



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

1 de 2

Neiva, 31 de enero 2020

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

NEIVA

El (Los) suscrito(s):

Liliana Andrea Sánchez Cuellar, con C.C. No.1075296943 de Neiva,

Luisa María Díaz Castellanos, con C.C. No. 1007186239 de Neiva,

Autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado **“SIMULACIÓN DE CRECIMIENTO DE ALEVINES DE TILAPIA NILÓTICA USANDO LA REGRESIÓN EXPONENCIAL”**.

presentado y aprobado en el año 2020 como requisito para optar al título de

Licenciado en Matemáticas;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que, con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.
- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Vigilada Mineducación

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



CARTA DE AUTORIZACIÓN

CÓDIGO

AP-BIB-FO-06

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 2

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Luisa María Díaz Castellanos

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Liliana Andrea Sánchez Gellar



TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: “SIMULACIÓN DE CRECIMIENTO DE ALEVINES DE TILAPIA NILÓTICA USANDO LA REGRESIÓN EXPONENCIAL”.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
DÍAZ CASTELLANOS	LUISA MARÍA
SÁNCHEZ CUELLAR	LILIANA ANDREA

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
DUARTE VIDAL	JULIO CESAR

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Licenciado en Matemáticas

FACULTAD: Educación

PROGRAMA O POSGRADO: Licenciatura en Matemáticas

CIUDAD: NEIVA **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2020 **NÚMERO DE PÁGINAS:** 74

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas_x__ Fotografías_x__ Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general_x__ Grabados___
Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas
o Cuadros_x_



SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: PDF

MATERIAL ANEXO: Imagen fotográfica.

PREMIO O DISTINCIÓN (*En caso de ser LAUREADAS o Meritoria*):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español

Inglés

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| 1. Función exponencial | Exponential function |
| 2. Práctica experimental | Experimental practice |
| 3. Simulación | Simulation |
| 4. Regresión | Exponencial |
| 5. Tilapia nilótica | Nilotic tilapia |

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

El presente trabajo de grado muestra la practica experimental, el diseño, la aplicación, el análisis y la evaluación del crecimiento de cultivo de Alevines de Tilapia Nilótica a lo largo de un ciclo productivo comercial en sistema cerrado intensivo, el cual especifica los resultados del peso que se obtiene durante su ciclo de producción, la modificación y simulación de datos, la aplicación del método de regresión exponencial y su desarrollo en el Software matemático Scilab; cuyo objetivo fue simular una ecuación que se adecuara al crecimiento de los alevines.

Dicha propuesta, tiene como fin, que al hacer el uso de las TIC'S de manera adecuada, se pueda desarrollar una simulación que permita y facilite la obtención de los pesos esperados de los alevines, solo conociendo su peso inicial. Este modelo consideró los resultados obtenidos en el cultivo de alevines, donde se sembraron 330.000 larvas de Tilapia Nilótica, teniendo como propósito registrar sus pesos durante 40 días.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)



DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO

CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 3

The present degree work shows the experimental practice, design, application, analysis and evaluation of the growth of Nilotic Tilapia fry crop throughout a commercial productive cycle in an intensive closed system, which specifies the weight results that is obtained during its production cycle, the modification and simulation of data, the application of the exponential regression method and its development in the Scilab Mathematical Software; whose objective was to simulate an equation that suitable for fry growth.

The purpose of this proposal is that it can make the use of ICTs in an appropriate way, it can develop a simulation that allows and facilitates obtaining the expected weights of the fry, only knowing its initial weight. This model considered the results obtained in the cultivation of fry, where it planted 330,000 larvae of Nilotic Tilapia, with the purpose of recording their weights for 40 days.

APROBACIÓN DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Augusto Silva

Firma:

FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SIMULACIÓN DEL CRECIMIENTO DE ALEVINES DE
TILAPIA NILÓTICA USANDO LA REGRESIÓN
EXPONENCIAL

TRABAJO PRESENTADO COMO REQUISITO
DE GRADO PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

P R E S E N T A :

LILIANA ANDREA SÁNCHEZ CUELLAR

CÓDIGO 20142131140

LUISA MARÍA DÍAZ CASTELLANOS

CÓDIGO 20142129852

ASESOR

MG. JULIO CESAR DUARTE VIDAL

Agradecimientos

A Dios por ser guía y pilar fundamental en nuestras vidas y permitirnos llegar a este momento tan especial, por darnos esa fortaleza para seguir adelante y no desfallecer en los problemas que se nos presentaban en este arduo camino.

