalidad y el valor diferente de cero las cuales pertenecen a los contextos propuestos por PISA (2010)

En base a las relaciones de proporcionalidad tenemos; la relación entre distancia recorrida y tiempo (partiendo de la posición cero), velocidad vs tiempo, ley de ohm, ley de Hook, masa vs volumen, el costo de la producción de determinado número de artículos (Cuando no hay costo fijos), el costo de determinado

número de productos, cambio de moneda, consumo de combustible y el precio del combustible por galón, la relación entre el perímetro de un polígono regular y la medida de su lado.

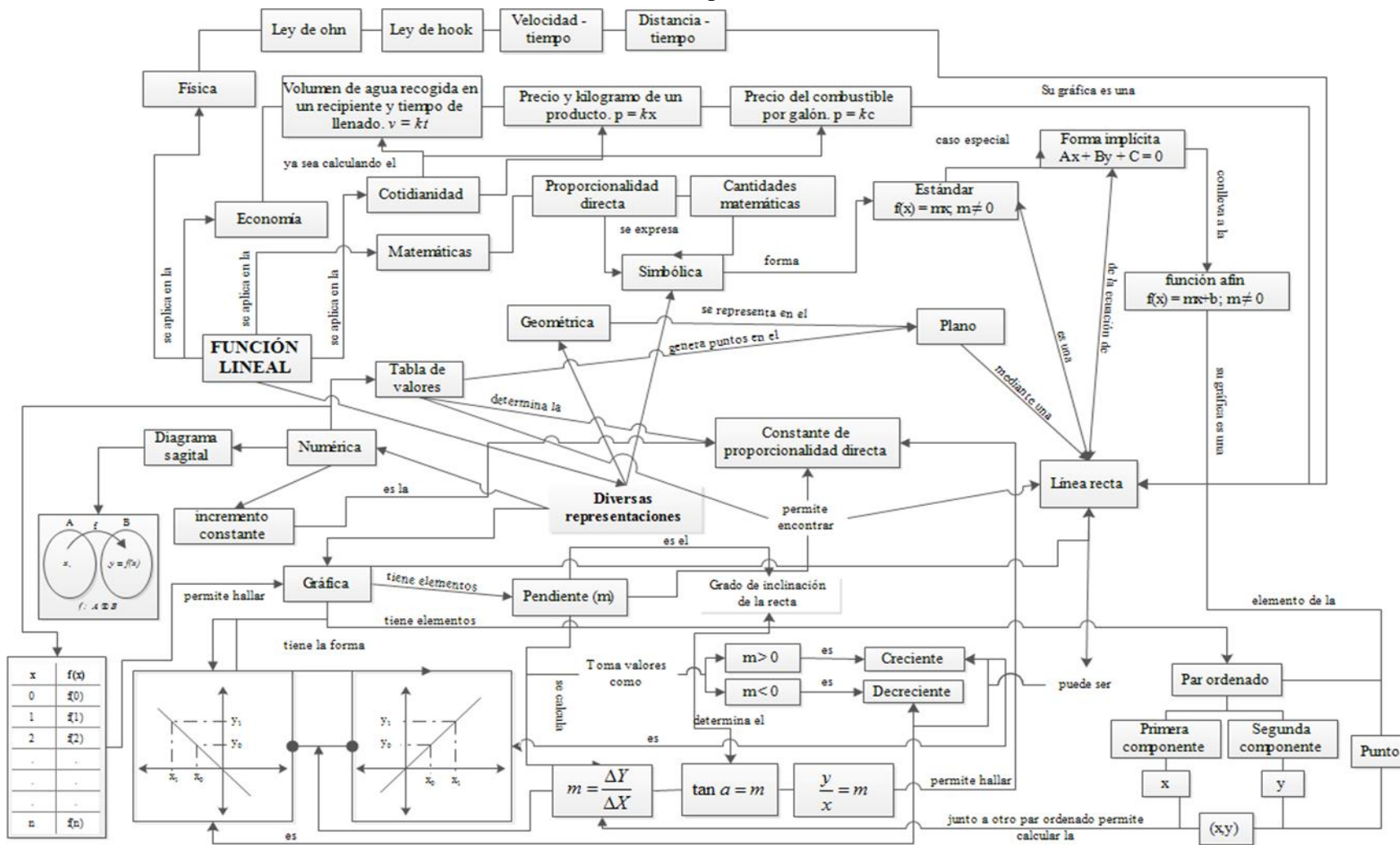
Ilustración 11: Fenomenología de la Función Lineal



Fuente: Elaboración propia

Con base en el análisis de contenido se obtuvo la siguiente red conceptual de la función lineal.

Ilustración 12: Red conceptual de la Función Lineal.



Fuente: Alvis & Puentes (2015)

CAPITULO III



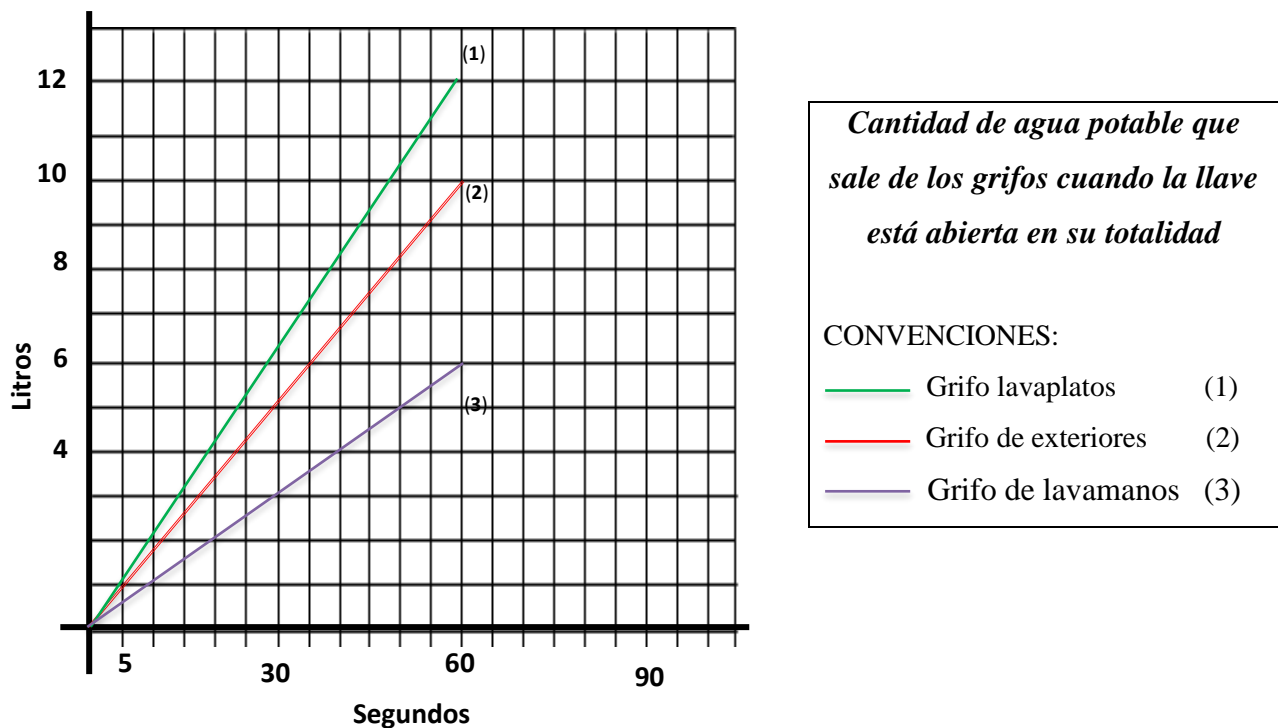
Situaciones Problema

En el presente capítulo se describe las situaciones problemas implementadas en la investigación; la primera situación es tomada de la literatura y modificada de acuerdo al entorno de las estudiantes y la segunda situación es creación de las estudiantes con las cuales se busca caracterizar la competencia matemática formular y resolver; la tercera situación problema es el producto de las estudiantes y el investigador y la cuarta situación problema es producto del investigador. Las anteriores situaciones permiten estimar el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

3.1 Situación Problema N°1

LOS GRIFOS

La señora Amanda, coordinadora de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila, revisando el archivador de la Institución encontró un documento del 29 de Noviembre del 2018 que muestra la siguiente información relacionada con el consumo de agua en determinado tiempo, de acuerdo al grifo puesto en uso en la Institución Educativa.



La señora Amanda acude a las estudiantes de 1003 de la Institución para que le ayuden con algunas inquietudes que le surgen respecto a los datos presentados en el gráfico:

1. Existe alguna relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos desde los grifos. Justifica tu respuesta.
2. ¿Cómo se puede a partir de la gráfica, determinar cuál es la cantidad total de litros de agua potable que se puede utilizar o desperdiciar si se tienen abiertos en su totalidad los grifos durante 5 minutos? Muestre los procedimientos matemáticos y calcule la cantidad total.
3. Suponga que se abre el grifo del lavaplatos a $\frac{3}{4}$ de su caudal y completamente el grifo del lavamanos, ¿Qué grifo a consumido la mayor cantidad de agua potable entre el intervalo de tiempo [70s, 90s] y cuál es la cantidad de agua potable consumida por los dos en los 90 segundos?
4. Si una estudiante deja abierto el grifo del lavamanos por 4 minutos y medio sin hacer uso de ella ¿Cuántos litros de agua se desperdician? y ¿Qué opina usted respecto a esta situación?
5. ¿A partir de la información brindada por la coordinadora que recomendaciones le darían a ella para fomentar el sentido de pertenencia en la comunidad liceísta?

3.2 Situación Problema N°2 y N°3

Para el desarrollo de la Situación Problema N°2 y N°3 se implementó una guía cuyo objetivo se encontraba centrado en la formulación de la situación por parte de las estudiantes, de tal manera que se evidenciaran los diferentes elementos que surgen durante el proceso de formulación, en el cual se tuvo en cuenta la consulta previa a realizar por parte de las estudiantes acerca de la práctica social seleccionadas.

3.2.1 Guía para la formulación de la situación problema N°2.



INSTITUCION EDUCATIVA LICEO DE
SANTA LIBRADA
JORNADA MANANA



GUIA PARA LA FORMULACION DE LAS SITUACIONES PROBLEMAS

Nombre y Apellidos: _____ Grado: _____

- ✓ Area: Matemáticas
- ✓ Nombre: La panadería
- ✓ Fecha: 01/02//19

LA PANADERIA

Retomando la situación trabajada:

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancia de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCION (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)

1. A continuación describa todos los elementos que consultaron de la actividad trabajada. Describalas en detalle.
2. Con base a la información socializada el punto anterior, seleccione aquella que le permita reajustar y completar la situación trabajada.
3. Diseñe las tareas que usted considera son pertinentes para la situación diseñada (Preguntas)

Guía para la formulación de la situación problema N°3.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LICEO DE
SANTA LIBRADA
JORNADA MAÑANA



GUÍA PARA LA FORMULACIÓN DE LAS SITUACIONES PROBLEMAS

Nombre y Apellidos: _____ Grado: _____

- ✓ Área: Matemáticas
- ✓ Nombre: Cafetería
- ✓ Fecha: 31/01//19

LA CAFETERÍA

1. Describa cuales fueron los elementos que consultaron respecto a la actividad seleccionada la clase anterior, de tal manera que les permita conocer a detalle la situación. Describa a detalle.
2. Con base en la información socializada y registrada en el punto anterior, formule una situación que involucre parcial o total la información recolectada y que tenga un grado de dificultad alto según su perspectiva. De ser necesario agrega información que no haya recogido o realice suposiciones.

3.3 Situación Problema N°4

SERVICIO PÚBLICO



La señora Carmen, madre de Sofía (estudiante de once de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva - Huila) recibió la factura de servicio público con 31 días facturados los cuales registraban del 31 de Octubre de 2018 al 30 de Noviembre de 2018, la factura fue generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” encargada del cobro de los servicios de Acueducto, Alcantarillado y Aseo, cabe resaltar que los servicios son facturados mes culminado y cobrado a través de factura. La señora Carmen preocupada por el total a pagar de la factura, decidió ir a la empresa a solicitar información.

En la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas”, le entregaron los siguiente cuadros a doña Carmen y le dijeron que el consumo de acueducto y alcantarillado es determinado mediante la sustracción de la última lectura y la antepenúltima lectura del contador; que el valor del metro cubico de acueducto es de \$1.189,6 y de alcantarillado es de \$929,6 en toda la ciudad, a los cuales se le aplica un subsidio ó un aporte que se muestran en la siguiente tabla:

SERVICIOS		ACUEDUCTO			ALCANTARILLADO				
		Valor Unitario del m ³	(-) Subsidio	(+) Aporte	Valor Unitario a Pagar	Valor Unitario del m ³	(-) Subsidio	(+) Aporte	Valor Unitario a Pagar
RESIDENCIAL	Estrato 1	\$ 1.189,60	54%	0%	\$ 547,216	\$ 929,60	54%	0%	\$ 427,616
	Estrato 2	\$ 1.189,60	36%	0%	\$ 761,34	\$ 929,60	36%	0%	\$ 594,944
	Estrato 3 y4	\$ 1.189,60	0%	0%	\$ 1.189,60	\$ 929,60	0%	0%	\$ 929,600
	Estrato 5	\$ 1.189,60	0%	180%	\$ 3.330,88	\$ 929,60	0%	180%	\$ 2.602,880
	Estrato 6	\$ 1.189,60	0%	200%	\$ 3.568,80	\$ 929,60	0%	200%	\$ 2.788,800
COMERCIAL		\$ 1.189,60	0%	60%	\$ 1.903,36	\$ 929,60	0%	60%	\$ 1.487,360
INDUSTRIAL		\$ 1.189,60	0%	60%	\$ 1.903,36	\$ 929,60	0%	60%	\$ 1.487,360
OFICIAL		\$ 1.189,60	0%	0%	\$ 1.903,36	\$ 929,60	0%	0%	\$ 929,600

A su vez le dijeron a doña Carmen que la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas”, han determinado algunos costos fijos como Acueducto= \$6.241,8; Alcantarillado= \$8.397,5 y Aseo en la ciudad, a los cuales se le aplica un subsidio ó un aporte que se muestran en la siguiente tabla:

CARGO FIJO SERVICIOS		ACUEDUCTO			ALCANTARILADO				ASEO (Valor fijo)	
		Valor Unitario por cargo fijo	(-) Subsidio	(+) Aporte	Valor a Pagar	Valor Unitario por cargo fijo	(-) Subsidio	(+) Aporte		Valor a Pagar
RESIDENCIAL	ESTRATO 1	\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000
	ESTRATO 2	\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000
	ESTRATO 3 Y4	\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000
	ESTRATO 5	\$ 6.241,80	0%	120%	\$ 13.731,96	\$ 8.397,50	0%	120%	\$ 18.474,50	\$ 14.000
	ESTRATO 6	\$ 6.241,80	0%	130%	\$ 14.356,14	\$ 8.397,50	0%	130%	\$ 19.314,25	\$ 14.000
COMERCIAL		\$ 6.241,80	0%	100%	\$ 12.483,60	\$ 8.397,50	0%	100%	\$ 16.795,00	\$ 22.000
INDUSTRIAL		\$ 6.241,80	0%	210%	\$ 19.349,58	\$ 8.397,50	0%	210%	\$ 26.032,25	\$ 26.000
OFICIAL		\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000

Aclaración:

El total a pagar de la factura es la suma de:

- ✓ Valor de los m^3 gastados en acueducto
- ✓ Valor de los m^3 gastados en alcantarillado
- ✓ Costo fijo de alcantarillado
- ✓ Costo fijo de acueducto
- ✓ Costo fijo de aseo

Una vez entregada la información por parte de la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” a doña Carmen, ella acude a las compañeras de su hija, las estudiantes de 1103 de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila para pedirles apoyo con algunas inquietudes.

1. En la casa de doña Carmen (estrato 5) la última lectura fue $1558 m^3$ y la antepenúltima lectura del contador fue de $1536 m^3$, ¿Cuál fue el valor a pagar de la factura que sorprendió a doña Carmen? Muestre los procedimientos matemáticos.
2. La señora Carmen planea unas vacaciones para el mes de Junio del 2019 a Santa Marta, por tal motivo el consumo de agua será de $0m^3$, ¿Cuál será el total a pagar en ese mes? Muestre los procedimientos matemáticos y justifica tu respuesta.
3. La señora Carmen planea cambiarse a una zona comercial de Neiva para iniciar con su nuevo negocio de venta de ropa, doña Carmen acuerda ahorrar dinero en la factura generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” y establece un total a pagar de \$75000 pesos en el mes ¿Según la propuesta de doña Carmen cuántos m^3 tiene que gastar para cumplir con lo establecido? Y que estrategias pueden implementar.
4. Doña Carmen va con su familia a cuidar la casa de su madre (estrato 2) y el día siguiente de la lectura gastaron $1m^3$ de agua, el día siguiente $2m^3$, el tercer día $3m^3$ y así sucesivamente hasta la siguiente lectura que tardo 28 días en realizarse. ¿Cuántos m^3 gastaron en todo el mes? Qué opina de la situación planteada con base en la situación en la que se encuentra Colombia.

5. Qué opina usted de los aporte y subsidios que se tiene en cuenta para determinar el total a pagar en la factura generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” y que cambios generaría la eliminación de los subsidios.

CAPITULO IV



Marco Metodológico

En el presente capítulo se describe la metodología implementada en la investigación que busca establecer los pasos a seguir para dar respuesta a la pregunta de investigación. En primera medida se genera una perspectiva de la metodología a usar y el diseño a implementar. A partir de esto se establece el plan de análisis y consecuentemente con ello se encuentran las unidades de análisis.

4.1 Perspectiva Metodológica

Los objetivos de una investigación determinan la estrategia o paradigma que se adopte (Husén 1988; Bericat 1988). De ahí, teniendo en cuenta que el objetivo de esta investigación se orientó principalmente al diseño, implementación y evaluación de Situaciones Problema que permitan mejorar el nivel de desempeño de las estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, se consideró pertinente adoptar un enfoque cualitativo, según Denzin & Lincoln (2000):

“La investigación cualitativa implica un énfasis en las cualidades de entidades, en los procesos y significados, que no son examinados o medidos en términos de cantidad, intensidad o frecuencia. Adicionalmente permite al investigador adoptar un particular punto de vista para estudiar el fenómeno”.
(p.88)

La investigación se encuentra ligada a comprender, interpretar y caracterizar la competencia matemática formular y resolver problema, que permita a su vez el diseño y desarrollo de Situaciones Problemas que impliquen el desarrollo de la competencia matemática.

Por tanto, el reconocer a profundidad el contexto del estudiante, la interpretación de las actuaciones de los individuos y los procesos que surgen en la relación con su entorno, como evidencias de un actuar crítico y reflexivo en contexto, hicieron parte del foco de interés del estudio realizado. Del mismo modo, la metodología cualitativa permitió comprender en profundidad las realidades de aula frente a determinados aspectos.

4.2 Diseño de la Investigación

Dentro del proceso investigativo existen aspectos que son primordiales en el desarrollo de toda investigación. Desde esta perspectiva, coincidimos con Bisquerra (2004) en relación a

que todo investigador, al aproximarse a la realidad, reflexiona sobre qué observar, cómo y cuándo proceder, cómo obtener información relevante, qué instrumentos de recolección de información son más adecuados y cómo analizar la información obtenida. En este sentido, para el desarrollo de esta investigación se establecieron las siguientes fases que abarcaron aspectos esenciales definidos así:

✓ **Fase inicial**

Esta fase se dividió en dos etapas: la reflexiva y la de diseño; la primera, la reflexiva, tuvo alusión al establecimiento teórico conceptual de la investigación, centrada en la reflexión teórica de las competencias matemáticas y en especial del modelo de competencia matemática que rescató como eje articulador el diseño de Situaciones Problemas. Se investigó información relacionada con algunos antecedentes que se encuentran relacionados con el objeto de estudio; competencias matemáticas a través de la Función Lineal y algunos estudios relacionados con la Competencia Matemática desde diferentes objetos matemáticos que destacaron dicho enfoque, los cuales permitieron establecer el marco teórico y la postura para el buen desarrollo de la investigación. En la segunda etapa, la de diseño, se planificaron las actividades llevadas a cabo en las tres fases posteriores.

El diseño giró en torno a la construcción de Situaciones Problemas como objeto de estudio, con una postura cualitativa, con observación participante tanto en el aula como en el reconocimiento del contexto determinado, notas de campo, documentos y videograbaciones. En esta etapa se determinó la naturaleza y dimensión del tema de investigación; es decir se especificó el contexto donde se llevará a cabo el estudio, así como las características de los participantes y recursos disponibles.

✓ **Fase de Reconocimiento**

Constó de tres etapas: en la primera y para dar respuesta a nuestro primer objetivo específico, establecimos teóricamente los componentes de la competencia matemática formular y resolver. Cabe mencionar que el desarrollo de las competencias matemáticas se da de manera transversal, por tanto para nuestro estudio, dicha competencia se tomó en

cuenta por la riqueza que representa el resolver problemas en el campo de la Educación Matemática. Dicha postura develó elementos importantes para el diseño de las Situaciones Problemas contextualizadas.

Posterior a esto y como forma de lograr una caracterización sólida se escogió como muestra algunas estudiantes del grado 1003 y 1004 de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva - Huila, por tanto, se solicitó permiso de manera formal y escrita ante la rectora para entrar a la Institución Educativa donde se desarrolló la investigación. Este acceso permitió realizar un reconocimiento y tener una comunicación cercana con las estudiantes para conocer otros aspectos de su cotidianidad que permitieron el diseño de las situaciones problemas. La elección de la población se realizó debido a la variada fenomenología que pose los objetos matemáticos que se asumen en dicho grado de escolaridad. A su vez, se logró propiciar un ambiente ameno dentro del aula de clase, generando una participación activa durante el proceso, dando cumplimiento al propósito de este estudio.

Luego aplicamos las situaciones problemas adecuadas a nuestro estudio, con el objetivo de evidenciar y caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas, se trabajó con el curso 1003, en donde se aplicó una situación problema adecuada al estudio, la cual fue tomada de la literatura y modificada teniendo en cuenta particularidades del grupo de estudio y del contexto inmediato de las estudiantes y en otra sesión de trabajo con el curso 1004 a las cuales se les brindó herramientas necesarias para que formularan una situación problema. Cabe resaltar, que para que las estudiantes formularan la situación problema se procedió a proponer enunciados con base a alguna experiencia de su propio contexto. Se trabaja con los dos grupos con el objetivo de evidenciar y contrastar empíricamente la caracterización establecida desde la teoría y de esta manera dar cumplimiento al primer objetivo específico que se plantea en esta investigación.

La segunda etapa se encuentra asociada a nuestro segundo objetivo específico, esta fase estuvo enmarcada en realizar a través de una observación participante como fuente de recolección de la información, un reconocimiento amplio y profundo desde

diversos aspectos como el social, económico, político, cultural, en este caso del contexto inmediato de las estudiantes de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila. Esta etapa estuvo demarcada por tres fases:

- ❖ **FASE 1:** Consistió en una salida de campo hacia la Institución Educativa el Liceo, cuyo objetivo se enfocaba en identificar las diferentes prácticas sociales que se desarrollan en la institución, en esta fase se implementó una rejilla construida desde lo teórico para evidenciar aspectos esenciales de las diferentes prácticas sociales acompañada de una notas de campo.
- ❖ **FASE 2:** En la segunda fase se realizó una segunda salida de campo para realizar una inmersión en las prácticas sociales particulares identificadas en la fase 1 (Panadería de la Institución, cafetería y almacén de variedades) por medio de entrevistas semiestructuradas, durante este proceso se realizó una observación directa y grabaciones de audio y video.
- ❖ **FASE 3:** La tercera y última fase se realizó a partir de la información recolectada en las dos fases anteriores, en esta se clasificaron los diferentes aspectos de las prácticas sociales que permitieron la construcción de las situaciones problemas con sus diferentes **tareas** matemáticas. La fase de reconocimiento duro aproximadamente tres semanas.

✓ **Fase de diseño de las situaciones problemas**

Luego de un reconocimiento amplio del contexto de las estudiantes, en esta fase se dio paso al diseño cuidadoso de las de las situaciones problemas contextualizados. Este diseño se elaboró teniendo en cuenta la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas, el entorno inmediato del estudiante, el objeto matemático establecido, los cinco criterios para el diseño de una situación problema propuestos por Jaramillo, Mejía y Mesa (S.F) y 7 componentes que le dan cuerpo al proceso de diseño de una situación problemas establecido por Mesa (1998).

Según el modelo para el desarrollo de competencias asumido en el marco teórico, este establece que el desarrollo de competencias se da cuando el profesor diseña y aplica

Tareas Matemáticas de niveles de complejidad creciente que tienen de base objetos matemáticos. En ese sentido para el diseño de las situaciones problemas se hizo un estudio profundo de los objetos matemáticos *función*, *función lineal* a través del análisis didáctico.

A partir de lo anterior, se trabajó con cuatro situaciones problemas distribuidas de la siguiente manera, la primera situación se enfocó a la formulación de problemas y fue producto de las estudiantes, la segunda se centró en la resolución de problemas y fue implementada por el investigador y tomada de la literatura, esta situación recrea un acontecimiento de la vida real donde el padre de un estudiante compra una casa y al realizar la compra le entregan un documento donde se relaciona el consumo de agua en determinado tiempo, de acuerdo al grifo puesto en uso. La tercera situación que se trabajó, fue una situación problema que recogió los procesos trabajos en la situación 1 y 2 (La formulación problemas y resolución de problema enfocadas a la venta y compra de almuerzos y la última situación se encuentra enfocada al cobro de la factura del agua a cargo de las empresas públicas de Neiva las Ceibas, esta situación es creación del investigador.

✓ **Fase de Implementación**

Para dar cumplimiento al tercer objetivo específico de esta investigación, luego de tener diseñadas las Situaciones Problemas y de lograr un contacto cercano en el aula de clase con los estudiantes de los grados decimos durante las sesiones de trabajo ya vivenciadas en las fases anteriores, se estableció un acuerdo con la profesora titular en la forma en que se debía abordar metodológicamente el desarrollo de las Situaciones Problemas.

El trabajo de campo de esta investigación se desarrolló en 6 sesiones de clase, con una intensidad de 60 minutos mínimo. Las sesiones de clase fueron observadas a través de videgrabaciones y notas de campo, en donde el investigador asumió el papel principal (orientador, guía de las situaciones problemas) y el profesor orientador del curso asumió el papel de observador en el aula.

A continuación se describe el desarrollo de cada sesión:

✓ **SESIÓN 1:**

El desarrollo de esta sesión estuvo marcado por la implementación de un grupo focal en el cual se realizaron preguntas como:

- ¿Qué son las matemáticas?
- ¿Para qué nos sirven las matemáticas?
- ¿Podemos vivir sin utilizar las matemáticas?
- ¿Dónde se observan las matemáticas?
- Ejemplos en los que ustedes utilizan matemáticas diariamente
- ¿En qué lugar de su contexto les gustaría estudiar la matemática?

En el grupo focal se contó con la participación de todas las estudiantes de forma cooperativa, con el fin de emerger en mutuo acuerdo, un contexto en el que les gustaría estudiar las matemáticas que se encuentra en dicho contexto, ante la variedad de respuestas se seleccionaron dos contextos, la cafetería escolar y la panadería, como compromiso se dejó que investigarán todo sobre la cafetería (Productos disponibles, combos, precio de compra, precio de venta, arriendo por el local, ganancias,...) y la panadería. A su vez por mutuo acuerdo se decidió que en la sesión 2 se aplicaría una situación problema, en la sesión 3 se trabajaría en la formulación de una situación problema a partir de la información recolectada sobre la cafetería y la cuarta y quinta sesión se realizaría una formulación y resolución de un problema por parte de las estudiantes relacionada a la información recolectada sobre la panadería y en la última sesión resolverán una situación problema diseñada por el investigador.

✓ **SESIÓN 2**

A partir de lo acordado con las estudiantes, en la segunda sesión se presentó la Situación Problema No. 1 compuesta de cinco (5) tareas de diferentes niveles de complejidad., las cuales fueron resueltas en una hora de clases, para esta actividad las estudiantes se organizaron en parejas e iniciaron el proceso de resolución de la situación problema.

✓ **SESIÓN 3**

En la tercera sesión se llevó la Situación Problema No. 2 enfocada a la formulación de problemas. Para realizar la formulación de la situación problema las estudiantes tuvieron en cuenta la información recolectada por ellas sobre la panadería, luego realizaron tres etapas, la primera etapa consistió en socializar la información recolectada en el grupo focal, para esta etapa tuvieron 15 minutos aproximadamente, la segunda etapa consistió en generar una aproximación grupal a la formulación de la situación que deseaban las estudiantes, esta actividad duró 20 minutos, en la tercera y última etapa las estudiantes terminaron la situación problema prediseñada en el grupo focal y para ello utilizaron la información socializada en el grupo y diseñaron diferentes tareas que complementan la situación.

✓ **SESIÓN 4 Y 5**

Teniendo en cuenta la información recolectada por las estudiantes sobre la cafetería, se inició la primera etapa la cual se centra en el proceso de formulación de la Situación Problema No. 3, para esta etapa se socializó la información recolectada con relación a la cafetería y luego las estudiantes se organizaron en grupos de trabajo e iniciaron el proceso de formular una nueva situación problema a partir de la información recolectada y socializada, una vez formulada la situación problema, los grupos se rotaron las situaciones formuladas lo que permitió pasar a la segunda etapa la cual consistió en el proceso matemático de resolver la situación asignada por el otro grupo. Cada grupo formuló y resolvió la situación problema con base en la información recolectada, sus actitudes y sus conocimientos básicos.

✓ **SESIÓN 6**

A partir de lo acordado con las estudiantes, en la sexta sesión se presentó la Situación Problema No. 4 compuesta de cinco (5) tareas de diferentes niveles de complejidad., las cuales fueron resueltas en hora y media de clases y se desarrollaron en dos etapas las cuales se trabajaron en parejas: la primera etapa

consistió en una lectura y análisis de la situación la cual se desarrolló con todas las parejas y en la segunda etapa las parejas e iniciaron el proceso de resolución.

4.3 Plan de Análisis

Al implementarse las situaciones problemas y para el análisis posterior, se utilizaron para el registro de la información, notas de campo, documentos y videograbaciones. Es necesario clarificar que la recopilación de la información consistió en la recolección de información derivada de la aplicación de las situaciones problemas, como de las interacciones entre las estudiantes, componente fundamental en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

Posterior al trabajo de implementación se llevó a cabo un proceso realizado con cierto grado de sistematización en donde se redujeron los datos a través de transcripciones para luego realizar de acuerdo a las unidades de análisis el respectivo estudio. Así mismo, las respuestas dadas por las estudiantes a las diferentes Tareas Matemáticas que contiene cada uno de las Situaciones Problemas se redujeron en una matriz que permitió evidenciar las diferentes respuestas dadas y clasificarlas para realizar el respectivo análisis.

En este sentido, para la recolección de la información asociada al primer objetivo, se realizaron grabaciones de audio y video y notaciones de campo, las cuales fueron transcritas en un formato, también se recogieron los documentos escritos por las estudiantes relacionados a la formulación y solución de tareas, estos documentos fueron fotocopias con el objetivo organizar la información y estudiar a profundidad las ideas plasmadas en los documentos.

Para la recolección de los datos asociados al segundo objetivo, fue de suma importancia la observación directa y los miembros participantes en cada una de las fases que componen la segunda etapa del reconocimiento. Por tanto, en la primera fase, para identificar las diferentes prácticas sociales que se desarrollan en la Institución Educativa Liceo de Santa Librada se implementó una matriz elaborada desde lo teórico para registrar la información recolectada y después clasificarla según las categorías que asume PISA (2012) para los contextos. En este sentido y para darle cumplimiento a la segunda fases, centrada la profundización de prácticas

sociales que se consideraron pertinentes para el diseño de las situaciones problema, se realizaron entrevistas semiestructuradas, las cuales fueron grabadas en audios y transcritas en un formato para luego realizar el análisis de las mismas. Para la tercera fase, se sistematizó la información recolectada en la fase 1 y 2 y se procedió al diseño de las situaciones problemas.

Por último, para la recolección de información asociada al tercer objetivo específico, se aplicaron situaciones problema a las estudiantes del grado decimo 1003 y 1004 con el fin de estimar el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas. En relación a lo anterior, se utilizó la observación directa como técnica para la recolección de datos, mientras que para el registro de los datos se utilizaron las notas de campo, documentos y grabaciones de audio y video que permitieron organizar, sistematizar y codificar la información recolectada

A continuación se explica con más detalle algunas técnicas e instrumentos implementados en la investigación.

✓ **Observación directa:**

Las observaciones directas constituyen una fuente de información primaria, ya que los datos que se ve con nuestros propios ojos y percibir con nuestros propios sentidos no es suministrado por ningún otro investigador o por algún documento que hayamos leído (Yin, 2011). En este sentido, la información obtenida por la observación directa es de vital importancia para el análisis de la investigación, en la investigación se realizó las observaciones de aula y prácticas sociales a través del método de *observación participante*, en la cual se cuenta con la participación del investigador como guía del proceso, resaltando que el investigador se mezcla completamente con los participantes, sigue siendo ante todo un observador del proceso.

✓ **Entrevistas semiestructuradas:**

La entrevista semiestructurada es un instrumento de recolección de datos que permite seleccionar los ejes de información a partir de las preguntas elaboradas en la entrevista, a su vez permite determinar la variedad, calidad y confiabilidad de los datos que se pretenden recabar. Según Troncoso & Daniele (2004) en la elaboración de las

entrevistas semiestructuradas se plantearon tres ejes que actúan como elementos guía para la formulación de las preguntas: El proceso de planificación, la finalidad de la planificación y la relación entre los planes escritos y los materiales de trabajo utilizados que permiten la recolección asertiva de información.

✓ **Notas de campo:**

Las notas de campo, son las notas que encontramos en las hojas de trabajo de las estudiantes donde resalta las dificultades que encontraron, como les pareció la actividad, entre otros aspectos y las notas que toma el investigador al realizar la observación directa en el campo de estudio. En ese sentido Hammersley & Atkinson (1994) afirman que "Su finalidad es captar procesos sociales en su integridad, resaltando sus diferentes características y propiedades en función de cierto sentido común sobre lo que es relevante para los problemas planteados en la investigación" (p.162)

✓ **Documentos escritos por las estudiantes:**

Los documentos escritos por las estudiantes son el testimonio material manuscrito producido por cada uno ellos y permite identificar el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver a partir de la solución generada a cada una de las tareas presentes en las diferentes situaciones problemas propuestas.

✓ **Grabaciones de audio y video:**

Las grabaciones de audio y video fueron utilizadas en las observaciones directas, en las entrevistas semiestructuradas y en la aplicación de las situaciones problema con el objetivo de registrar el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver desde los procesos realizados en la elaboración, ejecución y desarrollo de las situaciones problema.

La tercera y última etapa consiste en el proceso de análisis, para ello haremos usos de las categorías establecidas.

4.4 Unidades de Análisis

El análisis de los datos recolectados se realizó teniendo en cuenta cuatro unidades de análisis: el modelo de competencias matemáticas propuesto por Solar (2009), los documentos de las estudiantes, los contextos propuestos por PISA y las interacciones con las estudiantes:

Modelo de Competencia Matemática: La primera unidad de análisis, el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad, que permita el desarrollo de los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas.

Documentos de las estudiantes: La segunda unidad de análisis, el trabajo de las estudiantes, permite identificar el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver a partir de la solución generada. Aquí se observa, además de los procesos, las estrategias, el proceso que llevaron a cabo para realizar la tarea, los códigos que utilizaron y las relaciones que establecieron entre formular y resolver.

Contextos Pisa: En la tercera unidad de análisis tenemos los contextos de Pisa (Contexto personal, profesional, social y científico)

Interacción: En la cuarta unidad de análisis se consideró aquellos episodios de las transcripciones de los audios, videograbaciones, entrevistas y semientrevistas realizadas.

Estas cuatro unidades de análisis permiten dar cuenta de cómo las estudiantes desarrollan competencias matemáticas mediante el desarrollo de las situaciones problema a través de la función lineal.

CAPITULO V



Análisis de los Datos Recolectados

En el presente capítulo se muestra el proceso de análisis de los datos recolectados los cuales se encuentra relacionados con las unidades de análisis expuestas en el capítulo anterior y los objetivos de la investigación. Cabe resaltar que los análisis que se realizan en este capítulo se encuentran organizados según las actividades que se desarrollaron en el transcurso de la investigación de tal manera que se pueda dar total cumplimiento a los objetivos planteados, entre los cuales tenemos caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas, reconocer la importancia del contexto para el diseño de las situaciones problemas que permita el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas y por último estimar el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia formular y resolver.

