Neiva, 27 de marzo de 2019

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

La suscrita:

Edna Rocio Trujillo Alarcón, con C.C. No. 1075297654, autora del trabajo de grado titulado "Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria" presentado y aprobado en el año 2019 como requisito para optar al título de Licenciada en Matemáticas; Autorizo al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales "open access" y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores" , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma:

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: "Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria"

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	**Primero y Segundo Nombre**
Edna Rocio	Trujillo Alarcón

ASESOR:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
Johnny Fernando	Alvis Puentes

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciada en Matemáticas

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en Matemáticas

CIUDAD: Neiva **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2019 **NÚMERO DE PÁGINAS:** 218

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una **X**)**:**

Diagramas___ Fotografías **X** Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general___ Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros **X**

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO: 4

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*:

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español	Inglés
1. Competencias Matemáticas	**1.** Mathematical Competencies
2. Situaciones Problema	**2.** Problem Situations
3. Tareas Matemáticas	**3.** Mathematical Tasks
4. Procesos Matemáticos	**4.** Mathematical Processes
5. Formular y Resolver Problemas.	**5.** Formulate and Solve Problems

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El trabajo de investigación denominado “Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria”, surge del proyecto de investigación desarrollado por el semillero de investigación COMAT, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana.

Este estudio nace de la necesidad de cambiar una educación tradicional a una formación integral en la que el contexto interviene significativamente en el sujeto como persona, ciudadano y profesional. Por tanto, la matemática dentro del proceso de enseñanza/aprendizaje cumple un importante papel en el crecimiento cognitivo y formativo de los estudiantes, puesto que la educación matemática busca transformar con base a nuevos retos el desarrollo de Competencias Matemáticas.

Al respecto, se diseñaron y validaron Situaciones Problema para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. Para ello, fue pertinente considerar el Modelo de Competencias Matemáticas establecido por Solar (2009), constituido por tres componentes: Procesos Matemáticos, Tareas Matemáticas y Niveles de Complejidad, los cuales se relacionan entre sí permitiendo su implementación como instrumento didáctico para el desarrollo de Competencias Matemáticas.

Esta investigación fue encaminada mediante un enfoque cualitativo bajo el método del aprendizaje experimental/reflexivo, teniendo como interés el reconocimiento del contexto y el sentido crítico/reflexivo de los estudiantes mediante el diseño de Situaciones Problema para el desarrollo de dicha Competencia. Por ende, los instrumentos empleados fueron: observación participante, hojas de trabajo, grabaciones en audio/video y entrevistas semiestructuradas.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

The Research Project named “Problem Situations for the development of the Mathematical Competence Formulating and Solving Problems in High School Education Students”, arises from the study conducted by COMAT research incubator which is part of E.MAT.H research group from the Undergraduate Program in Mathematics at Surcolombiana University.

This study emerges from the need to change a traditional education based on passing knowledge to an integral formation in which the context intervenes significantly in the individual as a person, citizen and professional. As a result, mathematics linked to the teaching/learning process plays an important role in the cognitive and educational development of students, since mathematical education seeks to transform according to new challenges based on the development of the Mathematical Competencies.

Therefore, I designed and validated problem situations to improve the students’ performance in the development of the Mathematical Competence Formulating and Solving Problems. For this reason, it was appropriated to address that this study was supported in the Mathematical Competencies model by Solar (2009) which is integrated for three components: Mathematical processes, mathematical tasks, and levels of increasing complexity, which are interrelated allowing their implementation as a didactic tool for developing Mathematical Competencies.

This study was geared through a qualitative approach under the experimental/reflective learning method; it had interest to recognize the importance of the context and the students’ critical/reflexive actions throughout the design of Problem Situations for the development of such Competence. Hence, the tools that permitted to collect information were: participant observation, worksheets, audio/video recordings and semi-structured interviews.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Jurado: Johnny Fernando Alvis Puentes

Firma: Johnny Fernando Alvis P

Nombre Jurado: Juan Carlos Olaya

Firma:

“Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria"

Edna Rocio Trujillo Alarcón

Universidad Surcolombiana
Facultad de Educación
Programa de Licenciatura en Matemáticas
Neiva, Huila
2019

“Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria"

Trabajo presentado como requisito de grado
Para optar al título de Licenciada en Matemáticas

Edna Rocio Trujillo Alarcón
Código: 20151136311

Asesor:
Johnny Fernando Alvis Puentes

Universidad Surcolombiana
Facultad de Educación
Programa de Licenciatura en Matemáticas
Neiva, Huila
2019

AGRADECIMIENTOS

En estas líneas quiero agradecer a todas las personas que hicieron posible esta investigación y que de una u otra manera me acompañaron en cada uno de los momentos vividos a lo largo de este proceso educativo. Estas palabras son para ustedes.

En primer lugar, a Dios por permitirme tener una excelente experiencia dentro de mi proceso de formación, por ser mí guía, brindarme salud, paciencia, sabiduría, entendimiento y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía para culminar con éxito mis metas propuestas.

A mi familia por confiar y creer en mí, por los consejos, valores y principios inculcados, por haber sido mi apoyo incondicional durante este tiempo. Sin embargo, resalto un especial reconocimiento a mi madre, Carmen Alarcón Díaz por ser mi motor y mi mayor inspiración, por su amor, fe, paciencia, esfuerzo y dedicación, lo cual me permitió culminar satisfactoriamente mi carrera universitaria, a ella, la promotora de mis sueños, dedico este logro alcanzado.

A la Universidad Surcolombiana, por brindarme la formación profesional en lo que tanto me apasiona, gracias a los docentes que hicieron parte de este proceso de formación integral, por haber compartido sus conocimientos durante el desarrollo de esta profesión. De manera especial, al Magister Johnny Fernando Alvis Puentes, asesor de mi proyecto de investigación, quien cumplió un papel fundamental durante toda la experiencia, gracias por haber confiado en mí, por sus consejos, por sus experiencias y conocimientos compartidos, por su paciencia, apoyo, entrega, ánimo y por su valiosa orientación a lo largo de mi formación. Y a su vez, al Magister Juan Carlos Olaya por sus apreciaciones dadas al final del proyecto de investigación.

A la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre – Huila y a la rectora por abrir las puertas de esta Institución y así brindarme la oportunidad de llevar a cabo esta investigación. Del mismo modo, gracias a los estudiantes de Grado Noveno del año 2018, quienes formaron la población de estudio, por vivir esta experiencia cuyos frutos fueron bastante significativos para todos los que hicimos parte del proceso vivido.

Finalmente, quiero agradecer a mis amigos y compañeros, futuros colegas que me brindaron su colaboración de manera desinteresada, gracias por su ayuda, apoyo moral y buena voluntad, puesto que su contribución me permitió culminar con empeño, dedicación y cariño este camino. En especial a Julieth Paola Cardozo Yustres, mi amiga de corazón y de vida, a quien estimo tanto y a quien le debo su apoyo incondicional, por confiar en mis capacidades, destrezas, aptitudes y brindarme su mano amiga en cada momento.

¡Infinitas gracias!

ABSTRACT

The Research Project named ***"Problem Situations for the development of the Mathematical Competence Formulating and Solving Problems in High School Education Students",*** arises from the study conducted by COMAT research incubator which is part of E.MAT.H research group from the Undergraduate Program in Mathematics at Surcolombiana University.

This study emerges from the need to change a traditional education based on passing knowledge to an integral formation in which the context intervenes significantly in the individual as a person, citizen and professional. As a result, mathematics linked to the teaching/learning process plays an important role in the cognitive and educational development of students, since mathematical education seeks to transform according to new challenges based on the development of the Mathematical Competencies.

Therefore, I designed and validated problem situations to improve the students' performance in the development of the Mathematical Competence Formulating and Solving Problems. For this reason, it was appropriated to address that this study was supported in the Mathematical Competencies model by Solar (2009) which is integrated for three components: Mathematical processes, mathematical tasks, and levels of increasing complexity, which are interrelated allowing their implementation as a didactic tool for developing Mathematical Competencies.

This study was geared through a qualitative approach under the experimental/reflective learning method; it had interest to recognize the importance of the context and the students' critical/reflexive actions throughout the design of Problem Situations for the development of such Competence. Hence, the tools that permitted to collect information were: participant observation, worksheets, audio/video recordings and semi-structured interviews.

RESUMEN

El presente documento reporta los resultados del trabajo de investigación denominado **"Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria"**, que surge del proyecto de investigación desarrollado por el semillero de investigación COMAT, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana.

Este estudio surge a raíz de la necesidad de cambiar una educación tradicional basada en transmitir conocimientos a una formación integral en la que el contexto y la realidad intervienen significativamente en el sujeto como persona, ciudadano y profesional. Siguiendo esta perspectiva, la matemática dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje cumple un importante papel en el crecimiento cognitivo y formativo de los estudiantes, puesto que la educación matemática como disciplina científica busca transformar mediante nuevos retos basados en el desarrollo de Competencias Matemáticas, como herramientas que permitan tener sentido crítico y reflexivo de las diversas situaciones que se presenten en su entorno.

En relación a lo anterior, como propósito principal, se diseñaron y validaron Situaciones Problema para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. Para ello, fue pertinente considerar como ente investigativo el Modelo de Competencias Matemáticas establecido por Solar (2009), constituido por tres componentes fundamentales: Procesos Matemáticos, Tareas Matemáticas y Niveles de Complejidad, los cuales se relacionan entre sí permitiendo su implementación como instrumento didáctico para el desarrollo de Competencias Matemáticas.

Partiendo de la problemática establecida, se optó encaminar esta investigación mediante un enfoque cualitativo a través del método del aprendizaje experimental o reflexivo, teniendo como interés reconocer la importancia del contexto y el sentido crítico y reflexivo de los estudiantes mediante el diseño de Situaciones Problema para el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. Por tanto, se usaron los siguientes instrumentos para la recolección de información: observación participante, hojas de trabajo, grabaciones en audio y video, entrevistas semiestructuradas, diarios de campo y guías de observación.

Palabras Claves: Competencias Matemáticas, Situaciones Problema, Tareas Matemáticas, Procesos Matemáticos, Formular y Resolver Problemas.

TABLA DE CONTENIDOS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE IMÁGENES

INTRODUCCIÓN

A medida de los años, investigadores y comunidades académicas de tipo internacional y nacional han llevado a cabo trabajos investigativos relacionados al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con el fin de contribuir y compartir teorías, metodologías y didácticas que permitan romper con los paradigmas tradicionales en los que se impone e imparte la educación centrada en la transmisión de conocimientos. Puesto que, se necesita una educación basada en el pensamiento crítico, reflexivo y significativo que conlleve al uso de procesos matemáticos acordes a las necesidades y situaciones del contexto inmediato en el que se vive día a día.

En este orden de ideas, es fundamental guiar una educación que brinde a los estudiantes la posibilidad de desarrollar competencias con el propósito de que sean sujetos pensantes y autónomos, con la capacidad de enfrentar y dar soluciones a las situaciones reales de su propio contexto. Del mismo modo, es necesario que se forje una relación constante y equitativa entre docentes y educandos que otorgue llevar a cabo un proceso consciente que involucre eventos cotidianos que contribuyan a la construcción y retroalimentación de conocimientos teniendo en cuenta la diversidad existente dentro y fuera de las aulas.

Frente a esta realidad, la investigación desarrollada desde el enfoque por Competencias, describe el proceso seguido en relación al diseño y validación de "Situaciones Problema para el Desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en Estudiantes de Educación Básica Secundaria". El proceso inicia desde el momento en que se concibe la necesidad de comprender como se desarrolla la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas, desde el contexto social en el cual se involucra el estudiante, hasta el diseño de las Situaciones Problema por parte del profesor y los educandos. De esta manera, el informe de investigación se organiza en siete capítulos con la siguiente estructura:

En el primer capítulo se realiza una revisión documental de los resultados de investigaciones y de campos relacionados con el objeto de estudio Competencia Matemática. Para ello, se dio seguimiento a las siguientes categorías en que fueron estructurados. La primera establece investigaciones relacionadas con el tema central de investigación (Competencias matemáticas); la segunda, presenta aquellos estudios entorno ha caracterizar las competencias matemáticas por medio de un objeto matemático y la tercera, expone algunas investigaciones en cuanto a la variación de la Función Cuadrática, en los cuales está implícito el desarrollo de competencias matemáticas.

Por otra parte, a lo largo del primer capítulo se analiza las causas que han permitido en alto grado la implementación de un enfoque por Competencias. Sin embargo, podemos adelantar que una de las principales razones del cambio, viene determinada por la necesidad de sustituir una formación altamente descontextualizada y alejada de las situaciones reales de aprendizaje por otra más flexibles, que permita a la persona gestionar su capacidad para responder a determinadas situaciones del mundo real de manera eficaz, empleando sus saberes, retroalimentándolos y construyendo nuevos conocimientos.

En el segundo capítulo se fijan los referentes teóricos que orientan esta investigación, partiendo de una posición Sociocultural en Educación Matemática que permite comprender desde otra perspectiva las Competencias Matemáticas a partir de una mirada contextualizada donde se resalte la integralidad del sujeto. Del mismo modo, se toma una postura en torno a la formulación y resolución de problemas como procesos matemáticos, para dar continuidad a su integración como Competencia Matemática y asumir el modelo de Competencias Matemáticas establecido por Solar (2009). A su vez, se estructura la conceptualización de situaciones problema y el análisis didáctico de la función cuadrática debido a que serán el puente para el diseño de una de las Situaciones Problema contextualizadas, la cual permitirá, junto con las demás situaciones el desarrollo de la competencia Formular y Resolver Problemas.

El tercer capítulo consta de Situaciones Problema, las cuales fueron constituidas por tareas matemáticas. Cabe resaltar, que el diseño de las mismas están enfocadas al entorno propio en el que se desenvuelven los estudiantes con el fin de enlazar el contexto, el objeto matemático y la vida diaria del sujeto, permitiendo establecer el desarrollo de la competencia y la importancia que radica la matemática en la cotidianidad.

El cuarto capítulo, contiene el marco metodológico de la investigación que corresponde al enfoque utilizado, las categorías de análisis y los instrumentos de recolección y registro de la información planteada para el diseño de Situaciones Problema. El diseño de la investigación, gira en torno a un enfoque cualitativo, dando uso a diferentes instrumentos como la observación participante, hojas de trabajo, grabaciones en audio y video, entrevistas semiestructuradas, diarios de campo y guías de observación para la recolección de información. A su vez, refleja cómo se llevó a cabo los análisis de los datos mediante las siguientes unidades de análisis: modelo de competencias matemáticas, documentos producidos por los estudiantes, episodios y el contexto de acuerdo a las categorías asumidas desde PISA.

El quinto capítulo da muestra del análisis de datos compuesto por tres tipos de análisis: el primero enfocado a la importancia que tiene el contexto como primer escenario para el diseño de Situaciones Problema que conlleve al desarrollo de la Competencia Matemática expuesta; el segundo relacionado al diseño de Situaciones fundamentadas en la Competencia Formular y Resolver Problemas, y un tercer análisis con respecto a la estimación del sentido crítico y reflexivo de los estudiantes en torno al desarrollo de la Competencia Matemática dada a través de Situaciones Problema.

El sexto capítulo está relacionado con la presentación de las conclusiones del estudio realizado, teniendo en cuenta los objetivos propuestos para la misma, los soportes teóricos y el enfoque metodológico en los cuales se fundamentó. Del mismo modo, se manifiesta de qué manera este trabajo investigativo contribuyó al objeto de estudio seleccionado (Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas) y a su vez como instaura una brecha para futuras investigaciones relacionadas al tópico expuesto.

El séptimo y último capítulo comprende las recomendaciones dadas al estudio realizado con el fin de enriquecer el proceso investigativo desde otras perspectivas. Por otro lado, expone las diversas referencias bibliográficas que sustentan los aportes y argumentos dados. Finalmente, se encuentran los anexos pertinentes, con el objetivo de dar una mayor comprensión de aspectos específicos que forman parte de esta investigación.

CAPÍTULO I

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS: UNA EVOLUCIÓN HASTA EL ESTADO ACTUAL

Dentro de este marco, se presenta este primer capítulo el cual plasma el tema central de investigación; competencias matemáticas, cuyo fin es dar a conocer los diferentes aspectos que componen el propósito del mismo. Por tanto, se plantean los antecedentes como eje articulador entre los estudios ya realizados y los que se pueden indagar para contribuir a la búsqueda de respuestas que se tornan en las problemáticas que se manifiestan a través del tiempo. De igual manera, se expone la problemática a abarcar la cual está relacionada con el desligamiento que existe entre el desarrollo de las competencias matemáticas, los temas de dicha asignatura y los actores educativos que están inmersos en la misma. Por otra parte, da muestra de los argumentos en los cuales exponen la importancia de llevar a cabo este estudio con base a las investigaciones previas y las situaciones que se presentan dentro de la vida misma en la enseñanza de la matemática.

1.1 Antecedentes

Los antecedentes investigativos que se presentan a continuación están relacionados con el objeto de estudio; competencias matemáticas, permitiendo identificar ciertas problemáticas que se han evidenciado a través de los años y que han tenido relevancia en este campo, con el fin de conocer los diversos aspectos que se presentan en torno a esta temática y a su vez encaminar esta investigación con fines de contribuir a estudios presentes dentro de este marco.

Debido a lo anterior, se consideran tres categorías para los estudios seleccionados: La primera establece investigaciones relacionadas con el tema central de investigación (Competencias matemáticas); la segunda, presenta aquellos estudios entorno ha caracterizar las competencias matemáticas por medio de un objeto matemático y la tercera, expone algunas investigaciones en cuanto a la variación de la Función Cuadrática, en los cuales está implícito el desarrollo de competencias matemáticas. Cabe resaltar, que estas categorías surgen a raíz del propósito de estudio que tiene esta investigación y al mismo tiempo estarán inmersas a lo largo de este apartado.

Si bien es cierto, las diferentes acepciones de competencia surgieron producto del sector económico, ésta se ha ido afianzando y reconceptualizando al sector educativo. En la literatura existen estudios e investigaciones en didáctica de las matemáticas que se centran en torno al concepto de "competencias matemáticas" (Godino, 2002).

En el ámbito internacional, se destaca tres proyectos que han sido considerados pioneros en la implementación del enfoque por competencias en la matemática escolar. Estos proyectos son significativos y han marcado el rumbo en las investigaciones, dos de ellos son: el proyecto MAT 747 en Portugal planteado por Abrantes (2001) quien propone una caracterización de las competencias matemáticas, y el proyecto KOM de Dinamarca propuesto por Niss (2002) en donde se incorporan las competencias matemáticas al currículum danés. Estos dos proyectos enmarcados desde una perspectiva curricular centran la atención al caracterizar las competencias matemáticas y reformular los currículos de matemáticas en sus respectivos países, y un tercer proyecto es el Programme for Internacional Student Assessment (PISA) que adapta las competencias propuestas por Niss (2002) a un enfoque evaluativo (OCDE, 2003).

El proyecto MAT 747 dirigido por Paulo Abrantes, es uno de los referentes pioneros a nivel internacional en cuanto a las competencias matemáticas. Este proyecto educativo curricular fue llevado a cabo en Portugal, entre 1999 y 2002 por el Departamento de Educación Básica del Ministerio de Educación, en la cual se planteó una caracterización de las competencias matemáticas cuyo énfasis fue la integración de conocimientos, procedimientos y actitudes. Esta caracterización de las competencias tiene sus orígenes en el proyecto MAT 789 (Abrantes, 1994), "cuyo espíritu se enfocaba en potenciar capacidades de los alumnos en situaciones inherentes a la vida diaria, que se concretó en los denominados proyectos matemáticos" (Solar, 2009, p. 40).

De acuerdo con Perrenound (1999) se asume la competencia como el proceso de poner en acción los conocimientos, habilidades y estrategias en situaciones problemáticas derivadas de una variedad de contextos, además como resultado de improvisar no de manera espontánea ante las situaciones, sino como resultado del aprendizaje. Producto de esta posición, el concepto de competencia que se adoptó en el movimiento de innovación curricular portugués está relacionado con el uso reflexivo, autónomo, y propositivo de conocimiento. En este sentido, se pretende hacer hincapié en la integración de conocimientos, habilidades y actitudes, siendo la integración el centro de articulación.

Es oportuno destacar que en relación con el proyecto MAT 747, quien establece una caracterización de las competencias desde sus aspectos esenciales, otro proyecto de gran envergadura enmarcado desde una perspectiva curricular denominado el proyecto KOM (Competencies and the Learning of Mathematics) bajo la dirección de Niss (2002), en el cual plantean una caracterización del currículo de matemáticas danés teniendo como base las competencias, entendiendo por competencia matemática “la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos en los que las matemáticas juegan o podrían jugar un papel” (Niss, 2002).

A partir de esta noción, el proyecto adoptó una propuesta elaborada anteriormente por Niss para identificar las competencias matemáticas (Niss, 1999), y se concretó en ocho competencias, agrupadas en dos partes que destacan los procesos, actividades, y los comportamientos mentales o físicos.

A diferencia de estos proyectos, otros estudios y trabajos de investigación han tenido como centro las competencias matemáticas. Algunos de estos estudios, han caracterizado las competencias matemáticas en torno a un objeto matemático y otros volcados al desarrollo de competencias matemáticas.

Olmos & Sarmiento (2013) en su tesis de maestría Caracterización de la competencia matemática modelizar en situaciones de variación cuadrática proponen como objetivo la caracterización de la competencia matemática modelizar para el caso de la función cuadrática en estudiantes del grado noveno, a partir de un modelo teórico funcional de la competencia matemática modelizar cuyos componentes estructurales son las fases del proceso de modelización, las tareas matemáticas, los niveles de complejidad, los procesos metacognitivos y la participación. A través de un enfoque cualitativo-interpretativo, utilizando como método el estudio de caso, analizaron a profundidad las participaciones de un equipo formado por cuatro estudiantes, las cuales son contrastadas con los descriptores para los tres componentes del modelo que fueron objeto del análisis para caracterizar la competencia matemática modelizar en estos estudiantes: los procesos matemáticos de las fases del proceso de modelización, procesos metacognitivos y la participación.

Cercanos a esta línea de investigación, Morales & Majé (2011) en su tesis de maestría Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros. Configuran un análisis en torno al desarrollo del pensamiento espacial y los niveles de la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de grado séptimo de la educación básica secundaria, a partir del estudio del objeto matemático cuadriláteros y el uso de la geometría dinámica.

Dicha configuración parte del diseño y ejecución de una propuesta didáctica que incorpora actividades con elementos del contexto sociocultural del estudiante al aprendizaje de las matemáticas y se reconoce que el concepto de competencias va más allá del manejo de los contenidos disciplinarios.

De otro lado, Solar (2009) en su tesis doctoral Competencia de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso basado en que las investigaciones en educación matemática nos proveen de un modelo teórico sólido para el desarrollo de competencia, conlleva a la estructuración de una propuesta teórica de enseñanza a través de la competencia matemática, aplicable tanto a la planificación de una secuencia didáctica como a su desarrollo en el aula de matemáticas. Para ello ha propuesto un modelo de competencia matemática que combina tres características: el contenido matemático en términos de tareas; los procesos organizadores del currículo en términos de competencias específicas; y el progreso de la competencia en términos de niveles de complejidad.

Este modelo se ha puesto a prueba y perfeccionado en el estudio de caso de un aula de matemáticas en que se aplica una unidad didáctica de interpretación de gráficas funcionales. Se ha puesto de manifiesto que el modelo propuesto ha sido adecuado para analizar tanto una unidad didáctica como su aplicación en el aula, en términos de las competencias matemáticas. Esta propuesta representa una contribución, tanto desde un punto de vista de la investigación como de la innovación, porque constituye un modelo de competencia matemática que se ha elaborado desde la investigación con una función curricular (Solar, 2009).

Cabe señalar, que el estudio se ha centrado en analizar la unidad didáctica por medio de un instrumento denominado matriz de competencias, cuyo propósito es analizar de qué manera las actividades cubren un conjunto de tareas, además de caracterizar el nivel de complejidad de las actividades según las competencias de modelización y argumentación. Adicionalmente, analizar las interacciones entre los estudiantes y la profesora al momento del desarrollo de la unidad didáctica.

Recientemente, Acosta & Hermosa (2014) en su propuesta de investigación denominada La movilización de la competencia matemática "razonar y argumentar" a través del estudio de la media aritmética contribuyeron a la movilización de dicha competencia a través del diseño de tareas matemáticas del contexto de los estudiantes. Esta movilización se evidenció por medio de acciones que realizaron los estudiantes y se concretaron a través de descriptores de los procesos: formulación, empleo e interpretación de la competencia matemática "razonar y argumentar".

A su vez, se presentan trabajos investigativos centrados en la variación con relación a la Función Cuadrática permitiendo el desarrollo del mismo mediante la enseñanza de dicho objeto matemático.

En este sentido, Hernández, Márquez & Quiñonez (2008), en el trabajo de grado *"La Función Cuadrática como Marco Referencial para el Desarrollo del Pensamiento Variacional* *una Experiencia con Estudiantes de 9° de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba- Sampués”,* tuvieron como objetivo, contribuir al desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes mediante un proyecto pedagógico de aula, teniendo como marco referencial la función cuadrática y eje central, el campo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de los estándares curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional. Para llevar a cabo el desarrollo del proyecto, como primera medida realizaron una observación, donde lograron detectar las dificultades de los estudiantes, las cuales fueron en relación a la falta de comprensión y apropiación de conceptos matemáticos relacionados a la función cuadrática, de análisis e interpretación de gráficas y del análisis variacional, a partir de estas plantearon la metodología a trabajar, la cual se basó en la realización de talleres dentro y fuera de clase.

En un primer momento, por medio de un taller de socialización se puso en conocimiento los saberes previos de los estudiantes acerca de la temática a trabajar. Para ello, realizaron dinámicas, explicaciones y conversatorios para aclarar y retroalimentar los conceptos expuestos. Como segundo momento, ejecutaron talleres de auto aprendizaje, allí pusieron en conocimiento el concepto y los comportamientos de cambio de la función cuadrática en el plano cartesiano; a través de talleres prácticos y contextualizados para que los estudiantes evidenciaran la aplicabilidad del concepto en circunstancias o situaciones de la vida real. Como tercer momento, realizaron talleres de profundización, los cuales tuvieron como fin estudiar más a fondo y generalizar el concepto de función cuadrática, esto permitió al estudiante analizar e interpretar los diferentes tipos de desplazamientos de la función cuadrática en el plano cartesiano. A raíz de todo el proceso que desarrollaron y con cada una de las actividades que planearon y el análisis de los resultados, concluyen que el estudiar los conceptos matemáticos mediante la resolución de problemas planteados teniendo en cuenta los estándares y el contacto con la vida diaria, motivan a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, despertando en ellos la habilidad de cuestionarse, indagar más allá de sus conocimientos, confrontarlos y retroalimentar sus ideas.

En relación a lo anterior, como punto de vista comparten que el docente debe cumplir un papel fundamental en el proceso y en el momento de diseñar las situaciones problema pertinentes para el desarrollo de los procesos. Siendo él un mediador o guía del aprendizaje, más no un dictador del conocimiento, pues es él quien debe propiciar los espacios para que el estudiante logre una formación integral acorde a la realidad en la que vive. Finalmente, Hernández, Márquez & Quiñonez (2008), afirman que los estudiantes dieron resultados positivos con el trabajo realizado, puesto que identificaron el concepto de función cuadrática, variable, constante, relación funcional, tablas y gráficas; reconocieron la importancia y utilidad del objeto matemático en la resolución de problemas de la vida cotidiana; siendo así su reconocimiento más allá de la gráfica y formula.

Por otro lado, Villa (2012), en el artículo *"Razonamiento Covariacional en el Estudio de Funciones Cuadráticas",* el cual forma parte de un estudio investigativo en relación al concepto de función en las matemáticas escolares; este apartado, hace énfasis en la manera en la que el estudiante razona teniendo en cuenta los elementos asociados a la variación para la solución de problemas. En este sentido, Alexander Villa manejó como método de investigación el estudio de caso que se refiere al estudio de un sujeto o institución en un entorno o circunstancia determinada de manera minuciosa. Para llevar a cabo la metodología establecida, realizó una serie de actividades mediante un software dinámico (Cabri), en las cuales los estudiantes comenzaron a cuestionarse con respecto a los cambios que se generaban en cada una de las situaciones dadas. Con el objetivo de recolectar la información suficiente y pertinente construida junto con ellos, datos que fueron registrados en audios, transcripciones y producciones escritas que permitieron realizar la interpretación pertinente de como ellos razonaban.

Como seguimiento de las actividades establecidas, se evidencia dentro de las conclusiones dadas que las representaciones cumplen un papel fundamental para el razonamiento y compresión de los conceptos matemáticos, de igual manera el cuestionarse permitió a los estudiantes reflexionar, confrontar y justificar sus propias afirmaciones y preguntas. Por otra parte, las evidencias dadas reflejan de que la función cuadrática planeada desde una perspectiva variacional va más allá de la secuencia tradicional, razón por la cual dejan como expectativa que maestros e investigadores consideren la investigación ejecutada para la elaboración de situaciones para la enseñanza de este objeto matemático expuesto que logre dar valor al aprendizaje desde la variación de su concepto.

Finalmente, estas producciones contribuyen a tener un reconocimiento claro de los diversos procesos que ya se han desarrollado en torno a las Competencias matemáticas y la caracterización de las mismas mediante un objeto matemático. A su vez, permite visualizar que procedimientos no se han llevado a cabo y que falta por investigar. En este sentido, los estudios expuestos anteriormente dan luces a la investigación que se tiene en marcha con respecto a las Competencias matemáticas con base a los diversos contextos de la vida diaria y el objeto matemático "función cuadrática". Por tales motivos, este proyecto investigativo pretende aportar al desarrollo de la competencia matemática Formular y Resolver Problemas, mediante el diseño de situaciones problema, encaminadas a la construcción del conocimiento social matemático, que otorgue establecer ese lazo que existe entre objeto matemático, contexto y sucesos de la vida diaria del sujeto. Con el fin de romper con el esquema tradicionalista y entablar el papel fundamental que cumple la matemática en el mundo real.

1.2 Formulación del Problema

Los cambios que se están produciendo actualmente en nuestra sociedad en todos los aspectos, exigen la consolidación de una nueva realidad educativa y nos invitan a replantear novedosas propuestas educativas y pedagógicas que respondan a las necesidades actuales del ser humano que está emergiendo, reclamando una educación que atienda la integridad, la constitución individual, la trascendencia y la relación del ser humano con el entorno.

A pesar de los cambios que se vienen dando en la sociedad, la educación sigue prioritariamente enmarcada en tradicionales paradigmas racionalistas, mecanicistas, deterministas y fragmentarios del conocimiento. El contexto cultural y social en ésta, la llamada era del conocimiento, exige una educación holística, humanista, inclusiva, que proponga una nueva concepción de la vida, del conocimiento y del ser humano y su relación con la sociedad.

Desde esta perspectiva, la Educación Matemática como disciplina científica y de investigación ha planteado nuevos retos en los sistemas educativos en general. En este sentido, han sido muchos los esfuerzos que investigadores a nivel nacional e internacional han llevado a cabo para contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas escolares, a través de un gran número de pensamientos matemáticos en: el álgebra, cálculo, estadística, geometría entre otros. Particularmente, han dirigido sus estudios "hacia qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela y cómo se llevan a cabo estos procesos; también se han interesado en el qué y en el cómo de las Matemáticas deberían enseñarse y aprenderse en la escuela." (Kilpatrick, Gómez, & Rico, 1998, p. 1)

Según Marcos (2008) la visión tradicional sobre la enseñanza contrasta en gran medida con una forma de organizar y desarrollar la enseñanza en pro del aprendizaje de los estudiantes. Mientras que en la enseñanza tradicional el profesor es el centro de la clase, siendo éste el transmisor de la información; una nueva perspectiva considera el profesor como un facilitador y guía del aprendizaje y a los estudiantes actores principales del proceso educativo donde se puede fomentar el trabajo grupal y reforzar las relaciones humanas dentro del grupo participante, a través del desarrollo de proyectos compartidos entre los propios estudiantes.

Atendiendo algunas de estas perspectivas, la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas escolares ha experimentado un cambio adoptando un enfoque que se denomina “Competencias Matemáticas”, el cual plantea nuevos propósitos para la Educación Matemática al trascender de una visión centrada en el logro de objetivos específicos planteados desde los contenidos del área, a una formación integral que involucran el saber, el saber hacer y el ser, con el objetivo de brindar herramientas para que los sujetos participen de manera reflexiva y crítica en la solución de los problemas de su comunidad.

La importancia de este enfoque radica en estudiar los contenidos matemáticos desde una perspectiva funcional (Rico & Lupiañez, 2008), en que ligado a estos constructos, los estudiantes además de la construcción del conocimiento matemático logren usarlo en otros contextos incluyendo el de las situaciones de la cotidianidad, de tal forma que puedan participar activa, reflexiva y críticamente en la solución de situaciones de su vida real (Espinoza, Mitrovich, Solar & Olguin, 2009).

En este sentido, la construcción social del conocimiento matemático, debe partir de una educación en y para la vida, pues la matemática es considerada como una disciplina íntimamente relacionada con las demás áreas del conocimiento. Por tal motivo, se considera que al llevar este conocimiento al aula de clase permite establecer una relación amplia, desde lo conceptual y lo funcional. Sin embargo, se evidencia que metodológicamente no es así, pues en su mayoría los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas llevados a cabo son descontextualizados, debido a que el aula esta desligada de la realidad: se responde a unas matemáticas procedimentales y no a unas matemáticas funcionales, lo cual rompe el lazo que hay entre la escuela y la vida diaria.

En el día a día, adquirimos conocimientos empíricos a través de las actividades que realizamos y los espacios que vivenciamos en nuestro entorno; permitiendo la formación integral como sujetos. Sin embargo, es pertinente considerar los diferentes tipos de educación existentes (formal, no formal e informal), ya que estas de una u otra manera generan el desarrollo de destrezas de acuerdo a cada disciplina, en este caso en la construcción social del conocimiento matemático.

Las matemáticas se han visto como una materia que causa grandes dificultades en la mayoría de la población escolar. Uno de los ejes temáticos, es el concepto de "función" por ende, la "función cuadrática" juega un papel fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. La enseñanza de este objeto matemático se reduce a solo la transmisión del conocimiento por parte del profesor, el cual desarrolla el tema exclusivamente en el tablero o en transmisión verbal de gran volumen de información o en textos guías a través de problemas, cuya solución se espera sea captada por el estudiante para luego desarrollar diferentes ejercicios en donde el educando debe mostrar que captó las enseñanzas del docente "mostrar resultados". Por tal motivo, se puede decir que la mayoría de contenidos matemáticos se enseñan partiendo de fórmulas, leyes y teorías elaboradas sin tener en cuenta el contexto y las realidades de los estudiantes.

Por otro lado, los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas (MEN, 1998), se da un tránsito importante de una conceptualización del currículo de matemáticas centrado en contenidos a una aproximación curricular sustentada en el pensamiento matemático y conocimientos básicos, como uno de sus pilares fundamentales, junto a los procesos generales y el contexto. Dicho currículo se orienta al desarrollo de competencias matemáticas, como el eje transversal en la actual propuesta de Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencia en el área de matemáticas.

Sin embargo, puede inferirse una razón por las cual estos lineamientos está generando dificultades entre profesores, tal como lo expresa Solar (2009, p. 13) "entre los profesores existe una sensación de carencia de herramientas para desarrollar competencias en el aula".

En atención a lo anterior se hace necesario que los profesores adopten nuevas estrategias en el aula que permitan a los estudiantes la construcción del conocimiento matemático de forma social y cultural, lo cual permitirá estar en concordancia con los planteamientos del enfoque por competencias pues estas están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante.

Lo anteriormente expuesto, genera la siguiente pregunta orientadora de investigación:

¿Cómo desarrollar la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de educación básica secundaria que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general.

Diseñar y validar Situaciones Problema para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas.

1.3.2 Objetivos específicos.

- ✓ Reconocer la importancia del contexto para el diseño de situaciones problema que impliquen el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

- ✓ Caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas para establecer el diseño de situaciones problema.

- ✓ Estimar a través de Situaciones Problema, el sentido crítico y reflexivo de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

1.4 Justificación

Los retos actuales en el campo de la Educación Matemática y en particular en el enfoque por Competencias Matemáticas son apremiantes (Espinoza et al., 2009). En este sentido, este trabajo resulta pertinente al aspirar contribuir en los cambios y desafíos que se han dado en la educación matemática a nivel nacional y especialmente regional, puesto que el aprendizaje basado en Competencias es una oportunidad para una Educación más integral, que permita la formación de nuevas generaciones capaces de asumir los retos del mundo actual.

Es así que desligarse de las teorías tradicionales en la Educación Matemática y pretender acceder desde un enfoque por Competencias, contribuye metodológicamente a la línea de investigación en que está encaminado este proyecto, al poder unir una serie de decisiones, estrategias, actividades, tareas, recursos e instrumentos para fortalecer los aprendizajes en los estudiantes.

Con todo lo anterior, las Competencias Matemáticas, adquieren sentido educativo en la medida en que los elementos o razonamientos matemáticos se utilicen para enfrentarse a situaciones cotidianas diversas. Lo cual requiere la detección y análisis de tales situaciones, la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar a partir de la información disponible y la aplicación de estrategias de resolución de problemas. Además, el énfasis tendrá que estar en los elementos matemáticos básicos y en los procesos de razonamiento que llevan a los estudiantes a la solución de los problemas o a la obtención de la información en una amplia variedad de situaciones de modo consciente, crítico y reflexivo.

El concepto de Competencia expresa que los aprendizajes deben concretarse siempre de modo funcional y significativo, es decir atribuyendo sentido aquello que se aprende. Y por si ello fuera poco, el desarrollo de una Competencia implica siempre un aprendizaje para actuar (Zabala & Arnau, 2008). Desde esta perspectiva, tomar como referencia estos aspectos, en el ambiente del aula de matemáticas, particularmente, brindará aportes teóricos y prácticos para investigadores interesados en el desarrollo de Competencias Matemáticas en el aula desde una postura crítica y reflexiva. Así mismo, será un aporte metodológico para aquellos profesores interesados en desarrollar la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en los estudiantes en el aula de clase en relación a un objeto matemático, pues podría promoverse la discusión sobre la formulación o integración de propuestas curriculares que reconozcan la importancia de involucrar el trabajo con contextos en las aulas de matemáticas, a nivel de la educación secundaria.

De este modo, a través de una reflexión consciente, responsable y constante, puedan generar ambientes de aprendizajes productivos facilitando de manera oportuna en los estudiantes la capacidad de desarrollar Competencias Matemáticas a lo largo de su formación académica.

Para ello, es de suma importancia que los profesores dentro de su proceso de enseñanza tengan en cuenta el diseño de situaciones problema a partir de las diversas prácticas sociales que se presentan en la cotidianidad de los estudiantes. Siendo así, un puente que les brinde la oportunidad de desarrollar Competencias Matemáticas con base a su mismo entorno y vida diaria. A su vez, permitiendo la retroalimentación y construcción de conocimientos, los cuales contribuyan a la búsqueda de resolución de problemas desde una mirada crítica y reflexiva, teniendo en consideración los diferentes ámbitos tales como: personal, social y profesional.

Por último, es necesario que los implicados en el aprendizaje de las matemáticas asuman una actitud de autorreflexión, de crítica y a la vez puedan descubrir y transformar las relaciones de poder subyacentes en las prácticas matemáticas. Por consiguiente, es importante dejar de conectar el conocimiento matemático como un saber instrumental fuertemente conectado con un simbolismo bien estructurado, para permitir la participación en la reconstrucción y construcción de ese conocimiento, como la autorreflexión de cómo ese conocimiento puede ayudarlos a reinterpretar su mundo de vida.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Este capítulo, contiene los aportes teóricos que argumentan y le dan soporte a este trabajo investigativo. Por tanto, en un primer momento se expone definiciones de Competencias Matemáticas con el fin de tener aproximaciones al concepto de la misma. Luego, dado el propósito de esta investigación, se presentan conceptos y contribuciones referentes a la Competencia Formular y Resolver Problemas con el interés de abordar ampliamente este campo y lograr caracterizarla. Por ello, primero se afronta por separado cada uno de sus dos momentos, el de Formular problemas y el de Resolver problemas y después se muestra las particularidades de estos dos procesos en términos de competencia matemática.

Posterior a ello, se expone el modelo de competencias matemáticas establecido por Solar (2009) ya que se considera que es el más apropiado para los fines de esta investigación. Por tanto, se muestran las características de cada uno de los componentes que este plantea (Procesos Matemáticos, Tareas Matemáticas y Niveles de Complejidad) y la relación que hay entre ellos, lo cual permite conocer este modelo y a su vez lograr la apropiación del mismo y así llevar a cabo la aplicación de este modelo como referente dentro de esta investigación.

Del mismo modo, se presenta la conceptualización de situaciones problema y los componentes que se le atribuyen para su desarrollo. Luego, para finalizar este capítulo, se exponen el análisis didáctico planteado por Gómez (2002) como recurso metodológico y dentro de este se muestra el análisis de contenido de la función cuadrática, debido a que es el objeto matemático que se utilizará como puente para el diseño de una de las situaciones que permitirá el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

Cabe resaltar que el giro hacia lo social en Educación Matemática coincidió con una preocupación democrática, humanista, de parte de los profesores e investigadores hacia finales de la década de 1980. Esta preocupación según Lerman (2000) no es para implicar que otras teorías, matemáticas, piagetianas, constructivistas radicales o filosóficas, hayan desconocido los factores sociales, sino para establecer que los cambios en las perspectivas o el desarrollo de nuevos enfoques en las comunidades académicas son el resultado de una concatenación de factores dentro de la comunidad y alrededor de ella.

Cabe señalar, que en el ámbito internacional desde la Educación Matemática se han generado discusiones que han aportado significativamente a la comprensión de las dinámicas escolares, evidenciando algunas implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde ésta perspectiva. Algunas de éstas: la concepción de las matemáticas como un elemento que es construido socialmente, la importancia del contexto Sociocultural para el aprendizaje de las matemáticas, la existencia de diferentes manifestaciones del pensamiento matemático en diversos contextos y el aprendizaje como participación en una práctica social, entre otras.

Bajo este abordaje, son otras las relaciones que empezamos a considerar al comprender y asumir la diversidad Sociocultural en el aprendizaje de las matemáticas. Es así que dentro de la formación integral del educando, es oportuno destacar las implicaciones que tiene el desarrollo de Competencias Matemáticas desde una postura Sociocultural.

2.1 Aproximación al Concepto de Competencias Matemáticas

Si bien es cierto, las diferentes concepciones de Competencia surgieron producto del sector económico, ésta se ha ido afianzando y reconceptualizando al sector educativo: Así una postura fuerte indica que la noción de Competencia en la educación está relacionada con la formación de sujetos críticos, reflexivos, donde el uso social del conocimiento en la solución de problemas de su contexto Sociocultural le permite participar activamente en la transformación de su comunidad.

Teniendo en cuenta este enfoque en la Educación, emerge progresivamente una transposición de dicho enfoque en el área de las matemáticas escolares. En la literatura especializada existen estudios y posturas teóricas en Educación Matemática que se centran en torno al concepto de "Competencias Matemáticas" (Godino, 2002).

Tabla 1. *Definiciones de Competencia Matemática*

Autor – Año	Definición de Competencia Matemática
NCTM, 2003	Ser competente en un campo complejo como el matemático supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto. Se basa en un aprendizaje en el que se comprende lo aprendido. Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, y construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia y de los conocimientos previos.
Niss, 2003	Significa la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en una variedad de situaciones y contextos internos y externos a las Matemáticas en los cuales las Matemáticas juegan o podrían jugar un papel.
Godino, 2002	La capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego. La competencia y la comprensión en matemáticas son nociones cognitivas complementarias cuyo logro implica un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático.
OCDE, 2005	La capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

Parlamento Europeo, 2006	Es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña -en distintos grados- la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas).
Rico y Lupiáñez, 2008	La competencia matemática consiste en un saber en la práctica mediante herramientas matemáticas. Consiste en utilizar la actividad matemática en contextos variados como sea posible. Hace especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación. Muestra cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana. Se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones provenientes de otros campos del conocimiento y de la vida cotidiana.
OCDE, 2010	La alfabetización matemática es la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonar matemáticamente y el usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos (OECD, 2010, p.4) citado por Caraballo, Rico & Lupiañez (2013, p.5).

Fuente: Alvis & Puentes (2015).

Como se puede apreciar, la noción de Competencia Matemática no es unánimemente convergente, concretamente, en nuestro ámbito educativo es fuente y objeto de discusiones y estudios (Zakaryan, 2012). Sin embargo, las anteriores acepciones de Competencia Matemática dadas por cada uno de estos autores, encarna que la Competencia Matemática es compleja, polisémica y que moviliza una serie de recursos tales como destrezas, habilidades y capacidades que van más allá de una conducta o ejecución, y que permite ponerlos en uso en un determinado contexto (personal, social, profesional, científico, etc.)

Así, un análisis de las diferentes nociones de Competencia Matemática presentadas, evidencia unos componentes comunes: el cognitivo y el uso. Al referirnos al componente cognitivo se puede establecer que "los conocimientos están en el núcleo de las Competencias" (Rico & Lupiañez, 2008, p.151). En esta misma perspectiva, Solar (2009) manifiesta que el desarrollo de Competencias Matemáticas se hace desde un contenido matemático. Por lo tanto, en este componente se sitúan los contenidos disciplinares considerados como la base cognitiva para el desarrollo de las Competencias, sin desconocer que por su carácter transversal, las Competencias Matemáticas desbordan la disciplina en tanto que hace uso de otras disciplinas para asumir situaciones problema de forma holística.

El componente de uso incluye el saber hacer y las habilidades para poner en acción los conocimientos frente a diferentes situaciones que implican un reto para el sujeto. En este aspecto se ponen en juego aspectos cognitivos y el contexto que enmarca la situación, en donde según Rico (2006) la consideración de las matemáticas como "modo de hacer" responden a un modelo funcional sobre el aprendizaje de las Matemáticas, en el cual se postulan: unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto. Estas tareas contextualizadas deben activar de alguna manera las capacidades de los estudiantes.

Sin embargo, se afirma que el conocimiento como base cognitiva de las Competencias es el fundamento para la acción, sin desconocer otros elementos como el deseo y la voluntad de hacer uso de ese conocimiento (Rico & Lupiañez, 2008).

Estos nuevos aspectos mencionados por Rico & Lupiañez (2008) se evidencian profundamente en los planteamientos de D'Amore et al., (2008). Para estos autores, la Competencia es un concepto complejo y dinámico. En el aspecto complejo se contemplan dos componentes; el exógeno que hace referencia al uso y el endógeno que consiste en el dominio. Incluye la elaboración cognitiva, interpretativa y creativa de conocimientos que relacionan diferentes contenidos. Sin embargo, el uso y el dominio no son las únicas expresiones de la Competencia, por tal razón se adhiere el aspecto dinámico que hace referencia, no solo a los conocimientos, sino a factores meta-cognitivos, afectivos y volitivos.

En consecuencia, “la Competencia Matemática se reconoce cuando un individuo ve, interpreta y se comporta en el mundo en un sentido matemático” (D'Amore et al., 2008, p. 44) y se compone de tres aspectos fundamentales para su desarrollo;

- El cognitivo: conocimiento de la disciplina.
- El afectivo: disposición, voluntad, deseo de responder a una determinada solicitud (externo o interna).
- La tendencia de acción: persistencia, continuidad, dedicación.

Es importante resaltar que uno de los aspectos que configuran la Competencia Matemática es el componente actitudinal, que según los autores se condensan en el aspecto afectivo y de tendencia de acción mediante la siguiente expresión: ¿Qué sería una Competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella?

Para estos autores, la motivación y la volición son factores de extrema importancia. El maestro puede favorecer una correcta motivación, pero a esta motivación debe corresponder la volición por parte del estudiante. La motivación es necesaria para garantizar la disposición a aceptar el papel del estudiante implicado; pero la volición es aquella que permite realmente pasar a la acción. Mucha motivación, pero sin ninguna volición, conducen a un resultado vacío. Son necesarias las dos acciones, una sola no es suficiente.

Las anteriores acepciones de competencia, dadas por cada uno de estos autores, encarna que la competencia es compleja, polisémica y moviliza una serie de recursos tales como destrezas, habilidades, capacidades, entre otros para ponerlos en uso en un determinado contexto (personal, social, profesional, científico, etc.)

2.1.1. Las Prácticas sociales como vinculo para el diseño de situaciones problema

El estar inmersos en un contexto real, permite reconocer al hombre una variedad de prácticas sociales que este comprende de acuerdo a las situaciones o necesidades que como sujetos tienen día a día. Esto conlleva a entender que a través de las prácticas sociales logran dar sentido a la relación que tiene la ciencia y sus diversas disciplinas con ellos y el entorno que los rodea. Según Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez & Suárez (2004) "las prácticas sociales se entienden como un conjunto de acciones voluntarias que, intencionalmente, desarrolla el individuo para construir conocimiento" (p.418). En este sentido, de acuerdo a los intereses de esta investigación, las prácticas sociales como generadoras de conocimiento, brinda la oportunidad de diseñar situaciones problema con el fin de consolidar una formación integral en los estudiantes desde las matemáticas escolares.

Desde esta perspectiva, se entiende que las prácticas sociales contribuyen al desarrollo de un aprendizaje significativo, puesto que el estructurar situaciones problema a partir de las mimas permite establecer una relación entre los contenidos matemáticos y el accionar de los estudiantes con respecto a los acontecimientos que se dan dentro del contexto. De acuerdo a esto, "las prácticas sociales se ejercen por lo general en situaciones extraescolares y escolares que pueden ser motivadas por contextos políticos, sociales, culturales, ideológicos o de otra naturaleza" (Camacho, 2006, p.135). En este orden de ideas, enseñar y aprender la matemática partiendo de situaciones cotidianas, conlleva a apreciar esta disciplina desde un enfoque funcional dada su aplicabilidad en diferentes escenarios reales, teniendo en cuenta un sentido crítico y reflexivo.

Adicional a lo anterior, es importante manifestar que las prácticas sociales no solo se basan en los procesos que realizan los docentes y estudiantes dentro del aula de clase interactuando alrededor de un contenido matemático, sino que también otorga la posibilidad de considerar actividades o situaciones de tipo personal, familiar, local, departamental, nacional, internacional y global. Teniendo en cuenta esto, se puede inferir que las prácticas sociales, realizadas por diferentes personas en diferentes sitios, en las que se constituyen el significado de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en condiciones históricas particulares (Valero, 2012, p.317) conlleva a tener más perspectivas de ver el mundo y actuar en el considerando su complejidad.

2.1.2. Pensamiento crítico y reflexivo desde un enfoque de educación matemática

La idea de consolidar un pensamiento crítico y reflexivo en los estudiantes dentro del marco social en que se vive hoy en día, es una de las expectativas que para muchos no es vista con buenos ojos. Puesto que, el construir y fomentar un conocimiento crítico y reflexivo conlleva a que la visión del mundo en su totalidad y complejidad cambie, teniendo en cuenta los acontecimientos que se generan en la vida desde diversos escenarios tales como lo político, científico, tecnológico, económico, cultural y social. Del mismo modo, esto permitiría reconocer el impacto que causan en cuanto lo personal, profesional y ciudadano dando paso a tener una postura solida frente a los mismos.

En este orden de ideas, es importante considerar que la Escuela debe romper con el paradigma tradicionalista en el que los docentes se encargan en transmitir conocimientos y los estudiantes en adquirirlos y memorizarlos. Motivo por el cual, "es necesario defender la escuela como un servicio que educa a los estudiantes para ser ciudadanos críticos que puedan cuestionar y creer que sus acciones pueden transformar la sociedad" (Giroux, 1989, citado por Skovsmose, 1997, p.191). De acuerdo a esto, es imprescindible que los docentes incentiven a los educandos y los guíen para el desarrollo del pensamiento crítico frente a la realidad que está emergiendo día a día. Para ello, es fundamental que los estudiantes comiencen a cuestionarse con respecto a los sucesos que pasan en la cotidianidad, a no creer ciegamente en juicios que son dados sin tomar en cuenta otras miradas, sino que presenten intriga hacia ellos y pongan en juego sus propios puntos de vista y la manera en que desde otras perspectivas aprecian el mundo, dando paso a tener un sentido de pertenencia justo para con la sociedad y demás individuos que forman parte de la misma desde un enfoque constructivo y emancipador. En este sentido, Skovsmose (1999) manifiesta que:

> Los aspectos críticos de la sociedad hacen parte de la vida de la escuela. Una educación crítica debe buscar responder a esta situación. […] Si la educación pretende ser crítica, tiene que tener en

> cuenta el contexto crítico de la escolaridad y tratar de desarrollar posibilidades para crear una consciencia acerca de los conflictos, al igual que proporcionar las competencias que sean importantes para manejar tales situaciones críticas (p.25-26).

Siguiendo esta línea, el pensamiento crítico brinda a los estudiantes la capacidad de interpretar, analizar, evaluar, inferir, explicar y esclarecer los diversos significados que pueden ser emitidos por ellos mimos y por los demás a partir de situaciones o sucesos que se generan a raíz de los cambios y factores que intervienen en la sociedad. Partiendo de esta mirada, "crítica puede definirse como una actividad de pensamiento y de reacción ante una situación de crisis. Esta actividad pone en relación un sujeto crítico y un objeto de crítica" (Skovsmose, 1999, p.14). Es por esto, que es necesario enseñar a través de una educación critica que conlleve tanto a docentes como a estudiantes a entender que las diferentes disciplinas que comprenden la educación cumplen un rol esencial en la vida del sujeto en formación, debido a que integrarlas entre si les brinda un horizonte más amplio de ver, comprender, accionar y transformar el contexto inmediato en que viven. Es por esto que,

> La educación crítica no se impone sino que se negocia en los espacios que ella genera para que profesor y estudiantes investiguen las razones y las metas de los procesos educativos sugeridos. Así, la actividad crítica reflexiva no sólo involucra una reflexión sobre un objeto de crítica sino también sobre la misma acción del sujeto en su proceso de aprendizaje–enseñanza (Skovsmose, 1999, p.17).

Por otra parte, es indispensable contemplar que la escuela aparte de llevar a cabo un proceso de enseñanza y aprendizaje para con los estudiantes, debe brindarles la oportunidad de reconocerse como sujetos libres con derechos y deberes para con una sociedad democrática. En la cual, se supone que el tener ideas, esperanzas y utopías diferentes tienen un valor significativo dentro de la misma. No obstante, "lo único que aporta la gente a la vida democrática es su voto. El pueblo entonces solo tiene que esperar para recibir" (Skovsmose, 1997, p.199). Lastimosamente, es cierto que la participación democrática es insuficiente y no se efectúa con el verdadero sentido que la caracteriza. De acuerdo a esto, Skovsmose (1997) afirma que "una democracia debe abrir el espacio para una ciudadanía crítica que resulta de la puesta en práctica de una competencia crítica" (p.199).

Como se mencionó en líneas anteriores, existen diversas disciplinas que integran la educación, una de ellas es la matemática la cual ha tenido gran relevancia, gracias a los hallazgos dados a lo largo de la historia. Sin embargo, por muchos años se ha desconocido la verdadera importancia que esta tiene en la realidad. Como lo expone Skovsmose (1997):

> Las matemáticas intervienen de verdad en la realidad, no sólo en el sentido de que una nueva visión puede dar lugar a un cambio en las interpretaciones, sino también en el sentido de que las matemáticas están inmersas en parte de la realidad y la reorganizan (p.202).

Por lo tanto, el brindar una educación matemática en la que se aprecie solo sus procedimientos, operaciones y contenidos específicos como una disciplina sin sentido en un contexto real obstruiría completamente el construir un conocimiento crítico y reflexivo. Es decir, que se necesita tener miradas más amplias que conlleven a los sujetos a interpretarlas y así retroalimentar sus saberes previos. Por esta razón, "el conocimiento reflexivo tiene como su objeto el uso de las matemáticas y, por lo tanto, cobra importancia ubicarse afuera de la catedral del conocimiento formal para obtener una visión general de esta construcción" (Skovsmose, 1997, p.209).

En consideración a todo lo anterior, es esencial que la educación matemática no se base solo en los conocimientos netos de la disciplina y en que los sujetos asuman el papel de receptores, sino que sean capaces de apropiarse de sus opiniones, puntos de vista y argumentos para poner en evidencia lo que piensan, comprenden, analizan y determinan con respecto a la verdadera importancia que tiene la matemática. Es por esto que "la potenciación del individuo no se conecta con una habilidad aislada para efectuar cálculos matemáticos como tal, sino con la comprensión de como las matemáticas se aplican y funcionan" (Skovsmose, 1997, p.213). Todo esto, con el fin de que construyan un conocimiento crítico y reflexivo que les permita desempeñar de manera contundente el rol que como ciudadanos, personas y profesionales deben tener en sociedad. De este modo, "el conocer reflexivo en conexión con la crítica, no sólo debe relacionarse con un proceso mental de pensamiento, sino también con una acción y reacción" (Skovsmose, 1999, p.16).