A nuestros padres por su apoyo constante e incondicional en todas las decisiones que se tomaron para llevar a cabo este proyecto, el cual no hubiera sido posible alcanzar con satisfacción.

Asimismo, expresamos nuestro agradecimiento a todos aquellos quienes estuvieron vinculados de alguna manera, directa e indirectamente en la realización de este trabajo, en especial a nuestro Asesor de trabajo de grado, el Magíster Julio Cesar Duarte Vidal, por su compromiso, paciencia y voluntad en su desarrollo.

Por último, a la Facultad de Educación de la Universidad Surcolombiana y al Programa de Licenciatura en Matemáticas por brindarnos las facilidades de utilizar sus instalaciones y permitirnos conocer maestros de excelente calidad humana e intelectual que nos ayudaron a formar en el ámbito personal y profesional.

Resumen

El presente trabajo de grado muestra la practica experimental, el diseño, la aplicación, el análisis y la evaluación del crecimiento de cultivo de Alevines de Tilapia Nilótica a lo largo de un ciclo productivo comercial en sistema cerrado intensivo, el cual especifica los resultados del peso que se obtiene durante su ciclo de producción, la modificación y simulación de datos, la aplicación del método de regresión exponencial y su desarrollo en el Software matemático Scilab; cuyo objetivo fue simular una ecuación que se adecuara al crecimiento de los alevines.

Dicha propuesta, tiene como fin, que al hacer el uso de las TIC'S de manera adecuada, se pueda desarrollar una simulación que permita y facilite la obtención de los pesos esperados de los alevines, solo conociendo su peso inicial. Este modelo consideró los resultados obtenidos en el cultivo de alevines, donde se sembraron 330.000 larvas de Tilapia Nilótica, teniendo como propósito registrar sus pesos durante 40 días.

PALABRAS CLAVES: función exponencial, práctica experimental, simulación, método de regresión exponencial, alevines, Tilapia Nilótica.

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	II
1. Introducción	1
1.1. Objetivo General	2
1.2. Objetivos Específicos	2
1.3. Formulación y Descripción del Problema	3
1.4. Metodología	4
1.4.1. Tipo de Investigación:	4
1.4.2. Diseño Metodológico:	5
1.5. Cronograma de Actividades	8
1.6. Justificación	9
2. Marco Teórico	10
2.1. Definición de Piscicultura	10
2.1.1. Tipos de Piscicultura	11
2.2. Tilapia Nilótica (Oreochromis Niloticus)	14
2.2.1. Perfil	15
2.2.2. Producción	16
2.2.3. Ciclo de Producción de Oreochromis Niloticus	20
2.3. Simulación	21
2.3.1. Simulación por Software	21

2.3.2. Etapas para realizar un estudio en simulación	22
2.4. Función Exponencial	24
2.4.1. Elementos de la Función Exponencial	24
2.5. Regresión	25
2.5.1. Análisis de Regresión	25
2.6. Análisis de Correlación	26
2.6.1. Coeficiente de Correlación	27
2.6.2. Coeficiente de Correlación al Cuadrado	27
2.7. Regresión Exponencial	28
3. Análisis de Resultados	32
3.1. Proceso de precría de Alevines de Tilapia Nilótica	32
3.2. Regresión Exponencial de los datos del Peso de los Alevines y el Tiempo	34
3.3. Regresión Exponencial a los Datos de Alimentación Suministrada a los Alevines de Tilapia Nilótica	45
3.4. Regresión Exponencial con los Datos del Costo de la Alimentación Suministrada a los Alevines de Tilapia Nilótica	55
3.5. Conclusiones	65
Bibliografía	67

Capítulo 1

Introducción

El presente trabajo de grado titulado “Simulación del Crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica usando la Regresión Exponencial” asume de manera alternativa la simulación como un posible medio de dar mejora a la producción piscícola del departamento del Huila, realizando un análisis sobre los resultados que se obtienen al aplicar el método de regresión exponencial a partir de una recolección de datos; dichos datos se obtuvieron a partir de un seguimiento que se hizo a un cultivo de Tilapia Nilótica desde su proceso de reversión (siembra de larvas) y prelevante a un plazo de 40 días aproximadamente, tiempo en el cual se tomaron una vez por semana el peso de los Alevines y su alimentación tuvo un control diario.