5.1 Diseño de Situaciones Problema asentadas en la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas:

En Educación Matemática se ha establecido el diseño de situaciones problemas como un aspecto clave para conseguir una enseñanza de calidad, pues el diseño de esta se ha convertido en la otra cara de la moneda del desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes. De acuerdo a esto, el diseño de situaciones problema con relación a la competencia matemática formular y resolver problemas, nos permitió estudiar el proceso de formulación de problemas, la resolución de problemas teniendo en cuenta el papel que tiene el docente en la implementación de dichos proceso a fin de lograr un proceso cognitivo relevante en las estudiantes (Charalambous, 2010). Como aspecto final se dio paso a realizar una aproximación de la caracterización de la competencia formular y resolver problemas a partir de los dos procesos ya analizados.

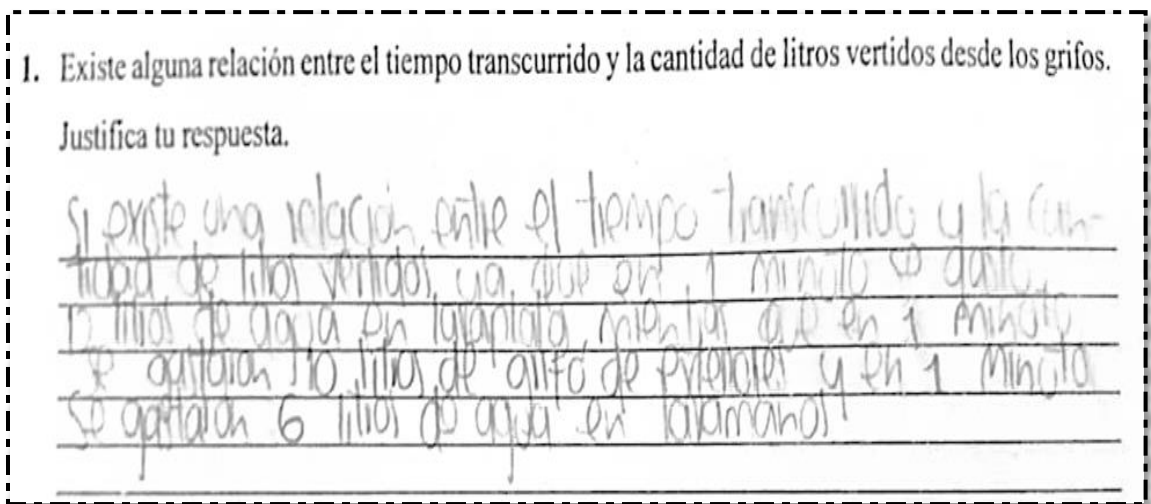
5.1.1 Proceso matemático resolver problemas.

El trabajo desarrollado en esta investigación con relación al proceso matemático resolver problemas se realizó en dos etapas, la primera etapa consistió en que las estudiantes de decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva - Huila se organizaran en parejas con el fin de resolver las diferentes situaciones problemas que componen la Situación Problema N°1 titulada “Los Grifos”, en la segunda etapa se seleccionaron 12 parejas con base en las respuestas dadas en la primera sesión en las

cuales se evidenciaron diferentes peculiaridades que llamaron la atención, entre dichas peculiaridades tenemos la flexibilidad que se muestran en las respuestas de las estudiantes donde se refleja la toma de conciencia de ellas ante la situación planteada permitiendo evidenciar que las niñas iban más allá de los procesos matemáticos, ante esta situación se decidió realizar pequeñas entrevistas a las parejas seleccionada que me permitiera conocer ampliamente las diferentes causas que las llevaba a establecer las diferentes respuesta.

A partir de lo expuesto en el párrafo anterior, en este apartado se exponen los resultados obtenidos de la situación problema N°1 la cual contiene 5 tareas matemáticas. Con relación a la primera tarea matemática de la situación problema N°1 se establecieron los resultados derivados del trabajo realizado de 4 parejas, las cuales establecen que hay una relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos desde los grifos y explican dicha relación dependiendo de la lectura del gráfico establecida en la situación problema o a partir de situaciones del contexto diario.

Ilustración 13. Pareja N°10 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1



Fuente: Documento de la Pareja N° 10

La pareja N°10, establece que si existe una relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos desde los grifos a su vez realizan una lectura de la gráfica presenté en la situación problema donde sustraen la siguiente información: el grifo de lavaplatos deja verter 12 litros de agua por minuto, el grifo de exteriores deja verter 10

litros de agua por minuto y el grifo de lavamanos deja verter 6 litros de agua por minuto, a partir de lo anterior se evidencia que las estudiante colocaron en marcha tres tipos de procedimientos de los que establece Pozo y Postigo, en primera instancia implementaron la adquisición de la información y la interpretación de la información, las estudiantes por medio de una lectura de la gráfica presente en la situación problema incorporaron información nueva o añadieron conocimientos a los ya existentes, a través de procedimientos relacionados con la búsqueda, recogida y selección de información necesaria en primer lugar para definir y comprender el problema, luego interpretaron dicha información, es decir, la codificaron o traducción a un nuevo código o lenguaje con el que ellas están familiarizadas según Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez & Postigo, (1994).

Una vez realizados estos procedimientos las estudiantes. establecieron una proporcionalidad directa entre el tiempo que se deja abierto un grifo y el número de litros que deja verter el grifo, es por ello que la pareja N°10 establecen que si existe una relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos, esta conclusión brindada por las estudiantes nos permite evidenciar otro procedimiento propuesto por Pozo y Postigo como lo es el análisis de la información y realización de inferencias, pues las estudiantes una vez interpretada la información recolectada de la situación problema pasaron a un análisis de la misma, es decir, realizaron inferencias con el fin de extraer nuevos conocimientos implícitos en la información presentada en el problema Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez & Postigo, (1994). A su vez las estudiantes hicieron relevancia en la proporcionalidad directa que establecieron prueba de ello es la siguiente interacción:

Tabla 3. Interacción (Inv – Est) N°. 1– Pareja N°10 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1

Inv: Niñas porque dicen que si existe una relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos.

P₁: Profe pues en la gráfica nos dice que el grifo de lavaplatos deja salir 12 litros de agua en minuto, el grifo de exteriores deja salir 10 litros de agua en minuto y el grifo de lavamanos deja salir 6 litros de agua por minuto.

Inv: Bien y eso que significa

P₁: Pues miremos el grifo de lavamanos. Si, en un minuto sale 6 litro entonces en 2 minutos salen 12 litros y así, es decir profe si pasa el tiempo y el grifo sigue abierto entones vota mayor agua. Por eso es que nosotras decimos que si existe la relación y colocamos cuantos litros salen en un minuto por cada grifo.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 10

En relación a lo anterior tenemos la pareja N°8 quienes se involucran en la situación planteada y la tarea establecida y determinan que al cerrar cada uno de los grifos después de un minuto transcurrido se evidencia diferentes cantidades suministradas por cada grifo. Por tanto, esto permite inferir que la respuesta dada por la pareja fue producto de la relación que hicieron con el contexto en el que viven. Es decir, las estudiantes comprenden que no es posible que un grifo este abierto todo el día, sino que se abre por ciclos cortos, Ante la reflexión de la estudiantes se evidencia una de las dimensiones o categorías que explican el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de problemas propuesta por Schoenfeld (1992) como lo son las creencias y componentes afectivos que caracterizan la conceptualización del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas, y la actitud y disposición a involucrarse en situaciones problemas que enfrentan en su día a día.

Ilustración 14. Pareja N°8 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1

1. Existe alguna relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos desde los grifos.
Justifica tu respuesta.

Si existe una relación porque si nos fijamos a mirar todos cerramos el grifo en 1 minuto la diferencia es que no todas gastamos la misma cantidad de litro de agua se las otras

Fuente: Documento de la Pareja N° 8

A partir de los documento de las dos parejas anteriormente analizadas se evidencia que en los dos documentos existe una relación entre tiempo transcurrido y el agua vertida por cada uno de los grifos, cabe aclarar que las dos parejas argumentaron de diferente forma, lo que nos permite inferir que las pareja tomaron diferentes decisiones sobre cuándo y qué recursos y estrategias usar en el proceso de resolución del problema, tal como lo establece Schoenfeld (1985) quien resalta que en proceso de resolución de un problema el resolutor posee diferentes comportamientos entre los cuales resalta el control y lo define como las estrategias metacognitivas que involucran conocimiento acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo (¿Qué necesito? ¿Cómo utilizo ese conocimiento?) y estrategias de monitoreo y control del propio proceso cognitivo (¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿A dónde voy?) son diferentes preguntas que permiten al resolutor instaurar una ruta . Desde este punto de vista dos alumnos no implementan las mismas estrategias metacognitivas por tal motivo no piensan igual. Según Diaz (2015) quien resalta que no hay dos alumnos que piensen exactamente igual por ello no existen dos justificaciones iguales. A su vez pareja N°4 comparte la relación que establecieron las parejas N°10 y N°8 como se evidencia en la siguiente ilustración.

Ilustración 15. Pareja N°4 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1

1. Existe alguna relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de litros vertidos desde los grifos.
Justifica tu respuesta.

- Si, ya que mientras mas tiempo transcurre abierto el grifo mas cantidad de litros de agua se consume.

Fuente: Documento de la Pareja N° 4

Con base en la afirmación que exponen la pareja N°4 se infiere que tras una lectura reflexiva de la gráfica presente en la situación problema las estudiantes

establecieron dicha afirmación “*Mientras más tiempo transcurre abierto el grifo más cantidad de litros de agua se consume*”, donde se evidencia una relación de causa efecto, según Pozo & Postigo, (1993) se pueden diferenciar cinco tipos de procedimientos en el proceso matemático de resolución de problemas entre los cuales tenemos la adquisición de la información y análisis de la información para la realización de inferencias, la adquisición de la información se puede realizar de forma directa o indirecta y desde fuentes orales, fuentes de texto, fuentes de gráficas ó fuentes visuales que permiten seleccionar la información para luego ser analizada desde casos y ejemplificaciones de un modelo ó establecimiento de relaciones entre modelo e información que permita la realización de inferencias predictivas, inferencias causales ó inferencias deductivas tal y como se evidencia en el proceder de la pareja N°4.

A continuación las estudiantes manifiestan las razones que las llevaron a establecer la afirmación anteriormente enmarcada en la siguiente intervención se resaltar dichas razones:

Tabla 4. Interacción (Inv – Est) N°. 2 – Pareja N°4 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1

Inv: Bueno niñas como van
P₄: Bien profe
Inv: Entonces existe o no existe una relación entre tiempo transcurrido y el agua vertida por cada uno de los grifos
P₄: Pues nosotras escribimos que sí, ya que mientras más tiempo transcurre abierto el grifo más cantidad de litros de agua se consume.
Inv: Porque dicen eso
P₄: Pues mirando la gráfica nos damos cuenta que cada vez que transcurre el tiempo sale más agua.
Inv: Y como hicieron para deducir eso
P₄: En la gráfica hay una línea que representa, no que muestra la cantidad de agua que sale en relación al tiempo y esa línea se ve que va creciendo entonces como va pasando el tiempo va saliendo más agua.
Profe además en la situación menciona al colegio y la coordinadora Amanda y ella siempre dice que cuando nos lavemos las manas en el baño debemos apagar la llave cuando nos aplicamos el jabón y luego volverla a abrir, porque si la dejamos abierta

todo ese tiempo malgastamos el agua.

Es por eso que nosotras decimos que entre más tiempo prendida la llave más agua gastamos.

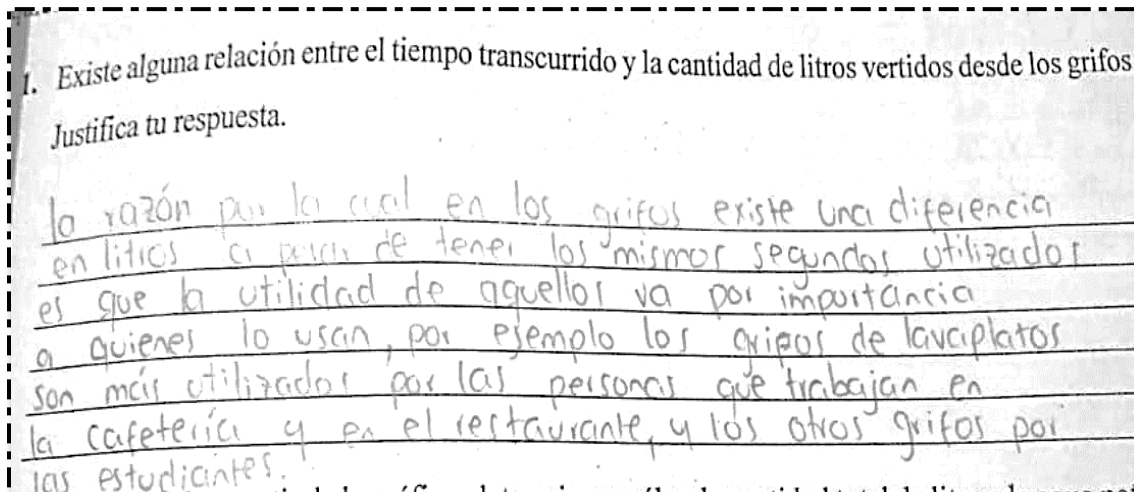
Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 4

En esta intervención se evidencia como las estudiantes hacen uso de su contexto para comprender y entender la tarea N°1 de la situación planteada de tal manera que carga la tarea de realismo y se involucran en la situación generando un aprendizaje significativo, Según Escalante (2015) ante la resolución de un problema matemático es importante hacer una pausa reflexiva del contexto en el que se encuentra y dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, lo que importa es la conexión y la relación que permite dar sentido a la Matemática con la experiencia, donde se involucran fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser modelados (Gómez, 2002).

En concordancia con lo anterior tenemos la pareja N°7 la cual establece que existe una relación entre el tiempo transcurrido y el agua vertida y a su vez dejan esta relación en un segundo plano y se centran en la cantidad de agua que deja verter cada uno de los grifos resaltando que no todos los grifos se encuentran al alcance de las estudiantes en la Institución Educativa Liceo de Santa Librada y que los únicos grifos que se encuentran a disposición de ellas es el de lavamanos y exteriores, ante este aporte podemos evidenciar como las estudiantes crean una conexión inmediata con la tarea a desarrollar y podemos inferir que las estudiantes centran su atención en los diferentes aspectos que les llama la atención en este caso se evidencia la preocupación de las estudiantes sobre la poca conciencia ciudadana que se evidencia en la comunidad liceísta, este aspecto refleja algunas características de la comprensión y organización conceptual de la información que establece Pozo & Postigo, (1993) donde el establecimiento de relaciones conceptuales se pueden realizar desde cuatro puntos, primero relación de diversos factores causales en la explicación de la información, segundo la integración de la información de diversos factores causales para la explicación de un fenómeno, tercero la diferenciación entre diversos niveles de análisis de un fenómeno y por último el análisis y

contrastación de explicaciones diversas de un mismo fenómeno, esta relaciones se evidencian en la siguiente ilustración

Ilustración 16. Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1



Fuente: Documento de la Pareja N° 7

La pareja N°7 a su vez resaltan que la utilización de los grifos se realiza dependiendo la importancia de quien los usa, lo que me permite inferir que las estudiantes reconocen la falta de conciencia ciudadana por parte de las estudiantes del Liceo, esto se refleja en la siguiente interacción:

Tabla 5. Interacción (Inv – Est) N°. 3 – Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°1

Inv: Niñas porque dicen que la utilidad de los grifos va por importancias a quienes lo usan.

P₇: Pues porque las únicas personas que pueden ocupar el grifo de lavaplatos son las personas del restaurante, cafeterías y los docentes que tiene como una pequeña cocina en la sala de profesores , los grifos de exteriores las personas que limpian o a veces nosotras cuando nos mandan y el grifo de lavamanos todos.

Inv: Y eso que significa niñas

P₇: Si nos ponemos a mirar el grifo que más se utiliza y el que todos tenemos aseso es el de lavamanos y es el que menos gasta, luego tenemos los del exterior que son grifos que casi no se ocupan pero cuando se prenden duran mucho tiempo prendidos y el grifo que más gasta es el del lavaplatos y es el que menos tienen aseso.

Inv: Bien y entonces

P₇: Pues nosotras como estudiantes sabemos que las estudiantes de acá malgastan mucho el

agua cuando se deja prendidas las llaves del baño que son las que menos agua gastan, se imagina el agua que malgastaríamos si tuviéramos aseso a los grifos de lavaplatos o exteriores.

Inv: Y entonces

P₇: Pues ante esta situación es por eso que nosotras solo tenemos aseso a los grifos de lavamanos para no malgastar tanto, es que nosotras gastamos mucha agua

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 7

En este sentido, se identifica que las cuatro parejas establecieron una relación entre el tiempo transcurrido y el número de litros vertidos por los diferentes grifos, es importante resaltar que las estudiantes decidieron manejar el tiempo en minutos y no en segundos como se encuentra en la gráfica, lo que permite inferir que las estudiantes en su contexto real miden el tiempo en minutos es por ello que seleccionaron esta unidad de tiempo, según Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez & Postigo, (1994). en el caso de la solución de un problema, es obvio que los alumnos muchas veces tienen conocimientos conceptuales o verbales relacionados a su contexto que utilizan en el desarrollo de una tarea concreta. Por otra parte la equivalencia que realizan los estudiantes entre 60 segundos y un minuto se debe a un manejo básico de las unidades de medidas relacionadas al tiempo y sus diferentes formas de conversión, desde el aporte de Schoenfeld (1985) estos conocimientos básicos se establecen como recursos y los define como el conocimiento o recursos básicos que incluye definiciones, hechos, fórmulas, algoritmos y conceptos fundamentales asociados con un dominio matemático particular o un tema.

A su vez las parejas 4, 7 y 8 comprendieron la situación problema de acuerdo al contexto expuesto, dado que establecen relaciones entre los datos proporcionados en la situación por medio de la gráfica con sus saberes propios que les permitió establecer una respuesta a la tarea de forma coherente y certera, para ello implementaron diversas estrategias de solución de problemas propuestas por Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez & Postigo, (1994) entre las cuales están los conocimientos conceptuales, procesos básicos, meta-conocimiento y estrategias de apoyo.

En este orden de ideas, pasamos a la tarea N°2 de la primera situación problema, donde se evidenciaron similitudes en las soluciones dadas por las parejas, pues las estudiantes realizaron lectura de gráfica y sustracción de datos, operaciones básicas que les permitía determinar cuál era la cantidad total de litros de agua potable que se puede utilizar o desperdiciar si se tenía abiertos en su totalidad los 3 grifos durante 5 minutos. Para el análisis de esta tarea se tendrá en cuenta las soluciones brindadas por 4 parejas. La primera pareja que se tendrá en cuenta es la pareja N°3.

Ilustración 17. Pareja N°3 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2

2. ¿Cómo se puede a partir de la gráfica, determinar cuál es la cantidad total de litros de agua potable que se puede utilizar o desperdiciar si se tienen abiertos en su totalidad los grifos durante 5 minutos? Muestre los procedimientos matemáticos y calcule la cantidad total.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ 6 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 5 \\ \hline 140 \end{array}$$
 Rta= La Cantidad total de litros vertidos fue de 140 litros.

Agua.p →

Fuente: Documento de la Pareja N° 3

La pareja N°3 establece que la cantidad de litros vertidos por los tres grifos después de 5 minutos de estar abiertos es de 140 litros, para ello tuvieron en cuenta los siguiente aspectos, el primer aspecto se encuentra relacionado con el número de litros vertidos por cada grifo en un minuto, esta información fue sustraída de la gráfica y el segundo aspecto es la cantidad de litros vertidos en un minutos por los tres grifos, resultado producto de operaciones básicas, este proceso permite inferir que la pareja comprendió la situación que se le presento y que a partir de la información recolectada buscaron diferentes estrategias que les permitiera salir de la situación difícil que la tarea presentaba, ante ello la pareja estableció una ruta que les permitiera determinar el resultado, una vez establecido el proceso a seguir, las estudiantes realizaron los procedimientos pertinentes para este proceso, lo que nos permite evidenciar el nivel de autocorrección que manejan las estudiantes en sus procesos, ante este proceso se evidencian algunas etapas de las que propone Pólya (1965) como lo son la comprensión

del problema, diseño de un plan y la ejecución de un plan, a su vez se identifican algunas categorías de conocimientos como lo es la heurística puesto que las estudiantes buscaron caminos que les brindaran solución a una situaciones de dificultad tal como lo manifiesta Schoenfeld (1985).

A su vez establecen una respuesta escrita que nos permite identificar la claridad del proceso realizado y el valor obtenido, esto se ve reflejado en la siguiente intervención:

Tabla 6. Interacción (Inv – Est) N°. 4 – Pareja N°3 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2

<p>Inv: Bueno niñas como van con esa tarea.</p> <p>P₃: Bien profe</p> <p>Inv: Que les piden?</p> <p>P₃: Pues nos piden el número de litros que salen de los grifos durante 5 minutos</p> <p>Inv: Bien y que piensan de esta situación y como la van a hacer</p> <p>P₃: Profe es mucho tiempo para tener algunos grifos abierto</p> <p>Inv: Como así</p> <p>P₃: Por ejemplo acá en el colegio los grifos de exteriores duran más de 5 minutos abierto, el de lavaplatos por hay unos 5 minutos y el del lavamanos mucho durara un minuto</p> <p>Inv: Bueno y que pasa con eso</p> <p>P₃: Pues si miramos el grifo de lavamanos es el que menos agua gasta pero es el que más utilizamos así que en algún momento podemos gastar más agua con ese grifo que con los otros</p> <p>Inv: Muy bien y como lo van hacer</p> <p>P₃: Pues como nos piden la cantidad de litros que salen durante 5 minutos y en la gráfica tenemos cuantos litros salen de cada grifo por minuto, así que sumamos esos litros y sabemos cuántos litros van a salir de los tres grifos en un minuto y luego ese resultado lo multiplicamos por 5 y obtenemos la cantidad de agua que sale de los grifos en los 5 minutos.</p> <p>Inv: Así?</p> <p>P₃: Si profe eso es así.</p>

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 3

A partir de la interacción anterior se evidencia el nivel de análisis y reflexión de las estudiante lo que nos permite inferir que las estudiantes se involucraron en la situación y analizaron las diferentes conductas que ellas realizan en su diario vivir relacionadas al uso del agua, lo que nos permite evidenciar el desarrollo de una disposición a cuestionar, explorar, preguntas y desarrollar una comprensión matemática dentro de una comunidad que valore y aprecie el trabajo individual y de colaboración, y la necesidad de constantemente reflexionar sobre el mismo proceso de construcción del conocimiento Santo (2008), a su vez se evidencia como las estudiantes utilizan las actividades de la resolución de problemas para identificar, analizar, reflexionar sobre sus experiencias y las formas de realizar sus actividades diarias Arcavi (2007)

Por otra parte tenemos la pareja N°9 quienes establecen que la cantidad vertida de agua por los tres grifos después de 5 minutos es de 140 litros al igual que el grupo anterior la diferencia se centra en el proceso que realizó la pareja N°9 pues las estudiantes que conforman esta pareja optaron por establecer cuantos litros verter cada grifo en cinco minutos y después realizar una suma de los valores obtenidos de tal manera que pueden establecer cuantos litros se verter en cinco minutos al abrir los tres grifos, como se muestra en la siguiente ilustración:

Ilustración 18. Pareja N°9 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2

2. ¿Cómo se puede a partir de la gráfica, determinar cuál es la cantidad total de litros de agua potable que se puede utilizar o desperdiciar si se tienen abiertos en su totalidad los grifos durante 5 minutos? Muestre los procedimientos matemáticos y calcule la cantidad total.

$5 \times 12 = 60$	lavaplatos	60	+ <u>30</u> 140	Rta/ en 5 minutos el total de desperdicio de agua es 140 litros.
$5 \times 10 = 50$	exteriores	50		
$5 \times 6 = 30$	lavamanos	30		

Fuente: Documento de la Pareja N° 9

A partir de la ilustración anterior se infiere que los conocimientos básicos que poseen las estudiantes sobre matemática, juegan un papel importante en la selección de

los procedimientos para determinar la solución, este aspecto lo resalta Schoenfeld (1985) como la creencia y la define como una “visión del mundo” matemática que determina cómo alguien se acerca a un problema, es decir un conjunto de ideas o percepciones que las estudiantes poseen acerca de la matemática.

De igual manera, se rescata el aporte de la pareja N°13 quienes se encuentran en concordancia con las dos parejas anteriormente enmarcadas, rescatando un aporte importante en el desarrollo de la tarea N°2 por parte de la pareja N°13, pues la pareja establece de manera escrita el proceso que se debe seguir (Operaciones básicas) para determinar el resultado y a su vez crean una relación entre el número de litros vertidos y el tiempo (minutos transcurrido) que les permite establecer el proceso para desarrollar las operaciones, lo anterior nos permite concluir que las estudiantes hicieron unos de la heurística, pues crearon relaciones lógicas y psicológicas que les permitió determinar la solución, según Carvajal (2006) la heurística moderna busca comprender el método que conduce a la solución de problemas: En particular, las operaciones mentales típicamente útiles en el proceso donde se tiene en cuenta un trasfondo lógico y psicológico. Cabe resaltar que Schoenfeld (1985) ha determinado la heurística como una categoría de conocimientos o habilidad para tener éxito en la resolución de problemas.

Ilustración 19. Pareja N°13 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2

2. ¿Cómo se puede a partir de la gráfica, determinar cuál es la cantidad total de litros de agua potable que se puede utilizar o desperdiciar si se tienen abiertos en su totalidad los grifos durante 5 minutos? Muestre los procedimientos matemáticos y calcule la cantidad total.

• Para saber cuánto se puede utilizar o desperdiciar agua potable se multiplica el número de litros por el número de minutos

• Grifo lavaplatos • Grifo de exteriores • Grifo de lavamanos

$$\frac{12 \times}{5} + \frac{10 \times}{5} + \frac{6 \times}{5} = 140$$

Fuente: Documento de la Pareja N° 13

En este sentido, se identifica que las tres parejas analizadas comprendieron la situación problema de acuerdo al contexto expuesto, y dependiendo de sus conocimientos básicos instauran diferentes rutas que les permitió encontrar un resultado o valor y se evidencia que durante la resolución las estudiantes piensan matemáticamente, teniendo claro que pensar matemáticamente involucra más que tener una gran cantidad de conocimiento de la materia *al dedillo*. Incluye ser flexible y dominar los recursos dentro de la disciplina, usar el conocimiento propio eficientemente, y comprender y aceptar las reglas “tácitas de juego” (Schoenfeld, 1985).

A su vez, las estudiantes instauran una conexión respecto a las respuestas de la primera tarea que les permite tener mayor confianza a la hora de enfrentar las diferentes tareas, ejemplo de ello lo evidenciamos en la siguiente intervención:

Tabla 7. Interacción (Inv – Est) N°. 5 – Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2

Inv: Niñas como van

P₇: Pues creemos que bien, tenemos que hallar cuantos litros se gastan si dejamos los 3 grifos abiertos por 5 minutos

Inv: Bien, ahora les pregunto, si dejo abierto el grifo del lavamanos 10 seg y luego 15 seg en ¿Cuál de las dos ocasiones se gasta más agua?

P₇: Mirando la gráfica en la primera, ósea en los 10 seg se gastan un litro y en 15 seg se gasta un litro y medio.

Inv: Bien pero yo no les pregunte cuantos litros sino ¿En cuál de las dos ocasiones se gasta más agua?

P₇: Ya sabemos que existe una relación entre el tiempo transcurrido y los litros vertidos, entonces entre mayor tiempo mayor agua desperdicia, es por eso que en los 15 seg se gasta más agua.

Inv: Bueno y que pasa en la pregunta 2

P₇: Pues que el agua que se gasta en 5 minutos es 5 veces más la que se gasta en 1 minuto.

Inv: Más detalladamente

P₇: Que si un grifo gasta 3 litros en minuto entonces en 2 minutos gasta 6 litros.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 7

En la anterior interacción podemos identificar como las estudiantes crean conexión con los resultados ya obtenidos en tareas anteriores que les permite ampliar su perspectiva y bagaje de tal manera que se pueden enfrentar nuevas situaciones y conseguir con éxito una solución coherente y contextualizada, este proceso de conexión lo trabaja Solar (2009), el cual lo adopta de los grupos de complejidad de PISA (OCDE, 2003), el nivel de conexión se apoya sobre el nivel de reproducción el cual requiere esencialmente de la reproducción del conocimiento estudiado: conocimiento de hechos, representaciones de problemas comunes, ejecución de procedimientos los cuales conducen a situaciones de solución de problemas en escenarios familiares o casi familiares que permiten determinar la solución de un problema desconocido de contextos cercanos. Para una mayor visualización de este proceso de conexión se resalta el trabajo realizado por la pareja N°7 que se muestra a continuación:

Ilustración 20. Pareja N°7 – Situación Problema N°1 - Tarea N°2

2. ¿Cómo se puede a partir de la gráfica, determinar cuál es la cantidad total de litros de agua potable que se puede utilizar o desperdiciar si se tienen abiertos en su totalidad los grifos durante 5 minutos? Muestre los procedimientos matemáticos y calcule la cantidad total.

Al tener los grifos abiertos durante 5 minutos y querer saber el agua utilizada se tiene que hacer el siguiente ejercicio:

Grifo 1: $12 \text{ litros (1min)} \times 5 = 60 \text{ litros utilizados.}$
 Grifo 2: $10 \text{ litros (1min)} \times 5 = 50 \text{ litros utilizados.}$
 Grifo 3: $6 \text{ litros (1min)} \times 5 = 30 \text{ litros utilizados.}$

Fuente: Documento de la Pareja N°7

Cabe resaltar que la pareja N°7 realiza una conexión con el resultado de la primera tarea, es decir las estudiantes utilizan el resultado de la primera tarea como información importante en la resolución de la segunda tarea, a su vez sustraen información de la gráfica para establecer cuantos litros verte cada grifo en 5 minutos,

pero no determinan cuantos litros se vierten en los 5 minutos si se tiene los tres grifo abiertos, este proceso nos permite evidenciar que la pareja no comprendió en su totalidad la tarea, por ello no pudieron establecer una relación entre el resultado obtenido (Número de litros vertidos por cada grifo durante 5 minutos) y el resultado de la tarea (Número de litros vertidos en 5 minutos por los tres grifos), los procesos realizados por la pareja nos permite inferir que las estudiantes no se encontraba motivadas con la tarea pues gran parte de su documento consta de información suministrada por la situación problema y escasea de procesos intuitivos de las estudiantes, ante esto se evidencia que la falta de interés de las estudiantes interfiere en gran nivel en el éxito de la resolución de un problemas, según Carvajal (2006) para resolver un problema lo que se tiene que tener fundamentalmente al inicio es interés de resolver el problema. La actitud que puede a matar un problema es precisamente el desinterés.

A partir de lo anterior podemos concluir que dos factores que inciden en la resolución de un problema son la comprensión del problema y el interés de las estudiantes en resolver el problema, pues si alguna de esta dos no se tiene, conlleva a las estudiantes a dejar el proceso a medias o a dar posibles soluciones erróneas. Ante este panorama se ve la necesidad de realizar una buena formulación que motive a las estudiantes y que a su vez sea concreta y que permita un buen proceso de resolución por parte de las estudiantes.

Continuando con las ideas de este apartado que se centran en el proceso matemático resolver problemas continuamos con el análisis del desarrollo de la primera situación problema titulada “Los grifos” ahora analizaremos los resultados obtenidos de la tercera tarea que consistía en suponer que si se abre el grifo del lavaplatos a $\frac{3}{4}$ de su caudal y completamente el grifo del lavamanos, ¿Qué grifo había consumido la mayor cantidad de agua potable entre el intervalo de tiempo [70s, 90s] y cuál es la cantidad de agua potable consumida por los dos en los 90 segundos?, para ello se estudiaran los resultados brindados por tres pareja.

La pareja N°14 establece que el grifo del lavaplatos es el grifo que más agua deja verter durante el intervalo de tiempo [70s, 90s] y que los dos grifos vierten 22.5 litros

después de estar 90 segundos abiertos bajo las siguientes condiciones, el grifo del lavaplatos abierto a $\frac{3}{4}$ de su caudal y el grifo del lavamanos en su caudal completo, para llegar a estas conclusiones la pareja N°14 realiza diversos procedimientos que reflejan en la siguiente ilustración:

Ilustración 21. Pareja N°14 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3

3. Suponga que se abre el grifo del lavaplatos a $\frac{3}{4}$ de su caudal y completamente el grifo del lavamanos, ¿Qué grifo a consumido la mayor cantidad de agua potable entre el intervalo de tiempo [70s, 90s] y cuál es la cantidad de agua potable consumida por los dos en los 90 segundos?

Grifo 3
 $1m = 60s$
 $\frac{1}{2}m = 30s$
 $30s > 90s$

Grifo 4
 $1m = 60s$
 $\frac{1}{2}m = 30s$
 $13,5d. = 810s$
 $3 \times 3 = 9$

Para consume más el primer grifo ya que bota más cantidad de agua.

$9L + 13,5L = 22,5L$

Fuente: Documento de la Pareja N°14

En la ilustración anterior se evidencian los diferentes procesos que permitieron a la pareja en cuestión dar respuestas a cada una de las preguntas que conforman la tercera tarea. Para dar respuesta a la primera pregunta “¿Qué grifo había consumido la mayor cantidad de agua potable entre el intervalo de tiempo [70s, 90s]?” la pareja realizó los siguientes procedimientos:

- ✓ Primero las estudiantes realizan una relación entre minutos y segundos, donde establecen que un minuto equivale a 60 segundos y $\frac{1}{2}$ de minuto equivale a 30 segundos.
- ✓ Luego las estudiantes determinan el número de litros vertidos por el grifo del lavaplatos cuando está abierto $\frac{3}{4}$ de su caudal, para ello primero identifican cuantos litros de agua verte el grifo del lavaplatos en un minuto

con su caudal completo y después determinan el valor correspondiente a $\frac{3}{4}$ del caudal completo, lo que les permite conocer el número de litros vertidos por el grifo del lavaplatos en un minuto cuando el grifo está abierto a $\frac{3}{4}$.

- ✓ Una vez determinado el número los litros vertidos por el grifo del lavaplatos en un minuto cuando está abierto a $\frac{3}{4}$ de su capacidad, las estudiantes determinan cuantos litros vierte dicho grifo en $\frac{1}{2}$ minutos.
- ✓ Luego de determinar el número de litros vertidos en un minuto y en medio minuto las estudiantes pasan a determinar cuántos litros se vierten en minuto y medio.
- ✓ Después las estudiantes sustraen información relacionada al grifo del lavamanos que les permite determinar el número de litros vertidos por el grifo en un minuto y en $\frac{1}{2}$ minuto, lo que las lleva a determinar cuántos litros se vierten en minuto y medio.
- ✓ Una vez establecido cuantos litros vierte cada uno de los grifos (grifo de lavamanos y grifo lavaplatos) en minuto y medio, las estudiantes realizan una comparación entre la cantidad de litros vertidos por cada grifo para determinar cuál de los dos ha dejado verter mayor cantidad de agua después de un tiempo determinado.

Este proceso les permitió determinar la respuesta de la primera pregunta de la tercera tarea y a su vez nos permite evidenciar las cuatro categorías que establece Schoenfeld (1985) entre las cuales están los recursos, el control, la heurística y las creencias para la resolución de un problema, cabe resaltar que dichas categorías nos permiten deducir la implementación de diferentes actividades mentales durante la resolución del problema y nos muestran el grado de interés de las estudiantes ante la tarea y su comodidad ante el proceso de resolución tal como lo establece Puig,8 1996, p. 31) para él la actividad mental manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea.

Con relación a la segunda pregunta de la tercera tarea que consiste en determinar el número de litros vertidos por los dos grifos en 90 segundos, aclarando que el grifo del

lavamanos se encuentra abierto a su mayor caudal y el grifo de lavaplatos a $\frac{3}{4}$ de su caudal las estudiantes realizaron el siguiente procedimiento:

- ✓ Las estudiantes retomaron los datos obtenidos sobre el número de litros vertidos por cada uno de los grifos (grifo de lavamanos y grifo lavaplatos) en minuto y medio bajo las condiciones expuestas en la situación planteada.
- ✓ Después realizaron una operación básica (Suma) que les permito determinar el número de litros vertidos por los dos grifos en 90 segundos.

Con relación a lo anterior se puede inferir un alto nivel de comprensión de la tarea por parte de la pareja y a su vez cabe resaltar la conexión que logran realizar entre la primera y la segunda tarea es por ello que se evidencia una lógica progresiva en el desarrollo de los diferentes procedimientos, los cuales se sustentan en la siguiente interacción:

Tabla 8. Interacción (Inv – Est) N°. 6 – Pareja N°14 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3

Inv: Hola niñas

P₁₄: Hola profe

Inv: Como van

P₁₄: Bien ya pasamos a la cuarta pregunta

Inv: Qué bueno y que respondieron en la tercera tarea

P₁₄: Pues una de las preguntas decía que, que grifo consume mayor cantidad de agua y nosotras contestamos que el primer grifo ya que bota más cantidad de agua

Inv:Cuál es el primer grifo.

P₁₄: El grifo del lavaplatos

Inv: Y como determinaron que el grifo del lavaplatos era el que más agua vierte.