2.2 Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas

Luego de tener una aproximación al concepto de Competencias Matemáticas y dados los intereses de esta investigación, se opta en este apartado dos momentos: primero, se contextualiza la formulación y resolución de problemas como procesos cognitivos de la actividad matemática y segundo, se conceptualiza la Formulación y Resolución de Problemas en términos de la Competencia. Cabe mencionar, que el objetivo de esta sección es conocer las particularidades de cada uno de estos procesos y como se ligan y se complementan en uno solo para el desarrollo de la Competencia Matemática.

2.2.1 Formular problemas.

A medida del tiempo la resolución de problemas en la Educación Matemática se ha considerado de gran importancia para el proceso de formación de los estudiantes en cuanto a poner en práctica estrategias que les brinde la oportunidad de resolver situaciones problema poniendo en conocimiento sus saberes y percepciones acerca de la matemática. Sin embargo, se reconoce que el formular problemas en clase en cada uno de los niveles escolares es de gran importancia para los estudiantes, puesto que tiene un gran valor educativo dentro de su experiencia matemática (Freudethal, 1973).

De acuerdo a lo anterior, el proceso de formular problemas permite a los estudiantes reconocer la resolución de los mismos, ya que pueden partir de allí para su invención. Por otra parte, este procedimiento también puede surgir a partir de situaciones o experiencias propias de los estudiantes sin necesidad de haber dado una solución de manera previa. Además de lo expuesto, el llevar a cabo la creación de un problema aumenta los niveles de reflexión dando paso a una construcción de conocimiento matemático.

Lastimosamente el formular problemas dentro del aula del clase no es de gran relevancia, puesto que generalmente se práctica de manera constante el proceso de resolver situaciones problema. Por tal motivo, este proceso debe ser asumido con la misma importancia debido a que de manera directa forma parte de la resolución de problemas. En concordancia a esto, Abu – Elwan (1999, citado por Ayllón & Gómez, 2014, p.30). Sugiere: “la necesidad de potenciar la formulación de problemas en el aula, por lo que recomienda que los profesores de matemáticas provean abundantes y variadas oportunidades a sus estudiantes, tanto para aprender a resolver problemas como a inventar problemas en una gran cantidad de situaciones”.

En relación a la diversidad de situaciones en las que el estudiante puede formular problemas, Stoyanova (1998, citado por Espinoza, Lupiañez & Segovia, 2014, p.3). Plantea tres maneras con las cuales se podrían formular problemas:

- **Situación libre:** los estudiantes no tienen restricciones para inventar problemas.
- **Situaciones semiestructuradas:** se le propone a los estudiantes plantear enunciados con base a alguna experiencia o en contextos expresados mediante ilustraciones o de forma textual.
- **Situaciones estructuradas:** son aquellas en las que se formulan los problemas dados o se cambia la condición del mismo.

El formular problemas de acuerdo a las tres formas presentadas anteriormente, les brinda a los estudiantes la oportunidad de desarrollar y presentar ciertos aspectos positivos en relación al aumento del conocimiento matemático, la motivación, la reducción de la ansiedad, la superación de los errores matemáticos, la creatividad y a la tarea evaluadora del profesorado (Ayllón & Gómez, 2014, p.31-32). También, pone en consideración no solo eventos que se presenten dentro del aula de clase o del ámbito escolar, sino que estas pueden ser presentadas a su vez desde el contexto real en el cual están inmersos.

Por esta razón, la formulación de problemas puede ser vista desde dos escenarios: un primer escenario, el cual no tenga ninguna conexión a la resolución de problemas, es decir que sea propuesta de una manera desvinculada. Y un segundo escenario, que sea a partir de la resolución de problemas, teniendo una relación con esta.

En este sentido, Cázares (2000, citado por Ayllón, 2012, p.70). Reconoce dos aproximaciones a la formulación de problemas:

- Problemas inventados a partir del contacto del individuo con su medio. En este caso la invención se realiza antes de cualquier procedimiento de resolución.
- Problemas que se inventan dentro del proceso de resolución de un problema. En este sentido, Silver (1994, citado por Ayllón, 2012, p.70). señala que: “la invención de problemas puede ubicarse antes, durante o después de la resolución”.

En cuanto a la primera aproximación, se refiere a que un individuo se encuentra en una situación problema de su vida real, en la cual usa su conocimiento matemático para la resolución de la misma con base a ellos.

Atendiendo a estas consideraciones, Kochen, Badre & Badre (1976), crearon un modelo con el que explicaban cómo son aplicables las matemáticas cuando los individuos se enfrentan a situaciones de su diario vivir y dichas situaciones requieren la formulación de un problema. Por lo tanto, el modelo propuesto consta de tres etapas:

- Situación difícil de la vida real, lo cual conlleva a la persona a generar un enunciado de problema que puede ser representado de forma escrita u oral evidenciado a través de un comportamiento.
- El sujeto convierte la situación en un problema matemático que puede ser resuelto mediante sus conocimientos.
- División del problema en subproblemas, lo cual facilita y puede llegar a ser la resolución más inmediata del mismo.

Con base a esto, se resalta nuevamente que la formulación de problemas se puede generar a partir de diversos contextos, ya sean del mundo real o desde el ambiente escolar mediante los cuales el estudiante puede reinterpretar situaciones problema empleando su conocimiento matemático. Además, realiza un análisis crítico tanto de la invención del problema como de la resolución.

2.2.2 Resolver problemas.

En el campo de la matemática escolar, la resolución de problemas cumple un papel fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje, debido a que es importante que el estudiante tenga la capacidad de resolver problemas considerando las diferentes connotaciones que pueden darse a dicho termino. Puesto que, generalmente es entendido como el camino para resolver ejercicios de tipo rutinario sin tener en consideración el que hacer de las matemáticas en situaciones problema. De acuerdo a lo anterior, según Polya (1945) un “problema” es determinado como: “aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata”.

Por consiguiente, surge la necesidad de incluir la resolución de problemas dentro del aula de clase con el fin de establecer procesos que permitan reconocer e interpretar como los profesores y estudiantes actúan frente a los mismos, y así proponer modelos de resolución. A su vez, esto ha permitido que no solo se busque una resolución netamente matemática a las situaciones problema que se presentan, sino que también estén en consideración procesos cognitivos y de reflexión constante. Por lo tanto, el profesor cumple la función de ser un guía para sus estudiantes, dejando en ellos recaer la responsabilidad de adquirir experiencia considerando los aspectos anteriores para la resolución de problemas por sí mismos.

En relación a lo anterior, Polya (1945) basándose en sus observaciones como profesor de matemáticas, estableció cuatro fases en la resolución de problemas:

1. **Comprender el problema:** esta fase debe partir a través de preguntas tales como: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son?, ¿son relevantes, o contradictorias? Lo que permite desglosar la situación problema para tener un mayor entendimiento del mismo.

2. **Concebir un plan:** durante esta fase el sujeto utiliza la experiencia pasada para encontrar un método de solución y se pregunta ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se puede convertir en un problema más simple?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares? De esta manera la persona busca los diferentes factores que pueden influir positivamente a la resolución del problema.

3. **Ejecutar el plan:** se requiere que el sujeto ponga en práctica el plan elaborado comprobando cada uno de los pasos para aplicar el plan, controlar cada paso y verificar que son correctos.

4. **Examinar la solución obtenida:** el sujeto comprueba el resultado utilizando otro método o viendo cómo todo encaja, y se pregunta: ¿puedo utilizar este resultado o este método para resolver otros problemas?

Para Puig & Cerdán (1988) es considerado como:

> El modelo de resolución de problemas enfocado en la idea del resolutor ideal, esto es, la persona que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta hallar la solución, sabiendo en todo momento qué hace y por qué lo hace y para acabar, examina la solución, comprueba que es adecuada y ve hacia donde la conduce.

Este modelo cumple con dos aspectos fundamentales dentro del proceso de formación de los estudiantes en cuanto a lo cognitivo y reflexivo. Sin embargo, Schoenfeld (1985) considera que: "las estrategias planteadas por Polya son insuficientes para la resolución de problemas. A su vez, sostiene que el proceso es más complejo e involucra más elementos de carácter emocional, afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros". Por estos motivos, este autor plantea cuatro pasos para el proceso de resolución de problemas, los cuales son:

1. Analizar y comprender un problema
2. Diseñar y planificar una solución
3. Explorar e implementar soluciones
4. Verificar la solución

De esta manera Schoenfeld, pone en cuestionamiento que el proceso de resolver problemas también tiene relación con los diversos comportamientos que el resolutor tiene, en este caso el estudiante para llevar a cabo la resolución de situaciones problema. Por otra parte, Schoenfeld (1985) establece cuatro aspectos que intervienen:

- **Los recursos cognitivos:** entendidos como los conocimientos previos

- **La dimensión heurística:** entendida como las estrategias o reglas para progresar en situaciones dificultosas.
- **El control:** está relacionado con las estrategias meta-cognitivas, lo cual permite el uso eficiente de los recursos disponibles.
- **El sistema de creencias:** conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen acerca de la Matemática y su enseñanza.

En este sentido, estos componentes permiten que los estudiantes tengan éxito en la resolución de problemas. No obstante, el no emplear de manera correcta estos aspectos en especial el uso de estrategias para superar las dificultades, da muestra de que el estudiante no tiene un manejo o control en el proceso de resolución de problemas. Por estas razones, es necesario que tengan un buen dominio en cuanto a cada uno de los pasos, ámbitos y componentes que se requieren para obtener un buen resultado y del mismo modo reconocer la importancia que tiene la matemática y los aportes de tipo subjetivo para este procedimiento.

2.2.3 Competencia matemática formular y resolver problemas desde PISA.

Desde la década de los 60 se aprecia una preocupación creciente por incorporar la Resolución de Problemas en el currículo de las Matemáticas escolares y un esfuerzo por sustentar las innovaciones curriculares provenientes de los trabajos de investigación educativa. En atención a ello, se considera que la Formulación y Resolución de Problemas en el aula de matemáticas ha sido uno de los tópicos que ha destacado en la Educación Matemática.

Este interés a su vez, se vincula cada vez más con la noción de Competencia. En efecto, puede mencionarse que la Formulación y Resolución de Problemas ha sido abordada a través de proyectos internacionales sobre propuestas curriculares y evaluación en el aprendizaje de las Matemáticas.

Por ejemplo PISA en sus diferentes marcos teóricos ha establecido conceptualmente ésta Competencia. Así en PISA (2012) se señala que la Competencia en Resolución de Problemas se entiende como la capacidad de un individuo para participar en el procesamiento cognitivo para comprender y resolver situaciones problemáticas en las que un método de solución no es inmediatamente obvio. Incluye la voluntad de comprometerse con este tipo de situaciones con el fin de desarrollar su potencial como ciudadano constructivo y reflexivo.

Una aspecto fundamental que comporta esta noción es la aptitud para formular y resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos, en donde las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, forman parte activa de la misma. En otras palabras, se centra en las habilidades cognitivas necesarias para resolver problemas desconocidos que son encontrados en la vida y que se encuentran fuera de los dominios curriculares tradicionales.

También se especifica en PISA (2015) como la capacidad que implica un conjunto de procesos de control fundamentales que guían a la persona para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente. Se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia cuyo fin es utilizar las Matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación. Esta capacidad puede ser requerida en cualquier etapa del proceso de resolución de problemas.

2.3 Modelo de Competencias Matemáticas

Solar (2009), plantea un modelo de competencias matemáticas, el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes a saber: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la competencia matemática.

2.3.1 Procesos matemáticos.

Uno de los componentes del modelo de competencias matemáticas desarrollado por Solar (2009), se sustenta en los procesos matemáticos que están presentes de forma transversal a los contenidos matemáticos. Por tanto, los procesos matemáticos son un aspecto fundamental dentro del desarrollo de competencia en la educación matemática.

Así, "cada competencia matemática se compone de procesos matemáticos" (Solar, 2009, p. 56). Estos procesos son consustanciales con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y han estado siempre en los currículos de matemáticas.

Dichos procesos tienen dos características que los diferencian de los contenidos matemáticos (Solar, 2009):

- Son transversales a los objetos matemáticos: procesos tales como la modelización y la argumentación matemática se desarrollan en diferentes áreas de la matemática, tales como geometría, álgebra, estadística, etcétera.
- Se desarrollan a largo plazo en el currículo escolar de manera cíclica en cada nivel educativo.

2.3.2 Tareas matemáticas.

Del mismo modo, Solar (2009) precisa otro componente del modelo de competencias matemáticas: las tareas. De este modo, asume por tarea matemática las nociones matemáticas que se tratan en una actividad. Es decir las tareas matemáticas son los propósitos matemáticos que se encuentran en una situación a resolver, problema, o actividad matemática. Una colección de tareas matemáticas puede caracterizar un tópico matemático, o visto inversamente, un tópico matemático se puede caracterizar como un conjunto de tareas matemáticas. Es decir "las tareas tienen tanto un carácter específico relativo a un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto" (Solar, 2009, p. 15).

Las tareas matemáticas permiten ser articuladas con los procesos matemáticos para el desarrollo de una competencia matemática específica en el aula. Esto se materializa, por ejemplo, en la planificación de una clase donde las expectativas de aprendizaje a corto plazo están en términos de tareas matemáticas y las expectativas de aprendizaje a largo plazo, en términos de procesos matemáticos de una competencia.

Dentro de este modelo, se plantea que los contenidos matemáticos se estructuren en términos de tareas matemáticas. En este sentido una actividad matemática se puede definir como un conjunto de tareas matemáticas con una finalidad común. Las tareas cambian y progresan, su alcance es a corto plazo y se van haciendo más complejas a lo largo del período escolar.

Desde esta perspectiva, la actividad matemática de aprendizaje se articula a las tareas que el profesor diseña y propone a los estudiantes. De tal forma que la actividad matemática de aprendizaje se adscribe al estudiante, es decir, el estudiante desarrolla actividad matemática resolviendo tareas que el profesor diseña y propone (Solar, 2009).

2.3.3 Niveles de complejidad.

Por último, al intentar engranar el modelo de manera sistémica, fue necesario un tercer componente que permitiera caracterizar el avance en el desarrollo de las competencias, articuladas a su vez con los contenidos. A medida que transcurre y avanza la actividad matemática escolar, el desarrollo de las competencias matemáticas debería progresar en los estudiantes y, al estudiar dicho avance, se consideró como premisa que: por medio del tipo de actividades matemáticas que se plantean a un sujeto se puede caracterizar el desarrollo de una determinada competencia.

El avance de las competencias matemáticas se determinó en términos del Nivel de Complejidad Cognitiva de la actividad, término que se adaptó de los grupos de competencia de PISA (OCDE, 2006) basados en los trabajos desarrollados por De Lange.

Según Rojas & Solar, (2011, citado en Solar, García, Rojas & Coronado, 2014) en PISA se define cada nivel de complejidad (reproducción, conexión, reflexión) sin que se presenten criterios comunes que permitan identificar de qué elementos depende la complejidad. En cambio, en el Modelo de Competencia Matemática, los niveles de complejidad de una actividad sí se determinan con elementos comunes, ya que dichos niveles están en función de las tareas matemáticas y sus condiciones de realización (variables didácticas), y de los procesos específicos que conforman una competencia matemática.

2.3.4 Interpretación del modelo.

Los tres componentes del modelo de competencias propuesto por Solar (2009) anteriormente mencionado se relacionan estructuralmente. Esta propuesta al relacionar tareas matemáticas y procesos matemáticos puede establecer el nivel de complejidad de la actividad matemática puesta en juego. Dicha propuesta se articula de modo que las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas, requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que “es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo” (p.187), por tanto dentro de este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes.

Se puede decir, que los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes.

2.4 Situaciones Problema como Contexto de Participación Colectiva

Actualmente, la educación debe continuar rompiendo el esquema tradicionalista que se ha impartido por varios años basándose en la transmisión de conocimientos, cuyo fin ha sido que los estudiantes memoricen procedimientos, conceptos, saberes sin tener un sentido crítico de su uso en el contexto real y su importancia dentro del mismo. Puesto que, uno de los motivos de mayor importancia para que surja un cambio es que ahora nos encontramos con escenarios regidos por fenómenos presentados por la globalización en la que el mundo está expuesto día a día.

Con relación a lo anterior, la educación matemática cumple un papel fundamental para este cambio, pues su enseñanza ya no se basa en abordar procedimientos y memorizarlos, puesto que, ahora es vista desde otra perspectiva. Su proceso de enseñanza y aprendizaje se basa en situaciones problema, las cuales permiten tener un contacto directo con los diversos fenómenos que se generan en el mundo real en los diferentes contextos, ya sean de tipo sociocultural, económico, personal, profesional, entre otros, lo que conlleva a la construcción de nuevos conocimientos. De acuerdo con Obando & Muñera (2003) quienes afirman que:

> Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación y la hetero – evaluación (p.185).

Para esta investigación, las consideraciones descritas anteriormente representan un aspecto primordial en la consolidación de una formación ciudadana desde la Educación Matemática Crítica. Por ello, se asume que los contextos pueden estar asociados con la idea de que un aprendizaje significativo de contenidos matemáticos es importante en sí, si contribuyen a mejorar el desempeño en las actividades productivas y políticas de la sociedad en los estudiantes. Sin embargo, nos adherimos a la posición que establece que cuando consideramos una situación y las conexiones entre ella, aprendizaje y práctica social con respecto a las matemáticas escolares, normalmente los límites del contexto se restringen a los espacios y tiempos donde las situaciones de enseñanza y aprendizaje dentro de comunidades de estudiantes se llevan a cabo. De esta manera, será necesario reflexionar sobre los límites de los usos de los contextos situacionales llevados al aula, con el fin de poder engranar por ejemplo las acciones individuales y las interacciones sociales dentro de espacios como la familia, la escuela, el trabajo, el aula, con estructuras sociales, políticas, económicas y culturales, a nivel local, regional y global, construidas y desarrolladas a través de la historia.

Desde lo anterior y para nuestros intereses, en el enfoque por Competencias el contexto juega un rol determinante en el desarrollo de Competencias Matemáticas por parte del estudiante. Este rol, permite hacer énfasis en el carácter funcional del conocimiento matemático y en la posibilidad de aplicarlo de forma variada, reflexiva y perspicaz a una multiplicidad de situaciones de los más diversos tipos. En este sentido, desarrollar actividades en contexto permite a los estudiantes atribuir significado a las nociones matemáticas en juego (Solar, 2009).

En el marco teórico de PISA (2012) se define el contexto como uno de los aspectos importantes de la Competencia Matemática, y se presenta en términos de que los problemas o situaciones se deben plantear dentro de un contexto determinado. Al respecto manifiesta lo siguiente;

> El contexto es aquel aspecto del mundo del individuo en el cual se encuentran situados los problemas. La elección de las estrategias y representaciones Matemáticas adecuadas depende normalmente del contexto en el que se presenta el problema. La capacidad para trabajar dentro de un contexto se valora enormemente para asignar exigencias adicionales a quien resuelve el problema (OCDE, 2013, p. 23).

En el estudio PISA se han definido cuatro categorías de contexto que se emplean: personal, profesional, social y científico.

Personal: los problemas clasificados en la categoría de contexto personal se centran en actividades del propio individuo, su familia y su grupo de iguales. Los tipos de contexto que pueden considerase personales incluyen (pero no se limitan a) aquellos que implican la preparación de los alimentos, las compras, los juegos, la salud personal, el transporte personal, los deportes, los viajes, la planificación personal y las propias finanzas.

Profesional: los problemas clasificados en esta categoría se centran en el mundo laboral. Las preguntas clasificadas en este contexto pueden incluir, por ejemplo, aspectos como la medición, el cálculo de costes, el pedido de materiales para la construcción, la nómina/contabilidad, el control de calidad, la planificación, el inventario, el diseño, la arquitectura y la toma de decisiones relacionadas con el trabajo.

Social: los problemas clasificados en este contexto se centran en la propia comunidad ya sea local, nacional o mundial. Pueden incluir, aunque sin limitarse solamente a estos, aspectos como los sistemas electorales, el transporte público, gobierno, políticas públicas, demografía, publicidad, las estadísticas nacionales y la economía. Aunque las personas están involucradas en estos aspectos a título personal, en la categoría de contexto social los problemas ponen énfasis en la perspectiva comunitaria.

Científico: los problemas de contexto científico hacen referencia a la aplicación de las Matemáticas al mundo natural y a cuestiones y temas relacionados con la ciencia y la tecnología. Determinados contextos podrían incluir (aunque sin limitarse a estos) áreas como la meteorología o el clima, la ecología, la medicina, las ciencias espaciales, la genética, las mediciones y el propio mundo de las Matemáticas.

Para PISA es importante la utilización de una amplia variedad de contextos, que ofrece la posibilidad de conectar con una gama más amplia posible de intereses personales y el abanico de situaciones en las que los estudiantes desplieguen sus actuaciones en el desarrollo de Competencias Matemáticas.

Bajo estas consideraciones, se asumen las anteriores categorías en el desarrollo de Competencias Matemáticas del estudiante pues permite poner en acción diferentes recursos de tipo cognitivo y metacognitivos para la participación en la solución de situaciones de su comunidad.

Dicho lo anterior, se puede reconocer una situación problema como un espacio pedagógico en el que tanto el estudiante como el profesor de forma conjunta, tienen la oportunidad de abordar realidades empleando el conocimiento matemático para formular y resolver problemas. Por ende, es necesario tener en cuenta el debido proceso que se requiere para generar una situación problema. Para ello, Mesa (1998, citado por Bedoya, Álvarez, Mesa, Saldarriaga & Rúa, 2007, p.17) propone que el docente debe tener en cuenta los siguientes elementos:

1. **Definición de una red conceptual:** está en relación con tener a disposición un referente de algún saber que se ajuste a las condiciones sociales e individuales de los estudiantes.

2. **Escoger un motivo:** es una situación del contexto que sea capaz de facilitar actividades y el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas.

3. **Fija varios estados de complejidad:** este estado de complejidad va encaminado a regular las actividades y el grado de dificultad de las preguntas que el estudiante debe enfrentar.

4. **Proponer una estrategia:** en este componente son importantes la didáctica y los momentos de enseñanza y aprendizaje para que afloren las propuestas creativas.

5. **Ejercitación:** se debe escoger ejercicios adecuados, es decir, prototipos que deben comprender los estudiantes.

6. **Ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados:** una situación problema que se diga interesante tiene que ofrecer esta opción a los estudiantes.

7. **Implementar una estrategia de evaluación de las competencias:** esta es tal vez la actividad más difícil de implementar; la evaluación de competencias a través de logros de las mismas, requiere la implementación de una forma de evaluar muy seria y cuidadosa.

Todos estos componentes descritos por Mesa (1998), dan una estructura a la situación problema, lo que permite el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, con el propósito de que tengan un aprendizaje autónomo, siendo ellos capaces de poner en tela de juicio cada paso que compone el procedimiento de una situación problema para lograr así, resultados exitosos. Para ello, el docente cumple un papel fundamental en cuanto a la planeación y el proceso de seguimiento a sus estudiantes en el cual, debe ser un guía en su formación para la construcción del conocimiento social matemático.

Con base a todo lo expuesto anteriormente, esta investigación tendrá en consideración como eje fundamental esta definición en relación a situaciones problema y los diversos componentes y campos que forman parte de la misma, para estructurar las situaciones junto con tareas matemáticas que se requieren llevar a cabo con los estudiantes, permitiendo formar un espacio de aprendizaje reflexivo, critico, conjunto y acorde a los fenómenos del mundo real.

2.5 Análisis Didáctico de la Función Cuadrática

La realidad en la que estamos inmersos continuamente nos ha permitido cuestionarnos en aspectos sociales, culturales, políticos, económicos, científicos y tecnológicos, los cuales cumplen un papel fundamental dentro de la educación. No obstante, a medida del tiempo han sido considerados como ámbitos de gran importancia a tener en cuenta dentro de las practicas pedagógicas, puesto que nos encontramos en una era que se caracteriza por un acelerado ritmo de desarrollo para poder adquirir conocimientos, especialmente en las ciencias exactas como lo es la matemática, manejar e interpretar un concepto matemático ocasiona un fuerte rechazo más pronunciado por parte del estudiante hacia la misma. Hecho que involucra al docente buscar estrategias y metodologías que estén acordes a los sucesos que los estudiantes viven en su día a día.

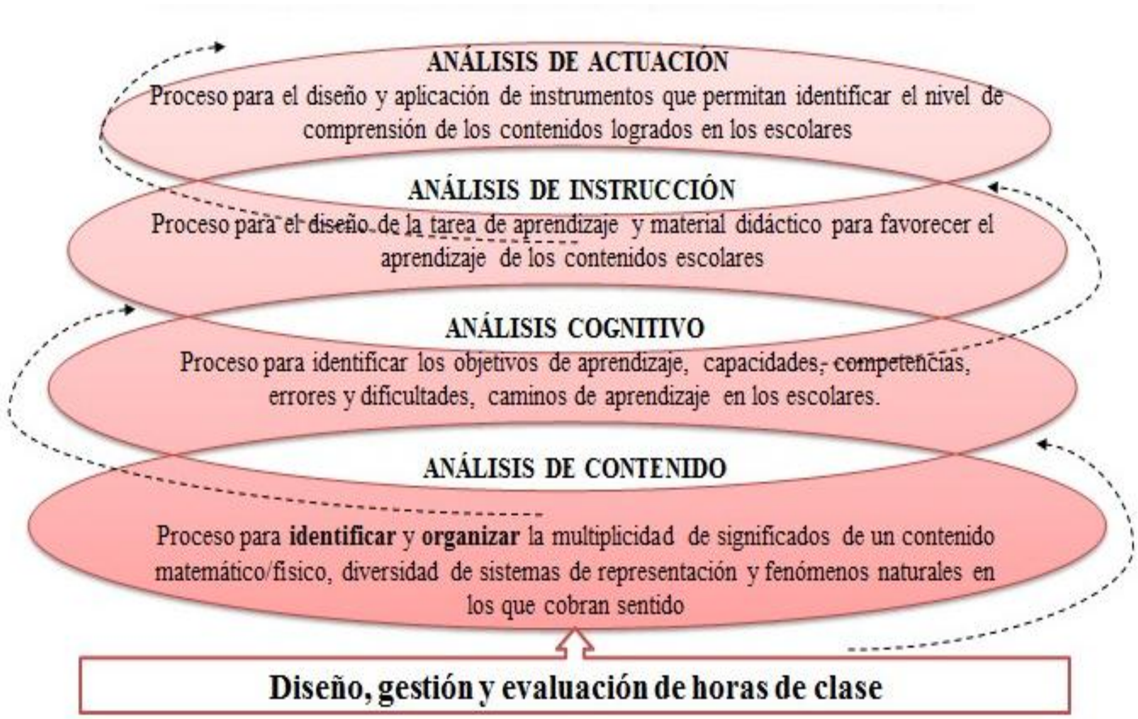
De acuerdo a lo expuesto anteriormente, una problemática es la manera en que los docentes realizan sus planeaciones de clase; puesto que siguen una línea tradicionalista para la elaboración de las mismas, donde solo tienen en cuenta la experiencia, los textos guías y el PEI. Esto ha ocasionado que dejen de lado, que el proceso de enseñanza dentro del aula sea reflexivo, teniendo en consideración las necesidades de los estudiantes y los diferentes espacios que se puedan propiciar dentro de la práctica docente. Estos elementos son considerados por el análisis didáctico.

Análisis didáctico se refiere a una parte del currículo que permite la identificación, organización y selección de significados de varios conceptos matemáticos con el fin de llevar un proceso acorde a las unidades didácticas (Gómez, 2002). A su vez, este tiene como objetivo principal abordar la problemática de la planificación curricular y como los docentes deben actuar frente a su proceso de enseñanza en el aula. De igual manera como las estrategias empleadas por los docentes basadas en el Análisis Didáctico y fundamentadas en la didáctica de la matemática, les permite la creación de situaciones contextualizadas referente a un objeto matemático concreto, dando sentido al proceso de planeación local, el cual se enfoca en una unidad didáctica o en una hora de clase.

Según Gómez (2002), el maestro debe estar dispuesto a resolver dos problemas; ser capaz de identificar y organizar los múltiples significados de un concepto y escoger los que permitirán llevar a cabo la clase. Puesto que él requiere entablar principios, procedimientos y herramientas que fundamentados en la didáctica de la matemática más la reflexión de su trabajo diario le permita diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades que serán parte de su planeación de clase.

Por otra parte, el análisis didáctico permite al maestro mostrar conjeturas acerca de los comportamientos o cuestionamientos que los estudiantes pueden presentar en el momento de la clase. Por tal motivo, el docente planea de acuerdo a estas conjeturas y el contenido ya seleccionado con el fin de que tengan una relación sistemática. Para ello, el análisis didáctico está integrado por cuatro análisis que son: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. Cada uno cumple un papel particular de complejidad con relación a cada espacio que se genera dentro del aula de clase permitiendo tanto al docente como a los estudiantes involucrarse en cada momento del proceso de formación y aprendizaje. Sin embargo conciernen una integración entre sí lo cual permite que el proceso del Análisis Didáctico sea completo hasta partir un nuevo ciclo. Así como lo evidencia la siguiente imagen:

Imagen 1. *Estructura general del análisis didáctico*



Fuente: Adaptado de E., Hurtado & M., Ochoa (2017). *El análisis didáctico: Una posibilidad de integración curricular.* Universidad de la Amazonia.

El Análisis de Contenido es un análisis de las matemáticas escolares. Su propósito es la descripción de la estructura matemática desde la perspectiva de su enseñanza y aprendizaje en el aula. Está compuesto por tres significados:

- La estructura conceptual: entendida como el procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del conocimiento matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje (Gómez, 2002).

- Los sistemas de representación: conjunto de reglas en el cual se hace tangible un objeto matemático a través de una variedad de sistemas de representaciones semióticas. En este sentido, se hace necesario apropiarse de posibilidades para transformar una representación semiótica de un objeto matemático en otra del mismo objeto, ya sea en el interior del propio sistema o entre diferentes sistemas (Duval, 1999).

- El análisis fenomenológico: como aquella relación que permite dar sentido a la Matemática con la experiencia, donde se involucran fenómenos naturales, sociales y matemáticos que pueden ser modelados (Gómez, 2002).

El Análisis Cognitivo centra la atención en otro aspecto de la planificación como lo es el aprendizaje de los estudiantes. En términos de Gómez (2002) el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenta a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje. Es decir, el análisis cognitivo es un análisis a priori. Con él, el profesor pretende prever las actuaciones de los escolares en la fase posterior del ciclo en la que se ponen en juego las actividades de enseñanza y aprendizaje que él ha diseñado. Estas hipótesis deben estar sustentadas por una descripción de aquellos aspectos cognitivos que se relacionan directamente con la estructura matemática sobre la cual se trabaja en dichas actividades.

En el Análisis de Instrucción el profesor diseña y organiza actividades que se centra en la selección y justificación de las tareas que conformarán esas actividades a partir de un universo de tareas que son compatibles con el análisis de contenido y el análisis cognitivo y lo complementa con dos consideraciones adicionales: la resolución de problemas, los materiales y recursos disponibles. Por lo tanto, el resultado del análisis de instrucción debe ser la identificación y descripción de las tareas que es posible utilizar en el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje (Gómez, 2002).

Por último, se considera el Análisis de Actuación el cual es un análisis a posteriori a la gestión del docente en el aula de clase. En términos de Gómez (2002), el profesor recoge la información para el análisis de actuación durante la puesta en práctica de las actividades y basándose en las actuaciones de los escolares.

Partiendo de lo anterior, es importante resaltar que dentro de este trabajo de investigación se llevarán a cabo el análisis de contenido puesto que el enfoque de la misma se basa en diseñar situaciones problema dadas en los diferentes contextos (personal, social, científico y profesional) con sus respectivas tareas matemáticas, con el fin de fortalecer y construir saberes significativos en los estudiantes. Para ello, se toma como objeto matemático la "Función cuadrática" ya que este juega un papel fundamental dentro de la enseñanza de la matemática en cada uno de sus diversos niveles de educación. Por otra parte, en cuanto al análisis cognitivo, de instrucción y actuación no serán desarrollados debido al objetivo ya estructurado, a la complejidad y la atención rigurosa que requieren el análisis de contenido, por consiguiente, esta investigación se basará solo en el análisis mencionado anteriormente.

2.5.1 Análisis de contenido.

2.5.1.1 Estructura conceptual.

El concepto de función cuadrática se basa en el concepto de función, el cual ha sido considerado "como uno de los conceptos más importantes de las matemáticas, en parte porque a nivel histórico se ha consolidado como un modelo de procesos de variación" (Posada & Villa, 2006, p.60). Por tanto, Hitt (2002, citado por Huapaya, 2012) define que: "una función es una variable relacionada con otra variable tal que a cada valor de la última le corresponde únicamente un valor de la primera" (p.32).

En este sentido, el concepto de función se establece como una correspondencia entre elementos de un conjunto inicial con otro conjunto, de tal manera que a cada elemento del conjunto de partida se le asocia un único elemento del conjunto de llegada. Lo cual proporciona reconocer diversos fenómenos de variación en su estructura, dando paso a la concepción formal de conceptos relacionados a su propia naturaleza y así establecer conexión directa con el objeto matemático Función Cuadrática.

Por otro lado, el concepto de cuadrado junto con el concepto de ecuaciones consolida la definición funcional del objeto matemático expuesto. Debido a que como lo afirma Mesa (2008):

> El concepto de cuadrado como el producto de la media proporcional entre dos razones y el concepto de ecuación como uno de los más importantes del análisis matemático actual, que ha estado presente a través de la historia en diversas culturas, en la medida en que dos expresiones algebraicas se conectan con una expresión de igualdad donde el interés radica en encontrar el ó los valores particulares que la hace válida (p.20).

Es decir, la relación que se establece entre los conceptos de cuadrado, de ecuación y de función, estructuran el concepto de Función Cuadrática. Desde esta perspectiva, Villa (2008) interpreta la función cuadrática como "la relación entre dos cantidades de magnitud cuya razón de cambio varia linealmente" (p. 248). Por tanto, este objeto matemático implica identificar que la variación de la razón de cambio sea constante y a su vez que las dos magnitudes puestas en juego varíen linealmente.

Teniendo en cuenta la importancia que tiene este objeto matemático dentro del pensamiento variacional, Olmos & Sarmiento (2013, citado por Villa, 2008) consideran ocho elementos que reflejan los cambios que se presentan tanto en la razón como en la variación y establecen ciertos parámetros para identificar, construir y comprender el concepto de función cuadrática:

- La descripción cualitativa del cambio a partir de la identificación de características de su gráfica.

- La identificación del cambio de la razón de cambio como una constante.

- La identificación del producto de dos cantidades que varía linealmente.

- La construcción de una función $g(x)$ de la cual se conoce que su razón de cambio varía linealmente.

- La construcción de una función lineal a partir de una función constante y a partir de ella una función cuadrática de la cual puede provenir.

- Asumir una función cuadrática y a partir de ella encontrar la función lineal que representa su cambio y a su vez la función constante que hace referencia al cambio de segundo orden.

- La asociación de la forma como varia el cambio con las concavidades de la gráfica de la función.

- La generalización de un patrón cuadrático a partir de la interpolación de un conjunto de datos en una tabla.

2.5.1.2 Sistemas de representación.

Según Gómez (2002), "un sistema de representación es un sistema de reglas para identificar o crear caracteres, operar sobre y con ellos y determinar relaciones entre ellos" (p.266). Por tal razón, en cuanto a los sistemas de representación de la Función Cuadrática, se pueden considerar solo cuatro sistemas (Algebraico, Numérico, Gráfico y Verbal), los cuales se relacionan entre sí, sin perder las diversas características individuales que las componen. En esta perspectiva, Gómez (2002) afirma que:

> Es posible imaginar los sistemas de representación como planos paralelos conectados. En un plano dado, uno puede crear signos o expresiones o transformar sintácticamente expresiones. Y uno puede pasar de un plano a otro por medio de traducciones entre sistemas de representación. Detrás de estas operaciones hay dos elementos que las regulan: los conceptos matemáticos representados y las normas de los sistemas de representación (p.267).

A partir de este enfoque y como se afirmó anteriormente, se identifica en la función cuadrática cuatro sistemas de representación que permiten una conexión entre sí y que configuran su estructura conceptual. Por tanto, a continuación se resaltan aspectos principales de cada uno de estos sistemas con el fin de presentar características particulares de este objeto matemático:

❖ Representación Algebraica

Este sistema, “se puede considerar un sistema de representación específico porque tiene sus propios signos (números, letras y símbolos de las operaciones aritméticas), se puede operar con ellos y existe una relación entre ellos” (Cañadas & Gómez, 2014, p.20). Por tanto, la representación algebraica es el lenguaje matemático que permite simplificar y generalizar el lenguaje común a una estructura matemática formada por una expresión compuesta por números y letras del alfabeto con el fin de desarrollar diversos procesos u operaciones dentro de la misma. Por consiguiente, “una función se puede representar por una expresión algebraica o fórmula, que permite calcular la imagen $f(x)$ para toda x perteneciente al dominio de la función. Por tanto, esta representación tiene pocas limitaciones y son aquellas que provienen del cálculo” (Huapaya, 2012, p.55).

Dentro de la representación algebraica, también llamada representación simbólica, se encuentran cuatro formas de simbolizarlas, las cuales son:

Forma Estándar: $f(x) = ax^2 \pm bx + c$ con $a \neq 0$
Forma Factorizada: $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$ con $a \neq 0$
Forma Canónica: $f(x) = a(x - h)^2 + k$ con $a \neq 0$

En la forma estándar se presenta la función cuadrática como un polinomio de segundo grado, donde a, b, c son constantes. Cabe resaltar, que se pueden presentar dentro de esta los siguientes casos:

- Si $a = 0$ seria de la forma $f(x) = bx + c$, por tanto no sería una función de segundo grado sino una función de primer grado, entonces $a \neq 0$
- Si $b = 0$ y $c = 0$ La forma de la función seria $f(x) = ax^2$
- Si $c = 0$ La forma de la función seria $f(x) = ax^2 + bx$
- Si $b = 0$ La forma de la función seria $f(x) = ax^2 + c$.

En la forma factorizada se presenta la función cuadrática en función de sus raíces, siendo a el coeficiente principal de la función, y, r_1 y r_2 las raíces de $f(x)$. Cabe resaltar que las raíces (o ceros) de una función cuadrática, son los valores de x, para los cuales la forma estándar es igual a cero. En este sentido, se tiene en cuenta el discriminante (Δ) de la función el cual está definido como $\Delta = b^2 - 4ac$, entonces cuando $\Delta = 0$ se da que $r_1 = r_2$, por tanto la forma Factorizada toma la forma: $f(x) = a(x - r_1)^2$, en este caso r_1 se le llama raíz doble. Por otro lado, si el discriminante es negativo, las soluciones son complejas, y no se podría realizar la factorización.

En la forma canónica se presenta la función cuadrática mediante el cuadrado de un binomio, siendo a el coeficiente principal y tomando (h, k) como un par ordenado, el cual representa la coordenada del vértice de la gráfica de la función (La parábola). Es preciso destacar, que toda función cuadrática de la forma estándar se puede expresar de la forma canónica mediante la completación de cuadrados en el polinomio. En esta perspectiva, h determina el valor de la abscisa mediante la expresión $h = -\frac{b}{2a}$ y k determina el valor de la ordenada mediante la expresión $k = f(-\frac{b}{2a})$.

- **Representación Numérica**

La representación numérica, es el sistema mediante el cual se ponen en correspondencia los valores que se le atribuyen a las variables de una función determinada, mediante una tabla que cumple ciertas características para la interpretación de los valores que se establezcan en la misma. Por ende, "una función se presenta como una tabla de valores que pone en juego la relación de correspondencia. Este registro tiene limitaciones ya que en una tabla solo puede incluirse un número finito de pares de valores" (Huapaya, 2012, p.55).

Dentro de este sistema, se utilizan tablas de valores, las cuales están compuestas por representaciones numéricas que están relacionados mediante la expresión cuadrática asignada. Es decir, dándole valores a la variable independiente se obtiene un único valor de la variable dependiente.

A su vez, esta representación cuenta con una particularidad dentro de la disposición de valores en la tabla, pues se resalta que se establecen dos columnas conformadas por las variables, x $(variable\ independiente)$ e y $(variable\ dependiente)$, y dentro de estas, los valores que se le atribuyen a las mismas se dispone de manera que el valor que se le asigne a la variable independiente este alineado con el valor que obtiene la variable dependiente mediante la función cuadrática determinada. Esto permite que se establezca unas reglas para el uso de este sistema y además que los datos estipulados en la tabla de valores sean claves para el manejo del objeto matemático dentro de los sistemas de representación.

Por tal motivo, el sistema de representación numérico sirve como enlace entre el sistema de representación simbólico y el sistema de representación gráfico por medio de procedimientos de tabulación.

A continuación se presenta un caso particular de este sistema para la función:

$$f(x) = (x+2)^2 - 1$$

Tabla 2. *Variación de la razón de cambio de la función cuadrática en el sistema de representación numérica*

x	***f(x)***	**Razón de cambio**	**Variación de la razón de cambio**
-5	8		
-4	3	-5	
-3	0	-3	2
-2	-1	-1	2
-1	0	1	2
0	3	3	2
1	8	5	2
2	15	7	2
3	24	9	2
4	35	11	2
5	48	13	2

Fuente: Elaboración Propia.

❖ Representación Gráfica

Este sistema, hace referencia a la visualización geométrica (mediante el trazo de un dibujo en el plano cartesiano) que toma el objeto matemático involucrado, en este caso, la función cuadrática. En este sentido, “el lenguaje gráfico en general constituye una forma de conocimiento y de transmisión de la información y dentro de este lenguaje, las gráficas cartesianas son un excelente instrumento para expresar la dependencia entre dos variables” (Vivas, 2010, p.177).

La representación gráfica de la función cuadrática es una parábola, definida como:

> El lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano siempre es igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta. El punto fijo se llama foco y la recta fija se llama directriz de la parábola (Lehmann, 1989, pág. 149).

Dentro de esta, se encuentran otras características particulares, tales como: el eje de simetría, los puntos de intersección con los ejes, el vértice y la concavidad del objeto matemático expuesto.

Esta representación, es de suma importancia dado que es el mecanismo para expresar la relación que hay entre las dos variables expuestas dentro de la función cuadrática. Como lo afirma Vivas (2010):

> El conocimiento de este lenguaje, es decir, la capacidad para leer, interpretar y construir gráficas cartesianas, permite establecer la relación existente entre las dos magnitudes representadas, pero al mismo tiempo su conocimiento es un instrumento a través del cual pueden construirse nuevos conceptos como la idea de variación de una función (intervalos de crecimiento, decrecimiento y constantes, etc.) (p.177).

De acuerdo con lo anterior, se resalta características propias de cada uno de los elementos de la parábola, con el fin de abarcar de manera específica los comportamientos que se le atribuye a la representación gráfica según la naturaleza de su expresión:

- ✓ El vértice de una parábola es el punto más alto o más bajo de la gráfica de la función, por tanto sus coordenadas se representan como $V(h, k)$ y se determinan mediante la expresión: $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = f(-\frac{b}{2a})$.
- ✓ La recta paralela al eje y, que pasa por el vértice de la parábola, se denomina **eje de simetría** y se determina por una recta vertical $x = -\frac{b}{2a}$.

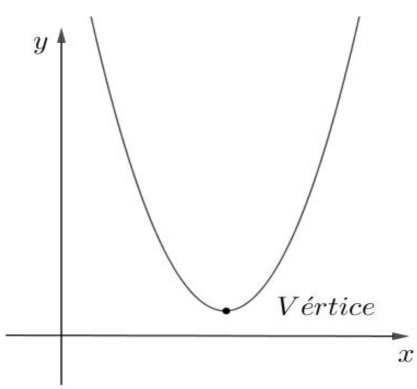
Teniendo en cuenta la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$

si se cumple que $a > 0$ la parábola abre hacia arriba

si se cumple que $a < 0$ la parábola abre hacia abajo

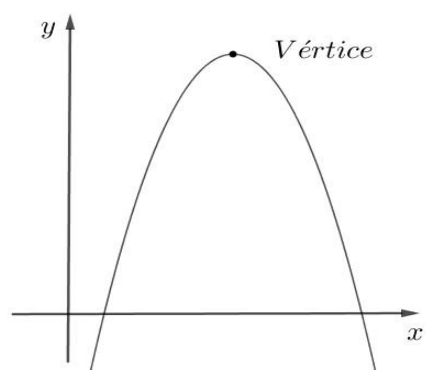
De igual manera el valor de a determina si la parábola es más abierta o cerrada, dado que entre más cerca está a al cero la parábola es más abierta

Imagen 2. *Función de la forma* $f(x) = ax^2 + bx + c$



Fuente: Elaboración Propia.

Imagen 3*. Función de la forma* $f(x) = -ax^2 + bx + c$



Fuente: Elaboración Propia.

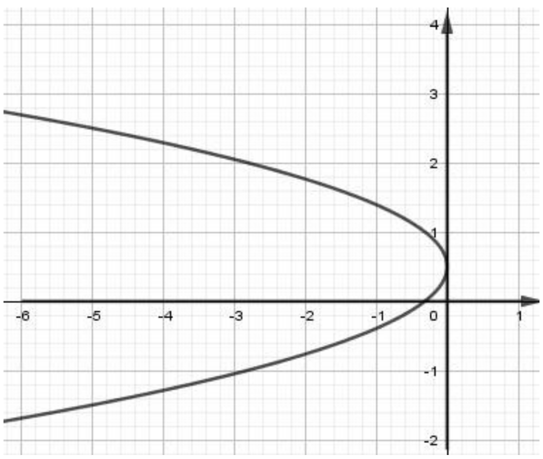
Para determinar el **dominio** de una función cuadrática es el conjunto de los números reales

Para determinar el **rango** es el intervalo $[k, +\infty)$ si la parábola abre hacia arriba

Para determinar el **rango** es el intervalo $(-\infty, k]$ si la parábola abre hacia abajo

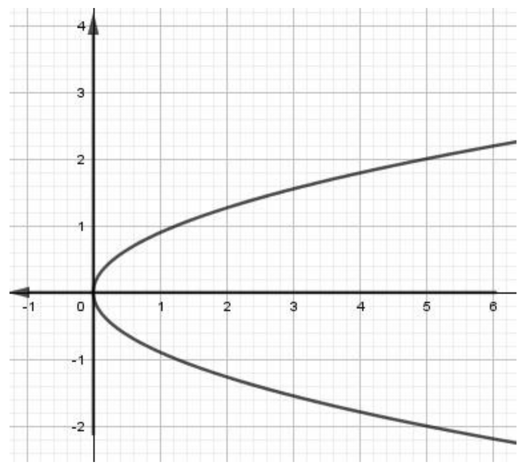
De la misma manera, se presenta el caso horizontal de la parábola, cuando su apertura es sobre el eje y:

Imagen 4. *Representación gráfica de* $(y-0.5)^2 = 4(-0.2)(x-0)$



Fuente: *Elaboración Propia.*

***Imagen** 5.Representación gráfica de* $y^2 = 0.8x$



Fuente: *Elaboración Propia.*

Cabe resaltar que este caso no representa una función, dado que, a cada valor que se le asigne a la variable independiente ($x \neq 0$) se obtiene dos valores de la variable dependiente. Por tanto, rompe con la definición de función pues se le asociarían dos imágenes a cada elemento que pertenezca al dominio.

❖ Representación Verbal

La representación verbal se refiere a la forma de interpretar y argumentar los procedimientos de cada una de las características que componen el objeto matemático. Según Villarraga (2012):

> Utiliza un lenguaje coloquial para hacer una descripción generalmente cualitativa de la relación funcional a la cual se hace referencia. Este sistema de representación permite introducir el análisis

fenomenológico de la función, es decir la diversidad de situaciones en las que este concepto está involucrado (p.13).

En esta perspectiva, la representación verbal es la manera en que por medio del lenguaje común se analiza el comportamiento de las variables que estén en juego en una función cuadrática establecida.

A manera de ejemplo, se presenta un caso particular de esta representación para la función:

$$f(x) = (x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 3$$

Las características que tiene esta función cuadrática se establece entorno a sus elementos, por tanto se identifica los coeficientes: $a = 1, b = 4\ y\ c = 3$. Luego:

- Como $a > 0$ la parábola abre hacia arriba
- Como los signos de $a\ y\ b$ son el mismo, la parábola se desplaza hacia la izquierda del plano cartesiano
- Como $c = 3$ la parábola interseca al eje y en el punto $(0,3)$

Del mismo modo, se determina el vértice y el eje de simetría con el fin de visualizar y posterior a ello realizar la representación gráfica de dicha función:

- Determinando el vértice: $h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(4)}{2(1)} = -\frac{(4)}{2} = -2$ y
  $k = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$ Luego el vértice es $V(-2,-1)$, el cual representa el punto central y en este caso es la pareja ordenada que simboliza el punto más bajo de la función.

- Se identifica el eje de simetría $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(2)} = -\frac{(-2)}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = -2$, la cual representa la recta que pasa por el vértice y divide la parábola en dos partes iguales.

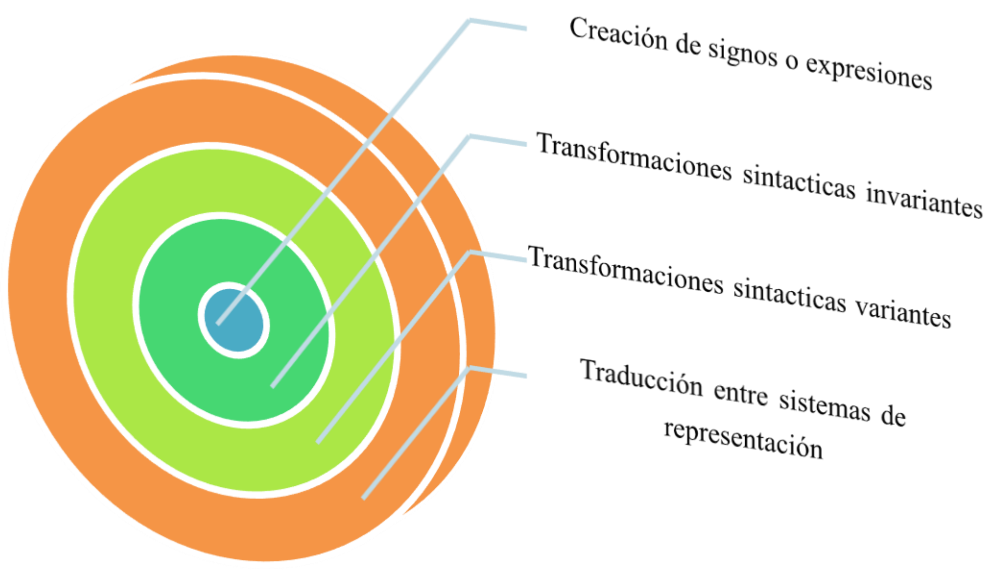
❖ **Relaciones Respecto a los Sistemas de Representación**

Los sistemas de representación permiten detallar particularidades fundamentales del objeto matemático, dando lugar a estructurar el concepto del mismo, logrando un acercamiento e interpretación profunda de las características que esbozan, en este caso, la función cuadrática. Por consiguiente, Gómez (2002) afirma que:

> La noción de sistema de representación permite describir las actividades matemáticas que tienen lugar en el discurso matemático del aula. Esta descripción se basa en cuatro operaciones que se pueden realizar con respecto a los sistemas de representación y que es posible representar en la estructura conceptual (p.266).

Con base a lo anterior, se establece la siguiente estructura en la cual se pone en conocimiento las operaciones inferidas por Gómez con respecto a los sistemas de representación:

Imagen 6. *Estructura de las operaciones con respecto a los sistemas de representación*



Fuente: Elaboración Propia.

Estas cuatro operaciones establecen las relaciones que se dan dentro de los sistemas de representación, debido a que cada una de ellas genera una actividad dentro de los procesos que se realizan en cada uno de los sistemas. Dado que, la creación de signos o expresiones hace referencia a una particularidad dentro de una representación, es decir, “Esta operación está regida por las normas que regulan el sistema de representación y es importante en las matemáticas escolares porque es la que produce expresiones válidas e inválidas” (Gómez, 2002, p.266); las transformaciones sintácticas variantes e invariantes, son las que se centran en las conexiones que se pueden dar dentro de un mismo sistema y la traducción entre sistemas de representación se refiere a las correspondencia que se dan entre los sistemas de representación que se estipulan para un objeto matemático.

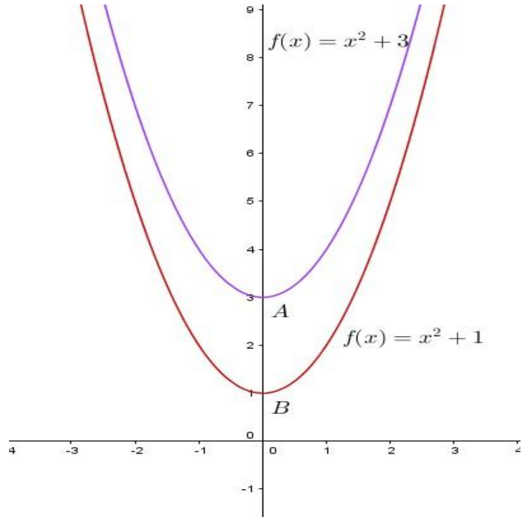
Por consiguiente se da explicación del esquema presentado mediante un ejemplo para cada una de las cuatro operaciones relacionadas:

- Creación de signos o expresiones:
  Dada la función $f(x) = x^2 + 3$ representa una expresión valida y si se genera un cambio dentro de su estructura que no esté acorde a las normas que rigen la misma se presenta una expresión inválida por ejemplo $(x)f = x^2 + 3$ (Expresión inválida)

- Transformaciones sintácticas invariantes:
  Dada la función $f(x) = (x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$ se puede establecer dos transformaciones que no cambian el objeto matemático.

- Transformaciones sintácticas variantes:
  Dada la función $f(x) = x^2 + 3$ se representa gráficamente en la parábola A y si luego se traslada dos espacios hacia abajo sobre el eje y, convirtiéndose gráficamente en la parábola B, se generaría la función $f(x) = x^2 + 1$. Es decir, el objeto matemático cambia.

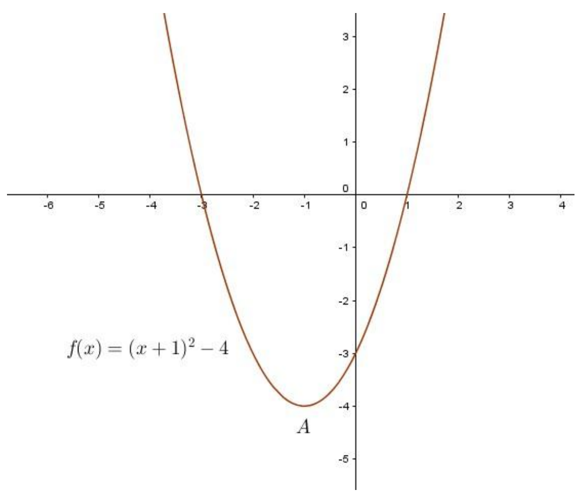
Imagen 7. *Representación gráfica de la función* $f(x) = x^2 + 3$ *y la función* $f(x) = x^2 + 1$



Fuente: Elaboración Propia.

- Traducción entre sistemas de representación:
  Dada la función $f(x) = (x + 1)^2 - 4$ (Representación algebraica) se puede representar gráficamente en la parábola A. es posible pasar de un sistema de representación a otro, en este caso de la representación algebraica a la representación gráfica.

Imagen 8. . *Representación gráfica de la función* $f(x) = (x + 1)^2 - 4$



Fuente: Elaboración Propia.

2.5.1.3 Fenomenología.

Dentro del marco educativo establecido por el Ministerio de Educación en Colombia, se encuentran los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencia; en los cuales se plantean el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes mediante la enseñanza de la misma. Por consiguiente, es fundamental que la enseñanza de cada estructura matemática sea de manera integral, estableciendo una relación entre el saber y el saber hacer. En este sentido, Rico & Lupiañez (2008, citado por Olmos & Sarmiento, 2013, p.41). Afirman que: "el conocimiento como base cognitiva de las competencias es el fundamento para la acción, sin desconocer otros elementos como el deseo y la voluntad de hacer uso de ese conocimiento".

En relación con lo anterior, los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias (MEN, 1998), presentan cinco procesos generales, entre los cuales está el de modelación en las matemáticas escolares, asumido por Villa & Ochoa (2010, citado por Olmos & Sarmiento, 2013). Como:

> […] el proceso de estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y la construcción de modelos y otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una compresión del fenómeno y resolver el problema (p.25).