P₁₄: Pues en el ejercicio decía, que grifo gastaba más agua entre 70 segundos y 90 segundos, entre el grifo del lavamanos y lavaplatos pero el de lavaplatos solo estaba abierto a $\frac{3}{4}$ ósea no salía toda el agua.

Inv: Bien y después de eso que hicieron

P₁₄: Primero sacamos de la gráfica cuantos litros botaba cada grifo en un minuto

Inv: Porque en un minuto

P₁₄: Lo que pasa es que en la gráfica dice la cantidad que bota cada grifo en 60 segundos y como un minuto tiene 60 segundos entonces trabajamos con minuto. Más cómodo.

Inv: Bien y cuantos litros vertían cada grifo en los 60 segundos

P₁₄: Espere miro

- ✓ El grifo lavaplatos deja salir 12 litros en un minuto
- ✓ El grifo lavamanos deja salir 10 litros en un minuto
- ✓ El grifo lavaplatos deja salir 6 litros en un minuto

Inv: Algo importante

P₁₄: Sí que esa cantidad de litros sale si los grifos están abiertos en su totalidad

Inv: Entonces esa información le sirvió para resolver las preguntas

P₁₄: Si y no

Inv: Como así

P₁₄: Si nos sirvió el número de litro vertidos por el grifo del lavaplatos para determinar cuántos litros salían a $\frac{3}{4}$ de su capacidad.

Inv: Como lo realizaron

P₁₄: Pues el grifo de lavaplatos deja salir 12 litros por minutos entonces teníamos que buscar el número que representaba $\frac{3}{4}$ de 12. Para ello dividimos 12 entre 4 y el resultado que es 3 lo multiplicamos por 3 y dio 9 entonces ese era el número de litros vertidos por el grifo de lavaplatos a $\frac{3}{4}$ abierto.

Inv: Que otra información utilizaron

P₁₄: Los litros vertidos por el grifo del lavamanos que es 6 litros por minuto

Inv: Después de tener esos dos datos que proceso realizaron para determinar las respuestas de las preguntas de la tercera tarea

P₁₄: Pues como dice que, qué grifo gasta más agua ente 70seg y 90 seg entonces determinamos cuantos litros habían salido de cada grifo en 90 seg

Inv: Como lo realizaron

P₁₄: Pues el grifo de lavamanos deja salir 6 litros en un minuto entonces en medio minuto salen 3 litros por tanto en minuto y medio salen 9 litros. Y con el grifo del lavaplatos abierto a $\frac{3}{4}$ salen 9 litros por minuto entonces en medio minuto salen 4.5litros entonces en minuto y medio 13.5 litros

Inv: Y como saben cuál grifo vierte mayor cantidad de litros

P₁₄: Pues como uno vierte 9 litros y el otro 13.5 litros es claro que 13.5 es mayor que 9 entonces el grifo de lavaplatos gasta mayor agua

Inv:Bueno pero dice entre 70 seg y 90seg

P₁₄: Si pero sabemos que entre mayor tiempo mayor número de litros es por eso que nosotras decidimos calcular el número de litros en 90 seg, para saber de cual grifo sale mayor agua.

Inv: Bien y con relación a la segunda pregunta.

P₁₄: Pues la segunda pregunta consiste en determinar el número de litros vertidos por los dos

grifos en 90 segundos y como ya los habíamos determinado anteriormente entonces solo sumamos.

Inv: Cuanto les dio

P₁₄: 22.5 litros.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 14

Con base en lo anterior se evidencia un alto nivel de comprensión de la tarea por parte de las estudiantes, pues estas comprenden la situación que están trabajando, la información que tiene y la que necesitan para resolver el problema lo que les permite navegar ampliamente por la situación con una visión clara de lo que está pasando en la situación, y de los diferentes procedimientos que tiene que realizar con el fin de determinar la solución que se les está pidiendo, a su vez las estudiantes son capaces de explicar la situación en la que se encuentran y el proceso que han realizado lo que nos permite inferir que las estudiantes comprendieron ampliamente la situación por no decir en su totalidad, cabe resaltar que Santos (2008) establece que un aspecto importante en la resolución de problemas es la comprensión o el desarrollo de las ideas matemáticas las cuales conllevan un proceso de reflexión donde el estudiante constantemente refina o transforma sus ideas y formas de pensar como resultado de participar activamente en una comunidad de práctica o aprendizaje, tal como se evidencia en el trabajo realizado por la pareja N°14.

A su vez se evidencia un carácter procedimental, donde se requiere que las estudiantes pongan en marcha una secuencia de pasos de acuerdo con un plan preconcebido y dirigido al logro de una meta, sin restarle importancia a los contenidos conceptuales o actitudinales que ponen en prueba a la hora de desarrollar la tareas (Pozo, Pérez, Domínguez & Postigo, 1994). En concordancia con lo anterior tenemos la pareja N°15, quienes establecen que el grifo N°1 (Grifo de lavaplatos) vierte mayor número de litros que el grifo del lavamanos, también determinan cuantos litros vierte cada uno de los grifos en un minuto y en medio minuto de tal manera que facilitara el proceso para calcular el número de litros vertidos en 90 segundos por los dos grifos, en la siguiente ilustración se evidencia los procesos desarrollado por la pareja N°15.

Ilustración 22. Pareja N°15 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3

3. Suponga que se abre el grifo del lavaplatos a $\frac{1}{4}$ de su caudal y completamente el grifo del lavamanos, ¿Qué grifo a consumido la mayor cantidad de agua potable entre el intervalo de tiempo [70s, 90s] y cuál es la cantidad de agua potable consumida por los dos en los 90 segundos?

El grifo #1 consume más, ya que bota más cantidad de agua.

Grifo #3.

$$\begin{array}{l} 1m = 6l \\ \frac{1}{2}m = 3l \end{array} > 9l$$

Grifo #7.

$$\begin{array}{l} 1m = 9 \\ \frac{1}{2}m = 4,5 \end{array} > 13,5l$$

$$9l + 13,5l = 22,5L$$

Fuente: Documento de la Pareja N°15

Por otro lado, tenemos los resultados de la pareja N°10 en el cual se evidencia que las estudiantes no llevaron a cabo el análisis requerido para la comprensión y desarrollo de la tarea N°3 como lo establece (Pozo & Postigo, 1993), puesto que confundieron el proceso para establecer el número de litros vertidos en medio minuto por el grifo del lavaplatos con el proceso para establecer el número de litros vertidos en dos minutos por el grifo del lavaplatos, lo que nos permite inferir que las estudiantes no tienen claridad sobre los conceptos de mitad y de doble. Este inconveniente conlleva a las estudiantes a realizar procesamientos con números no representativos ante el contexto de la situación trabajada que genere resultados erróneos y afirmaciones descontextualizadas, es por ello que Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez, & Postigo, (1994) establece que cuando se trata de convertir la información de un código en otro, el alumno deberá dominar procedimientos específicos de decodificación intercódigos, como por ejemplo en el área de matemáticas “representación matemática de una situación utilizando sucesivamente diferentes lenguajes (verbal, gráfico y numérico) y estableciendo correspondencias entre los mismos”. A continuación se evidencia algunas consecuencias de no realizar una decodificación intercódigos de forma correcta.

Ilustración 23. Pareja N°10 – Situación Problema N°1 - Tarea N°3

3. Suponga que se abre el grifo del lavaplatos a $\frac{1}{4}$ de su caudal y completamente el grifo del lavamanos, ¿Qué grifo a consumido la mayor cantidad de agua potable entre el intervalo de tiempo [70s, 90s] y cuál es la cantidad de agua potable consumida por los dos en los 90 segundos?

$\frac{12}{4} = 3$ $3 \cdot 3 = 9$

la cantidad de agua potable consumida por los dos en los 90 segundos es 27 litros de agua.

El caudal es de 12 litros y el otro de 6 litros en un minuto votan 9 litros, y en medio minuto se gastan 18 litros de agua.

27

Fuente: Documento de la Pareja N°10

Con relación a los aportes dados por la pareja N°10 se evidencia como el no comprender las tareas y la falta de conceptos básicos conlleva a dar posibles soluciones erróneas o afirmaciones que no estén relacionadas a lo que realmente se quiere resolver o dar respuesta. Ante este panorama la pareja en cuestión no cumplió con las expectativas esperadas para el desarrollo de la tercera tareas de la situación problema sobre Los Grifos

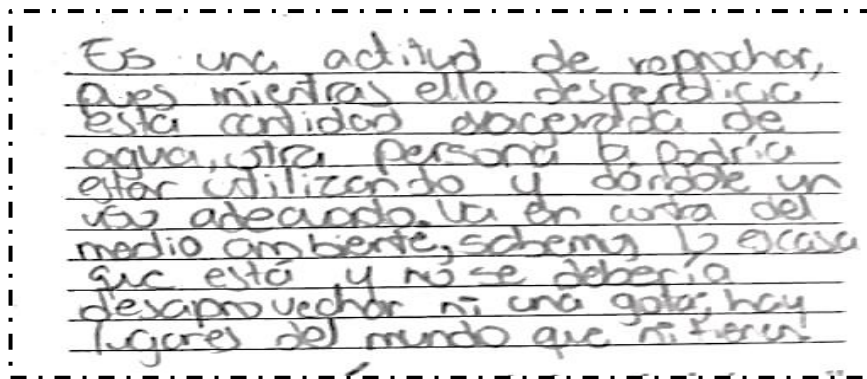
Al considerar cada una de las evidencias relacionadas al desarrollo de la tercera tarea, se reflejan tres perspectivas distintas con respecto a las actuaciones de las estudiantes para el desarrollo de la tarea pues se evidencia como las parejas implementan diferentes “estrategias cognitivas que les permiten desarrollar una habilidad organizada internamente para gobernar su propia conducta de pensar, es decir, los procesos de atender, aprender, recordar y pensar” Gagné & Briggs (2008, citado por Acosta & Boscán, 2012), con el objetivo de obtener una solución a partir de la información suministrada.

En este orden de ideas las respuestas de las parejas N°14 y N°15 reflejan los 5 tipos de procedimientos que propone Pozo & Postigo, (1993) entre los cuales tenemos: una adquisición de la información, interpretación de la información, análisis de la información y realización de inferencias, comprensión y organización conceptual de la

información y la comunicación de la información. Esta clasificación permite un análisis minucioso de las situaciones a resolver y los procedimientos requeridos para la solución de dicha situación, lo que permite una apropiación de la situación por parte de quien lo resuelve.

Con el fin de continuar con este proceso de análisis pasamos a estudiar las respuestas dadas por las estudiantes para la cuarta tarea, en la cual se puede apreciar dos procesos diferentes que buscan determinar el número de litros vertidos por el grifo del lavamanos en cuatro minutos y medios sin hacer uso del agua vertida, a su vez, en este análisis se evidencia la preocupación de las estudiantes por la situación en la que se encuentra el país y el mundo con relación a la contaminación ambiental, en concordancia con esto las estudiantes relacionan esta situación con su contexto, ejemplo de ello se refleja en las siguientes ilustraciones:

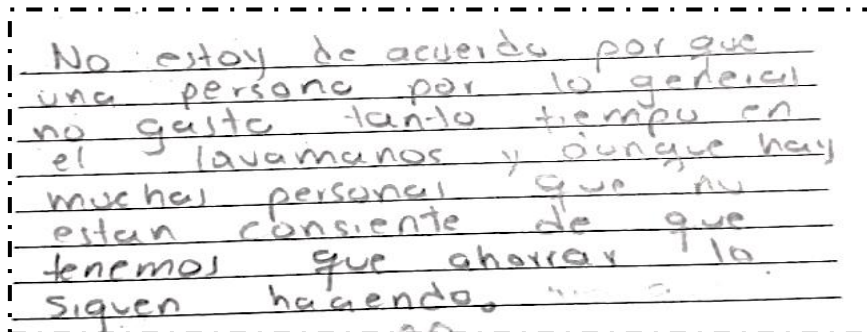
Ilustración 24. Pareja N°5 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4



Es una actitud de reprochar, pues mientras ella desperdicia esta cantidad aborrecida de agua, otra persona la podría estar utilizando y donde un uso adecuado, la en cura del medio ambiente, schema lo orais que está y no se debería desaprovechar ni una gota, hay lugares del mundo que ni tienen

Fuente: Documento de la Pareja N°5

Ilustración 25. Pareja N°15 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4



No estoy de acuerdo por que una persona por lo general no gasta tanto tiempo en el lavamanos y aunque hay muchas personas que no están consiente de que tenemos que ahorrar la siguen haciendo.

Fuente: Documento de la Pareja N°15

La pareja N°5 se encuentra en total desacuerdo con el uso que se le está dando al agua potable, lo que nos permite inferir que las estudiantes se involucraron en el contexto y analizaron las consecuencias que generaría la cuarta tarea la cual dice “Si una estudiante deja abierto el grifo del lavamanos por 4 minutos y medio sin hacer uso de ella ¿Cuántos litros de agua se desperdician? en el contexto de ellas, a continuación se resaltan algunas de sus opiniones:

Tabla 9. Interacción (Inv – Est) N°. 7 – Pareja N°15 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4

Inv: Que piensan del agua que desperdician en 4 minutos y medio

P₁₅: Es mucha agua, en realidad uno no debe desperdiciar agua, además si lo hace con el grifo del lavamanos lo puede hacer con cualquier grifo y sería más agua

Inv: Qué piensa de esta conducta

P₁₅: Esta mal esa niña no piensa en nadie solo en ella

Inv: Porque dice que solo en ella

P₁₅: En muchas partes del mundo y en Colombia ya hay personas que mueren de sed como para que la boten

Inv: Usted que le diría a esa persona

P₁₅: Que sea consiente que los recursos naturales como el agua debemos cuidarlos porque nos indispensables para sobrevivir.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N° 14

Es evidente el rechazo que tiene las estudiantes ante las personas que no cuidan los recursos naturales en este caso el agua, además vemos como un contexto cercano y un problema social que las afecta la hace reflexionar y pensar ante las diferentes conductas que emergen de dicho contexto. A su vez esta pareja realiza los siguientes procedimientos para dar respuesta a la pregunta. En primera instancia realizan una lectura de la gráfica para determinar cuántos litros vertería el grifo del lavamanos en un minuto, una vez extraída esta información calculan cuantos litros vertería el grifo en cuatro minutos y en medio minuto, una vez calculado los valores las estudiantes realizaron una suma para determinar cuántos litros vertería el grifo de lavamanos en cuatro minutos y medio, por ultimo de forma escrita dan su respuesta, estos procesos evidencia en la siguiente ilustración:

Ilustración 26. Pareja N°5 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4

Handwritten work showing a calculation:

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \rightarrow \text{4 minutos} \\ \hline + 24 \text{ Litros} \\ 3 \rightarrow \text{1/2 minuto} \\ \hline 27 \text{ Litros} \end{array}$$

Rta: durante los 4 minutos y medio se desperdiciarían 27 litros

Fuente: Documento de la Pareja N°5

Cabe resaltar que detrás de la respuesta de la pareja N°5 relacionada a la cuarta tarea, se realizó un procedimiento matemático basado en operación básicas con el fin de obtener el valor exacto relacionado al número de litros vertidos por el grifo del lavamanos cuando esté está abierto por cuatro minutos y medio, en esta pareja se refleja el principio de reversibilidad establecido por Rúa & Bedoya (2008) el cual se establece que a partir de un par de operaciones matemáticas básicas donde no se puede comprender una de ellas sin la otra permite buscar relaciones entre las mismas para abordar la solución de problemas matemáticos como se evidencia en el desarrollo de la pareja N°5.

Por otra parte tenemos el trabajo de la pareja N°6 quienes tratan de determinar el número de litros que deja verter el grifo del lavamanos durante cuatro minutos y medio, para ello las estudiantes realizan algunas deducciones y operaciones en las que podemos inferir un buen nivel de comprensión, pero la falta de claridad en algunos conceptos básicos las llevaron a resultados erróneos. A continuación su muestran y se resaltan diferentes aspectos de la solución que permitieron inferior lo anteriormente dicho.

Ilustración 27. Pareja N°4 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4

4. Si una estudiante deja abierto el grifo del lavamanos por 4 minutos y medio sin hacer uso de ella ¿Cuántos litros de agua se desperdician? y ¿Qué opina usted respecto a esta situación?

$6 \times 4 + 30 = 54$ litros se desperdician

observando la cantidad de agua desperdiciada de 54 litros nos permite detallar que esta proyectando un problema actual en la sociedad por la máxima cantidad de agua desperdiciada sin haber uso de ella.

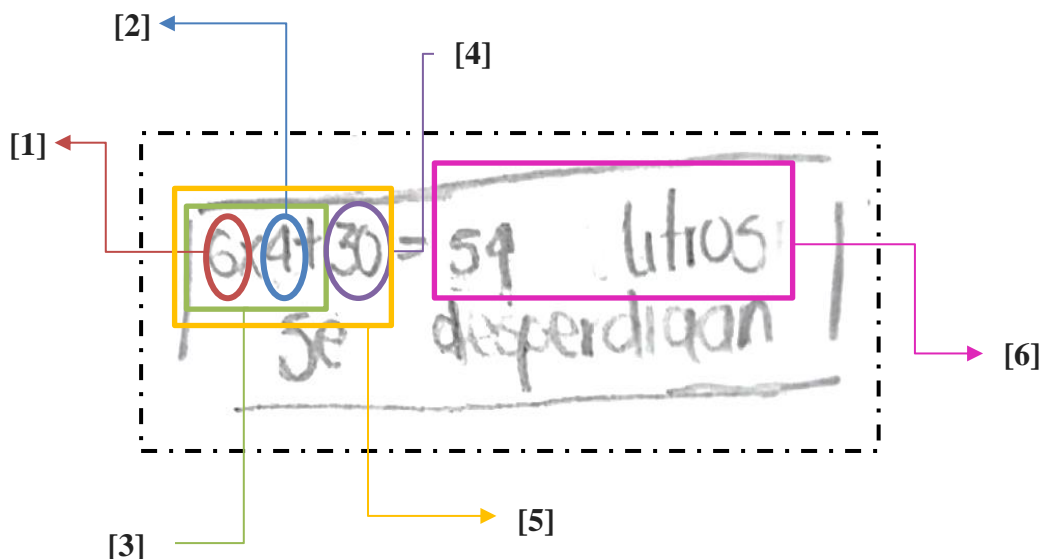
- [1] El número 6 que se encuentra en la ilustración 24, hace alusión al número de litros que vierte el grifo del lavamanos en un minuto, este valor tuvo que haber sido deducido de la gráfica que se encuentra en la situación planteada que relaciona tiempo (segundos) con litros (cantidad de agua vertida).
- [2] El número 4 presente en la ilustración hace alusión a una parte del tiempo que el grifo había estado abierto.
- [3] La operación indicada en la ilustración (6×4) nos muestra que la pareja N°6 comprendían que por cada minuto que pasaba con el grifo abierto salían 6 litros, por tal motivo realizaron dicha multiplicación con el fin de establecer cuantos litros vertía el grifo de lavamanos durante los cuatro minutos de estar abierto.
- [4] Realizando un análisis de los 3 puntos ya mencionados podemos concluir que el número 30 que se encuentra en la ilustración representa los 30 segundos que faltaban para completar los cuatro minutos y medio. Lo que nos hace pensar que las estudiantes no manejaban por completo la conversión de segundos a minutos, puesto que en primera instancia trabajaron con minutos y después con segundos. Esta confusión fue el primer aspecto que llevo a la pareja a un resultado erróneo.

[5] El segundo aspecto que llevo a la pareja a un resultado erróneo es que las estudiantes no determinaron cuantos litros se vertían en $\frac{1}{2}$ minuto, sino que sumaron $\frac{1}{2}$ minuto (los 30 segundos) con los litros vertidos en 4 minutos y pensaron que el resultado de esa suma representaba la cantidad de litros vertidos en los cuatro minutos y medio.

[6] El número 54 es el resultado de la suma mencionado en el punto [5], este resultado las estudiantes lo tomaron como el número de litros que vertía el grifo del lavamanos durante cuatro minutos y medio, el error recae en qué las estudiantes sumaron dos número de unidades diferentes, uno relacionado a volumen y otro a tiempo (6×4 tiene como unidad de medida el litro y el 30 tiene como unidad de medida los segundos).

En la siguiente ilustración se muestran el trabajo de la pareja N°6 y se resalta los diferentes puntos trabajados.

Ilustración 28. Análisis Grafico del Trabajo de la Pareja N°6 – Situación Problema N°1 - Tarea N°4



Fuente: Elaboración Propia

Con relación a lo anterior tenemos la respuesta dada a la segunda pregunta de la cuarta tarea por parte de la pareja N°6 que consistía en dar su opinión sobre el número de litros de agua potable desperdiciada que habían determinado en la primera fase de la cuarta tarea, en la cual concluyeron que eran 54 litros, ante este resultado la pareja resalto ampliamente, no estar de acuerdo con el desperdicio de agua potable y recalco que hoy en día se viven eventos de esta magnitud en la sociedad, lo que permite evidencia la relación directa que crearon las estudiantes con el contexto de la tarea y el contexto de su diario vivir.

Una vez expuestas las respuestas de las parejas N°6, N°5 y la N°15 se deduce que las estudiantes establecen relaciones entre los resultados ya adquiridos, entre sus saberes propios con relación a la actividad matemática y su experiencia personal para crear una perspectiva social de la situación que les permite enfrentar los diversos niveles de complejidad de las tareas expuestas que permite que las estudiantes se involucre y se reten a sí mismas, lo que les permite reflexionar colectivamente sobre la acción a seguir que conlleve a conceptualizar la experiencia vivida y como precisa Gascón (2008), que la noción de competencia integra y activa conocimientos, habilidades y destrezas, actitudes y valores; facilita la actuación del ser humano, permite su desempeño en tareas y contextos específicos, y para su desarrollo requiere la acción contextualizada, es decir, la transferencia de capacidades y conocimientos en diversos contextos y la movilización de los mismos en situaciones complejas.

En este orden de ideas, realizáremos el análisis de la quinta tarea, la cual consistía en que cada pareja a partir de la información brindada en la situación planteada sobre Los Grifos enmarcara las diferentes recomendaciones o estrategias que le darían a la coordinadora Amanda para fomentar el sentido de pertenencia en la comunidad liceísta, es por ello que las respuestas expuestas por las estudiantes giraron en torno a un sentido subjetivo, motivo por el cual se aprecian diferentes opiniones y estrategias. Ante esta variedad, se seleccionaron tres parejas que permite tener una noción amplia de las diferentes opciones brindadas.

Ilustración 29. Pareja N°5 – Situación Problema N°1 - Tarea N°5

5. ¿A partir de la información brindada por la coordinadora qué recomendaciones le darían a ella para fomentar el sentido de pertenencia en la comunidad liceísta?

Dar recomendaciones claves y hacer un llamado de atención fuerte a ellas para motivarlas a no hacerlas. En sí, hacerlas caer en razón de lo mal que está. Una alternativa sería mencionarles las razones principales por las cuales no se debe botar agua, ser mismo resaltarles que este líquido sí tiene fin, es decir, si no se cuida habría una sequía. Igualmente, decir que hay muchos países que cuentan con poca cantidad y que somos afortunados, pero esto tendrá límites.

Fuente: Documento de la Pareja N°5

La primera pareja analizada, es la pareja N° 5 quienes proponen realizar un llamado de atención a la comunidad liceísta que permita concientizarlos sobre los diferentes problemas que se encuentran en la Institución como lo es el mal uso del agua potable y a su vez resaltar la importancia de este líquido tan valioso que juega una papel fundamental para nuestro desarrollo como persona, ciudadanos y profesionales lo que nos permite inferir que en contextos familiares las estudiantes esta cuenta con un carácter propio para dar sus opiniones las cuales cargan de afecto y sentimiento que depende ampliamente de sus ideales, a su vez proponen alternativas que permita subsanar las diferentes resquebrajaduras existente, cabe resaltar que las propuesta brindadas por las estudiantes surgen tras un conocimiento de la situación y la población que se encuentra inmersa, desde esta perspectiva aludimos a (Doorman, Drijvers, Dekker, Van den Heuvel-Panhuizen, de Lange & Wijers, (2007 p.406-407) citados Santos, (2008) por quienes establecen que los problemas contextuales bien seleccionados ofrecen oportunidades para que los estudiantes desarrollen estrategias de solución informales, altamente contextualizadas, y se utilizan en la construcción de conceptos matemáticos, el contexto puede aún ser no realista o [ubicarse] dentro de las matemáticas, si el desarrollo del concepto lo requiere. Sin embargo, el contexto del problema debe ser experimentado como real por los estudiantes. El mundo real se utiliza como un dominio en el cual podemos usar nuestros conceptos matemáticos en la forma que deseemos.

Desde esta representación tenemos la pareja N°16 y la pareja N°4 quienes proponen charlas, carteles de motivación, actividades de motivación y videos como se refleja en las siguientes ilustraciones:

Ilustración 30. Pareja N°16 – Situación Problema N°1 - Tarea N°5

5. ¿A partir de la información brindada por la coordinadora que recomendaciones le darían a ella para fomentar el sentido de pertenencia en la comunidad liceísta?

1. Hacer una campaña concientizadora a las estudiantes sobre el buen uso de los grifos

2. Motivación para no desperdiciar el agua.

3. Realizar un video donde nos muestre la escasez de agua que existe en el mundo.

Fuente: Documento de la Pareja N°16

Ilustración 31. Pareja N°4– Situación Problema N°1 - Tarea N°5

5. ¿A partir de la información brindada por la coordinadora que recomendaciones le darían a ella para fomentar el sentido de pertenencia en la comunidad liceísta?

primero: Darles una charla para que reflexionen

segundo: poner carteles en el colegio para que las motive.

Fuente: Documento de la Pareja N°4

La pareja N°16 propone la implementación de un video en el cual se muestre la escasez de agua que se enfrenta en gran parte del mundo y en Colombia, este video lo proponen como una alternativa que puede generar mayor conciencia en la comunidad liceísta, pues las estudiantes resaltan que durante el video se realizara una comparación con episodios donde el agua escasea con escenarios donde las estudiantes del liceo malgastan el agua., esta apreciación se refleja en la siguiente intervención:

Tabla 10. Interacción (Inv – Est) N°. 7 – Pareja N°16 – Situación Problema N°1 - Tarea N°5

Inv: Bueno niñas cuando ustedes hablan de un video como seria.

P₁₆: Pues sería diseñar un video donde se muestre el desperdicio del agua y reproducirlo en cada salón

Inv: Solo reproducirlo

P₁₆: No se realizaría un análisis que permita tomar conciencia a las estudiantes sobre el estado actual del país en relación al medio ambiente

Inv: que información iría en el video

P₁₆: Pues imágenes que muestre escases de agua

Inv: Solo eso

P₁₆: No también videos cortos e imágenes donde se muestra la falta de conciencia por parte de las estudiantes cuando desperdiciamos el agua

Inv: Ejemplo

P₁₆: Cuando nos lavamos las manos y no apagamos los grifos

Inv: Alguno otro

P₁₆: Cuando jugamos con las llaves del agua

Inv: Y como harían para que las estudiantes realicen un análisis sobre el video

P₁₆: Haremos diversas preguntas

Inv: Que preguntas

P₁₆: Que piensan del video?

Inv: Solo esa

P₁₆: A partir de las imágenes del video que haría usted para minimizar la realidad del video

Inv: Bien alguna otra niñas

P₁₆: ¿Qué cambiaría usted para ayudar en la situación que se evidencia en el video?

Inv: Van organizar de alguna forma en específico las imágenes

P₁₆: Si pues el objetivo consiste en hacer tomar conciencia a nuestras compañeras entonces vamos a colocar una imagen fuere y una de nosotras botando agua.

Inv: A que se refieren con imágenes fuertes

P₁₆: Donde se evidencie la escases del agua

Inv: Ejemplo

P₁₆: Una foto de los niños de África que se están muriendo de sed

Inv: Y eso solo pasa en África

P₁₆: No también en la Guajira.

Inv: Bien, entonces qué es lo que ustedes esperan al mostrar el video

P₁₆: Que las estudiantes tomen conciencia de lo que están haciendo y que cuiden lo que tienen ya que somos personas privilegiadas.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a la Pareja N°16

En concordancia con lo anterior tenemos la pareja N°4 quienes proponen la realización de charlas con la comunidad liceísta y la creación de carteles que propicien la reflexión sobre el estado actual del planeta y sus recursos naturales con el fin de fortalecer el sentido de pertenencia de la comunidad liceísta y contribuya al mejoramiento del país.

Para finalizar, se realizó una revisión de los análisis elaborados a las cinco tareas de la situación problema enfocada a Los Grifos donde se determina que dentro de proceso matemático que desarrollaron las estudiantes en cada una de las tareas se presentaron aspectos como:

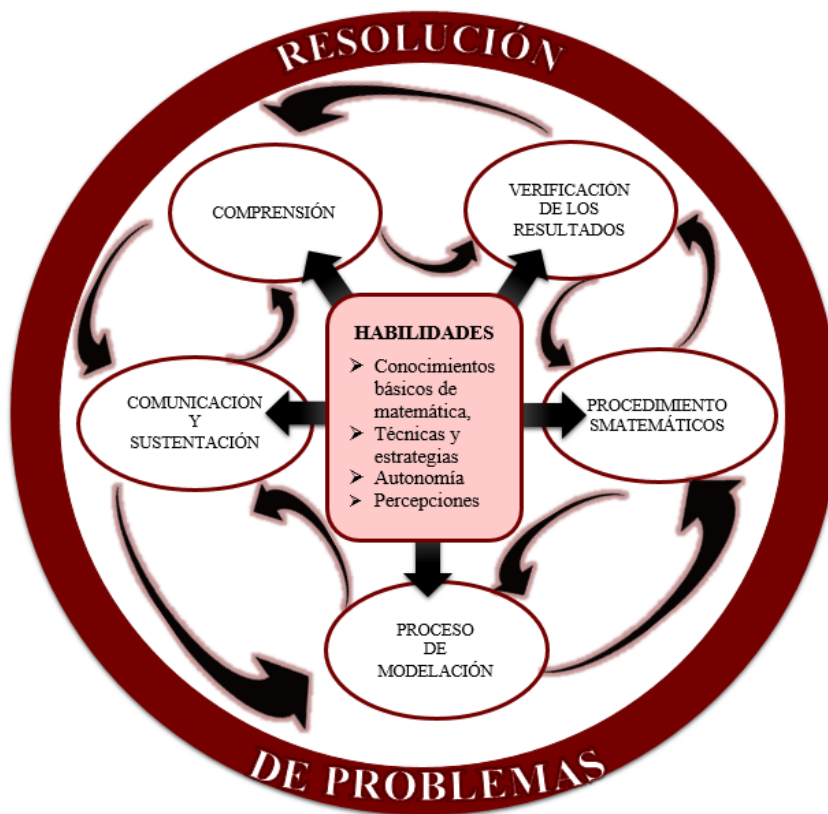
- ✓ En primer lugar se evidencia un proceso de *comprensión* de la situación planteada donde las estudiantes realizaban diferentes procedimientos relacionados con la búsqueda, recogida y selección de información presente en la situación, que les permitía tener una perspectiva global del contexto en el que se encontraban.
- ✓ Una vez comprendida la información las estudiantes pasaron a un *proceso de modelación* de la información donde pusieron a prueba su habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un nuevo contexto reconociendo sus destrezas.
- ✓ Una vez realizada la modelación de la situación las estudiantes pasaron a la implementación de *procedimientos matemáticos* los cuales se encuentran ligado a saberes previos y a la interpretación del contexto expuesto.
- ✓ Posterior a la realización de los procedimientos matemáticos cada una de las parejas realizo una *verificación de los resultados* obtenidos lo que les brindo mayor confianza y seguridad del proceso desarrollado.

- ✓ Por último, como mínimo la *comunicación y sustentación* de resultados, en esta etapa las parejas justificaron cada uno de los pasos que realizaron para determinar la solución, de forma escrita y verbal, lo que permitió identificar el nivel de apropiación de cada pareja con relación a las Tareas desarrolladas.

Cabe aclarar que para desarrollar los diferentes aspectos anteriormente enunciados las estudiantes implementaron diferentes habilidades como sus conocimientos básicos relacionados a los procedimientos matemáticos, implementación de técnicas y estrategias que les permitiera resolver el problema, autonomía para tomar decisiones sobre proceso, estrategias y recursos a utilizar y percepciones ante la realidad matemática que representa el problema.

En resumen, durante la realización de las cinco tareas matemáticas que componen la situación problema N°1 titulada “Los Grifos” se evidenciaron los siguientes componentes en el proceso de resolución de problemas: comprensión, proceso de modelación, procedimientos matemáticos, verificación de los resultados y comunicación y sustentación, en los cuales se evidenciaban las habilidades anteriormente resaltadas (Conocimientos básicos de matemática, técnicas y estrategias, autonomía y percepciones), los cuales se relacionan a continuación en la siguiente ilustración:

Ilustración 32. Caracterización del proceso matemático resolver problema.



Fuente: Elaboración propia.

Las habilidades del estudiantes y los cinco aspectos les permiten a las estudiantes establecer la ruta para determinar la solución de un problema, debido a que cada uno de estos aspectos se encuentra relacionados dentro de este proceso matemático resolución de problemas y permiten al individuo poner en práctica habilidades como la interpretación, la reflexión y la argumentación llevándolos a un resultado exitoso, coherente y contextualizado.

5.1.2 Proceso matemático formular problemas

El trabajo desarrollado en esta investigación con relación al proceso matemático formular problemas se dividió en tres etapas, la primera etapa se llevó a cabo por medio de un grupo focal quien según Martínez (1999) “Es un método de investigación colectivista, más que individualista, y se centra en la pluralidad y variedad de las actitudes, experiencias y creencias de las participantes, y lo hace en un espacio de tiempo

relativamente corto”, el grupo focal estuvo conformado por las estudiantes 1004 de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila, cuyo fin se centró en que las estudiantes compartieran sus diferentes puntos de vista acerca de la matemática con el objetivo de identificar diferentes prácticas sociales donde se evidencie la implementación de la matemática y seleccionar dos prácticas sociales de las socializadas con las que las estudiantes se identificaban y así indagar un poco más acerca de ellas de tal manera que permitirá pasar a la segunda etapa, esta etapa se desarrolló en un espacio de clase en el cual las estudiantes realizaron la socialización de una de las practicas seleccionadas en la primera etapa, lo que permitió iniciar la formulación del problema relacionado con la práctica seleccionada, cabe aclara que el inicio de la formulación del problema se realizó de forma grupal, una vez iniciada la formulación se pasó a la tercera etapa donde las estudiantes se organizaron en parejas y terminaron el proceso de formulación del problema, este proceso se llevó a cabo con el objetivo de analizar los diferentes aportes que implementaron las estudiantes durante el proceso.

Con base en lo anterior, en este apartado se exponen los resultados obtenidos en la primera etapa la cual se desarrolló a partir de un grupo focal donde el objetivo del mismo consistía en que las estudiantes compartieran diversas percepciones con respecto a la matemática y la implementación de esta en las diferentes prácticas sociales que desarrollan las estudiantes en su diario vivir, de igual manera se realizó una selección en común acuerdo sobre las prácticas sociales representativas para las estudiantes, como aval de lo anterior se resaltarán los aportes de las estudiantes las cuales se enfocaron en la formulación de problemas.

Desde esta perspectiva y partiendo de Hamui & Varela (2013) quienes establecen que en un grupo focal se maneja una técnica que privilegia el habla, y cuyo interés consiste en captar la forma de pensar, sentir y vivir de los individuos que conforman el grupo, desde este orden de ideas y enfocados al proceso de formulación de problemas se inició el grupo focal con una presentación por parte de las estudiantes donde cada una de ella decía su nombre y una actividad en la que implementan las matemáticas como se evidencia en la siguiente interacción:

Tabla 11. Interacción (*Inv – Est*) N°. 8 – Grupo Focal

Inv: Iniciamos la presentación.

E₁: Buenos días, profe Karina y profe María Edith, mi nombre es Ana María Ramírez Montaña y utilizo las matemáticas para determinar mi nota final en cada una de las asignaturas.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₂: Mi nombre es Maira Alejandra Quiroga Bautista y utilizo las matemáticas para pagar.

E₁₄: Noooooo es para saber cuánto tengo que pagar.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₃: Mi nombre es Manuela Cuenca y utilizo las matemáticas cuando voy a comprar una picad y tengo que saber cuánto tengo que pagar y cuanto me tiene que devolver.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₄: Mi nombre es Laura Salguero y utilizo la matemática para economizar, ósea para ahorrar.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₅: Mi nombre es Marina Ramírez y utilizo la matemática cotidianamente para contabilizar algo para contar.

E₈: Mi nombre es Valeria Tapia y utilizo las matemáticas para determinar el comportamiento de un proceso.

Inv: Como así

E₈: Si profe cuando uno tiene ciertos datos relacionados a un proceso cuando se analizan esos datos se puede futuros comportamientos.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₉: Mi nombre es Valentina Suta y utilizo las matemáticas para ejecutar retiros en el cajero.

Inv: Muy bien, siguiente..

E₁₂: Mi nombre es Maria Jose Posso e implemento la matemática para tener control del tiempo.

E₁₃: Yo soy Arleidy Perea y utilizo la matemática para cocinar.

E₁₆: Mi nombre es Aide Lasso y utilizo las matemáticas en los juegos.

Inv: Continuamos

E₂₀: Mi nombre es Diana Karina Devia y utilizo las matemáticas para saber cuántos años tengo y cuantos voy a cumplir.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₂₁: Mi nombre es Paula Andrés Álvarez y utilizo las matemáticas en la física de decimo.

Inv: Continuamos.

E₂₃: Mi nombre es Juana Valentina Gómez y utilizó las matemáticas para saber cuántos kilos he aumentado o bajado.

Inv: Siguiente.

E₂₅: Mi nombre es Laura Celis Bonilla y utilizó las matemáticas para dividir la torta.

E₂₆: Mi nombre es Hary Daniela Rodríguez y utilizó las matemáticas para saber cada cuanto pasa el bus.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₂₈: Mi nombre es Loren Cardozo y utilizó las matemáticas para llevar las cuentas he los ingresos de mi papa y saber en qué se puede dividir y que le puedo pedir, ósea saber hasta dónde puedo pedir, tener claro mis límites.

Inv: Muy bien, siguiente.

E₂₉: Mi nombre es Alejandra Barreto y utilizo las matemáticas para resolver un problema.

Inv: Usted nena.

E₃₁: Mi nombre es Laura Sofía Amaya y utilizo las matemáticas cuando voy a la cafetería y compro mi refrigerio a la hora de descanso.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Con base en la anterior interacción es evidente que las estudiantes visualizan la matemática en los diferentes eventos presentes en su vida cotidiana ya sea de manera positiva o negativa lo que nos permite inferir que las estudiantes de decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva - Huila reconocen la importancia de la matemática en el desarrollo de su vida y a su vez reflexiona acerca de la vinculación entre la matemática y las situaciones de la vida cotidiana, así como entre la matemática y los problemas de la actividad laboral y profesional Camarena (2009), pues las estudiantes en sus intervenciones mencionaron episodios reales y cercanos como la compra y venta de artículos y alimentos, la realización de retiros, para saber el horario del bus entre otras situaciones. Ante este panorama se les lee a las estudiantes la siguiente frase **“Las Matemáticas solo se encuentran en los Libros y solo se Aprenden y se Implementa en el Aula de Clase”** con el objetivo de identificar los diferentes puntos de vista de las estudiantes, en la siguiente interacción se enmarcan las respuestas de las estudiantes.

Tabla 12. Interacción (Inv – Est) N°. 9 – Grupo Focal

Inv: Bien niñas cada una de ustedes ha explicado en que ámbito de su vida cotidiana utilizan la matemáticas. Ahora les voy a leer una frase y el objetivos es compartir nuestra opinión

respecto a la frase. La frase dice “**LAS MATEMÁTICAS SOLO SE ENCUENTRAN EN LOS LIBROS Y SOLO SE APRENDEN Y SE IMPLEMENTA EN EL AULA DE CLASE**” que piensan al respecto.

E₅: No estoy de acuerdo con esa frase porque dice que las matemáticas solo están en los libros y que solo se utiliza y aplica en el aula, todas mis compañeras han dicho diferentes casos en los que se utiliza la matemática, además a medida que uno va creciendo va aprendiendo matemáticas sin la necesidad de los libros.

E₂₇: Comparto el punto de vista de Mariana, las matemáticas se encuentran en cualquier lado es por eso que no se puede decir que las matemáticas se encuentran solo en libros, además hay niños que no van a la escuela pero sí saben matemática, es el mayor ejemplo de que las matemáticas no solo se encuentra en libro.

Inv: Alguien más

E₁₇: Yo profe

Inv: Dime María

E₁₇: Desde mi punto de vista se puede decir que en los libros encontramos la matemática aburrida (Teoría y ejercicios) y en la vida real encontramos la matemática práctica la que utilizamos todos los días.

Inv: Bien, alguien más quiere dar su punto de vista respecto a la frase.

E₇: Yo opino lo mismo que Mariana, María y Stefanny las matemáticas se encuentran en todas partes.

E₉: Yo no estoy de acuerdo con esa frase pues todo en la vida es matemáticas así que no se puede decir que la matemática solo la encontramos en los libros.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

A partir de la interacción anterior podemos evidenciar que las estudiantes se encuentran en total desacuerdo con la frase trabajada y resaltan ampliamente que las matemáticas no solo están en los libros y que no solo se utiliza y se aplican en el aula, a su vez sobresalen opiniones de que en los libros encontramos la matemática teórica (Axiomas, Teoremas y Ejercicios) y en la vida real encontramos la matemática práctica la que utilizamos todos los días, es por ello que es importante que sea del conocimiento del estudiante que la matemática es universal en el sentido de que es aplicable a varios contextos (Camarena, 2009) en este orden de ideas, las estudiantes resaltan que la matemática no se encuentra solo en los libros y que para aprender matemáticas no es estrictamente necesario, pues cuando una persona va creciendo va aprendiendo

matemáticas sin la necesidad de los libros. Con base en lo anterior podemos deducir que las estudiantes comprenden que la matemática es más que teorías, formulas y procedimientos que se enseña en un aula de clase y que estas juegan un papel fundamental en las diferentes situaciones que se viven en el día a día como se refleja en la siguiente interacción:

Tabla 13. Interacción (Inv – Est) N°. 10 – Grupo Focal

E₉: Profe ósea me refiero a que todo el día se utiliza la matemática, por ejemplo mi mamá tiene una tienda y ella siempre está haciendo cuentas.

Inv: Valentina cuéntanos tu experiencia

E₉: Bueno como dije mi mama tiene una tienda así que ella siempre está pendiente de :

- Los productos ósea el surtido
- Los precios
- Las fechas
- El libro de deudas
- Las cuentas

Así que todos los días ella esta con la calculadora y utiliza la matemática para sus cuentas.

Inv: Muy bien alguien más quiere compartir su opinión.

E₁: Profe en la actividad anterior la mayoría de mis compañeras mencionaron que usan las matemáticas para saber cuánto tienen que pagar y cuanto tiene que recibir, así que una de las actividades más comunes en las que utilizamos matemáticas es el proceso de compra y venta de productos.

Inv: Muy bien, ósea que en la venta y compra de algún producto es necesaria la matemática? Tiene otro ejemplo?

E₅: Si claro profe es fundamental y otro ejemplo es el juego, por ejemplo en los partidos para tener control del tiempo y el marcado.

E₁₅: En las notas del colegio

E₂₅: Hay un buen ejemplo es el de mi papá, él es taxista y siempre tiene que conseguir la base para el dueño del taxi, tanquear full el taxi y hacer dinero extra para el así que todo el día él está haciendo cuentas para determinar si ya ha cumplido la meta.

Inv: Bueno, la experiencia de Mariana y Laura nos muestra un uso muy particular de la matemática en una situación particular como lo es el servicio de taxi en la ciudad

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Con base en las intervenciones de las estudiantes se evidencia que las niñas interpretan la implementación de las matemáticas como una herramienta necesaria e indispensable en el desarrollo de sus actividades diarias y en el desarrollo de la sociedad, a su vez se deduce que las estudiantes percibe y captan que las matemáticas se encuentran inmersas en todo lo que las rodea y que para comprenderla y entenderla es indispensable tener conocimientos básicos que les permita determinar una ruta a seguir. A continuación se evidencia el grado de importancia que le asigna las estudiantes a las matemáticas en su vida diaria.

Tabla 14. Interacción (Inv – Est) N°. 11 – Grupo Focal

Inv: Muy bien niñas ahora analizamos la siguiente pregunta ¿Podemos vivir sin utilizar las matemáticas?

E₃₁: Si podemos vivir sin utilizar las matemáticas pero eso significaría dejar de hacer muchas cosas que hacemos diariamente y no tendríamos una vida “normal”.

Inv: Como cuales Laura Sofia?

E₃₁: Hay muchos caso por ejemplo yo no podría saber si tengo tiempo para llegar al colegio, no puedo saber cuántas horas he dormido, no sabría cuánto cuestan las cosas por tanto no podría comprar las cosas, las personas del campo no podrían cultivar, no sabría cuántos años tengo y muchas más cosas mas no se llevaría a cabo, no profe cambio mi respuesta uno no puede vivir sin matemáticas

E₃₀: Yo estoy de acuerdo con Laura Sofia si no utilizamos matemáticas la vida de nosotras se volvería un caos, ante una enfermedad no se podría tomar o aplicar los medicamentos con control pues no se sabría cuánto tocaría la nueva toma.

E₃₀: Perderíamos el control del tiempo.

Inv: Alguien mas

E₈: A partir de lo dicho por mis compañeras no pienso que la humanidad no podría seguir evolucionando si deja de utilizar las matemáticas. El mundo se volvería loco.

E₆: Es que las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de la vida.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Esta intervención ratifica que las estudiantes reconocen la importancia de la matemática en las diferentes prácticas sociales que desarrollan en su día a día, ante este panorama se ve la necesidad de adquirir diferentes conocimientos matemáticos durante su

formación académica que les permite participar y comprender las diferentes situaciones que se le presenten en su contexto como se evidencia a continuación:

Tabla 15. Interacción (Inv – Est) N°. 12 – Grupo Focal

Inv: ¿Hay otra experiencia de deseen compartir? ¿Quién más? Por favor.

E₂₀: Mi mamá tiene un restaurante en nuestra casa, cada semana ella debe calcular cuánto mercado debe comprar y cuanto le va costar el mercado lo que es verdura, granos y carne, además ella debe estar pendiente de las ganancias le va a dejar, para poder pagar los recibos, el arriendo y los gastos de mi hermana, míos y de ella ya que mi papa no nos colabora.

Inv: Diana que procesos realiza su madre para realizar los cálculos que mencionas

E₂₀ Pues mi mamá primero decide que va a vender, si sopa de arroz o mote, frijol, lentejas bueno eso, después saca un listado de los productos que necesita (Verduras, frutas, granos y carnes), luego establece cuanto tiene que comprar.

Normalmente mi mamá designa cierto dinero para cada cosa, para eso divide el dinero que tiene y luego va a comprar cuando está comprando dependiendo del dinero y el precio de las cosas así mismo decide que tanto comprar en esos momento realiza sumas, restas.

Por ultimo determina las ganancias y para eso tiene en cuenta cuantos almuerzo vendió y si fueron completos o solo seco. Para eso realiza una multiplicación donde tiene en cuenta el número de almuerzos completos vendidos y el precio de cada almuerzo y le resta los gastos.

Inv: Muchas gracias por su aporte Diana, acá tenemos otra experiencia en donde día a día se implementan las matemáticas para el desarrollo de nuestras actividades.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Esta intervención nos reitera que las estudiantes comprenden el papel fundamental que la matemática cumple en diferentes actividades que desarrollan en su cotidianidad y que a partir de estos contextos las estudiantes construyen y reafirman sus conocimientos matemáticos, tal y como lo afirma Camarena (2003b) La matemática en contexto auxilia al estudiante a construir su propio conocimiento con amarres firmes y duraderos y no volátiles; refuerza el desarrollo de habilidades del pensamiento mediante el proceso de

resolver eventos (problemas y proyectos) vinculados con los intereses del alumno tal como se evidencia en la siguiente interacción:

Tabla 16. Interacción (Inv – Est) N°. 13 – Grupo Focal

Inv: Bueno esta pregunta van para Diana y Laura ¿Niñas ustedes han ayudado a su padres en sus trabajos?

E₂₅: Yo casi no porque mi papa trabaja más que todo en la noche.

E₂₀: Yo si profe

Inv: En qué aspectos le colabora a su mamá

E₂₀: Cuando vamos a comprar lo que se necesita para los almuerzo pero más que todo en las cuentas.

Inv: De que te ha servido apoyar a tu mamá con las cuentas

E₂₀: Al principio cuando estaba más pequeña se me facilitaba mucho las cuentas, entonces las operación básicas se me facilitaban demasiado al igual que hoy en día, también para yo realizar compras puedo realizar operaciones de forma rápida y eso me ha facilitado aprender diferentes temas de matemáticas.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Ante el aporte anteriormente enmarcado, el cual se encuentra enfocado a la producción y venta de almuerzo en un restaurante, se evidencia como la implementación de procesos matemáticos en las diferentes actividades que se desarrollan en esa práctica social (El restaurante) permite a la estudiante fortalecer los conocimientos matemáticos y comprender los diferentes fenómenos que ocurren en dicha práctica dándole sentido y significado a la matemática, ésta a su vez le da sentido y significado a los temas y conceptos que la componen en el contexto, reconceptualizándolos (Camarena, 1987). Ante este aporte las estudiantes comenzaron a compartir varias prácticas sociales en las que ellas evidenciaban que la matemática juega un papel fundamental en el desarrollo de dichas prácticas, como se muestra en la siguiente interacción:

Tabla 17. Interacción (Inv – Est) N°. 14 – Grupo Focal

-
- Inv:** Bien niñas entonces reconocemos la importancia de las matemáticas, ahora les pregunto ¿En qué espacios de nuestro entorno podemos identificar el uso de las matemáticas?
Aclaración: Cuando hablo de nuestro entorno me refiero al colegio, la familia, la casa y las diferentes actividades que realizan en el día a día.
- E₁₆:** Hay cuando a uno lo mandan a la tienda y para que no lo roben. Debo de saber contar.
- E₁₈:** Pero no solo en la tienda, en el bus, para pagar
- E₁₉:** En la fotocopidora
- E₂₉:** En mi casa
- Inv:** ¿Por qué dicen que en la casa?
- E₂₉:** Por ejemplo cuando la construyeron necesitaron de las matemáticas, para decorarla también necesitaron de las matemáticas.
- Inv:** ¿Para qué más se necesitan las matemáticas en la casa?
- E₂₉:** Para pagar las deudas, para cocinar, para hacer el aseo.
- Inv:** Alguien más quiere participar y decirnos ¿En qué espacios de nuestro entorno podemos identificar el uso de las matemáticas?
- E₂₆:** En cualquier proceso de compra y venta de productos.
- E₂:** En la calles
- E₂₀:** En la panaderías
- E₅:** En la panaderías del colegio
- E₁₅:** En la cafetería del colegio
- Inv:** ¿Por qué dicen que en la cafetería y en la panadería del colegio?
- E₁₈:** Se utiliza para vender y comprar los productos
- Inv:** Solo se utiliza la matemática en la cafetería y en la panadería para comprar y vender?
- E₁₈:** No para la producción de los productos, para mirar costos de producción, ganancias y pérdidas.
- Inv:** Para algo más?
- E₂₇:** Si, para organizar las mesas y que todas queden a la misma distancia
- Inv:** Muy bien, todos están de acuerdo de que en la cafetería y la panadería se usa las matemáticas.
- E:** Sí, claro
- Inv:** Alguien más quiere participar y decirnos ¿En qué espacios de nuestro entorno podemos identificar el uso de las matemáticas?
- E₁:** Los que trabajan en los diferentes centros de cadena, los vendedores ambulantes, los restaurantes.
-

Inv: ¿Por qué razón?

E₁: Porque ellos deben de llevar un control sobre sus ventas de tal manera que puedan obtener ganancias y sobrevivir.

Inv: Muy bien niñas ya hemos resaltado diferentes situaciones en las que la matemática se cruzan, Alguna de ustedes quiere resaltar otro espacio de su entorno donde evidencien el uso de las matemáticas?

E₅: Hay si profe en las bombas cuando uno va a tanquear la moto se evidencia como existe una relación entre más gasolina le hecho a la moto mayor es el valor a pagar.

E₁₅: En los recibos públicos, uno mira las facturas y ahí se evidencian diferentes procesos matemáticos para definir el valor a pagar además cuando uno no paga se lo cortan y luego toca pagar reconexión y sale muy caro.

Inv: Dos situaciones más la de Karol y la de Mariana, alguna tiene otra.

E₁₂: Profe para cocinar las matemáticas son fundamentales, para seleccionar las cantidades, el tiempo de cocción, para partir la proteína y que todas queden iguales.

Inv: Muy bien niñas.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

A partir de la interacción N°14, se puede evidenciar una gran gama de prácticas sociales en las que las estudiantes de decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada reconocen la matemática como pieza fundamental para su funcionamiento y desarrollo entre las cuales tenemos: Las tiendas de los barrios, el transportes públicos (Busetas), el transporte privado (Taxi), las fotocopiadoras del colegio, en las casas (Para la construcción de viviendas, decoración de casas, para los servicios públicos), para la panadería y cafetería de la Institución, en las calles (los vendedores ambulantes), en los diferentes procesos de compra y venta de productos, en los centros comerciales y en las estaciones de combustible, a su vez es notorio como las estudiantes a través de su experiencia y conocimientos básicos tratan de explicar de qué manera las matemáticas se encuentran inmersas en cada una de las prácticas sociales, las cuales se encuentran íntimamente relacionadas con su contexto inmediato (Casa, barrio, familia, institución).

Una vez socializadas las diferentes prácticas sociales en las que las estudiantes evidencian la implementación de las matemáticas, el grupo focal paso a la selección de dos prácticas sociales, entre las cuales y por mutuo acuerdo eligieron las prácticas

relacionadas a la panadería y las cafeterías que se encuentra ubicadas en la Institución, cabe aclarar que las estudiantes realizaron esta selección debido a interés personales como se evidencia en la siguiente interacción:

Tabla 18. Interacción (Inv – Est) N°. 15 – Grupo Focal

Inv: Muy bien niñas. Ya han mencionado diferentes prácticas sociales ahora les pregunto, ¿Cuáles de esas prácticas que han mencionado les llama más la atención?

E₁₂: El del transporte público

E₂: No el de la fotocopidora

E₂₂: Es mejor el de las cafeterías y la panaderías

E₁₀: Pero hay muchas cafeterías y panaderías en Neiva con diferentes precios

E₅: Pero utilizan la misma matemática

E₇: Es muy fácil escogemos las cafeterías del colegio y la panadería

E₂₄: Yo estoy de acuerdo con Alejandra González, escoger las cafeterías y la panadería del Liceo pues es donde compramos nuestra comida a la hora del descanso.

E₁₇: Si estoy de acuerdo con Valentina y Alejandra es mejor las cafeterías y la panadería de la Institución.

Inv: Bien, cuáles de las prácticas sociales resaltadas anteriormente van a elegir.

E₇: Las cafeterías del Liceo y la panadería

E₃₂: Yo elijo las cafeterías del Liceo y la panadería, así vamos a saber cómo funciona

E₁₇: Si, así vamos a saber porque los productos son tan caros

E₃₅: No solo eso, también podemos saber que otros productos venden, siempre compramos lo mismo

Inv: Bien entonces le llama más la atención las prácticas sociales relacionadas a las cafeterías de la institución y la panadería

E₁₇: Sí

Inv: Todas están de acuerdo

E: Si

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

La acción anterior realizada por las estudiantes permite evidenciar una de las acciones enmarcadas en la estrategia de Cruz y Álvarez enfocada a la formulación de problemas como lo es la *selección del objeto*, haciendo una semejanza entre objeto y contexto, cabe resaltar que esta es la primera acción de las estrategias, según Cruz & Álvarez (2003) la ocurrencia de esta acción se encuentra condicionada por necesidades de

carácter pedagógico y personal, donde el sujeto analiza que clases de objeto resultan apropiados de acuerdo a sus intereses, donde los compara con el fin de escoger aquellos que le brinden mayores posibilidades, un factor que resalta Cruz & Álvarez (2003) es que en esta acción influye íntimamente la esfera afectiva pues esta juega un papel importante a la hora de tomar decisiones las cuales pueden ser alteradas por los gustos e intereses del sujeto.

Una vez seleccionadas las prácticas sociales por parte de las estudiantes se pasó a hablar con detenimiento de cada práctica y se determinó la necesidad de indagar a profundidad sobre cada una de las prácticas seleccionadas dándole cumplimiento a nuestra primera etapa, para ello las estudiantes realizaron diversas preguntas a las personas que trabajan dentro de estos contextos (cafeterías y panadería) de tal manera que obtuvieron información de fuentes certeras y veraces que les permitiera conocer a detalle cada una de las prácticas seleccionadas.

Una vez finalizada la primera etapa se inició la segunda etapa relacionada al proceso matemático formular problemas en el cual se trabajó con la práctica social de “*La Panadería*”, esta etapa se desarrolla en un espacio de clase, en el cual se desarrolló un conversatorio como primera instancia, en este conversatorio las estudiantes compartieron su experiencia en la recolección de la información y la información recolectada como tal sobre la práctica social como se manifiesta en la siguiente interacción:

Tabla 19. Interacción (Inv – Est) N°. 16 – Grupo Focal

Inv: Como les fue con la entrevista. Manuela cuéntenos como te fue a ti.

E₃: Lo primero que le pregunte a los señores de la panadería fue sobre los productos

Inv: Que productos venden Manuela?

E₃: Pues venden:

- | | |
|-----------------|-----------------------|
| • Gaseosa | • Avena |
| • Agua en bolsa | • Pan |
| • Café pequeño | • Vive 100 |
| • Café grande | • Gelatina en tarrito |
| • Galletas | • Chicles |
-

-
- Yogurt

Inv: Valeria que productos encontraste tu que venden en la panadería

E₈: A parte de los productos que dijo Manuela, también venden:

- Buñuelos
- Perro Caliente
- Porciones de torta
- Pan pequeño
- Arepas de huevo.
- Liberales
- Pan dulce
- Pan Piza

Inv: Bueno niñas hay algún otro producto que vendan en la panadería.

E₁: Si

Inv: Como cuales Ana?

E₁: Como

- Croissant
- Jugos naturales en caja
- Pandeyuca
- Cucas
- Ensaladas de frutas
- Pan rollo

Inv: Niñas a parte de los productos que más consultaron, Stefanny

E₂₇: Yo pregunte sobre los gastos que tenía la panadería porque quería saber cuánto costaba tener una panadería y la señora me dijo que los gastos de la panadería eran:

- Esta los gasto de arriendo
- El mantenimiento de las maquinas (Horno, neveras)
- Los servicios públicos
- El pago a las personas que le ayudan
- La compra de las harinas para el pan, el queso, la mantequilla, entre otras.

Inv: Que más averiguaron

E₂: Algo importante que nos dijo la señora de la panadería con relación a las ganancias es que los productos entre más baratos menor ganancias pero lo que pasaba era que como eran baratos se vendían más entonces se tenía una buena ganancia. Y nos dio el ejemplo de los chicles.

Inv: Alguien más pregunto sobre las ganancias

E₁₅: Si yo

Inv: Dime Karol

E₁₅: La señora dijo que normalmente le aumentaban el 50%

Inv: Como así karol

E₁₅: Si un producto sale \$500 la producción entonces lo venden en \$1000 pero si el producto es comprado como tal y se va a revender entonces le sube el 25%.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

A partir de lo anterior se refleja como las estudiantes dependiendo de sus intereses personales enfocaron sus entrevistas en tres ejes fundamentales relacionados al funcionamiento de la práctica social seleccionada por ellas en la primera etapa como lo son: los productos, los gastos y las ganancias, lo que les permitió tener una noción más amplia y clara sobre la Panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, este proceso refleja un nivel de compromiso e interés de las estudiantes ante contextos reales, cercanos y previamente seleccionados por ellas.

El proceso anteriormente descrito, tiene una amplia concordancia con la segunda acción que propone Cruz & Álvarez, (2003) la cual denominan *clasificación de componentes*, esta acción tiene como foco central el descomponer el objeto en sus partes constitutivas de tal manera que se pueda tener una visión amplia y profunda del objetos que permita identificas diferentes relaciones que componen el objeto y restaurar componentes más complejos del objeto (Cruz & Álvarez, 2003). Posterior a ello se realizó un acotamiento sobre la práctica social seleccionada, en la cual jugo un papel importante la información recolectada por las estudiantes, sus intereses como se refleja en la siguiente interacción:

Tabla 20. Interacción (Inv – Est) N°. 17 – Grupo Focal

Inv: Bueno niñas que fue lo que más le llamo la atención

E₁₁: Lo de los precios

E₁₉:No lo de las ganancias

E₂₉:Los productos, la variedad de productos

E₁₀: A mí me llamo la atención el proceso de producir un producto, venderlo y determinar ganancias.

Inv: Vuelvo y les pregunto, cual aspecto les llamo más la atención

E₇: El producir un producto y venderlo

E₃₁: También ganancias

Inv: Alce la mano las personas que les llamo la atención la producción y venta de productos al igual que las ganancias que deja cada producto. Bien entonces Ana, Manuela, Alejandra, María, Linda, Karol, Valeria, Ana Karina, Diana, Stefanny, Paula, María José, Paula, Hary, Loren, Aidé, Laura, Laura, Juana, Maira, Marina, Valentina, Valentina, María, Arleidy y Paula les llamo la atención este aspecto de la panadería.

E:Si.

Inv: Entonces les gustaría trabajar con este aspecto.

*E:*Si.

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Este proceso permitió tener mayor claridad en las estudiantes sobre la situación problema que deseaban formular, se infiere que las estudiantes crearon rutas de acción que les permitiera pasar de la situación principal (Panadería) a situaciones particulares como la producción y venta de productos en la panadería, es decir la generalización facilita el paso de una situación específica a otra genérica (Cruz & Álvarez, 2003), esta transferencia les permitió a las estudiantes identificar las variables relacionadas en el proceso y los diferentes conceptos matemáticos que atienden dicha variables y las diferentes formas en que las variables interactúan en los proceso, estos proceso se encuentran íntimamente relacionados con las actitudes de los estudiantes las cuales juegan un papel importante en la toma de decisiones, a su vez el conocimiento que adquieren las estudiantes de este proceso, les permitió tener dominio de la situación para luego pasar a la formulación de las diferentes tareas.

Con relación a lo anterior se identifican tres acciones que realizan las estudiantes en el proceso de formulación de un problema:

- ✓ La primera acción que se evidencia es como las estudiantes realizan una selección de la información recolectada a partir de sus intereses personales, es decir las estudiantes deciden qué aspectos del contexto les gustaría trabajar.
- ✓ La segunda acción consiste en que una vez seleccionado los aspectos del contexto con lo que les gustaría trabajar, las estudiantes intuitivamente identifican las diferentes variables presentes en dichos aspectos y establecen relaciones entre dichas variables, en esta acción emergen varias interrogantes que incentiva a las estudiantes.
- ✓ La última acción las estudiantes formulas las diferentes tareas matemáticas que acompañaran la situación problemas, es decir las estudiantes analiza las

relaciones previamente establecidas y determinar si son o no pertinentes y las plasman en sus formulaciones.

Una vez establecido las diferentes relaciones y los diferentes aspectos anteriormente resaltados las estudiantes de 1003 de la Institución Educativa Liceo de Santa iniciaron el proceso de formulación de una situación problema enfocada a “Producción y Venta de productos en la Panadería” titulada “**La Panadería**” donde las estudiantes de manera secuencial y evolutiva lograron articular la información obtenida y socializada, los análisis realizados, las variables determinadas y las relaciones establecidas al igual que sus perspectivas formularon la situación problema que se emana a continuación:

Tabla 21. Interacción (Inv – Est) N°. 18 – Grupo Focal

Inv: Bueno ahora piensen en una situación en la que involucren el aspecto que seleccionaron.

E₁₇: Pues pongamos que los dueños de la panadería venden tales productos y quieren saber sus ganancias

Inv: Bueno y como se llaman los señores de la panadería

E₁₅: Don Juan y doña Carmen

Inv: Entonces como quedaría

E₁₄: Pues Pongamos “Que don Juan y doña Carmen dueños de la panadería venden los siguientes productos y los mencionamos”

Inv: Bueno en donde está ubicada la panadería, acuérdense de la situación que trabajamos ayer, que cuando la leímos, nos centraba en un contexto se acuerdan.

E:Si.

Inv: Entonces ¿Cuál es nuestro contexto?

E₁₄:La panadería de la Institución

Inv: Bueno si yo leo “Don Juan y doña Carmen dueños de la panadería venden los siguientes productos” Me ubica en el contexto de la panadería.

E₄: No tenemos que decir que la panadería está en el Liceo

Inv: Entonces como quedaría niñas

E₁₄: Yo creo que así profe “Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería del Liceo”

Inv: Bueno y que más

E₃: Decir que vende productos y que les cuesta tanto producirlos y los vende en tanto

E₉: Podemos decir que producen y compran esos productos para aumentar las ganancias.

E₁₅: Yo creo que nuestro enunciado sería así:

“Don Juan y doña Carmen dueños de la panadería de la institución, desean incrementar las ganancias de su panadería. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los productos más comercializados”

Inv: Alguna de ustedes quiere modificar algo

E₁: Si yo

Inv: Dime

E₁: Cambiar dueños por propietarios, también poner el nombre completo de la institución y cambiar panadería por negocio.

E₂₇: Coloquemos solo tres productos.

Inv: Valería uniendo todas las ideas de sus compañeras como queda

E₈: Algo así:

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancias de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

Y supongo yo es necesario crear una tabla sobre los productos:

Inv: Están de acuerdo niñas

E:Si

Inv: Que debería tener la tabla

E₁₇: Una columna donde este el nombre del producto

Inv: Que mas

E₅: El precio

Inv: Qué precio

E₅: En el que lo venden

E₁: No solo ese, el de producción

Inv: Algo mas

E₁₁: Falta la de ganancias

Inv: Entonces la tabla que proponen es una tabla de 4x4 donde la primera columna tiene el nombre de los productos, luego el precio de venta, el precio de producción y las ganancias, si es así.

E:Si

Fuente: Conversatorio con el Grupo Focal

Una vez pre establecida la situación sobre “*la venta y producción de productos de la panadería*” por mutuo acuerdo de las estudiantes, en esta proceso de formulación se evidencia como las estudiantes ponen a prueba su curiosidad en la formulación de la situación como lo establece (Rúa & Bedoya, 2008). Posterior a ello se pasó a la tercera etapa del proceso matemático relacionado a la formulación de problemas, en la cual se trabajó con una guía que contemplaba la situación pre establecida por las estudiantes, para ello las estudiantes se organizaron en parejas con el fin seleccionar los productos a trabajar en la situación pre establecida, para luego diseñar las diferentes tareas que acompañarían la situación problema. Por otra parte se evidencia la implementación de dos etapas del modelo Kochen, Badre & Badre (1976), resaltando que la primera etapa consiste en que las estudiantes reconozcan la situación como una situación de su vida real, lo cual las conlleva a generar un enunciado del problema, que en este caso se realizó de forma oral en primera instancia y en segunda se formalizo de forma escrita recibiendo el aval del grupo focal y la segunda etapa se refleja cuando las estudiantes convierte la situación en un problema matemático que puede ser resuelto mediante sus conocimientos. A continuación se exponen los resultados obtenidos de dos parejas, las cuales realizaron una terminación coherente a la situación previamente diseñada en una sesión de clase en el cual las estudiantes hicieron uso de la información recolectada y sustentada en el grupo focal.

Ilustración 33. Pareja N°8 – Situación Problema N°2

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancia de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCIÓN (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)
Buñuelo	300	500	200
Croissant	900	1300	400
Liberal	700	1000	300

Preguntas

Producto de cada uno.

2. Complete el cuadro anterior
3. Que pasaria si el precio de producción de los buñuelos sube 50 pesos
4. Cual es la cantidad maxima de Croissant que se pueden producir con 60.000 pesos?
5. Si don Juan vende 13 buñuelos cuanto le pagarán por ellos; cuanto le cuesta producirlos. y cuanto le quedan de ganancia.
6. Camila va a la panaderia y compra un liberal ¿ cuanto gasta Camila?
7. Cuales y cuantos productos debe vender Don Juan y Doña Carmen para tener una ganancia de \$42.000

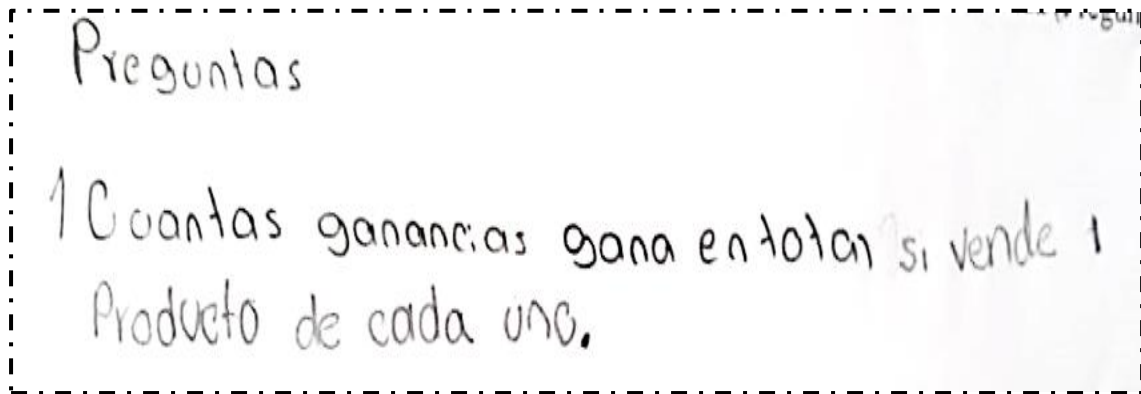
Fuente: Documento de la Pareja N°8

En la ilustración anterior se evidencia como las estudiantes terminan de involucrar la información socializada en la sección de clase, esto se refleja en los productos seleccionados por la pareja, buñuelos, croissant y liberales fueron productos que se mencionaron en la socialización grupal, por otra parte se observa que las estudiantes en la formulación de las Tareas Matemáticas adscriben los tres niveles de complejidad denominado por Solar (2009), cabe aclarar que dichos niveles se toma de los grupos de complejidad de PISA (OECD, 2003), los cuales son el de reproducción, conexión y reflexión.

El nivel de complejidad de reproducción propuesto por PISA se engloba en aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reproducción de los conocimientos practicados, es decir la utilización de procesos

rutinarios con operaciones sencillas o la aplicación de algoritmos estándar, manejo de símbolos y fórmulas familiares y estandarizadas. Ejemplo de ello lo evidenciamos en las tareas matemáticas número 1, número 2 y número 5 presentes en la ilustración anterior.

Ilustración 34. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°1



Fuente: Documento de la Pareja N°8

Con base en la primera tarea matemática se evidencia que el objetivo que tenían las estudiantes para esta tarea era que se reconocieran los elementos que ellas habían establecido en la tabla presente en la situación problema y que a partir de una operación básica como la suma establecieran las ganancias al vender un productos de cada uno de los resaltados en la situación, en concordancia con lo anterior tenemos la tarea matemática N°5 la cual tiene como propósito la aplicación algoritmos estandarizados para determinar la solución. Otra tarea que posee el nivel de complejidad de reproducción es la tarea N°2, la cual se ilustrara a continuación:

Ilustración 35. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°2

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCIÓN (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)
Buñuelo	300	500	200
Croissant	900	600	400
liberal	700	200	300

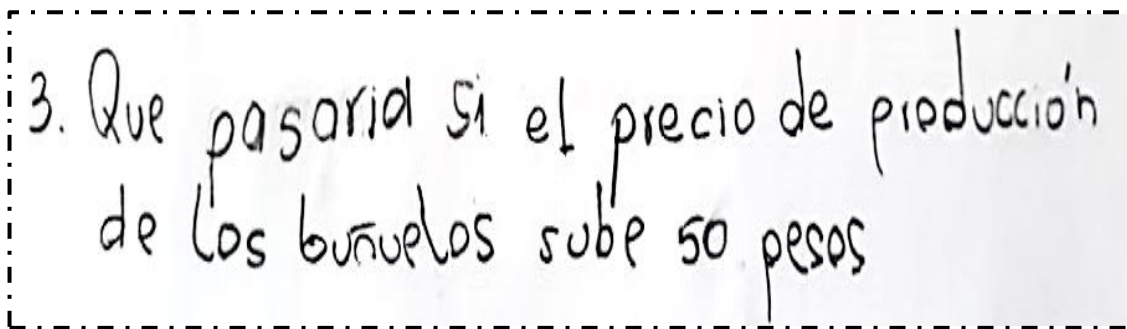
2. Complete el cuadro anterior

Fuente: Documento de la Pareja N°8

La tarea matemática N°2 de la pareja N°8, en la cual se evidencia que las estudiantes reconocen las variables presentadas en la situación y las diferentes formas de relación de tal manera que formularon una tarea cuyo propósito es identificar las variables, las diferentes formas de relación y la aplicación de conocimientos matemáticos que les permita determinar la solución, en este proceso de formulación se evidencia como las estudiantes realizan una búsqueda de relaciones entre las variables que trabajan en la situación lo que les permite tener mayor control sobre el proceso matemático de formulación de problemas permitiéndoles formular tareas matemáticas acorde a la situación problema trabajada, es decir las estudiantes formalizan sus ideas de forma escrita.