Para llevar acabo esto, es fundamental considerar que la modelación en la matemática escolar permite a los estudiantes resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana empleando el uso de procesos matemáticos. De igual manera, otorga el desarrollo de una postura crítica y reflexiva frente a los eventos que puedan presentarse en su día a día tanto en el campo social, personal, cultural y cognitivo. Por otra parte, este proceso permite la interacción continua entre estudiantes y maestros cuyo fin es establecer un trabajo en equipo en el cual se tenga en consideración los aportes de todos y contribuyan a la resolución de los diversos fenómenos a los que se están expuestos.

Atendiendo a la consideraciones anteriores, el análisis fenomenológico dentro del marco del Análisis Didáctico cumple un papel importante ya que permite el estudio de un objeto matemático, cuyo eje principal se centra en relacionar los diversos fenómenos que se pueden asociar a dicho objeto con los conceptos del mismo; con el fin de dar solución a los problemas que estén relacionados a los fenómenos, empleando los elementos y propiedades de dicho objeto matemático.

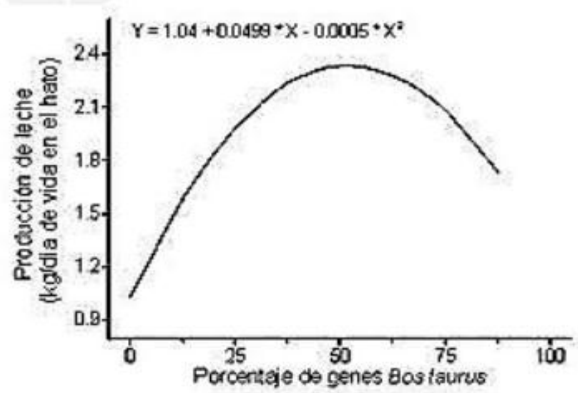
De acuerdo con lo expuesto, el objeto matemático Función cuadrática, puede ser aplicado en contextos relacionados a la física, vida diaria, estadística, optimización y manufactura, biología, ingeniería, deporte, economía y finanzas. Por lo tanto, permite establecer tareas o actividades acordes a situaciones problema que se presentan en la realidad y así como lo afirma Gómez (2002), "la función cuadrática permite modelizar multitud de fenómenos naturales, sociales y matemáticos" (p.268).

En este sentido, se da muestra de algunas aplicaciones dadas por la función cuadrática en diversos contextos, los cuales han sido mencionados anteriormente.

Tabla 3. *Aplicaciones más frecuentes de la función cuadrática*

Áreas	Situación	Modelo asociado
Economía y finanzas	Oferta y demanda Costo- ingreso Utilidad	Precio p Cantidad q $p(q) = aq^2 + bq + c; p, q \in \mathbb{Z}$ $p > 0 \land q > 0$ *X:* cantidad de artículos producidos y vendidos. $C(x)$: Función costo $I(x)$: Función ingreso $U(x)$: Función utilidad. $U(x) = I(x) - C(x)$ También : Ecuación de demanda $p(q) = aq + b$

		P: precio q:cantidad $I(q) = p.q$ I = ingreso $\quad = (aq + b).q$ $I(q) = aq^2 + bq$ Cuando la demanda es lineal, el ingreso es cuadrático.
Física	Movimiento parabólico	V_0: Velocidad inicial t: Tiempo de vuelo g: Aceleración de la gravedad α: Ángulo de tiro x: Alcance máximo $y_{\max}$: Altura máxima $t = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}$ $x = \frac{{V_0}^2 \sin 2\alpha}{g}$ $y_{\max} = \frac{{V_0}^2\, sin^2\, \alpha}{2g}$
	Movimiento vertical en caída libre	S: Altura $s(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + S_0$ S_0: Altura inicial V: Velocidad vertical de un objeto en caída libre $V(t) = -gt + V_0$ $\mathcal{V}_0$: Velocidad vertical inicial

		t: Tiempo g: Aceleración debida a la gravedad
Optimización en la fabricación y manufactura	Área máxima	Un rectángulo cuyo lados son x e y. Perímetro conocido: $p = 2x + 2y$ Área: $A = x.y$ Luego: $A = x.\frac{(p-2x)}{2}$
Estadística	Algunas situaciones se describen numéricamente a partir de un registro numérico (tabla).	Vía una regresión de dichos pares de valores puede obtenerse la tendencia y ecuación de regresión de dicha situación. En este caso se muestra un conjunto de pares $(x; y)$ los cuales siguen una tendencia $Y = mx + b$ $Y = Ax^2 + Bx + C$ Se tiene en cuenta el R^2 (índice de correlación al cuadrado).
Biología	Los biólogos utilizan las funciones cuadráticas para estudiar efectos nutricionales de los organismos. También niveles de producción.	

Fuente: Tomado de E., Huapaya (2012). *Modelación usando función cuadrática: Experimentos de enseñanza con estudiantes de quinto de secundaria.* Pontificia Universidad Católica del Perú.

Con el fin de complementar los campos expuestos anteriormente, Olmos & Sarmiento (2013) señalan ciertas particularidades en cuanto a situaciones referentes a la física:

- **Movimiento uniforme acelerado:** la distancia *s* recorrida en un movimiento donde su velocidad aumenta constantemente, en un tiempo determinado *t,* cada instante, la distancia recorrida responde a la expresión $S= ½*at^2 + v_0t +s_0$

- **Movimiento de caída libre:** cualquier objeto que se lance hacia arriba o hacia abajo, verticalmente, experimentará que la altura *Y,* recorrida disminuye cada instante, según: $Y= \pm ½*gt^2 + v_0t +Y_{0,}$ debido a la acción del campo gravitacional que actúa sobre el planeta, siendo g la aceleración que experimentan los cuerpos en caída libre debido a este campo.

- **Movimiento parabólico:** al lanzar un cuerpo con un ángulo θ, diferente de 90°, este cuerpo describirá una parábola debido a la composición de dos movimientos, uno rectilíneo uniforme y otro acelerado que se debe a la acción del campo gravitacional, lo cual hace que la altura varié en forma cuadrática. entonces la altura máxima (h) del proyectil se puede expresar por: $h= (v_0)^2sen^2\theta_0 /2g$. Referente a su representación geométrica, la trayectoria que describe este móvil es una parábola que se representa como: $Y= - ½\ g\ (x/ v_0 \cos \theta_0)+ (\tan \theta_0)\ x$.

Por otra parte, el objeto matemático "Función Cuadrática" no solo presenta situaciones o fenómenos que pueden ser evidenciados en campos con respecto a la ciencia o disciplinas pertenecientes a la misma. Sino que cumple un papel fundamental en aspectos con relación a la cotidianidad. Con base a esto, Olmos & Sarmiento (2013), presentan este ejemplo:

> Una agencia de Viajes propone un plan turístico donde ofrece un descuento de $\boldsymbol{a}$ pesos por persona que depende de un número $\boldsymbol{x}$ de personas del grupo, este descuento se simboliza con $\boldsymbol{w}$. Por otra parte, el valor total del plan $\boldsymbol{V_t}$ depende del valor del plan cuando viaja una persona $\boldsymbol{V_0}$ por el número $\boldsymbol{x}$ de personas, estableciendo el siguiente modelo matemático en su representación algebraica:

$$\boldsymbol{v_t = -wx^2 + v_0\ x}$$

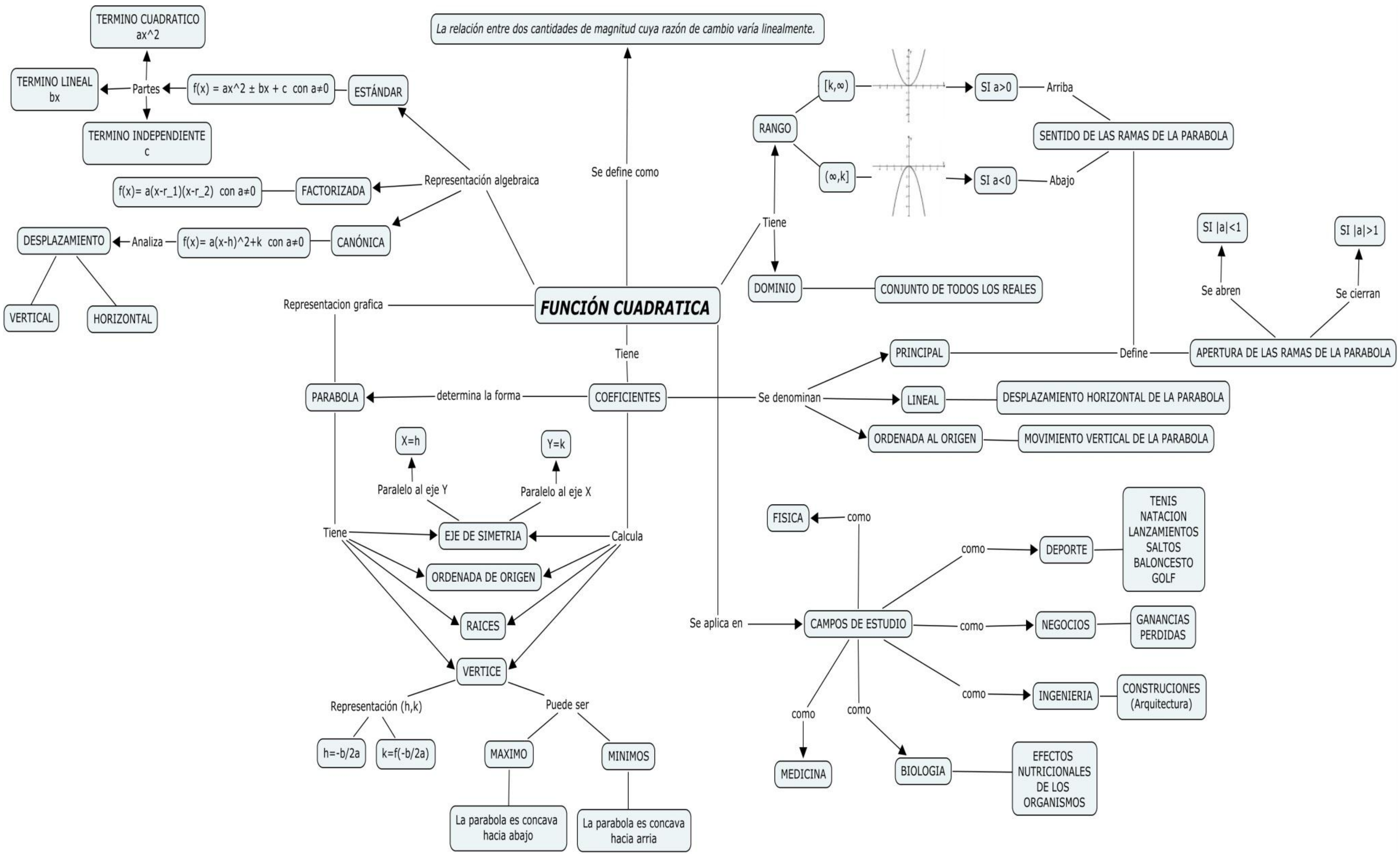
- **Planes turísticos:** una práctica social común a la hora de viajar es cotizar los planes turísticos que están asociados a variables como el costo total del viaje, descuento por grupo, cantidad de personas, días de estadía entre otros. Por lo general el objetivo del análisis de los planes es encontrar la relación más favorable entre costos y beneficios.

Dentro de este marco, el análisis fenomenológico no consiste únicamente en establecer la relación entre subestructuras y fenómenos y clasificarlos de acuerdo con las subestructuras con las que están relacionados. En el análisis fenomenológico se debe también describir las relaciones y dentro de las mismas caracterizar los aspectos relevantes del fenómeno (o del problema que se quiere resolver dentro del contexto del fenómeno) que pueden asociarse (modelizarse) con elementos y propiedades específicas de la estructura matemática (Gómez, 2002).

2.5.1.4 Red conceptual.

La red conceptual es un instrumento gráfico de tipo didáctico la cual permite poner en evidencia los conceptos pertenecientes ya sea a una disciplina o área. A su vez, otorga seleccionar los conceptos de mayor relevancia y establecer la relación que se presenta entre ellos. Por otra parte, no se requiere de una organización de tipo jerárquica ya que las líneas que enlazan los diversos conceptos dan sentido y orientan lo expuesto.

***Imagen 9**. Estructura Conceptual del Objeto Matemático Función Cuadrática*



Fuente: Elaboración Propia.

CAPÍTULO III

SITUACIONES PROBLEMA

En el presente capítulo, se da muestra de las situaciones problema, las cuales fueron constituidas por tareas matemáticas que se utilizaron en la etapa de implementación, con el fin de recolectar los datos pertinentes para el cumplimiento de los objetivos específicos propuestos para esta investigación. Cabe resaltar, que las tareas que están expuestas en cada situación, están encaminadas al contexto personal y social del estudiante dado que se enfoca en actividades propias del individuo, su familia y su comunidad, permitiendo establecer un vínculo entre los procesos de la cotidianidad y la matemática. De igual manera, las tareas matemáticas estuvieron articuladas con los procesos matemáticos para el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas y a su vez orientadas hacia los niveles de complejidad creciente donde se tuvieron en cuenta tareas de reproducción, conexión y reflexión como lo define PISA para propiciar elementos que permitan el desarrollo de dicha competencia.

3.1 Situaciones Diseñadas por Parte del Investigador

A continuación se presentan dos situaciones problema que fueron diseñadas con el fin de que los estudiantes resolvieran las tareas matemáticas propuestas. Es necesario mencionar, que la primera situación problema (Producción y venta de empanadas) fue elaborada desde el semillero COMAT[1], teniendo en cuenta particularidades del contexto y el grupo de estudio. La segunda situación problema (Ladrillera “La Portada”), fue producida por el investigador partiendo de los datos recogidos y analizados del primer objetivo específico y además teniendo en cuenta en nivel de escolaridad de los estudiantes y el tiempo en que se aplicaría la situación.

[1] COMAT: Semillero de investigación “Competencias Matemáticas”, adscrito al grupo de investigación E.MAT.H “Educación Matemática en el Huila” del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana.

- ***Producción y Venta de Empanadas: Una Actividad para Nuestra Excursión de Fin de Año***

El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, vienen realizando actividades con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Diciembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada 8 días de manera consecutiva. Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de $70.000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero que falta para la excursión por cada estudiante. Se propone empezar la actividad desde el tercer fin de semana del mes de Octubre hasta el segundo fin de semana del mes de Diciembre del presente año. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a Doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total para producir 100 empanadas para la venta es de $50.000.

Aspectos a considerar:

1. El costo total de producción incluye los gastos que se generan en la compra de ingredientes necesarios para elaborar las empanadas y el pago a la persona que las prepara.
2. Si para producir 100 empanadas para la venta se gasta $50.000 entonces para producir la mitad de las empanadas se gasta $25.000.
3. Doña Martha madre de Juan, prepara el número de empanadas que se le solicite y se le debe cancelar el valor acordado (100 empanadas por $50.000).

4. Cada estudiante debe responder por el dinero que genera la venta de empanadas que le corresponde.
5. El número de empanadas que debe vender un estudiante cada ocho días es el mismo para todos.

Ante las consideraciones anteriores, surgen las siguientes inquietudes las cuales tendrán que responder:

1. Un estudiante propone que el precio de ventas de una empanada sea de $800, ¿Qué consecuencias tendrían el número de empanadas para vender en el tiempo establecido? Argumente su respuesta.
2. Según el costo de producción total de empanadas, ¿Cuál creen ustedes que debe ser el costo para la venta de empanadas, donde se pueda generar las ganancias requeridas para cada estudiante, si la cantidad máxima a vender en un fin de semana es de 18 empanadas? Describa y justifique los procedimientos utilizados.
3. Según el precio de venta dado en el punto 1 y el obtenido en el punto 2, ¿Cuál de los dos precios de venta por empanada es el adecuado, considerando el total de empanadas que deben vender los 30 estudiantes en un fin de semana? ¿Por qué?
4. Suponiendo que la actividad finaliza el último fin de semana de Noviembre, que cambios se deben considerar en la actividad propuesta, con el fin de alcanzar el dinero necesario por cada estudiante.
5. Si usted fuera un estudiante de ese grado, ¿Qué cambios sugeriría a la actividad propuesta (producción y venta de empanadas) para que generara mejores ganancias para la excursión?
6. Si los resultados obtenidos no son los esperados en cuanto a la venta de empanadas, quizás por el precio o por la cantidad de empanadas ofrecidas en total durante un fin de semana, ¿Qué otras alternativas (actividades) deben buscar los estudiantes y el profesor para lograr recolectar el dinero necesario para realizar la excursión?

- ***Ladrillera "La Portada"***

En el municipio de Campoalegre Huila, dentro del sector industrial se reconocen las ladrilleras como una de las actividades que genera gran impacto para su economía, puesto que permite la producción de grandes cantidades de ladrillos y a su vez otorgan un alto grado de importancia dentro del contexto en el que habitan las personas de este pueblo. El Señor Maicol

quien es dueño de la ladrillera "La Portada" en donde se producen 4 tipos de ladrillos (Tolete Común, Tolete Panelón, Número 4 y Número 5), desea ampliar su ladrillera, por tanto quiere maximizar sus ganancias para este fin. Para ello, piensa aumentar el precio de venta por unidad de los ladrillos número 4, ya que considera que es uno de los productos más vendidos en el mercado y en su ladrillera.

Don Raúl, amigo del Señor Maicol y obrero de "La Portada", considera que el realizar este aumento tendría consecuencias en la cantidad de este producto que vende la ladrillera, debido a que se reduciría en la misma cantidad en que aumente el precio del producto. Ante esta consideración, el Señor Maicol manifiesta que invierte $350 para producir un ladrillo de este tipo y que la utilidad que le queda es muy baja, puesto que su valor es de $500 para la venta. A su vez, expresa los recursos requeridos para la producción de 1.100 ladrillos Número 4, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Cantidad	**Recursos**	**Inversión**
1	Volquetada de Arena	70.000
1	Volquetada de Arcilla	70.000
5	Obreros	43.00
Otros Servicios		

De igual manera, el señor Maicol aclara que el pago de los obreros depende de la cantidad de ladrillos que fabriquen en su jornada laboral que consta de ocho horas. Es decir que para la elaboración de 1.100 Ladrillos Número 4, se necesitan 5 obreros, quienes producen esta cantidad en una hora. Por lo tanto, el Señor Maicol les cancela $43 por cada ladrillo fabricado, pues manifiesta que es una forma de motivación para sus trabajadores.

Considerando todo lo anterior, el Señor Maicol decide llevar a cabo su plan para maximizar sus ganancias con respecto a la venta de los ladrillos número 4, sin importar que por cada peso que aumente el costo por ladrillo, un ladrillo no es vendido.

Por consiguiente, surgen las siguientes inquietudes:

1. ¿Cuál es su opinión con relación a la postura que presenta Don Raúl? ¿Está de acuerdo con su afirmación? ¿Por qué?
2. Supongamos que el Señor Maicol propone que el aumento al costo del Ladrillo Número 4 sea de $50,

   a. ¿Qué consecuencias tendrían la cantidad de Ladrillos con respecto a su producción y venta? Argumente su respuesta.

   b. ¿Cree usted que el realizar este incremento en el costo del ladrillo, afecta el ingreso económico que reciben los obreros por su trabajo? ¿Por qué?
3. Para contribuir a maximizar las ganancias de esta ladrillera, ¿Cuál sería el valor del aumento para que el Señor Maicol reciba la ganancia mayor? Describa y justifique los procedimientos utilizados.
4. Generalice su resultado, de tal manera que el sr. Maicol pueda aplicarlo aun y cuando el costo del Ladrillo Número 4 o el costo de producción del mismo cambie. Describa y justifique los procedimientos utilizados.
5. Teniendo en cuenta que la ladrillera “El Cortijo” es una de las más llamativas por parte de los habitantes del pueblo por la calidad y precio en sus productos. Si usted fuera el señor Maicol dueño de “La Portada” ¿llevaría a cabo el aumento necesario para obtener el máximo de ganancia, sabiendo que “El Cortijo” ofrece el ladrillo número 4 a un valor de $600 por unidad, puesto que invierte en su producción $400? Justifique su respuesta.

3.2 Guías para la Formulación de Situaciones

A continuación se dará muestra de las actividades que fueron diseñadas por el investigador, las cuales tenían como propósito la formulación de dos situaciones problema con sus respectivas tareas por parte de los estudiantes y así evidenciar los elementos que emergen en este proceso matemático. Es necesario mencionar que para la elaboración de las situaciones se tuvo en cuenta la consulta previa a realizar por los estudiantes acerca de la práctica social seleccionada para la elaboración del problema.

- Guía 1 para la Formulación de la Situación "El Supermercado"

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ HILARIO LÓPEZ CAMPOALEGRE - HUILA		
Área: Matemáticas	**Grado:**	**Periodo: 4**
Actividad: Formulación de Situaciones Problema		**Nombre: “El Supermercado”**
Integrantes:		**Fecha:**

“El Supermercado”

1. A continuación describan cuales son los elementos que consultaron de la actividad seleccionada en la sesión anterior, y que permiten conocer a profundidad dicha situación. Descríbanlo en detalle.

2. De acuerdo con la información socializada en su grupo y registrada en las líneas anteriores, formula un problema que involucre de manera parcial o total los datos registrados (variables) y que les parezca difícil de resolver. Si lo consideran necesario pueden agregar más datos o información, que no hayan registrado o considerado.

- Guía 2 para la Formulación de la Situación acerca de Construcción

<table>
<tr><td colspan="4">INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ HILARIO LÓPEZ
CAMPOALEGRE - HUILA</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>Área: Matemáticas</td><td colspan="2">Grado:</td><td>Periodo: 4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Actividad: Formulación de Situaciones Problema</td><td colspan="2">Nombre: “Construcción”</td></tr>
<tr><td colspan="3">Integrantes:</td><td>Fecha:</td></tr>
</table>

“Construcción”

1. A continuación describan todos los elementos que consultaron de la actividad seleccionada (Construcción), que permiten conocer a profundidad dicha situación. Descríbanlo en detalle.

2. De acuerdo con la información socializada en su grupo y registrada en la página anterior, seleccionen aquella información que consideren relevante en la situación.

3. Decidan cuál es su problema a plantear. Escríbanlo de manera natural y con sus palabras.

4. Escribir el enunciado de manera que se observe el problema que se puede presentar en la situación, junto con la información que decidieron era importante. Recuerden que el enunciado debe contener algunas preguntas que evidencien el problema.

CAPÍTULO IV

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo, se pretende integrar cada uno de los procesos metodológicos con el objetivo de estructurar de manera clara los métodos utilizados en cada uno de ellos, que se llevaron a cabo en el desarrollo de esta investigación. Por tanto, se presenta la perspectiva metodológica que hace alusión al enfoque que se adoptó y al por que se asume el mismo dentro de este proceso investigativo. Del mismo modo, se expone el diseño de la investigación, en donde se describen las fases asociadas a los objetivos específicos planteados que componen cada uno de los procedimientos realizados. Posterior a ello, se muestra el plan de análisis que hace referencia a la manera en que se procedió para analizar la información obtenida, y, luego para finalizar este capítulo se presenta las unidades de análisis en donde se selecciona los datos que se han considerado pertinentes para realizar los respectivos análisis acordes a los propósitos de esta investigación.

4.1 Perspectiva Metodológica

Los objetivos de una investigación determinan la estrategia o paradigma que se adopte (Husén 1988; Bericat 1988). De ahí, teniendo en cuenta que el objetivo de esta investigación se orientó principalmente al diseño y validación de Situaciones Problema que permitieron mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas, se consideró pertinente adoptar una investigación Cualitativa, la cual, "implica un énfasis en las cualidades de entidades, en los procesos y significados, que no son examinados o medidos en términos de cantidad, intensidad o frecuencia. Adicionalmente permite al investigador adoptar un particular punto de vista para estudiar el fenómeno" (Denzin & Lincoln, 2000, p.88).

Por tal razón, la metodología que se determinó para este trabajo investigativo fue de tipo cualitativo mediante el método de aprendizaje experimental o de reflexión entendido como “un método pedagógico con un gran potencial, ya que contribuye al desarrollo de las habilidades de pensamiento crítico y creativo” (García, Pérez, Aparicio, Miñarro, Ticó & Suñe, 2006, p. 2) lo cual brindo la oportunidad de describir, interpretar, comprender el significado y las relaciones de los fenómenos sociales de la muestra escogida y a su vez dio sentido a las percepciones de los estudiantes en torno al diseño de las situaciones problema, tanto en la formulación y resolución de problemas atribuyendo sus propios significados con respecto a las mismas. Como lo manifiesta Montoya et al., (2006) este método,

> Brinda muchas oportunidades de aplicarlo concretamente en el área de las materias científicas, ya que es fácil encontrar situaciones reales prácticas realizadas por los propios estudiantes, y fomentar que a partir de un proceso cognitivo que implique reflexión sobre la experiencia y una retroacción, se puedan alcanzar situaciones que fomenten una mejora de la actividad docente (p.2).

Por tales motivos, el reconocer a profundidad el contexto del estudiante, la interpretación de las actuaciones de los individuos y los procesos que surgen en la relación con su entorno, como evidencias de un actuar crítico y reflexivo en contexto, hicieron parte del foco de interés del estudio realizado. Del mismo modo, la metodología cualitativa permitió comprender en profundidad las realidades de aula frente a determinados aspectos.

4.2 Diseño de la Investigación

Dentro del proceso investigativo existen aspectos que son primordiales en el desarrollo de toda investigación. Desde esta perspectiva, coincidimos con Bisquerra (2004) en relación a que todo investigador, al aproximarse a la realidad, reflexiona sobre qué observar, cómo y cuándo proceder, cómo obtener información relevante, qué instrumentos de recolección de información son más adecuados y cómo analizar la información obtenida. En este sentido, para el desarrollo de esta investigación se establecieron las siguientes fases que abarcaron aspectos esenciales definidos así:

- **Fase inicial**

Esta fase se dividió en dos etapas: la reflexiva y la de diseño; la primera, la reflexiva, tuvo alusión al establecimiento teórico conceptual de la investigación, centrada en la reflexión teórica de las competencias matemáticas y en especial del modelo de competencia matemática que rescató como eje articulador el diseño de Situaciones Problema. Se investigó información relacionada con algunos antecedentes sobre competencias matemáticas, la caracterización de la misma mediante un objeto matemático, estudios realizados en torno a la variación de la función cuadrática, así como algunos estudios internacionales que destacaron dicho enfoque, los cuales permitieron establecer el marco teórico y la postura para el buen desarrollo de la investigación. En la segunda etapa, la de diseño, se planificaron las actividades llevadas a cabo en las tres fases posteriores.

El diseño giró en torno a la construcción de situaciones problema como objeto de estudio, con una postura cualitativa, con observación participante tanto en el aula como en el reconocimiento del contexto determinado, notas de campo, documentos y videograbaciones. En esta etapa se determinó la naturaleza y dimensión del tema de investigación; es decir, se especificó el contexto donde se llevará a cabo el estudio, así como las características de los participantes y recursos disponibles.

- **Fase de Reconocimiento**

Constó de dos etapas: en la primera y para dar respuesta a nuestro primer objetivo específico, estuvo enmarcada en realizar a través de una observación participante como fuente de recolección de la información, un reconocimiento amplio y profundo desde diversos aspectos como el social, económico, político, cultural, en este caso del contexto inmediato de los estudiantes de la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre. Por tanto, en esta etapa, se llevaron a cabo tres fases:

- Fase 1: Consto de una salida de campo al municipio de Campoalegre con el fin de identificar las prácticas sociales que están inmersas en este sector. Para ello, se tuvo en cuenta la caracterización de prácticas sociales dentro de los contextos personal, social, profesional y científico que plantea PISA (2012).

- Fase 2: Consistió en regresar al municipio de Campoalegre con el fin de profundizar en algunas prácticas sociales identificadas en la fase 1 y que se consideraron pertinentes ahondar en las mismas para el diseño de las situaciones problema.

- Fase 3: Se realizó la recolección de datos de las fases anteriores y se procedió al diseño de las situaciones.

Para esta segunda etapa de la fase de reconocimiento, se utilizó para el registro de información, durante las tres semanas de observación e interacción, notas de campo y videograbaciones; como también una matriz de observación (Ver Anexo 9.2) construida desde lo teórico para evidenciar aspectos esenciales para la construcción de situaciones problema. Puesto que, el reconocer a profundidad el contexto del estudiante, la interpretación de las actuaciones de los individuos y los procesos que surgen en la relación con su entorno, como evidencias de un actuar crítico y reflexivo en contexto, hace parte del foco de interés de este estudio investigativo.

La segunda etapa de esta fase y para dar respuesta a nuestro segundo objetivo específico, establecimos teóricamente los componentes de la competencia matemática formular y resolver problemas. Cabe mencionar que el desarrollo de las competencias matemáticas se da de manera transversal, por tanto para nuestro estudio, dicha competencia se tomó en cuenta por la riqueza que representa el resolver problemas en el campo de la Educación Matemática. Dicha postura develó elementos importantes para el diseño de las situaciones problema.

En este sentido, para lograr caracterizar esta competencia se escogió como muestra los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre Huila, debido a la variada fenomenología que posee el objeto matemático Función cuadrática que se asume en dicho grado de escolaridad. Por tanto, se solicitó permiso de manera formal y escrita ante la rectora para acceder a la Institución Educativa donde se desarrolló la investigación. Este acceso permitió realizar en cuatro sesiones de trabajo, un reconocimiento y establecer lazos de comunicación cercana con los estudiantes para conocer otros aspectos de su cotidianidad que permitieron el diseño de situaciones problema. A su vez, se logró propiciar un ambiente ameno dentro del aula de clase, generando una participación activa durante el proceso, dando cumplimiento al propósito de este estudio.

Posterior a esto y como forma de lograr una caracterización sólida, se trabajó con el grado noveno, en donde se aplicó una situación problema (Ver Inciso 3.1) adecuada al estudio, la cual fue elaborada desde el semillero COMAT, teniendo en cuenta particularidades del grupo y del contexto inmediato de los estudiantes, con el fin de que resolvieran las tareas asociadas a dicha situación. Luego, en otra sesión de trabajo se les brindó un instrumento para que sistematizaran la formulación de una situación problema (Ver Inciso 3.2). Cabe resaltar, que para que los estudiantes formularan la situación primero se procedió a llevar a cabo un Grupo Focal con el fin de que compartieran sus puntos de vista acerca de la matemática y seleccionarán dos prácticas sociales en las que se involucrara esta disciplina para luego indagar acerca de las mismas y seguido a esto plantearan enunciados con base a lo investigado.

Es importante resaltar, que para la caracterización de la competencia se tomaron las producciones de los estudiantes en tanto a la resolución de la situación aplicada y las producciones correspondientes a la Formulación del Problema con respecto a una de las prácticas sociales escogidas, teniendo en cuenta el modelo propuesto por Kochen, Badre & Badre, (1976) (Ver Inciso 2.2.1). Esta técnica de trabajo, se realizó con el objetivo de evidenciar y contrastar empíricamente la caracterización establecida desde la teoría y de esta manera dar cumplimiento al segundo objetivo específico que se plantea en esta investigación.

- **Fase de diseño**

Luego de un reconocimiento amplio del contexto de los estudiantes, en esta fase se dio paso al diseño cuidadoso de una Situación Problema contextualizada. Este diseño se elaboró teniendo en cuenta la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas, el entorno inmediato del estudiante y el objeto matemático establecido para tal fin. Cabe resaltar, que para la elaboración de la situación problema que acompañan las tareas matemáticas se llevó a cabo el proceso dado por Mesa (1998) (Ver Inciso 2.4). Partiendo desde esta perspectiva, se dieron dos momentos: el primero, el investigador elaboró la ruta adecuada para que los estudiantes formularan una situación a partir de la segunda práctica social escogida en el grupo focal de la fase de reconocimiento; y, el segundo momento hace referencia a una situación elaborada por el investigador con el fin de que los estudiantes resolvieran las tareas de reproducción, tareas de conexión y tareas de reflexión. Esto, permitió que los estudiantes utilizaran de manera general las fases tanto de formular como de resolver problemas dando paso al desarrollo de la competencia que implica estos dos procesos cognitivos.

Según el modelo para el desarrollo de competencias asumido en el marco teórico, este establece que el desarrollo de competencias se da cuando el profesor diseña y aplica Tareas Matemáticas de niveles de complejidad creciente que tienen de base objetos matemáticos. En ese sentido para el diseño de las situaciones problema y las Tareas Matemáticas se hizo un estudio profundo del objeto matemático *función cuadráticas* a través del análisis didáctico (Gómez, 2002) (Ver Inciso 2.5).

- **Fase de Implementación**

Para dar cumplimiento al tercer objetivo específico de esta investigación, luego de tener diseñadas las situaciones problema y de lograr un contacto cercano en el aula de clase con los estudiantes del grado noveno durante las sesiones de trabajo ya vivenciadas en las fases anteriores, se estableció un acuerdo con el profesor titular en la forma en que se debía aborda metodológicamente el desarrollo de las situaciones.

En este sentido, se ejecutaron tres sesiones para la aplicación de las mismas: en una primera sesión, de una hora de clase, se llevó a cabo un recuento de las manifestaciones expresadas en el grupo focal con el propósito de recordar la segunda practica social escogida y así conocer un poco más acerca de la misma para dar continuidad a la siguiente sesión. El segundo encuentro consistió en la formulación de un problema con relación a la práctica seleccionada en la sesión anterior, con el objetivo de analizar sus aportes para interpretar el proceso que emplearon. Para finalizar, en un tercer encuentro se presentó una situación con sus respectivas tareas (Reproducción, Conexión y Reflexión) la cual, fue desarrollada y orientada en una clase de dos horas, en donde los estudiantes comprendieron, interpretaron y resolvieron la situación expuesta, de una manera colectiva. Esto, permitió reconocer y dar valor a las atribuciones críticas y reflexivas de los estudiantes en el desarrollo de la competencia formular y resolver problemas mediante las situaciones problema, logrando así, el cumplimiento del tercer objetivo propuesto en este trabajo de investigación.

4.3 Plan de Análisis

Dadas las fuentes de información y cada uno de los datos recolectados en las sesiones, se establecieron las siguientes técnicas e instrumentos para el trabajo de organización y sistematización del proceso, en donde se redujeron los datos a través de transcripciones para realizar el respectivo estudio de acuerdo a las unidades de análisis establecidas.

En este sentido, para recoger los datos asociados al primer objetivo, fue de gran importancia las observaciones directas (no participantes) y las participantes dentro de cada una de las intervenciones. Por tanto, en la primera fase, para reconocer el contexto se hizo uso de una matriz elaborada desde lo teórico para registrar la información de las prácticas sociales y clasificarlas según las categorías que asume PISA (2012) para los contextos. De igual manera, en la segunda fase, para profundizar en las prácticas que se consideraron pertinentes para el diseño de situaciones, se realizaron entrevistas semiestructuradas, las cuales fueron transcritas en un formato (Ver Anexo 9.3), para luego analizar particularidades de la misma. Posterior a esto, para la tercera fase, se recurrió a la información obtenida en las fases previas (matriz de observación y entrevista semiestructuradas) y se procedió al diseño de las situaciones.

A su vez, para recoger los datos asociados al segundo objetivo, se realizaron notas de campo, videograbaciones, (las cuales fueron trascritas en un formato) y documentos escritos por los estudiantes con respecto a la formulación e implementación de la situación, siendo estos fotocopiados con el fin de organizar la información y analizar los apuntes particulares expuestos en ellos.

Al implementarse las Situaciones Problema y para el análisis posterior, se utilizaron para el registro de la información, notas de campo, documentos escritos por los estudiantes y videograbaciones. Es necesario clarificar que la recopilación de la información consistió en la recolección de datos derivados de la aplicación de las Situaciones Problema, como de las interacciones entre los estudiantes, componente fundamental en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

Asimismo, a las Situaciones Problema elaboradas, se les atribuye la importancia del lenguaje escrito, verbal y no verbal, de los estudiantes a la hora de enfrentarse a las situaciones como fuente de validación empírica. Cabe resaltar, que el diseño de situaciones problema contextualizadas, permitió a los estudiantes, adoptar una postura crítica reflexiva frente a su entorno y los procesos matemáticos que se le atribuyen a los mismos.

4.4 Unidades de Análisis

En la presente investigación, luego de hacer una revisión documental, se asume las siguientes unidades de análisis, las cuales contribuyeron a realizar los respectivos análisis de los datos obtenidos:

- **Modelo de Competencias Matemáticas:** En esta unidad de análisis se consideró los procesos matemáticos, las tareas matemáticas y los niveles de complejidad.
- **Documentos Producidos por los Estudiantes:** En esta unidad de análisis se consideró las producciones escritas por parte de los estudiantes en el momento de resolver o formular problemas en el aula de clases.
- **Episodios:** En esta unidad de análisis se consideró aquellos fragmentos de las transcripciones de las videograbaciones, audios y entrevistas realizadas, los cuales se consideraron pertinentes para este estudio.
- **Contexto:** En esta unidad de análisis se consideró las categorías del contexto (Personal, Social, Profesional y Científico) que asume PISA (2012).

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DE DATOS

En el presente capítulo, se procura integrar cada uno de los análisis de los resultados adquiridos en los diferentes momentos del desarrollo de esta investigación con los objetivos y unidades de análisis expuestos anteriormente. Cabe resaltar, que los análisis que se exponen en este apartado, están clasificados de acuerdo a cada una de las actividades que se llevaron a cabo para dar cumplimiento a los objetivos planteados. Por tanto, se presenta las evidencias obtenidas en las diferentes fases por medio de los instrumentos de investigación empleados, las cuales permitieron caracterizar la competencia formular y resolver problemas, y reconocer la importancia del contexto, de la participación de sus habitantes y de las lógicas de vida de los estudiantes con el fin de diseñar situaciones problema contextualizadas.

5.1 El Contexto como Primer Escenario para el Diseño de Situaciones Problema

El contexto como primer escenario cumple una finalidad esencial en los diferentes procesos que se lleven a cabo dentro del mismo, de igual manera las diversas características que lo compone se suman al valor que este comprende. Por estos motivos, es importante resaltar que el municipio de Campoalegre fue el entorno en el cual se desarrolló esta investigación. Campoalegre, denominado así desde el 13 de febrero de 1811 se encuentra ubicado al Oriente del Departamento del Huila, dista de una distancia de 30 km de la ciudad capital, Neiva. El estar localizado sobre el valle del Rio Magdalena y las estribaciones de la Cordillera Oriental, lo forma parte de la región Andina, este municipio limita al Norte con los municipios de Rivera y Palermo, al Sur con el municipio de Hobo, al Oriente con el municipio de Algeciras y al Occidente con el Municipio de Yaguará. Por otra parte, su extensión territorial consta de 462.99km^2, conformado por su cabecera municipal y 37 veredas con 6 centros poblados, tiene alturas promedio entre 456 y 3250 metros sobre el nivel del mar y una temperatura media anual de 27°C.

Con relación a la economía, cuyo factor es de gran relevancia para cada país y los diferentes territorios que los componen. En Colombia, las actividades económicas se basan de acuerdo a los recursos, intereses, materia prima y características que denominan cada región. Es por ello, que los procesos de producción que se encuentran en el municipio de Campoalegre están divididos de la siguiente manera:

Imagen 10.*Sectotes Económicos del Municipio de Campoalegre*

Fuente: Elaboración Propia.

Cabe resaltar, que en el esquema anterior, los tres sectores económicos establecen una relación en torno al desarrollo de actividades productivas. Dado que, en el sector primario se encuentran los productos naturales que no sufren algún proceso de transformación o alteración, en el sector secundario se evidencia la transformación industrial de los alimentos y otros tipos de bienes o mercancías utilizados para la elaboración de nuevos productos y en el sector terciario, se reconocen las actividades económicas que no producen materiales tangibles, sino servicios que satisfacen las necesidades de los habitantes.

Por tanto, es esencial mencionar que dentro del sector agropecuario en el campo de la agricultura, Campoalegre es reconocido como la “Capital Arrocera del Huila” debido a la gran relevancia que tiene el cultivo de arroz. De igual manera, en el sector industrial, en el campo de la producción de ladrillos se reconocen empresas como: El Cortijo, San Isidro, La Vega, La Portada y 1 A, las cuales manejan una maquinaria con alta tecnología, permitiendo la producción de grandes cantidades de ladrillos y a su vez otorgan un alto grado de importancia dentro del contexto en el que habitan las personas de este municipio, puesto que esta actividad económica por su acceso y cercanía al casco urbano permite que la población establezca una relación con esta forma de producción y reconozca su importancia dentro de su contexto inmediato.

En consideración a lo expuesto anteriormente, es importante resaltar que se tuvo en cuenta el ámbito económico debido a la estrecha relación que tiene con las matemáticas ya que las diversas prácticas que se generan dentro del mismo permite a las personas que se encuentran involucradas en este contexto desarrollar habilidades y tener una ampliación de las mismas a través del uso constante de la matemática en situaciones con relación a su actividad laboral u otras que se presenten en su diario vivir, esto da muestra del impacto que genera en cuanto al contexto personal. Por otra parte, este campo cumple una función dentro de lo social y político, puesto que son contextos que se encuentran entre lazados, ya que el proceso de producción y comercialización de productos conlleva a un sostenimiento social por la calidad o rentabilidad que dicho artículo genera. En cuanto a lo político, se forja una relación que va encaminada a ideales, cambios para el desarrollo humano y comunitario en pro de contribuir y satisfacer las necesidades de la población.

Dicho lo anterior, un claro ejemplo del reconocimiento de la importancia de un contexto inmediato, se evidencia en el siguiente episodio que da muestra de líneas textuales dadas por personas que practican esta labor:

Tabla 4. *Episodio VIII*

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Qué tipo de ladrillos se fabrica?

$\boldsymbol{P_1}$**:** Bueno, fabricamos distintos ladrillos.

- Ladrillo tolete
- Ladrillo panelon
- Ladrillo bloque # 3
- Ladrillo bloque # 4
- Ladrillo bloque # 5

Y tenemos otros productos que se hace por encargo.

$\boldsymbol{P_1}$: Bueno para la elaboración del ladrillo se utiliza arcilla y arena. Una volquetada de cinco cubos tanto de la arcilla como de la arena tiene un consto de $70.000.

$\boldsymbol{Inv_1}$: De ambos no.

$\boldsymbol{P_1}$: Si.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ósea $70.000 de cada uno.

$\boldsymbol{P_1}$: De cada uno, entonces alcanza para 1100 ladrillos de número 4, 1000 ladrillos número 5.

$\boldsymbol{Inv_2}$: Con esa volquetada.

$\boldsymbol{P_1}$: Si, para número tres más o menos unas 1300 unidades.

$\boldsymbol{Inv_2}$:Y para los toletes y panelones.

$\boldsymbol{P_1}$:Para el tolete 3000 unidades y 1700 ó 1400 panelones.

Fuente: Entrevista Semiestructurada a los Trabajadores de la Ladrillera “La Portada”.

En esta perspectiva, partiendo del ejemplo de la entrevista semiestructurada (Ver Anexo 9.4) que se realizó en la ladrillera “La Portada”, se evidencia como las personas al estar inmersas en una situación que hace parte de su cotidianidad, logran tener un conocimiento contextualizado de la actividad económica del contexto que esté involucrado, en este caso la producción y comercialización de ladrillos.

Por consiguiente, el contexto en el que se está inmerso permite comprender e interpretar las situaciones de las realidades que se presentan en el día a día. Por tanto, algunos teóricos como Vygotsky, Bruner, Freire y Giroux afirman la importancia de reconocer el saber pragmático del individuo desde su cotidianidad, con el fin de retroalimentarlo a través de métodos de aprendizaje que permitan afianzar este saber para luego construir un conocimiento más científico. Es decir, el reconocer las actividades de un contexto inmediato representa un campo de investigación, puesto que hay varios elementos en el mismo que se pueden abordar desde diversas disciplinas, en este caso, desde las matemáticas. Esto conlleva a la ruptura de la brecha existente entre el contexto real y la matemática, puesto que el conocimiento empleado de esta disciplina permite llevar a cabo situaciones generadas dentro del ambiente en el que el individuo se desenvuelve ya sea por las actividades que práctica o por circunstancias de momento que requieren una solución inmediata que puede ser dada mediante la utilidad del conocimiento matemático.

Por otra parte, no solo el estar involucrado dentro de un contexto de actividad económica permite construir un conocimiento aplicado, sino que posibilita el desarrollo de competencias laborales debido a que estas situaciones giran en torno a la producción y comercialización de un producto, esto se refleja en el siguiente episodio:

Tabla 5. *Episodio IX*

$\boldsymbol{Inv_2}$: ¿Y para la venta? ¿En cuánto los están vendiendo?

$\boldsymbol{P_1}$: En este momento el precio esta muy bajo, muy bajo. Pero si se logra metérselo bien, pues uno lo vende.

$\boldsymbol{P_1}$: **¿Cuánto ladrillos se venden al mes?** Bueno lo que te dije 70000 unidades

$\boldsymbol{P_1}$: Para la producción más o menos ya les había dado el precio ($43) y para la venta los valores cambian, entonces:

- Número 3 se está vendiendo mínimo $450 y lo máximo que se ha logrado vender para esta temporada es de $470 unidad en fabrica
- Numero 4 está entre $480 y $500
- Numero 5 está entre $530 y $550. Se trata de mantener esos precios fijos
- Tolete común se está vendiendo entre $200 y $220
- Tolete Panelón entre $400 y $450

$\boldsymbol{Inv_2}$: Suponiendo que hay una contratación de hartas unidades ¿El precio baja o se mantiene?

$\boldsymbol{P_1}$: Bueno eso depende mucho de la negociación a la que uno llegue, si es una buena cantidad y un tiempo prudente para el pago de la misma, se puede hablar de un descuento, de lo contrario no sucede

$\boldsymbol{Inv_2}$: bueno y ese descuento más o menos de cuanto seria

$\boldsymbol{P_1}$: El descuento sería más o menos de unos diez o veinte pesos dependiendo de la cantidad y de los tiempos de pago. No es conveniente vender un ladrillo barato y que lo paguen a los treinta días después

$\boldsymbol{P_1}$: **¿De cuánto es la ganancia de la ladrillera en un mes?** Aproximándolo, hay veces que me quedan 12 millones, 15 millones en un mes

$\boldsymbol{Inv_2}$: Y, ¿Promediándolo?

$\boldsymbol{P_1}$: Promediándolo unos 8 a 10 millones de pesos de un mes para una planta pequeña, teniendo en cuenta que la planta da pero tiene arto trabajo

$\boldsymbol{Inv_2}$: Pero ese precio es libre de todo, de pagarle a los trabajadores, de los materiales…

$\boldsymbol{P_1}$: Libre de todo

Fuente: Entrevista Semiestructurada con el Administrador de la Ladrillera "La Portada".

En este sentido, esta práctica social se puede asociar a un contexto profesional establecido por PISA, dado que se centra en el mundo laboral, puesto que las personas que se encuentran involucradas, realizan sus actividades a diario con el fin de obtener ingresos para su sustento familiar. A su vez, forma parte del contexto personal dado que tiene relación con el desarrollo de habilidades intelectuales, gracias al proceso constante de las labores que realizan. También, se evidencia en el contexto social, debido a que estas personas establecen un vínculo con la población, lo cual les brinda un espacio para compartir a través de la comunicación. Todo lo anterior, hacen de ellos, sujetos activos dentro de las diversas dinámicas expuestas que son orientadas a la contribución comunitaria.

Todas las razones anteriores, permiten concluir que una o varias prácticas sociales como la agricultura, en cuanto a la producción y venta de arroz o el brindar y hacer uso de los servicios públicos, pueden ser relacionados a varios contextos definidos desde PISA, dado que al interior de estas prácticas se logra establecer las relaciones que hay con cada una de las actividades que se llevan a cabo, las cuales responden a dichas definiciones (Ver sección 2.4), debido a que estas prácticas sociales se evidenciaron dentro del reconocimiento realizado en el municipio de Campoalegre.

En concordancia con lo anterior, la importancia de esta práctica social en términos de educación, brinda la posibilidad al docente de conocer el contexto en el que sus estudiantes están inmersos a diario, con el fin de diseñar situaciones problema contextualizadas que permitan establecer una relación entre las diversas escenarios que se presentan con los conocimientos matemáticos. En este sentido, los estudiantes logran tener un conocimiento matemático más cercano a su realidad, lo cual genera saberes significativos entorno a esta disciplina dado a la articulación de los conocimientos matemáticos aprendidos en el aula de clase con los saberes que se construyen a partir del contacto directo con su entorno, debido a la diversidad de espacios y procedimientos que propician el desarrollo de competencias matemáticas. En esta perspectiva, Blum & Borromeo (2009, citado por Triviño, 2012) afirman que:

> Transformar las condiciones y el ambiente en la clase de matemáticas implica entonces aceptar que los modelos y la modelación permiten a los estudiantes, encontrar explicaciones al mundo que los rodea, mejorar el desarrollo de competencias matemáticas, ciudadanas, además de generar una imagen adecuada de las matemáticas (p.5-6).

En síntesis, el hacer uso del contexto para el diseño de situaciones problema logra que el conocimiento matemático sea más asequible y tenga más sentido para los estudiantes, debido a que desarrolla el pensamiento lógico en la vida cotidiana con el propósito de resolver y formular problemas reales a través de las acciones que hacen las personas cotidianamente.

5.2 Caracterización de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas para el Diseño de Situaciones Problema

El diseño de situaciones problema por parte del docente y los estudiantes, cumple un papel fundamental dentro del proceso de aprendizaje, puesto que permite a los educandos poner en conocimiento sus saberes de acuerdo a la actividad expuesta. A su vez, esto conlleva a propiciar un ambiente participativo, crítico y reflexivo en el que ambos actores tienen en común un objetivo para con las situaciones. De acuerdo a esto, el diseñar situaciones problema con relación a la competencia matemática formular y resolver problemas, otorgó en un primer momento llevar a cabo el análisis respectivo de los procesos matemáticos formular y resolver problemas de forma separada. Una vez hecho este análisis, finalmente se dio paso a realizar una aproximación de la caracterización de los procesos mencionados unificados en términos de competencia matemática.

❖ Proceso matemático formular problemas

Para llevar a cabo el proceso matemático formular problemas se desarrollaron dos sesiones, las cuales se dividieron de la siguiente manera: la primera sesión se relaciona con el desarrollo de un grupo focal el cual es definido como “un grupo de discusión, guiado por un conjunto de preguntas diseñadas cuidadosamente con un objetivo particular” (Aigneren et al., 2006 citado por Escobar & Bonilla, 2009). El fin de este grupo focal fue que los participantes compartieran sus puntos de vista acerca de la matemática con el propósito de evocar y escoger dos prácticas sociales en las que se involucre esta disciplina y así indagar un poco más acerca de ellas para dar continuidad a la siguiente fase. La segunda sesión consistió en que los estudiantes formularan un problema con relación a una de las prácticas seleccionadas en la sesión anterior, con el objetivo de analizar sus aportes para interpretar el proceso que emplearon.

A continuación, se presentará como fue el desarrollo del grupo focal cuyo propósito consistió en compartir diversas percepciones con respecto a la matemática y a su vez establecer las conclusiones dadas en común acuerdo por el mismo. Seguido a esto, se expondrán las producciones realizadas por los participantes, las cuales se enfocaron en la formulación de problemas involucrando el contexto propuesto anteriormente.

En este orden de ideas, el grupo focal establecido para este proceso matemático permitió reconocer como los participantes asocian la matemática en sus vidas, es decir como a través de sus experiencias esta disciplina ha intervenido ya sea de manera positiva o negativa en situaciones o eventos presentados en su diario vivir. De acuerdo a esto, en el siguiente episodio se da muestra de algunas de sus apreciaciones:

Tabla 6. *Grupo Focal – Parte I*

Inv_1: Vamos entonces a pasar a la siguiente pregunta entonces la idea es nuevamente compartir lo que pensamos a escuchar la siguiente frase y de la siguiente frese vamos a dar nuestra posición, la frase dice “LA MATEMATICA SOLO SE ENCUENTRA EN LOS LIBROS Y PUEDE SER APRENDIDA EN EL AULA DE CLASE” ¿qué comentario amerita la frase? Están de acuerdo, no están de acuerno.

Est_1: No estoy de acuerdo con esa frase porque dice que las matemáticas solo están en los libros y que solo se trabaja en el aula, uno trabaja las matemáticas en el trabajo, en la habitación y en la vida cotidiana y a medida que uno va creciendo va aprendiendo más sin necesidad del libro.
Est_2: Yo opino casi lo mismo que opina Darsi, la matemática no solo se encuentra en un libro y no específicamente se puede enseñar en un aula de clase porque si uno quiere averigua. Puede aprender en la casa o en cualquier lado no simplemente en el aula, las matemáticas están en cualquier parte, en cualquier cosa. Lo importante es que uno pueda aprender no solo con un libro.
Inv_1: Ok alguien está de acuerdo o tiene otra opinión.
Est_3: Es algo fundamental.
Inv_1: Es algo fundamental ¿por qué?
Est_3: Porque todo en esta vida es matemáticas.

Fuente: Conversatorio - Grupo Focal.

Es evidente que los estudiantes consideran que la matemática es más que formulas, operaciones o contenidos que son enseñados en un aula de clase a lo largo de su experiencia académica. A su vez, reconocen que esta disciplina no solo se evidencia en los libros, puesto que afirman que la matemática es parte fundamental del día a día. Esto significa que, “es necesario que la escuela tienda puentes entre los conocimientos escolares y los que los estudiantes saben de sus propios contextos socioculturales que los jóvenes descubren por indagación o necesidades básicas que satisfacer” (Cano, 2007, p.16). Del mismo modo, estas perspectivas conllevan a interpretar que la matemática para ellos es una herramienta necesaria e importante que se va aprendiendo a medida de las diversas vivencias que experimentan. Lo anterior se puede reflejar en el próximo episodio:

Tabla 7. *Grupo Focal - Parte II*

Inv_1: Por ejemplo, Valeria usted mencionó lo de las parcelas. De pronto sus papás o ¿quién es el que sabe?
Est_4: Mi papá.
Inv_1: Nos cuenta por favor su experiencia.
Est_4: Pues mi papá tiene en compañía con dos hermanos una parcela de nueve hectáreas,

entonces pues él dice que para nueve hectáreas necesita 20 bultos de abono.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Qué otra actividad? a ver pensemos un poquito en que otra actividad usamos las matemáticas.

$\boldsymbol{Est_5}$: Por ejemplo, a mí se me vino a la cabeza que en el deporte también se puede utilizar las matemáticas.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¡Aja¡ ¿en qué sentido?

$\boldsymbol{Est_5}$: Yo la utilizo en el deporte por ejemplo cuando tengo entrenamiento. Pues con la liga cuando estamos cerca de un ranking o una competencia ellos siempre nos ponen a calcular la medida de la pista, así mismo debemos saber cómo esta nuestro físico y rendimiento para así mismo saber.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Muy bien, ¿alguien tiene otro ejemplo?

$\boldsymbol{Est_6}$: Por ejemplo, mi papá está poniendo un almacén de repuestos para carros y motos y pues mi papá lleva la plata que va a gastar y mira la plata que lleva para no gastar tanto.

$\boldsymbol{Est_7}$: Por ejemplo, mi papá tiene una casita ahí en la Vega y hace poco renovó. Aprendí con él muchas cosas, por ejemplo que en la altura de la pared me dicen que primero tiene que hacer la base. La dimensión que debe tener cada columna y cosas así.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Bueno, una experiencia muy particular de Andrés sobre el uso de la matemática en una situación particular. ¿Hay otra experiencia de los compañeros? ¿Quién más? Por favor.

$\boldsymbol{Est_8}$: Mi papá antiguamente tenía un cultivo, cada sesenta días él tenía que dárselo a una producción; entonces tenía que ir apuntando los días y cuanta producción daba y cuanto quedaba de ganancia. También, se alguito de construcción y mi padrastro trabaja todos los días con la matemática porque él tiene que calcular cuánto vale cada viaje, cuanto le pagan y así sucesivamente.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ok, bueno aquí tenemos otra experiencia en donde día a día se cruzan las matemáticas. ¿Alguna otra? ¿Alguien más?

$\boldsymbol{Est_9}$: Mi papá vende carne y necesita saber también de matemáticas.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ósea que en la venta de algún producto también se necesita las matemáticas.

$\boldsymbol{GF}$: Si claro.

Fuente: Conversatorio - Grupo Focal.

Del episodio anterior, se puede apreciar como los participantes comparten el papel fundamental que la matemática cumple en diferentes actividades de las cuales han sido participes ya sea de manera directa o indirecta. Del mismo modo, se puede estimar de qué forma la matemática ha influenciado en su formación, ya que les ha brindado a través de estas actividades comunes las bases necesarias para llevar a cabo procedimientos y a su vez adquirir conocimientos concretos que estén ligados al uso de las mimas. Es por eso, que el siguiente episodio emite otro tipo de miradas que los estudiantes tienen con relación a la matemática:

Tabla 8*. Grupo Focal - Parte III*

$\boldsymbol{Inv_1}$: Vale, entonces con esas consideraciones de la profe Edna vamos con la primera pregunta a ver quién nos quiere decir. ¿Para ustedes qué son las matemáticas? ¿Qué son las matemáticas? a ver de a uno no más. Danny a ver cuéntanos.