Continuando con el análisis del documento de pareja N°8 tenemos tareas matemáticas asociadas al nivel de complejidad de conexión establecido por Solar (2009), pues este nivel va más allá del nivel de reproducción, es decir en este nivel de complejidad encontramos ejercicios que no son meramente rutinarios pero que se sitúan en un contexto familiar o cercano que exigen una mayor interpretación y requiere establecer relaciones entre distintas representaciones de la situación o enlazar diferentes aspectos de la situación del problema con el fin de determinar una solución PISA/OCDE (2005). Las tareas matemáticas número 3 y número 6 formuladas por la pareja N°8 se encuentran en este nivel:

Ilustración 36. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°3



3. Que pasaria si el precio de producción de los buñuelos sube 50 pesos

Fuente: Documento de la Pareja N°8

Con base en la tarea matemáticas número 3 se refleja un objetivo enfocado a la establecer relación entre las variables presentes en la situación de tal manera que puedan describir la relación entre las variables, a través de un lenguaje estándar de las matemáticas, para esta formulación es evidente que las estudiantes de la pareja N°8 siguieron realizando un proceso de búsqueda de las diferentes relaciones que existan entre los aspectos que componen la situación problema las cuales luego implementan en la formulación de las tareas, en concordancia con esto tenemos la tarea matemática N°6, donde la intención de esta tarea es extraer información pertinente de la situación planteada, que permita dar una respuesta a la tarea.

Ilustración 37. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°6

Handwritten text in Spanish: "6. Camila va a la panadería y compra un liberal ¿Cuanto gasta Camila?"

Fuente: Documento de la Pareja N°8

En el documento de la pareja N°8 también identificamos tareas matemáticas con un nivel de complejidad de reflexión, este nivel exige mayor compromiso que el nivel de conexión, pues en este encontramos ejercicios que requieren un mayor de comprensión, reflexión y creatividad de tal manera que puedan identificar conceptos matemáticos y entrelazarlos con conocimientos pertinentes que les permita determinar una solución. Desde esta perspectiva tenemos las tareas matemáticas N°4 y N°7 las cuales tiene como propósito usar la información de la situación problema, de tal manera que puedan inferir y seleccionar técnicas adecuadas analizar e interpretar la realidad a partir de la información disponible en la situación y determinar una solución.

Ilustración 38. Pareja N°8 – Situación Problema N°2- Tarea Matemática N°4 y Tarea Matemática N°7

Handwritten text in Spanish: "4. Cual es la cantidad maxima de Croissant que se pueden producir con 60.000 pesos?"

7. Cuales y cuantos productos debe vender Don Juan y Doña Carmen para tener una ganancia de \$42.000

Fuente: Documento de la Pareja N°8

Con relación a lo anterior tenemos el documento de la pareja N°6 quienes en su formulación incentivan la aplicación de uno de los niveles de complejidad propuestos por Solar, (2009) como lo es la reproducción.

Ilustración 39. Pareja N°6 – Situación Problema N°2

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancia de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCIÓN (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)
Pandeyucas	200	350	150
Donas	1.200	2.000	800
Servilletas (Pa)	600	1.000	400

en una Producción de 100 pandeyucas, ¿cuanto sería la ganancia?
 ¿cual sería el costo de producción de 50 servilletas?
 ¿cual sería la ganancia del día de 20 donas?
 ¿cual sería el precio de producción de 50 servilletas?

Fuente: Documento de la pareja N°6

En las anteriores tareas matemáticas se evidencia que el objetivo de ellas gira en torno a la identificación de las variables presentes en la situación, reconocer los elementos establecidos en la tabla presente en el enunciado de la situación problema, la comprensión de la información presentada en la situación, la extracción de información de la situación problema y la aplicación de operaciones básicas o estandarizadas. A su vez en el documento de la pareja N°6 se evidenciar nuevamente el modelo propuesto por Kochen, Badre y Brade, (1976) quienes explican cómo son aplicables las matemáticas cuando los individuos se enfrentan a situaciones de su diario vivir y dichas situaciones las convierten en un problema matemático como se refleja en las tareas matemáticas formuladas por esta pareja. Adicionalmente tenemos el documento de la pareja N°2 quienes en su formulación adscriben el nivel de complejidad de reproducción en cada una de las tareas matemáticas, como se evidencia en la siguiente ilustración:

Ilustración 40. Pareja N°2– Situación Problema N°2

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancias de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCIÓN (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)
Torta de chocolate	\$ 500	\$ 1000	\$ 500.
Pan rollo.	\$ 100	\$ 500	\$ 400.
Liberales.	\$ 500	\$ 1000	\$ 500.

- ¿ Al panadero le hacen un pedido de 50 libretas, cuanto es la ganancia?
- ¿ El panadero vendió 500 libretas, ¿cual es la ganancia?
- ¿ Si quiero 8 tartas, ¿cuanto tengo que pagar?
- ¿ Si tengo \$6000 para cuantas libretas me alcanza?
- ¿ Si quiero 8 panes rollo cuanto tengo que pagar?

Fuente: Documento de la Pareja N°6

Por otra parte se evidencia el nivel de conocimiento de las estudiantes con relación a la práctica social debido a la diversidad de aspectos que manejan en su formulación como los son: Las ganancias generadas para un número determinado de productos, el precio a pagar de los clientes por un número determinado de productos, cantidad de productos a vender y a producir ante un presupuesto fijo lo que nos permite inferir que las estudiantes saben que entre mayor número de productos vendidos mayor ganancia y mayor gastos de producción. Estas variables y relaciones también las podemos identificar en la formulación de la pareja N°11, como se evidencia en la siguiente ilustración:

Ilustración 41 Pareja N°11– Situación Problema N°2

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancias de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCIÓN (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)
Pan de abuela	600	1.200	600
Pan Hawaiano	500	1.000	500
Liberal	400	600	200

Pregunta

- ① A doña Carmen le hacen un pedido de 2 pan hawaiano ¿cuanto tendría que cobrar?
- ② Cuanto le cuesta producir un pan hawaiano a don Juan y doña Carmen
- ③ Cuanto gana Juan si vende 5 liberales
- ④ Que productos vende don Juan y doña Carmen?

Fuente: Documento de la Pareja N°11

A partir de la ilustración anterior es evidente que las tareas matemáticas que formularon la pareja N°11 adscriben dos niveles de complejidad denominado por Solar (2009) como lo es el nivel de reproducción y conexión. Las tareas matemáticas N°2 y N°4 poseen un nivel de complejidad de conexión, pues estas dos tareas tienen como finalidad la extracción de información pertinente de la situación problema, la cual fue construida de forma grupal por las estudiantes de 1004, cabe resaltar que para la

formulación de estas tareas las estudiantes reflejaron un buen manejo de la situación, lo cual se consigue al identificar las diferentes relaciones presentes en la situación, es aquí donde se evidencia una búsqueda de relaciones entre los aspectos para tener una buena perspectiva de la situación y así poder sistematizar las ideas.

Otro ejemplo de tarea matemática que vincula un nivel de complejidad de conexión es la tarea matemática #1 formulada por la pareja N° 7, el objetivo de esta se centra en conectar la información extraída de la situación problema con un concepto matemático como lo es la docena, lo que permitirá relacionar la información descrita en la situación con la información no presente en la situación problema, con el fin de comprender la tarea y poder dar una solución.

Ilustración 42. Pareja N° 7 – Situación Problema N°2

“Don Juan y doña Carmen propietarios de la panadería de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, desean incrementar las ganancias de su negocio. Para ello deciden realizar la siguiente tabla donde registran el costo de producción, el precio de venta y las ganancias de los tres productos más comercializados”

PRODUCTOS	PRECIO DE PRODUCCIÓN (C/U)	PRECIO DE VENTA (C/U)	GANANCIA (C/U)
Libral	2.000	3.000	1.000
Lapillecos	600	900	300
Manillas dulce	1500	1800	300

Elvira encargó una docena de librales, cada uno sale a 2000 pesos, ella los vende a 3.000 cuanto sería el valor de la ganancia?

Fuente: Documento de la Pareja N°7

Cabe aclarar que la situación problema N°2 enfocada a la producción y venta de productos en la panadería conforma una situación problema semiestructurada, este tipo de situación problemas es una de los tipos de situaciones problemas propuestos por Stoyanova (1998, citado por Espinoza, Lupiañez & Segovia, 2014, p.3) en donde se le propone a las estudiantes formular tareas matemáticas con base a una situación problema diseñada de forma grupal por ellas, cabe resaltar que la situación problema pertenece al

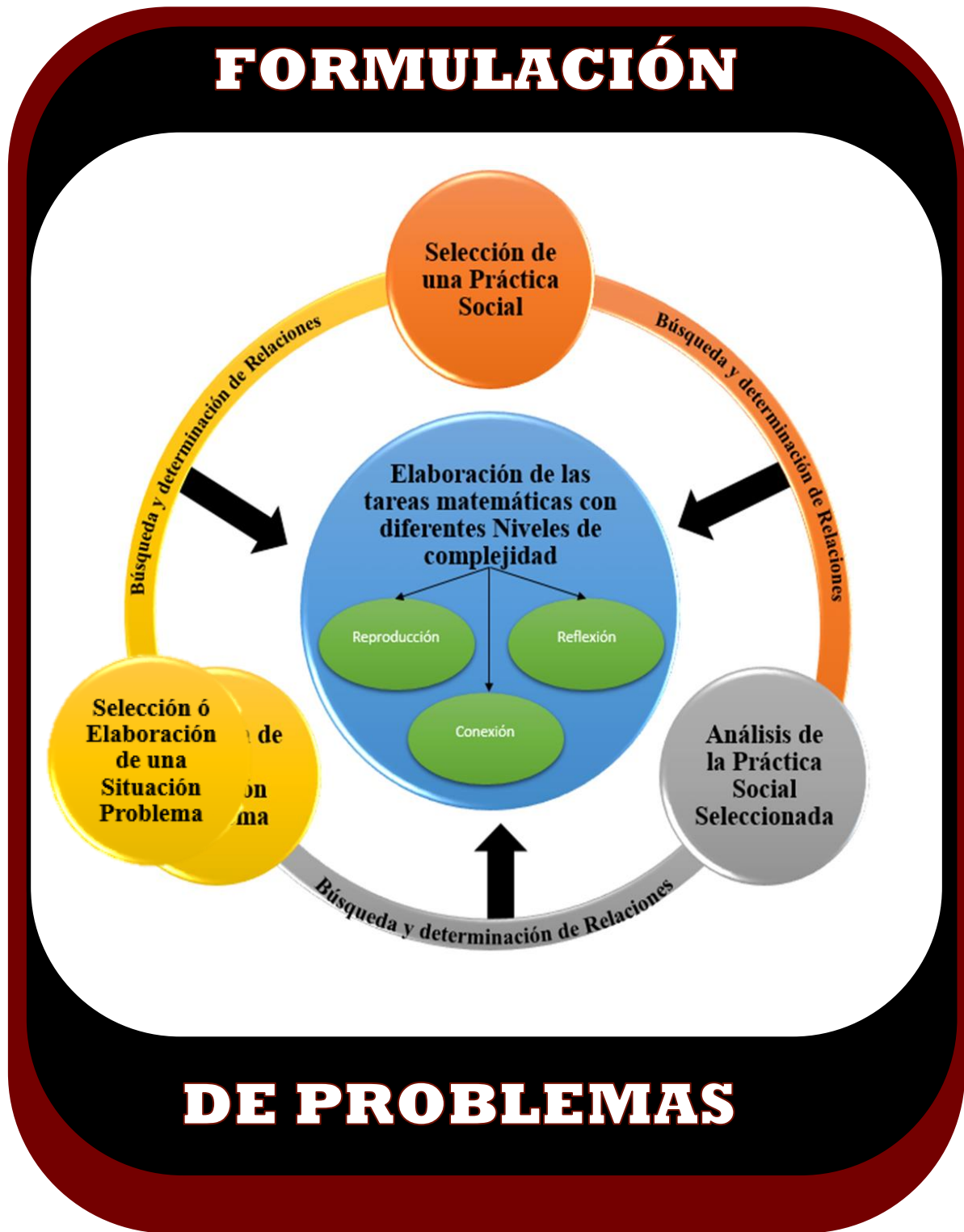
contexto inmediato de las estudiantes. Se optó por este tipo de situación problema en el proceso matemático de formulación de problemas debido a que el objetivo de esta investigación se encuentra enfocado al diseño y validación de Situaciones Problemas que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo que permita mejorar el nivel de desempeño de las estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas por medio de la Función Lineal, es decir este tipo de situación nos permite orientar la formulación en pro de la función lineal.

A partir de los anteriores análisis asociados al proceso de formular problemas, se puede determinar que las estudiantes en este proceso desarrollaron las siguientes acciones:

- ✓ **Selección de una Práctica Social:** La ocurrencia de esta acción se encuentra condicionada por intereses personales y pedagógicos que atiendan a una necesidad específica.
- ✓ **Análisis de la Práctica Social Seleccionada:** En esta acción se procede a desmembrar la práctica social en sus partes constitutivas que permitan construir una noción amplia y clara de la práctica seleccionada.
- ✓ **Selección de una Situación Problema:** Acotamiento de la práctica social de acuerdo a los intereses y fines predeterminados por el estudiante.
- ✓ **Búsqueda y determinación de Relaciones:** Identificar y definir relaciones entre los aspectos pre establecido.
- ✓ **Elaboración de las tareas matemáticas:** Formalización de las ideas ya sea de forma escrita o verbal acompañado de diferentes preguntas.

Otro aspecto que se encontró en los anteriores análisis es que las tareas matemáticas diseñadas por las estudiantes poseen los tres niveles de complejidad propuestos por (Solar, 2009) como lo son la reproducción, conexión y reflexión los cuales son adoptados de los grupos de complejidad de PISA (OCDE, 2003). Las acciones anteriormente enmarcadas se relacionan de la siguiente manera:

Ilustración 43. Caracterización del Proceso Matemático Formulación de Problemas.



Fuente: Elaboración Propia

Cabe resaltar que estas acciones no son lineales y que por el contrario cada una de ellas cumple con un fin determinado en la formulación de problemas y además permite complementar las otras acciones, a su vez es importante resaltar que en cada una de estas acciones y en el tránsito de una a otra tenemos los aspectos actitudinales que juegan un papel importante en dicho proceso matemático, pues durante el proceso de formulación de problemas las estudiantes constantemente se encontraron en interacción entre ellas y el investigador donde se reflejaron algunas emociones por parte de las estudiantes.

En resume, durante el proceso de análisis de los documentos de las cinco parejas analizadas, las interacciones y el modelo de competencia matemática se logra reconocer que las diferentes parejas establecieron una relación concluyente entre la información adquirida y la situación problema diseñada, donde las estudiantes en primera instancia reconocen la necesidad de ampliar sus conocimientos relacionados al contexto en el que se enmarca la situación problema “Practica social de la panadería de la Institución Educativa Institucional Liceo de Santa librada”, una vez establecido el funcionamiento de esta práctica social, las estudiantes evidenciaron diferentes variables como los productos, gastos de mantenimiento, gastos de producción, ganancias por productos, ganancia global, entre otras variables y sus diferentes formas de relacionarse, lo que las lleva a seleccionar algunas relaciones que luego asocian en las tareas matemáticas formuladas que permitieran llevar a cabo el uso de los conocimientos relacionados a la situación problema, conocimientos propios y matemático.

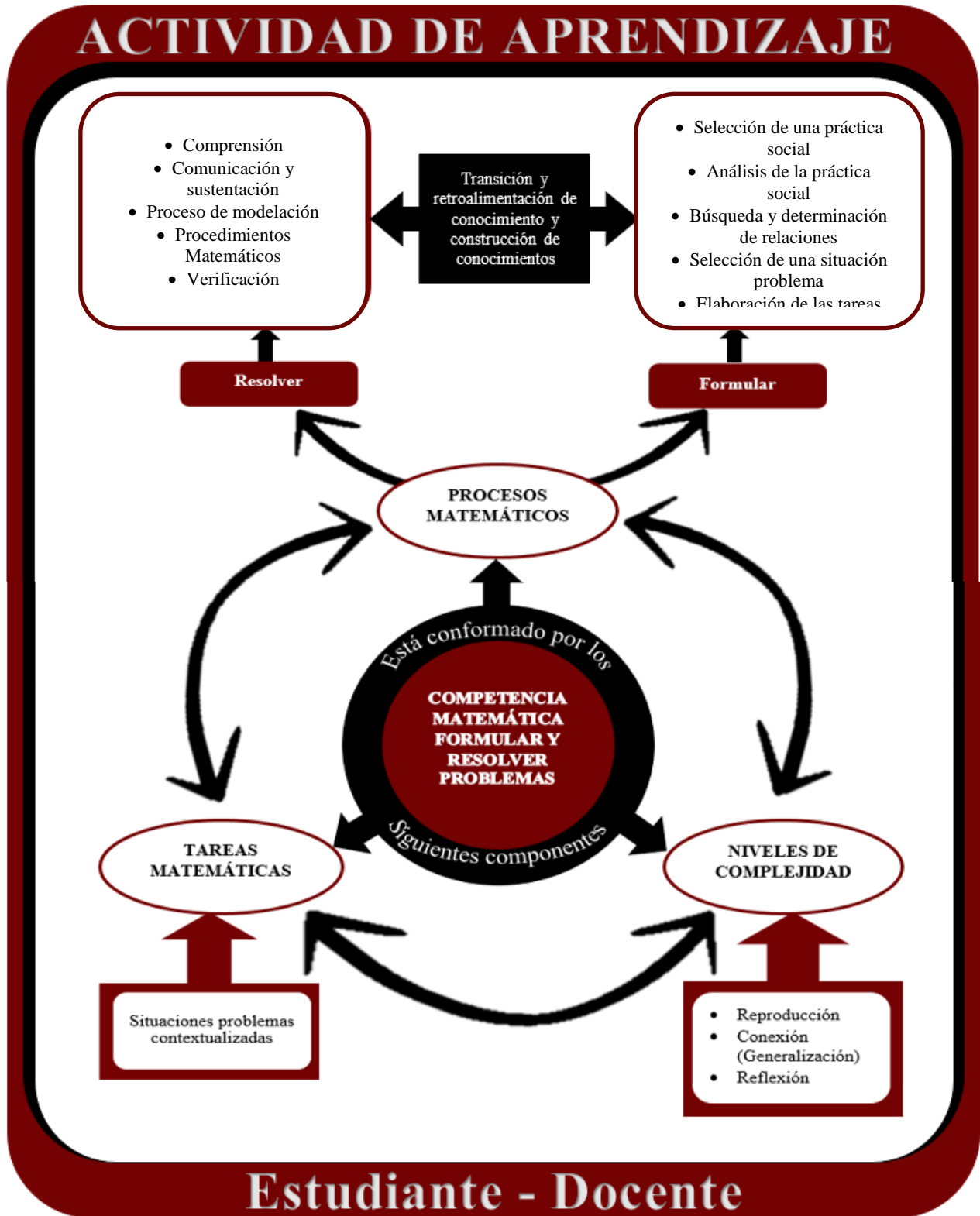
Un aspecto a resaltar es que el 50% inicial de este proceso se realizó de forma grupal y con el apoyo del investigador debido a que se evidenciaron diferentes dificultades en cuanto a la escritura de la situación problema, pues las estudiantes les contaban contextualizar el problema con eventos de la realidad, esto se debe a que el proceso de formulación es poco frecuente dentro del aula de clase.

5.1.3 Caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas

En este apartado se pretende caracterizar la competencia matemática formular y resolver, cabe aclarar que la combinación de la formulación de problemas y la resolución de problemas como competencia nos genera la competencia matemática formular y resolver problemas. Para realizar dicha caracterización se tendrá en cuenta el modelo teórico propuesto por Solar (2009) a través de los análisis de los documentos producidos por las estudiantes en cada uno de los procesos matemáticos (Formular y resolver) que componen la competencia. En relación al proceso de formulación se trabajó con una situación problema semiestructurada y contextualizada y para el proceso de resolución se trabajó con una situación problema tomada de la literatura y modificada teniendo en cuenta particularidades del contexto inmediato de las estudiantes, también se tuvo en cuenta para la caracterización las interacciones y el desempeño por parte de las estudiantes durante el desarrollo de las actividades propuestas.

Ante este panorama es importante resaltar el concepto de competencia matemática, pues según la Rico (2007) establecen que la competencia matemática de los escolares es “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” ante esta concepción se puede asumir la competencia matemática formular y resolver problemas como la capacidad de un individuo para desarrollar procesos matemáticos donde implementen sus conocimientos y habilidades como herramientas fundamentales en el proceso a desarrollar las tareas matemáticas, los procesos matemáticos o cognitivos y los niveles de complejidad.

Ilustración 44. Caracterización de la Competencia Matemática Formular y Resolver



Fuente: Elaboración Propia

En este orden de ideas y centrados en la competencia matemática formular y resolver problemas tenemos dos procesos matemáticos que la conforma como lo son la formulación de problemas y la resolución de problemas. Según Solar (2009) los procesos matemáticos son “aspectos fundamentales dentro del desarrollo de las competencias en la educación matemática”(p.45) ante esto, el proceso matemático de resolución de problema posee cinco componentes (La comprensión, la verificación de los resultados, la comunicación y la sustentación, los procedimientos matemáticos y los procesos de modelación) que permite a las estudiantes desarrollar dicho proceso matemático, cabe resaltar que estos componentes no son lineales y se encuentran articulados por las diversas habilidades del sujeto que permiten ejecutar el proceso.

Con relación al proceso matemático de formulación de problemas se identifican 5 acciones que realizan los estudiantes para desarrollar la formulación, entre las cuales tenemos: una selección de una práctica social, el análisis de la práctica social, búsqueda y determinación de relaciones, selección de una situación problema y elaboración de las tareas matemáticas las cuales se entrelazan con los aspectos actitudinales de las estudiantes. A partir de los componentes que desarrollan las estudiantes en el proceso matemático de resolución de problemas y las acciones desarrolladas por las estudiantes en la formulación de problemas les permite realizar una transición y retroalimentación de sus conocimientos matemáticos existentes y nuevos conocimientos, es decir el desarrollo de estos dos procesos matemáticos les permite a las estudiantes consolidar y construir sus conocimientos matemáticos a partir de situaciones de su vida real.

Desde este punto cada uno de los procesos matemáticos se puede trabajar mediante diversas tareas matemáticas, pues “las tareas y procesos poseen característica comunes en el sentido de que ambos expresan lo que espera que logren, desarrollen y utilicen los estudiantes” (Rico & Lupiáñez, 2008, citado por Solar 2009, p.57). A partir de las interacciones con las estudiantes se evidencia que las situaciones problemas que contienen las diversas tareas matemáticas, son más enriquecedoras para las estudiantes cuando pertenecen a contextos cercanos y reales pues les permite ser sujetos activo en el proceso lo que las lleva a tener una conexión directa con su contexto real y los conocimientos matemáticos.

Desde esta perspectiva tenemos entonces los procesos y las tareas matemáticas, las cuales poseen cada una de ellas un nivel de complejidad, cabe resaltar que la complejidad de una actividad depende de la complejidad de las tareas y los procesos que lo conforman, como se estableció desde un principio la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas se realizó desde el modelo teórico propuesto por Solar (2009), el cual propone inicialmente tres niveles de complejidad como lo son la reproducción, la conexión y la reflexión. El nivel de complejidad de reproducción a menudo requiere conocimiento de datos, proposiciones y definiciones, procedimientos rutinarios y algoritmos estandarizado, que por lo general los estudiantes han memorizados tras procesos rutinarios Solar (2009), a partir de lo anterior y con base en el análisis de las interacciones con las estudiantes, este nivel de complejidad se evidencia cuando los estudiantes implementan procedimientos matemáticos usuales y simples para formular o resolver tareas matemáticas o situaciones de su contexto inmediato.

Con relación al nivel de complejidad de conexión, se requiere que los estudiantes realicen conexión entre los diferentes tópicos de la matemática, cabe resaltar que las conexiones requieren que las estudiantes distingan y relacionen definiciones, diferentes estilos de representación, ejemplos, suposiciones y pruebas, a su vez elijan sus propias estrategias y herramientas matemáticas que les permita atender las diferentes situaciones que se le presentan Solar (2009), Este nivel de complejidad se evidencia en el proceso de resolución de problemas cuando las estudiantes son capaces de relacionar los diferentes aspectos de una situación planteada con procesos matemáticos que les permite dar solución. Para pasar al nivel de reflexión tenemos un nivel denominado generalización en el cual el estudiante realiza un proceso deductivo que les permite pasar de aspectos particulares a generales.

Por ultimo tenemos el nivel de complejidad de reflexión, en este nivel se incluye un elemento de reflexión por parte del estudiantes, donde “relaciona las capacidades de los alumnos para planificar estrategias de solución y aplicarla en escenarios de problemas que contienen más elementos” según Espinoza, Barbé, Mitrovich, Solar, Rojas & Matus, C. (2008), es decir este nivel se refleja en aquellos estudiantes que comprenden a situación, la analiza y reflexionan sobre la situación.

A partir de lo anterior se puede afirmar que una vez que se logre articular los procesos matemáticos, los niveles de complejidad y las tareas matemáticas relacionadas a un concepto matemático con una buena relación horizontal entre docentes y estudiantes, se pasaría un aprendizaje significativo que conllevaría a una formación integral que involucra el saber, el saber hacer y el ser.

5.2 El contexto como escenario principal para el diseño de situaciones problema que permita el desarrollo de la competencia formular y resolver problemas

La importancia del contexto en el aprendizaje de las matemáticas ha estado presente dentro del campo de la didáctica de las matemáticas a través de las conexiones entre matemática escolar y las diferentes situaciones de la vida cotidiana que permite crear espacios ricos y vitales que favorecen la motivación e interés de las estudiantes hacia las matemáticas. Además, el proceso de la enseñanza y el aprendizaje está influenciado e inmerso en un ambiente no tangible de tipo social, cultural, económico y político (Camarena, 2009). Ante este panorama, es indispensable resaltar que el municipio de Neiva fue el contexto en el que se desarrolló la presente investigación.

Neiva es la capital del Departamento de Huila, su nombre obedece a la semejanza que encontró Sebastián de Belalcázar con el Valle de la Isla de Santo Domingo, es así como él decía "Valle de Neyba", religiosamente "Limpia Concepción del Valle de Neiva", fue fundada, por primera vez, el 8 Diciembre de 1539; por segunda vez, en Villavieja, 1550; y por tercera vez el 24 de Mayo de 1612 por Diego de Ospina y Medinilla en el sitio, que hoy existe. Neiva está ubicada entre la cordillera Central y Oriental, en una planicie sobre la margen oriental del río Magdalena, en el valle del mismo nombre, cruzada por los Ríos Las Ceibas y el Río del Oro y limita al Norte con los municipios tolimenses de Ataco, Natagaima y Alpujarra y el municipio huilense de Colombia, al Sur con los municipios huilenses de Santa María, Teruel, Yaguará, Hobo y Algeciras, al Oriente con el municipio metense de La Uribe y el municipio caqueteño de San Vicente del Caguán y al Occidente con los municipios tolimenses de Planadas y Ataco.

Por otra parte, la extensión territorial de Neiva consta de 1557.06km², de los cuales un 95% representan la extensión rural y el restante a la extensión urbana, la división política y administrativa de Neiva se ha estructurado a partir de 10 comunas con 117 barrios y 377 sectores en la zona urbana y 8 corregimientos con 61 veredas y 21 sectores en la zona rural. Cada corregimiento está asociado a un centro poblado rural que se constituye en el epicentro de las actividades económicas, culturales, sociales y políticas de la población circundante, tiene alturas promedio entre 440 y 442 metros sobre el nivel del mar y una temperatura oscilante entre 25.7°C y 29,7°C.

Con relación a la estructura organizacional de Neiva se encuentra regida por un sistema democrático basado en los procesos de descentralización administrativa generados a partir de la proclamación de la Constitución Política de Colombia de 1991. La ciudad se encuentra dirigida por un alcalde (poder ejecutivo) y un concejo municipal (poder legislativo). Por otra parte tenemos el ámbito económico del municipio el cual se encuentra subdividido en tres sectores:

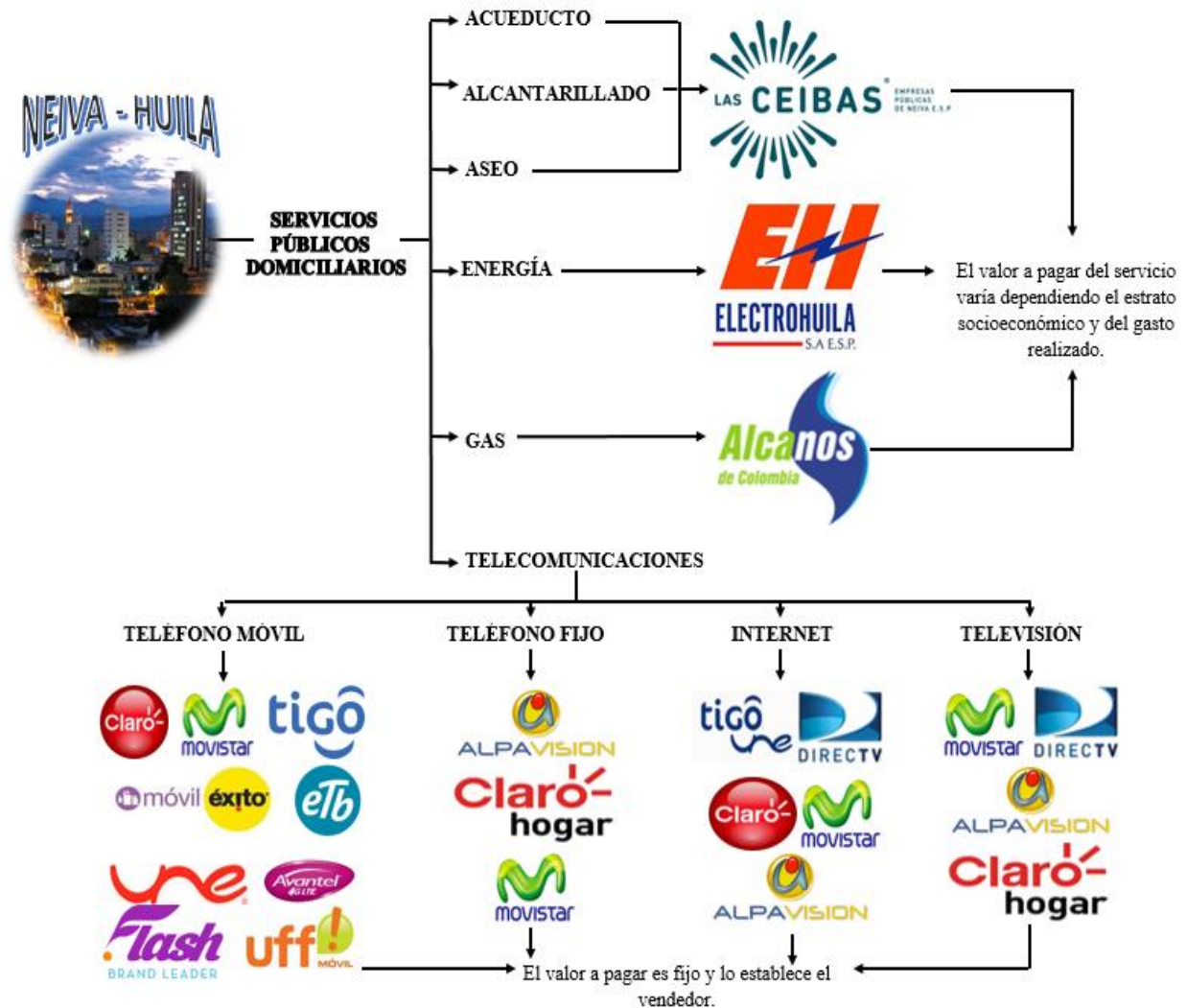
- ✓ **Sector primario:** En el sector primario se clasifica en el sector agrícola, pecuario, piscícola, sector ganadero y minero. Cabe resaltar que la agricultura se ha desarrollado y tecnificado en los últimos años y sus principales cultivos son: Café, Algodón, Arroz riego, Maíz tradicional, Sorgo, Cacao, Caña panelera, Plátano, Yuca y Tabaco.
- ✓ **Sector secundario:** En el sector secundario tenemos el sector industrial en el cuál se destaca la explotación de petróleo y gas natural, la producción artesanal y la producción industrial.
- ✓ **Sector terciario:** En el sector terciario encontramos las actividades económicas de las cuales el 51,6% se encuentra dedicado al comercio (Almacenes, tiendas, supermercados, etc), el 36,1% a servicios (Administraciones públicas y servicios públicos) y el 1,3% a otra actividad.

La composición etnográfica de la comunidad neivana es 98.9% de blancos y mestizos, 0,3% de indígenas y 0,8% de negros, mulatos o afrodescendientes, la comunidad cuenta con amplia cobertura de salud, servicios públicos domiciliarios (Acueducto, Alcantarillado, Energía, Gas y Telecomunicaciones), transporte aéreo, transporte terrestre, hermosos parques y una arquitectura patrimonial que resalta la historia de los Neivanos.

Con relación a los servicios públicos domiciliarios, un aspecto de gran impacto en la historia del país y de cada uno de sus departamentos. Antes de la Constitución de 1991 los servicios públicos domiciliarios se consideran un derecho fundamental que el Estado debía proteger (Valencia, 2004), tras la creación de Constitución de 1991 se estableció una nueva forma de concebir al Estado en la economía e incorporó en su articulado varios que toda

actividad lucrativa de los servicios públicos debía ser vista como actividad económica privada. Ante este panorama los servicios públicos domiciliarios que se ofrecen en Neiva encuentran a cargo de las siguientes entidades:

Ilustración 45 Estructura de los servicios públicos domiciliarios en Neiva



Fuente: Elaboración propia

A partir de la Ilustración 10 podemos identificar los diferentes servicios públicos domiciliarios (Acueducto, Alcantarillado, Aseo, Gas, Energía y las Telecomunicaciones) con los que cuentan los Neivanos y las diferentes entidades que se encargan de brindarlos por medio de

un cambio monetario. Los servicios públicos domiciliarios se pueden clasificar en dos categorías:

- ✓ Servicios públicos domiciliarios de primer grado, son aquellos servicios cuyo valor de la factura varía dependiendo del gasto que genere el cliente. Es decir entre mayor consumo mayor valor a pagar en la factura, ejemplo de ello es el acueducto, el alcantarillado, el aseo, el gas y la energía.
- ✓ Servicios públicos domiciliarios de segundo grado, son aquellos servicios cuyo valor de la factura es fijo. Es decir consuma o no consuma el cliente siempre llegara la factura por el mismo valor, ejemplo de ello es el teléfono móvil con plan cerrado, el teléfono fijo con plan cerrado, la televisión y el internet.

En la clasificación anteriormente enmarcada es importante resaltar que los servicios públicos domiciliarios de primer grado son provenientes de recursos naturales es por ello que estos servicios adquieren un alto valor de importancia dentro del contexto donde se encuentra el recurso y al contexto al que llegan. En relación al servicio de energía la cobertura y comercialización de este la realiza la Electrificadora del Huila, encargada de las 8 subestaciones de energía conectadas a la red nacional y la represa de Betania, una de las principales generadoras de energía del país, cabe resaltar que el municipio de Neiva juega un papel fundamental en la prestación de este servicio pues la primera planta eléctrica del Huila se fundó en Neiva y perteneció a la Electrificadora del Huila que en ese tiempo se llamaba "Matiz y compañía", tras el crecimiento de las demandas y la búsqueda de la "modernidad" en el municipio de Neiva el servicio de energía se volvió un aspecto importante e indispensable para los Neivanos.

Otra empresa que ha jugado un papel fundamental en la evolución de la sociedad Neivana es la empresa Alcanos de Colombia S.A.E.S.P dedicada a la distribución y comercialización del gas natural por 41 años, han sido pioneros en el gas natural vehicular (GNV), el gas natural compartido (GNC), el gas natural industrial (GNI) y el gas natural domiciliario (GND), con una cobertura de 9 departamentos entre los cuales tenemos Caquetá, Cauca, Nariño, Tolima, Cundinamarca, Antioquia, Boyacá, Caldas y Huila y 131 municipios. Por otra parte tenemos el

servicio de agua, el cual se encarga del servicio de acueducto, alcantarillado y aseo, cabe aclarar que la entidad encargada de estos servicios es Empresas Públicas de Neiva “Las Ceibas” en el área urbana y rural del municipio, en las cuales se cuenta con una cobertura total de 99,9% y 98,91% de alcantarillado respectivamente. El sistema de acueducto del municipio de Neiva se abastece del río Las Ceibas situación que alerta a los Neivanos debido a la disminución creciente que presenta el caudal de dicho río, la captación se realiza mediante dos bocatomas El Tomo y El Guayabo, el agua captada es tratada en tres plantas de tratamiento de agua Potable:

- ✓ **El Recreo:** Es una plantas de tratamiento de tipo convencional con una capacidad de 450 a 600 litros por segundo.
- ✓ **El Jardín:** Es una plantas de tratamiento de tipo convencional con una capacidad de 900 a 1.100 litros por segundo.
- ✓ **Kennedy:** Es la planta de tratamiento más antigua de tipo convencional con una capacidad de 90 a 100 litros por segundo.