$\boldsymbol{Est_{10}}$: Pues para mí las matemáticas es como la que nos ayuda a resolver ciertos casos, son un grupo de operaciones todas raras, a veces uno capta la idea y como que le gusta más.

$\boldsymbol{Est_{11}}$: Yo creo que si algo parecido a ella es la matemática ya que pueden ser o son funciones y operaciones que nos ayuda a resolver problemas de la vida cotidiana y también problemas del colegio en lo educativo y nos ayuda a desarrollar nuevos mecanismos y a crear varias cosas.

Fuente: Conversatorio - Grupo Focal.

Teniendo en cuenta lo anterior, se percibe que la matemática no solo está inmersa en todo lo que nos rodea, sino que para comprenderla y entenderla es indispensable tener conocimiento de cómo las operaciones básicas determinan o definen un camino a continuar con los procesos en los que la matemática cumple un papel importante. Además, se logra entender que para ellos la matemática puede despertar un gusto que los conduzca a tener una mirada distinta de la misma ya que les brinda construir y adquirir saberes para la resolución de problemas de diferentes situaciones en las que puedan estar involucrados. De acuerdo a esto, Cano (2007) afirma:

> Es a partir de situaciones de la vida diaria que se puede construir un modelo matemático que la describa en términos de relaciones matemáticas y que permita hacer predicciones. Así el estudiante relaciona los conceptos matemáticos con la realidad y entiende la necesidad de estudiar la disciplina y su importancia en la aplicación a otras, para ello utilizara ecuaciones, tablas, funciones, vectores, matrices y gráficos (p.19).

En esta misma línea, los participantes compartieron varias prácticas sociales en las que ellos afirman evidenciar como la matemática juega un rol significativo, para llevar a cabalidad los procedimientos que se requieren en las mimas, como lo manifiestan en este episodio:

Tabla 9. *Grupo Focal - Parte IV*

$\boldsymbol{Inv_1}$: Entonces la pregunta que queremos hacerle es ¿en qué espacios de nuestro entorno podemos ver el uso de las matemáticas? Recuerden que nuestro entorno no solamente es el colegio, sino, también la familia, la casa y en actividades que yo hago a diario. Entonces, ¿en qué lugares de esos puedo ver el uso de las matemáticas?

$\boldsymbol{Est_{12}}$: Por ejemplo, cuando a uno lo mandan a la tienda entonces para que no lo roben. Debo de saber contar.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Bueno, ¿en qué otras partes están las matemáticas?

$\boldsymbol{Est_{13}}$: En la calle

$\boldsymbol{Est_{13}}$: Para hacer construcciones.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Para hacer construcciones?

$\boldsymbol{Est_{13}}$: Si, para construir casas.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Para construir una casa, ósea que en una casa nosotros podemos usar las matemáticas.

$\boldsymbol{GF}$: Claro.

$\boldsymbol{Est_{14}}$: Los metros, los ladrillos y la arena.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Todos están de acuerdo, ¿para construir una casa?

$\boldsymbol{GF}$: Si.

$\boldsymbol{Est_{15}}$: Los que trabajan en la galería.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Por qué razón?

$\boldsymbol{Est_{15}}$: Porque ellos deben de llevar como una contabilidad, saber el precio de los productos, saber en cuanto lo compran, en cuanto lo venden y cuánto van a ganar.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Muy bien, ósea que ya hemos mencionado varias cosas donde podemos ver el uso de las matemáticas. ¿En qué otros espacios de nuestro entorno podemos ver el uso de las matemáticas?

$\boldsymbol{Est_{16}}$: En un banco. Cuando van a pedir un préstamo, donde tienen que pagar cuotas de 500 o 600 a tantos años; también los intereses, el porcentaje y si usted no paga una multa 30 mil 40 mil.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ósea es otra situación. ¿Qué otra situación?

$\boldsymbol{Est_{17}}$: Cuando se tiene como una parcela.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Una parcela correcto, ¿qué hacemos ahí? ¿Cómo aplicamos la matemática? ¿Para qué nos sirve?

$\boldsymbol{Est_{17}}$: En la hectárea, por ejemplo si va a sembrar 20 matas de cacao tiene que medir el espacio que tiene que ser el mismo para que quepa.

$\boldsymbol{Est_{18}}$: En la hectárea hay que saber que tanto abono hay que echarle, ejemplo si son 9 hectáreas son 20 bultos de abono, tiene que saber qué cantidad de abono para no quemar la mata.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ósea que la matemática la usamos para hacer los cálculos en relación a lo que necesitamos, en el caso de la parcela para producir un cultivo cierto. Ok. ¿Quién más?

$\boldsymbol{Est_{19}}$: La medicina, para saber cuánta dosis, que tanto le va a aplicar o cuantos centímetros en una inyección.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ahí, ¿cómo se implementa la matemática?

$\boldsymbol{Est_{19}}$: En cuanto medicamento llega.

Fuente: *Conversatorio* - *Grupo Focal*

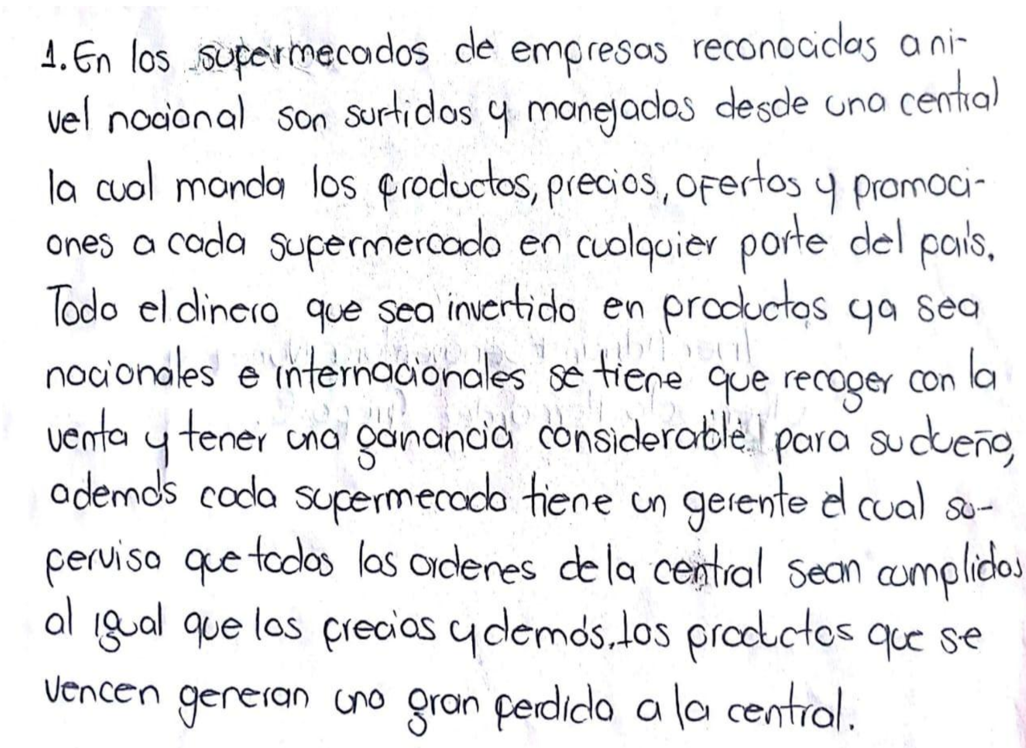
Del episodio anterior, se puede distinguir una variedad de prácticas sociales que son reflejadas dentro del contexto inmediato en el que los estudiantes están inmersos. A su vez, es notorio como ellos desde sus conocimientos y experiencias explican la manera en que la matemática es implementada y necesaria para dichas actividades. Es importante resaltar, que a través de las ideas, opiniones, vivencias y relatos se logra afirmar que para los participantes del grupo focal, la matemática influye significativamente en la vida de cada individuo desde diversos escenarios con el propósito de desarrollar habilidades que les brinde herramientas esenciales ya sea para la resolución o la formulación de problemas con relación a su misma realidad.

Luego de reconocer la variedad de prácticas sociales que el grupo focal puso en conocimiento, se dio paso a la elección de dos de ellas, con el fin de llevar a cabo una consulta previa relacionada a las mimas. Como resultado de la primera sesión trabajada mediante el grupo focal, las prácticas que eligieron por común acuerdo son con respecto al supermercado y la construcción. Después de la selección, se reiteró que era necesario realizar una indagación con relación a estas, preguntando a personas que trabajen dentro de ese contexto, familiares o acercándose a los lugares donde se pueda evidenciar y tener un contacto directo a dichas actividades.

De este modo, se logró dar paso a la segunda sesión que consistió en trabajar una guía relacionada a la primera práctica social ***"el supermercado".*** Para ello, se formaron parejas con el fin de compartir y retroalimentar la información obtenida en cada una de las consultas hechas, para luego formular un problema teniendo en cuenta la información suministrada y socializada.

A continuación, se presentan los resultados dados por cuatro grupos, los cuales fueron escogidos debido a que lograron articular la información obtenida con las ideas planteadas por ellos mismos para llevar a cabo el proceso de formulación de problemas con respecto a la práctica social ***"el supermercado"***.

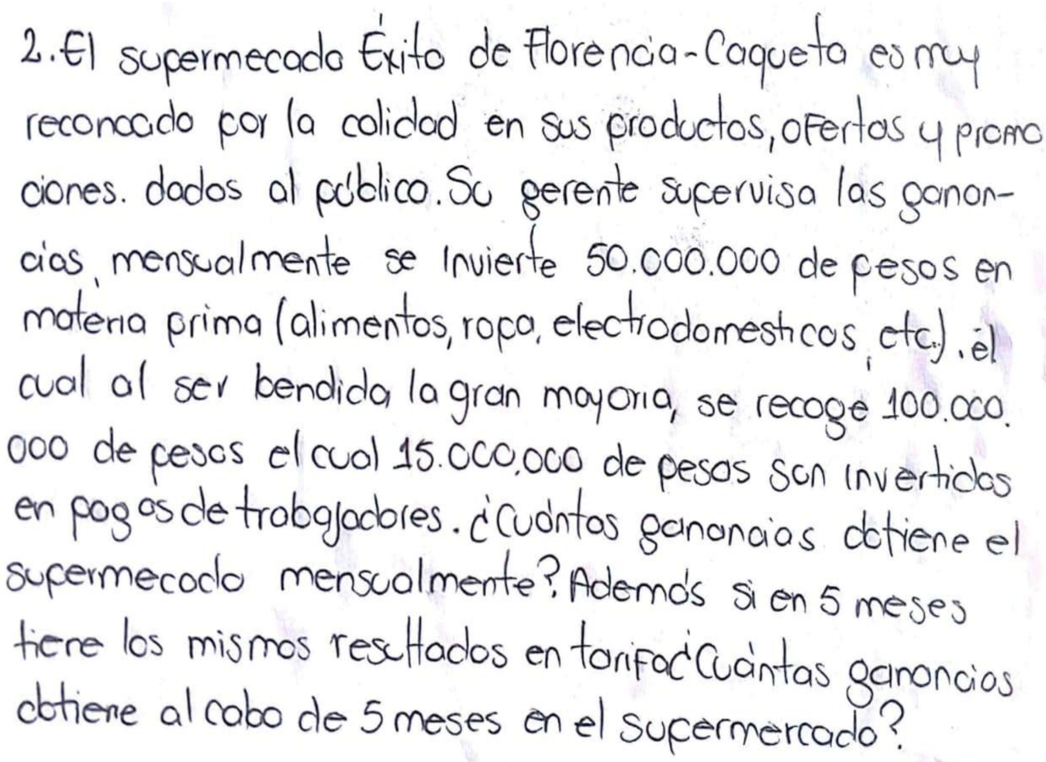
Imagen 11*. Grupo 6 – Información socializada*


1. En los supermecados de empresas reconocidas a nivel nacional son surtidos y manejados desde una central la cual manda los productos, precios, ofertos y promociones a cada supermercado en cualquier parte del país. Todo el dinero que sea invertido en productos ya sea nacionales e internacionales se tiene que recoger con la venta y tener una ganancia considerable para su dueño, además cada supermercado tiene un gerente el cual supervisa que todos las ordenes de la central sean cumplidos al igual que los precios y además, los productos que se vencen generan una gran perdida a la central.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 6.

Se evidencia que en la información consultada por el sexto grupo se puede reconocer tres variables importantes dentro de las actividades que manejan los supermercados, que son: compra, venta y ganancia de los productos. De acuerdo a esto, se resalta que no dan muestra de valores exactos que determinen alguno de estos elementos ya mencionados, puesto que brindan generalidades de como abastecen reconocidos supermercados y según los precios que designen se debe manejar la venta del producto con el fin de obtener una ganancia considerable. Por consiguiente, se expondrán los resultados de la tarea número 2 acorde a los datos recogidos.

***Imagen 12**. Grupo 6 – Formulación del problema*



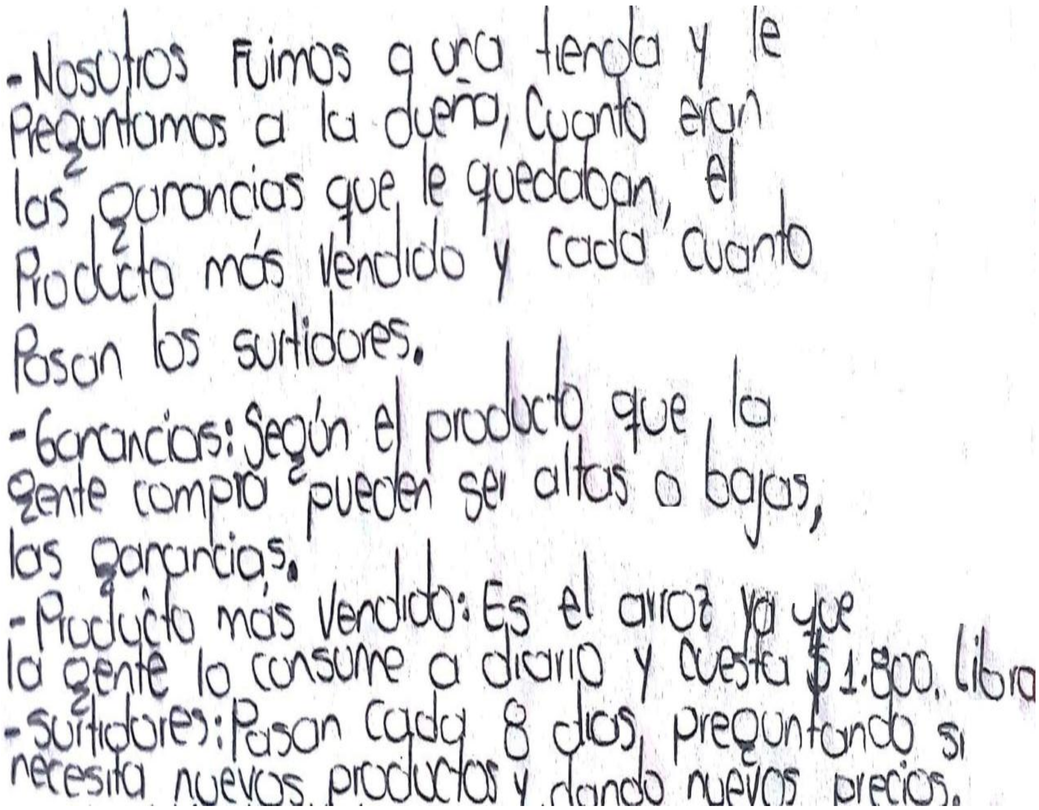
2. El supermecado Éxito de Florencia-Caqueta es muy reconocado por la calidad en sus productos, ofertas y promo-ciones. dados al público. Su gerente supervisa las ganan-cias, mensualmente se Invierte 50.000.000 de pesos en materia prima (alimentos, ropa, electrodomesticos, etc.). el cual al ser bendida la gran mayoria, se recoge 100.000.000 de pesos el cual 15.000.000 de pesos son invertidos en pagos de trabajadores. ¿Cuántos gananaias obtiene el supermecado mensualmente? Además si en 5 meses tiene los mismos resultados en tarifa ¿Cuántas ganancias obtiene al cabo de 5 meses en el supermercado?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 6.

De acuerdo a los resultados que arroja el sexto grupo con relación a la formulación de un problema acorde a la información suministrada, se puede evidenciar que los estudiantes convierten los datos obtenidos y la situación en un problema matemático que puede ser resuelto mediante sus conocimientos, etapa perteneciente al modelo creado por Kochen, Badre & Badre (1976). Por otra lado, se percibe que los estudiantes hicieron uso de dos de los niveles de complejidad denominado así por Solar (2009), que se adopta de los grupos de complejidad de PISA (OCDE, 2003), los cuales son el de *reproducción*, relacionado a la implementación de operaciones simples con respecto a problemas del entorno inmediato y el nivel de *conexión*, ya que los estudiantes establecieron una relación entre los procedimientos matemáticos necesarios para la resolución del problema y contextos menos familiares.

En esta misma línea, se compartirá los datos recogidos por el séptimo grupo de acuerdo a la consulta que hicieron sobre la práctica social establecida.

Imagen 13. *Grupo 7 – Información socializada*

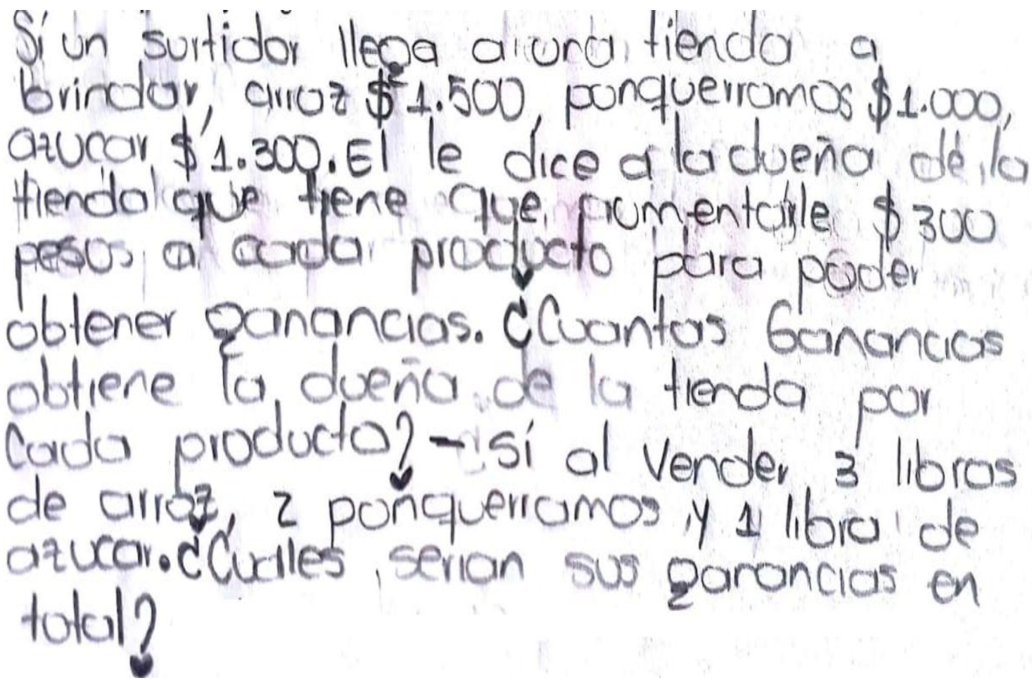


-Nosotros fuimos a una tienda y le
Preguntamos a la dueño, Cuanto eran
las ganancias que le quedaban, el
Producto más vendido y cada cuanto
Pasan los surtidores.
-Ganancias: Según el producto que la
gente compro pueden ser altas o bajas,
las ganancias.
-Producto más vendido: Es el arroz ya que
la gente lo consume a diario y cuesta \$1.800. libra
-Surtidores: Pasan cada 8 dias, preguntando si
necesita nuevos productos y dando nuevos precios.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 7.

La información suministrada por el séptimo grupo, permite reconocer que establecieron tres componentes fundamentales para consultar de manera directa en una tienda, que son: las ganancias, producto más vendido y el tiempo en que el surtidor pasaba a ofrecer los artículos. A partir de estos factores, se demuestra que no existe un valor fijo para ninguno, ya que dependen del precio en que el surtidor brinde los productos, motivo por el cual varían. Sin embargo, afirman que el arroz es el artículo más vendido, puesto que su consumo es diario y a su vez es importante resaltar que forma parte del sector económico primario del contexto en el que los participantes se desenvuelven. En representación a lo anterior, se dará muestra de cómo abarcaron la tarea número 2.

***Imagen 14**. Grupo 7 – Formulación del problema*


Sí un surtidor llega a una tienda a brindar, arroz $1.500, ponquerramos $1.000, azucar $1.300. El le dice a la dueña de la tienda que tiene que aumentale $300 pesos a cada producto para poder obtener ganancias. ¿Cuantos Ganancias obtiene la dueña de la tienda por cada producto? - sí al vender 3 libros de arroz, 2 ponquerramos y 1 libro de azucar. ¿Cuáles serian sus garancias en total?

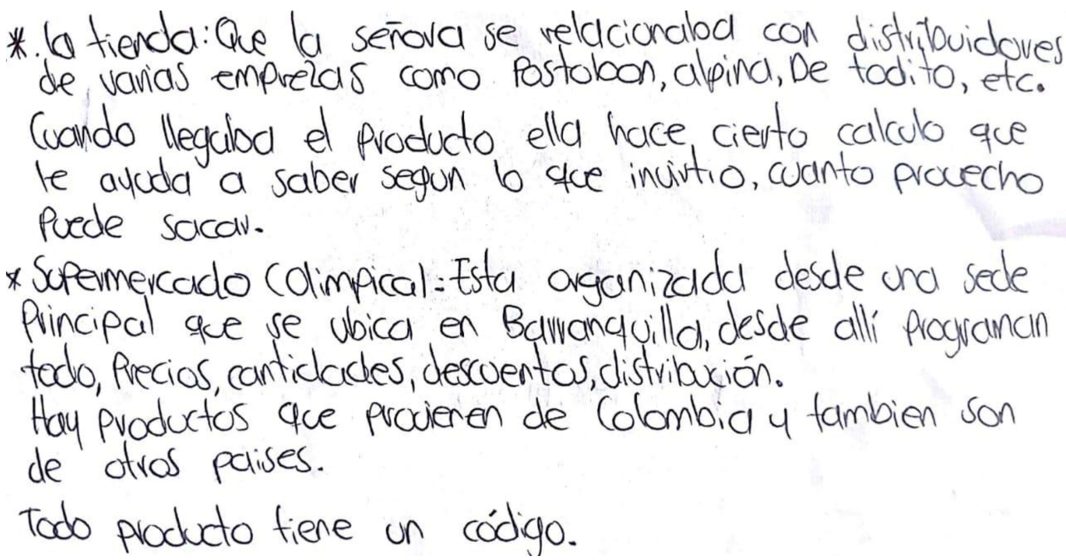
Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 7.

Del problema elaborado por el séptimo grupo se infiere que los estudiantes en un primer momento consideraron necesario establecer los posibles valores en los que un surtidor ofrece ciertos productos, más el monto que se le debe adicionar para así dar a la venta los artículos, teniendo en cuenta las ganancias. Este escenario permite reconocer que los estudiantes emplearon dos de las etapas que consta el modelo de formulación de problemas propuesto por Kochen, Badre & Badre (1976). La primer fase se refiere a que los estudiantes contemplaron que es una situación de la vida real, lo cual conllevo a generar un enunciado del problema de manera escrita, considerando los diversos elementos que podrían conformarlo y una segunda etapa que se vincula a la forma en que ellos lograron entablar un subproblema, dentro del mismo problema con el propósito de facilitar la solución del mismo.

Agregando a lo anterior, este problema refleja que los estudiantes formularon tareas matemáticas relacionadas al segundo nivel de complejidad de *conexión* Solar (2009), puesto que forjaron un nexo entre diferentes contenidos matemáticos con situaciones de solución de problemas que ya no son rutinarias en escenarios casi familiares.

Ahora, se pondrá en conocimiento la información adquirida y sistematizada por parte del noveno grupo con el propósito de conocer los datos y la importancia que le dieron, para continuar con el proceso de la tarea número 2.

Imagen 15. *Grupo 9 – Información socializada*

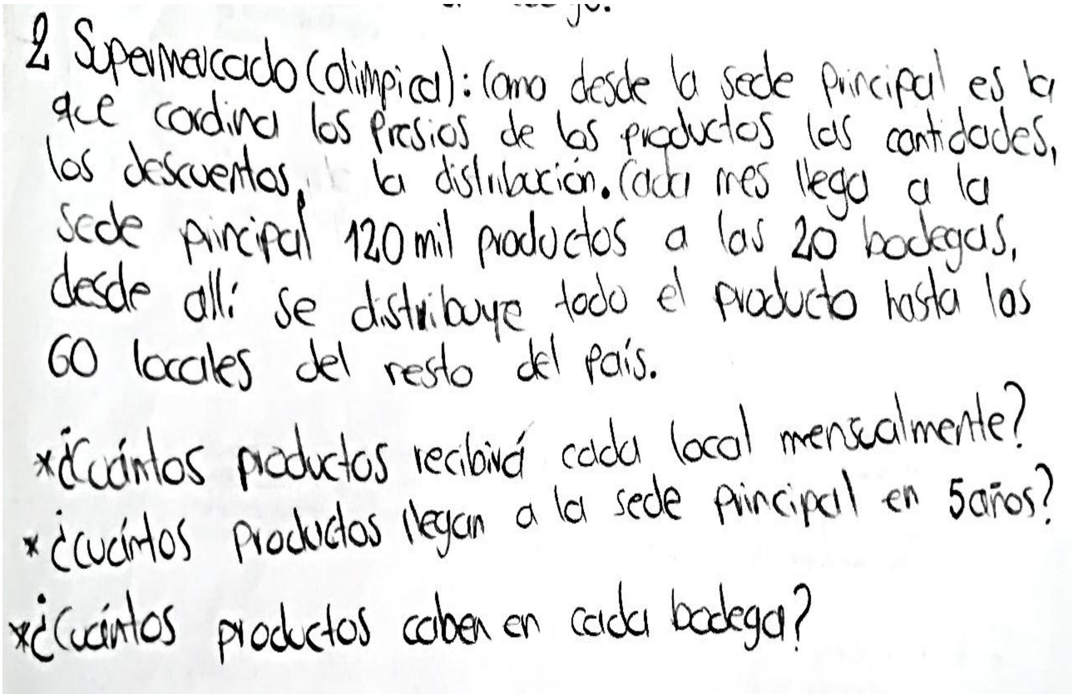

*. la tienda: Que la señora se relacionaba con distribuidores de varias emprezas como Postobon, alpina, De todito, etc.
Cuando llegaba el producto ella hace cierto calculo que le ayuda a saber segun lo que invirtio, cuanto provecho puede sacar.
* Supermercado (Olimpica): Esta organizada desde una sede Principal que se ubica en Barranquilla, desde allí programan todo, Precios, cantidades, descuentos, distribución.
Hay productos que provienen de Colombia y tambien son de otros paises.
Todo producto tiene un código.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 9.

El noveno grupo en su consulta realizó un contraste entre una tienda común y un supermercado de cadena (Olimpica). De acuerdo a la información, es notorio que en una tienda para llevar a cabo el proceso de compra, venta y obtención de ganancias depende de los costos en que los diferentes surtidores ofrecen los productos. Hecho que conlleva a la propietaria efectuar cálculos que le brinde obtener ganancias teniendo en cuenta lo invertido para la mercancía. Panorama totalmente distinto, debido a que los almacenes de cadena son abastecidos por sedes principales, las cuales emplean los diferentes cómputos para que las sucursales ya tengan el valor por artículo, cantidad, descuento y promociones, ya que comercializan mercancía tanto nacional como internacional.

Atendiendo a estas consideraciones, en la siguiente imagen se da muestra de cómo el noveno grupo formuló una situación problema con sus tareas matemáticas teniendo como base a la información anterior.

Imagen 16. *Grupo 9 – Formulación del problema*


2 Supermercado (olimpica): Como desde la sede principal es la que cordina los presios de los productos las cantidades, los descuentos, la distribución. Cada mes llega a la sede principal 120 mil productos a las 20 bodegas, desde allí se distribuye todo el producto hasta los 60 locales del resto del país.

*¿Cuántos productos recibirá cada local mensualmente?

*¿Cuántos productos llegan a la sede principal en 5 años?

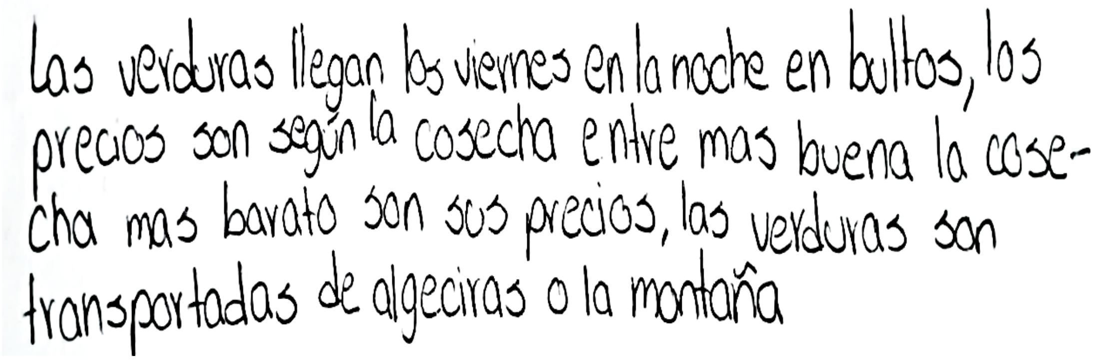
*¿Cuántos productos caben en cada bodega?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 9.

Se aprecia que el noveno grupo para la formulación del problema tuvo en cuenta la información con respecto al supermercado de cadena Olimpica. No obstante, establecen una aclaración con relación a la asignación de valores a los productos, motivo que permite interpretar el por qué tomaron los artículos por cantidad de acuerdo al contexto; esto admite evidenciar las dos primeras etapas del modelo de formular problemas planteado por Kochen, Badre & Badre (1976). Por otra parte, es claro reconocer que las situación problema elaboradas por el grupo dan muestra de la relación que los estudiantes hicieron en cuanto a los datos consultados, los conocimientos propios y adquiridos a través de procedimientos matemáticos con el fin de llegar a una solución del problema que es poco conocido por ellos. Por esta razón, las tareas matemáticas producidas se evocan a dos de los niveles de complejidad que son: *reproducción y conexión.*

Por último, se expone el trabajo realizado por el cuarto grupo; siguiendo el orden detallado que se ha manejado anteriormente, por lo tanto en la próxima imagen se percibe la indagación hecha por los estudiantes acerca de la práctica social que se ha venido trabajando.

***Imagen 17**. Grupo 4 – Información socializada*

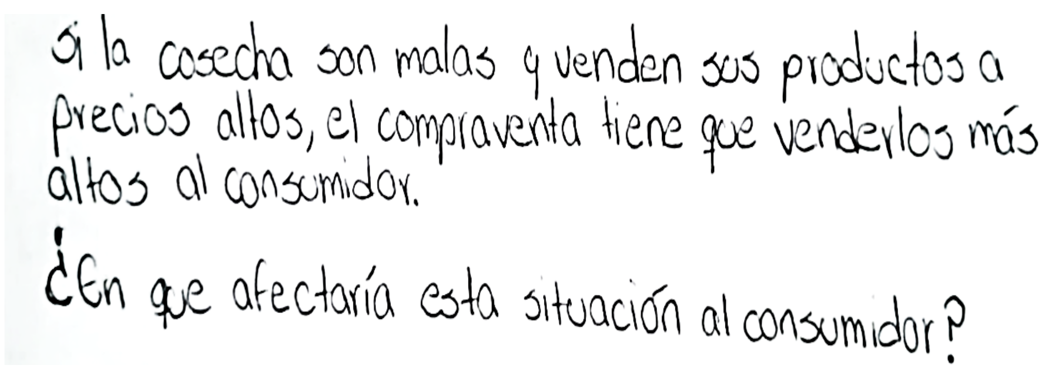

Las verduras llegan los viernes en la noche en bultos, los precios son según la cosecha entre mas buena la cose-cha mas barato son sus precios, las verduras son transportadas de algeciras o la montaña

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 4.

El cuarto grupo a través de su consulta, evidencia la selección de un producto en específico (las verduras), también se logra inferir que la compra y venta de este es por bultos; sin embargo se desconoce el valor especifico de los mismos, ya que consta de la cosecha producida. Situación que a su vez es sustentada dentro de la información, pues entre mayor cosecha, los precios son más económicos. Por otro lado, se aprecia que es un producto que no es abastecido dentro del mismo contexto, puesto que proviene de uno de los pueblos aledaños (Algeciras) o de la montaña (campo).

En este sentido, se indica a continuación como los estudiantes interpretaron e usaron la información obtenida para la formulación del problema.

***Imagen 18.** Grupo 4 – Formulación del problema*


Si la cosecha son malas y venden sus productos a precios altos, el compraventa tiene que venderlos más altos al consumidor.

¿En que afectaría esta situación al consumidor?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 4.

El problema establecido por el cuarto grupo permite reconocer que va más allá del uso de procedimientos matemáticos que establezcan un nexo con la información suministrada de acuerdo a un contexto poco familiar. Pues se reconoce que los estudiantes a raíz de la consulta hecha, comprenden lo que se plantea en la misma, a tal punto de crear una situación problema no estructurada en la que otorga reflexionar y pensar en las posibles consecuencias que el consumidor podría tener si la cosecha ha sido escasa y poco fructífera en cuanto a ganancias.

Del mismo modo, se evidencia que para llevar a cabo la solución del problema es necesario idear que tipo de procedimientos matemáticos se pueden inferir desde la situación problema, para planear estrategias que conlleven a su aplicación en un ámbito muy poco familiarizado para ellos. Por ende, lo anterior determina que es una tarea con un nivel de complejidad de *reflexión*, debido a que implica la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original. Para ello los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones. En estos procesos, según lo fórmula el INEE[2], se requiere que los estudiantes "reconozcan y extraigan las matemáticas contenidas en la situación" (OCDE, 2018, p.12).

Para concluir, de las evidencias anteriores se logra reconocer que los cuatro grupos establecieron una relación contundente entre la información adquirida y los diversos problemas planteados, establecidos en las situaciones problema y asociando tareas matemáticas que permitieran llevar a cabo el uso de los conocimientos propios y matemáticos con respecto a situaciones que se pueden evidenciar dentro de la práctica social ***"el supermercado"***. No obstante, se percibe que los estudiantes muestran dificultades en cuanto a la escritura de la situación problema en el momento de relacionar las ideas que tienen con los datos obtenidos para contextualizar el problema con eventos de la realidad. Esto se infiere debido a que es un proceso matemático poco frecuente dentro del aula, puesto que se mantiene un acercamiento constante al proceso matemático resolver problemas.

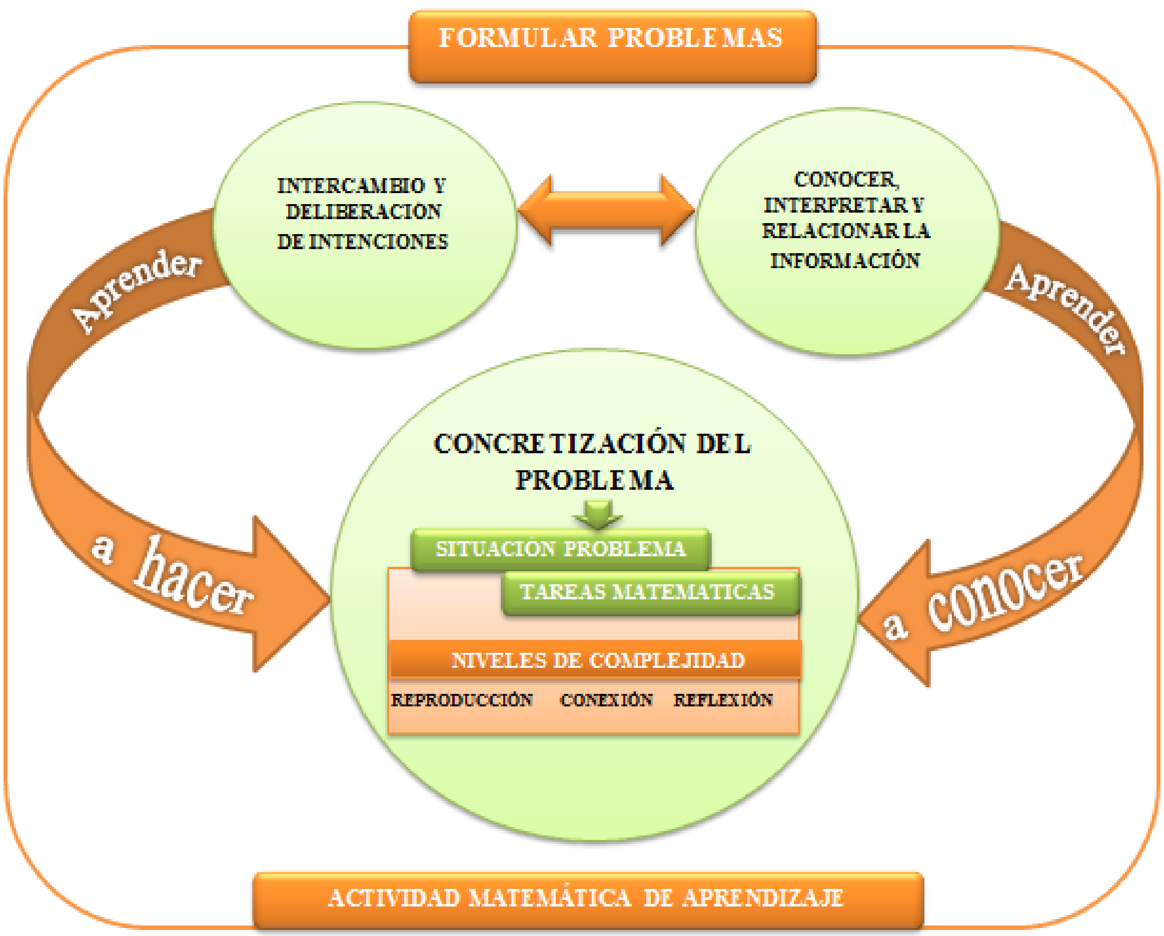
Adicional a esto, es importante admitir que los estudiantes utilizaron las *situaciones libres y semiestructurada*s para formular problemas, dos de las formas propuestas por Stoyanova

[2] Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación de México.

(1998, citado por Espinoza, Lupiañez & Segovia, 2014, p.3). De igual manera, fue notorio que a través de las tareas matemáticas se evidenciaran los tres niveles de complejidad, *reproducción, conexión y reflexión*, denominados por Solar (2009), adoptados de los grupos de complejidad de PISA (OCDE, 2003).

Siguiendo esta línea, a continuación se da muestra de un esquema relacionado a los elementos y las particularidades expuestas anteriormente, con el propósito de fijar momentos importantes puestos en conocimiento por parte de los estudiantes a la hora de dar frente a este proceso matemático.

Imagen 19. *Caracterización de Proceso Matemático Formular Problemas*



Fuente: Elaboración Propia.

Son tres, las fases esenciales que se necesitan para formular un problema, puesto que son la ruta pertinente que permite tener una linealidad coherente para lograr elaborar el enunciado del problema y adscrito al mismo las tareas matemáticas. En un primer momento, es necesario consultar o adquirir información oportuna y acorde a la práctica social seleccionada previamente, debido a que conlleva a conocer, interpretar y relacionar los datos suministrados de manera general. Seguido a esto, se abre paso al intercambio y deliberación de intenciones con respecto a la información consultada con el fin de fijar elementos relevantes y adecuados. Una vez desarrolladas las dos primeras fases, se logra llegar a la concretización del problema, la cual refiere a la última fase del proceso y es allí, donde finalmente se refleja la situación problema junto con las tareas matemáticas derivadas de la misma.

Cabe resaltar, que es un proceso que se relaciona entre sí, dado a que cada fase cumple una función necesaria para formular un problema. Lo cual pone en evidencia que una persona es competente cuando logra establecer la conexión integra de estas fases y ejecuta a cabalidad su desarrollo. Por otra parte, este proceso brinda al sujeto la oportunidad de poner en práctica dos aprendizajes fundamentales dados por la UNESCO, que son el Aprender a Conocer, relacionado a la comprensión que la persona tiene del contexto en el que está inmerso y a la forma en que despierta el deseo de cuestionarse e indagar más de lo que ya sabe. Y el Aprender a Hacer, que alude a las capacidades que tiene el sujeto para actuar dentro de su propio entorno y contribuir en el; también se relaciona a las aptitudes de tipo cognitivo que este tiene para llevar a cabo tareas o actividades.

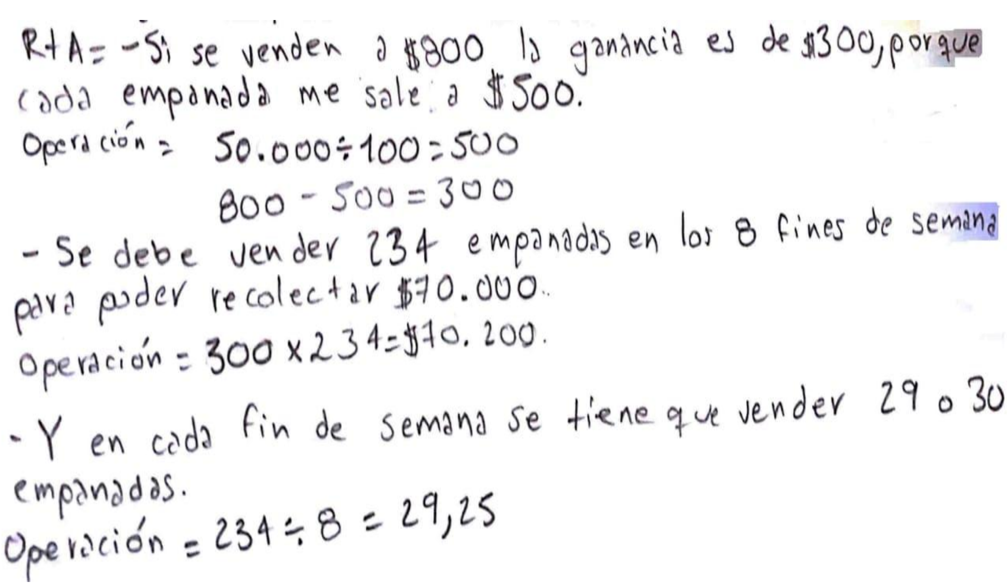
Para finalizar, el desarrollar este proceso en conjunto y en su totalidad, implica establecer una actividad matemática de aprendizaje evidenciada y llevada a cabo por los estudiantes. Es decir, que a través de sus intervenciones, intercambio de saberes, actitudes, aptitudes y conocimientos matemáticos logran instaurar situaciones problema acordes a eventos o sucesos que acontecen en su cotidianidad. Del mismo modo, los estudiantes logran manifestar a través de sus producciones en cuanto a las tareas matemáticas los niveles de complejidad (Reproducción, Conexión y Reflexión) propuestos por Solar (2009). De todo lo anterior, se asume que el proceso de formular un problema, cumple un rol significativo en la formación integral de los educandos desde las matemáticas escolares, considerando sus saberes, comportamientos e interpretaciones.

❖ Proceso matemático resolver problemas

El trabajo realizado con respecto a este proceso matemático, se llevó a cabo en dos sesiones, las cuales fueron distribuidas y trabajadas de la siguiente manera: en la primera sesión, los estudiantes se organizaron en parejas con el fin de resolver la situación problema ***“Producción y Venta de Empanadas***: ***Una Actividad para Nuestra Excursión de Fin de Año”*** (Ver Apartado 3.1). En cuanto a la segunda sesión, se seleccionaron doce grupos, los cuales fueron escogidos debido a particularidades evidenciadas en las respuestas dadas a la tarea trabajada en la primera sesión. Estas diferencias centraron más la atención debido a que iban más allá de los procesos matemáticos respectivos, motivo por el cual se elaboró una breve entrevista con el propósito de conocer las causas de las peculiaridades encontradas y comprender las mismas.

Con relación a lo anterior, se exponen los resultados proporcionados por cuatro grupos respecto a la tarea número 1, en los cuales se evidencia que además de dar el valor numérico a la tarea expuesta, le dan un sentido interpretativo de acuerdo a circunstancias del contexto real.

Imagen 20. *Grupo 1 - Tarea N°1*

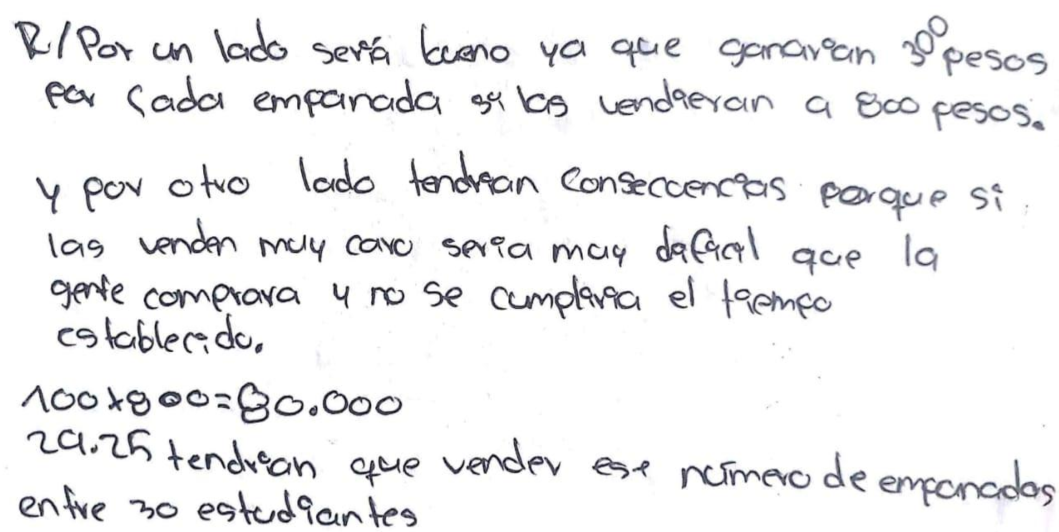

RtA= -Si se venden a $800 la ganancia es de $300, porque cada empanada me sale a $500.
Operación = 50.000÷100=500
800 - 500 = 300
- Se debe vender 234 empanadas en los 8 fines de semana para poder recolectar $70.000.
Operación = 300 x 234 = $70.200.
- Y en cada fin de semana se tiene que vender 29 o 30 empanadas.
Operación = 234 ÷ 8 = 29,25

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 1.

El primer grupo, expone que en cada fin de semana se tiene que vender 29 o 30 empanadas, valores que no corresponden exactamente al resultado matemático que arroja la operación realizada. Por tanto, esto permite inferir que la respuesta dada por el grupo fue producto de la relación que hicieron de acuerdo al contexto que se plasma en la situación problema de la tarea. Es decir, los estudiantes comprenden que no es posible vender 29,25 empanadas y por ello expresan en su respuesta términos enteros, los cuales representan una cantidad evidente para esta situación (Venta de empanadas).

En contraste con lo anterior, se encontraron grupos que a pesar de que daban una consecuencia en cuanto a la cantidad de empanadas que se debían vender en un fin de semana, no lograron entablar la relación pertinente que hay entre el resultado matemático obtenido con la realidad expuesta en la situación problema. A modo de ejemplo, se presenta la solución dada por el cuarto grupo:

Imagen 21. *Grupo 4 - Tarea N°1*


R/Por un lado será bueno ya que ganarían 300 pesos por cada empanada si las vendieran a 800 pesos.

y por otro lado tendrían Consecuencias porque si las venden muy caro sería muy difícil que la gente comprara y no se cumpliría el tiempo establecido.

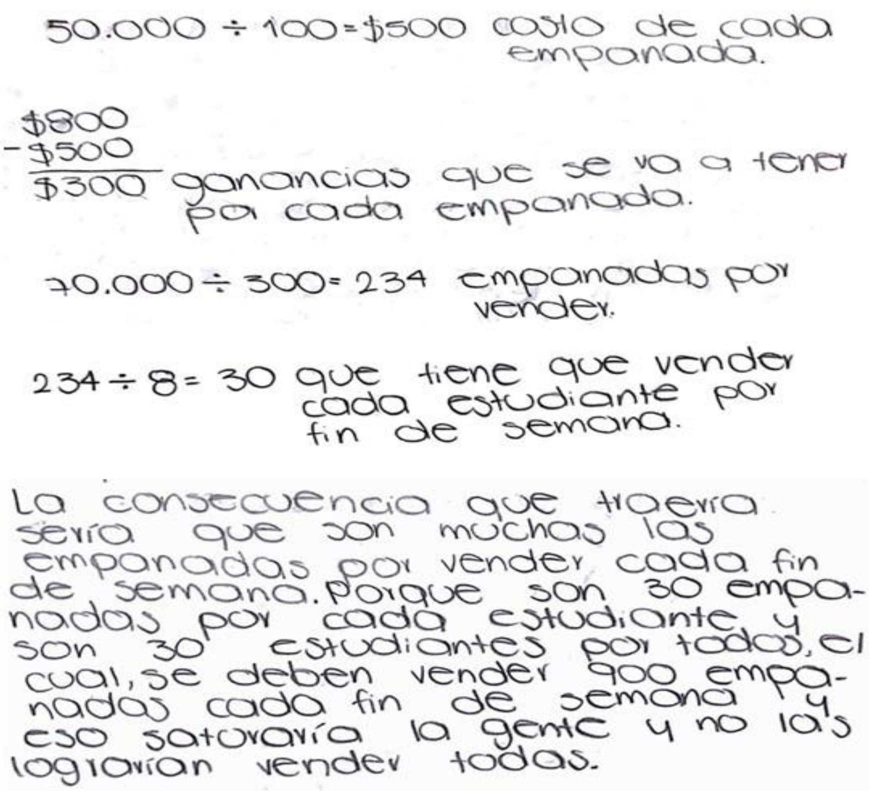
100x800=80.000

29.25 tendrían que vender ese número de empanadas entre 30 estudiantes

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 4.

El cuarto grupo, expone como consecuencia que a mayor precio, la empanada será más difícil venderla; pero al realizar la operación matemática no relacionan el resultado con la realidad, puesto que afirman que el valor final obtenido es la cantidad de empanadas que deben vender. Esto refleja, que no consideraron que el producto evidenciado corresponda a un número decimal, motivo por el cual no es probable ofrecer a la venta 29,25 empanadas en un contexto real.

Imagen 22. *Grupo 5 - Tarea N°1*



50.000 ÷ 100 = $500 costo de cada empanada.

$800
- $500
$300 ganancias que se va a tener por cada empanada.

70.000 ÷ 300 = 234 empanadas por vender.

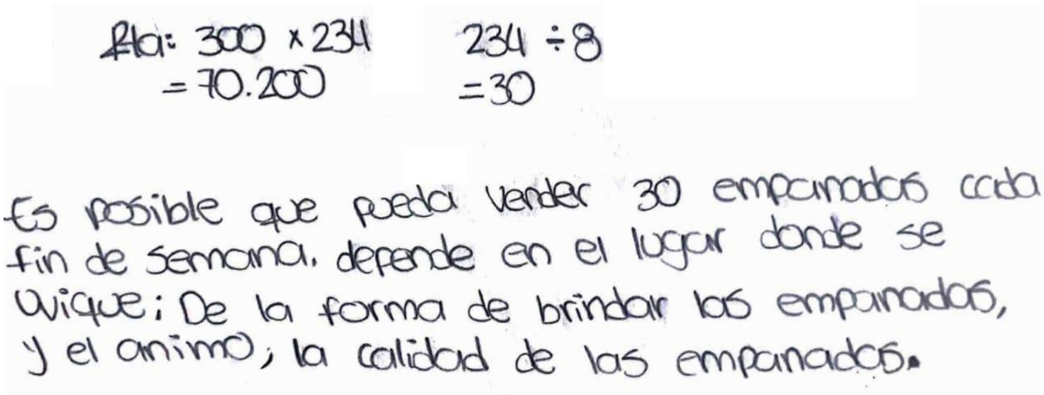
234 ÷ 8 = 30 que tiene que vender cada estudiante por fin de semana.

La consecuencia que traería sería que son muchas las empanadas por vender cada fin de semana. Porque son 30 empanadas por cada estudiante y son 30 estudiantes por todos, el cual, se deben vender 900 empanadas cada fin de semana y eso saturaría la gente y no las lograrían vender todas.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 5.

El quinto grupo, establece de manera escrita la relación que hay entre las siguientes variables: el precio por empanada para la venta y el número de empanadas para vender en el tiempo estipulado. Motivo por el cual, se evidencia que los estudiantes al identificar estas variables, establecieron una función de proporcionalidad inversa, ya que una variable al disminuir conlleva a que la otra variable aumente. Suceso que afirman de forma implícita, debido a que si el precio de venta de las empanadas es menor, mayor será la cantidad de empanadas que se tengan que vender en un fin de semana para recaudar el presupuesto establecido para la excursión. Además de lo anterior, es claro que interpretaron lo que comprende el resultado con respecto a su contexto.

Imagen 23. *Grupo 10 - Tarea N°1*


Rta: 300 x 234
= 70.200

234 ÷ 8
= 30

Es posible que pueda vender 30 empanadas cada fin de semana. depende en el lugar donde se Ubique; De la forma de brindar los empanadas, y el animo, la calidad de las empanadas.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 10

En el décimo grupo, se da muestra que los estudiantes además de hacer el proceso matemático para conocer los resultados del mismo, también expresan de manera indirecta la implicación que se genera por la gran cantidad de empanadas para vender cada fin de semana con respecto a la cantidad de estudiantes y el precio del producto. Sin embargo, proponen una alternativa de solución para dicha consecuencia, lo cual se manifiesta en el siguiente episodio:

Tabla 10. *Episodio I*

$\boldsymbol{Inv_1}$: Quiero preguntar es, ustedes dicen que deben vender 30 empanadas, cierto, cada fin de semana ¿cierto?
$\boldsymbol{Grupo_{10}}$: Si señor
$\boldsymbol{Inv_1}$: Pero dicen que estas son posibles venderlas siempre y cuando la persona este de ánimo, la calidad de las empanadas, la forma de brindar. Yo quiero que me expliquen eso.
$\boldsymbol{Grupo_{10}}$: Por ejemplo, personalmente digamos uno va a comprar empanadas y a veces así sean ricas uno va a ese lugar y la persona que lo atiende o la que las está vendiendo ¡no sé! como que de mala gana como que uno no ve esa cosa. En cambio, hay persona que aunque no sean tan ricas como que tienen esa forma de brindar esa forma como tan chévere. Hay personas que así puedan sacar las empanadas muy ricas pero si no tienen como ese estilo y esa forma como de atraer la gente no las venden. En cambio hay gente que cualquier cosa uno se da cuenta que sale a vender y puede ser unos mamoncillos y los vende así, porque tiene como el estilo y le pone como las ganas y se le ve como esas ganas de vender como de ¿si me entiende?

Fuente: Entrevista Semiestructurada al Grupo 10.

De igual manera, se rescata que las interpretaciones del décimo grupo, van más allá de un solo resultado matemático puesto que ponen en conocimiento la posible consecuencia que se podría evidenciar teniendo en cuenta los datos dados. No obstante, dan estrategias de solución que soporten y validen los productos obtenidos. Así mismo, el primer grupo manifiesta una probable salida de la consecuencia que se presenta, lo cual se refleja en el siguiente episodio:

Tabla 11. *Episodio II*

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Saben que es la demanda y la oferta? O sea si hay 30 estudiantes vendiendo todos el mismo fin de semana 29 0 30 ¿Qué pasaría?

$\boldsymbol{Grupo_1}$: Cumplirían la meta para poder ir al viaje, ¿no?

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Cumplirían?

$\boldsymbol{Grupo_1}$: Si

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Las personas les comprarían?

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿A todos los 30 que están vendiendo?

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿A todos los 30? ¿Ustedes que Piensan?

$\boldsymbol{Grupo_1}$: Pues que no, yo creo que ya no vendiéndolas todos por un lado, porque si todos se ponen por igual a vender todas las empanadas, o sea yo como las vendería, viendo un lugar donde las venderían y van y compran en ese lugar yéndome a un lugar que no esté nadie.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Bueno, entonces una forma de poder venderlas seria que

$\boldsymbol{Grupo_1}$: Que estuvieran todos en lugares diferentes, regaditos

$\boldsymbol{Inv_1}$: Así si se lograría vender las 29 o 30 empanadas

$\boldsymbol{Grupo_1}$: Si porque no estarían todos amontonados, serian en lugares diferentes pero no tan cercanos y en lugares donde vayan gente no?