Además, se cuenta con el reservorio municipal, con capacidad de 256.000 m³, que sirve como plan de contingencia del sistema, para un suministro de 3 días en todo el municipio. El cobro de este servicio se realiza mediante una factura mensual en la cual se aplican algunos subsidios o aportes que dependen del servicio prestado (servicio residencial estrato 1, servicio residencial estrato 2, servicio residencial estrato 3 y 4, servicio residencial estrato 5, servicio residencial estrato 6, servicio comercial, servicio industrial y servicio oficial), ante la situación actual del país donde se decidió que los estratos 1, 2 y 3 ya no se les suministraría el subsidio de los 20 metros cúbicos considerado consumo básico y por ende sus facturas incrementarán en un 20 a 30% en el valor a pagar, esta situación es de gran relevancia para los neivanos y a su vez otorga un alto grado de importancia dentro de las finanzas de los hogares neivanos, puesto que esta situación de eliminación de subsidio al recibo del agua genera mayores gastos en el hogar situación que se encuentra latente en una gran porción del casco urbano de Neiva y permite que la población establezca una relación entre los nuevos gastos y la importancia de las matemáticas dentro de su contexto inmediato.

Partiendo de lo anterior es importante resaltar que se tuvo en cuenta el ámbito financiero de los hogares Neivanos (gastos e ingresos) debido a la estrecha relacionen que existe entre las

matemática y las finanzas que dan pie las matemáticas financiera según Díaz, (1999) las matemáticas financieras se pueden concebir como un conjunto de herramientas Matemáticas necesarias para evaluar la equivalencia del valor del dinero en diferentes tiempos y circunstancias, de la manera más sencilla y didáctica que permita tener un control sobre el dinero, este proceso genera numerosas situaciones que permite a las personas involucradas en el contexto desarrollar diversas habilidades y tener un mayor control sobre las posibles situaciones a venir, con el apoyo y uso constante de la matemáticas, pues estas situaciones tiene un gran impacto en el campo personal y familiar debido al trasfondo que generan cada uno de los procesos y decisiones tomadas por los involucrados, a su vez estos procedimientos y decisiones alteran otros campos que se encuentran asociados a él como lo es la calidad de vida, las relaciones entre otras, un ejemplo que permite evidencia esta relación y la importancia del contexto inmediato es la siguiente intervención que da muestra de líneas literales dadas por estudiantes de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila.

Tabla 22. Interacción (Inv – Est) N°. 19. Situación problema N°.4

Inv: Bien niñas, ahora les pregunto ¿Qué tipos de servicios públicos tienen ustedes en sus viviendas?
P₁₅: El del agua
P₅: El gas para cocinar
P₈: La energía
P₃: La televisión, el teléfono
Inv: Que otras niñas?
P₉: El servicio de internet, el más importante
P₈: El de líneas de teléfono
Inv: En resumen cuantos servicios tenemos en casa?
P₇: Pues tenemos el servicio del agua, energía, gas, internet y televisión
P₁: 5
P₃: No son 6 le falto el del teléfono
Inv: Como es el proceso de pago de esos servicios
P₁₅: Por cada uno nos llega una factura, en la cual sabemos cuánto tenemos que pagar cada mes
P₁₁: Qué pasa si no pagan
P₁₄: Nos cortan el servicio y después teneos que pagar la conexión del servicio que es más

caro.

P₉: No solo eso profe si nos cortan el agua uno no puede vivir, además mi mama siempre vice diciendo ahorren energía y agua.

Inv: Por qué será que la mama de Alejandra le dice que ahorre energía y agua

P₁₄: Para que el recibo le llegue mas barato

Inv: Como así Paula?

P₁₄: Pues profe entre menos energía uno gasta más barato le llega el recibo a uno.

Inv: Con que otros servicios pasa la situación que menciono Paula.

P₄: Con todos los servicios

P₁: No porque el de televisión uno vea o no vea televisión siempre llega el recibo por el mismo valor.

P₅: El del agua y el de la energía

Inv: Que otro niñas

P₁: El del gas

Inv: El de internet varía?

P₆: No profe eso depende del plan que usted escoge y luego la factura llega siempre por el mismo valor.

Inv: Y el del teléfono fijo

P₁: Es igual siempre llega el mismo valor

P₁₄: No eso es mentira para que llegue por el mismo valor hay que contratar un plan cerrado

Inv: Bien niña ¿Que significa que una factura llegue con un valor alto a pagar?

P₉: Que gastamos mucho

Inv: Y ¿Qué pasa cuando el valor a pagar de las facturas de sus casas llega por un valor más alto de lo normal? Porque tanto silencio. Laura nena que pasa cuando en tu casa la factura de la energía llega con un valor a pagar demasiado alto

P₂: Pues profe normalmente en mi casa se paga \$35.000 pero cuando llega más caro todo cambia

Inv: Como así Laura

P₂: Si profe mi mama siempre designa de su sueldo \$160.000 mensualmente para los servicios (Agua, energía, gas, televisión e internet) así que si gastamos de más la plata no alcanza y tiene que sacar de lo que ha dejado para la comida entonces estamos siempre ahorrando porque o si no no alcanza la plata para el mes.

P₁₂: En mi caso siempre tengo que estar pendiente de los gastos de la casa porque mi papa dice que si le sobre dinero entonces me puede pagar mi curso de natación así que hay meses que voy a natación y otros no cuando los recibos llegar muy caros y también

cuando sube el mercado.

P₁₄: En mi casa quitaron el internet porque dice mi papa que el agua y la energía han subido mucho y el dinero no alcanza.

Inv: Alguien más quiere participar.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a las estudiantes de 1004 de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila.

En esta perspectiva y partiendo del ejemplo de la entrevista semiestructurada que se realizó en la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila a las niñas de 1004 con relación a los servicios públicos, se evidencia como las estudiantes al estar inmersas en una situación que hace parte de su cotidianidad muestran interés por la situación y logran tener un conocimiento contextualizado que les permite identificar relaciones entre los costos de los diferentes servicios públicos domiciliarios que gozan en sus viviendas con los ingresos familiares (en la mayoría de los casos el salario del padre más el salario de la madre y en un 15% solo el salario de la madre) y determinar de qué manera estas relaciones intervienen en su día a día.

Por ende el contexto en el que se encuentran inmerso las estudiantes permite comprender, analizar e interpretar las situaciones de la vida cotidiana de las estudiantes, dando pie a un acercamiento con sentido de las matemáticas escolares. Desde la perspectiva de Solar (2009) se asume por contexto el espacio en el que una situación debe darse a partir de una referencia del mundo (natural, cultural o social), en la cual se sitúan las tareas y cuestiones matemáticas que se propondrán a las estudiantes lo que permite lograr un acercamiento con sentido a las matemáticas escolares, lo que conlleva a romper con la brecha existente entre el contexto real de los individuos y la matemática tradicionales. Pues trabajar en contextos reales y familiares para las estudiantes permite llevar a cabo situaciones relacionadas con las actividades que prácticas o con situaciones que requieran una solución inmediata a la cual se pueda llegar mediante el conocimiento matemático, esto permite dar sentido a las matemáticas escolares, esto se refleja en la siguiente interacción:

Tabla 23 . Interacción (Inv – Est) N° 20. Situación problema N°.4

Inv: Bueno niñas ya realizaron la lectura y análisis de las tablas e identificaron la información que les ofrecía.

E: Si profe

Inv: Que le llamo la atención

P₁₄Lo que más me llamo la atención fue los subsidios y aportes.

P₁A mí me llamo la atención los costos fijo y ya entiendo porque es que la factura del agua nunca llega por 0\$

Inv: Paula que te llamo la atención de los subsidios y aportes.

P₁₄Profe que los estratos bajos les ayudan y a los estratos altos les piden una ayuda creería que para los estratos bajos y serios como buscar un equilibrio.

Inv: Quien más quiere dar su opinión

P₁: Profe a partir de los cuadros nos damos cuenta que existe una base que siempre nos cobran y a ese se le suman el valor de los metros cúbicos gastados es por ello que cuando gastamos mucha agua nuestra factura tiene un valor mayor.

Algo que me llamo la atención es que el valor del metro cubico de acueducto y alcantarillado es igual para todos pero como no todos tenemos los mismos ingresos por eso es que aparecen los subsidios y los aportes.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a las estudiantes de 1004 de la Institución Educativa Liceo de santa Librada de Neiva – Huila.

A partir de lo expuesto anteriormente nos muestra que trabajar en contexto no solo permite construir un conocimiento aplicado, sino que posibilita el desarrollo de competencias ciudadanas que permiten una formación integrar en las estudiantes.

En este sentido, la práctica social enmarcada anteriormente se ubica en el primer contexto propuesto por PISA, el contexto personal el cual se centra en actividades del propio individuo, su familia o su grupo de iguales, puesto que las personas que se encuentran involucradas en esta situación ayudan en la administración del dinero de sus familias de tal manera que las finanzas del hogar no se vean afectadas de forma negativa, es decir minimizar los gastos generados en el hogar por los servicios públicos domiciliarios, a su vez esta situación hace parte del contexto social, pues las diferentes políticas públicas (subsidios y aportes) que rigen los servicios públicos domiciliarios en Neiva juegan un papel importante para las personas inmersas en la situación trabajada. En la situación también evidenciamos el contexto profesional propuesto por PISA teniendo en cuenta que este contexto se centra en el mundo laboral y las personas que se encuentran involucradas en la situación, realizan actividades a diario con el fin de obtener ingresos monetarios y poder cubrir los diferentes gasto que propicien el bienestar de su familia,

ante la relación existente entre el contexto social, personal y profesional que se evidencia en la situación presentada se puede establecer que las personas involucradas en ella son sujetos activos en el proceso.

Con base en lo anterior, permite concluir que las diferentes prácticas sociales encontradas en Neiva relacionada con los servicios públicos domiciliario pueden ser relacionadas con los cuatro contextos definidos desde PISA (contexto personal, contexto profesional, contexto social y contexto científico), dado a las diferentes actividades que componen a la práctica. Es por ello que las prácticas sociales son una herramienta fundamental en relación a la educación, pues brinda la oportunidad al docente de conocer ampliamente el contexto en el que las estudiantes se encuentran inmersas, con el fin de diseñar tareas matemáticas contextualizadas que permitan establecer una relación entre las diversas situaciones del contexto y los conocimientos matemáticos permitiendo que las estudiantes logren tener un conocimiento matemático más cercano a su realidad, lo que conlleva a un aprendizaje significativo.

En conclusión, el hacer uso del contexto en el que se encuentran inmersas las estudiantes para el diseño de diversas situaciones problemas permite que el conocimiento matemático adquirido por las estudiantes tenga un sentido crítico y reflexivo que les permita a las estudiantes enfrentar las diversas situaciones que componen su vida cotidiana con el propósito de resolver y formular los problemas reales que se presenten.

5.3 Estimación del sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver y formular problemas.

En los últimos años del siglo XX y la primera década del siglo XXI se han caracterizado por una creciente preocupación, por dar solución a diversos problemas mundiales y los conflictos sociales, económicos y políticos que se encuentran vigentes en el mundo. Desde esta perspectiva, García & Benítez (2013) afirman que los países deben desarrollar políticas de crecimiento que garanticen la satisfacción de las necesidades fundamentales de las personas a la educación, vivienda y trabajo, sin poner en riesgo las oportunidades para las futuras generaciones. Ante este panorama, una de las principales alternativas es el enfoque por competencia cuyo propósito se radica en la formación de un aprendizaje comprensivo, significativo y situado; en este apartado se pretende estimar el sentido crítico y reflexivo que se evidencia en las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver y formular problemas.

Para comprender el objetivo de este apartado es pertinente definir el concepto estimar y para ello se ve la necesidad de remitirnos a sus orígenes etimológicos, la palabra estimar procede del latín aestimāre, que significa apreciar, evaluar algo, atribuir un valor aproximado a una persona o cosa, considerar, juzgar o tener una opinión respecto a algo, es decir determinar el grado de reflexión y sentido crítico que poseen las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver y formular problemas. Para este proceso se tendrán en cuenta los análisis realizados a cada una de las situaciones trabajadas en este proyecto como lo son: la situación problema N°1 Los Grifos, la situación problema N°2 La Panadería, la situación problema N°3 La Cafetería y la situación problema N°4 Los Servicios Públicos.

Cabe resaltar que los análisis realizados a las dos primeras situaciones enfocadas a la caracterización de la competencia matemática formular y resolver se tendrán en cuenta para estimar el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática resolver y formular problemas, pues estas situaciones estuvieron enfocadas a los dos procesos matemáticos que la componen como son: formular y resolver problema en los cuales se determinó:

✓ En primera instancia durante el análisis de las situaciones problemas anteriormente resaltadas se evidenció un proceso de comprensión y explicación de las

situaciones problemas por parte de las estudiantes donde identificaban los diferentes eventos y realizaban una selección de los eventos a partir de su relevancia “Importancia” de cada uno de los eventos comprendidos, a su vez las estudiantes realizan una decodificación, una categorización de relevancias y determinaban el sentido de la información que se le presentaba en la situaciones problemas, en otras palabras las estudiante realizaron un proceso de interpretación de información que se les presento en la situación problema N°1 y la información recolectada e implementada en la situación problema N°2.

✓ Una vez interpretada las situaciones problemas se evidencia un proceso de identificación de relaciones donde las estudiantes 1003 y 1004 de la Institución Educativa Liceo de Santa Libra comenzaron a deducir y derivar nuevos aspectos de la situación haciendo usos de sus conocimientos y sus experiencias como sujetos activos en el contexto inmerso de cada una de las situaciones problemas (Los Grifos y La Panadería), que a su vez les permitía determinar la utilidad de las diferentes relaciones, en este proceso se evidencia un análisis de las situaciones problemas y una valoración de credibilidad a las diferentes relaciones las cuales relacionaban ampliamente con sus contexto y experiencia diaria.

✓ Otro aspecto que se encontró en los análisis realizados a la situación problema N°1 y la situación problema N°2 fue la formulación de conclusiones razonables; conjeturas e hipótesis a partir de sus interpretaciones, análisis y valoraciones dadas a las diferentes relaciones. En este aspecto las estudiantes realizan una selección entre toda la información que tienen y seleccionan los elementos necesarios para sacar o emitir conclusiones.

Lo descrito anteriormente permite evidenciar cuatro de las habilidades cognitivas descritas por Facione (2007), entre la cuales se encuentran la interpretación de la información, el análisis de la información, la evaluación e inferencias. Cabe aclarar que durante el análisis de las situaciones problemas se identifica que las estudiantes van más allá de la capacidad de interpretar, analizar, evaluar e inferir sobre las situaciones problemas, pues las estudiantes constantemente explican que están pensado y cómo han llegado a esas decisiones relacionadas a las situaciones problemas, esto se evidencia cuando las estudiantes describen los métodos que realizan y los resultados que obtienen en las diferentes tareas matemáticas que conforman la situación problema N°1 y N°2, también cuando justifican los procedimientos que realizan,

cuando proponen y defienden alternativas de solución, estas características según Facione (2007) se define como explicación. Otra habilidad que se evidencio en el análisis de las situaciones problemas es una autocorrección o como la define Facione, (2007) una autorregulación donde las estudiantes revisaban y corregían sus interpretaciones e inferencias conllevándolas a procesos de reformulación, cabe resaltar que esta habilidad fue una de las habilidades menos visibles en el proceso de análisis.

Por ultimo en el proceso de análisis se evidencio un alto nivel de disposición por parte de las estudiantes en relación a las situaciones problemas trabajadas, pues las estudiantes constantemente expresaban su interés por seguir indagando la situación debido a que pertenecía a contexto reales y cercanos a las estudiantes, este interés lo trasmitían por medio de preguntas contantes entre ellas o con el investigador. En resumen, en el análisis realizado a las situación problema N°1 titulada Los Grifos y la situación problema N°2 titulada La Panadería se evidenciaron las seis habilidades propuestas por Facione, (2007) y la disposición de la que habla Facine (2007), cabe resaltar que las diferentes habilidades y la disposición de las estudiantes se percibe en un buen nivel de aplicación lo que nos permite inferir un buen sentido crítico y reflexivo en el desarrollo de las dos situaciones problemas.

Como se estableció en el párrafo anterior, podemos apreciar un alto sentido crítico y reflexivo de las estudiantes durante el desarrollo de las dos situaciones problemas, cabe destacar que estas situaciones van en pro del desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de decimo es por ello que se puede identificar un alto sentido crítico y reflexivo en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, es decir en este proceso se evidencio como las estudiantes disiente en diferentes aspectos que desemboca en un discurso entre argumentos que permite la interpretación, el análisis, la evaluación, la inferencia, la explicación y la autorregulación acompañados de la disposición de las estudiantes, que les permite establecer sus opiniones o afirmaciones respecto a los diferentes aspectos de la situación y su impacto en el contexto debido a relación directa que existe entre la realidad y las situaciones.

Adicionalmente se exponen los análisis realizados a la situación problema N°3 La Cafetería desarrollada por las estudiantes de 1003 y la situación problema N°4 “Los Servicios

Públicos” realizada por las estudiantes de 1004, los cuales se realizaron de acuerdo a la caracterización realizada a la competencia matemática formular y resolver problemas con el fin de estimara el sentido crítico y reflexivo.

5.3.1 Estimación del sentido crítico y reflexivo de la situación problema N°3.

Para estimar el sentido crítico y reflexivo de la situación problema N°3, es importante resaltar que la situación problema N°3 se desarrolló en dos etapas: la primera etapa estuvo enfocada en el proceso matemático de formulación de problemas para la cual la se realizó una socialización de la práctica social y la segunda etapa consistió en la solución de las situaciones problemas formuladas en la primeria etapa.

A continuación, se presenta como se llevó a cabo la socialización con las estudiantes, donde el objetivo de esta giraba en torno a compartir la información recolectada respecto al funcionamiento, los productos, los gastos, entre otros aspectos de las cafeterías de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada con el fin de formular situaciones problemas. En este orden de ideas la socialización inicio resaltando los lugares de donde las estudiantes habían sustraído la información y las semejanzas que existen ellas ella. De acuerdo a esto, en la siguiente interacción se da muestra de algunas de sus apreciaciones:

Tabla 24. Interacción (Inv – Est) N° 21. Situación problema N°.3

E₃₆: En las cafeterías venden

- | | | |
|-------------|------------|--------------|
| ✓ Bombombun | ✓ Chicles | ✓ Agua |
| ✓ Papas | ✓ Gaseosa | ✓ Pony |
| ✓ De Todito | ✓ Jugos | ✓ Gelatina |
| ✓ Doritos | ✓ Galletas | ✓ Papitas |
| ✓ Empanadas | ✓ Tinto | ✓ Platanitos |
| ✓ Pasteles | ✓ Yogur | ✓ Ensaladas |

E₁₈: Pero las ensaladas son en la cafetería principal, yo mire en las cafeterías de abajo la de al pie del auditorio y hay no venden

E₈: Ni en las dos cafeterías que hay al pie de la entrada de nosotras

E₁₈: Además en la cafetería de abajo la de al pie del auditorio venden una gomitas con líquido que no venden en las dos cafeterías de la entrada de profesores.

E₆: Laura Camila y yo fuimos a las dos cafeterías de la entrada de estudiantes y venden casi los mismos productos que la cafetería de la que habla Yulieth Melissa con los precios iguales.

Inv: Shrith Lizeth porque dice que los mismos precios.

E₆: Con Laura Camila pasamos y comparamos precio lo único que varía son algunos productos.

E₁₆: En la cafetería que está al lado de la oficina de la profesora de turismo hay venden helados y la que está al frente no

Inv: Que pueden concluir niñas, alguien

E₂₇: Pues tenemos 6 cafeterías en el colegio, en ellas se venden casi los mismos productos varían muy pocos y con los mismos precios.

E₁₆: Pero tenemos 6 cafeterías porque somos muchas y yo creo que los precios deben ser iguales o si no todas iríamos a la cafetería donde vendieran más barato.

Fuente: Socialización de la práctica social de la Cafetería con las estudiantes de 1003 de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila.

A partir de la interacción anterior se evidencia como las estudiantes ante un contexto cercano e importante para ellas se interesan por comprender, analizar e interactuar las diferentes variables que surgen tras un proceso de interacción, esto se refleja en la comparación que realizan las estudiantes entre los diferentes precios y productos que se venden en las diferentes cafeterías de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada, la cual resalta un proceso de análisis de la práctica social seleccionada como lo es la cafetería, a propósito esta relación entre diferentes precios y productos les permitió a las estudiantes concluir la primera etapa de este proceso la cual se centró en el proceso de formulación de las Situaciones Problemas N°. 3, la cual les permitió pasar a la segunda etapa la cual se centró en el proceso matemático de resolver la situación formulada en la etapa anterior.

Continuaremos analizando las dos etapas desarrolladas entorno a la Situaciones Problemas N° 3, para este proceso se seleccionaron 6 grupos los cuales fueron escogidos debido a que lograron articular un proceso de reflexión y análisis con la información obtenida y las ideas planteadas por ellas mismas para llevar a cabo el proceso de formulación de problemas e interpretar luego las ideas de un grupo diferente para

desarrollar el otro proceso matemático enfocado a resolver problemas con respecto a la práctica social “La Cafetería”.

El análisis de las situaciones problemas se realizó de forma consecutiva, es decir se analizó el proceso de formulación y luego el proceso de resolución de cada una de las situaciones problemas seleccionadas. Las situaciones seleccionadas fueron formuladas por los siguientes grupos: grupo N°1, grupo N°5 y grupo N°6 las cuales fueron resueltas por los grupos N° 3, N°4 y N°2 consecutivamente, como se resalta en la siguiente tabla:

Tabla 25. Situaciones Problemas N°3 seleccionadas

N° DE SITUACIÓN SELECCIONADA	GRUPO ENCARGADO DE LA FORMULACIÓN	GRUPO ENCARGADO DE LA RESOLUCIÓN
1	<p>Grupo N°5</p> <p><i>E</i>₁₉: Ana Karina Cruz Reyes <i>E</i>₂₀: Ana carolina Ortiz Calderón <i>E</i>₂₁: María Mercedes Mosquera Salazar</p>	<p>Grupo N°4</p> <p><i>E</i>₁₅: Gerelyn Alexa Galeano Catro <i>E</i>₁₆: Karol Jimena Garay Gomez <i>E</i>₁₇: Valentina Ferla Mendoza <i>E</i>₁₈: Anyi Katherine Cujíños Caceres</p>
2	<p>Grupo N°1</p> <p><i>E</i>₁: Laura Camila Zea <i>E</i>₂: Deisy Katherine Ochoa Vega <i>E</i>₃: Paula Andrea Ortiz <i>E</i>₄: Melany Alexandra Lasso <i>E</i>₅: Laura Camila Aviles</p> <p>Grupo N°6</p> <p><i>E</i>₂₂: Yaddi Lorena Mora Losada <i>E</i>₂₃: María José Cruz Romero <i>E</i>₂₄: Danny Camila Bayona Vargas <i>E</i>₂₅: Yojanna del Pilar Salazar Gomez <i>E</i>₂₆: Dahiann Mitchell Olarte Bernal <i>E</i>₂₇: Karen Yulieth Avila</p>	<p>Grupo N°3</p> <p><i>E</i>₁₁: Laura Camila Narvéez Urueña <i>E</i>₁₂: Lizeth Dayana Cruz Ortiz <i>E</i>₁₃: Duvy Liseth Barona <i>E</i>₁₄: María Fernanda Lara</p> <p>Grupo N°2</p> <p><i>E</i>₆: Shrith Lizeth Collazos Tovar <i>E</i>₇: Karol Dayana Marroquin Perdomo <i>E</i>₈: Daniela Medina Cortes <i>E</i>₉: Natalia Prieto <i>E</i>₁₀: Heidy Vanessa Barreiro</p>
3		

Fuentes: Elaboración propia

La primera situación problema analizada fue la situación problema formulada por el grupo N°5, como se resaltó en la tabla, la situación problema formulada anteriormente establecida permite evidenciar una conexión entre la información consultada y

socializada, pues las estudiantes convierten los datos obtenidos y la relación establecida por ellas en un enunciado matemático y es aquí donde se evidencia una de las acciones que se establecieron en el proceso de caracterización de la competencia matemática formular y resolver como lo es la selección de una situación problema, cabe aclarar que esta acción consiste en un acotamiento de la práctica social “La Cafetería” de acuerdo a los intereses y fines predeterminados de las estudiante, la cual está íntimamente relacionada con una de las acciones que establece Cruz & Álvarez (2003) en su trabajo sobre la formulación de problemas matemáticos como lo es la clasificación de componentes, donde pusieron a prueba sus conocimientos y habilidades para transmitir sus pensamientos de forma escrita como se evidencia en la siguiente ilustración

Ilustración 46. Grupo N° 5 – Situación Problema N°3 – Formulación del enunciado

Solución.

Maria ha llegado a un nuevo Colegio y desea conocer los precios de los alimentos que ofrece la Cafetería "Monta" para eso decidió organizarlos en una tabla y así poder saber saber cuánto dinero necesita para su desayuno. La información se muestra a continuación.

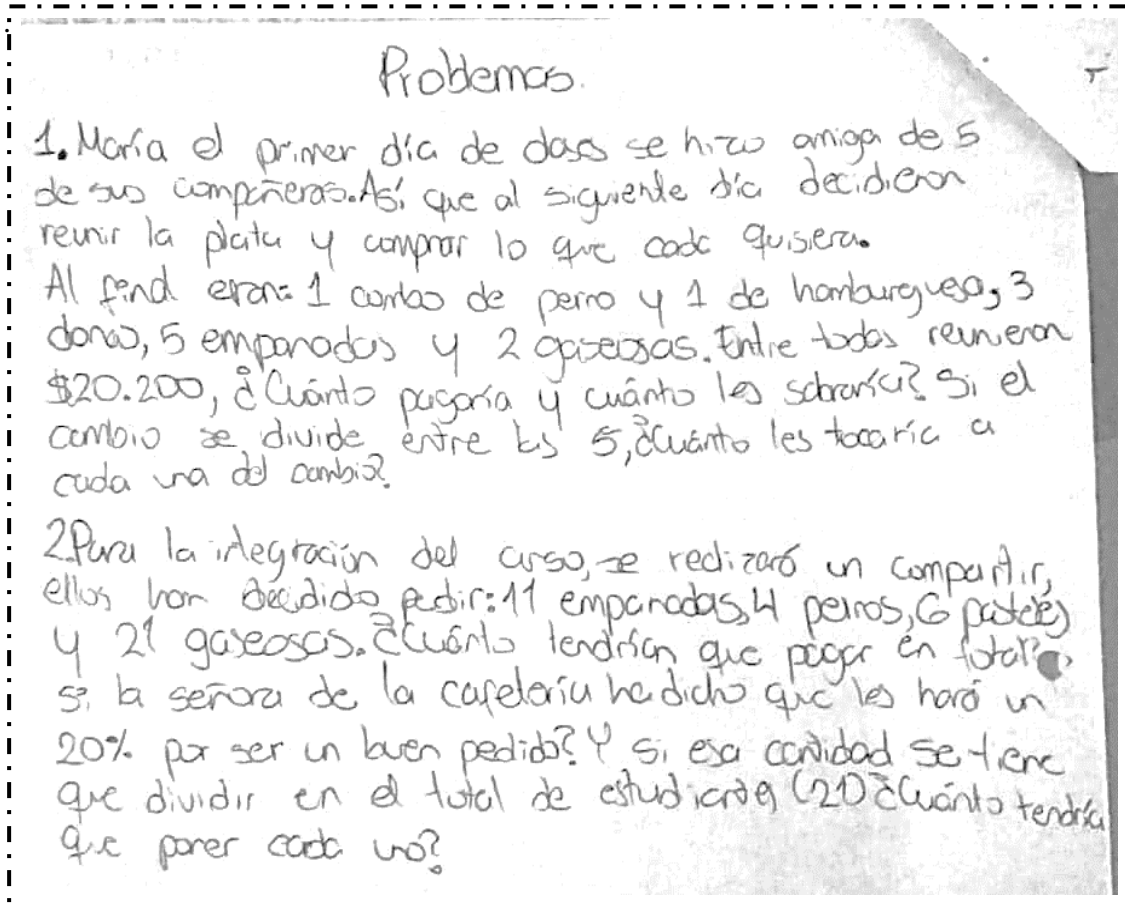
Productos	Precio	
Empanado	\$700	
Perros calientes	\$2.300	
Hamburguesa	\$2.600	
Donas	\$1.400	combo
Gaseosa	\$2.000	Perro con gaseosa
Pastel	\$1.500	\$2.700
Agua en botella	\$600	Hamburguesa-agua
		\$3.000

Fuente: Documento del Grupo N°5

El quinto grupo a su vez nos permite evidenciar otras dos acciones que se establecieron en el proceso de caracterización de la competencia matemática formular y resolver como lo es la búsqueda y determinación de relaciones en la situación trabajada, pues las estudiantes también relacionaron productos con precio por unidad del producto o combo y el valor a pagar con el número de productos a comprar, lo que les permito pasar

a la elaboración de las tareas matemáticas otra acción establecida en el proceso de caracterización y se reflejan en la siguiente interacción:

Ilustración 47. Grupo N° 5 – Situación Problema N°3 – Elaboración de las tareas Matemáticas



Fuente: Documento del Grupo N°5

A partir de lo anteriormente enmarcado se aprecia un buen nivel de interpretación y análisis de la práctica social por parte de las estudiantes, puesto que las niñas resaltaron aspectos íntimamente relacionadas con la situación, como lo son los combos, los productos y precios, al igual que aspectos de su vidas cotidianas como lo son: las compras colectivas entre compañeras y las actividades de integración, a su vez las estudiantes formulan tareas matemáticas con niveles de complejidad centrado en la conexión y reproducción, pues se evidencia que el objetivo que tenían las estudiantes

para estas tarea era que se reconocieran los elementos que ellas habían establecido en la tabla presente en el enunciado y que a partir de las operaciones básicas como la suma, la multiplicación, la resta y la división, se estableciera el valor a pagar por los productos, las vueltas y el aporte de cada una de las estudiantes. A su vez se evidencia la conexión con un concepto matemático como lo es el porcentaje.

A partir de lo anterior se puede inferir una buena disposición de las estudiantes ante el proceso desarrollado el cual estuvo acompañado de una explicación constante, pues como se puede visualizar en la ilustración anterior las estudiantes presentaron las dos tareas matemáticas formuladas de manera reflexiva y coherente brindando los valores necesarios e indispensables para su desarrollo. Resumiendo en el proceso matemático de formulación de la situación problema realizado por el grupo N°5 se resaltan algunas habilidades cognitivas como la interpretación, análisis y explicación acompañadas de una amplia disposición (Facione, 2007) y establece que se encuentran involucradas en el pensamiento crítico de las personas.

Unas vez formulada la situación problema por parte del grupo N°5, fue rotada al grupo N°4, quienes realizaron el proceso matemático de resolución de problemas, para ello el grupo en cuestión realizó una lectura de las situación asignada que les permitió realizar una interpretación de la situación como se evidencia en la siguiente interacción:

Tabla 26. Interacción (Est – Est) N°1. – Grupo N°4

*E*₁₇: “María ha llegado a un nuevo colegio y desea conocer los precios de los alimentos que ofrece la cafetería “Manka”, para eso decidió organizarlos en una tabla y así poder saber saber ...

*E*₁₈: Dos veces saber

*E*₁₇: Así dice Anyi

*E*₁₅: Continúe Valentina

*E*₁₇: ...Cuánto dinero necesita para su descanso. La información se muestra a continuación.

Luego sigue un cuadro que dice

PRODUCTOS	PRECIO
Empanada	\$ 700
Perros Calientes	\$ 2300
Hamburguesa	\$ 2600
Donas	\$ 1400
Gaseosa	\$ 2000

Pastel	\$ 1500
Agua en Bolsa	\$ 600

*E*₁₅: Falta algo más Valen

*E*₁₇: ... si hay otro cuadro que dice:

COMBOS	
➤	Perro con gaseosa \$2700
➤	Hamburguesa – agua \$3000

Eso es lo primero

*E*₁₅: Eso es todo

*E*₁₇: Si

*E*₁₆: Tenemos 7 productos y dos combos

*E*₁₈: Los precios coinciden con los de la cafetería

*E*₁₇: Algo importante es que dicen que María desea conocer los precios de los alimentos que ofrece la cafetería “Manka” entonces esa cafetería solo vende 7 productos.

*E*₁₆: Son muy poquitos productos para una cafetería

*E*₁₈: En si el enunciado dice que María es una estudiante nueva y que quiere conocer el precio de los productos que venden en la cafetería por tanto los organiza en una tabla para tenerlos a su mano.

*E*₁₅: Eso es lo que dice el problema pasemos a las preguntas

Fuente: Trabajo del Grupo N°4

A partir de la interacción anterior se evidencia un proceso de búsqueda y selección de información presente en el enunciado, que les permitió a las estudiantes tener una perspectiva global del contexto que enmarcaba el enunciado, ante este panorama se refleja una comprensión del enunciado, proceso que se resalta en la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas, la cual está íntimamente relacionada con dos procedimientos establecidos por Pozo & Postigo (1993) en el proceso de resolución de problemas como lo son: la adquisición de la información y la interpretación de la información. Lo establecido anteriormente se pudo evidenciar durante la lectura de las tareas matemáticas que acompañaban el enunciado, como se resalta a continuación:

Tabla 27. Interacción (Est – Est) N°2. – Grupo N°4

E₁₇: Si, la primera dice: “María el primer día de clase se hizo amiga de 5 de sus compañeras. Así que al siguiente día decidieron reunir la plata y comprar lo que cada una quisiera. Al final eran: 1 combo de perro y 1 de hamburguesa, 3 donas, 5 empanadas y 2 gaseosas. Entre todas reunieron \$20200, ¿Cuánto pagaría y cuánto les sobraría? Si el cambio se divide entre las 5 personas, ¿Cuánto le tocaría a cada una del cambio? ”

E₁₅: Son varias preguntas, saquemos a parte para saber

E₁₆: Tenemos:

1. ¿Cuánto pagaría por los productos?
2. ¿Cuánto les sobraría si tienen 20200 pesos?
3. ¿Cuánto le tocaría a cada una del cambio?

La tercera es si se divide entre las 5 personas

E₁₇: Son tres preguntas pero cada una necesita de la respuesta de la otra.

E₁₅: Para la primera tenemos que sumar:

- El valor de un combo de perro
- El valor de un combo de hamburguesa
- El valor de las 3 donas
- El valor de las 5 empanadas
- El valor de las 2 gaseosas

E₁₆: Gerelyn escríbelo en la hoja, primero organicemos las ideas.

E₁₅: Después restamos lo que tenían con lo de la suma

E₁₇: Los 20200 pesos menos el valor a pagar.

E₁₅: Si y ese valor que de la resta lo dividimos en 5 que son las amigas y eso sería la respuesta de la tres.

E₁₆: Espere voy a escribir

E₁₅: Escribe Gerelyn mientras que Valentina, Anyi y yo leemos la otra pregunta.

E₁₇: Para la integración del curso, se realizara un compartir, ellos han decidido pedir: 11 empanadas, 4 perros, 6 pasteles y 21 gaseosas. ¿Cuánto tendrían que pagar en total? Si la señora de la cafetería ha dicho que les hará un 20% por ser un buen pedido? Y si esa cantidad se tiene que dividir en el total de estudiantes (20) ¿Cuánto tendría que poner cada uno?

E₁₅: Es casi lo mismo que la primera sumar todos los productos y le sacamos el 20% y el resultado lo dividimos entre 20.

Fuente: Trabajo del Grupo N°4

Desde la interacción anterior se refleja también un proceso de comprensión y organización de la información donde las estudiantes pusieron a prueba sus habilidades para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad las diferentes operaciones que les permitiera determinar una solución, desde esta panorama las estudiantes pasaron a un proceso de implementación de procedimientos matemáticos como resalta a continuación:

Ilustración 48. Grupo N° 4 – Situación Problema N°3 – Resolución de la situación formulada por el grupo N°5.

The image shows a handwritten solution on a piece of paper with a dashed border. The word 'Solución' is written at the top center. There are two numbered items, 1 and 2, each with a list of food items and their quantities on the left, and a calculation of the total cost on the right.

Item	Quantity	Item	Quantity	Cost
1.	2.700	Cn Perro		Plta / pagaron \$13.900 y las devueltas \$6.300 Plta / lo que le toco a cada niña es de un valor de \$7.260
	3.000	Hamburguesas		
	4.200	3. donal		
	4.000	2. Gaseosas		
2.	7.700	Emparedados		Plta pagaron 67.900 menos el 20% = 54.320
	9.200	Perros		
	9.000	Pasteles		
	42.000	Gaseosas		

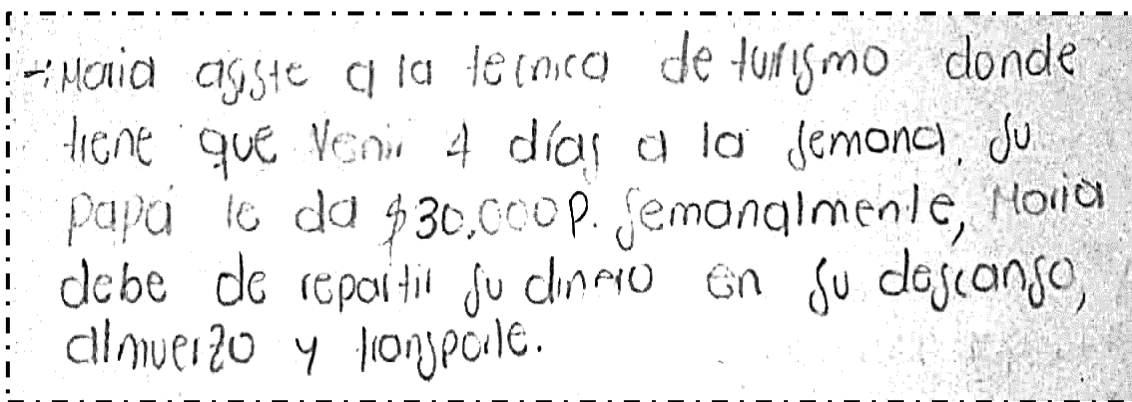
Fuente: Documento del Grupo N°4

Con relación a lo anterior encontramos que las estudiantes comprendieron en su totalidad las tareas matemáticas, pero a la hora de sustraer los datos de la tarea omitieron algunos datos lo que no les permitió determinar una respuesta coherente con el contexto, a pesar de realizar los procedimientos de forma correcta. Ante el panorama de la situación problema formulada por el grupo N°5 y resuelta por el grupo N°4 se refleja la comprensión de las aseveraciones planteadas en la comunicación oral y escrita, el respeto a cada una de ellas y las diferentes intenciones que reflejen, lo que les permite generar

explicación subyacente, de tal manera que critican la postura del autor y la confrontan con la de ellas según Lopez (2012), las cuales relacionan a experiencias vividas. Es decir durante este proceso las estudiantes constantemente están inmersas en analizar, entender y evaluar la manera en la que se organizan las afirmaciones del enunciado y las tareas matemáticas que pretenden interpretar y representar a partir de las opiniones o afirmaciones que en la vida cotidiana suelen aceptarse como verdaderas.

Por otra parte se expresa los análisis en relación con la situación problema formulada por el grupo N°1 y resuelta por el grupo N°3.

Ilustración 49. Grupo N° 1 – Situación Problema N°3 – Formulación del enunciado



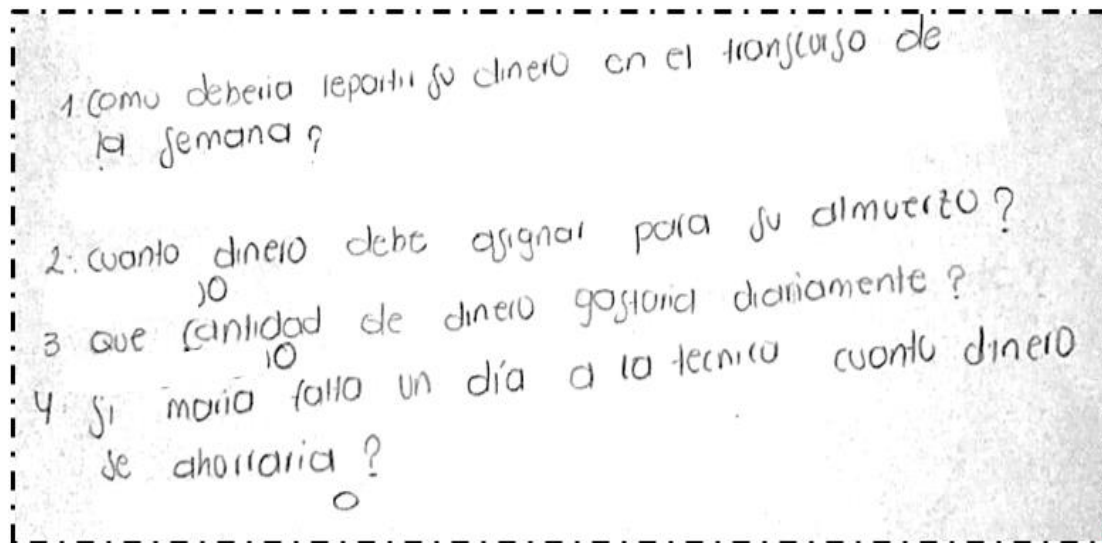
Maia asiste a la técnica de turismo donde tiene que venir 4 días a la semana, su papa le da \$30.000 p. semanalmente, Maia debe de repartir su dinero en su desayuno, almuerzo y transporte.

Fuente: Documento del Grupo N°1

Como podemos evidenciar en la formulación anterior las estudiantes relacionaron aspectos de su vida cotidiana como lo es la asistencia a la técnica de turismo con aspectos de la práctica social seleccionada “La cafetería” que dieron como finalidad el enunciado de la situación problema lo que nos permite evidenciar dos acciones que se establecieron en el proceso de caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas como lo es la selección de una situación problema y la búsqueda y determinación de relaciones en la práctica trabajada. Aspectos que nos permite inferir una disposición de las estudiantes que las lleva a un proceso de interpretación y análisis por parte de las estudiantes, cabe resaltar que los anteriores aspectos se evidenciaron en el proceso realizado por el grupo N°4 y N°5.

Posterior a la realización del enunciado las estudiantes continuaron con la elaboración de las tareas matemáticas donde formalizaron sus ideas con relación al enunciado y a la práctica trabajada de forma oral en primaria instancia y después de forma escrita. Las tareas matemáticas formuladas poseen un nivel de conexión pues para el cumplimiento de su objetivo se requiere cierta comprensión, al igual que establecer relaciones entre las variables presentes que permite una reflexión por parte del alumno, así como creatividad para identificar conceptos matemáticos o enlazar con los conocimientos pertinentes para dar con las soluciones (PISA/OCDE, 2005), como se resalta a continuación:

Ilustración 50. Grupo N° 1 – Situación Problema N°3 – Elaboración de las Tareas Matemáticas



Fuente: Documento del Grupo N°1

Continuando con el análisis, cabe resaltar que para la formalización de dichas ideas y la elaboración de tareas matemáticas las estudiantes realizaron diversas inferencias donde se preocupaban por brindar los elementos necesarios y pertinentes para que las personas que resuelvan las tareas puedan sacar conclusiones razonables; formular conjeturas e hipótesis, lo anterior nos permite evidenciar una de las habilidades cognitivas de las que establece Facione (2007) como la es la inferencia, cabe resaltar que esta es una habilidad más general de las que describe el pensamiento crítico, pues según Halpern & Nummedal (1995) el conocimiento, la inferencia, la evaluación y la

metacognición son habilidades que podrían describir el pensamiento crítico. A continuación se presenta el proceso de inferencia realizado por el grupo N°1:

Tabla 28. Interacción (Est – Est) N°3. – Grupo N°1

-
- E*₂: Como nos quedo Laura
- E*₁: “María asistió a la técnica de turismo donde tiene que venir 4 días a la semana. Su papa le da \$30.000 pesos semanales, María debe repartir su dinero en su descanso, almuerzo y transporte. ”
- E*₄: Vamos hacer preguntas
- E*₃: Si
- E*₄: Preguntemos que transporte debe tomar María para llegar a la técnica de turismo
- E*₃: Debemos preguntar de acuerdo a lo que decimos, no sé cuánto debe invertir en su descanso, almuerzo y transporte.
- E*₂:Escribamos ¿Cómo debería repartir su dinero en el trascurso de la semana?
- E*₅:Otra ¿María cuánto debe gastar en fotocopias?
- E*₁:Pero no colocamos en el enunciado nada de fotocopias, esa no sirve no se puede resolver
- E*₅:Entonces ¿Cuánto dinero debe asignar para su almuerzo?
- E*₄: Mmmm ¿Cuánto dinero le dio la mamá de María?
- E*₁: Melany no es la mamá es el papá si la dejamos así no se puede solucionar
- E*₄: Mmmm otra seria ¿Qué cantidad de dinero gasta al día?
- E*₂:Dejemosla ¿Qué cantidad de dinero gastaría diariamente?
- E*₂:
- E*₅: Si María falta un día la técnica cuánto dinero se ahorraría
-

Fuente: Trabajo del Grupo N°1

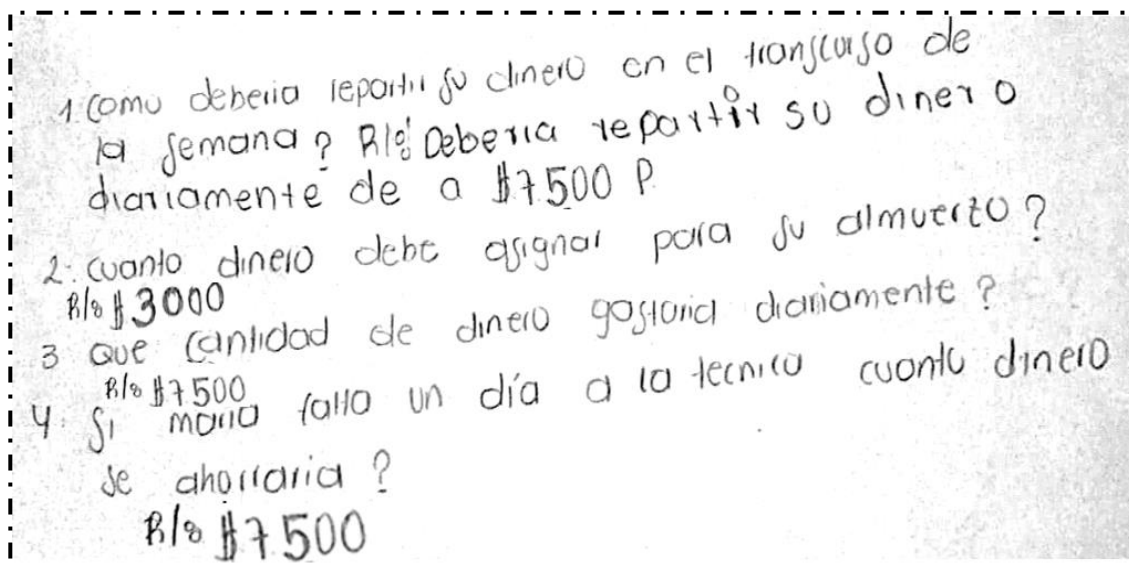
Desde la interacción anterior se evidencia un proceso de evaluación entre compañeras, pues las estudiantes constantemente establecen una valoración de la credibilidad de las tareas matemática establecidas por las estudiantes, permitiéndoles determinar si las tareas se pueden desarrollar a partir de la información suministrada en el enunciado lo que refleja una disposición de las estudiantes por manejar y dominar las ideas, pues según López (2012):

“El pensamiento crítico se caracteriza por manejar, dominar las ideas. Su principal función no es generar ideas sino revisarlas, evaluarlas y repasar qué es lo que se entiende,

se procesa y se comunica mediante los otros tipos de pensamiento (verbal, matemático, lógico, etcétera). Por lo tanto, el pensador crítico es aquel que es capaz de pensar por sí mismo” (p. 44).

Una vez formulada la situación problema y con el objetivo de continuar con el proceso de análisis pasamos al proceso matemático de resolución de problemas el cual fue desarrollado por el grupo N°3, en este proceso se evidencio una buena comprensión de las taras matemáticas lo que les permitió a las estudiantes establecer una respuesta a las tareas matemáticas sin ningún problema como se refleja en la siguiente ilustración:

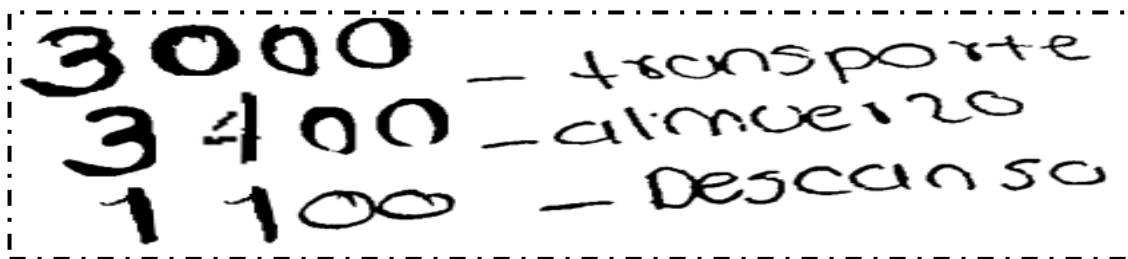
Ilustración 51. Grupo N° 3 – Situación Problema N°3 – Resolución de la situación formulada por el grupo N°1.



Fuente: Documento del Grupo N°3

Como se evidencia en la ilustración anterior las estudiantes establecieron que el presupuesto se debería repartirse en 7500 pesos diarios, valor que fue obtenido mediante un procedimiento matemático como “la división” donde el divisor es era número de días que se debe subsidiar con el presupuesto y el dividendo el presupuesto, es decir $30000/4=7500$, a su vez las estudiantes deciden asignar \$3000 para el almuerzo, 3400 para los transportes y el restante para el refrigerio como se muestra en la siguiente ilustración:

Ilustración 52. Grupo N° 3 – Situación Problema N°3 – Resolución de la situación formulada por el grupo N°1.



Fuente: Documento del Grupo N°3

Durante el desarrollo del proceso que les permitió a las estudiantes establecer el valor para cada una de las actividades expuestas en el enunciado de la tarea (Transporte, Almuerzo y Descanso), las estudiantes crearon una conexión directa entre la situación problema y el contexto inmediato de ellas, lo que les permitió seleccionar adecuadamente los valores y realizar una verificación de los mismos como se nota en la siguiente interacción:

Tabla 29. Interacción (Est – Est) N°4. – Grupo N°3

-
- E_{11} : Para la primera tenemos que dividir \$30.000 entre 4 días
 E_{12} : \$7.500 por día
 E_{13} : De ahí tiene que sacar para el descanso, almuerzo y transporte.
 E_{11} : \$2.000 para cada una
 E_{14} : No porque en el bus para ir se necesita \$1.700 y para volver se necesita \$1.700
 E_{11} : Para el transporte sería \$3.400
 E_{12} : Y para el almuerzo \$3.000
 E_{14} : Por qué \$3.000
 E_{12} : Eso es lo que vale el almuerzo en la panadería, sería \$6.400 con el almuerzo y el transporte y teníamos \$7.500
 E_{14} : Queda \$1.100 para el descanso.
-

Fuente: Trabajo del Grupo N°3

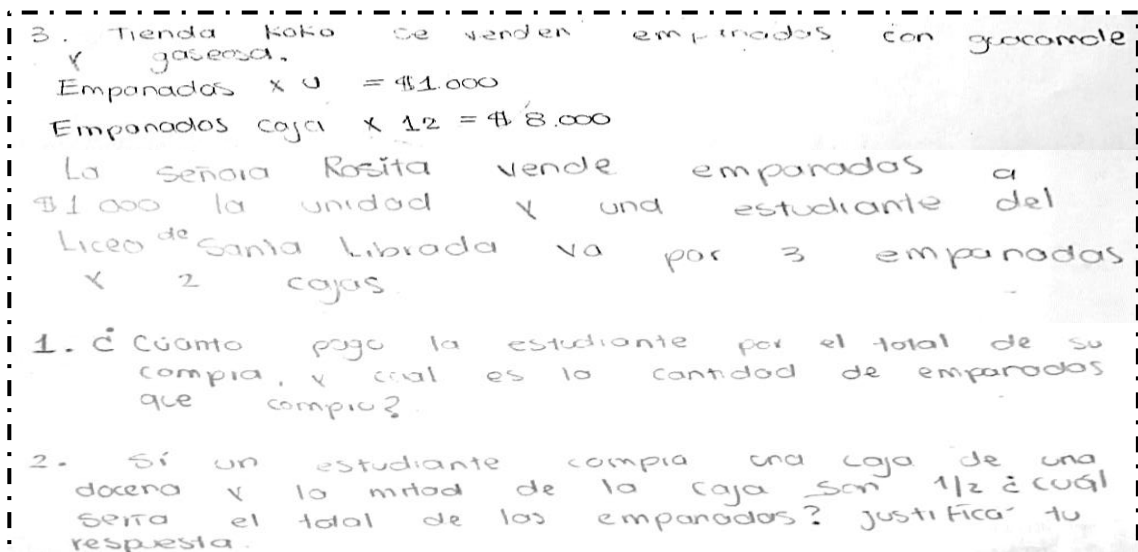
A partir de la interacción anterior podemos enmarcar una amplia disposición y autonomía de las estudiantes por comprender y resolver la situación problema, haciendo uso de sus conocimientos básicos de matemáticas y sus perspectivas, a su vez se

evidencia un proceso de autorregulación entre compañeras con el fin de determinar una solución, pues según Facione (2007):

“La autorregulación es monitoreo autoconsciente de las actividades cognitivas propias, de los elementos utilizados en esas actividades, y de los resultados obtenidos, aplicando particularmente habilidades de análisis y de evaluación a los juicios inferenciales propios, con la idea de cuestionar, confirmar, validar, o corregir el razonamiento o los resultados propios”(p.6).

Por ultimo pero no menos importante tenemos la situación problema formulada por el grupo N°6 quienes en su formulación se centraron en la venta de empanadas por unidades y por cajas (Una caja trae 12 unidades), donde se evidencia uno de los aspectos establecidos en la caracterización de la competencia matemática formular y resolver, como lo es el acotamiento de la práctica social de acuerdo a los intereses y fines predeterminados por las estudiantes. Posterior a ello las niñas acompañaron el enunciado con dos tareas matemáticas de nivel de complejidad de reproducción donde los objetivos de las tareas iban enfocados a comprender la información presentada en la situación, a la identificación de las variables (Número de empanadas y precio a pagar) y la extracción de información descrita con claridad en la situación con el fin de determinar a solución de dichas tareas. A continuación se resalta el trabajo del grupo N°6:

Ilustración 53. Grupo N° 6 – Situación Problema N°3 – Formulación del Enunciado y Tareas Matemáticas



Fuente: Documento del Grupo N°6

Desde esta perspectiva se evidencia una comprensión por parte de las estudiantes que les permitió tener control de la práctica social seleccionada por ellas en sesiones anterior y realizar un acotamiento de la misma para luego formular las tareas matemáticas de acuerdo a sus perspectivas donde se refleja una interpretación y disposición en el grupo en pro de la formulación de la situación problema a partir de la practica social “La Cafetería”. Una vez formulada la situación problema por parte del grupo N°6, se pasó al grupo N°2 quienes realizaron el proceso matemático de resolución de problema.

El grupo N°2 establece que el valor a pagar por 3 empanadas y dos cajas de 12 unidades de empanadas cada una es de \$19.000, para determinar este valor las estudiantes iniciaron con una lectura de la situación problemas donde sustrajeron los datos necesarios para determinar la respuesta como lo son: el valor unitario de la empanada y el valor de la caja de empanadas aspectos indispensables para el proceso de modelación que realizaron las estudiantes donde las niñas establecieron que el valor a pagar es la suma del valor de las empanadas multiplicándolo por el número de empanadas más el número de cajas por el valor de las cajas, permitiéndoles realizar los procedimientos matemáticos pertinentes como se reflejan a continuación:

Ilustración 54. Grupo N° 2 – Situación Problema N°3 – Resolución de la Primera Tarea Matemática formulada por el grupo N°6.

①. $1000 \times 3 = 3000$. de empanadas
 $8000 \times 2 = 16.000$. - Cajas

 $\$ 19.000$

Fuente: Documento del Grupo N°2

A su vez este grupo establece que es viable para el vendedor, vender empanadas por unidad debido a que deja mayores ganancias, que venderlas por caja, pero a su vez reconocen que para el comprador es más viable comprar cajas de empanadas debido a que adquiere mayor cantidad de empanadas por un menor precio, lo establecido en las líneas anteriores se ratifica en la siguiente interacción:

Tabla 30. Interacción (Est – Est) N°5. – Grupo N°2

*E*₈: Cuanto cuenta una empanada

*E*₁₀: \$1000

*E*₈: Y la caja

*E*₆: \$8000

*E*₈: Cuantas empanadas viene en la caja

*E*₆: Una docena

*E*₇: 12

*E*₈: Uy en la cajas salen a 666.666 pesos cada empanada

*E*₇: Es mejor comprar cajas de empanadas sale más barato

*E*₈: Pero para el cliente porque para el vendedor es ganar menos

Fuente: Trabajo del Grupo N°2

Como se refleja en la interacción anterior podemos percibir una buena interpretación de la información al igual que un análisis de la información que les permitió a las estudiantes realizar inferencias de los comportamientos de las variables. Estas habilidades se ven reflejadas también en el desarrollo de la segunda tarea matemática formulada por el grupo N°6 donde el grupo N°2 determina que el valor a pagar por caja y media de empanadas es de \$12.000 tras un proceso de reconocimiento donde identificaron el valor de la caja y deducen que si una caja vale \$8000 entonces $\frac{1}{2}$ caja vale \$4000, como se enmarca a continuación:

Ilustración 55. Grupo N° 2 – Situación Problema N°3 – Resolución de la Segunda Tarea Matemática Formulada por el Grupo N°6.

②

$$\begin{array}{r}
 8000 - \text{Caja} \\
 + 4000 - \text{mitad} \\
 \hline
 12.000
 \end{array}$$

RTA: porque una caja de 12E cuesta 8000, y la mitad sería 6E y valdría 4000

Fuente: Documento del Grupo N°2

5.3.2 Estimación del sentido crítico y reflexivo de la situación problema N°4.

Con el objetivo de seguir estimando el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes durante el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver pasamos a la situación problema N°4 titulada “Los Servicios Públicos”, para el desarrollo de esta situación se realizaron dos etapas, las cuales se llevaron a cabo en parejas, la primera etapa consistió en una lectura y análisis de la situación problema conformadas por las estudiantes de 1004 de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila y la segunda etapa consistió en el desarrollo de las tareas matemáticas que conforman la situación problema.

Con relación a la primera etapa enfocada en el análisis de la situación problemas se inició con una lectura grupal y por etapas de la situación problema N°4 donde las parejas interpretaban el contenido de la situación problema desde sus diferentes perspectivas, apoyándose en sus conocimientos básicos y con algunas de sus experiencias diarias, lo que las llevaba a realizar diversas inferencias que les permitía comprender el contexto de la situación problema e involucrarse en ella de tal manera que establecen puntos de vista ante la situación planteada. En la siguiente interacción se evidencia el proceso que realizaron las estudiantes a la situación problema.

Tabla 31 . Interacción (Inv – Est) N°. 21. Análisis de la situación problema N°.4

Inv: Quien quiere leer... Loren nos ayudas por favor

P5: Si, profe.

“SERVICIO PÚBLICO

La señora Carmen, madre de Sofía (estudiante de decimo de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva - Huila) recibió la factura de servicio público con 31 días facturados los cuales registraban del 31 de Octubre de 2018 al 30 de Noviembre de 2018, la factura fue generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” encargada del cobro de los servicios de Acueducto, Alcantarillado y Aseo, cabe resaltar que los servicios son facturados mes culminado y cobrado a través de factura. La señora Carmen preocupada por el total a pagar de la factura, decidió ir a la empresa a solicitar información.”

Inv: Bien que piensan niñas

P₁₄: Que si está relacionado con lo que nos cobran por el consumo del agua.

P₁₅: Pues es una situación por la que todas pasamos en la casa cuando nos llegan las facturas

P₈: Yo no me voy tanto por la factura porque esa llega todos los meses sino por el valor que toca pagar

P₁₁: Como la señora está preocupada por el valor se la factura supongo que ella gasta poca agua y no entiende porque el valor que le llego.

Inv: Seguimos Alejandra continua por favor

P₈: Bien

“En la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas”, le entregaron los siguiente cuadros a doña Carmen y le dijeron que el consumo de acueducto y alcantarillado es determinado mediante la sustracción de la última lectura y la antepenúltima lectura del contador; que el valor del metro cubico de acueducto es de \$1.189,6 y de alcantarillado es de \$929,6 en toda la ciudad, a los cuales se le aplica un subsidio ó un aporte que se muestran en la siguiente tabla:”

Inv: Que piensan niñas

P₁₂: Hay no sabía que todos pagamos igual los metros cúbicos

P₂: Nos cobran alcantarillado

P₅: Bueno yo había mirado en el recibo y si sabía que nos cobrarán eso

P₁₀: Uy por eso llegan tan caros los recibos

P₁₄: Para nosotras esos son valores muy caros.

P₅: Pues nosotras creemos que tienen que ser caros o si no se malgastaría más el agua, si con ese precio y uno ve como la gente malgasta mucha agua.

Inv: Quieren agregar algo más, bueno Ana María continua

P₁: Profe sigue el cuadro

Inv: Bien que piensan del cuadro

SERVICIOS		ACUEDUCTO			ALCANTARILLADO				
		Valor Unitario del m ³	(-) Subsidio	(+) Aporte	Valor Unitario a Pagar	Valor Unitario del m ³	(-) Subsidio	(+) Aporte	Valor Unitario a Pagar
RESIDENCIAL	Estrato 1	\$ 1.189,60	54%	0%	\$ 547,216	\$ 929,60	54%	0%	\$ 427,616
	Estrato 2	\$ 1.189,60	36%	0%	\$ 761,34	\$ 929,60	36%	0%	\$ 594,944
	Estrato 3 y 4	\$ 1.189,60	0%	0%	\$ 1.189,60	\$ 929,60	0%	0%	\$ 929,600
	Estrato 5	\$ 1.189,60	0%	180%	\$ 3.330,88	\$ 929,60	0%	180%	\$ 2.602,880
	Estrato 6	\$ 1.189,60	0%	200%	\$ 3.568,80	\$ 929,60	0%	200%	\$ 2.788,800
COMERCIAL		\$ 1.189,60	0%	60%	\$ 1.903,36	\$ 929,60	0%	60%	\$ 1.487,360
INDUSTRIAL		\$ 1.189,60	0%	60%	\$ 1.903,36	\$ 929,60	0%	60%	\$ 1.487,360
OFICIAL		\$ 1.189,60	0%	0%	\$ 1.903,36	\$ 929,60	0%	0%	\$ 929,600

P₁₂: Es un cuadro con diferente información, entre eso tenemos valor unitario de metro a la 3, uno subsidio, un aporte, y el valor unitario a pagar.

P₉: Karol eso es para el acueducto y para el alcantarillado

P₅: En bueno saber lo del subsidio y lo del aporte

P₇: Estoy de acuerdo con Loren pero nos damos cuenta que los estratos altos tienen aporte y los bajos subsidio.

P₁₅: Hablando con Paula suponemos que los aportes de los estratos altos permiten los subsidios en los estratos bajos.

Inv: Bien seguimos, continúen Yeniffer y Laura

P₄: Pues dice:

A su vez le dijeron a doña Carmen que la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas”, han determinado algunos costos fijos como Acueducto= \$6.241,8; Alcantarillado= \$8.397,5 y Aseo en la ciudad, a los cuales se le aplica un subsidio ó un aporte que se muestran en la siguiente tabla:

CARGO FIJO SERVICIOS		ACUEDUCTO			ALCANTARILLADO				ASEO (Valor fijo)	
		Valor Unitario por cargo fijo	(-) Subsidio	(+) Aporte	Valor a Pagar	Valor Unitario por cargo fijo	(-) Subsidio	(+) Aporte		Valor a Pagar
RESIDENCIAL	ESTRATO 1	\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000
	ESTRATO 2	\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000
	ESTRATO 3 Y 4	\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000
	ESTRATO 5	\$ 6.241,80	0%	120%	\$ 13.731,96	\$ 8.397,50	0%	120%	\$ 18.474,50	\$ 14.000
	ESTRATO 6	\$ 6.241,80	0%	130%	\$ 14.356,14	\$ 8.397,50	0%	130%	\$ 19.314,25	\$ 14.000
COMERCIAL		\$ 6.241,80	0%	100%	\$ 12.483,60	\$ 8.397,50	0%	100%	\$ 16.795,00	\$ 22.000
INDUSTRIAL		\$ 6.241,80	0%	210%	\$ 19.349,58	\$ 8.397,50	0%	210%	\$ 26.032,25	\$ 26.000
OFICIAL		\$ 6.241,80	0%	0%	\$ 6.241,80	\$ 8.397,50	0%	0%	\$ 8.397,50	\$ 14.000

Inv: Que piensan de eso

P₄: Esto nos explica porque nunca llega un recibo por \$0 en la casa

P₁₃: No estoy de acuerdo porque cuando uno viaja se suponen que no gasta nada y debería llegar por \$0 el recibo

P₂: Suponemos que el valor con el que se asustó la mamá de Sofía es la suma de los valores fijos y el valor del agua gastada

Inv: Bien, seguimos Marias continúan.

P₁₁: Listo.

Aclaración:

El total a pagar de la factura es la suma de:

- ✓ Valor de los m^3 gastados en acueducto
- ✓ Valor de los m^3 gastados en alcantarillado
- ✓ Costo fijo de alcantarillado
- ✓ Costo fijo de acueducto
- ✓ Costo fijo de aseo

Una vez entregada la información por parte de la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” a doña Carmen, ella acude a las compañeras de su hija, las estudiantes de **1004** de la Institución Educativa Liceo de Santa Librada de Neiva – Huila para pedirles apoyo con algunas inquietudes.

P₂: Si era como nosotras pensábamos

P₈: Son bastantes cosas las que hay que tener en cuenta para saber el valor de una factura del servicio de agua.

Inv: Listo niñas ya han expresado todas su opiniones respecto a la situación ahora cada pareja va a comenzar a resolver cada pregunta, si tienen dudas alzan la mano y me llaman. Claro.

E: Bueno.

Fuente: Lectura Grupal de la Situación Problema N°4 por parte de las estudiantes de 1004

A partir de la interacción anterior podemos evidenciar uno de los aspectos que les permiten a las estudiantes establecer la ruta para determinar la solución de un problema como lo es el proceso de comprensión de la situación planteada, esta se evidencia ampliamente cuando las estudiantes mediante la lectura grupal identifican y selección diferente información que les permitía tener una perspectiva global del contexto en el que se encontraban la situación problemas. A su vez en la lectura grupal de las estudiantes se evidencia una amplia interpretación de la información presente en la situación problema donde las estudiantes a través de sus opiniones e interpretaciones de la información buscaban comprender y expresar el contenido de la situación de tal manera que las estudiantes comenzaban a identificar la diversas relaciones las cuales sustentaban a través de sus vivencias diarias permitiéndoles realizar inferencias, cabe resaltar que durante la lectura grupal se evidencia un alto nivel de interés de las estudiantes por comprender la

situación problema, lo anterior tiene amplia concordancia con cuatro habilidades cognitivas de las que resalta Facione (2007) como lo son la interpretación, el análisis, la evaluación y la inferencia al igual que la disponibilidad del sujeto.

Continuando con el desarrollo de la situación problema, las estudiantes de 1004 pasaron a la segunda etapa del desarrollo de la situación problema N°4 “Los Servicios Públicos” la cual consistía en resolver las 5 tareas matemáticas que componen esta situación problema, para ello las estudiantes se organizaron en parejas. Como se resaltó anteriormente se pretende estimar el sentido crítico y reflexivo de las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver, por ello centraremos nuestra atención en el desarrollo de las tareas matemáticas 3, 4 y 5 que componen la situación problema N°4. A continuación se resaltarán los aportes brindados por 5 parejas las cuales fueron seleccionadas a partir de las diferentes peculiaridades presentes en sus documentos de trabajo, en las interacciones entre estudiantes y sus interacciones, entre dichas características tenemos la flexibilidad y el análisis que se evidencia en las diferentes respuestas de las estudiantes, a su vez se manifiesta la toma de conciencia de las estudiantes ante la situación planteada y los efectos o consecuencias que estas generan en el contexto.

A partir de lo expuesto en el párrafo anterior y con relación a la tercera tarea matemática de la situación problema N°4, tenemos las respuestas brindadas por dos parejas. Cabe resaltar que en esta tarea se encuentran dos procesos, el primer proceso se enfocó en determinar el número de m^3 que deben gastar la familia de doña Carmen cuando inicie su negocio de venta de ropa en una zona comercial de tal manera que no excedan el presupuesto designado para la factura el cual es de \$75.000, el segundo proceso consistió en establecer estrategias que permitieran que la familia de doña Carmen alcanzara su meta. En relación al primer proceso se reconoce que gran parte de las parejas establecieron que el número de m^3 que deben gastar la familia de doña Carmen es de $7m^3$ para no exceder el presupuesto. Lo establecido en las líneas anteriores se refleja en el documento de la pareja N°2, la cual se presenta a continuación:

Ilustración 56. Pareja N° 2 – Situación Problema N°4 – Tarea N°3

3. La señora Carmen planea cambiarse a una zona comercial de Neiva para iniciar con su nuevo negocio de venta de ropa, doña Carmen acuerda ahorrar dinero en la factura generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” y establece un total a pagar de \$75000 pesos en el mes ¿Según la propuesta de doña Carmen cuántos m^3 tiene que gastar para cumplir con lo establecido? Y que estrategias pueden implementar.

12.483	75.000	
+ 16.795	- 51.278	
22.000	23.722	
51.278		

$1m^3 \rightarrow 1x(1903) + 1x(1487) = 3390$	
$2m^3 \rightarrow 2x(1903) + 2x(1487) = 6780$	
$3m^3 \rightarrow 3x(1903) + 3x(1487) = 10.170$	
$4m^3 \rightarrow 4x(1903) + 4x(1487) = 13.560$	
$5m^3 \rightarrow 5x(1903) + 5x(1487) = 16.950$	
$6m^3 \rightarrow 6x(1903) + 6x(1487) = 20.340$	
$7m^3 \rightarrow 7x(1903) + 7x(1487) = 23.730$	

m^3

Precio = $X(1903 + 1487)$

$P = X(3390)$

Fuente: Documento de la pareja N°2

Como podemos evidenciar en la ilustración anterior la pareja N°2 posee un alto nivel de comprensión de la tarea matemáticas pues las estudiantes reconocen que el valor de la factura depende de los cargos fijos y el consumo establecido, a su vez deducen que restando los cargos fijos del presupuesto obtienen el valor disponible para el consumo, es decir las estudiantes identifican el presupuesto que poseen para pagar los m^3 de alcantarillado y acueducto, resaltando que por cada m^3 de acueducto gastado necesariamente se gasta un m^3 de alcantarillado, lo que nos permite evidenciar un proceso de resolución de la situación acompañado de procedimientos matemáticos. Para determinar el número de m^3 de alcantarillado y acueducto las estudiantes realizaron un proceso de ensayo y error, donde relacionaban el número de m^3 de alcantarillado y acueducto con el precio de cada uno, tras un número determinado de intentos la estudiantes deducen que el valor a pagar por un determinado número de m^3 de alcantarillado y acueducto es igual a sumar el valor unitario de cada m^3 de alcantarillado y acueducto y luego multiplicarlo por el número fijo de m^3 gastados, durante el proceso anteriormente resaltado se evidencia un proceso de comunicación y sustentación de la información entre las estudiantes como se refleja en la siguiente interacción:

Tabla 32. Interacción (Est – Est) N°. 6 – Pareja N°2

*E*₅: Sigamos pasamos a la tercera

*E*₄: Venga yo la leo:

“La señora Carmen planea cambiarse a una zona comercial de Neiva para iniciar con su nuevo negocio de venta de ropa, doña Carmen acuerda ahorrar dinero en la factura generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” y establece un total a pagar de \$75000 pesos en el mes ¿Según la propuesta de doña Carmen cuántos m^3 tiene que gastar para cumplir con lo establecido? Y que estrategias pueden implementar”

*E*₃: Como se saca el valor de la factura

*E*₅: Espere miro en la hoja... A dice que el total a pagar de la factura es la suma del valor de los m^3 gastados en acueducto, el valor de los m^3 gastados en alcantarillado, el costo fijo de alcantarillado, el costo fijo de acueducto y el costo fijo de aseo

*E*₄: Tenemos los cargos fijos en el cuadro

*E*₅: En cuál de los dos

*E*₄: En el de la última hoja

*E*₃: Ojo porque es en zona comercial

*E*₅: AAA Ya, sumándolos da \$51.278

*E*₃: Mariana escriba la suma en la hoja

*E*₅: Espere ... listo

*E*₃: Bueno si eso es el valor de los cargos fijos cuantos no queda

*E*₄: Sumemos

*E*₅: No, toca restar cuanto es el dinero

*E*₃: \$75.000

*E*₅: Bueno restemos \$75.000-\$51.278

*E*₃: Espere es \$23722

*E*₅: Eso sería lo que tenemos para pagar lo del agua

*E*₄: Dividamos eso entre lo que cuenta lo un m^3 acueducto

*E*₅: Faltaría los m^3 de alcantarillado

*E*₄: cuánto cuesta un metro de acueducto y alcantarillado

*E*₅: 3390

*E*₄: Estamos lejos, para 2

*E*₅: 6780

*E*₄: Sigamos para 3, manuela escriba todo en la hoja

*E*₅: 10170, para 4, 13500

*E*₄: Para 5, 16950 cuanto es lo que tenemos

E_5 : \$23722 y para 6, 20340

E_4 : Para 7, 23730

E_5 : Listo son 7 metros cúbicos. Manuela como va

E_3 : Espere listo, miren

E_4 : Locas miren el valor de los metros era sumar el valor e cada uno y multiplicar, miren

E_5 : Es una función lineal

Fuente: Trabajo de la pareja N°2

En concordancia con lo anterior tenemos la pareja N°8 quienes también establecieron que el número de metros cúbicos que podían gastar la familia de doña Carme era de $7m^3$, por medio de procedimientos y habilidades parecidas a la de la pareja N°2 como se evidencia en la siguiente ilustración:

Ilustración 57. Pareja N° 8 – Situación Problema N°4 – Tarea N°3

3. La señora Carmen planea cambiarse a una zona comercial de Neiva para iniciar con su nuevo negocio de venta de ropa, doña Carmen acuerda ahorrar dinero en la factura generada por la Empresa Pública de Neiva "Las ceibas" y establece un total a pagar de \$75000 pesos en el mes. ¿Según la propuesta de doña Carmen cuántos m^3 tiene que gastar para cumplir con lo establecido? Y que estrategias pueden implementar.