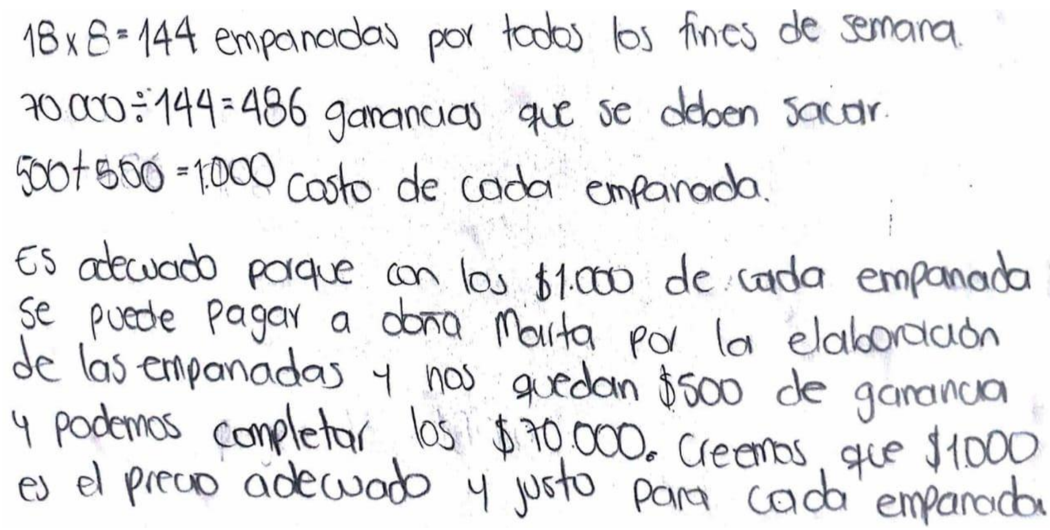
Fuente: Entrevista Semiestructurada al Grupo 1.

En este sentido, se identifica que los tres grupos comprendieron la situación problema de acuerdo al contexto expuesto, dado que establecen relaciones entre los datos proporcionados en la situación con sus saberes propios y así hacen uso de operaciones básicas que corroboren los procesos a seguir para la solución de la misma. A su vez, presentan un contraste entre el resultado matemático y las dinámicas cotidianas.

De este modo, el primer y décimo grupo determinan una estrategia que permite respaldar el proceso trabajado con relación a la actividad número 1. De acuerdo a esto, se genera el uso de la dimensión heurística puesto que los estudiantes buscan caminos que les brinden solución a situaciones de dificultad presentadas en el desarrollo de la actividad, como lo manifiesta Schoenfeld (1985). Por otra parte, les otorgó involucrar elementos de carácter sociocultural, debido a que implican dinámicas reales de su propio entorno con el fin de comprender los resultados matemáticos obtenidos.

En este orden de ideas, en la tarea número 2 se presentaron similitudes en las soluciones dadas por los estudiantes, puesto que la mayoría de grupos coincidieron con el valor que debería tener cada empanada para recaudar el dinero necesario para la excursión; un ejemplo de ello se muestra en el quinto grupo:

Imagen 24. *Grupo 5 - Tarea N°2*


18 x 8 = 144 empanadas por todos los fines de semana.
70.000 ÷ 144 = 486 ganancias que se deben sacar.
500 + 500 = 1.000 costo de cada empanada.

Es adecuado porque con los $1.000 de cada empanada se puede pagar a doña Marta por la elaboración de las empanadas y nos quedan $500 de ganancia y podemos completar los $70.000. Creemos que $1000 es el precio adecuado y justo para cada empanada

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 5.

El quinto grupo, presenta la cantidad total de empanadas que cada estudiante debe vender en los ocho fines de semana estipulados, la cual es de 144 empanadas. De acuerdo a esto, tienen en cuenta dos valores fundamentales que corresponden a la ganancia y al costo de la elaboración de las empanadas, lo que permite inferir que el grupo comprendió la situación y la tarea a desarrollar. Además, en su conclusión justifican el resultado obtenido mediante la operación matemática, pues manifiestan que 1.000 pesos es un valor “adecuado y justo” para vender cada empanada, debido a que logran adquirir una ganancia de 500 pesos para recoger el dinero que se requiere para la excursión y a su vez recolectar lo necesario para pagar a Doña Martha el costo por hacer las empanadas. Esto, se ve reflejado en el siguiente episodio:

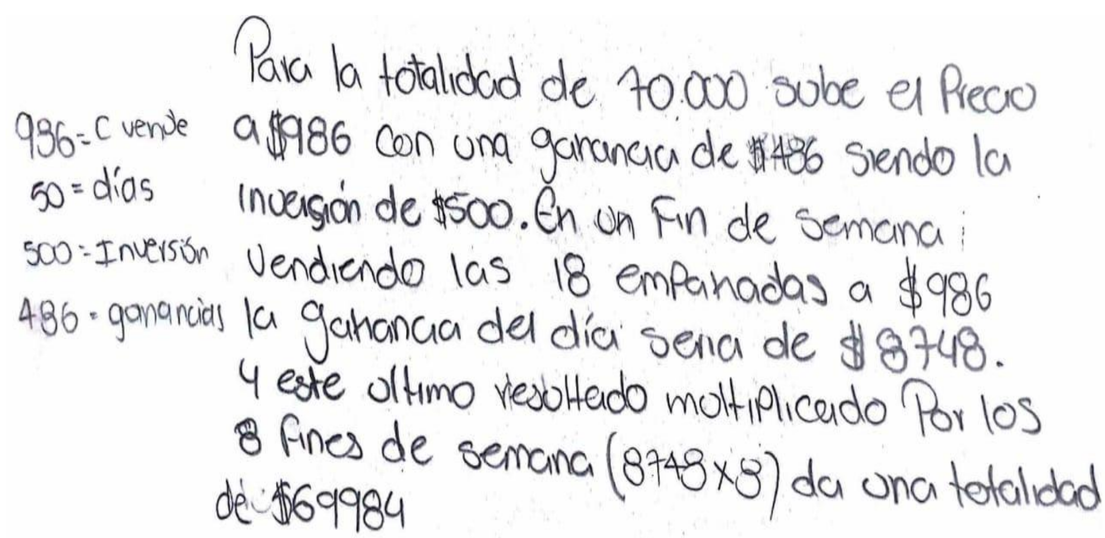
Tabla 12. *Episodio III*

$\boldsymbol{Inv_1}$:	Bueno, la pregunta que les quiero hacer es ¿por qué dicen que 1.000 pesos es un precio adecuado y justo para vender una empanada? ¿Ustedes que piensan?
$\boldsymbol{Grupo_5}$:	Pues, porque ahí decía que el costo de la empanada son de $ 500, entonces, para poder ganar $ 1.000 sería justo porque es un precio como que se pueden vender las empanadas y también donde se puede ganar el doble de las ganancias que se están produciendo.
$\boldsymbol{Inv_1}$:	O sea, ¿las personas las comprarían a 1.000 pesos?
$\boldsymbol{Grupo_5}$:	Sí

Fuente: Entrevista Semiestructurada al Grupo 5.

Por otra parte, asumen que es un precio adecuado para que las personas se animen a comprar las empanadas, ya que tienen en cuenta que sea asequible para cualquier persona. Sin embargo, hubo grupos que no lograron relacionar los valores dados por las operaciones matemáticas efectuadas con la situación expuesta, lo anterior se evidencia en la siguiente solución dada por el grupo 13:

Imagen 25. *Grupo 13 - Tarea N°2*

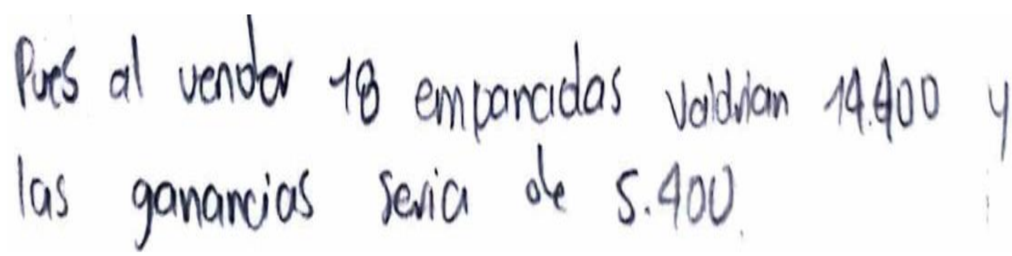


Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 13.

El grupo 13, en la solución dada para la tarea 2 exponen valores que determinan el precio por empanada, la ganancia a obtener y el dinero total recolectado. No obstante, esto conlleva a interpretar que el grupo no tuvo en cuenta que los resultados dados eran inexistentes con relación a los precios reales del contexto. Es decir, que afirman vender una empanada a 986 pesos, hecho que no es probable y dejan de lado que ese valor podría ser de 1.000 pesos. Por tanto, este grupo presenta una particularidad dentro de la representación con respecto a la situación problema propuesta.

Por otro lado, en otros grupos se evidencio que no se llevó a cabo el análisis requerido para la comprensión de la tarea número 2, puesto que la relacionaron con la tarea número 1 y por tanto los procedimientos efectuados no permitieron dar una respuesta precisa y acorde a dicha tarea. Esta situación se manifiesta a continuación:

Imagen 26. *Grupo 14 - Tarea N° 2*



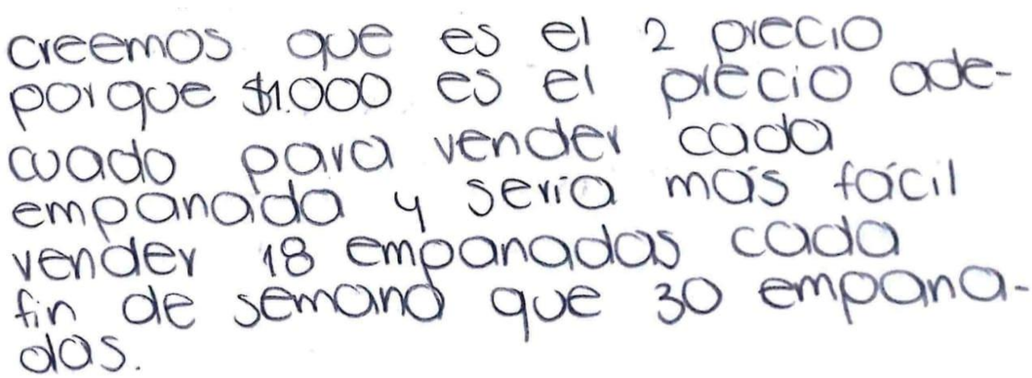
Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 14.

Teniendo en cuenta lo anterior, en este grupo se ve reflejado como el no comprender las tareas conlleva a dar posibles soluciones erróneas o afirmaciones que no estén relacionadas a lo que realmente se quiere resolver o dar respuesta. Por tal motivo, es importante resaltar el sentido que tiene el analizar y comprender la situación problema y las diferentes tareas, antes de planificar y ejecutar los procesos que lleven a una solución de las mismas. En este sentido, este grupo no cumplió con las expectativas esperadas para dicha tarea.

Al comparar estas evidencias, se reflejan tres percepciones distintas con respecto a las actuaciones de los estudiantes para el desarrollo de la tarea puesto que cada grupo asume unas "estrategias cognitivas que les permiten desarrollar una habilidad organizada internamente para gobernar su propia conducta de pensar, es decir, los procesos de atender, aprender, recordar y pensar" Gagné & Briggs (2008, citado por Acosta & Boscán, 2012), con el fin de dar uso de los datos suministrados y de esta manera proceder de acuerdo a ellos para obtener una solución. En este sentido, en el grupo 5 y 13, en sus respuestas traslucen dos de los aspectos propuestos por Schoenfeld (1985) para la resolución de problemas, los cuales son: Los recursos cognitivos entendidos como los conocimientos previos y el control relacionado con las estrategias meta-cognitivas, lo cual permite el uso eficiente de los recursos disponibles.

Hechas las consideraciones anteriores, de acuerdo a las respuestas de los estudiantes con respecto a la tarea número 3, se reconoce que gran parte de los grupos seleccionaron que 1.000 pesos debe ser el precio para vender cada empanada, dado que la cantidad para ofrecer al público es menor con relación a la suma de empanadas que se necesita, si el costo por empanada es de 800 pesos; como evidencia de ello se presenta a continuación lo descrito por el quinto grupo:

Imagen 27. *Grupo 5 - Tarea N°3*


creemos que es el 2 precio
porque $1.000 es el precio ade-
cuado para vender cada
empanada y seria más fácil
vender 18 empanadas cada
fin de semana que 30 empana-
das.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 5.

En este grupo se manifiesta de forma tácita como a través de la proporcionalidad inversa, relacionan que a mayor costo la empanada menor es la cantidad que deben vender. Razón por la cual, expresan que la opción de vender las empanadas a 800 pesos no es la más viable, puesto que la suma de empanadas seria mayor y la venta de las mismas no sería satisfactoria debido a que habrían 30 estudiantes vendiendo el producto en un mismo pueblo. El grupo hace relevante esta afirmación en el siguiente episodio:

***Tabla 13**. Episodio IV*

$\boldsymbol{Grupo_5}$: Según el precio de venta en el punto 1 y el obtenido en el punto 2 ¿Cuál de los dos precios de venta por empanada es el adecuado, considerando el total de empanadas que deben vender los 30 estudiantes en un fin de semana? ¿Por qué?
Creemos que el precio dos porque 1.000 pesos es el precio adecuado para vender empanadas y sería más fácil vender 18 empanadas cada fin de semana que 30 empanadas.
$\boldsymbol{Inv_1}$: Entonces la pregunta va otra vez a lo mismo, ¿Por qué es más fácil vender 18 empanadas a 1.000 pesos que 30 empanadas a $800?
$\boldsymbol{Grupo_5}$: porque, de por sí, o sea los estudiantes viven en un pueblo
$\boldsymbol{Inv_1}$: Si
$\boldsymbol{Grupo_5}$: Y tienen que vender como un total de empanada cada fin de semana y si venden esas 30 empanadas les va a sobrar mucho más porque la gente no le va a ir a comprar más, o sea se astea de tanta empanada o de comer tanta empanada. Entonces, lo que hicieron fue mermarle a la cantidad de empanadas pero así subir el precio para que no perdieran ganancia ni nada.

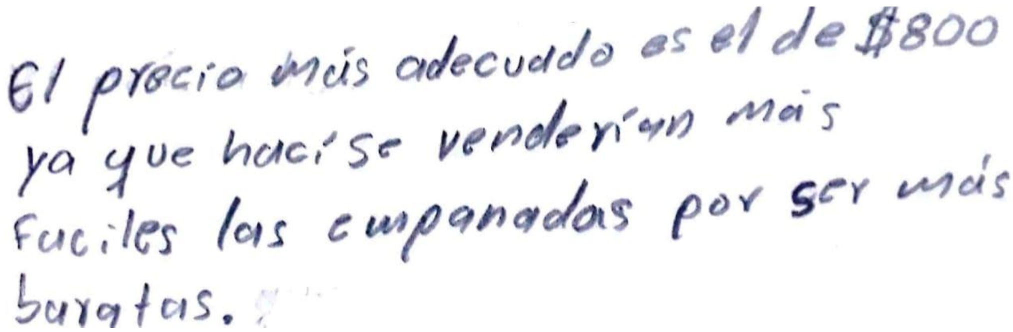
Fuente: Entrevista Semiestructurada al Grupo 5.

En consecuencia a esto, los estudiantes hacen un contraste entre los resultados de las tareas anteriores, lo cual los lleva a interpretar que el vender muchas empanadas saturaría a la población, puesto que asumen el rol de los estudiantes que se mencionan en la situación problema. Como lo afirma Cano (2007):

> Solucionar problemas es plantear tareas, no solo con formato académico, sino en escenarios cotidianos y significativos: descubrir cómo hacer, habituar a tomar sus propias decisiones para resolver, fomentar la cooperación, confrontar soluciones alternativas, evaluar en el proceso más que corregir, son algunos de los criterios que ayudan a convertir las tareas en problemas (p.18).

Por tanto, se puede entender como el contexto real influye en ellos en el momento de pensar y tomar decisiones que brinden la posibilidad de dar una solución favorable a la situación expuesta, teniendo en cuenta eventos que se reflejan en su cotidianidad. Sin embargo, hubo grupos que indicaron que 800 pesos seria el precio adecuado para vender las empanadas, como lo afirma el tercer grupo:

Imagen 28. *Grupo 3 - Tarea N° 3*


El precio más adecuado es el de $800
ya que hací se venderían más
fuciles las empanadas por ser más
baratas.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 3.

El tercer grupo considera que el vender las empanadas a 800 pesos sería la mejor opción debido a que las personas estarían más interesadas en consumirlas por su valor. Circunstancia que da muestra de que el grupo no tuvo en cuenta que al ofrecerlas a este precio, la cantidad de empanadas que se debe vender seria mayor. Este grupo reafirma lo anterior en el siguiente episodio:

Tabla 14. *Episodio V*

$\boldsymbol{Inv_1}$: Bueno, entonces la pregunta es sencilla. ¿Por qué escogieron esa respuesta? O sea ¿por qué dijeron que la opción uno era la más adecuada?

$\boldsymbol{Grupo_3}$: Pues, tal vez porque las empanadas serian como más baratas, entonces las personas nos querrían más por eso.

Si, por eso.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Sí? ¿1.000 pesos es un valor muy caro? ¿Muy exagerado de pronto? Podría ser.

$\boldsymbol{Grupo_3}$: Tal vez

$\boldsymbol{Inv_1}$: Tal vez, o no sé. 800 pesos. O sea ¿si las venden a 800 pesos, tendrían que vender más empanadas que si las vende a 1.000 pesos? ¿Cierto?

$\boldsymbol{Grupo_3}$: Sí

$\boldsymbol{Inv_1}$: Eso no influye tampoco. Si fueras tú, ¿tú preferirías venderlas a $ 800 y vender más? O ¿venderlas a $ 1.000 y vender menos?

Lo que piensen, no se preocupen. Solamente queremos saber un poquito más de su respuesta.

$\boldsymbol{Grupo_3}$: Pues, yo seguiría la de $ 800.

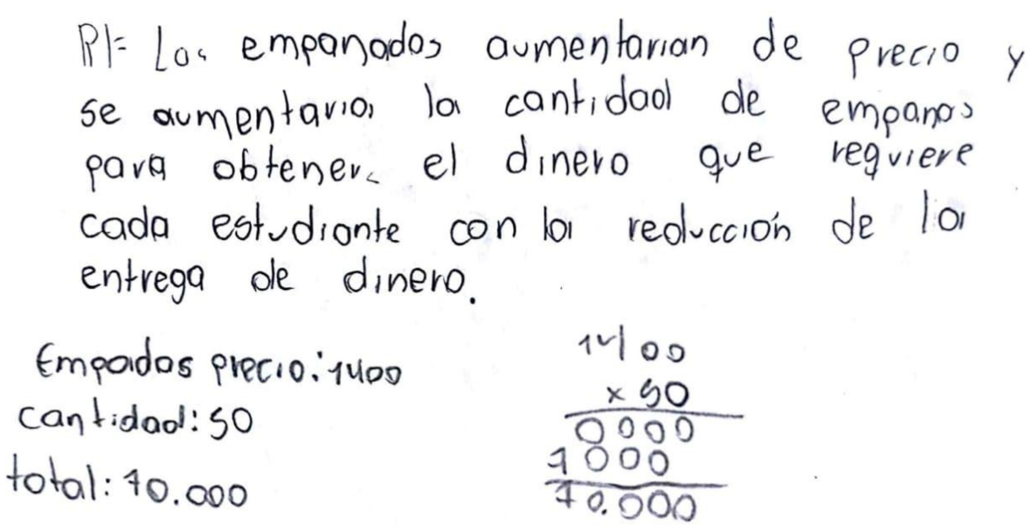
Fuente: *Entrevista Semiestructurada al Grupo 3*

Esto permite reconocer que este grupo, relaciona el hecho de vender las empanadas a un precio más barato con situaciones que se presentan en la vida real, pues generalmente las personas suelen buscar productos económicos que les permita tener una inversión de acuerdo a sus ingresos o gustos de compra.

De las afirmaciones anteriores, se puede reflejar que los grupos establecieron una relación entre la situación problema, las tareas anteriores ya resueltas y la comprensión dada en la presente tarea, lo cual les permitió contrastar estos factores con las dinámicas cotidianas, con el fin de explorar y verificar las diferentes soluciones obtenidas. Hecho que da muestra del uso del aspecto del control debido a que utilizan cada de los elementos que requieren para dar respuesta de la tarea número 3. A su vez, emplean la dimensión heurística en la búsqueda de estrategias que les brinde dar solución a situaciones de dificultad. Estos son dos de los aspectos expuestos por Schoenfeld (1985).

Dentro de este marco de ideas, de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes para la tarea número 4, se puede apreciar dos miradas diferentes que son con respecto al aumento del precio de las empanadas y al incremento de la cantidad de empanadas. Teniendo en cuenta esto, se presenta a modo de ejemplo lo expuesto por el sexto grupo.

Imagen 29. *Grupo 6 - Tarea N° 4*


R/= Los empanados aumentarian de precio y se aumentaria la cantidad de empanas para obtener el dinero que requiere cada estudiante con la reducción de la entrega de dinero.

Empadas precio: 1400
cantidad: 50
total: 70.000

$$\begin{array}{r} 1400 \\ \times\ 50 \\ \hline 0000 \\ 7000 \\ \hline 70.000 \end{array}$$

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 6.

El sexto grupo en su respuesta da muestra de dos variables que son el aumentar el precio de las empanadas y las ganancias obtenidas al vender el producto. Pues manifiestan que al aumentar el precio de la empanada a 1.400 pesos van a obtener las mismas ganancias en menos fines de semana. No obstante, establecen otro tipo de relaciones que se presentan en el siguiente episodio:

Tabla 15. *Episodio VI*

$\boldsymbol{Grupo_6}$: Pues, o sea al aumentar el precio no requeriría tanta demanda, o sea como decirlo habría más ganancia.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Si

$\boldsymbol{Grupo_6}$: Y requeriría más que demanda sería algo pues la ganancia no más. Eso es todo.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Pero el precio que ustedes están diciendo ese que ustedes proponen ¿Cuánto es? ¿Este? Porque la pregunta que yo les podría hacer es que a $ 1.400 una persona del común ¿las compraría?

$\boldsymbol{Grupo_6}$: No, eso no

$\boldsymbol{Inv_1}$: No, no las compraría.

$\boldsymbol{Grupo_6}$: Si acaso $1.000

$\boldsymbol{Inv_1}$: Si acaso 1.000 pesos, pero entonces si yo las vendo a 1.000 pesos ¿no estaría haciéndole ningún cambio o sí?

$\boldsymbol{Grupo_6}$: El tamaño puede ser.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿De qué?

$\boldsymbol{Grupo_6}$: De la empanada, o sea supongamos que a 700 pesos sea así más o menos y que 1.000 pesos sea un poco más.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Pero recuerden que acá lo que me está diciendo es que la actividad finaliza el último fin de semana o sea ya no tendría todos los 8 fines de semana sino 6. Entonces si yo la sigo vendiendo a 1.000 pesos ¿Qué es lo que tendrían que cambiar?

$\boldsymbol{Grupo_6}$: La cantidad.

$\boldsymbol{Inv_1}$: La cantidad o ¿no?

$\boldsymbol{Grupo_6}$: Si

$\boldsymbol{Inv_1}$: O sea ¿qué tendría que vender más o menos?

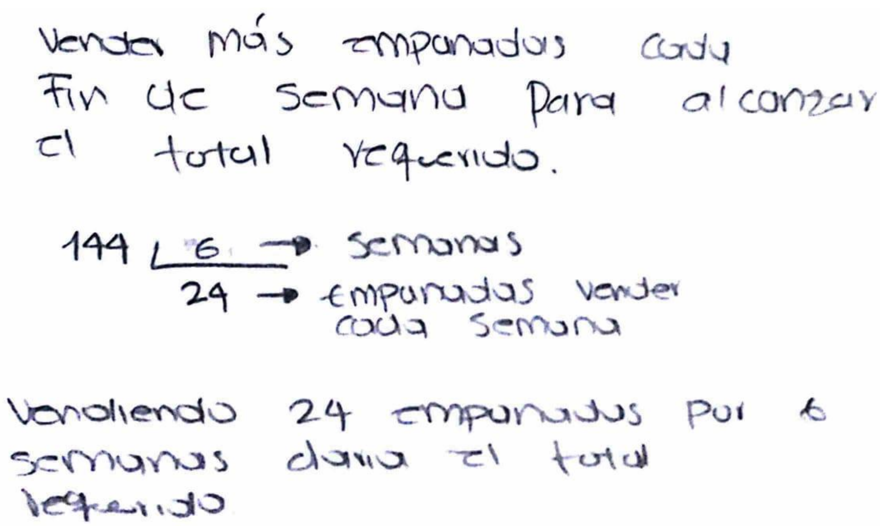
$\boldsymbol{Grupo_6}$: Más

Fuente: Entrevista Semiestructurada al Grupo 6.

En la cuarta y quinta intervención, el grupo manifiesta que el valor propuesto anteriormente no es posible ya que las empanadas no se podrían vender. Motivo por el cual su punto de vista cambia a que el valor adecuado sería de 1.000 pesos por empanada. Además, infieren que el cambio que pueden hacer está relacionado con el tamaño de las empanadas, es decir que a mayor precio mayor será el tamaño de la misma; esta afirmación muestra que el grupo no comprendió a cabalidad la situación problema. Sin embargo, en la octava intervención afirman que el cambio que deben realizar para lograr obtener el dinero de la excursión en los 6 fines de semana propuestos es en cuanto a la cantidad de empanadas y no en su valor por unidad.

Dando continuidad a las percepciones ya expuestas, el grupo 14 en sus resultados a la tarea número 4 expresan que el cambio que se debe realizar para cumplir la meta de recoger el dinero para la excursión es con relación a incrementar la cantidad de empanadas, enunciado que se refleja en el siguiente ejemplo:

Imagen 30. *Grupo 14 - Tarea N° 4*

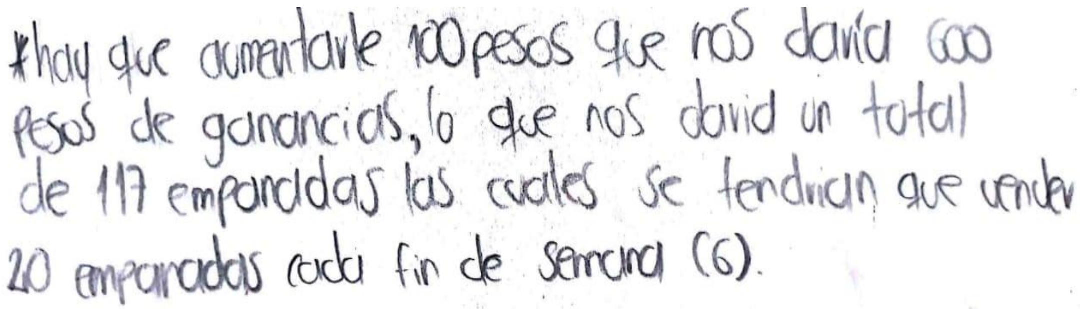


Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 14.

De la respuesta dada por este grupo se percibe que el cambio que proponen es relacionado con aumentar la cantidad de empanadas que se deben vender en cada uno de los 6 fines de semana propuestos. Esta modificación que plantean la realizan sin alterar el valor que tiene el producto por unidad que es de 1.000 pesos. Por lo tanto, el grupo 14 da muestra que en el momento de interpretar la tarea tienen en cuenta que el cambio le permita a cada uno de los estudiantes recoger el dinero necesario para la excursión sin tener alguna dificultad en ello.

Una vez expuestas las dos miradas que se apreciaron por medio de las respuestas realizadas por los estudiantes, se logra reconocer que hubo un grupo, el cual consideró estas dos percepciones en la solución de la tarea. El siguiente ejemplo dado por el grupo 15, evidencia lo descrito anteriormente:

Imagen 31*. Grupo 15 - Tarea N° 4*


*hay que aumentarle 100 pesos que nos daria 600 pesos de ganancias, lo que nos daria un total de 117 empanadas las cuales se tendrian que vender 20 empanadas cada fin de semana (6).

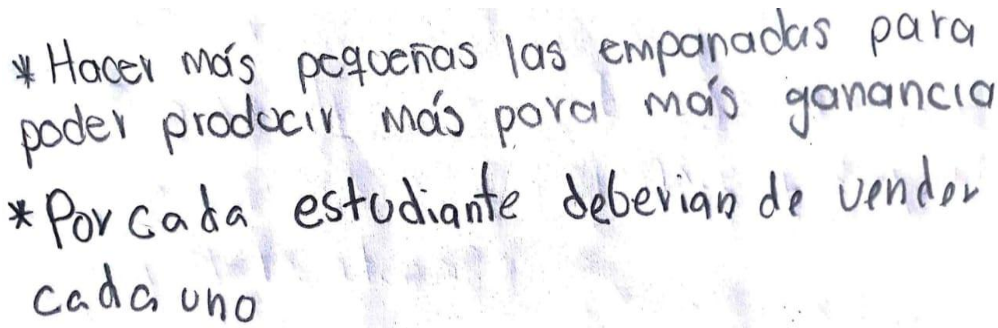
Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 15.

Cabe resaltar que detrás de la conclusión que el grupo 15 hace con respecto a la tarea número 4, hubo un procedimiento efectuado mediante operación básicas con el fin de obtener valores exactos para precisar cuál debía ser el aumento del valor de las empanadas y la cantidad de las mismas para vender cada fin de semana. En este sentido, el grupo 15 fue el único que llego a proponer los diversos cambios puntuales que se necesitan para que los estudiantes obtengan el dinero que requieren para la excursión y a su vez cubrir el pago a Doña Martha por preparar las empanadas.

Al comparar estas evidencias se deduce que los estudiantes establecen relaciones entre los resultados ya adquiridos y sus saberes propios con relación a la actividad matemática presentada. De igual manera, exploran alternativas con el objetivo de brindar una estrategia que permita responder a dicha tarea. Todo lo anterior conlleva a entender que los estudiantes ejecutaron un modelo de resolución de problemas para alcanzar una solución que manifieste cada paso que llevaron a cabo para lograrlo, como lo estima Puig & Cerdán (1988).

En este orden de ideas, es importante resaltar que el análisis de las tareas número 5 y 6 fue de manera conjunta debido a que las respuestas expuestas por los estudiantes giraron en torno a un sentido subjetivo. Motivo por el cual se logró apreciar gran variedad de opiniones y estrategias con relación a que cambios se podría hacer a la tarea matemática (producción y venta de empanadas) y del mismo modo manifestar que otros tipos de actividades podrían llevar a cabo si la venta de empanadas no llegase a tener los resultados esperados. Por lo tanto, se escogieron dos grupos que presentaron particularidades en la solución que ofrecen para las dos tareas ya mencionadas.

Imagen 32. *Grupo 7 - Tarea N° 5 y 6*


* Hacer más pequeñas las empanadas para poder producir más para más ganancia
* Por cada estudiante deberian de vender cada uno

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 7.

El séptimo grupo propone que un cambio a la actividad de la venta de empanadas sea en cuanto al tamaño de las mismas, pues piensan que si son más pequeñas, las ganancias aumentarían. Afirmación que consideran sin tener en cuenta la cantidad de empanadas que Doña Martha prepararía por un valor ya estipulado. Esto se ve reflejado en el siguiente episodio:

Tabla 16. *Episodio VII*

$\boldsymbol{Inv_1}$: Doña Martha es la que hace las empanadas. ¿Nosotros le damos los ingredientes a Doña Martha para que ella haga las empanadas o ella los compra? Y simplemente nos dice vea aquí están las 100 empanadas valen \$ 50.000 ¿Qué dice la situación?
$\boldsymbol{Grupo_7}$: Hay que darle, hay dice que ella los compra.
$\boldsymbol{Inv_1}$: Ella los compra, ella le entrega al profesor las empanadas, cierto para que las vendan. Cierto. ¿Será que le podemos sugerir a Doña Martha que las haga más pequeñas? O eso ¿no interesa?

$\boldsymbol{Grupo_7}$: Si, porque ella tiene que utilizar menos y de ahí puede hacer más.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Pero entonces ¿ella nos va seguir cobrando lo mismo o no? Supongamos que esta es la empanada que nos da Doña Martha, así de tamaño, cierto. Entonces si le decimos hágala más pequeña, ¿ella nos va a seguir cobrando las mismas 100 empanadas por $50.000 o no?

$\boldsymbol{Grupo_7}$: Que hiciera más y que nos cobre la misma cantidad porque la van a partir, digamos que sea esto y la parten por la mitad. Entonces que es más empanada por los 50.000 pesos.

$\boldsymbol{Inv_1}$: ¿Qué haga más empanadas por los 50.000 pesos?

$\boldsymbol{Grupo_7}$: Si, porque va hacer las empanadas más pequeñas, menos masa, menos lo que le echen papa todo eso.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Pero, recuerden que ella no nos está cobrando por tamaño sino por empanada.

$\boldsymbol{Grupo_7}$: Entonces hacerla más grande y uno cobrarla más cara.

$\boldsymbol{Inv_1}$: Ahhh, ¿esa puede ser una opción entonces? ¿Eso puede ser un cambio que ustedes le harían?

$\boldsymbol{Grupo_7}$: Si

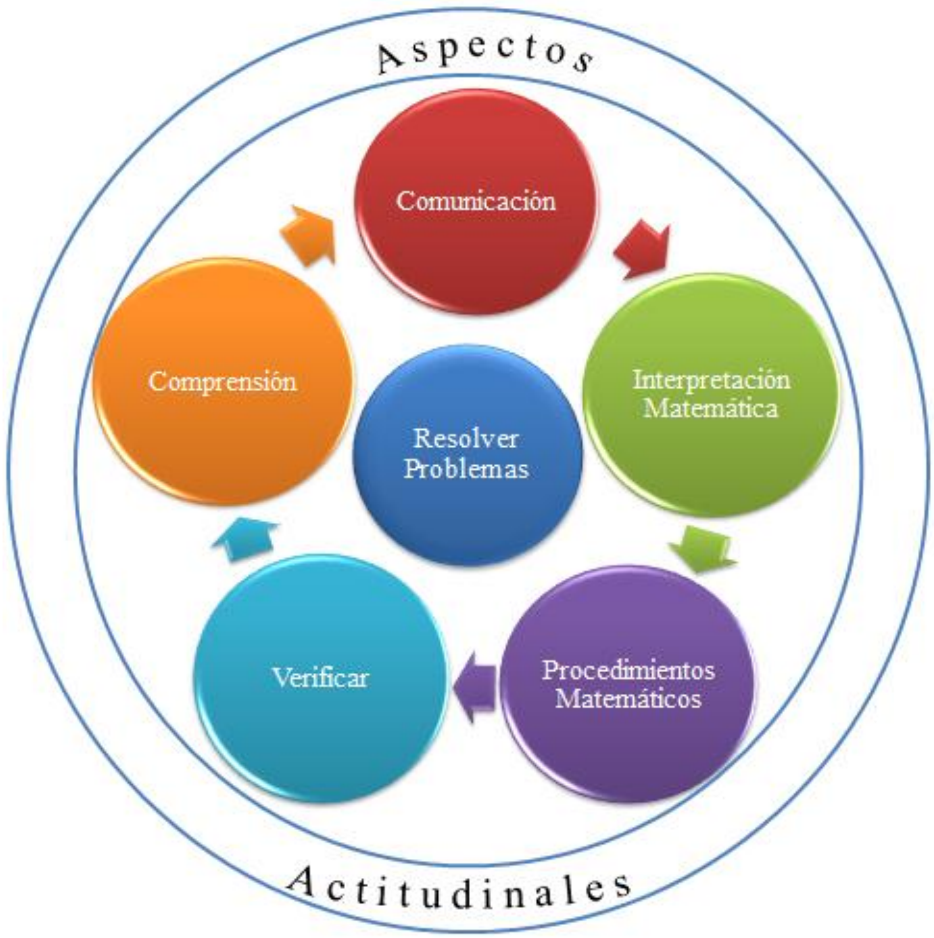
Fuente: Entrevista Semiestructurada al Grupo 7.

De acuerdo a la segunda intervención por el séptimo grupo, ellos afirman que podrían sugerir a Doña Martha en que prepare las empanadas más pequeñas puesto que utilizaría menos ingredientes. Es evidente que a lo largo del episodio el grupo no considera que al disminuir el tamaño de las empanadas la cantidad aumentaría, razón por la cual Doña Martha no cobraría los mismos 50.000 pesos por las 100 empanadas ya concretadas. Sin embargo el grupo continúa en la línea de que el disminuir o aumentar el tamaño de las empanadas no tendría ningún cambio en el valor dado por Doña Martha para la elaboración de las mismas, pues dejan de lado que ella no cobra por tamaño sino por unidad.

Finalmente, considerando los aspectos obtenidos en cada una de las respuestas de los estudiantes en las tareas propuestas, se concluye que dentro de este proceso matemático se presentaron aspectos como la comprensión y comunicación de los conceptos y los resultados dados y obtenidos dentro de la resolución. Del mismo modo, se manifestó el cálculo procedimental ligado a los conocimientos previos y a la interpretación del contexto expuesto. Por tanto, esta dinámica implicó “tener la habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto” (NCTM, 2003), puesto que permitió reconocer la destreza y la actitud que tuvieron los estudiantes en el momento de enfrentarse a una situación que está inmersa en su cotidianidad.

En este sentido, se presenta un esquema que involucra las características evidenciadas en dichas tareas, con el fin de establecer momentos esenciales que presentaron los estudiantes a la hora de enfrentarse a este proceso matemático.

Imagen 33. *Caracterización de Proceso Matemático Resolver Problemas*



Fuente: Elaboración Propia.

Estos cinco componentes establecen la ruta que evidencia como proceder para resolver un problema, debido a que cada uno de ellos están relacionados dentro de este proceso matemático y permiten al sujeto desarrollar habilidades como la interpretación, la argumentación, la expresión y la reflexión. Por otro lado, es importante resaltar que es un proceso de tipo secuencial, ya que los educandos como primera medida requieren establecer las apreciaciones necesarias con respecto a la situación problema y las tareas, para dar inicio y ejecutar cada uno de los elementos dados. Sin embargo, una vez efectuada cada fase, existe la posibilidad de regresar y revisar lo anterior si se presenta algún tipo de dificultad o desacierto en el proceso.

En esta perspectiva, la comprensión permite identificar, relacionar y describir los conceptos dentro de un contexto; luego, se exterioriza la comunicación en donde el sujeto tiene la capacidad de expresar, explicar y representar dichos conceptos y los procesos que se desarrollen dentro de la actividad matemática. Posterior a ello, se pasa al tercer componente, en el cual se evidencia la destreza que tenga la persona para convertir la situación problema en expresiones matemáticas, es decir, interpretar matemáticamente el contexto expuesto, lo que permite hacer uso de elementos matemáticos y es en este momento donde los caculos procedimentales se utilizan con el fin de verificar las premisas que resulten de los componentes anteriores. Luego, y como último componente, está la verificación, en donde se involucra el análisis y la reflexión de todos y cada uno de los datos y resultados obtenidos en los demás componentes.

De este modo, se interpreta que una persona, en este proceso, es matemáticamente competente cuando logra poner en juego estas capacidades a la hora de enfrentarse a la resolución de un problema. Sin embargo, no hay que dejar de lado que estos componentes estas ligados a los aspectos actitudinales, entendidos como “las instancias que predisponen y dirigen al sujeto sobre hechos de la realidad, filtran las percepciones y orientan el pensamiento para adaptarlo al contexto” (Gairín, 1990). Por consiguiente, los aspectos cognitivos no pueden estar desarticulados con la parte socio-afectiva de la persona, puesto que estos, “se constituyen en una predisposición, favorable o desfavorable, que determina las intenciones personales de los sujetos y es capaz de influirlos en sus comportamientos frente las Matemáticas” (Martínez, 2005, citado por Blanco, Caballero, Piedehierro, Guerrero & Gomez, 2010).

Del mismo modo, es importante reconocer que en cada uno de los componentes se manifiesta la búsqueda de estrategias meta-cognitivas, entendidas como “las acciones concretas que realizamos conscientemente para mejorar o facilitar el aprendizaje" (Lobos, 2008). Lo que permite, proyectar cada uno de los procesos que se realicen a medida de la resolución del problema. Por tanto, como lo afirma Lobos (2008) estas "estrategias meta-cognitivas se convierten en herramientas vitales que nos permiten aprender a aprender ya que nos permiten comprender y desarrollar eficiente y conscientemente las tareas que nos permiten aprender cosas nuevas y usar nuestros conocimientos para resolver problemas".

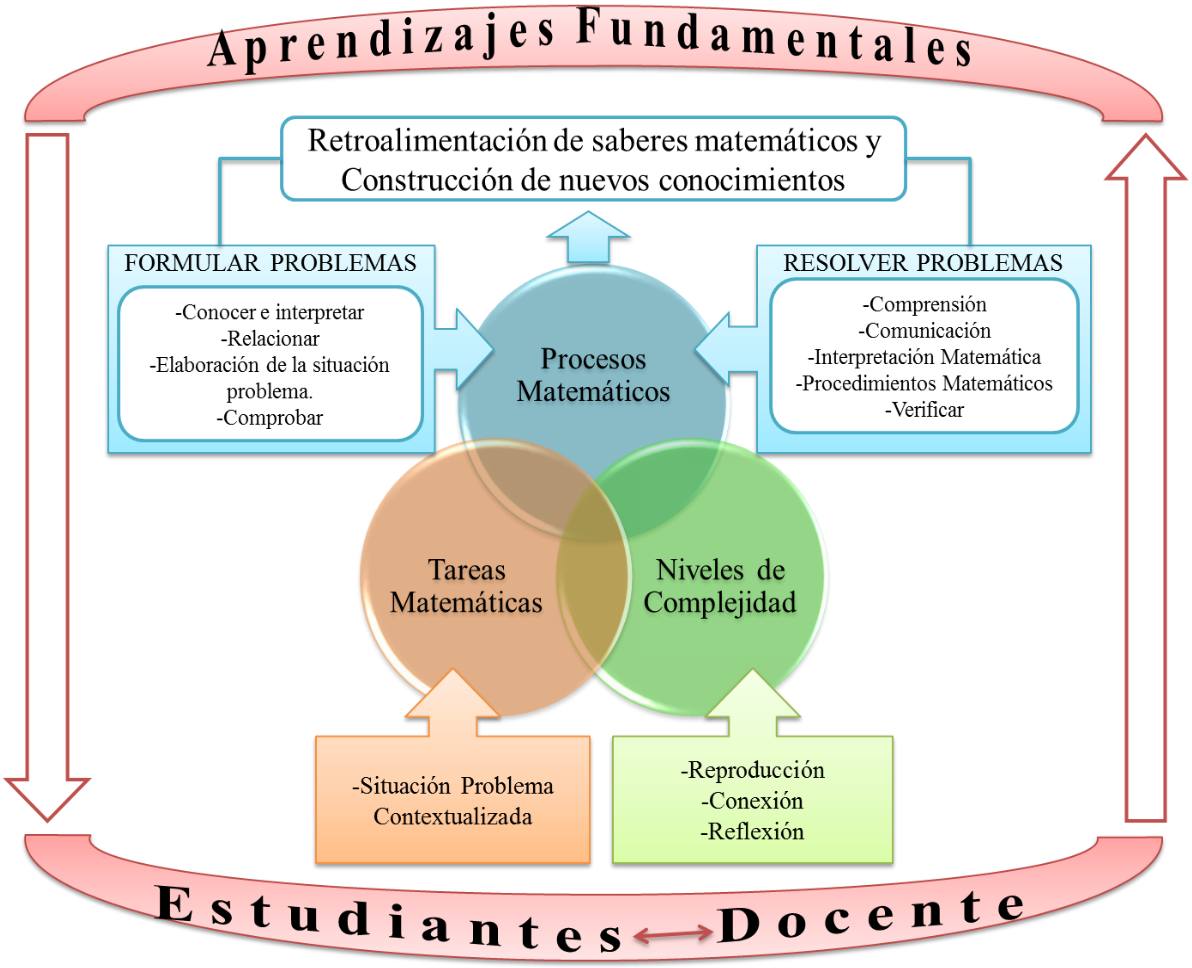
- **Caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas**

Según Tobón et al. (2009, citado por Floriano, Floriano & Martínez, 2014), "Las competencias no son un concepto abstracto: se trata de las actuaciones que tienen las personas para resolver problemas integrales del contexto, con ética, idoneidad, apropiación del conocimiento y puesta en acción de las habilidades necesarias". En este sentido, la competencia formular y resolver problemas se asume como las habilidades que posee una persona para desarrollar una actividad matemática vinculando sus conocimientos y cualidades para ejecutar la misma.

Es necesario aclarar, que estas habilidades son particulares dentro del proceso matemático (Resolver y Formular) que se esté presentando. Sin embargo, en el momento en que se visualiza como una competencia, se enlazan dichos procesos en uno solo, puesto que las habilidades se relacionan entre sí, permitiendo al sujeto desarrollar sus capacidades intelectuales y socio-afectivas.

En este orden de ideas, se presenta un esquema que involucra las características de la competencia matemática formular y resolver problemas, en donde se evidencia las particularidades de cada uno de los proceso matemáticos y a su vez la relación que tienen dentro de la competencia matemática. Cabe resaltar, que esta caracterización se realiza mediante el modelo teórico propuesto por Solar (2009), las intervenciones y desempeños por parte de los estudiantes al desarrollar las actividades propuestas y la descripción de conceptos propios del sujeto.

Imagen 34. *Caracterización de la Competencia Formular y Resolver Problemas*



Fuente: Elaboración Propia.

Los procesos matemáticos, las tareas matemáticas y los niveles de complejidad son los principales componentes que lideran la caracterización de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. Pues, cada uno de ellos se encuentran relacionados entre sí, lo cual permite articular los procesos que integran esta competencia matemática.

En esta perspectiva, los procesos matemáticos son entendidos como "un aspecto fundamental dentro del desarrollo de competencias en la educación matemática" (Solar, 2009). Razón por la cual se presentan los dos momentos de la competencia (Formular y Resolver) en donde cada uno de ellos están compuestos por fases que generan su propia aplicación. Por tanto, al relacionarlos otorga al sujeto la retroalimentación de sus saberes matemáticos y la construcción de nuevos conocimientos en torno a la actividad matemática que se presente.

En cuanto al segundo componente, las tareas matemáticas son entendidas como “los propósitos matemáticos que se encuentran en una situación a resolver, problema o actividad matemática” (Solar, 2009). Por esta razón, se considera que la situación problema que acompaña a dichas tareas debe ser contextualizada ya que permite mayor interacción de los estudiantes con el mundo real y los conocimientos matemáticos. Según Obando & Muñera (2003) interpretan una situación problema como “un contexto de participación colectiva, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos” (p.185).

Por último, se encuentra el componente niveles de complejidad, los cuales son planteados por Rojas & Solar, (2011, citado en Solar, García, Rojas & Coronado, 2014) como reproducción, conexión y reflexión; estos fueron adoptados de los grupos de complejidad de PISA (OCDE, 2006). El nivel de reproducción es evidente cuando se requiere formular o resolver tareas matemáticas a través de procedimientos usuales y simples; también se refleja en el uso del conocimiento matemático propio con relación a escenarios familiares. En cuanto al nivel de conexión, se percibe cuando se crea una relación entre diversas miradas de la situación problema y una variedad de temas matemáticos en circunstancias menos familiares al sujeto. Finalmente, está el nivel de reflexión, el cual se intuye en el momento en el que el estudiante comprende la situación problema con el fin de ir más allá de procedimientos matemáticos, pues da muestra de una reflexión y planeación de estrategias que conlleven a entablar relaciones de tipo conceptual, matemática y contextual de acuerdo a la nueva situación en la que se encuentra expuesto.

Continuando con este orden de ideas, es importante resaltar que dentro de la caracterización de la competencia formular y resolver problemas son esenciales cuatro aprendizajes fundamentales dados por la UNESCO que son: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a ser y aprender a vivir juntos. Estos aprendizajes se determinan de la siguiente manera:

- **Aprender a conocer:** este aprendizaje significa alcanzar las herramientas necesarias que conlleven a la comprensión del entorno en el que los sujetos están conviviendo y a su vez implica tener en cuenta que el comprender debe ser una habilidad que se refleje de forma agradable con el fin de despertar la incertidumbre y descubrir más de lo que ya se conoce.

- **Aprender a hacer:** este aprendizaje se relaciona con la capacidad que el sujeto tiene para accionar dentro de su entorno con el fin de contribuir de manera positiva y colectiva. Del mismo modo, se encuentra vinculado a las aptitudes especialmente de tipo cognitivas que tienen las personas para desarrollar o llevar a cabo ciertas tareas.

- **Aprender a ser:** es un aprendizaje que refiere al desarrollo del sujeto como persona en cuanto a su personalidad, ya que es un conjunto de características y cualidades que hacen de un individuo diferente a otro. Adicional a esto, este conlleva a que el sujeto se convierta en un ser autónomo y responsable de sus propias decisiones.

- **Aprender a vivir juntos:** este aprendizaje comprende un significado importante, puesto que refiere al valor que implica trabajar de forma cooperativa con las otras personas ya que somos seres pertenecientes a una sociedad, en la cual cada individuo tiene el deber y la responsabilidad de entablar lazos comunicativos y de comprensión mutua.

Estos cuatro aprendizajes fundamentales, cumplen un papel importante dentro de la caracterización de la competencia matemática formular y resolver problemas debido a que los estudiantes para desarrollar esta competencia requieren tener en cuenta el entorno, las situaciones y eventos que se pueden percibir a través del mismo y el rol que ellos tienen en el y para con el. En este sentido, Villa & Villa (2007) afirma que:

> El enfoque de competencias pretende un desarrollo integral de los estudiantes basado en la adquisición y desarrolla sus habilidades, actitudes y valores, como también un conocimiento que pueda ser transferible a las diversas situaciones laborales, profesionales y sociales en las que puede verse inmerso (p.17).

De acuerdo a esto, es necesario estimar que a nivel educativo se debe dar sentido a establecer una relación constante entre estudiantes – docentes y viceversa con el propósito de valorar el verdadero vigor que los estudiantes tienen dentro de su propia formación y lo esencial que es para que los procesos de enseñanza y aprendizaje sean satisfactorios.

5.3 Estimación del Sentido Crítico y Reflexivo de los Estudiantes en el Desarrollo de la Competencia Matemática Resolver y Formular Problemas

La estimación del sentido crítico y reflexivo de los estudiantes en relación a los dos procesos (Formular y Resolver) contenidos en la competencia matemática, permite darle significado a las posturas que tienen frente a las situaciones expuestas y a las tareas que comprenden las mismas, dado que surgen acciones personales y sociales que evalúan el escenario involucrado en la situación problema. En este orden de ideas, para llevar a cabo los análisis respectivos a esta estimación se tiene en cuenta el reconocimiento del contexto (Ver Inciso 5.1), la caracterización de la competencia (Ver Inciso 5.2) y el modelo adoptado para esta investigación (Ver Inciso 2.3).

De acuerdo a lo anterior, se expone dos momentos: el primero enfocado al análisis respectivo del proceso de formular problemas y el segundo al análisis del proceso de resolver problemas, con el fin de tener mayor claridad y puntualidad en las manifestaciones y posturas que tuvieron los estudiantes a la hora de enfrentase a cada uno de los procesos mencionados. Por otra parte, es fundamental mencionar que estos procesos permitieron valorar el pensamiento crítico y reflexivo en el desarrollo de la Competencia Matemática Resolver y Formular Problemas en los estudiantes.

❖ Sentido Crítico y Reflexivo de los Estudiantes en el Desarrollo del Proceso de Formulación de Problemas

Para la estimación respectiva de este proceso matemático formular problemas, se realizaron tres sesiones, las cuales fueron distribuidas de la siguiente manera: la primera encaminada al desarrollo del grupo focal establecido con el fin de conocer las percepciones en torno a las matemáticas y a su vez elegir dos prácticas sociales de interés para elaborar el respectivo proceso matemático. Posterior a ello, se llevan a cabo las dos sesiones siguientes, cada una orientada a formular una situación problema para cada una de las prácticas escogidas en la primera sesión.

En este sentido, en el Inciso 5.2 (apartado: Proceso matemático formular problemas) se estructuró a partir de las producciones de los estudiantes y los episodios, el proceso realizado desde el aula de clase para el desarrollo de la formulación de problema desde la práctica social "El supermercado", lo cual fue asumido para la caracterización de la competencia formular y resolver problemas. A su vez, se asume para la estimación desde las actuaciones y manifestaciones dadas por los estudiantes durante este proceso; cabe resaltar, que los educandos mediante sus producciones, opiniones, posiciones y experiencias expresaron que la práctica social trabajada influye significativamente en sus vidas debido a que conlleva a realizar ciertas actividades en las cuales requieren y dan sentido del uso de la matemática en situaciones que viven a diario. Del mismo modo, reconocen la relación que tiene el contexto con esta disciplina y lo importante que es su confabulación para accionar dentro del mismo.

De acuerdo a esto, en este apartado se exponen los procesos vivenciados en el aula de clase a la hora de que los estudiantes se enfrentan a la formulación del problema con respecto a la segunda práctica social escogida en el grupo focal. Partiendo de lo anterior, se presenta el análisis correspondiente a esta sesión.

Teniendo en cuenta el proceso matemático en mención, el desarrollo del grupo focal como primera sesión, ha permitido conocer los diversos puntos de vista que tienen los estudiantes acerca de la matemática con el propósito de evocar y escoger prácticas sociales en las cuales se vea reflejado el uso de esta disciplina. Seguido a esto, se efectúa la segunda sesión que es formular un problema con relación a la segunda práctica social escogida de forma colectiva y democrática en la sesión anterior, cuyo fin es analizar e interpretar el debido proceso que llevaron a cabo los estudiantes para el mismo. En este orden de ideas, seleccionaron ***"construcción"*** como otra de las prácticas sociales con gran significado y valor dentro de su propio entorno y en la cual la matemática juega un papel fundamental para su desarrollo.

A continuación, se pone en conocimiento como los estudiantes mediante el grupo focal compartieron su interés por indagar y conocer más sobre "construcción" y como la matemática cobra sentido en los diferentes procedimientos que se requieren y necesitan para esta. De acuerdo a esto, en el siguiente episodio se evidencia algunas de las apreciaciones dadas:

Tabla 17. *Posiciones sobre la matemática con respecto a la práctica social "Construcción"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿En qué espacios de nuestro entorno podemos ver el uso de las matemáticas? Recuerden que nuestro entorno no solamente es el colegio, sino, también la familia, la casa y las actividades que yo hago a diario. Entonces ¿en qué lugares de esos puedo ver el uso de las matemáticas?

$\boldsymbol{Est_1}$**:** Uno trabaja las matemáticas en el trabajo, en la habitación y en la vida cotidiana y a medida que uno va creciendo va aprendiendo más sin necesidad del libro.

$\boldsymbol{Est_2}$**:** Se puede aprender en la casa o en cualquier lado no simplemente en el aula, las matemáticas están en cualquier parte, en cualquier cosa.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Ok, alguien está de acuerdo o tiene otra opinión.

$\boldsymbol{Est_3}$: Para hacer construcciones.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Para hacer construcciones?

$\boldsymbol{Est_3}$**:** Si para construir casas.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** La compañera nos dijo que podemos usar las matemáticas en la construcción. Puede ser de viviendas.

$\boldsymbol{Est_4}$**:** Si, porque para una construcción de una casa se necesitan medidas para tener en cuenta los materiales que se deben comprar y que no sobren.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** O sea que en esa expresión que me está dando la compañera. Ella nos está hablando de hacer cuentas para comprar materiales para saber cuántos bultos de cemento, varillas y demás materiales se necesitan.

Es decir, que para construir una casa nosotros podemos usar las matemáticas.

$\boldsymbol{Est_5}$**:** También, se necesitan los metros cuadrados, los ladrillos, la arena…

$\boldsymbol{Est_6}$**:** Por ejemplo, para poder echar la base debo de saber la altura que va a tener la pared.

Fuente: Conversatorio - Grupo Focal.

Se puede apreciar como los estudiantes a partir de sus propios conocimientos y experiencias, afirman que las matemáticas no solo se pueden aprender o se ven reflejadas en textos o en procedimientos netos de la disciplina. Sino que por el contrario, la vida y las diversas situaciones que se generan en el entorno cotidiano donde viven día a día les brinda escenarios en los cuales pueden hacer uso de las matemáticas con el objetivo de desarrollar actividades desde su propia realidad. Por otra parte, se reconoce el interés que tienen por esta práctica social y los diferentes saberes relacionados a la misma. Por tal motivo, en el siguiente episodio se muestra como los estudiantes en común acuerdo junto con el docente deciden estudiar más sobre esta.