$\begin{array}{r} 12\ 483 \\ + 16\ 795 \\ \hline 22\ 000 \\ \hline 51\ 278 \end{array}$	$\begin{array}{r} 75\ 000 \\ - 51\ 278 \\ \hline 23\ 722 \end{array}$	<u> puede gastar $7m^3$, no más gasta</u> <u> el agua</u>
$\begin{array}{r} + 1487 \\ 1903 \\ \hline 3390 \end{array}$		
$23.722 \div 3390 = 6.99.$		

Fuente: Documento de la pareja N°2

Cabe resaltar que esta pareja se centró en el segundo procedimiento necesario para el desarrollo de la tarea, el cual consistió en establecer estrategias que permitiera a la familia de doña Carme alcanzara su meta de \$75.000, para ello la pareja establece que la familia de doña Carmen debe ahorrar y no malgastar el cómo se evidencia en la siguiente interacción:

Tabla 33. Interacción (Est – Est) N°. 7 – Pareja N°8

E₁₈: Listo $7 m^3$ es lo que pueden gastar

E₁₇: Tenemos que hacer algo más en esa tarea

E₁₈: No .. Hay si que estrategias pueden implementar para solo gastar los $7 m^3$

E₁₇: Escribe que no malgastar el agua

E₁₈: Pero no es fácil un mes completo con $7 m^3$ sin saber cuántas personas conforman la familia de doña, va a ser muy complicado para esa familia, uno lo utiliza para casi todo.

E₁₇: Bueno tiene razón pueden tener dificultades

E₁₈: Como así:

E₁₇: Qué tal que por ahorrar, no puedan bañarse, ni tomar agua

Fuente: Trabajo de la pareja N°8

La pareja N°8 resalta ampliamente que consumir $7m^3$ de agua al mes es muy complicado debido a que este líquido es vital para sobrevivir, además resaltan que no se conoce el número de personas que conforman la familia de doña Carmen, lo que nos permite deducir que las estudiantes reconocen que cada ser humano necesita una cantidad mínima de agua potable para sobrevivir, por tal motivo entre mayor número de personas conformen la familia de doña Carmen mas difícil será alcanzar la meta, es decir consumir solo $7m^3$. A partir de lo anterior se evidencia un nivel de análisis por parte de las estudiantes las cuales estudian las consecuencia que generaría que la familia de doña Carmen solo designara \$75000 para pagar la factura del agua.

Lo relacionado anteriormente refleja las diferentes formas que tiene las estudiante de enfrentarse a los retos de la vida, donde se identifica un interés por identificar las diferentes consecuencias de la situación para así poder dar una opinión al respecto.

En ese orden de ideas, pasamos a las respuestas brindadas por las estudiantes a la tarea matemática N°4, donde las estudiantes debían brindar su opinión al respecto sobre la conducta de consumo de agua de la familia de doña Carmen con base en la situación en la que se encuentra Colombia, cabe resaltar que la familia de doña Carmen realizó el siguiente consumo “El primer día gastaron $1m^3$ de agua, el día siguiente $2m^3$, el tercer día $3m^3$ y así sucesivamente hasta el día 28”, desde este ámbito tenemos el documento de la pareja N°3, la cual se resaltara a continuación:

Ilustración 58 Pareja N° 3 – Situación Problema N°4 – Tarea N°4.

4. Doña Carmen va con su familia a cuidar la casa de su madre (estrato 2) y el día siguiente de la lectura gastaron $1m^3$ de agua, el día siguiente $2m^3$, el tercer día $3m^3$ y así sucesivamente hasta la siguiente lectura que tardo 28 días en realizarse. ¿Cuántos m^3 gastaron en todo el mes? Qué opina de la situación planteada con base en la situación en la que se encuentra Colombia.

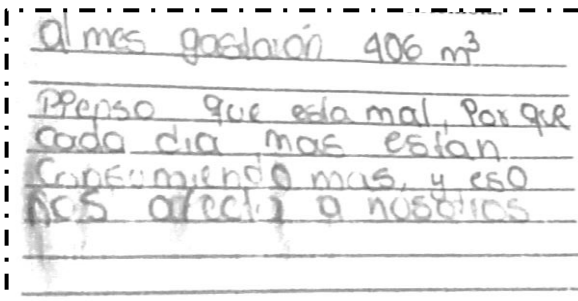
el mal gasto de agua en Colombia es una problemática y que nos está afectando y estamos dañando el medio ambiente.

Fuente: Documento de la pareja N°3

Como se puede evidenciar la tercera pareja establecen que el malgastar el agua es una problemática en Colombia que nos está afectado al ser humano y al medio ambiente, lo que nos permite inferir que las estudiantes reconocen que el problema no es la falta de agua dulce potable sino, más bien, la mala gestión, distribución y uso de los recursos hídricos y sus métodos. Desde esta perspectiva tenemos la pareja N°15 quienes rechazan el alto consumo de agua potable por parte de la familia de doña Carmen, pues esta pareja ratifica que el gastar demasiada agua afecta a toda la población, lo cual está en concordancia con la pareja N°9 quienes establecen que el agua es necesaria e indispensable para las diferentes actividades del día a día, esta afirmación nos permite inferir que las estudiantes reconocen que el agua es fundamental para el sostenimiento y

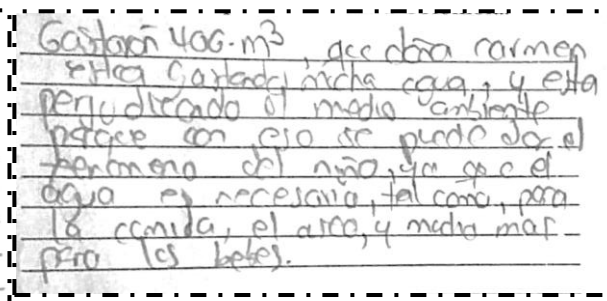
la reproducción de la vida en el planeta ya que constituye un factor indispensable para el desarrollo de los procesos biológicos que la hacen posible.

Ilustración 58. Pareja N° 15 – Situación
Problema N°4 – Tarea N°4



Al mes gastaron 406 m³
Pienso que está mal, por que
cada día mas están
consumiendo mas, y eso
nos afecta a nosotros

Ilustración 59. Pareja N° 9 – Situación
Problema N°4 – Tarea N°4



Gastaron 406 m³, que debe ser mas
ética gastando mucha agua, y esta
perjudicando el medio ambiente
porque con eso se puede dar el
fenómeno del niño, ya que el
agua es necesaria, tal como, para
la comida, el aseo, y medio mas
para los bebes.

Fuente: Documento de la pareja N°15

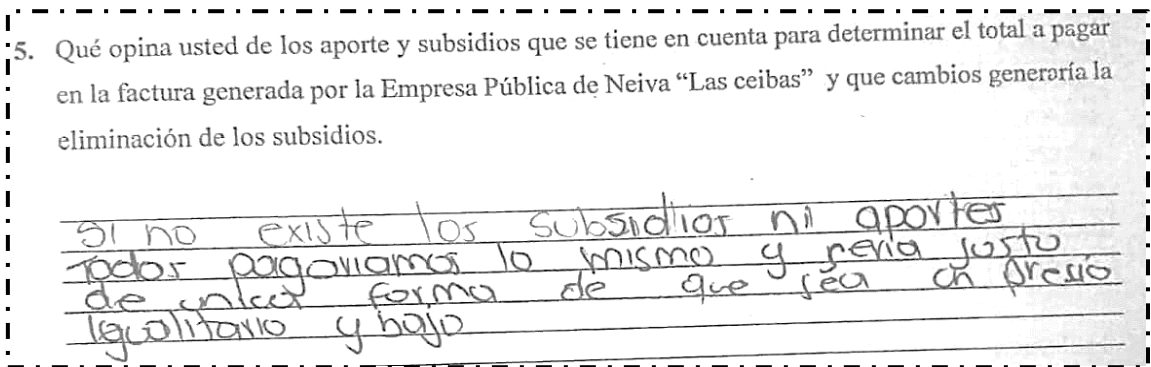
Fuente: Documento de la pareja N°9

A partir de las ilustraciones anteriores se evidencia un alto nivel de apropiación de las estudiantes ante la situación, pues reconocen que la tarea que están trabajando pertenece a su contexto inmediato por tal motivo se conectan y transmiten sus pensamientos y opiniones con fluidez y coherencia, cabe resalta que a su vez se evidencian algunas de las habilidades cognitivas de las que nos habla Facione (2007) como lo son: la interpretación, el análisis, la inferencia y la explicación que les permite las estudiantes evaluar la información y obtener conclusiones apropiadas.

Continuando con el análisis de la situación problema N°4 titulada “Los Servicios Públicos” pasamos a la tarea matemática N°5, cabe resaltar que las respuestas brindadas por las estudiantes a esta tarea poseen un sentido subjetivo motivo por el cual se logró apreciar gran variedad de opiniones relacionadas a los aportes y subsidios que se tiene en cuenta para determinar el total a pagar en la factura generada por la Empresa Pública de Neiva “Las ceibas” y de manera análoga manifestar que cambios generaría la eliminación de los subsidios. En esta variedad de opiniones encontramos dos tipos de parejas, la primera son parejas que se encuentra en total acuerdo con los aportes y subsidios y otras que no los aprueban. Ante este panorama se seleccionó una pareja de cada una.

En este orden de ideas tenemos la pareja N°5 quienes establecen que es necesario y justo que todas las personas paguen igual, como se evidencia en la siguiente ilustración:

Ilustración 60. Pareja N° 5 – Situación Problema N°4 – Tarea N°5



Fuente: Documento de la pareja N°5

La quinta pareja resalta que si no existieran los aportes y subsidio existiría un precio igualitario y justo, es decir que cada uno debe pagar lo que gasta, lo cual generaría una mayor conciencia por parte de las personas que malgastan el agua, pues esta pareja resalta que las personas que tiene subsidios en su recibo son las personas que más gastan agua, como se evidencia en la siguiente interacción:

Tabla 34. Interacción (Est – Est) N°. 8 – Pareja N° 5

E₁₁:Que opinamos de los aportes y subsidios

E₁₂: No estoy de acuerdo, cada uno debe pagar el agua que gasta

E₁₁: Pero las personas que no tienen dinero

E₁₂: Todos bregamos para pagar pero las personas que son de estratos bajos y saben que tienen los subsidios son las que más malgastan

E₁₁:Bueno tiene razón

E₁₂: Por algo dicen que lo que no cuesta no vale, si la gente tiene que pagar por lo que gasta sin ayudas comenzarían a ahorrar. No es justo que alguien que ahorre en un estrato alto tenga que pagar más que una persona de estrato bajo que malgasta agua.

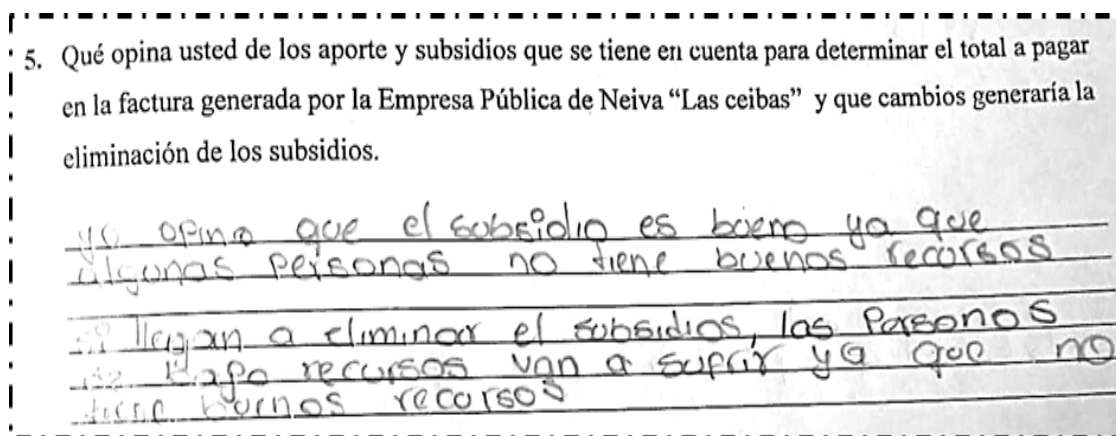
E₁₁: Que cambios generaría la eliminación de los subsidios.

E₁₂: Que el que gasta harta agua paga arto y el que ahorra paga menos sería lo ideal

Fuente: Documento de la pareja N°5

A partir de la interacción se evidencia ampliamente la negativa de las estudiantes ante los subsidios y los aportes las cuales equiparan de diferentes argumentos que permite evidenciar una interpretación de la situación, una evaluación del contexto y la emisión de opiniones sustentadas en sus conocimientos e ideales. Por otra parte tenemos la pareja N°15 quienes establecen que el subsidio es una buena alternativa ya que permite ayudar a personas de bajos recursos económicos como se evidencia en la siguiente ilustración:

Ilustración 60. Pareja N° 15 – Situación Problema N°4 – Tarea N°5



Fuente: Documento de la Pareja N° 15

En el anterior documento se refleja un alto nivel de solidaridad por parte de la pareja N°15 hacia las personas de bajo recursos, pues la pareja reconocen las consecuencia que tendría una familia si no pueden pagar el servicio de agua, desde esta perspectiva evidenciamos un buen accionar de la estudiante como sujetos activos en una sociedad que buscan el bien común.

Finalmente, considerando las actuaciones de las estudiantes en el desarrollo de la situación problema N°3 y situación problema N°4, que conllevan a los procesos matemáticos de resolución de problemas y la formulación de problemas se evidencia un proceso en el que las estudiantes poseen una autonomía intelectual de trabajo, pues ante un contexto familiar las estudiantes se motivan a aprender a aprender ante las diferentes actividades que surgen de las situaciones problemas trabajadas, en las cuales se

evidenciaron diferentes habilidades cognitivas como lo son: La interpretación, el análisis, la evaluación, la inferencia, la explicación y la autoregulación las cuales articulaban por medio de la disposición que adoptaba a la hora de trabajar cada una de las tareas, también era de suma importancia para la articulación de las habilidades la perspectiva de las estudiantes, el intento de estar bien y la sensibilidad hacia las creencias, los sentimientos y el conocimiento ajeno y la manera en que se enfrenta a los retos de la vida, lo anteriormente les permitió a las estudiantes manejar y dominar sus ideas de la mejor manera que analizaban lo bien fundado de los resultados de su propia reflexión como los de la reflexión ajena para determinar una solución.

Según Facione (2007) las habilidades cognitivas o mentales acompañadas de la disposición gestionan el pensamiento crítico y reflexivo, y como se resalta anteriormente se evidenciaron diferentes habilidades cognitivas y un alto nivel de disposición por parte de las estudiantes lo que nos permite establecer que las estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas poseen un buen sentido crítico y reflexivo ante las diferentes situaciones que se le plantean.

CAPITULO VI



Conclusiones

Al culminar la presente investigación se obtuvieron las siguientes reflexiones, que a manera de conclusiones, permiten evidenciar los resultados obtenidos del proceso investigativo planteado para este trabajo de Investigación. Cabe resaltar que el objetivo que rigió la investigación fue el diseño y la validación de Situaciones Problemas que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo que permita mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas por medio de la Función Lineal, el cual se apoyó en tres objetivos específicos. A continuación se presenta las diferentes consideraciones de cada uno de los objetivos.

Con relación al primer objetivo específico, el cual se centró en la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problema para establecer el diseño de situaciones problemas, se encontraron dos procesos cognitivos que conforman la competencia como lo son: la formulación de problemas y la resolución de problemas, a los cuales se le identificaron algunos componentes u acciones que les permitía a los estudiantes abordar las situaciones problemas. Se evidenció que los componentes no son lineales y se encuentran articulados por las diversas habilidades del sujeto y se entrelazan con los aspectos actitudinales de las mismas que permiten ejecutar los procesos matemáticos de la competencia.

En relación al proceso matemático resolución de problemas se evidenciaron cinco componentes como: la comprensión de la información que permite visualizar el proceso a seguir, un proceso de modelación que permite instaurar una ruta a seguir, luego procedimientos matemáticos que integra los diferentes datos presentados en la información suministrada, al igual que un proceso de validación de los resultados que dan pie a la verificación de resultados, lo que permite una comunicación y sustentación de la información donde los estudiantes utilizan diferentes argumentos matemáticos al momento de argumentar la conversión o el tratamiento realizado para determinar la solución de las tareas matemáticas.

Por último, en el proceso matemático de formulación de problema se puede evidenciarse las siguientes acciones: una selección de una práctica social, el análisis de la práctica social, búsqueda y determinación de relaciones, selección de una situación problema y elaboración de las tareas matemáticas las cuales se entrelazan con las habilidades de los estudiantes lo que

permite un acotamiento de las situaciones diseñadas que se enmarcan entre las necesidades de los estudiantes.

Los dos procesos matemáticos resaltados poseen una relación bilateral que permiten una transmisión y retroalimentación de conocimiento que conllevan a la construcción del conocimiento autónomo por parte de los estudiantes. A su vez se evidencia que para el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver es necesario diseñar situaciones problemas que activen las capacidades básicas del individuo, como son: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo u acción, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, entre otras y que a su vez, posibilite la experimentación, la participación, la argumentación y la generalización de resultados haciendo uso de las distintas partes de las matemáticas, es decir situaciones problemas que les permitan a los estudiantes afrontar situaciones con criterio y firmeza suficiente para la toma de decisiones razonadas, que les permita abarcar los diferentes componentes u acciones que esta conlleva y que a su vez puedan entender y relacionar la información de índole matemática con su vida cotidiana.

En relación al segundo objetivo el cual se reconoce la importancia del contexto para el diseño de situaciones problemas que impliquen el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas a través de la Función Lineal, se evidencia que al trabajar en el contexto en el que los estudiantes se desenvuelven es muy enriquecedor para el aprendizaje de ellos, pues se logra un acercamiento con sentido a las matemáticas escolares, a su vez se logra un mayor índice de motivación debido a que el contexto trabajado es familiar para ellos. En el contexto en el que los estudiantes se manejan, existen diferentes prácticas sociales que son objeto de procesos didácticos utilizados para la formación de los estudiantes, pues en el contexto de la población se perciben diferentes comportamientos que se puede explicar a partir de la función lineal, como lo son la venta y compra de productos, cabe resaltar que dichas prácticas se encuentra íntimamente ligadas a la vida cotidiana de los estudiantes, lo que permite reconocer el contexto y generar un conocimiento social matemático, es decir que los estudiantes reconozca la matemática en su contexto y generen un conjunto interacciones, explícitas o implícitas entre los procesos matemáticos y prácticas sociales, permitiéndoles construir su conocimiento matemático ligado a la solución de problemas en su vida cotidiana.

Lo establecido en el párrafo anterior es una manera de romper con la costumbre de pensar que los contenidos están solo en los libros y no en la propia vida, quitando un poco la tradicionalidad de la enseñanza de las matemáticas y colocando al sujeto como ser biológico, psicológico y social como protagonista de su aprendizaje, puesto que las prácticas sociales consolidan un cambio de visión de las matemáticas escolares, desde la perspectiva del estudiante dando paso al uso crítico de las mismas desde las diferentes problemáticas que se presentan en el entorno en el que emergen.

Por último, el tercer objetivo específico el cual consistía en estimar a través de las situaciones problemas, el sentido crítico y reflexivo de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, cabe destacar que las experiencias que se planearon y ejecutaron pertenecían al contexto inmediato de los estudiantes, en las situaciones trabajadas se evidencio un pensamiento crítico y reflexivo por parte de los estudiantes, al igual se refleja un alto nivel de motivación e interés hacia las situaciones trabajadas, pues los estudiantes se involucraron íntimamente con la situación y la vivieron como propia. Durante el desarrollo se las situaciones se pudo evidenciar un control de las tareas matemáticas por parte de los estudiantes, donde organizaban sus actividades para tratar de resolver las diferentes tareas propuestas.

Es decir, formulaban sus propios ideas en pro de una solución, la cual acompañaban de diferentes conjeturas que luego verificaban a partir de diferentes procedimientos matemáticos y razonamientos los cuales conducían a la toma de múltiples decisiones por parte de los estudiantes, lo que les daba la posibilidad de conocer directamente las consecuencias de sus decisiones y así determinar una solución a las tareas matemáticas que fuese coherente con la situación problema de las contenía. Es decir los estudiantes realizan los procedimientos como aspecto esencial para determinar una solución numérica, pero a la vez proponen alternativas de solución que atiendan la problemática propuesta en la diferentes tareas trabajada, donde se refleja las diferentes formas que tienen los estudiante de enfrentarse a los retos de la vida cotidiana.

Con relación a los anterior, los estudiantes al trabajar situaciones reales y cercanas a ellas, se ven en la necesidad de recurrir a varias estrategias para resolver la situación planteada, estrategias que corresponden a diversos puntos de vista sobre el problema, a su vez realizan múltiples interacciones en relación a la situación y la información que esta contempla, lo que

despierta en los estudiantes un interés por comprender en plenitud la situación de tal manera que puedan identificar las diferentes consecuencias que generaría, para así poder dar su punto de vista con bases sólidas. Los estudiantes en el interés de conocer en plenitud la situación y las diferentes tareas matemáticas que la componen se ven en la necesidad de explorar y reconocer un nuevo conocimiento provocando modificaciones en los estudiantes y favoreciendo la aparición de los conceptos relacionados a la función lineal.

En resumen, las diferentes situaciones problemas trabajadas, fueron situaciones que los estudiantes hicieron que evolucionaran de tal manera que el conocimiento sobre la función lineal fuese un medio eficaz para comprender, entender y resolver las situaciones problemas trabajadas, los estudiantes adquirieron sentido al conocimiento por medio de las situaciones, pues lograron convertir el conocimiento en un instrumento de control de los resultados de sus actividades, lo que consintió así la construcción de un conocimiento contextualizado que a su vez permitió el desarrollo de las Competencias Matemáticas que propicia en los estudiantes un aprendizaje crítico y reflexivo mediante la Función Lineal.

CAPITULO VII



Recomendaciones

A partir de la investigación realizada, en la cual se tomó un modelo teórico estructurado en tres componentes: procesos matemáticos, tareas matemáticas y niveles de complejidad para caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas, la cual se encuentra compuesta de dos procesos matemáticos: resolución de problemas matemáticos y formulación de problemas. Desde este marco y desde la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas se puede considerar un punto de partida para futuras investigaciones que pueden ser desarrolladas en tres orientaciones: como estrategia para promover el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas en educación media; como herramienta para promover el desarrollo de los procesos cognitivos asociados a la competencia matemática formular y resolver y para el diseño de situaciones problemas compuestas de tareas matemáticas con diferentes niveles de complejidad.

Con relación a las futuras investigaciones como estrategia para promover el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas en la educación media es necesario la aplicación de estudios prolongados debido a que esta competencia posee dos procesos matemáticos, uno más familiar para los estudiantes (La resolución de problemas) que el otro (La formulación de problemas), a su vez esta competencia se desarrolla a largo plazo y de manera transversal a una red conceptual y a un conjunto de habilidades. Para ello se hace indispensable generar situaciones problemas ricas en interacciones sociales, participación, discusión y negociación entre los diferentes sistemas de representación del objeto matemático. Cabe destacar que se puede trabajar desde cual objeto matemático, por ejemplo la función cuadrática o afín.

Desde otra perspectiva, el modelo se puede trabajar como herramienta para promover el desarrollo de los procesos cognitivos asociados a la competencia matemática formular y resolver. Para ello y en primera instancia se ve la necesidad de diseñar tareas matemáticas pertenecientes a situaciones problemas contextualizados que haga emerger el deseo y la voluntad del estudiante por abordar los procedimientos matemáticos que esta genera, los cuales están relacionados directamente con los procesos cognitivos de la competencia.

Por último, para el diseño de situaciones problemas compuestas de tareas matemáticas con diferentes niveles de complejidad, es necesario seleccionar situaciones del contexto inmediato del estudiantes, de tal manera que se genere un reconocimiento por parte del estudiante ante la situación que desemboque en una conexión entre estudiante y situación, es decir que las situaciones permitan una verdadera participación social en cuanto admite involucrar sus experiencias al aula de clases y que a su vez su proceso de aprendizaje le permita interpretar su realidad y enfrentar los diferentes problemas que se le presenten de forma exitosa.

CAPITULO VIII



Referencias Bibliográficas

- [1] Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 125-143.
- [2] Abrantes, P. (1994). O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática. *Lisboa: APM*.
- [3] Acosta, J. A., & Hermosa, R. (2014). *La movilización de la competencia matemática "Razonar y Argumentar" a través del estudio de la media aritmética*. (Tesis de maestría no publicada), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.
- [4] Alvis,p., & Puentes, Z (2015). *Competencia matemática representar: aportes a través del estudio de la función lineal en estudiantes del grado noveno de la institución educativa José Eustacio Rivera del municipio de Isnos Huila*. (Tesis de maestría), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.
- [5] Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM The International Journal on*
- [6] Ayllón, M., & Gómez, I. (2014). La Invención de Problemas como Tarea Escolar. *Escuela Abierta*, (17), 29-40.
- [7] Ayllón, M. (2012). Invención-Resolución de problemas por alumnos de educación primaria. Tesis Doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- [8] Bencomo, D., Godino, J. D., & Wilhelmi, M. R. (2005). Conflictos epistémicos en un proceso de estudio de la noción de función. Implicaciones para la formación de profesores.
- [9] Beyer, B. (1987). *Practical Strategies for the Teaching Thinking*. Boston: Ally and Bacon Inc.
- [10] Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- [11] Borragán, S. (2006) *Descubrir, investigar, experimentar, iniciación a las ciencias*. España: Secretaría General de Educación.

- [12] (Bustos, J., Naranjo, Y., Pisco, R., Torres & Romero, 2016). Idea intuitiva de límite de una función en un punto.
- [13] Caraballo, R. M., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 17(2), 225-241.
- [14] Camarena Gallardo, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación educativa*, 9(46).
- [15] Camarena, G. Patricia, La matemática en el contexto de las ciencias: la resolución de problemas, reporte de investigación, México, 2003b, ESIME-IPN.
- [16] Camarena, G. Patricia, Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos, tesis de maestría en matemática educativa, México, 1987, CINVESTAV-IPN
- [17] Cañadas, M. C. (2007). Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.
- [18] Carvajal, C. A. (2006). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*.
- [19] Coronado, A., & Montealegre, L. (2007). *Tratamiento didáctico de la función lineal en libros de texto de matemáticas para la educación básica secundaria: un estudio en el departamento del Caquetá* (Doctoral dissertation, Tesis de maestría). Universidad Pedagógica nacional. Bogotá, DC).
- [20] Cruz, M., & Álvarez, S. (2003). Sobre la formulación de problemas matemáticos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(2), 510-516.
- [21] Charalambous, CY, Delaney, S., Hsu, HY y Mesa, V. (2010). Un análisis comparativo de la suma y resta de fracciones en libros de texto de tres países. *Pensamiento y aprendizaje matemático* , 12 (2), 117-151.

- [22] D'Amore, B., Godino, JD y Pinilla, FOMIN (2008). *Competencias y matemática* . Editorial Magisterio.
- [23] De Bono, E. (1994). *Cómo enseñar a pensar a tu hijo*. España: Paidós.
- [24] Denzin, & Lincoln. (2000). *The discipline and practice of qualitative research*. (Denzin, & Lincoln, Edits.) Sage publications.
- [25] Dewey, J (1989). *Cómo pensamos*. Nueva exposición de la relación entre pensamiento y proceso educativo. Barcelona: Ediciones Paidós.
- [26] Díaz, A., & Hernández, R. (2015). *Constructivismo y aprendizaje significativo*.
- [27] DÍAZ-BARRIGA, F. (2001): “Habilidades de pensamiento crítico sobre contenidos históricos en alumnos de bachillerato”, en *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 6(13), pp. 525-554.
- [28] Díaz Mata, A., & Aguilera Gómez, V. M. (1999). *Matemáticas financieras*. McGraw Hill 5ª ed.
- [29] Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 14(2)
- [30] Espinoza, L., Mitrovich, D., Solar, H., & Olgún, P. (2009). Análisis de las competencias matemáticas en NB1. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas.
- [31] Espinoza, L; Barbé, Q.; Mitrovich, D.; Solar, H.; Rojas, D. y Matus, C. (2008) *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*. Proyecto FONIDE N°: DED0760. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

- [32] ENNIS, R. H. (1985): A logical basis for measuring critical thinking skills, en *Educational Leadership*, 43(2), pp. 44-48.
- [33] Facione, P. (2007). Pensamiento Crítico:¿ Qué es y por qué es importante. *Insight assessment*, 23(1), 22-56.
- [34] García, B. Q. (2013). Componentes de un modelo teórico para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. *Amazonia Investiga*, 2(2).
- [35] Godino, J. D. (2002). Competencia y comprensión matemática:¿ Qué son y cómo se consiguen? *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8(29), 9-19.
- [36] Gómez, P. (2002). Análisis Didáctico y Diseño Curricular en Matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-292.
- [37] González, P.B., y Galindo, F.F.(2010). Diseño de un programa para la materia medios de comunicación y pensamiento crítico para la educación media Superior.
- [38] Gutiérrez, A. B. (2012). *Las prácticas sociales: una introducción a Pierre Bourdieu*. Eduvim.
- [39] HALPERN, D., Y NUMMEDAL, S. (Eds.) (1995): “Psychologist teach critical thinking”, en *Teaching of Psychology (Special Issue)*, 22 (1), pp. 4-83.
- [40] Hammersley, M., & Atkinson, P. (1994). *Etnografía. Métodos de investigación*. Barcelona: Piados.
- [41] Hamui-Sutton, A., & Varela-Ruiz, M. (2013). La técnica de grupos focales. *Investigación en educación médica*, 2(5), 55-60.
- [42] Higuera, L. R. (1998). La noción de función: análisis epistemológico y didáctico: Universidad de Jaén.
- [43] Husén, T. (1988). *Paradigmas de la investigación en Educación: Un informe del estado de la cuestión*. Madrid: Narcea.

- [44] Jaramillo, A., Mejía., O y Mesa, C. (S.F). Las situaciones problemáticas, implementadas como una estrategia importante, en la enseñanza de las matemáticas.
- [45] JONES, B, F., y IDOL, L. (1990): “Introduction”, en B. F. Jones y L. Idol (Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (pp. 1-13). Hillsdale, NJ, Erlbaum.
- [46] Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *Educación matemática. Errores y dificultades de las estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia: una empresa docente.*
- [47] Kochen, M., Badre, A. N., & Badre, B. (1976). On recognizing and formulating mathematical problems. *Instructional Science*, 5(2), 115-131.
- [48] LARSON, R., HOSTETLER, R., & EDWARDS, B. (2001). *Cálculo com Aplicações—Ed. LTC-2005.*
- [49] López Aymes, G. (2012). *Pensamiento crítico en el aula.*
- [50] Marcos, L. G. (2008). *Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo.* (Tesis de Doctorado), Universidad de La Rioja., La Rioja.
- [51] Martínez M. *La investigación cualitativa etnográfica en educación.* México: Trillas; 1999.
- [52] Martínez, E. C., Romero, L. R., & Albaladejo, I. R. (1997). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 15(3), 361-371.
- [53] MCMILLAN, J. H. (1987): “Enhancing college students’ critical thinking: A review of studies”, en *Research in Higher Education*, 26(1), pp. 3-29.
- [54] MEN, C. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Bogotá: Magisterio.*
- [55] MESA B, Orlando. *Contextos para el Desarrollo de Situaciones Problema en la Enseñanza de las Matemáticas.* Colombia: Instituto de Educación no formal—Centro de Pedagogía Participativa, 1998. P. 9.

- [56] Morales, C., & Majé, R. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros* (Doctoral dissertation, Tesis de maestría), Universidad de la Amazonia, Colombia).
- [57] Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. Retrieved from Dinamark:
- [58] Niss, M. (1999). Aspectos de la naturaleza y estado de la investigación en educación matemática. *Estudios educativos en matemáticas*, 40 (1), 1-24.
- [59] OECD. (2006). *PISA marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura*. Retrieved from España:
- [60] OECD. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003 : la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*. Retrieved from París.
- [61] Olaya, & Cortes, C. (2014). *Estrategia de intervención para movilizar la competencia matemática representar en el estudio de la función lineal*. (Tesis de Maestría), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.
- [62] Olmos, C., & Sarmiento, D. (2013). *Caracterización de la Competencia Matemática Modelizar en Situaciones de Variación Cuadrática*. (Tesis de Maestría no publicada), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.
- [63] Palacios, F. J. P., & de Dios Jiménez, J. (2002). Las ilustraciones en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Análisis de libros de texto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 20(3), 369-386.
- [64] PAUL, R., BINKER, A. J. A., MARTIN, D., VETRANO, CH. & KREKLAU, H. (1995): *Critical thinking handbook: 6th y 9th grades*. Santa Rosa, CA, Foundation for Critical Thinking.
- [65] Perkins, D. N. (1995). *La escuela inteligente: del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. España: Gedisa.

- [66] Perrenoud, P. (1999). Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens-entre duas lógicas. In *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens-entre duas lógicas*.
- [67] Pisa, O. E. C. D. (2012). Results in Focus. 2014-02-17]. [http://www, oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview, pdf](http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf).
- [68] Planchart, O. (2002). La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función. *Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Cuernavaca, México. Recuperado de: <http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio>. Pdf*.
- [69] Pólya, G. (1965). Poser et résoudre un problème. *Paris: Dunod*.
- [70] Pozo, J. I., Pérez, M. D., Domínguez, J., Gómez, M. A., & Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.
- [71] POZO, J. I. y POSTIGO, Y. (1993) “Las estrategias de aprendizaje como contenido del currículo”. En: C. MONEREO (Ed.), *Estrategias de aprendizaje: procesos, contenidos e interacción*. Barcelona: Domenech.
- [72] Rendón, M. (2016). El pensamiento crítico reflexivo como herramienta para la educación de la competencia socioemocional. *Recuperado de [https://www. magisterio. com. Co/articulo/el-pensamiento-critico-reflexivocomo-herramienta-para-la-educacion-de-la-competencia](https://www.magisterio.com.Co/articulo/el-pensamiento-critico-reflexivocomo-herramienta-para-la-educacion-de-la-competencia)*.
- [73] Rico, L., & Lupiañez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. España: Alianza Editorial.
- [74] Rico, L. (2006). Marco teórico de Evaluación en PISA sobre Matemáticas y Resolución de Problemas. *Revista de educación. Revista de Educación, 275-294*.
- [75] Rúa, J. A., & Bedoya, J. A. (2008). Un modelo de situación problema para la evaluación de competencias matemáticas. *Entre ciencia e ingeniería, 4, 9-37*.
- [76] Sabi, R (2015) *propuesta para promover la movilización de los procesos de la competencia matemática representar a partir de la función lineal* . (Tesis de maestría), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.

- [77] Sánchez, P., Martínez, M., & Coronado, A. (2015). Una caracterización de la Competencia Matemática Representar: el caso de la función lineal. *Amazonia investiga*, 4(7), 19-28
- [78] Santos, L. M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica.
- [79] Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.
- [80] Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
- [81] Solar, H., García, B., Rojas, F., & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática*, 26(2), 33-67.
- [82] Solar, H. (2009). Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso. (Tesis de Doctorado), Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.
- [83] Troncoso, C., & Daniele, E. (2004). Las entrevistas semiestructuradas como instrumentos de recolección de datos: una aplicación en el campo de las ciencias naturales. Universidad Nacional del Comahue-Consejo Provincial de Educación de Neuquen. Argentina.
- [84] Valencia Agudelo, G. D. (2004). *Metamorfosis del Estado: de empresario a regulador: El caso de los servicios públicos domiciliarios en Colombia*.
- [85] VIDAL, M. L. M. V. E. (2004). Semántica conceptual/semántica procedimental. Paper presented at the Actas del V Congreso de Lingüística General: León 5-8 de marzo de 2002.
- [86] Yin, R. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish*. New York: THE GUILFORD PRESS.
- [87] Zabala, A., & Arnau, L. (2008). *11 Ideas Claves. Cómo aprender y enseñar competencias*. (Editorial Grao ed.). España.
- [88] Zakaryan, D. (2012). *Oportunidades de Aprendizaje y Competencias Matemáticas de Estudiantes de 15 años: Un Estudio de Casos* (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, Huelva, España.