Tabla 18. *Negociación y elección del escenario "Construcción"*

Inv_1: Bueno, entonces vamos a finalizar la sesión de la siguiente manera.
Dado todo lo que hemos charlado, a continuación debemos todos ponernos de acuerdo en una situación particular que queramos investigar con el fin de ver como usamos las matemáticas allí y para qué las usamos. Entonces, los invito a que nos pongámonos de acuerdo con alguna de las situaciones expuestas.
GF: La de la construcción.
Inv: Ok, muy buena situación. ¿Qué otra situación?
GF: Si, la de la construcción estaría bien.
Inv: ¿Seguros? ¿Todos estamos de acuerdo? ¿Les gusta la idea de la construcción? ¿Creen que es un lugar o un entorno donde podemos utilizar las matemáticas?
GF: Sí.
Est_6: Sí, me gustaría compartir que mi papá tiene una casita en la vega y hace poco la renovó. Aprendí con él muchas cosas, por ejemplo que en la altura de la pared primero se tiene que hacer la base y tener en cuenta la dimensión que debe tener cada columna y cosas así.
Inv_1: Bueno, todos de acuerdo. Entonces como mañana nos vamos a volver a reunir les voy a dejar un compromiso que es el siguiente: queremos que ustedes hablen con personas que trabajan o tienen un vínculo con la construcción. Por favor traten de investigar al máximo todo lo relacionado con la construcción, uso de materiales, medidas, cuánto dinero invierten, cuales son los posibles problemas que tienen esas personas, entre otros aspectos. Queremos que consulten mucho sobre esta práctica social por favor.

Fuente: Conversatorio - Grupo Focal.

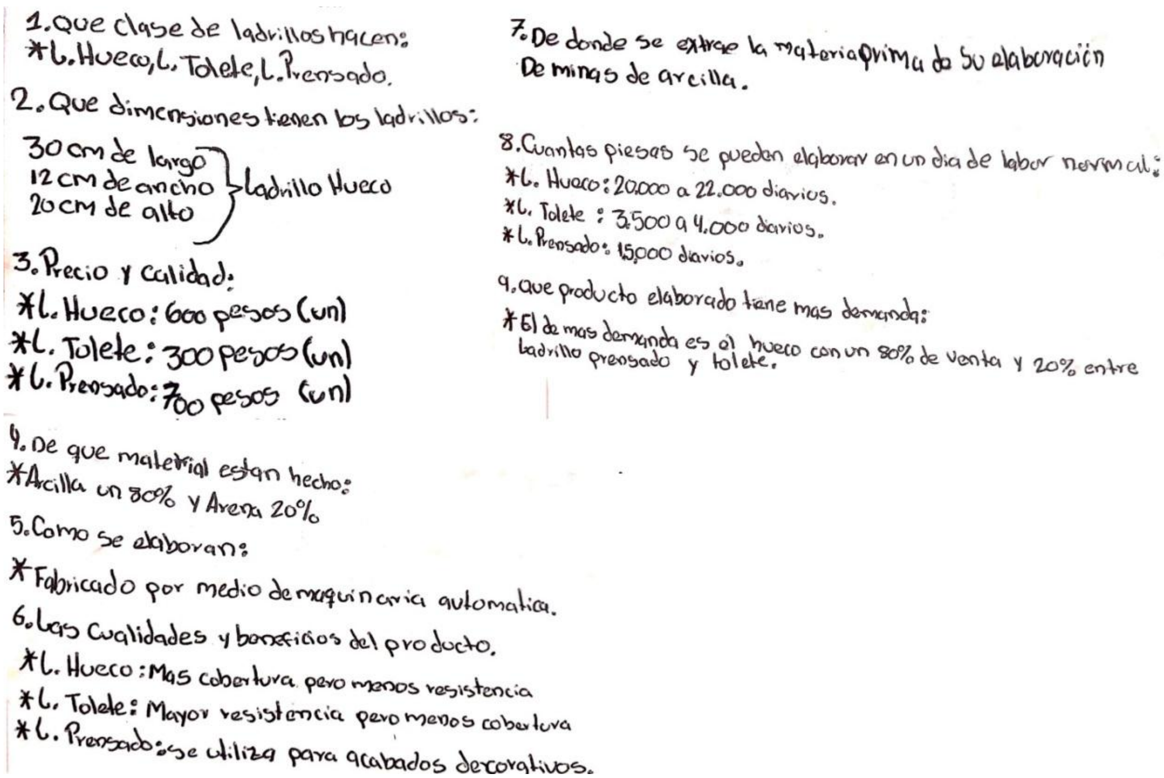
Para la elección de la práctica social, fue de suma importancia abarcar un proceso de discusión, negociación y elección puesto que la decisión debía ser tomada en colectivo y de acuerdo a los verdaderos intereses que se tuvieran entorno a la formulación del problema que se escogiera. Sumado a esto, se evidenció que el grupo focal tuvo una enorme inclinación por conocer y desarrollar actividades relacionadas a la construcción, pues en sus testimonios, afirmaciones y opiniones reflejaron que es una práctica social bastante relevante dentro del contexto en que habitan. Además, recalcan como las matemáticas intervienen notablemente en ella sin estar sujetos a permanecer en un salón de clase sino a hacer uso de esta disciplina desde otra perspectiva, lo cual conlleva a que sientan un gusto más ameno y construyan una mirada distinta frente a la matemática. De acuerdo a esto, Cano (2007) afirma:

> Es a partir de situaciones de la vida diaria que se puede construir un modelo matemático que la describa en términos de relaciones matemáticas y que permita hacer predicciones. Así el estudiante relaciona los conceptos matemáticos con la realidad y entiende la necesidad de estudiar la disciplina y su importancia en la aplicación a otras, para ello utilizara ecuaciones, tablas, funciones, vectores, matrices y gráficos (p.19).

Una vez culminada la primera sesión, en la cual el grupo focal puso en conocimiento sus apreciaciones en cuanto al aprendizaje y uso de las matemáticas, ya que esta disciplina realmente permite romper con un enfoque tradicional de su enseñanza debido a que está vinculada en todo momento con la vida, el entorno y las actividades que los sujetos practican en su cotidianidad. De este modo, se dio continuidad a la segunda sesión en la que los estudiantes se ubicaron en grupos de trabajo para llevar a cabo el proceso de formulación de un problema teniendo en cuenta la información suministrada en las consultas que ellos mismos efectuaron con personas que tuviesen relación directa con esta práctica social ***"Construcción"***.

En este sentido, se expondrán a continuación los resultados de 7 grupos en los cuales se contemplan diversas particularidades en el proceso que desarrollaron para formular problemas. Es importante resaltar que los grupos 1, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 establecen una linealidad en este proceso dado que logran fijar relaciones entre los datos obtenidos y el uso de los mismos para la creación de las situaciones problema y las tareas teniendo en cuenta sucesos ligados al contexto real; con el fin de evidenciar lo anterior se expone la producción hecha por el grupo 1.

Imagen 35. *Datos e información socializada por el Grupo 1*



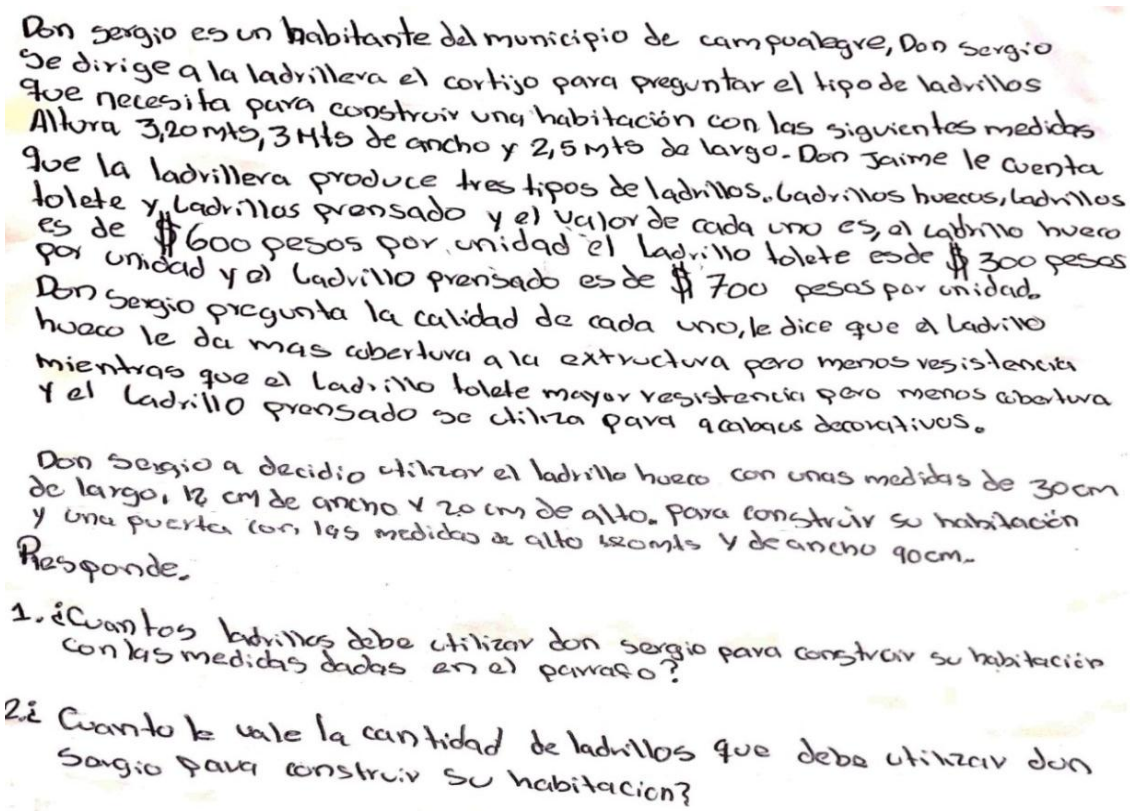
1.Que clase de ladrillos hacen:
*L. Hueco, L. Tolete, L. Prensado.
2. Que dimensiones tienen los ladrillos:
30 cm de largo
12 cm de ancho
20 cm de alto
Ladrillo Hueco
3. Precio y calidad:
*L. Hueco: 600 pesos (un)
*L. Tolete: 300 pesos (un)
*L. Prensado: 700 pesos (un)
4. De que material estan hecho:
*Arcilla un 80% y Arena 20%
5. Como se elaboran:
*Fabricado por medio de maquinaria automatica.
6. Las Cualidades y beneficios del producto.
*L. Hueco: Mas cobertura pero menos resistencia
*L. Tolete: Mayor resistencia pero menos cobertura
*L. Prensado: se utiliza para acabados decorativos.
7. De donde se extrae la materia prima de su elaboración
De minas de arcilla.
8. Cuantas piesas se pueden elaborar en un dia de labor normal:
*L. Hueco: 20.000 a 22.000 diarios.
*L. Tolete: 3.500 a 4.000 diarios.
*L. Prensado: 15.000 diarios.
9. que producto elaborado tiene mas demanda:
*El de mas demanda es el hueco con un 80% de venta y 20% entre ladrillo prensado y tolete.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 1.

Se puede apreciar que el grupo 1 planteó 9 aspectos importantes con el fin de hondar un poco más con respecto a la práctica social "Construcción". Asimismo, es evidente que estos elementos les brindó la posibilidad de tomar datos relevantes, los cuales fueron asumidos en el momento en que socializaron la información y decidieron en común acuerdo cuáles de ellos utilizar para plantear la situación problema y las tareas. Para ello, se logra interpretar que los integrantes del grupo realizaron una respectiva visitita a la ladrillera "El Cortijo" con el propósito de obtener datos válidos y acordes a la realidad de esta práctica social. Razón por la cual, se reconoce que para ellos "la cotidianidad es de suma importancia en la formación humanista, porque regresa al individuo a sus intereses, a su realidad. No es posible una pedagogía centrada en el ser humano que no tome en cuenta la cotidianidad" (Rodríguez, 2010, p.116).

Con respecto a lo antes mencionado, el grupo 1 con base a la información socializada da paso a generar un ambiente de problematización con el objetivo de establecer una situación de acuerdo a los datos sistematizados. Esto se muestra en la siguiente imagen:

Imagen 36. *Formulación de Problema Grupo 1*


Don sergio es un habitante del municipio de campoalegre, Don sergio se dirige a la ladrillera el cortijo para preguntar el tipo de ladrillos que necesita para construir una habitación con las siguientes medidas Altura 3,20 mts, 3 Mts de ancho y 2,5 mts de largo. Don Jaime le cuenta que la ladrillera produce tres tipos de ladrillos. Ladrillos huecos, ladrillos tolete y ladrillos prensado y el valor de cada uno es, el ladrillo hueco es de $600 pesos por unidad el ladrillo tolete es de $300 pesos por unidad y el ladrillo prensado es de $700 pesos por unidad. Don Sergio pregunta la calidad de cada uno, le dice que el ladrillo hueco le da mas cobertura a la extructura pero menos resistencia mientras que el ladrillo tolete mayor resistencia pero menos cobertura y el ladrillo prensado se utiliza para acabados decorativos.

Don Sergio a decidio utilizar el ladrillo hueco con unas medidas de 30cm de largo, 12 cm de ancho y 20 cm de alto. Para construir su habitación y una puerta con las medidas de alto 180mts y de ancho 90cm.

Responde.

1. ¿Cuantos ladrillos debe utilizar don sergio para construir su habitación con las medidas dadas en el parrafo?

2. ¿Cuanto le vale la cantidad de ladrillos que debe utilizar don Sergio para construir su habitacion?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 1.

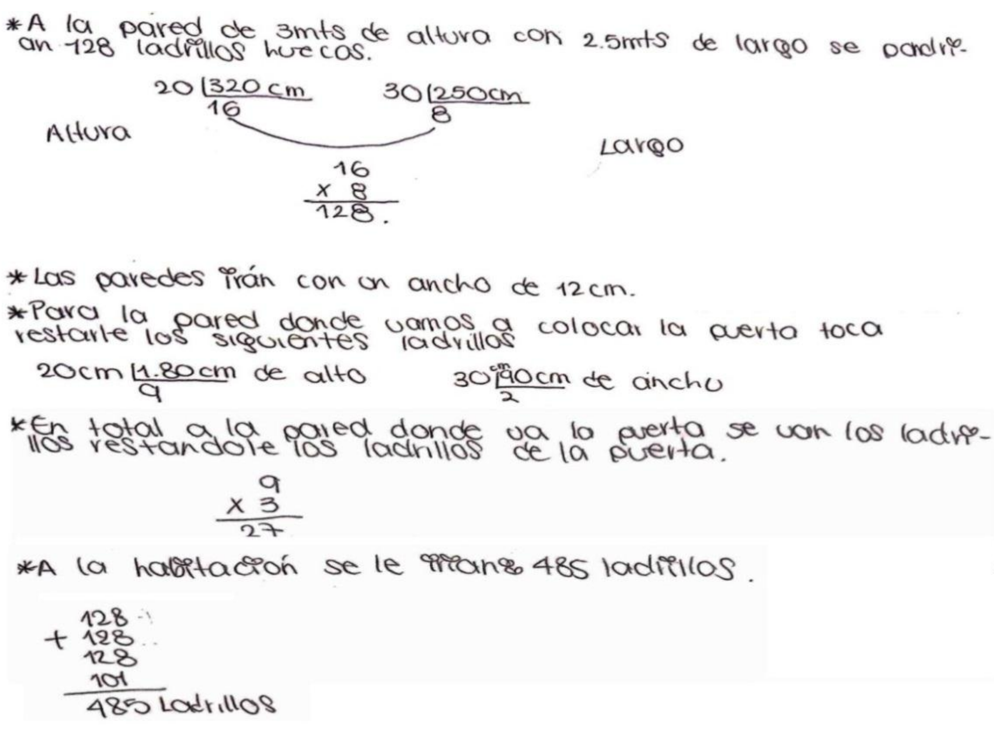
Es claro que el grupo 1 atribuyó un valor significativo a sus propias experiencias e interés considerando que estos fueran acorde a la cotidianidad en que emergen. Es decir, que en el momento de compartir la información consultada hicieron uso de la misma teniendo en cuenta aspectos relevantes y útiles que les permitiera tener un reconocimiento y una comprensión de la situación problema que presentaron. Esto conlleva a asumir que este grupo tuvo como punto de partida la "*Comunicación y negociación de intenciones"* en el proceso de formular problemas.

A su vez, se refleja que este grupo consideró 4 elementos fundamentales para su situación problema (Tipo de ladrillos, dimensiones del ladrillo hueco, precio – calidad y las cualidades y beneficios del producto); aspectos que les brindó la posibilidad de entablar una conexión entre la matemática y la realidad para así tener una "*exploración de la situación"* ya que tomaron generalidades y particularidades importantes para la comprensión del mismo. En concordancia a esto, Skovsmose (1997) afirma:

> Las matemáticas intervienen de verdad en la realidad, no sólo en el sentido de que una nueva visión puede dar lugar a un cambio en las interpretaciones, sino también en el sentido de que las matemáticas están inmersas en parte de la realidad y la reorganizan (p.202).

Partiendo de las afirmaciones anteriores, el grupo 1 logra llegar a una "*concretización del problema",* puesto que enuncian una problemática detectada de acuerdo a los datos escogidos con el escenario de investigación seleccionado. También, se reconoce que las tareas planteadas conllevan a hacer uso de saberes previos a través del desarrollo de procedimientos matemáticos afines a la situación. Sin embargo, no logran aprovechar la riqueza obtenida en el problema para precisar mucho más la importancia que tiene la realidad en el mismo, suceso que se refleja en la siguiente imagen.

Imagen 37. *Interpretación del problema a través de la resolución - Grupo 1*

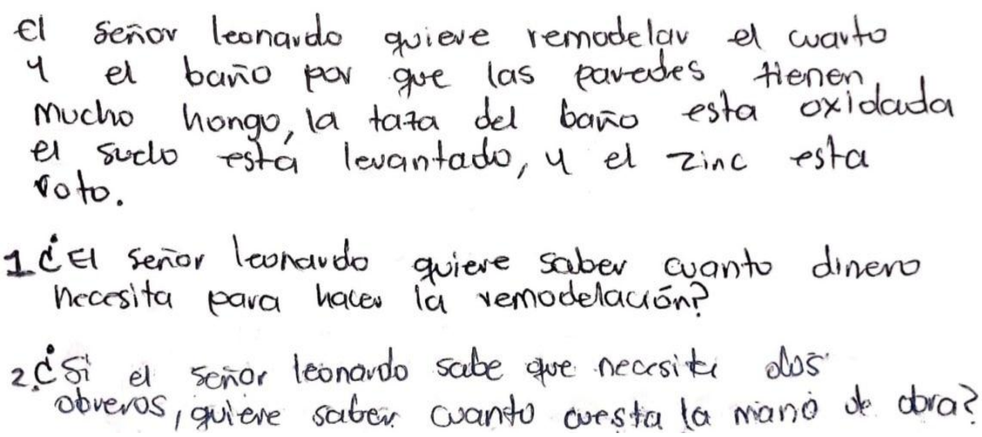


Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 1.

Se puede interpretar que el grupo 1 llevo a cabo la resolución de las tareas propuestas dentro de la situación problema para confrontar que los datos establecidos permitieran llegar a un solución correcta a través de procedimientos matemáticos básicos. No obstante, cabe resaltar que existen peculiaridades en las operaciones que los estudiantes efectúan, pues hay una alteración con relación a la organización de los valores dados para la división, lo que conlleva a entender que obtuvieron un resultado mediante el uso de la calculadora y no prestaron atención en la estructura pertinente de la operación. Por lo que se refiere a las paredes de la habitación para construir como lo muestra el enunciado del problema, los estudiantes descifran que el grosor que esta tendría es de 12 cm gracias a la interpretación que hacen sobre la ubicación del ladrillo.

Dando continuidad a los resultados de los grupos, el grupo 3 elaboró la siguiente situación problema con sus tareas correspondientes. Lo cual se manifiesta a continuación:

Imagen 38. *Formulación de Problema - Grupo 3*


el señor leonardo quiere remodelar el cuarto y el baño por que las paredes tienen mucho hongo, la taza del baño esta oxidada el suelo está levantado, y el zinc esta roto.

1. ¿El señor leonardo quiere saber cuanto dinero necesita para hacer la remodelación?

2. ¿Si el señor leonardo sabe que necesita dos obreros, quiere saber cuanto cuesta la mano de obra?

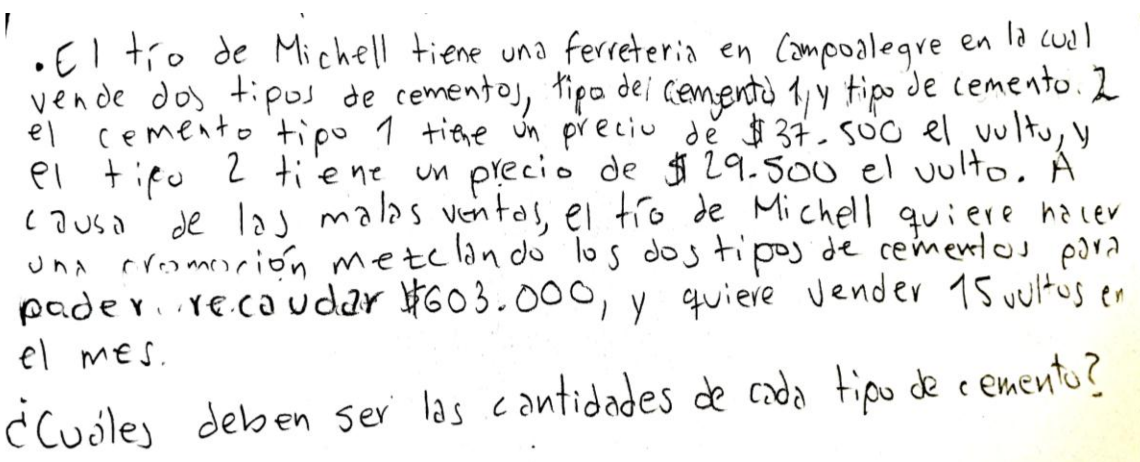
Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 3.

Para empezar, es fundamental poner en manifiesto que este grupo para recolectar información precisa y real sobre cómo construir una habitación con baño, realizó una visita a un obrero en particular en el barrio Nuevo Horizonte. Esta persona, les brindó conocimiento acerca de los diferentes materiales a necesitar junto con las cantidades respectivas. Se infiere que este grupo tiene un interés propio en saber más acerca de este tipo de actividades cotidianas que se generan a diario y las cuales son muy arraigadas a sucesos de sus vidas que se han presentado o que posiblemente pueden presentarse en cualquier momento. Por tanto, es notorio que el grupo 3 en primer lugar planteó una situación problema en la que evocó un evento bastante cotidiano, que es la remodelación de un cuarto con baño, debido a que ha tenido deterioros, los cuales pudieron haber sido causados por factores externos como el ambiente o seres provenientes de la naturaleza.

Pese a lo anterior, el grupo replantea la situación problema ya expuesta, puesto que aparte de considerar los materiales dados por el obrero, plasman la cantidad que se requiere para la construcción prevista. De modo que, el grupo 3 continúa en la línea de evidenciar un suceso cotidiano de su entorno, como lo es el cotizar productos en un establecimiento comercial, en este caso una ferretería. Por otro lado, se deduce mediante las tareas formuladas que los procedimientos a utilizar para su resolución son mediante procedimientos matemáticas básicos como lo es la suma de valores.

Ahora, se pondrá en conocimiento la situación problema junto con las tareas propuestas por parte del grupo 6 con el fin de reconocer la relación que establecieron entre los datos suministrados con la creación del enunciado del problema.

Imagen 39. *Formulación de Problema - Grupo 6*


• El tío de Michell tiene una ferreteria en Campoalegre en la cual vende dos tipos de cementos, tipo del cemento 1, y tipo de cemento. 2 el cemento tipo 1 tiene un precio de $37.500 el vulto, y el tipo 2 tiene un precio de $29.500 el vulto. A causa de las malas ventas, el tío de Michell quiere hacer una promoción metclando los dos tipos de cementos para poder recaudar $603.000, y quiere vender 15 vultos en el mes.

¿Cuáles deben ser las cantidades de cada tipo de cemento?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 6.

Se logra apreciar que el grupo 6 para la elaboración de la situación problema tuvo en cuenta un material de uso importante para la construcción que es el cemento. Esto permite inferir que de una u otra forma han tenido contacto con la utilidad de este producto ya sea por experiencia propia o porque cuentan con algún familiar que está inmerso en actividades de construcción. Por el contrario, es evidente que este grupo no contextualiza la situación problema entorno a un hecho directo relacionado con la práctica social escogida, ya que se enfocan solo en el artículo “cemento” en cuanto a su comercialización y en emplear una estrategia de venta para incrementar las ganancias generadas por el mismo; lo que implica el uso de la matemática procedimental en términos generales. En esta línea, los estudiantes tienen en cuenta parte de la cotidianidad que se percibe por parte del contexto donde viven, pero no logran entablar una conexión suficiente en la que se divise un escenario real en el cual hubiesen tenido la posibilidad de integrar el producto consultado.

De otro lado, en la siguiente imagen se presenta lo desarrollado por el grupo 7, lo cual permite estimar que una vez llevado a cabo el proceso que emplearon para llegar a la elaboración de la situación problema de acuerdo a los datos consultados, el grupo consideró necesario reformular el problema propuesto desde un principio ya que anexaron información nueva, considerada relevante para la resolución de las tareas enunciadas.

***Imagen 40**. Formulación y Reformulación del Problema Grupo 7*

En una ladrillera cada día se producen una alta cantidad de ladrillos, existen 2 épocas la buena y la mala, en la buena son vendidos cada 3 días los ladrillos un total de $ 1.400.000 pesos en los cuales se venden, 850 ladrillos de alta calidad y 350 ladrillos de baja calidad.
475

Y en los días de bajas ventas se venden en total de $ 810.000 pesos, vendiéndose 510 ladrillos de alta cantidad y 350 ladrillos de baja calidad.

① Hayar el valor de cada tipo de ladrillo?

En una ladrillera, cada día se producen una alta cantidad de ladrillos, existen 2 épocas de bueno y la mala, en la buena son vendidos cada (3) días los ladrillos un total de $ 1.400000 pesos en los cuales se venden 850 ladrillos de alta gama sabiendo que este tiene un mayor precio y 475 ladrillos de baja gama que tienen un menor precio y en los días de bajas ventas se venden (~~a menor~~) a tal costo de 809.800 pesos vendiendose 510 ladrillos de alta gama sabiendo que este tiene un mayor precio y 800 ladrillos de baja calidad con un menor precio. sabiendo que A + B = 2000 en temporada buena y A+B = 1600 en temporada mala.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 7.

Teniendo en cuenta la reformulación del problema dada por el grupo 7, se puede apreciar que establecen dos variables dentro del mismo, las cuales reflejan que para la elaboración de esta situación los estudiantes vieron pertinente partir desde el proceso de resolución. Es decir, que emergen una de las aproximaciones dadas por Cázares (2000, citado por Ayllón, 2012, p.70) para la formulación de problemas. De modo que, es notorio que se basaron en sus saberes previos con relación a practicar procedimientos matemáticos que les aprobara de cierta manera el resultado de la tarea de acuerdo a la información dada en la situación. Además de esto, es visible que tienen en cuenta que para la producción y venta de ladrillos en este caso, no siempre se tendrá las mismas ganancias puesto que existen temporadas buenas como malas para ofrecer este producto, hecho que refleja un acontecimiento real que se vive dentro del contexto en el que están inmersos.

Dentro de este marco de ideas, la imagen que se expondrá a continuación pone en evidencia lo realizado por el grupo 8 acerca del problema y las tareas que estructuraron con base a la indagación hecha de la construcción.

Imagen 41. *Formulación de Problema Grupo 8*

* Sabiendo que los materiales para construir una casa de 6m de ancho, 15m de largo y 3,5m de alto se necesita:

* 2.000 ladrillos - huecos o 6.000 ladrillo tolete.
* 120 bultos de cemento
* 120 barillas
* 3 volquetadas de arena
* ½ volquetada de piedra
* 40 tejas de zinc de 3m.
* 12 cerchas
* 5 puertas
* 5 ventanas
* 100m² de enchapa
* 50 bolsa de pegacol.

-Don rafael a ultimo momento consiguio un lote de 18m de ancho 45m de largo y 9,5 m de alto.

Sabiendo que los materiales para construir una casa de 6 m de ancho 15 m de largo y 3,5 m de alto ya los tiene, ¿cuanto material le hace falta para construir en el lote de 18 m de ancho, 45m de largo, y 9,5m de alto?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 8.

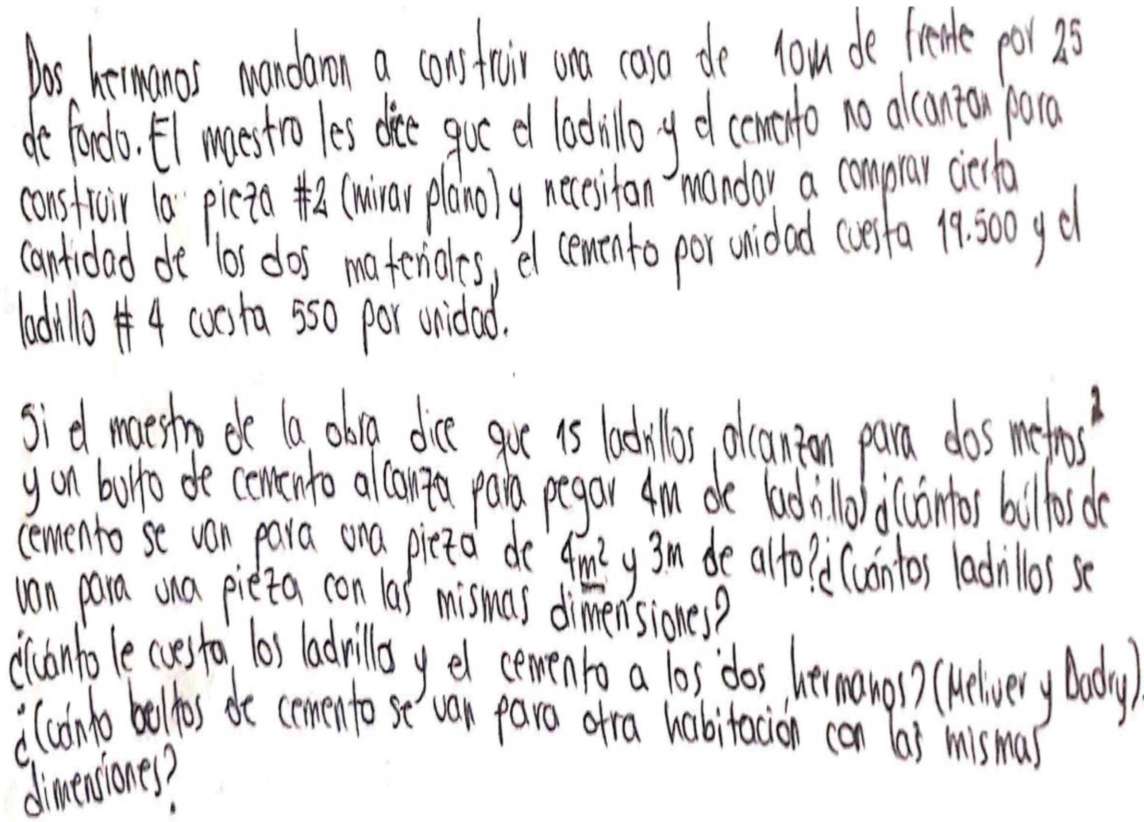
El grupo 8 esboza su situación problema de acuerdo a la indagación previa hecha sobre los materiales necesarios para la construcción de una casa. También, se contempla que los estudiantes partieron de sus saberes previos referentes a las dimensiones con el objetivo de emitir dichas medidas que comprenden la casa a construir. Del mismo modo, relacionan la importancia de tener un lote en donde se pueda edificar la propiedad que se quiere, hecho que permite evidenciar una relación directa a eventos reales del contexto. Sin embargo, es curioso apreciar que establezcan el alto del lote como una medida a destacar, lo cual ocasiona una alteración de lo que se conoce y se entiende de un lote real.

Partiendo de los resultados expuestos anteriormente, se concluye que durante el proceso de formular problemas, estos grupos demostraron a través de sus producciones que emplearon el nivel de complejidad "Reproducción" que se refiere a "las tareas que requieren el uso de procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos, realización de operaciones sencillas en contextos familiares" (De Lange, 1995, citado por Olmos & Sarmiento, 2013, p. 69), como eje central y articulador de las tareas propuestas con las situaciones planteadas. En otras palabras, tomaron como base los saberes previos y familiares ya apropiados por experiencias vivenciadas previamente, para ligarlos a sucesos cotidianos de su entorno con respecto a la práctica social "Construcción".

Por otra parte, es notorio que la producción escrita de los enunciados por parte de algunos grupos conlleva a tener dispersiones en cuanto a la información que quieren plasmar, debido a que faltan datos por suministrar. También, esto hace que la cohesión de algunas ideas emita dificultades en la redacción. No obstante, cabe resaltar y dar valor a las situaciones planteadas por los estudiantes puesto que a pesar de los inconvenientes de escritura, lograron establecer relaciones entre la información obtenida, su interpretación y socialización.

Continuando con el seguimiento de los resultados dados por los grupos en cuanto a formular problemas, el grupo 5 pone en evidencia mediante su situación problema y las tareas que plantean, ciertas características que denotan el rol que juega el contexto real y el uso de los datos consultados más allá del nivel de reproducción. Hecho que se evidencia en la siguiente ilustración.

Imagen 42. *Formulación de Problema Grupo 5*



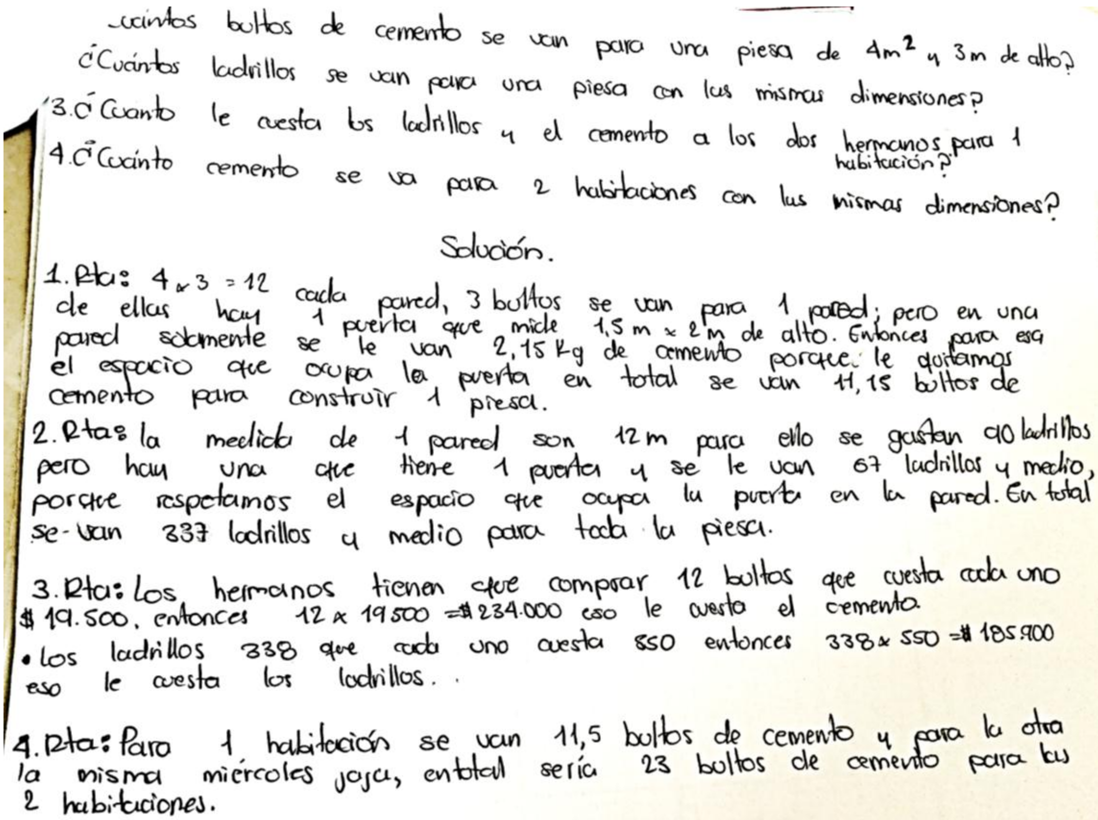
Dos hermanos mandaron a construir una casa de 10m de frente por 25 de fondo. El maestro les dice que el ladrillo y el cemento no alcanzan para construir la pieza #2 (mirar plano) y necesitan mandar a comprar cierta cantidad de los dos materiales, el cemento por unidad cuesta 19.500 y el ladrillo # 4 cuesta 550 por unidad.

Si el maestro de la obra dice que 15 ladrillos alcanzan para dos metros² y un bulto de cemento alcanza para pegar 4m de ladrillo, ¿Cuántos bultos de cemento se van para una pieza de 4m² y 3m de alto? ¿Cuántos ladrillos se van para una pieza con las mismas dimensiones?
¿Cuánto le cuesta los ladrillo y el cemento a los dos hermanos? (Meliver y Dadry).
¿Cuánto bultos de cemento se van para otra habitación con las mismas dimensiones?

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 5.

Del problema elaborado por el grupo 5 se puede percibir que con base a una situación real del contexto esbozan los datos suministrados a través de la indagación previa. A su vez, se refleja la conexión que forjan entre la situación y las tareas propuestas; pues es notorio que debido a los conocimientos propios sobre matemáticas, han logrado alcanzar y emitir una comprensión más amplia del uso de esta disciplina para con el problema. Lo mencionado anteriormente refiere a cómo los estudiantes de este grupo evocan la funcionalidad que tiene la matemática dentro del suceso que comparten a lo largo del problema. Sumado a esto, este grupo también presenta este tipo de vínculo entre la matemática procedimental con el razonamiento y entendimiento del por qué y para qué se usa esta disciplina para llevar a cabo la resolución de problemas que se pueden generar en la cotidianidad.

Imagen 43. *Interpretación del problema a través de la resolución - Grupo 5*



¿Cuántos bultos de cemento se van para una piesa de 4m² y 3m de alto?
¿Cuántos ladrillos se van para una piesa con las mismas dimensiones?
3. ¿Cuanto le cuesta los ladrillos y el cemento a los dos hermanos para 1 habitación?
4. ¿Cuánto cemento se va para 2 habitaciones con las mismas dimensiones?

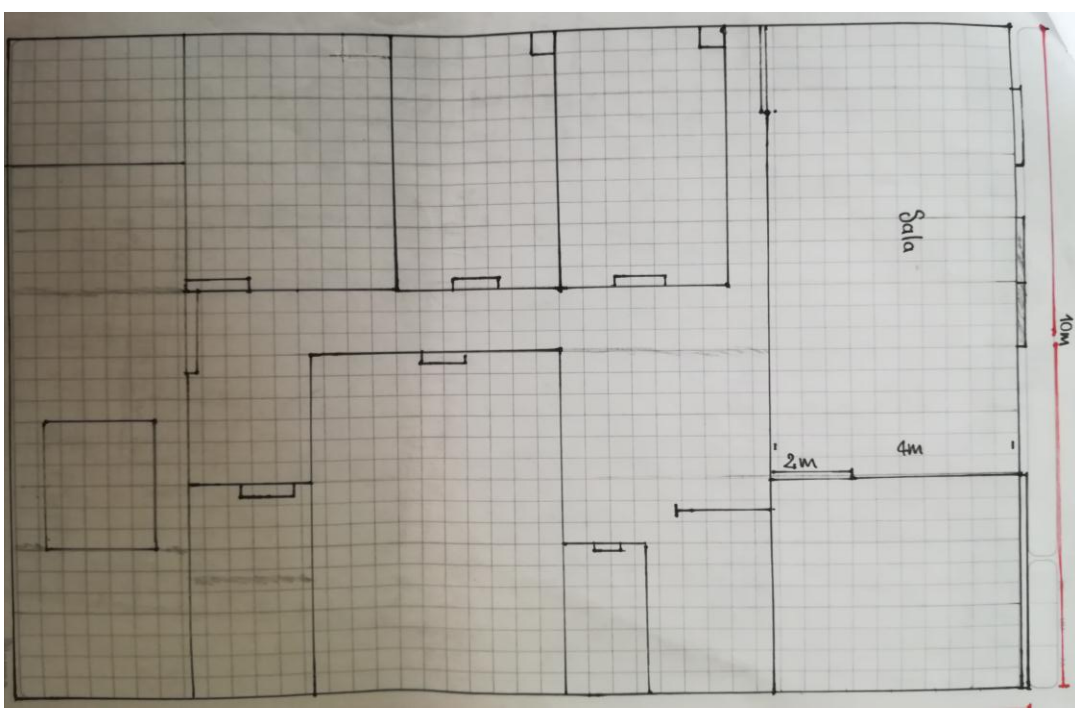
Solución.

1. Rta: 4 x 3 = 12 cada pared, 3 bultos se van para 1 pared; pero en una de ellas hay 1 puerta que mide 1,5 m x 2 m de alto. Entonces para esa pared solamente se le van 2,15 Kg de cemento porque le quitamos el espacio que ocupa la puerta en total se van 11,15 bultos de cemento para construir 1 piesa.

2. Rta: la medida de 1 pared son 12 m para ello se gastan 90 ladrillos pero hay una que tiene 1 puerta y se le van 67 ladrillos y medio, porque respetamos el espacio que ocupa la puerta en la pared. En total se van 337 ladrillos y medio para toda la piesa.

3. Rta: Los hermanos tienen que comprar 12 bultos que cuesta cada uno $ 19.500, entonces 12 x 19500 = $ 234.000 eso le cuesta el cemento
• Los ladrillos 338 que cada uno cuesta 550 entonces 338 x 550 = $ 185.900 eso le cuesta los ladrillos.

4. Rta: Para 1 habitación se van 11,5 bultos de cemento y para la otra la misma miércoles joya, en total sería 23 bultos de cemento para las 2 habitaciones.

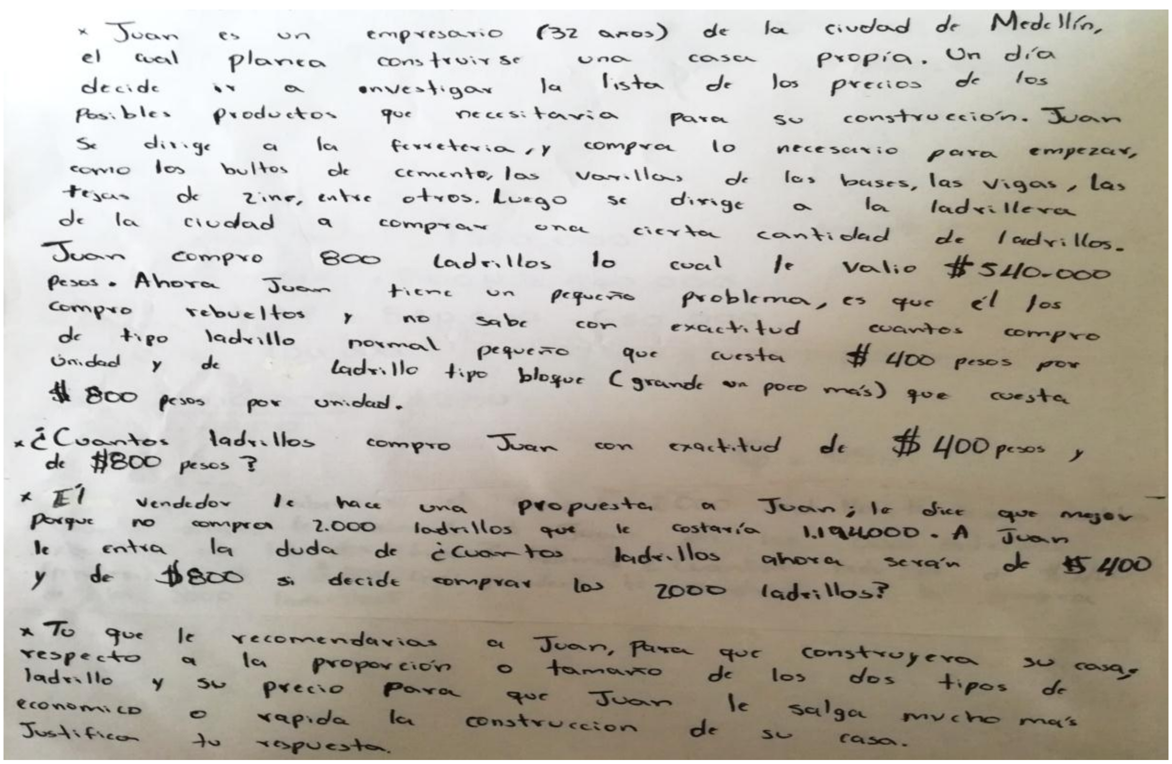


Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 5.

Es importante resaltar, que el grupo 5 a partir de la solución que da a las tareas propuestas de su situación problema dan muestra del nivel de complejidad "Conexión" entendido como "las tareas que se caracterizan por centrarse en el significado, la noción y procedimientos usando diferentes caminos para su resolución lo cual genera comprensión de los conceptos" (Olmos & Sarmiento, 2013, p.70). Del mismo modo, permite consolidar la competencia necesaria para desarrollar y usar los conocimientos con el objetivo de que influyan para manifestar su función y relevancia dentro del evento presentado (Skovsmose, 1997). En otras palabras, los estudiantes emplearon su nivel de reproducción y conexión mediante procedimientos básicos y familiares, los cuales no solo dan respuestas a ciertas operaciones sino que a través de estas logran entender la finalidad e importancia de efectuar estos procesos para llegar a un fin.

Finalmente, se presenta lo realizado por el grupo 4, el cual evidencia aportes relevantes mediante la situación problema que elaboraron y más aún, en las tareas que surgieron a raíz del problema planteado.

Imagen 44. *Formulación de Problema Grupo 4*



× Juan es un empresario (32 años) de la ciudad de Medellín, el cual planea construirse una casa propia. Un día decide ir a investigar la lista de los precios de los posibles productos que necesitaria para su construcción. Juan se dirige a la ferreteria, y compra lo necesario para empezar, como los bultos de cemento, las varillas de las bases, las vigas, las tejas de zinc, entre otros. Luego se dirige a la ladrillera de la ciudad a comprar una cierta cantidad de ladrillos. Juan compro 800 ladrillos lo cual le valio $540.000 pesos. Ahora Juan tiene un pequeño problema, es que él los compro revueltos y no sabe con exactitud cuantos compro de tipo ladrillo normal pequeño que cuesta $400 pesos por unidad y de ladrillo tipo bloque (grande un poco más) que cuesta $800 pesos por unidad.

× ¿Cuantos ladrillos compro Juan con exactitud de $400 pesos y de $800 pesos?

× El vendedor le hace una propuesta a Juan; le dice que mejor porque no compra 2.000 ladrillos que le costaría 1.194000. A Juan le entra la duda de ¿Cuantos ladrillos ahora serán de $400 y de $800 si decide comprar los 2000 ladrillos?

× Tú que le recomendarias a Juan, para que construyera su casa, respecto a la proporción o tamaño de los dos tipos de ladrillo y su precio para que Juan le salga mucho más economico o rapida la construccion de su casa. Justifica tu respuesta.

Fuente: Elaboración de los Estudiantes del Grupo 4.

La interpretación que se logra hacer de la producción hecha por el grupo 4 es de gran significado, puesto que la situación que emiten es totalmente relacionada a la realidad. A partir de allí, se puede poner en manifiesto que este grupo no solo tiene en cuenta el entorno en que viven sino que consideran relevante exponer otros escenarios en los cuales también acontecen sucesos como el que plantean en el problema. Por otra parte, para crear el enunciado del problema hicieron uso de los diferentes datos que consultaron previamente, pues al incluir los materiales que se requieren para la construcción de la casa junto con los valores de venta de los ladrillos reflejan como las matemáticas comienzan a surgir a causa de la contextualización de la situación.

Del mismo modo, a raíz de las tareas propuestas se denota que para la resolución de estas es necesario poner en práctica el nivel de reproducción (procedimientos netos de la disciplina), y el nivel de conexión (uso de las matemáticas mediante diversos caminos para la comprensión de conceptos). Teniendo esto en consideración, este grupo permite también contemplar el nivel de complejidad “Reflexión” asumido como “las tareas que requieren comprensión, reflexión y creatividad para identificar conceptos y establecer relaciones con otros conceptos, así como la generalización y justificación de resultados de situaciones en contextos nuevos” (De Lange, 1995, citado por Olmos & Sarmiento, 2013, p. 69). Por tal motivo, el grupo 4 debido a sus ideas, a la información consultada y socializada, al reconocimiento e interpretación del contexto como primer escenario de sucesos reales y cotidianos y a las conjeturas, preguntas, afirmaciones y conclusiones expuestas a lo largo del proceso de formular problemas dan muestra de que perciben y evocan miradas distintas de ver el mundo a través de las matemáticas.

Para concluir, de las evidencias anteriores se reconoce los tres niveles de complejidad propuestos por Solar (2009) en su Modelo de Competencia Matemática, dado que hubo tareas matemáticas que permitieron reconocer los niveles de reproducción, conexión y reflexión. Es decir que, diversas tareas matemáticas se basaron únicamente en llevar a cabo algoritmos o procedimientos matemáticos con el propósito de obtener un resultado, lo cual refiere al nivel de complejidad de reproducción. Por otra parte, se apreciaron tareas con un nivel de complejidad de conexión ya que dieron sentido al uso de la matemática para lograr la comprensión de la situación problema desde otras miradas, estrechando una constante relación. Y a su vez, hubo tareas de reflexión debido a que no solo involucraban procedimientos netos de la disciplina, sino que encaminaban a tener otras miradas con relación a las situaciones problema desde un sentido crítico y reflexivo de inferir y apreciar el vínculo existente entre la situación, la matemática y la realidad.

Por otro lado, también se logra apreciar que todos los grupos llevaron a cabo un proceso de participación tanto individual como colectiva para lograr concretar las diversas situaciones problema y las tareas de las mismas. Por tanto, se reconoció la interacción en el momento en que cada integrante de los diferentes grupos compartió ideas, percepciones y saberes con el propósito de hacer un intercambio entre sí para establecer las problemáticas encontradas dentro de un contexto relacionado a su cotidianidad. De este modo, permitió a los estudiantes tener la iniciativa de estar en disposición constante para el dialogo con el propósito de no perder la linealidad del proceso ni la información suministrada. Como resultado de todo lo anterior, se presenta la negociación, etapa en la que los estudiantes tomaron sus ideas y determinaron el uso de las mismas para establecer de acuerdo a las diferentes problemáticas evocadas del contexto las situaciones problema y las tareas que giran entono a las mimas como producto final. En este orden de ideas, Dueñas & García (2012) afirman que:

> La participación ha de referirse a aquellos procesos donde las personas no se limitan a ser simples observadores sino que se involucran en los procesos, se ven implicados, motivan el cambio con sus acciones y además lo hacen de forma constante (p.3).

Además de lo anterior, cabe resaltar que los diferentes grupos manifestaron tener un reconocimiento significativo del contexto en el cual reflejaron que las matemáticas cumplen un papel fundamental dentro del mismo. Por tal motivo, es importante que los docentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas escolares dentro y fuera del aula de clase guíen e incentiven a los estudiantes a construir y desarrollar tanto el nivel de reproducción, el nivel de conexión y con mayor énfasis el nivel de reflexión. Para ello, como lo manifiesta Valdivé (2010):

> Es necesario que las escuelas eduquen a los estudiantes para ser ciudadanos críticos donde en una educación crítica, la educación debe asumir un papel activo en la identificación de las

> desigualdades de la sociedad, en el señalamiento de las causas del surgimiento de crisis sociológicas y ecológicas, y en la explicación y el esbozo de maneras para abordar estos problemas. En este sentido, la educación matemática, entendida como disciplina científica en formación, debe situarse en este ámbito (p.87).

Por tanto, es indispensable formar sujetos libres con la autonomía, confianza y capacidad de expresar sus propios pensamientos, de cuestionar y ser cuestionados, de concebir otras formas de ver el mundo, de analizar y comprender los diferentes contextos que emergen de la realidad y de tener una postura crítica con respecto a los sucesos de la cotidianidad.

- **Sentido Crítico y Reflexivo de los Estudiantes en el Desarrollo del Proceso de Resolución de Problemas**

Para la estimación respectiva de este proceso matemático resolver problemas, se realizaron tres sesiones, las cuales fueron distribuidas de la siguiente manera: la primera y segunda sesión encaminadas a que los estudiantes resolvieran la situación problema “Producción y Venta de Empanadas: Una Actividad para Nuestra Excursión de Fin de Año” y a comprender la manera en que solucionaron las tareas atribuidas a dicha situación. Estas sesiones, fueron asumidas para la caracterización de la competencia formular y resolver problemas y para la estimación del sentido crítico y reflexivo de los estudiantes desde las actuaciones y manifestaciones dadas. Las cuales, fueron muy acordes a la realidad a la que están inmersos día a día, lo cual dio sentido al proceso que llevaron a cabo para esta práctica social debido a la conexión que establecieron entre lo útil e importante que es la matemática a través de sus procedimientos para con una actividad del común con la cual muchas personas subsisten económicamente no solo en el Municipio de Campoalegre sino en diversas partes del mundo en general.

Por todo lo anterior, en este apartado se exponen los procesos vivenciados en el aula de clase a la hora de que los estudiantes se enfrentan a la resolución del problema con respecto a la situación problema ***Ladrillera “La Portada”***, la cual fue elaborada por el investigador partiendo de los datos recogidos y analizados del primer objetivo específico y además teniendo en cuenta en nivel de escolaridad de los estudiantes y el tiempo en que se aplicaría la situación. En este orden de ideas, se presenta en este inciso el análisis respectivo para dicha situación.

Actualmente, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares no deben basarse solo en la producción de conocimiento matemático para formular o resolver situaciones de tipo procedimental, puesto que docentes como estudiantes cuentan con diversas habilidades que no solo convergen con el mundo neto de esta disciplina. Es decir, que las matemáticas escolares no solo emergen del reconocimiento de operaciones, algoritmos, procedimientos matemáticos o el uso de fórmulas, sino que comprende un papel significativo dentro del contexto real en el que los sujetos viven su día a día. De acuerdo a esto, Huapaya (2012) afirma que "los problemas a plantear deben ser de contexto realista, pues le brindara la posibilidad de involucrarse y usar la matemática como herramienta para comunicar y resolver" (p.60). En este sentido, permite en ellos la construcción de saberes con base a puntos de vista críticos y reflexivos que les brinde la oportunidad de interpretar y comprender las diferentes situaciones problema generadas desde su propio entorno.

En este orden de ideas, se orientó una sesión guiada de 95 minutos en el aula de clase para el desarrollo de la situación problema Ladrillera "La Portada" (ver inciso 3.1), con el fin de que los estudiantes a partir de sus conocimientos previos lograran describir, interpretar, comprender, expresar percepciones, ideas y juicios con relación al contexto presentado y a su vez retroalimentarlos y construir nuevos saberes. Es importante resaltar, que la situación presentada surge a raíz del contexto inmediato de los estudiantes, lo cual incentivó una participación activa permitiendo en ellos tener un aprendizaje significativo puesto que comprende experiencias de su cotidianidad.

El desarrollo de la clase se llevó a cabo en tres fases que fueron las siguientes: una primera fase relacionada con la ambientación del aula con el propósito de que los estudiantes tuviesen un espacio ameno y la oportunidad de trabajar colectivamente. A su vez, fue espacio en el cual se establecieron los acuerdos de participación para dinamizar de forma adecuada el desarrollo de la clase. La segunda fase comprende la lectura de los diferentes fragmentos de la situación problema con el fin de que los estudiantes accedieran a la información. Para ello, la lectura fue realizada en voz alta y con intervalos de tiempos para hacer el respectivo análisis de la misma. La tercera y última fase está inmersa en la fase anterior, puesto que hizo alusión a las producciones y manifestaciones dadas por los estudiantes en los momentos en que interpretaron los diferentes fragmentos de la situación problema.

Con relación a lo expuesto anteriormente, cabe resaltar que las tres fases se vieron reflejadas a lo largo de la clase debido a que los estudiantes a través de sus intervenciones crearon un ambiente de interacción y debate constante. Lo cual generó la construcción de una matemática de tipo funcional, pues establecieron una conexión entre los distintos procedimientos matemáticos con la situación problema planteada. En este sentido, Villa (2007) comparte que:

> La modelación matemática, más que una herramienta para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un "micro mundo" (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real (p.70).

De las afirmaciones anteriores, en los siguientes episodios e imágenes se evidencia las fases relacionadas al desarrollo de la clase.

Tabla 19. *Fragmento I –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Qué entienden o que interpretan de lo que el compañero acaba de leer?

$\boldsymbol{Est_1}$**:** Pues de que quiere tener mayor ganancia, entonces debe aumentar un ladrillo que sale más comúnmente.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, ¿Cuál es ese ladrillo?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Número 4

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** El número 4

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Eso de querer aumentar, tener mayor ganancia, ¿Cómo lo interpretamos? o ¿Qué nos quieren decir?

$\boldsymbol{Est_2}$**:** Que le va a subir el precio a cada ladrillo de ese.

$\boldsymbol{Est_3}$**:** O la cantidad de venta que pueda generarle mayor ingreso por los precios.

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

De las apreciaciones dadas con relación al primer fragmento expuesto de la situación problema, se reconoce que los estudiantes logran identificar que esta situación emerge del contexto real. Dado que evidencian una de las prácticas sociales que más impacto tiene dentro del entono en que viven. Motivo por el cual, los educandos logran familiarizarse, interpretar y comprender el objetivo principal de la situación, el cual afirman que es aumentar el precio del ladrillo número 4 para tener mayor ganancias.

Dando continuidad al desarrollo de la clase, a continuación se muestra la interpretación que hacen los estudiantes con respecto al segundo fragmento del enunciado.

Tabla 20. *Fragmento II –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Est_9}$: No pues porque si le aumenta va a ganar más, obviamente, así no… aunque puede haber la posibilidad de que pueden comprar arto. O sea, hay que tener las dos posibilidades.
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces, ¿Cuáles serias esas dos posibilidades?
$\boldsymbol{Est_9}$: Pues el que puede perder y puede ganar
$\boldsymbol{Est_{10}}$: Yo digo que de pronto pues sería aumentar. O sea, si le aumenta el precio al ladrillo y el caso de que las ventas sean menos él no va a perder porque lo que le aumento al ladrillo… (Mueve las manos como balanza) va a poder, si va como a cubrir, o sea va ser como nivelar.
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Nivelar las ganancias. Bueno, ¿Cuál es la ganancia que recibe el Señor Maicol por la venta de un ladrillo? ¿Cuál es la ganancia?
$\boldsymbol{Est_3}$**:** Pues si invierte \$350
$\boldsymbol{Est_1}$: \$150
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** \$150 pesos por ladrillo. ¿Cuál es el costo de producción?
$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** \$350

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

De este episodio se puede inferir que los estudiantes comprendieron el segundo fragmento del enunciado, puesto que reconocen la postura que Don Raúl tiene con relación a lo visionado por el señor Maicol. A partir de allí, los estudiantes establecen una relación teniendo en cuenta el contexto debido a que son sucesos o eventos que suelen ocurrir en el mismo. Dado que, de acuerdo a la afirmación que expone el estudiante 3, el incrementar el valor del producto hace que las personas prefieren buscar lugares en los cuales el artículo sea más económico. Esta interpretación conlleva al grupo a debatir y buscar otras coyunturas acerca del enunciado, pues conduce a pensar que el señor Maicol en ningún momento obtendrá las mayores ganancias; desde esta perspectiva:

> La dinámica de resolución de problemas consiste en la interpretación, búsqueda, selección y aplicación de datos o herramientas conceptuales para dar explicación a la situación propuesta, todo un proceso que le permite al estudiante interpretar, definir, transformar y extender sus ideas y conceptos, los cuales son ordenados, integrados, refinados, elaborados y/o rechazados (Huapaya, 2012, p.59).

Como resultado de la discusión dada por el grupo, surgen dos perspectivas más por parte de los estudiantes, lo cual implica que ellos exploran la información consignada en la situación problema y asimismo logran descubrir más datos partiendo de la misma. Finalmente, a raíz de todo lo intuido, comprendido, discutido y puesto en evidencia, los estudiantes ofrecen estrategias que permiten abordar el problema desde otras miradas. Esto se demuestra en el siguiente episodio.

Tabla 21. *Fragmento II –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Cuánto invierte para producir 1.100 ladrillos?
$\boldsymbol{Est_{11}}$: Pues tocaría multiplicar 1.100 ladrillos por $350 que es lo que invierte no?
$\boldsymbol{Est_3}$**:** Si claro
$\boldsymbol{Est_{12}}$: Sí, es lo que está invirtiendo
$\boldsymbol{Est_{13}}$: Mmm es lo que está invirtiendo?
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Si, Como la pregunta es ¿Cuánto invierte para producir 1100 ladrillos?
(El estudiante 11 pasa al tablero hacer la respectiva operación, los demás estudiantes le ayudan dándole los valores)
$\boldsymbol{Est_3}$**:** Da $385.000
$\boldsymbol{Est_{11}}$: Entonces también multiplico los 1100 por los $500 pesos que es el valor de cada uno
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Están de acuerdo con el procedimiento que está realizando el compañero?
$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Si, si
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** O sea, allá que está diciendo? En la operación que esta allá?
$\boldsymbol{Est_5}$: El costo de inversión
$\boldsymbol{Est_2}$**:** Lo que gasta en producción
$\boldsymbol{Inv_1}$**:** 1100 por $350 es la forma de encontrar el costo de inversión?

Est_3: Ahora los resta. Si es el costo de inversión y el otro es el precio del ingreso total. Ahora, después se restan y saca las ganancias.

Est_{14}: Ya tiene las ganancias

Est_{10}: $165.000

Inv_1: Gracias. Este valor que está aquí, a que hace referencia?

(Todos responden)

Est_{10}: Costo total

Est_3: Ingreso total del dinero, el total por las ganancias más la inversión, es todo.

Inv_1: Y este valor?

$Todos_{Est}$: Las ganancias

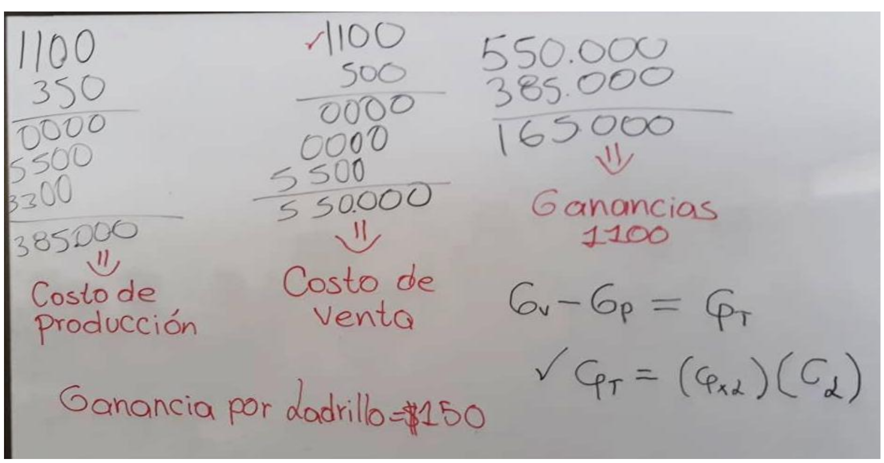
Inv_1: Las ganancias de qué?

Est_{10}: Que obtuvo vendiendo los 1.100 ladrillos

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Es notorio que los estudiantes a parte de interpretar y comprender el segundo fragmento de la situación problema, comienzan a tener connotaciones matemáticas con el fin de entender las diversas variables que se encuentran dentro del enunciado. Adicional a esto, es evidente el trabajo colectivo del grupo, ya que se percibe la participación continua por parte de los educandos con el propósito de contribuir a efectuar los procedimientos matemáticos pertinentes que lleven a obtener los debidos resultados que se pueden contemplar a lo largo del episodio. Lo anterior, se refleja en la próxima imagen.

Imagen 45. *Procesos Matemáticos*



Fuente: Elaboración de los Estudiantes

En esta imagen se reconoce el uso que los estudiantes hacen de las matemáticas para lograr encontrar valores que les permita reforzar y verificar ciertas afirmaciones emitidas anteriormente. Por otra parte, se muestra que los estudiantes prueban que esos valores solo se podrán obtener por la venta satisfactoria de todos los 1.100 ladrillos, que son los que se encuentran en el enunciado. De acuerdo a estas declaraciones, también se observa que los educandos no tuvieron en cuenta realizar algún aumento al costo del ladrillo, sino que tomaron los valores básicos con los cuales reflejan que el señor Maicol al vender los 1.100 ladrillos sin novedades logrará una buena ganancia debido a la venta productiva que pudo haberse generando. Sumado a esto, es necesario poner en conocimiento que el estudiante al efectuar las operaciones no ubica los signos respectivos de estas, sin embargo pone en manifiesto de forma verbal el procedimiento que realizó, pues las estructuras que esboza en el tablero no tuvo repercusión en cuanto a los resultados ni tampoco en la compresión por parte del grupo, ya que se encontraban inmersos en la dinámica del proceso.

Siguiendo esta línea, a continuación se exhibe como los estudiantes a través de sus conocimientos matemáticos emergen dos expresiones matemáticas para obtener las ganancias totales por la comercialización y venta de los 1.100 ladrillos.

Tabla 22. *Fragmento II –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Listo, ¿Cómo se puede obtener estas ganancias?

$\boldsymbol{Est_3}$**:** Por las ventas

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, ¿Cuál es el procedimiento a seguir para obtener las ganancias de los 1100 ladrillos? O sea, ¿Qué es lo que tengo que hacer? ¿Qué fue lo que hizo el compañero?

$\boldsymbol{Est_7}$: El costo de producción por el costo de venta

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Por el costo de venta?

$\boldsymbol{Est_5}$: No, el costo de venta menos el costo de producción

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, ¿De qué otra forma podrían hacerlo? O sea, ustedes me están diciendo que yo voy a coger el costo de producción y a eso le voy a quitar el…

$\boldsymbol{Est_5}$: No, el costo de producción se lo resta al costo de venta

$\boldsymbol{Est_3}$**:** Es al revés, El costo de venta le quita el costo de producción

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** El costo de producción se lo resto al costo de venta para obtener las ganancias totales. (Se escribe en el tablero la formula general para hallar las ganancias)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿De qué otra forma?

$\boldsymbol{Est_{10}}$: Se podría multiplicar los 1100 ladrillos por $150 que vale cada ladrillo

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, seria coger para obtener la ganancia total. Seria coger la ganancia por ladrillo si? Y lo voy a multiplicar que son estos $150 y lo voy a multiplicar por la cantidad de ladrillos. Son dos formas, en las que se puede hacer. Si da lo mismo? Si yo tomo este valor y lo multiplico por 1.100 me va a dar $165.000. Si?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Si

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Debido a la intervención dada por el estudiante en particular, más las apreciaciones por parte del grupo en general, logran determinar dos expresiones matemáticas que permiten hallar el valor total de ganancias que el señor Maicol tendrá ya sea con el valor de venta del ladrillo menos el costo de producción o de acuerdo a la ganancia por ladrillo y la cantidad vendida. Lo cual conlleva asumir que "en el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los escolares" (Rico, 2006, p.50). Asimismo, es claro que los estudiantes hicieron uso de sus saberes previos los cuales les permitió tener dos formas o miradas distintas de como hallar las ganancias totales. Esto generó discusión en el grupo hasta el punto de optar por las dos posibilidades en cierto momento, no obstante interpretan y comprenden que una de las expresiones les otorga un camino procedimental más corto pero con la misma veracidad que la otra expresión.

Dentro de este marco de ideas, se presenta las diversas intervenciones dadas por los estudiantes sobre el tercer fragmento expuesto de la situación problema, las cuales convergen de forma lineal a las apreciaciones anteriores.

Tabla 23. *Fragmento III –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Sigamos, íbamos en la tabla. ¿Quién me colabora leyendo? ¿Esta tabla que nos representaba?

$\boldsymbol{Est_9}$: La inversión que tuvo para la producción de los ladrillos.

$\boldsymbol{Est_9}$: Y Los materiales que utilizó para hacer los 1.100 ladrillos.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Muy bien, entonces serían los materiales que invierte el señor Maicol en su ladrillera, para poder producir 1.100 ladrillos, si? Ahora sí, lee.

$\boldsymbol{Est_{15}}$: De igual manera, el señor Maicol aclara que el pago de los obreros depende de la cantidad de ladrillos que fabriquen en su jornada laboral que consta de ocho horas. Es decir que para la elaboración de 1.100 Ladrillos Número 4, se necesitan 5 obreros, quienes producen esta cantidad en una hora. Por lo tanto, el Señor Maicol les cancela $43 por cada ladrillo fabricado, pues manifiesta que es una forma de motivación para sus trabajadores.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces, ¿Cuánto gana cada obrero en la elaboración de los 1.100 ladrillos?

$\boldsymbol{Est_3}$: Pues debemos dividir 1.100 ladrillos por los 5 obreros, cada uno va a tener la misma cantidad por elaborar.

(el grupo discute sobre la afirmación dada por el compañero)

$\boldsymbol{Est_3}$: Ahí dice que paga 43 pesos por ladrillo. Entonces para saber qué cantidad hace cada persona, yo me imagino que ellos hacen la misma cantidad de ladrillo, no?.O sea dividir esos 1.100 por 5 persona.

(el grupo discute sobre la afirmación dada por el compañero)

$\boldsymbol{Est_{11}}$: No porque si hay diferentes puestos de producción, es depende ¿no?

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces ¿eso no es similar a lo que está diciendo el compañero?

$\boldsymbol{Est_{15}}$: No porque él dice que se dividen.

$\boldsymbol{Est_9}$: Que todos tengan la misma cantidad.

$\boldsymbol{Est_3}$: Es que todos tienen que ganar por producción entonces todos tienen que hacer la misma cantidad.

(El grupo continua discutiendo sobre las diferentes afirmaciones dadas)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Vamos a darle la palabra al compañero y ya tratamos de aclarar varias cosas.

$\boldsymbol{Est_{16}}$: Pagan 43 pesos pero pues por ladrillo, es una motivación, entre más haga pues más gana.

$\boldsymbol{Est_{15}}$: No se van a repartir en cantidades iguales. O sea no.

$\boldsymbol{Est_1}$: O sea si esa es la motivación, lo que él necesita son 1.100 a él no le importa cuánto haga cada persona sino que le salgan 1.100 ladrillos. Ya depende de cada trabajador que tanto hayan producido.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Una nueva pregunta que nos surge es ¿ustedes saben cómo es el proceso para producir ladrillos? Es decir, una sola persona es la que realiza todas las fases para producir un ladrillo?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** No

(El grupo discute)

$\boldsymbol{Est_{10}}$: Hay como sectores, no? Dónde sacan el barro, luego lo mete al horno, entonces cada cosa tiene sus diferentes obreros. Entonces ellos mismos yo creo que dirán bueno yo produje tanto en este lado entonces yo así mismo merezco el pago o algo así no?

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Esa es su posición, ojo. Pongan cuidado, entonces lo que dice la compañera es cierto. Cuando se van a producir ladrillos, una sola persona no es la encargada de pasar la materia prima por todos los procesos. No es la encargada, hay una persona encargada por cada sector. Entonces si nos dice el enunciado que pagan 43 pesos por ladrillo significa que los 5 obreros que se necesitan son los que fabrican los 1100. Entonces la pregunta es ¿cuánto gana cada obrero en la elaboración de esos 1100?. Cuál es el proceso?. ¿Qué se tendría que hacer?

$\boldsymbol{Est_1}$: Se multiplica los 43 por los 1100 y se dividen en 5

$\boldsymbol{Est_3}$: No, porque cada uno debe recibir sus 43 pesos.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Espera, discutamos un poquito la posición del compañero. El compañero dice tomamos los 1100 ladrillos y los multiplicamos por 43 pesos que es a cómo sale cada ladrillo y ese resultado lo dividimos entre las 5 personas que fueron los que hicieron los 1100 ladrillos. Es correcta esa afirmación? Ese es el proceso?

(El grupo discute esa afirmación)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Ojo, el enunciado no dice que paga por cada sección. El enunciado dice que por 1100 ladrillos cada ladrillo vale 43 pesos. Ladrillo hecho en otras palabras. Entonces la posición del compañero es o no correcta? Es decir que para la elaboración de 1100 ladrillos número 4, para esos ladrillos, se necesitan 5 obreros, quienes producen esta cantidad en una hora. O sea esos 5 en ese sector donde producen los ladrillos número 4 si? se demoran una hora para hacerlo. Dice, por lo tanto el señor les cancela 43 pesos. Es decir él va a ese señor y les dice ustedes ya me tienen los 1100 ladrillos hechos? Sí señor, aquí están. Entonces él les cancela los 1100 ladrillos. Entonces que harían los obreros ¿si el señor les cancela 43 por cada ladrillo?

$\boldsymbol{Est_{15}}$: Se multiplicaría los 1100 como decía el compañero.

$\boldsymbol{Inv_1}$**: ¿**Cuánto da?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** $47.300

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces el señor les dice tome los $47.300, entonces ¿qué hacen los obreros?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Lo dividen entre los 5

(El grupo discute la situación poniendo su postura con respecto a la situación)

$\boldsymbol{Inv_1}$**: ¿**Cuánto recibiría cada obrero? ¿$9.460?

$\boldsymbol{Est_9}$: Ganarían $9.460 por hora.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Exactamente por hora, porque está diciendo que esa es la elaboración de 1100 ladrillos en una hora. (su jornada laboral consta de 8 horas)

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Entonces serían $75.000 el día

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, pero hay que tener en cuenta que sería así si fabricaran solo ladrillos número 4, porque recuerden que la ladrillera ofrece otro tipos de ladrillos. Sí. Listo.

Sigamos, lo que invierta el señor Maicol en los 1100 es una Volquetada de arena que le cuesta $70.000, una Volquetada de arcilla que también le cuesta $70.000. Sus obreros que ya dijimos que el valor era 43 pesos por los 5. O sea la elaboración de los 1100 ladrillos ¿cuánto seria?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**: $**47.300

$\boldsymbol{Inv_1}$**: $**47.300 en los 1100. Y tenemos otros servicios. ¿Qué consideramos como otros servicios?

$\boldsymbol{Est_3}$: La energía, el gas, la leña si la utilizan. agua

$\boldsymbol{Inv_1}$**:**. ¿Cómo se halla ese valor, de otros servicios? Con los datos que nos han dado, ¿cómo lo puedo hallar?

$\boldsymbol{Est_{15}}$: A pues, esos tres valores restándoselos al costo de producción

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Cuál era el costo de producción?

$\boldsymbol{Est_{15}}$: $385.000

(El compañero 15, realiza la operación en el tablero)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** **¿**Cuál era el valor de los obreros?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** 47.300 pesos

(todos discuten entorno al problema)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, aquí un compañero tiene una pregunta que porque da $187. 300 ¿Qué ha sumado aquí el chico?

$\boldsymbol{Est_{16}}$: Las dos volquetadas mas lo de los obreros por los 1100 ladrillos.

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Los estudiantes tras tener conocimiento de las ganancias totales que generan los ladrillos número 4, se tornan en una discusión con relación al tercer fragmento expuesto de la situación, el cual refiere al pago de los obreros. Pues, se percibe como primera mirada que los 43 pesos que el señor Maicol paga por ladrillo elaborado, lo hace por cada uno de los obreros (5 obreros). Afirmación que conlleva a una nueva confrontación de ideas y conjeturas, puesto que los estudiantes presentaron inconformidades en hallar cuánto dinero recibían los obreros de acuerdo al modo de pago que les planteaba el enunciado.

Por otro lado, en relación a las implicaciones anteriores, la estudiante 10 comparte sus puntos de vista con respecto al pago de los obreros, pues asiente que para la producción de los ladrillos, ha de existir sectores en los cuales los obreros tienen su respectivo cargo. Pero, no solo pone en conocimiento esta mirada, sino que establece una conexión entre el pago de los obreros con el proceso que ellos emplean para la producción de ladrillos, esto permite inferir que en un momento dado de la vida de la estudiante ha tenido la oportunidad de conocer, escuchar o apreciar sucesos con relación a ello. De acuerdo a lo estimado por la estudiante, se muestra al grupo el enunciado a partir de un ejemplo puntual, con el fin de que lograran relacionar lo dicho por la compañera con el ejemplo dado y así obtener otra mirada en cuanto al pago de los obreros.

Con relación a lo anterior, se infiere que el grupo de nuevo se encontró en una ambiente de debate, lo que les permitió finalmente interpretar y comprender el modo de pago que el señor

Maicol tenía para con sus obreros, debido a que determinaron operaciones matemáticas básicas para obtener resultados acordes a lo que muestra el enunciado sobre el pago que cada uno de los obreros recibe. Por otra parte, se refleja que otros estudiantes lograron expresar en sus palabras de forma puntual y concisa la compresión del enunciado. Una vez aclaradas todas las dudas del grupo y el haber hallado el valor del dinero que recibe cada obrero por la producción de 1.100 ladrillos en una hora, se reconoce como ellos divisan estos resultados con el valor total que cada obrero puede ganar al día. No obstante, tienen en cuenta que todo lo apreciado hasta al momento es acerca a un solo tipo de ladrillo que ofrece la ladrillera, por lo tanto el pago de los obreros podría variar de acuerdo a los otros productos.

Partiendo de estas evidencias, en cuanto a la interpretación que los estudiantes hacen del aspecto “otros servicios”, se ven en la necesidad de considerar los datos obtenidos previamente con los nuevos datos expuestos. Del mismo modo, recurren a sus saberes previos para efectuar operaciones básicas y así adquirir el valor que el señor Don Maicol invierte en cuanto al uso de otros servicios. Esto implica apreciar que los estudiantes llevan una linealidad de los diferentes fragmentos de la situación problema con las formas de interpretar, considerar, argumentar, comprender y proceder de los estudiantes. Puesto que identifican y construyen una estrategia para abordar el problema, del mismo modo evocan restricciones y los supuestos que afectan la solución dentro del contexto de la situación.

Por lo que se refiere al cuarto fragmento, en el siguiente episodio se reflejan las interpretaciones y connotaciones dadas por los estudiantes.

Tabla 24. *Fragmento IV –Ladrillera “La Portada”*

$\boldsymbol{Inv_{:1}}$ Bueno. Quien me colabora con la siguiente.

$\boldsymbol{Est_{17}}$: Considerando todo lo anterior, el Señor Maicol decide llevar a cabo su plan para maximizar sus ganancias con respecto a la venta de los ladrillos número 4, sin importar que por cada peso que aumente el costo por ladrillo, un ladrillo no es vendido.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Dice, que por cada peso que aumente el costo por ladrillo, un ladrillo no es vendido. ¿Qué interpretamos de esto? ¿Qué significa eso?

$\boldsymbol{Est_3}$: Que aumenta el precio de venta por ladrillo.

$\boldsymbol{Est_3}$: Se disminuye solo la cantidad de venta.

$\boldsymbol{Est_{13}}$: Que por cada peso que le suba al ladrillo, va a ver un ladrillo menos.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces si le aumento 2 pesos ¿Qué va a pasar con la cantidad de ladrillos? Se disminuyen dos? Si yo le aumento en 50 pesos ¿Qué va a pasar con la cantidad de ladrillos?

$\boldsymbol{Est_{18}}$: 50

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** O sea, 50 ladrillos no se me van a vender. Según la afirmación que nos están dando. Sí, no? Alguien tiene de pronto otra postura?

(El grupo discute)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno otra pregunta, si el señor Maicol llega a realizar este aumento ¿qué pasa con los obreros, les afecta el ingreso económico a los obreros? Sí, no ¿por qué?

$\boldsymbol{Est_9}$: Si porque baja la producción, van a necesitar menos. O sea van a producir menos ladrillos porque van a comprar menos ladrillos.

$\boldsymbol{Est_3}$: Si no le aumentan el precio que se están ganando de $43 por ladrillo, pues va a tener un efecto negativo a los que laboran en la empresa. Porque no están aumentando también sus ganancias. Pero si al aumentar un poquito más ese ingreso por ladrillo, pues yo creo que de pronto no sería tanto el impacto.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, Alguien tiene otro posición? de pronto que a los obreros no les afecte. Porque hasta el momento me han dicho que sí les afecta. Porque van a ganar menos, si? Porque se van a producir menos ladrillos qué fue lo que dijo la compañera. Alguien tiene otra posición distinta de que de pronto lo obreros vayan a ganar más?

$\boldsymbol{Est_9}$: No porque como le digo sino le aumenten el precio también lo que ganan por ladrillo no van a tener o sea van a disminuir.

$\boldsymbol{Est_{19}}$: Pero al aumentar el precio de ladrillo obviamente el constructor corriente va a estar acostumbrado al precio del mismo ladrillo.

$\boldsymbol{Est_1}$: Si a como pagan el ladrillo

$\boldsymbol{Est_{19}}$: Sí, o sea sí vale 1.500, 1.500 ladrillos. Pero si usted llega a subir el precio al ladrillo obviamente el cliente que va a construir va tener que buscar otra alternativa.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** O sea que lo que pretende hacer Don Maicol, que es generar más ganancias para él, lo que puede ocurrir es que afecte al consumidor o se afecte la decisión del consumidor.

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Sí claro

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Se le hace costoso? significa entonces que el consumidor tendría que buscar otras alternativas.

$\boldsymbol{Est_{11}}$: Otra ladrillera.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bien, entonces Ahora más adelante vamos a colocar en consideración eso que usted acaba de mencionar vale. Pero entonces estamos en la pregunta de si la persona que produce el ladrillo va a ganar lo mismo o no va a ganar lo mismo o va a ganar más o va a ganar menos.

$\boldsymbol{Est_3}$: Pero ahorita analizando, el enunciado no dice ladrillos vendidos sino elaborados. Entonces ya depende yo creo que si lo vamos a tomar así, ahora analizándolo mejor puede ser que el dueño de la empresa es el que va a tener la pérdida Por qué es que son las elaboraciones que él está pagando mas no las ventas depende de la venta si le va a pagar a los obreros o no. es por la elaboración.

$\boldsymbol{Est_{13}}$: No porque si el no vende, obviamente no va a poner a seguir haciendo ladrillos, obviamente no.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Miremos las dos posturas que decía la compañera ahorita, ella decía pueda ser que pierda, cómo pueda ser que gane. Entonces, hasta el momento me estás diciendo… A ver, si el señor Maicol aumenta el costo de ladrillo se van a disminuir verdad?

$\boldsymbol{Est_3}$: Las ventas

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Depende lo que él aumente, es decir que si se va a disminuir la cantidad de ladrillo los obreros tendrán que hacer menos ladrillos, si ¿estoy bien?

$\boldsymbol{Est_3}$: Ahí si.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Es decir que como van a hacer menos ladrillos, entonces iban a ganar menos, esa es en una de las posturas hasta el momento. Supongamos que le va bien al señor Maicol aumentando el costo a los ladrillos. si a él le va bien aumentado y disminuye la cantidad de producción ya le empezarían hacer más ladrillos verdad, porque le está yendo bien, el aumento, empieza a ser menos, pero sigue haciendo porque la gente va a seguir comprando, entonces que va a pasar con los obreros, como le está yendo bien. ¿Qué va a pasar?

$\boldsymbol{Est_3}$: Podria aumentar más sus ganancias …

$\boldsymbol{Est_1}$: Los obreros debería pedir un aumento por ladrillo elaborado

$\boldsymbol{Est_3}$: No, aumenta la cantidad de producción entonces va a tener más ganancias

(El grupo discute al respecto)

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Exactamente puede aumentar, es decir si al señor Maicol le va súper bien en ese aumento y empieza a llegar mucha gente que era lo que tú mencionabas que dependía de la demanda que hubiera, verdad. Entonces tendrían que hacer más ladrillos los obreros porque a él le fue muy bien con ese aumento. Entonces los obreros se beneficiarían de eso. Si tuviera el lado de las ganancias, es decir si a Maicol le va súper bien.

$\boldsymbol{Est_1}$: todo va a depender de las ventas

$\boldsymbol{Est_{20}}$: Le aumentaría el precio a los obreros pero si el día de los correspondieran a los ladrillos vendidos, o sea ponerles un porcentaje entonces les van a pagar igual

$\boldsymbol{Est_1}$: Yo le explico porque el llego tarde, lo que pasa es que Don Maicol paga $43 pesos por cada ladrillo que van a elaborar. Al grupo que hace el ladrillo le paga $43, es un costo fijo.

$\boldsymbol{Est_{20}}$: mmm claro

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Recuerden que eso decía el señor Maicol que era una manera de motivar que era la postura que decía el compañero. O sea, si yo sé que por más ladrillos me van a pagar más entonces yo trabajo más, hago más ladrillos porque me van a pagar más.

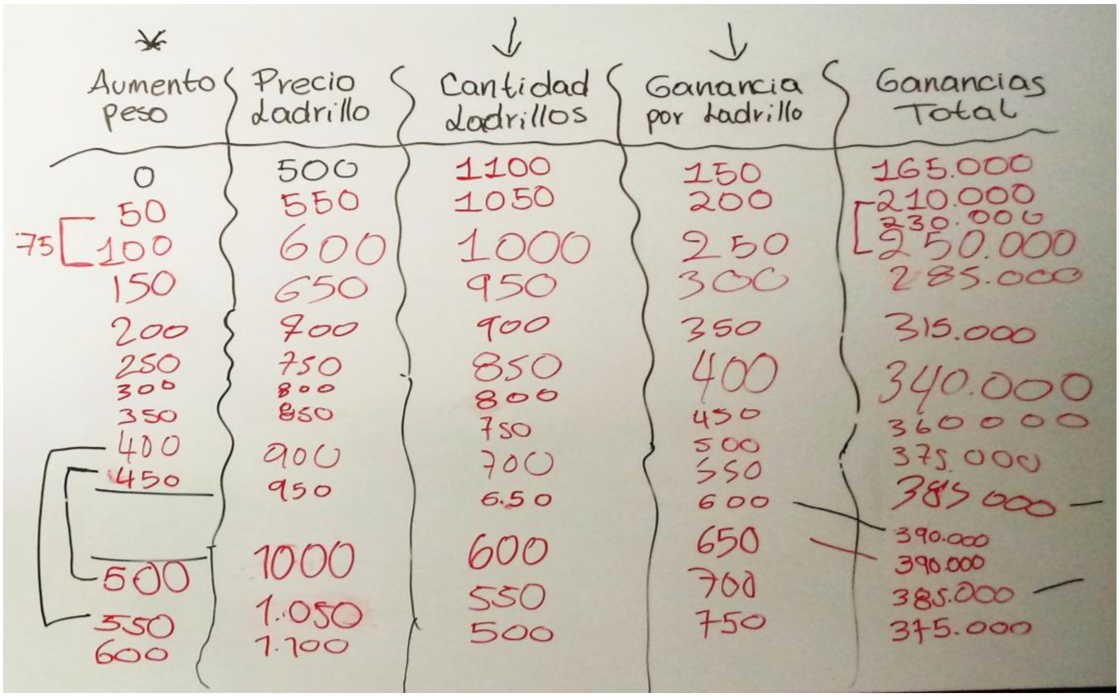
Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Con respecto a este episodio, se puede apreciar que los estudiantes reconocen que en el cuarto fragmento del enunciado hay una afirmación muy particular que es que “por cada peso que Don Maicol le suba al ladrillo número 4, va a vender un ladrillo menos”. Esta coyuntura hace que los estudiantes no solo reconozcan que al aumentar el precio de venta por ladrillo se disminuiría solo la cantidad de venta del mismo, en la misma cantidad en la que el señor Maicol realice el aumento. Sino que les permitió tener una postura crítica y reflexiva en cuanto divisaron las posibles consecuencias que se podrían presentar si Don Maicol lleva a cabalidad su plan. A este respecto Skovsmose (1997) manifiesta que “se da paso a un conocimiento reflexivo cuando buscamos consecuencias más amplias del uso de técnicas específicas para solucionar un problema” (p.211).

En este sentido, también se puede percibir que los estudiantes plantean otras situaciones que pueden suceder de acuerdo a la venta del ladrillo al mercado, ya que podrían traer consigo un impacto al consumidor y al dueño de la ladrillera, tanto de forma negativa como positiva. Es decir, que si Don Maicol realiza el incremento y las ventas aumentan esto haría que tanto como él y los obreros se beneficien, pero si sucede todo lo contrario se podría presentar que los compradores decidan invertir en la compra de ladrillos en otro establecimiento. De acuerdo a lo anterior, es evidente que el grupo intuye otras miradas y apreciaciones razonables con relación a la situación problema, las cuales pueden ser llevadas a cabo en fragmentos posteriores. En otras palabras, sus interpretaciones hacen que vayan más allá de lo que plantea el enunciado. Por otro lado, se estima como los estudiantes están inmersos en la situación problema desde el principio, pues es motivo suficiente que los hace sentir con la capacidad de explicar, orientar y defender sus posturas con relación a la misma.

Ahora bien, es importante resaltar que la siguiente imagen muestra como los estudiantes de forma colectiva hallaron y tabularon los respectivos valores de las ganancias totales que Don Maicol podría obtener al hacer el aumento respectivo. Para ello, los estudiantes partieron del enunciado expuesto anteriormente que “por cada peso que Don Maicol le suba al ladrillo número 4, va a vender un ladrillo menos”.

Imagen 46. *Representación numérica de la Función Cuadrática*



Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Para la elaboración de la representación numérica de la función cuadrática, se manejó una dinámica de tipo participativa, en la que el estudiante que estuviese en el tablero, una vez terminada su intervención, elegiría a la siguiente persona en continuar el proceso y así de manera sucesiva hasta terminar la tabulación de valores. A parte de esto, el grupo al tener en cuenta el enunciado dado anteriormente, reconoce que la relación que presenta es de uno a uno, por lo tanto, en común acuerdo deciden que el aumento del ladrillo número 4 sea de 50 en 50. Esto indica que los educandos, hacen aplicabilidad de reglas matemáticas, algoritmos y estructuras cuando buscan soluciones pertinentes de acuerdo a los valores dados y a su vez traducen la situación problema a un lenguaje matemático. Como lo manifiesta Huapaya (2012) “es necesario que el estudiante traduzca entre representaciones para poder interpretar la situación o fenómeno estudiado” (p.64).

Se debe agregar que, los estudiantes identificaron 5 variables (aumento del peso del ladrillo, precio del ladrillo, cantidad de ladrillos, ganancia por ladrillo y ganancia total) con las cuales realizaron la tabulación de valores para la representación numérica de la función cuadrática. A lo largo de esta actividad, surgen preguntas con respecto a cómo se dan los valores de la tabla, debido a esto los estudiantes manifiestan los procesos que se realizan de forma verbal. Pues compartían que la ganancia por ladrillo se multiplicaba por la cantidad de ladrillos para obtener la ganancia total. Desde esta perspectiva, se intuye que los estudiantes reflexionan sobre los argumentos matemáticos utilizados, explican y justifican los resultados matemáticos.

Como seguimiento de esta actividad, a continuación se comparte como los estudiantes a través de su participación activa para la representación numérica de la función cuadrática, realizan conjeturas de acuerdo a los resultados que iban evidenciando.

Tabla 25. *Fragmento IV –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Otra persona con 450. Antes de que la chica lo haga ¿qué está pasando con las ganancias totales?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Están aumentando

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Se están disminuyendo?

$\boldsymbol{Est_3}$: Van aumentando y los obreros se van perjudicando

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Ahhh, van aumentando. Bueno, en este lado hasta el momento el obrero se están perjudicando, pero aquí las ganas que es lo que quiere hacer el señor Maicol, están aumentando, entonces seguimos. Recuerden que es la máxima.

$\boldsymbol{Est_{20}}$: Pero es que va a llegar un punto en que no va a ganar nada

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Será? vamos a mirar a ver. ¿Cada vez la ganancia $5.000 menos?

$\boldsymbol{Est_{20}}$: Aumenta pero digamos que ya no aumenta 45.000 sino que en algún momento 40, 30 o 35 y así disminuye.

$\boldsymbol{Est_3}$: Nadie le va a comprar a ese precio

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** 650

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Allí disminuye la cantidad de ladrillo. Ahí las ganancias aumentan.

$\boldsymbol{Est_3}$: Si va aumentando pero ahí ya no da.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno, hay seria 390, otro, ¿alguien más? vamos para 450

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Para 500

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Que pena, para 500 ¿será que llegaremos a una ganancia constante? Por favor, estamos pensando, silencio estamos mirando por favor vamos en 500, si el aumento es de $500 el precio de ladrillo es $1000 para la venta cierto se van a producir 600 ladrillos por cada ladrillo va a ser la ganancia de 650 y el total de las ganancias va a ser, ¿Qué? ¿Cuánto?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** $390.000

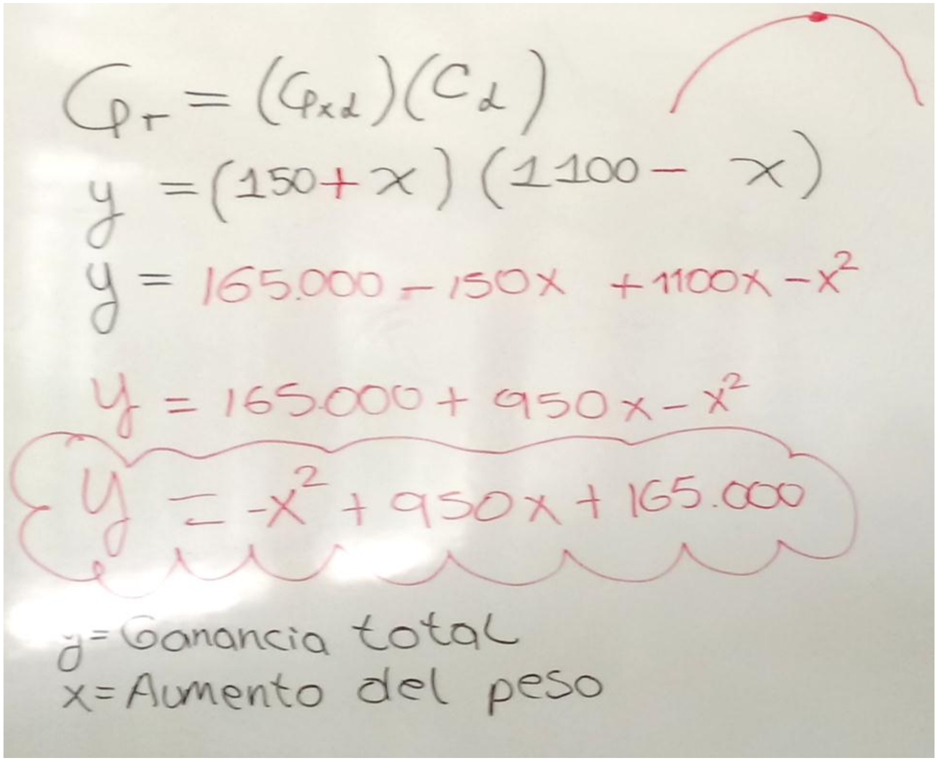
Inv_1: Ahora, 550, por favor.
(Los estudiantes continúan en el proceso de contribuir al compañero o compañera que esta frente al tablero realizando el procedimiento debido)
Inv_1: Y el último, hallemos un último el de 600. Por aquí cuando el aumento es de \$600.

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Según Lesh et al. (2000, citado por Fonseca & Alfaro, 2010) “tanto el problema como el producto final que se espera de éste, deben facilitar la reflexión en los estudiantes a través de la documentación de sus aprendizajes y progresos, promoviendo así la externalización de sus razonamientos y formas de pensar”. Partiendo de esta perspectiva, se estima que los estudiantes al identificar que la ganancia total aumentaba y la cantidad de ladrillos para producir disminuía, lo consideraron como un factor perjudicial para los obreros, puesto que su ingreso económico por su labor en la ladrillera no iba a ser el mismo que desde un principio. Esta visión que emite el grupo permite analizar que además de proceder matemáticamente, estos procedimientos les brinda la posibilidad de contemplar otros escenarios que competen la vida misma. En este caso, la vida de los obreros y las consecuencias que pueden repercutir en su estabilidad económica, social, familiar y personal, lo que conlleva a los estudiantes a evaluar la razonabilidad de la situación matemática en el contexto del problema. Teniendo en cuenta lo expuesto, “la reflexión sobre las aplicaciones de los métodos formales es un elemento importante de la identificación de condiciones para la vida social y, por lo tanto, es una parte de la competencia democrática” (Skovsmose, 1997, p.208).

Por otro lado, el grupo asiente que mediante la representación numérica de la función cuadrática y los procedimientos que realizaron, reconocieron que al aumentar el ladrillo para la venta a \$450 y \$500, la ganancia total es la misma. Por tanto, dedujeron que el aumento máximo para obtener la mayor ganancia debe estar en ese intervalo (450,500). Razón por la cual, fue necesario generar la expresión general de los procesos que habían realizado a lo largo del desarrollo de la clase con respecto a la situación problema. Es por eso que realizan una traducción del sistema de representación numérico al sistema de representación algebraico, que se puede apreciar en la siguiente imagen.

Imagen 47. *Representación algebraica de la Función Cuadrática*



Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Es fundamental resaltar que el transitar por los diversos sistemas de representación permite a los estudiantes tener una comprensión más amplia del objeto matemático dado, y más aún cuando se estudia a través de situaciones cotidianas. Por tanto, “lo que primero importa para la enseñanza de las matemáticas no es la acción del mejor sistema de representación sino lograr que los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los contenidos matemáticos” (Duval, 2006, p.159). En este orden de ideas, una vez establecida la representación numérica de la función cuadrática, los estudiantes lograron establecer la representación algebraica de dicho objeto matemático.

Para ello, tomaron como referencia el proceso matemático que realizaban para hallar la ganancia total (El producto entre la ganancia por ladrillo y la cantidad de ladrillos), luego identificaron las variables dependiente e independiente, allí el grupo manifiesta que el aumento del peso del ladrillo corresponde a la variable independiente (*x*) y, por tanto, la variable dependiente (*y)* hace alusión a la ganancia total que tendría el señor Maicol, puesto que esta, depende del aumento del peso del ladrillo. Posterior a ello, establecen la relación de proporcionalidad dada en la situación (por cada aumento del peso del ladrillo, disminuye un ladrillo) con el fin de obtener una expresión matemática. Para finalizar, los estudiantes realizan una transformación sintáctica invariante, puesto que llevan a cabo los respectivos procesos matemáticos estableciendo transformaciones que no cambian el objeto matemático (Función Cuadrática).

En el siguiente episodio se muestra como los estudiantes reconocen la representación algebraica del objeto matemático expuesto, y a su vez comparten como dieron paso de este sistema de representación a la construcción de la representación gráfica de la función cuadrática.

Tabla 26. *Fragmento IV –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Listo, esa expresión ¿que representa?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** La fórmula cuadrática, la función cuadrática

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Pero ¿que representa? Recuerden las dos variables. Las *y* ¿qué representan?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** La dependiente o sea la ganancia total.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** O sea en el problema es la ganancia total y la *x* es

$\boldsymbol{Est_3}$: El aumento del peso

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** El aumento, cierto. Listo, ahora miremos que pasa con esto. Representándolo de pronto en una Gráfica ¿qué sucede con esta expresión? ¿Qué nos va a dar esta expresión?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Una Parábola

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces lo que dice el compañero, por ser negativa entonces ¿abre hacia?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** Abre hacia abajo

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** ¿Qué es lo que quiere averiguar Don Maicol? la ganancia total, es decir ¿que nos está pidiendo?

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$**:** El punto máximo, para saber cuántos ladrillos.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Que sería el valor que se encuentra entre 450 y 500 cierto que sí.

$\boldsymbol{Est_5}$: Para sostener eso.

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Para saber cuál es la ganancia máxima que se puede obtener cierto. Si eso es así entonces tratemos de dibujar muy rápidamente esa ecuación que esta allá, esa función que es una función cuadrática. Entonces en esta línea recta que es el eje de las *x* o el eje horizontal ¿qué variable se ubica?

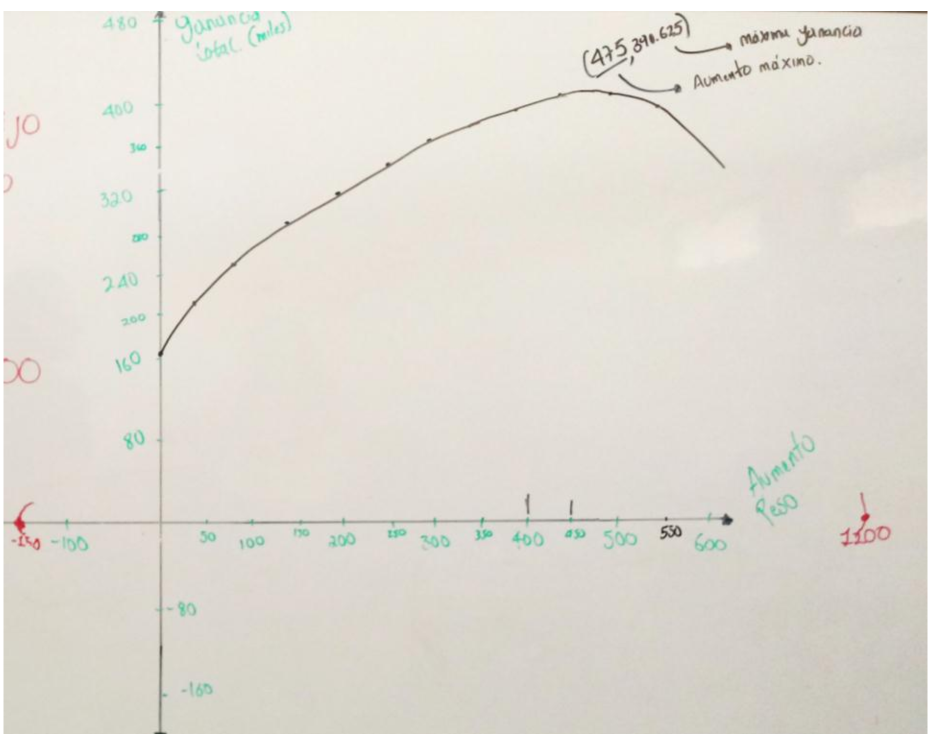
$\boldsymbol{Est_3}$: Los precios que se van aumentando

Inv_1**:**	O sea el aumento
Est_3:	De los ladrillos
Inv_1**:**	El aumento del peso del ladrillo.
Est_9:	Y la y son las ganancias.
Inv_1**:**	El aumento del peso del ladrillo y acá la ganancia total.

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Los estudiantes reiteran que la expresión matemática obtenida previamente, alude a la función cuadrática. Seguido a esto, para dar paso a la representación gráfica de este objeto matemático, el grupo realizó el debido reconocimiento de las variables (*x)* y (*y)* con el fin de ubicar los respectivos valores que estas representan en los ejes correspondientes. Teniendo en cuenta lo anterior, los estudiantes reconocen características de la función, la cual representa una parábola al graficarla. De igual manera, afirmaron que por tener el coeficiente principal negativo su representación abriría hacia abajo. Por tanto, los estudiantes diseñan un bosquejo de la representación gráfica de la función cuadrática hallada.

Imagen 48. *Representación gráfica de la Función Cuadrática*



Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Para llevar a cabo el debido bosquejo de la representación gráfica de la función cuadrática, los estudiantes establecieron las debidas unidades de medida correspondientes al eje *x* y al eje *y*. Lo que conlleva a interpretar los valores correspondientes de cada uno de los ejes. Por ejemplo, el estudiante 3 manifiesta dentro de sus intervenciones que los negativos del eje *x* no son necesarios puesto que simboliza las perdidas. Pensamiento que se transforma en la medida en que se interpretan las características que contiene la gráfica, dando a conocer que los valores negativos si intervienen en cuanto a la disminución del peso.

Después de ubicar las parejas ordenadas referentes a la tabla de valores los estudiantes deciden unir los puntos puesto que manifiestan que se debe trazar la línea dado que se puede escoger infinitos valores en el eje *x* para obtener una ganancia. Adicional a esto, reconocen que al ser una parábola tiene un punto máximo dado que la curva abre hacia abajo, el cual alude al vértice que indica el incremento máximo para lograr la mayor ganancia. Por consiguiente, el estudiante 5 interpreta que la manera de encontrar las coordenadas del vértice es hallando el valor que comprende la mitad del intervalo (450,500), debido a que ubica el punto medio. Por tanto, concluyen que el aumento máximo qué puede tomar o hacer el señor Maicol para generar la mayor ganancia es de $475, precio que consideran alto para el contexto real que se presenta pues manifiestan que las personas del común no comprarían un ladrillo a $975.

Hay que mencionar, además que los estudiantes relacionan la gráfica obtenida con la situación real presentada, descifrando lo que debería hacer el señor Maicol para lograr la meta propuesta. Esto se comparte en el siguiente episodio.

Tabla 27. *Fragmento IV –Ladrillera “La Portada”*

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** A ver chicos aquí Qué quiere decir que pronto Don Maicol llegué a moverse en esta línea entre esto y esto un tope de 1100 más o menos Qué sucede con las ganancias

$\boldsymbol{Est_9}$**:** varía

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** varia verdad va a tener más ganancias

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Qué pasa si el aumento es de $1100 cuánto es la ganancia

$\boldsymbol{Est_{20}}$**:** pues va a disminuir

$\boldsymbol{Est_1}$**:** Pues va a dejar de hacer ladrillos

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Porque

$\boldsymbol{Est_1}$: si el aumento es de 1100 y se dice que disminuye 1100 pues va a dejar de hacer ladrillos

$\boldsymbol{Est_5}$: La ganancia es de 0

$\boldsymbol{Inv_1}$: O sea no hay ganancia lo que vende por ladrillos es para pagar los ladrillos que produce

$\boldsymbol{Est_6}$: exactamente

$\boldsymbol{Inv_1}$: Y si fuera aquí desde aumentarle le disminuye $150

$\boldsymbol{Est_6}$: Pues también la ganancia va a ser cero

$\boldsymbol{Inv_1}$: O sea por ejemplo si se disminuye 150 significa que ya el ladrillo no lo va a vender a $500 sino a $350 hay ganancias

$\boldsymbol{Est_{17}}$: no, hay perdidas

$\boldsymbol{Inv_1}$: perdidas porque al no generar ganancias es perdida es decir que el señor Maicol para generar ganancia él se tiene que mover entre -150 y 1100

$\boldsymbol{Est_5}$: pero sin llegar a ellos

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

Los estudiantes comprenden que las raíces de la función cuadrática hallada corresponden a los puntos de equilibrio en los cuales el señor Maicol debe saber manejar para que su ladrillera genere ganancias, puesto que fuera de estos intervalos obtendría perdidas en la misma.

Continuando con el desarrollo de la clase, se pone en contexto el quinto fragmento de la situación problema, en la cual se presenta una de las apreciaciones dadas por un estudiante referente a la comparación de la ladrillera "La Portada" con otra. Esto se expone a continuación:

Tabla 28. *Fragmento IV –Ladrillera "La Portada"*

$\boldsymbol{Inv_1}$: Bueno entonces lo siguiente la posición que nos había dado el compañero quien la Lee por favor alguien nos ayuda

$\boldsymbol{Est_{18}}$: Teniendo en cuenta que la ladrillera "El Cortijo" es una de las más llamativas por parte de los habitantes del pueblo por la calidad y precio en sus productos. Si usted fuera el señor Maicol dueño de "La Portada" ¿llevaría a cabo el aumento necesario para obtener el máximo de ganancia, sabiendo que "El Cortijo" ofrece el ladrillo número 4 a un valor de $600 por unidad, puesto que invierte en su producción $400?

$\boldsymbol{Est_3}$: No no lo haría

$\boldsymbol{Inv_1}$: Qué significa eso, que en Campoalegre no solamente está la ladrillera de la portada ahí otra que en este caso se llama El Cortijo Entonces vamos a trabajar sobre estas dos, dice Si usted fuera el señor Maicol dueño de la ladrillera La Portada llevaría a cabo el aumento necesario para obtener el máximo de ganancias es decir usted aumentaría los $475 para obtener $390.625 aun sabiendo que la otra ladrillera ofrece el mismo ladrillo a un valor de $600 por unidad en donde ellos invierten $400 por ladrillo eso cómo se llamaría en términos empresariales

$\boldsymbol{Est_{19}}$**:** Competencia

$\boldsymbol{Inv_{1}}$**:** Cierto que sí o sea uno trata de ofrecer al consumidor la mejor propuesta siempre y cuando en el mercado no hayan otras que sean mejores que la mía porque de lo contrario no va a servir

$\boldsymbol{Est_{20}}$**:** Depende también de la calidad el producto

(El grupo discute)

$\boldsymbol{Inv_{1}}$**:** depende de muchas cosas. Bien teníamos la ladrillera la portada estamos en 1100 ladrillos que lo vendían a $500 y su costo de producción era 350 en donde ganaban por cada ladrillo $150 y tenemos la de la ladrillera El Cortijo en donde 1100 ladrillos lo venden a $600 y invierten más de pronto porque la ladrillera es más grande Porque requiere más obreros la maquinaria de pronto es más grande invierte más en luz en agua o en otros tipos de servicios por eso es mayor entonces La pregunta es si nosotros fuéramos el señor Maicol haríamos esa inversión O sea el tope o en qué valores el se tendría que ver

(El grupo discute)

$\boldsymbol{Inv_{1}}$**:** Porque entre 50 y 100

$\boldsymbol{Est_{11}}$**:** Porque llegaría a lo que le vale a él no

$\boldsymbol{Est_{15}}$**:** Claro para que le quede igual porque si no lo vendería más caro y pues no le irían a comprar

$\boldsymbol{Inv_{1}}$**:** Entonces es decir yo no me puedo exceder de este valor verdad Porque si yo realizó ese aumento en que estamos en 475 Más 500 entonces son 975

$\boldsymbol{Est_{17}}$**:** Incluso ni los $100 le servirían porque vea la gente va a decir mire es de mejor calidad Y lo está vendiendo por tal el precio y mires un poquito mejor que el suyo Entonces es mejor comprarle a él que a usted sí ve Entonces por eso es mejor uno no subirle tanto

$\boldsymbol{Est_{1}}$**:** Bueno la postura mía Si yo fuera el señor Michael para no incrementar Hasta el punto que tiene el precio Escogería el aumento de 50 porque sólo da 45 mil Mientras que al igualar el precio al otro me da Sólo adicional una ganancia de $40000 Y no es siempre la misma ganancia no

$\boldsymbol{Est_{8}}$: No sería 100

$\boldsymbol{Inv_{1}}$**:** ahí que está sucediendo la parábola verde es la de la portada y la otra es la del Cortijo, Aquí por dónde está pasando la del Cortijo

$\boldsymbol{Est_{11}}$**:** por -200 y 1100 ese sería el punto en donde no se puede exceder

$\boldsymbol{Inv_{1}}$**:** qué pueden interpretar o decir de las dos gráficas será que sí puedo hacer ese aumento o si yo fuera el señor Maicol tomaría lo que decía el compañero solo aumento hasta No exceder ese punto es decir si yo aumentó 50 yo gano esto, estaría pasando las ganancias del cortijo

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$: No

$\boldsymbol{Inv_1}$: Y si yo aumento en 100 para que me queda $600 que es el mismo precio del Cortijo Entonces estaría excediendo las ganancias

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$: si

$\boldsymbol{Inv_1}$: Entonces ustedes si fueran el señor Maicol qué harían O le aumentan al tope a ver qué pasa

(El grupo discute)

$\boldsymbol{Inv_1}$: uno solo muchachos como

$\boldsymbol{Est_{19}}$: Un poquito menos de 600

$\boldsymbol{Est_7}$: Si yo tampoco lo aumentaría hasta 600

$\boldsymbol{Est_4}$: depende de la competencia

$\boldsymbol{Est_6}$: porque si le están diciendo que La calidad del otro es mejor así le baje el precio van a escoger la calidad la mejor

$\boldsymbol{Est_1}$: sí es verdad

$\boldsymbol{Est_6}$: Entonces tendría que jugar con el precio para que digan Bueno pues Bueno mejor dicho por el precio no más

$\boldsymbol{Inv_1}$: Entonces yo qué daría entre este momento De pronto 75 un poquito más de 75 Unos $80

$\boldsymbol{Todos_{Est}}$: Sí

$\boldsymbol{Est_3}$: yo digo qué Bueno claro está que estas no son multinacionales no Pero las multinacionales a veces suelen aumentar el precio para Decir que es mayor calidad Y la gente a veces compra por mayor calidad

$\boldsymbol{Est_8}$: No porque si la gente ya sabe que la mejor calidad es la del Cortijo Y saben que es la mejor Entonces ya tiene fama

$\boldsymbol{Est_{14}}$: Aumentó 75 no

$\boldsymbol{Est_{20}}$: Bueno que le cambien el nombre

$\boldsymbol{Est_{18}}$: Al Cortijo a la cortija

$\boldsymbol{Est_{11}}$: No, sería entre 50 y 100

$\boldsymbol{Inv_1}$: Entonces yo estaría más o menos en este valor no Entre 0 y $100 aumentaría Para que me estuvieran dando Como las mismas ganancias verdad

$\boldsymbol{Est_{12}}$: O que también haga un cambio de material no

$\boldsymbol{Est_3}$: O sea que hagan una inversión menor Manteniendo el precio que ellos tienen en este momento del ladrillo teniendo una inversión menor Pero entonces bajaría la calidad

$\boldsymbol{Inv_1}$: Entonces si da una inversión menor

$\boldsymbol{Est_5}$: Entonces se puede hacer lo mismo que busca entre 450 y 500 Entonces entre 50 y 100 sería 75 y ahí Pasaría a $230.000 Superando las ganancias de El Cortijo

$\boldsymbol{Inv_1}$: Bueno que pasa en este intervalo Aquí los valores que va a pasar

$\boldsymbol{Est_5}$**:** Serían 230 si le aumentó 75 Y lo dejó estándar ahí le ganaría un poquito más al Cortijo Y el precio sería menor

$\boldsymbol{Est_{18}}$**:** No Sí ahí tiene que jugar con el precio

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces tomamos 75 Y entonces acá serían 230

$\boldsymbol{Est_9}$**:** Y superaría la El Cortijo y obviamente la gente buscaría un precio menor

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Entonces la portada vendería el ladrillo a $575 Para poder superar de pronto las ganancias del Cortijo Ofrecer un precio menor a la que ellos están ofreciendo

$\boldsymbol{Est_7}$**:** Todo Es según el marketing

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** Bueno listo entonces con esta situación que acabamos de analizar entonces Ponemos en evidencia muchas cosas Una

$\boldsymbol{Est_3}$**:** las funciones cuadráticas sirven para la vida real

$\boldsymbol{Inv_1}$**:** que hay cosas del contexto que se puede modelar de cierta manera Utilizando las matemáticas para poder emitir juicios sobre algunas decisiones Que nosotros como personas en nuestra vida a veces nos toca Elegir sí Más allá de pronto de la elección que hagamos si nos podemos a pensar en esta empresa si esta empresa Quisiera hacer un estudio juicioso tendría que hacer esto que estamos haciendo acá y dese cuenta que aquí sólo estamos manejando un tipo de ladrillo el número 4 y hay otro tipo de ladrillos Entonces por esto damos entonces finalizada la sesión del día de hoy.

Fuente: Intervenciones de los estudiantes

En este episodio se reconoce como las apreciaciones dadas por los estudiantes retoman aún más sentido y valor puesto que tras la lectura de los fragmentos previos, el compartir de ideas y argumentos por parte del grupo y el relacionar los diferentes procedimientos matemáticos, la situación problema con el mundo real, les brindó la posibilidad de ir más allá de lo expuesto en el enunciado del problema y todo lo anterior. A tal punto de establecer una conexión constante e inquebrantable de todo el proceso con la vida misma a través de sucesos y experiencias cotidianas de las personas. Lo cual refleja que la enseñanza de la matemática escolar no solo se basa en la adquisición de saberes propios de la disciplina sino que ésta permita a los estudiantes despertar el sentido crítico y reflexivo con relación a los diversos eventos que se generan en la vida real con el fin de dar una verdadera importancia al uso de las matemáticas dentro de la realidad. En esta línea, Skovsmose (1997) afirma que:

> Las matemáticas intervienen en la realidad creando una "segunda naturaleza" a nuestro alrededor, y dando no sólo descripciones de los fenómenos, sino también modelos para comportamientos

> modificados. No sólo "vemos" las cosas de acuerdo con las matemáticas, sino que también las "hacemos" de acuerdo con ellas. Las estructuras matemáticas juegan un papel en la vida social de la misma manera fundamental como las estructuras ideológicas organizan la realidad (p.205).

Además de esto, es evidente reconocer que los estudiantes a parte de exponer sus ideas de acuerdo a sus pensamientos críticos y reflexivos que surgían a raíz de la situación problema presentada y de las vivencias cotidianas. Ellos, lograron aplicar reglas matemáticas, algoritmos y estructuras con el fin de buscar soluciones para entender cómo se puede ver afectado los resultados y cálculos de un procedimiento por las condiciones del contexto, para emitir juicios contextualizados sobre como los resultados deben ajustarse o aplicarse a la situación y así evaluar de forma cabal la situación matemática en el contexto del problema.

> Esto significa que la solución de problemas significativos y de la vida real donde la información brindada no siempre se encuentra en forma explícita y pre-matematizada, y donde la respuesta final no se resume al uso de procedimientos y algoritmos. […] los estudiantes no sólo hacen uso de sus conocimientos previos, sino que también modifican y/o extienden estos conocimientos durante los diversos ciclos de integración, diferenciación, revisión y organización de ideas por los cuales pasan (Lesh & Yoon, 2004 citado por Fonseca & Alfaro, 2010, p.179).

Para concluir, todo el proceso empleado a lo largo de la situación problema permitió a los estudiantes reconocer, determinar, argumentar y concluir que el objeto matemático Función Cuadrática si es útil y cobra sentido en la vida de los sujetos. Pues el hacer énfasis en un pensamiento crítico lo cual favorece "la búsqueda de la verdad guiada por el deseo del conocer y de esta forma intentar comprender cada vez más de una forma completa- la realidad que circunda al hombre, abriéndolo a los demás y al mundo que lo rodea" (Montoya, 2007, p.12). Les brindó la oportunidad de entender que a partir de las experiencias vividas o de los sucesos cotidianos podrían debatir, compartir posturas y obtener una visión más amplia de lo que comprende hoy día las matemáticas junto a la realidad.

Asimismo, el manifestar una variedad de apreciaciones, ideas, argumentos, pensamientos y contraposiciones otorgó generar un ambiente de aprendizaje continuo, retroalimentando y construyendo no solo sus saberes matemáticos previos sino el pensamiento reflexivo, dando paso abierto a que este imperara en el momento en que comprenden que las diferentes disciplinas, en este caso las matemáticas, les permite tener un horizonte más amplio de interpretaciones para actuar y transformar la sociedad.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES

El objetivo principal que ha orientado este proyecto de investigación es diseñar y validar situaciones problema para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, el cual se llevó a cabo mediante tres objetivos específicos. Por lo tanto, lo expuesto a lo largo de este proyecto permite arribar a las siguientes conclusiones, teniendo en cuenta la forma en que se lograron dichos objetivos.

Primer objetivo: Reconocer la importancia del contexto para el diseño de situaciones problema que implique el desarrollo de la competencia matemáticas formular y resolver problemas.

El contexto inmediato cumple un papel significativo en la vida y formación de sujetos críticos y reflexivos, pues permite identificar las prácticas sociales de la población (Municipio Campoalegre Huila) como principales escenarios, en los cuales se desenvuelven y viven experiencias que forman parte de su cotidianidad. Además, el hacer uso del contexto para el diseño de situaciones problema brinda la posibilidad de que el conocimiento matemático sea más asequible y tenga más sentido para los estudiantes, debido a que desarrolla el pensamiento lógico en la vida cotidiana con el propósito de resolver y formular problemas reales.

Segundo objetivo: Caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas para establecer el diseño de situaciones problema.

En un primer momento, para el diseño de situaciones problema, se tuvo en cuenta partir de los procesos matemáticos formular y resolver problemas por separado debido a las particularidades que comprenden cada uno de los mismos. Lo cual permitió reconocer a través de la validación en el aula, que los estudiantes establecen una relación entre sí de los procesos matemáticos ya expuestos dado que reflejan una serie de habilidades que permiten comprobar y verificar los procesos que llevaron a cabo. De acuerdo a esto, para lograr caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas fue necesario evocar lo expuesto anteriormente teniendo en cuenta el modelo teórico propuesto por Solar (2009), las apreciaciones dadas por los estudiantes a lo largo del proceso, la descripción de significados propios de ellos y los aprendizajes fundamentales planteados por la UNESCO.

Por consiguiente, La caracterización de la competencia formular y resolver problema tiene un alto grado de importancia para el diseño de situaciones problema, puesto que los estudiantes establecen una relación entre el contexto real con los saberes previos que tienen con respecto a las matemáticas, permitiendo reconocer el uso de estos conocimientos dentro de su realidad, con el fin de fortalecerlos y crear nuevos saberes a partir de la formulación y resolución de situaciones problema. A partir de allí, los educandos mediante los procesos elaborados, sus apreciaciones, inferencias, comprensión y accionar frente a la situación problema, permiten inferir los niveles de complejidad que estas comprenden. Lo cual conlleva a los educandos a desarrollar de forma simultanea los aprendizajes fundamentales (aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a ser y aprender a vivir juntos) dado que reconocen el rol que cumplen dentro del entorno y para con el y asimismo establecen un trabajo de tipo colectivo entre estudiantes y docente, admitiendo el verdadero sentido que como actores educativos tienen dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Tercer objetivo: Estimar a través de Situaciones problema, el sentido crítico y reflexivo de los estudiantes en el desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas.

El dar un valor significativo a los conocimientos, las apreciaciones, percepciones, experiencias y puntos de vista de los estudiantes, permite reconocer el sentido que ellos dan al desarrollo de la competencia matemática formular y resolver problemas, a través de las situaciones problema y las tareas matemáticas derivadas, reflejando la forma en que ponen en práctica tanto del pensamiento crítico como del pensamiento reflexivo. En otras palabras, a partir de las producciones dadas por los estudiantes a lo largo de este proyecto investigativo, se logra apreciar que no solo están desarrollando conocimientos netos de la matemática como disciplina sino que están dando uso de ellos para satisfacer necesidades que se presentan dentro de su propio contexto. De igual manera, como sujetos pensantes toman posturas constructivas y acordes a sus propios pensamientos e ideales sin desligar que para ello es fundamental la utilidad de procesos matemáticos que de una u otra forman influyen significativamente. Del mismo modo, por medio de estos saberes se puede inferir como los estudiantes logran interpretar situaciones problema de la cotidianidad desde otras miradas para luego enfrentarse a ellas sin ningún problema con el fin de entender aún más no solo los procesos que debe llevar a cabo para su resolución sino de cómo se actúa en el mundo que los rodea.

Por otro lado, es importante resaltar que de las revisiones documentales hechas antes y durante el desarrollo de este trabajo investigativo no ha sido posible encontrar situaciones problema contextualizadas y acordes a las necesidades de los sujetos que permitan a los mismos evocar el objeto matemático Función Cuadrática con el fin de dar solución a las diversas tareas que emergen de la situación. Es por ello, que en el proceso realizado durante esta investigación se diseñó una situación problema como propuesta, la cual fue estructurada a partir del contexto inmediato de los estudiantes, ya que han tenido experiencias tantos directas como indirectas con respecto a esta, en algún momento de sus vidas. Esta situación problema, fue validada en el aula mediante el trabajo hecho por los estudiantes para encontrar aspectos y características relevantes que surgían a medida de su solución. Por tanto, esta propuesta representa una contribución significativa desde esta investigación y aún más desde la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas dado que refleja que esta disciplina no solo está basada en la producción e implementación de algoritmos, operaciones básicas o formulas, sino que cobra sentido el aprendizaje de esta, a través del rol que cumple dentro de la realidad en la que los sujetos están inmersos.

Pregunta de Investigación: ¿Cómo desarrollar la competencia matemática formular y resolver problemas en estudiantes de educación básica secundaria que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo?

Considerando todo lo anterior, para dar respuesta a la pregunta de investigación de este proyecto, se parte de los resultados obtenidos debido a que dan muestra de que es importante partir desde el reconocimiento que tiene el contexto para el diseño de situaciones problema que enmarquen sucesos o eventos cotidianos con los cuales los estudiantes han tenido experiencias significativas y enriquecedoras para su formación integral como sujetos. Por otra parte, los educandos no solo están expuestos en la realidad, sino que a través de las situaciones problema que pueden tanto formular como resolver ponen en evidencia la autonomía, confianza y capacidad de la manera en que llevan a cabo estos procesos mediante procedimientos matemáticos, con el fin de obtener resultados acordes a la situación que se plantee.

Adicional a esto, el estar inmersos en el contexto mismo en donde se desenvuelven los estudiantes, se logra un acercamiento con sentido de las matemáticas escolares, debido a que la experiencia que se planeó y ejecutó, permito romper con la costumbre de pensar que los contenidos están solo en los libros y no en la propia vida, quitando un poco la tradicionalidad, pues esto puso en juego el reconocimiento del sujeto (biológico, psicológico y social) como protagonista de su aprendizaje. Es allí, que a partir de los resultados y la situación problema en contexto, los estudiantes dan paso a estimar, determinar, emitir y establecer un ambiente de debate en el que cada uno de los sujetos involucrados ponen en tela de juicio sus pensamientos y contraposiciones promoviendo el uso del pensamiento crítico y reflexivo.

Del mismo modo, llegan a tal punto que se involucran como si fuesen ellos los protagonistas de la situación y así desde sus propias ideas y conocimientos matemáticos en conjunto logran el desarrollo de la competencia formular y resolver problemas propiciando el uso de la razón que emerge el sentido crítico y reflexivo de los mismos, con el fin de evidenciar que el mundo puede ser visto desde distintos focos. Es decir, la educación escolar encaminada al desarrollo de competencias da la posibilidad a los estudiantes de asumir y accionar frente a los retos del mundo actual para transformarlo. En este sentido, se generó la construcción de conocimiento matemático ligado a la solución de problemas en la vida cotidiana, estableciendo una propuesta fundamentada en la vida del sujeto, como una oportunidad de reconocer el contexto y generar el conocimiento social matemático.

CAPÍTULO VII

RECOMENDACIONES

En este apartado se pone en evidencia las recomendaciones pertinentes para llevar a cabo futuras investigaciones a raíz de todo el proceso desarrollado y concluido en esta investigación. Es importante resaltar, que los resultados obtenidos fueron de gran relevancia y enriquecimiento para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares. A su vez, en esta investigación se reconoce que la educación encaminada al desarrollo de competencias, en este caso "La Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas" a través del diseño de situaciones problema provenientes del contexto en que los estudiantes se desenvuelven, si genera una formación integral dado que permite en ellos el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo. En este sentido, se propone investigar los siguientes aspectos relacionados a este estudio:

1. Diseñar situaciones problema que evoquen de la realidad, articulando un objeto matemático durante todo el proceso, con el fin de brindar a los estudiantes la oportunidad de tener claridad y sentido de los diversos procedimientos matemáticos que requieran realizar para el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas. Lo anterior, permitirá que los estudiantes cambien sus perspectivas hacia la matemática puesto que podrán reconocer que esta disciplina si es fundamental para la vida y cumple un rol significativo en ella, no solo a nivel intelectual sino formativo, desde un sentido crítico y reflexivo para tener nuevos horizontes y así contribuir a la sociedad como personas, ciudadanos y profesionales.

2. Los docentes como parte de los actores educativos, cumplen un papel fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, puesto que cuentan con las habilidades y capacidades pertinentes para estructurar situaciones problema evocadas a partir del contexto inmediato de los estudiantes. Motivo por el cual, es necesario e importante que los docentes se den a la tarea de elaborar situaciones problema contextualizadas con el fin de tener un acercamiento más a fondo de los diferentes eventos que surgen de la realidad y como la matemática influye en ellos significativamente. Por tanto, es necesario reconocer cada paso que deben seguir para el diseño de situaciones problema y la manera en que estas son validadas para que puedan ser avaladas y así ser expuestas a los estudiantes.

Por todo lo anterior, el diseño de situaciones problema contextualizadas por parte de los docentes sería un gran aporte para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, puesto que pondrían en juego no solo conocimientos matemáticos sino los pensamientos crítico y reflexivo para el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas tanto en ellos como en los estudiantes.

3. La siguiente y última recomendación, gira en torno al papel que asume el docente en el desarrollo de la Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas en los estudiantes, lo cual se relaciona a la manera en que él lleva a cabo las diversas orientaciones durante todo el proceso dado, con el propósito de reconocer las inferencias, los comportamientos, la comprensión y las conclusiones que los educandos pueden manifestar a lo largo del mismo. Es decir, como el docente actúa para que los educandos no pierdan la línea del proceso para el desarrollo de la competencia en momentos en que compartan puntos de vistas o realicen procedimientos matemáticos tanto correctos como erróneos. Lo anterior, conlleva a tener en cuenta dentro del proceso de esta investigación el accionar docente frente a las intervenciones y acciones por parte de los educandos, que permita en ellos el desarrollo de la competencia matemática expuesta.

CAPÍTULO VIII

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos como a Matemática. A experiência do projecto MAT$_{789}$.* (Tesis de Doctorado), Universidade de Lisboa, Lisboa.

Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics, 47*(2), 125-143.

Acosta, J. A., & Hermosa, R. (2014). *La movilización de la competencia matemática "Razonar y Argumentar" a través del estudio de la media aritmética.* (Tesis de maestría no publicada), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.

Acosta, S., & Boscán, A. (2012). Estrategias Cognitivas para la Promoción del Aprendizaje Significativo de la Biología, en la Escuela de Educación. *TELOS. Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales, 14*(2), 175-193.

Alvis, J. F., & Puentes, D. (2015). *Competencia matemática representar: Aportes a través del estudios de la función lineal.* (Tesis de maestría no publicada), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.

Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G., & Suárez, L. (2004). Las Prácticas Sociales Como Generadoras del Conocimiento Matemático. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17*, 418 – 422.

Ayllón, M., & Gómez, I. (2014). La Invención de Problemas como Tarea Escolar. *Escuela Abierta*, (17), 29-40.

Ayllón, M. (2012). *Invención – Resolución de Problemas por Alumnos de Educación Primaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.

Bedoya, J., Álvarez, R., Mesa, O., Saldarriaga, G., & Rúa, J. (2007). *Modelos de Situaciones Problema para la Movilización de Competencias Matemáticas en la Formación Básica en la Universidad de Medellín.* Universidad de Medellín, Medellín.

Bericat, E. (1988). *La integración de los métodos cuantitativos y cualitativos en la investigación social.* Barcelona: Ariel.

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa.* Madrid: La Muralla.

Blanco, L., Caballero, A., Piedehierro, A., Guerrero, E. & Gómez, R. (2010). El Domino afectivo en la Enseñanza/Aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de investigaciones locales. *Campo Abierto, 29*(1), 15-33.

Camacho, A. (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Educación Matemática, 18*(1), 133 – 160.

Cano, A. (2007). *Matemática. Su Enseñanza en el Nivel Polimodal en Escuelas de Zonas Desfavorables* (Tesis de pregrado). Instituto Superior Fundación Suzuki, Buenos Aires, Argentina.

Cañadas, M., & Gómez, P. (2014). *Análisis de Contenido.* Recuperado de https://uniandes.edu.co/es/resultados?query=analisis%20de%20contenido%20gomez%20&%20ca%C3%B1adas

D'Amore, B., Godino, J. D., & Fandiño, M. I. (2008). *Competencias y matemática*: Cooperativa Editorial Magisterio.

Denzin, & Lincoln. (2000). *The discipline and practice of qualitative research.* (Denzin, & Lincoln, Edits.) Sage publications.

Dueñas, L. R., & García, E. J. (2012). El estudio de la cultura de participación, aproximación a la demarcación del concepto. *Razón y palabra*, *17*(80).

Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales.* Universidad del Valle, Cali, Colombia: Instituto de Educación Matemática.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, *9*(1), 143-168.

Escobar, J., & Bonilla, F. (2009). Grupos Focales: Una Guía Conceptual y Metodológica. *Cuadernos Hispanoamericanos de Psicología*, *9*(1), 51-67.

Espinoza, J., Lupiañez, J., & Segovia, I. (2014). La invención de Problemas y sus Ámbitos de Investigación en Educación Matemática. *Matemática, Educación e Internet*, *14*(2), 1-12.

Espinoza, L., Mitrovich, D., Solar, H., & Olguín, P. (2009). Análisis de las competencias matemáticas en NB1. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas.

Fonseca, J., & Alfaro, C. (2010). *Resolución de Problema como Estrategia Metodológica en la Formación de docentes en matemáticas: Una propuesta.* Universidad de Costa Rica. Recuperado de: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6928/6614

Floriano, L., Floriano, E., & Martínez, J. (2014). Propuesta de Modelo Teórico: Caracterización de los Niveles de Dominio de la Competencia Matemática Plantear y Resolver Problemas. *Amazonia Investiga*, *3*(4), 21-44.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel.

Gairín, J. (1990). *Las actitudes en educación. Un estudio sobre educación matemática.* España: Editorial Boixareu Universitaria.

García, B. Q. (2013). Componentes de un modelo teórico para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. *Amazonia Investiga*, *2*(2).

García, E., Pérez, P., Aparicio, R., Miñarro, M., Ticó, J., & Suñe, J. (2006). Aprendizaje Experiencial y Reflexivo: Experiencia de Aplicación en Tecnología Farmacéutica. *Edusfarm, revista d'educació* *superior en Farmàcia.*(2).

Godino, J. D. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿Qué son y cómo se consiguen? *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 8*(29), 9-19.

Gómez, P. (2002). Análisis Didáctico y Diseño Curricular en Matemáticas. *Revista EMA*, *7*(3), 251-292.

Hernández, W., Marquez, Z., & Quiñonez, G. (2008). *La Función Cuadrática como Marco Referencial para el Desarrollo del Pensamiento Variacional una Experiencia con Estudiantes de 9° de la Institución Educativa Indígena Técnica Agropecuaria de Escobar Arriba – Sampúes* (Tesis de pregrado). Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia.

Huapaya, E. (2012). *Modelación Usando Función Cuadrática: Experimentos de Enseñanza con Estudiantes de 5to de Secundaria.* (Tesis de Maestria), Pontificia Universidad Católica, Lima-Perú.

Hurtado, E., & Ochoa, M. (2017). *El Análisis Didáctico: Una Posibilidad de Integración Curricular.* (Tesis de Maestria), Universidad de la Amazonia, Florencia – Caquetá.

Husén, T. (1988). *Paradigmas de la investigación en Educación: Un informe del estado de la cuestión.* Madrid: Narcea.

Jimenez Chaves, V. E. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales, 8* (1), 141 - 150. Obtenido de http://scielo.iics.una.py/pdf/riics/v8n1/v8n1a09.pdf

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*: una empresa docente.

Kochen, M., Badre, A. & Badre, B. (1976). On recognizing and formulating mathematical problems. Instructional Science, 5, 115-131.

Lehmann, C. (1989). *Geometría Analítica.* México: Limusa.

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19–44). Westport, CT: Ablex.

Lobos, B. (2008). ¿Qué es la Estrategia Metacognitiva? *Psicopedagogía*. Recuperado de http://psicopedagogabianca.blogspot.com/2008/03/que-es-la-estrategia-metacognitiva.html

Marcos, L. G. (2008). *Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo.* (Tesis de Doctorado), Universidad de La Rioja., La Rioja.

MEN, C. (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. *Bogotá: Magisterio.*

Mesa, Y. (2008). *El Concepto de Función Cuadrática: Un Análisis de su Desarrollo Histórico.* (Tesis de Pregrado), Universidad de Antiquia, Medellin.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2012). *PISA 2012 Resolución de Problemas de la Vida Real Resultado de Matemáticas y Lectura por Ordenador Informe Español.* Recuperado de https://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012-resolucionproblemas/pisaresoluciondeproblemas.pdf?documentId=0901e72b8198bee8

Montoya, J. I. (2007). Acercamiento al desarrollo del pensamiento crítico, un reto para la educación actual. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 1*(21).

Morales & Majé (2011). *Competencia Matemática y Derrollo del Pensamiento Espacial. Una Aproximación desde la Enseñanza de los Cuadriláteros*. (Tesis de Maestría), Universidad de la Amazonia, Florencia.

National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2003). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of.

Niss, M. (1999). Competencies and Subject Description. *Uddanneise, 9,* 21-29.

Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. Retrieved from Dinamark.

Obando, G., & Muñera, J. (2003, enero-abril). Las Situaciones Problema como Estrategia para la Conceptualización Matemática. *Educación y Pedagogía. XV* (35), 185-199.

OECD (May 2016). PISA 2018, Draft Analytical Frameworks.

OECD. (2016). PISA 2015 Assessment and Analytical Framework In: OECD Publishing.

OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing.

OECD. (2006). *PISA marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura*. Retrieved from España:

OECD. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003 : la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas*. Retrieved from París

Olmos, C., & Sarmiento, D. (2013). *Caracterización de la Competencia Matemática Modelizar en Situaciones de Variación Cuadratica.* (Tesis de Maestría no ublicada), Universidad de la Amazonia, Florencia-Caquetá.

Perrenoud, P. (1999). *Construir competencias desde la escuela*. Chile: Dolmen Ediciones S.A.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* Pricenton: University Press.

Posada, F., & Villa, J. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional.* (Tesis de maestría), Universidad de Antioquia, Medellín.

Puig, L., & Cerdan, F. (1988) *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Rico, L., & Lupiañez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. España: Alianza Editorial.

Rico, L. (2006). Marco teórico de Evaluación en PISA sobre Matemáticas y Resolución de Problemas. Revista de educación. *Revista de Educación,* 275-294.

Rodríguez, M. (2010). El papel de la escuela y el docente en el contexto de los cambios devenidos de la praxis del binomio matemática-cotidianidad. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *21*, 113-125.

Schoenfeld, A. (1985): *Mathematical problem solving*. San Diego, California, Academic Press, Inc.

Skovsmose, O. (1997). Competencia Democrática y Conocimiento Reflexivo en Matemáticas. EMA, 2(3), 191-216.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: una empresa docente.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso.* (Tesis de Doctorado), Universitat Autónoma de Barcelona, Barcelona.

Solar, H., García, B., Rojas, F., & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática, 26*(2), 33-67.

Triviño, J. (2012). *¿Existen situaciones cotidianas cuyo modelo matemático corresponde a las funciones de proporcionalidad directa o lineal?Un reto complejo de diseño curricular.* (Tesis de Maestria), Universidad Pedagogica Nacional, Bogotá, Colombia.

Valdivé, C. (2010). Conocer reflexivo, conocer tecnológico y matemático: la alfabetización matemática en los recintos universitarios. *Teorías, Enfoques y Aplicaciones en las Ciencias Sociales*, *2*(4), 85-93.

Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica.Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá, Colombia.

Villa, J. (2012). Razonamiento Covariacional en el Estudio de Funciones Cuadráticas. *Tecné Episteme y Didaxis*, (31), 9 – 25.

Villa, J. (2008). *El Concepto de Función: Una Mirada desde las Matemática Escolares*. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa ALME, 21. (pp. 245-254). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa - Colegio Mexicano de Matemática Educativa.

Villa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno - Logicas*, (19), 63 – 85.

Villa, A., & Villa, O. (2007). El aprendizaje basado en competencias y el desarrollo de la dimensión social en las universidades. *Educar*, *40*, 15 – 48. Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona, España

Villarraga, S. (2012). *La Función Cuadrática y la Modelación de Fenómenos Físicos o Situaciones de la Vida Real Utilizando Herramientas Tecnológicas como Instrumentos de Medición.* (Tesis de Maestria), Universidad Nacional de Colombia, Bogotá-Colombia.

Vivas, D. (2010). La función cuadrática. Un estudio a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina. *Tiempo de Gestión*, *6*(10), 163-180.

Zabala, A., & Arnau, L. (2008). *11 Ideas Claves. Cómo aprender y enseñar competencias.* (Editorial Grao ed.). España.

Zakaryan, D. (2012). *Oportunidades de Aprendizaje y Competencias Matemáticas de Estudiantes de 15 años: Un Estudio de Casos* (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, Huelva, España.

CAPÍTULO IX

ANEXOS

9.1 Participación en Eventos

En este apartado, se presentan las propuestas y las certificaciones de las participaciones en eventos que se han llevado a cabo en el transcurso de este proyecto dentro del proceso investigativo que viene desarrollando el semillero de investigación COMAT. Cabe resaltar, que la participación en estos eventos han permitido establecer lazos de comunicación, enriquecer los conocimientos y fortalecer capacidades argumentativas en estos espacios de aprendizaje. En este sentido, el modo de participación fue como ponente mediante la modalidad de Comunicación Breve, con el fin de compartir y ampliar los conocimientos que se han venido construyendo durante este proceso de investigación.

9.1.1 XIV Coloquio regional de matemáticas y IV Simposio de estadística.

Este evento se llevó a cabo los días 9, 10 y 11 de Mayo del 2018, en la Universidad de Nariño, en la ciudad de Pasto.

Tareas Matemáticas Para El Desarrollo De Competencias Matemáticas En Estudiantes De Educación Básica Secundaria Y Media

Edna Roció Trujillo Alarcón y Karina Tello Oviedo, ednnatrujillo@gmail.com y karinatello15@gmail.com, Universidad Surcolombiana.

Resumen. La investigación realizada por el semillero COMAT[3], Tiene como objetivo principal diseñar y validar Tareas Matemáticas para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, principalmente la competencia matemática Formular y Resolver Problemas, desligándose de las teorías tradicionales en la Educación Matemática y

[3]COMAT: Semillero de investigación "Competencias Matemáticas", adscrito al grupo de investigación E.MAT.H "Educación Matemática en el Huila" del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Surcolombiana.

vinculando un enfoque por competencias que permita unir una serie de decisiones, estrategias, actividades, tareas, recursos e instrumentos contextualizados que contribuya en la superación de una problemática presente en el campo de la Educación Matemática, relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos en el aula de clase tradicional.

Palabras claves. Tareas matemáticas, formulación y resolución de problemas, Competencias matemáticas.

1. Presentación.

Desde la perspectiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, se aprecia una problemática relacionada con el desligamiento que se tiene entre el objeto matemático y los contextos reales, en los cuales se desenvuelven los estudiantes en su vida diaria. Esta situación conlleva a la búsqueda de estrategias pedagógicas que permitan dar giro a las formas en que la Matemática es impartida, teniendo en cuenta los diversos cambios dados en la sociedad.

En relación con lo anterior, esta investigación pretende contribuir en el campo de la enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos en el aula de clase tradicional, teniendo en cuenta los enfoques científicos e investigativos de la Educación Matemática inmersos a los nuevos retos educativos. En este sentido, como referente teórico se opta por el Modelo Didáctico de Competencias Matemáticas, establecido por Solar (2009), el cual expone tres fases: Tareas matemáticas, procesos cognitivos y niveles de complejidad creciente, de modo que permitan el desarrollo de competencias matemáticas. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la Competencia Matemática.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que "es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo" (p.187), por tanto dentro de este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes.

Asimismo, se propone diseñar, implementar y evaluar Tareas Matemáticas para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, para ello se establece una metodología cualitativa desde la concepción dada por Denzin & Lincoln (2000) cuyo interés es para el desarrollo de Competencias Matemáticas y el proceso de contextualización, que se encuentra ligado en describir, interpretar, comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales, intentando darle sentido desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos. Es así, que para desarrollar la investigación se decide por el estudio de caso y para la recolección de la información se utiliza la observación participante, hojas de trabajo, grabaciones en audio y video, entrevistas semiestructuradas, diarios de campo y guías de observación. De esta manera, y a través de una rejilla evaluar el desarrollo de competencias matemáticas de manera longitudinal.

2. Desarrollo de la temática.

La investigación que está desarrollando el semillero de investigación COMAT, posee algunos aspectos primordiales como todo proceso de investigación. Desde esta perspectiva, coincidimos con Bisquerra (2004) en relación a que todo investigador, al aproximarse a la realidad, reflexiona sobre qué observar, cómo y cuándo proceder, cómo obtener información relevante, qué instrumentos de recolección de información son más adecuados y cómo analizar la información obtenida.

Dentro de este marco, mediante estrategias, actividades, tareas, recursos e instrumentos se pretende fortalecer los aprendizajes en los estudiantes dando sentido educativo a las Competencias Matemáticas, en la medida en que los elementos o razonamientos matemáticos se utilicen para enfrentarse a situaciones cotidianas diversas. Ello requiere la detección y análisis de tales situaciones, la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar a partir de la información disponible y la aplicación de estrategias de resolución de problemas. Además, el énfasis tendrá que estar en los elementos matemáticos básicos y en los procesos de razonamiento que llevan a los estudiantes a la solución de los problemas o a la obtención de la información en una amplia variedad de situaciones de modo consciente, critico, y reflexivo.

Para tal efecto, se realizaron lecturas y socializaciones de manera presenciales, con el fin de conceptualizar la "Competencia Matemática Formular y Resolver Problemas". De igual manera se llevó a cabo la búsqueda sistemática en diferentes fuentes de información para la elaboración de la tarea matemática, la cual es el eje articulador para la caracterización de dicha competencia. Cabe resaltar, que para establecer la tarea matemática se trabajó con los estudiantes de noveno de la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre Huila, con el objetivo de evidenciar y contrastar empíricamente la caracterización establecida desde la teoría.

Durante las sesiones de trabajo con los estudiantes de noveno y producto de un enfoque diferente desde la enseñanza de las matemáticas escolares se permeo la cristalización de una situación matemática contextualizada la cual fue gestionada desde el contexto escolar inmediato. Producto de ello se consolida la siguiente tarea matemática:

> El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva. Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de $70.000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de $50.000

La aplicación de la tarea matemática se realizó a cabalidad, siendo así la obtención de análisis con los cuales se ejecutó la debida contrastación para la caracterización de la "Competencia Formular y Resolver Problemas". A su vez, esta actividad permitió conocer otras facetas de la cotidianidad de los estudiantes y reconocer diversos aspectos sociales, económicos, políticos, culturales del entorno en que ellos emergen.

3. Referencias bibliográficas.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso.* (Tesis de Doctorado), Universitat Autónoma de Barcelona, Barcelona.

García, B. Q. (2013). Componentes de un modelo teórico para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. *Amazonia Investiga*, *2*(2).

Denzin, & Lincoln. (2000). *The discipline and practice of qualitative research.* (Denzin, & Lincoln, Edits.) Sage publications.

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa.* Madrid: La Muralla.

Imagen 49. *Certificado de la participación en el evento "XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística"*

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CERTIFICA QUE:

EDNA ROCIO TRUJILLO ALARCON

Documento de identidad 1.075.297.654

participó en calidad de PONENTE en el XIV COLOQUIO REGIONAL DE MATEMÁTICAS Y IV SIMPOSIO DE ESTADÍSTICA, llevado a cabo en la ciudad de Pasto los días 9, 10 y 11 de mayo de 2018.

Oscar Fernando Soto
Director
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño

Hilbert Blanco Álvarez
Coordinador
XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística

9.1.2 XXI Jornadas nacionales de educación matemática.

Este evento se llevó a cabo los días 5 y 6 de Abril del 2018, en la Universidad de Tarapacá, en la ciudad de Arica - Chile.

TAREAS MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA Y MEDIA.

Edna Rocío Trujillo Alarcon, Johnny Fernando Alvis Puentes

Universidad Surcolombiana, Colombia.

The purpose of this document is to report the Research Project's partial results. It seeks to design, implement and evaluate Mathematical Tasks to improve students' performance level in regard to the development of Mathematical Competences. Theoretically, it is supported in the theoretical model by Solar (2009) which proposes mathematical tasks, cognitive processes and levels of increasing complexity, for the development of mathematical competences. Methodologically, the analysis adopts a qualitative approach in order to describe, interpret and understand the relationships and meaning of social phenomena based on the meaning people have created themselves about those occurrences. In that way, through some tools that permit to collect information such as open interviews and participant observation, we expect to analyze the students' critical and reflexive actions when solving contextualized mathematical tasks.

Competencias matemáticas, formulación y resolución de problemas, tareas matemáticas.

INTRODUCCIÓN

Los cambios que se están produciendo actualmente en nuestra sociedad en todos los aspectos, exigen la consolidación de una nueva realidad educativa y nos invitan a replantear novedosas propuestas educativas y pedagógicas que respondan a las necesidades actuales del ser humano que está emergiendo.

Desde la Educación Matemática como disciplina científica y de investigación ha planteado nuevos retos en los sistemas educativos en general. En este sentido, han sido muchos los esfuerzos que investigadores a nivel nacional e internacional han llevado a cabo para contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas escolares, a través de un gran número de temas matemáticos en: el álgebra, cálculo, estadística, geometría entre otros. Particularmente, han dirigido sus estudios "hacia qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela y cómo se llevan a cabo estos procesos; también se han interesado en el qué y en el cómo de las Matemáticas deberían enseñarse y aprenderse en la escuela.” (Kilpatrick, Gómez, & Rico, 1998, p. 1)

En relación a lo anterior, las perspectivas en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas escolares ha experimentado cambios entre los cuales se destaca el enfoque por “Competencias Matemáticas”, el cual plantea nuevos propósitos para la Educación Matemática al trascender de una visión centrada en el logro de objetivos específicos planteados desde los contenidos del área, a una formación integral que involucran el saber, el saber hacer y el ser, con el objetivo de brindar herramientas para que los sujetos participen de manera reflexiva y crítica en la solución de los problemas de su comunidad.

La importancia de este enfoque radica en estudiar los contenidos matemáticos desde una perspectiva funcional (Rico & Lupiañez, 2008), en que ligado a estos constructos, los estudiantes además de la construcción del conocimiento matemático logren usarlo en otros contextos incluyendo el de las situaciones de la cotidianidad, de tal forma que puedan participar activa, reflexiva y críticamente en la solución de situaciones de su vida real (Espinoza, Mitrovich, Solar & Olguin, 2009).

En este sentido, la construcción social del conocimiento matemático, debe partir de una educación en y para la vida, pues la matemática es considerada como una disciplina íntimamente relacionada con las demás áreas del conocimiento. Por tal motivo, se considera que al llevar este conocimiento al aula de clase permite establecer una relación amplia, desde lo conceptual y lo funcional. Sin embargo, se evidencia que metodológicamente no es así, pues en su mayoría los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas llevados a cabo son descontextualizados, debido a que el aula esta desligada de la realidad: se responde a unas matemáticas procedimentales y no a unas matemáticas funcionales, lo cual rompe el lazo que hay entre la escuela y la vida diaria.

En atención a lo anterior se hace necesario que los profesores adopten nuevas estrategias en el aula que permitan a los estudiantes la construcción del conocimiento matemático de forma social y cultural, lo cual permitirá estar en concordancia con los planteamientos del enfoque por competencias pues estas están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante.

En consideración a lo anterior, se genera la siguiente pregunta orientadora de investigación: ¿Cómo desarrollar competencias matemáticas en estudiantes de educación básica secundaria y media que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo?

MARCO TEÓRICO

Para esta investigación se asume el modelo de competencias matemáticas establecido por Solar (2009), el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes a saber: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la competencia matemática.

Esta propuesta al relacionar tareas matemáticas y procesos matemáticos puede establecer el nivel de complejidad de la actividad matemática puesta en juego. Dicha propuesta se articula de modo que las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas, requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

Desde esta misma perspectiva, García (2013) sustenta que "es posible el desarrollo de competencias matemáticas (expectativa de aprendizaje a mediano y largo plazo) en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje de más corto plazo" (p.187), por tanto dentro de este contexto, una apropiada visualización por parte del profesor, de la articulación de estas dos expectativas de aprendizaje, será un paso de gran envergadura en el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes.

Podemos decir, que los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Los objetivos de una investigación determinan la estrategia o paradigma que se adopte (Husén 1988; Bericat 1988). De ahí, teniendo en cuenta que el objetivo de esta investigación se orienta principalmente al diseño, implementación y evaluación de Tareas Matemáticas que permitan mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas, se considera pertinente adoptar un enfoque cualitativo, ya que está ligado a describir, interpretar y comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales, intentando darle sentido desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos.

Por tanto, el reconocer a profundidad el contexto del estudiante, la interpretación de las actuaciones de los individuos y los procesos que surgen en la relación con su entorno, como evidencias de un actuar crítico y reflexivo en contexto, hacen parte del foco de interés del estudio en ejecución. Del mismo modo, la metodología cualitativa permitirá comprender en profundidad las realidades de aula frente a determinados aspectos.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Considerando unos de los fines de la investigación, el cual busca caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas para establecer el diseño de tareas matemáticas, en un primer momento, se realizó a través de una observación participante el reconocimiento amplio y profundo del aula y de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Hilario

López del municipio de Campoalegre Huila. Este reconocimiento se realizó en diferentes sesiones de trabajo en los cuales a través de una matriz de observación se pudo comprender los significados y usos que les atribuyen a las matemáticas escolares. Posterior a ello, se realizó un trabajo de sensibilización el cual busco generar en ellos propuestas contextualizadas que involucren el uso de objetos matemáticos como medio para su solución.

Durante las sesiones de trabajo con los estudiantes de noveno y producto de un enfoque diferente desde la enseñanza de las matemáticas escolares se permeo la cristalización de una situación matemática contextualizada la cual fue gestionada desde el contexto escolar inmediato. Producto de ello se consolida la siguiente tarea matemática:

> El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva. Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de $70.000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de $50.000

CONCLUSIONES

Dado que esta investigación se encuentra en un estado inicial en su desarrollo, es necesario mencionar que los datos suministrados en relación a las características, significados, formas de trabajo y aceptación de las matemáticas escolares han permitido establecer el trabajo que se desarrolló en las sesiones siguientes en donde la participación activa de los estudiantes logró consolidar la tarea matemática anteriormente expuesta. Sin embargo, el análisis respectivo de la tarea para la caracterización de la competencia matemática está en proceso de construcción.

Así, se puede mencionar que al estar inmersos en el contexto mismo en donde se desenvuelven los estudiantes, se logra un acercamiento con sentido de las matemáticas escolares, debido a que la experiencia que se planeó y ejecutó, permito romper con la costumbre de pensar que los contenidos están solo en los libros y no en la propia vida, quitando un poco la tradicionalidad, pues esto puso en juego el reconocimiento del sujeto (biológico, psicológico y social) como protagonista de su aprendizaje. En este sentido, se generó la construcción de conocimiento matemático ligado a la formulación de problemas en la vida cotidiana, estableciendo una propuesta fundamentada en la vida del sujeto, como una oportunidad de reconocer el contexto y generar el conocimiento matemático social.

Referencias

Bericat, E. (1988). *La integración de los métodos cuantitativos y cualitativos en la investigación social.* Barcelona: Ariel.

Espinoza, L., Mitrovich, D., Solar, H., & Olguín, P. (2009). Análisis de las competencias matemáticas en NB1. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas.

García, B. Q. (2013). Componentes de un modelo teórico para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. *Amazonia Investiga, 2(2).*

Husén, T. (1988). *Paradigmas de la investigación en Educación: Un informe del estado de la cuestión.* Madrid: Narcea.

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*: una empresa docente.

Rico, L., & Lupiañez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular.* España: Alianza Editorial.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y Argumentación en Interpretación de Gráficas Funcionales: Propuesta de un modelo de Competencia Aplicado a un Estudio de un Caso*. (Tesis de Doctorado), Universitat Autónoma de Barcelona, Barcelona.

Imagen 50.*Certificado de la participación en el evento "XXI Jornadas Nacionales de Educación Matemática"*

XXI Jornadas Nacionales de EDUCACIÓN MATEMÁTICA 5 y 6 de Abril 2018

sochiem

El Presidente del Comité Organizador, el Director del Departamento de Matemática de la Universidad de Tarapacá y el Presidente de la SOCHIEM, dejan constancia que:

Edna Trujillo Alarcón

Ha participado en calidad de Expositora con la Ponencia :

"Tareas matemáticas para el desarrollo de competencias matemáticas..."

En las XXI Jornadas Nacionales de Educación Matemática, realizadas del 05 al 06 de abril de 2018, en la ciudad de Arica - Chile

Prof. ALVARO CORTÍNEZ PONTONI
Presidente Comité Organizador

Prof. MARTÍN MEDINA DÍAZ
Director Departamento de Matemática

Prof. CARLOS SILVA CÓRDOVA
Presidente Directiva Sochiem

9.1.3 XIII Encuentro surcolombiano programa ondas.

Este evento se llevó a cabo los días 08, 09 y 10 de Noviembre del 2017, en el Centro Recreacional Manila, en Garzón – Huila.

Imagen 51. *Certificado de la participación en el evento "XIII Encuentro Surcolombiano Programa Ondas"*

9.1.4 Tercer encuentro de investigación en educación matemática.

Este evento se llevó a cabo los días 24 y 25 de Agosto del 2017, en la Universidad del Atlántico, en la ciudad de Barranquilla.

Tareas Matemáticas Para El Desarrollo De Competencias Matemáticas En Estudiantes De Educación Básica Secundaria Y Media.

Edna Rocio Trujillo Alarcón[4], Johnny Fernando Alvis Puentes[5]

Resumen

El propósito de este documento es reportar los resultados parciales de un proyecto de investigación que busca diseñar, implementar y evaluar Tareas Matemáticas para mejorar el nivel de desempeño de los estudiantes en el desarrollo de Competencias Matemáticas. Teóricamente se soporta en el modelo teórico de Solar (2009) el cual plantea tareas matemáticas, procesos cognitivos y niveles de complejidad creciente, para el desarrollo de competencias matemáticas. Metodológicamente en el estudio se adopta un enfoque cualitativo que busca describir, interpretar y comprender las relaciones y el significado de los fenómenos sociales desde el significado que las propias personas les atribuyen a dichos fenómenos. En este sentido, a través de algunas herramientas de recolección de información como entrevistas abiertas y observación participante se pretende analizar las actuaciones críticas y reflexivas de los estudiantes en la solución de tareas matemáticas contextualizadas.

Palabras claves: competencias matemáticas, formulación y resolución de problemas, tareas matemáticas.

Problema de investigación

Los cambios que se están produciendo actualmente en nuestra sociedad en todos los aspectos, exigen la consolidación de una nueva realidad educativa y nos invitan a replantear novedosas propuestas educativas y pedagógicas que respondan a las necesidades actuales del ser humano que está emergiendo.

---

[4] Estudiante V semestre de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Surcolombiana.
ednnatrujillo@gmail.com
[5] Docente Tiempo Completo Ocasional de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Surcolombiana.
Estudiante Doctorado en Ciencias de la Educación, Universidad del Quindío.
Magíster en Ciencias de la Educación con Énfasis en Didáctica de las Matemáticas, Universidad de la Amazonia.

Desde la Educación Matemática como disciplina científica y de investigación ha planteado nuevos retos en los sistemas educativos en general. En este sentido, han sido muchos los esfuerzos que investigadores a nivel nacional e internacional han llevado a cabo para contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas escolares, a través de un gran número de temas matemáticos en: el álgebra, cálculo, estadística, geometría entre otros. Particularmente, han dirigido sus estudios "hacia qué matemáticas se enseñan y se aprenden en la escuela y cómo se llevan a cabo estos procesos; también se han interesado en el qué y en el cómo de las Matemáticas deberían enseñarse y aprenderse en la escuela." (Kilpatrick, Gómez, & Rico, 1998, p. 1)

En relación a lo anterior, las perspectivas en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas escolares ha experimentado cambios entre los cuales se destaca el enfoque por "Competencias Matemáticas", el cual plantea nuevos propósitos para la Educación Matemática al trascender de una visión centrada en el logro de objetivos específicos planteados desde los contenidos del área, a una formación integral que involucran el saber, el saber hacer y el ser, con el objetivo de brindar herramientas para que los sujetos participen de manera reflexiva y crítica en la solución de los problemas de su comunidad.

La importancia de este enfoque radica en estudiar los contenidos matemáticos desde una perspectiva funcional (Rico & Lupiañez, 2008), en que ligado a estos constructos, los estudiantes además de la construcción del conocimiento matemático logren usarlo en otros contextos incluyendo el de las situaciones de la cotidianidad, de tal forma que puedan participar activa, reflexiva y críticamente en la solución de situaciones de su vida real (Espinoza, Mitrovich, Solar & Olguin, 2009).

En este sentido, la construcción social del conocimiento matemático, debe partir de una educación en y para la vida, pues la matemática es considerada como una disciplina íntimamente relacionada con las demás áreas del conocimiento. Por tal motivo, se considera que al llevar este conocimiento al aula de clase permite establecer una relación amplia, desde lo conceptual y lo funcional. Sin embargo, se evidencia que metodológicamente no es así, pues en su mayoría los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas llevados a cabo son descontextualizados, debido a que el aula esta desligada de la realidad: se responde a unas matemáticas procedimentales y no a unas matemáticas funcionales, lo cual rompe el lazo que hay entre la escuela y la vida diaria.

En atención a lo anterior se hace necesario que los profesores adopten nuevas estrategias en el aula que permitan a los estudiantes la construcción del conocimiento matemático de forma social y cultural, lo cual permitirá estar en concordancia con los planteamientos del enfoque por competencias pues estas están asociadas a la capacidad de afrontar problemas en actividades significativas y complejas por parte del estudiante.

En consideración a lo anterior, se genera la siguiente pregunta orientadora de investigación:

¿Cómo desarrollar competencias matemáticas en estudiantes de educación básica secundaria y media que propicien un aprendizaje crítico y reflexivo?

Marco teórico

Para esta investigación se asume el modelo de competencias matemáticas establecido por Solar (2009), el cual converge aspectos fundamentales para el desarrollo de una competencia en específico; el modelo de competencias matemáticas se centra en tres componentes a saber: las tareas, los procesos y los niveles de complejidad. Aquí los contenidos se desarrollan y son expresados a partir de tareas; estas tareas deben desarrollar los procesos, entendidos estos como competencias matemáticas; finalmente los niveles de complejidad en función de las tareas y los procesos, conforma la complejidad de la competencia matemática.

Los tres componentes del modelo de competencias propuesto por Solar (2009) anteriormente mencionado se relacionan estructuralmente. Esta propuesta al relacionar tareas matemáticas y procesos matemáticos puede establecer el nivel de complejidad de la actividad matemática puesta en juego. Dicha propuesta se articula de modo que las tareas matemáticas se diseñan por parte del profesor, formuladas para el desarrollo de procesos matemáticos que ponen en juego capacidades del estudiante. De esta manera, una complejidad creciente de las tareas, requiere de procesos matemáticos de mayor nivel de complejidad para resolverlas por parte del estudiante, permitiendo el desarrollo de competencias.

Aspectos Metodológicos

Considerando unos de los fines de la investigación, el cual busca caracterizar la competencia matemática formular y resolver problemas para establecer el diseño de tareas matemáticas. En un primer momento, se realizó a través de una observación participante el reconocimiento amplio y profundo de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa José Hilario López del municipio de Campoalegre Huila. Este reconocimiento se realizó en diferentes sesiones de trabajo en los cuales a través de una matriz de observación se pudo comprender los significados y usos que les atribuyen a las matemáticas escolares. Posterior a ello, se realizó un trabajo de sensibilización el cual busco generar en ellos propuestas contextualizadas que involucren el uso de objetos matemáticos como medio para su solución.

Durante las sesiones de trabajo con los estudiantes de noveno y producto de un enfoque diferente desde la enseñanza de las matemáticas escolares se permeo la cristalización de una situación matemática contextualizada la cual fue gestionada desde el contexto escolar inmediato. Producto de ello se consolida la siguiente tarea matemática:

> El profesor Félix, director de grupo del grado noveno y los 30 estudiantes, van a realizar actividades desde el primer fin de semana del mes de Mayo hasta el primer fin de semana del mes de noviembre del presente año, con el fin de recolectar dinero para una excursión en el mes de Noviembre a un determinado sitio turístico. Entre algunas de las actividades propuestas está la relacionada con la producción y venta de empanadas cada quince días de manera consecutiva. Se proyecta que la venta de empanadas debe generar una ganancia de $70.000 por cada persona con el fin de contribuir a conseguir la totalidad del dinero para la excursión por cada estudiante. Para ello, requieren conocer los costos de producción de cierta cantidad de empanadas. Se consulta a doña Martha, madre de familia y mamá de Juan estudiante del grado noveno, quien manifiesta que el costo total (ingredientes necesarios) de producir 100 empanadas para la venta es de $50.000

Análisis y Resultados

Dado que esta investigación se encuentra en un estado inicial de su desarrollo, es necesario mencionar que los datos suministrados en relación a las características, significados, formas de trabajo y aceptación de las matemáticas escolares han permitido establecer el trabajo que se desarrolló en las sesiones siguientes en donde la participación activa de los estudiantes logró consolidar la tarea matemática anteriormente expuesta. Sin embargo, el análisis respectivo de la tarea para la caracterización de la competencia matemática está en proceso de construcción.

Conclusiones Principales

Dado el estado de la investigación, podemos mencionar que al estar inmersos en el contexto mismo en donde se desenvuelven los estudiantes, se logra un acercamiento con sentido de las matemáticas escolares, debido a que la experiencia que se planeó y ejecutó, permito romper con la costumbre de pensar que los contenidos están solo en los libros y no en la propia vida, quitando un poco la tradicionalidad, pues esto puso en juego el reconocimiento del sujeto (biológico, psicológico y social) como protagonista de su aprendizaje. En este sentido, se generó la construcción de conocimiento matemático ligado a la solución de problemas en la vida cotidiana, estableciendo una propuesta fundamentada en la vida del sujeto, como una oportunidad de reconocer el contexto y generar el conocimiento social matemático.

Imagen 52. *Certificado de la participación en el evento "Tercer encuentro de Investigación en Educación Matemática"*

3 ER ENCUENTRO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EIEM3

Universidad del Atlántico
Facultad de Ciencias de la Educación

La Facultad de Ciencias de la Educación y el programa de Licenciatura en Matemáticas

CERTIFICA QUE:

Edna Rocío Trujillo Alarcón

Participó como:

PONENTE

En el "TERCER ENCUENTRO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA" con el trabajo titulado:

Tareas matemáticas para el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de educación básica secundaria y media

Realizado en Puerto Colombia, los días 24 y 25 de Agosto de 2017

Dra. Janeth Tovar Guerra
Decana

Msc. Sonia Valbuena Duarte
Coordinadora

9.2 Matriz de Observación

CONTEXTO / PRACTICA SOCIAL	PERSONAL Se centran en las actividades del propio individuo, sus familias o el grupo de sus padres. Los tipos de contextos que pueden considerarse personales incluyen, aunque no se limitan solo a ellos, aquellos que involucran la preparación de alimentos, las compras, los juegos, la salud personal, el transporte personal, los deportes, los viajes, la planificación personal y las propias finanzas.
Control del dinero para el descanso	
Medios de transporte	
Acompañamiento familiar en proceso académicos	
Sitios de importancia	
Insumos alimenticios	
Actividades (tiempo libre)	
Religión	
Otros	

CONTEXTO / PRACTICA SOCIAL	SOCIAL Se centran en la propia comunidad ya sea local, nacional o mundial. Pueden incluir, aunque sin limitarse solamente a estos, aspectos como los sistemas electorales, el transporte público, gobierno, políticas públicas, demografía, publicidad, las estadísticas nacionales y la economía. Aunque las personas están involucradas en estos aspectos a título personal, en la categoría de contexto social los problemas ponen énfasis en la perspectiva comunitaria.
Medios de transporte (rutas, horarios)	
Campañas electorales	
Zonas turísticas (sitios reconocidos)	
Servicios públicos	
Negocios (Empresas)	
Ferias y Fiestas	
Personajes ilustres	
Música	
Fabricas (arrocera…)	

Actividades económicas	
Otros	
CONTEXTO / PRACTICA SOCIAL	OCUPACIONAL Se centran en el mundo laboral. Las preguntas clasificadas en este contexto pueden incluir, por ejemplo, aspectos como la medición, el cálculo de costos, el pedido de materiales para la construcción, la nómina/contabilidad, el control de calidad, la planificación, el inventario, el diseño, la arquitectura y la toma de decisiones relacionadas con el trabajo. Los contextos profesionales pueden referirse a cualquier tipo de mano de obra, desde el trabajador no especializado hasta el nivel más alto del trabajador profesional, aunque las preguntas de la prueba PISA deben ser accesibles a los estudiantes de 15 años.
Jornales	
Albañil	
Transportes publico	
Trabajo independiente	
Cargo empresarial	
Empleados	

Hospital	
Otros	
CONTEXTO / PRACTICA SOCIAL	CIENTÍFICO Hacen referencia a la aplicación de las matemáticas al mundo natural y a cuestiones y temas relacionados con la ciencia y la tecnología. Determinados contextos podrían incluir (aunque sin limitarse a estos) áreas como la meteorología o el clima, la ecología, la medicina, las ciencias espaciales, la genética, las mediciones y el propio mundo de las matemáticas. Se centra en cuestiones relacionadas con el medio ambiente y, en particular, con información del tiempo de descomposición. Las preguntas intramatemáticas, donde todos los ítems implicados pertenecen al mundo de las matemáticas, entran en el contexto científico.
Producción de cultivos	
Clima típico	
Empresas públicas (horario, rutas)	
Piscicultura	
Prevención riesgos naturales	
Minería	

Producción ganadera	
Algodón	
Cacaotera	
Producción cafetera	
Producción forestal	
Otros	

9.3 Formato de transcripción

Nombre institución:	
Nombre de los Entrevistados:	**Hora**
Entrevistan:	
Descripción general de la entrevista:	
Lugar de la entrevista:	
Fecha de la entrevista:	
Resumen:	

Sigla	**Transcripción**	**Tiempo del Audio.**	**Comentarios**
		.	

9.4 Entrevista Semiestructurada

Nombres de los encargados:

Nombre del entrevistado:

Lugar:

Fecha:

1. ¿Qué tipo de ladrillo fabrica la ladrillera?
2. ¿Qué materiales se implementan en la producción de cada uno de los ladrillos? ¿Qué precio tiene cada uno de ellos?
3. ¿Cuánta maquinaria es utilizada para la producción? ¿Qué cantidad de ladrillos se produce por hora? ¿Cuál es el costo que se genera para la producción?
4. ¿Qué personal se requiere para la producción? ¿Cuántas son las horas laborales normales? ¿Cuánto es el ingreso de cada trabajador por hora?, ¿Trabajan horas extras? ¿Cuánto es el ingreso por cada hora extra?
5. ¿Cuánto es la demanda mensual y anual de la ladrillera?
6. ¿Cuántos ladrillos se venden en un mes? ¿Cuál es el precio unitario de cada ladrillo (para la producción y venta)? ¿Cuál es el precio al por mayor de ladrillos (para la producción y venta)?
7. ¿Qué ganancia genera la ladrillera en un mes?