Para poder analizar el crecimiento de los Alevines de Tilapia Nilótica, se hizo necesario estudiar el panorama actual de dicha especie, y desde una perspectiva formal la función exponencial y los distintos Métodos de Regresión, enfocándonos en la Regresión Exponencial. Además, como soporte a esta simulación se usó como herramienta de apoyo el software matemático Scilab como medio facilitador del proceso. Así se ofrece una visualización dinámica que permite mayor precisión sobre el tema y facilita procesos de ilustración e interpretación.

Por último, de acuerdo al análisis de los tipos de problemas expuestos en las distintas Entidades como el DANE, la FAO y el ICA se sugiere simular los datos recolectados

para afianzar el objeto de estudio en este documento.

1.1. Objetivo General

- Simular el crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica usando el Método de Regresión Exponencial, valiéndose del análisis de correlación, a través del coeficiente de correlación .

1.2. Objetivos Específicos

- Obtener datos de crecimiento de la Tilapia Nilótica en su proceso de reversión y prelevante, durante un periodo de 40 días.
- Simular la Regresión Exponencial que se acomodó a los datos obtenidos del crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica.
- Aplicar el análisis de correlación y contrastarla con los datos obtenidos de crecimiento, teniendo en cuenta las variables de tiempo, peso, costo y alimentación.

1.3. Formulación y Descripción del Problema

En la producción piscícola del departamento del Huila, es muy común que se cultive a través de aprendizajes empíricos, creando incertidumbre desde el punto de vista matemático, omitiendo ciertas variables como tiempo, peso y alimentación, sin poder predecir el comportamiento del crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica, los cuales se podrían estimar por medio de una función exponencial, y así saber en que tiempo los alevines tendrían el peso adecuado para ser más rentable la producción. A partir de lo anterior, es posible replantearse una pregunta fundamental del trabajo, ¿Es posible simular el crecimiento adecuado de los Alevines de Tilapia Nilótica a través de la regresión exponencial o de un método numérico que sea bien aproximado?.

Por este motivo, nuestro trabajo de grado parte del cultivo de Alevines de Tilapia Nilótica, pues por medio de este se tomarán y registrarán los datos necesarios que permitan desarrollar esta simulación. Así mismo, es fundamental destacar que este trabajo de grado se basa principalmente en la función exponencial; comenzando desde los conceptos generales, hasta su método de regresión exponencial.

1.4. Metodología

A continuación se muestra la naturaleza y el diseño del trabajo donde se explica de forma minuciosa el tipo de investigación y diseño metodológico que se emplea, ya que esto nos permite visualizar con claridad el desarrollo de cada uno de los objetivos específicos del presente trabajo.

1.4.1. Tipo de Investigación:

Se emplea el estudio de caso, ya que este tipo de investigaciones es apropiado en situaciones en las que se desea estudiar intensivamente las características básicas, la situación actual, e interacciones con el medio de una o unas pocas unidades; debido a lo intensivo de la indagación, arrojan luces sobre importantes variables, interacciones y procesos que merezcan ser investigados más extensivamente (Hernandez S.,2014).

El método de estudio de caso es una herramienta valiosa de investigación, y su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de personas ó individuos, mientras que los métodos cualitativos sólo se centran en información verbal obtenida a través de entrevistas. Además, en el método de estudio de caso los datos pueden ser obtenidos desde una variedad de fuentes, tanto cualitativas como cuantitativas; esto es, documentos, registros de archivos, entrevistas directas, observación directa, observación de los participantes e instalaciones u objetos físicos (Martinez,2006).

Así mismo, consideramos la técnica de observación participativa indirecta, es decir se va considerar la situación desde el punto de vista de las investigadoras, quienes entran en conocimiento del hecho o fenómeno con el único propósito de recoger la información del trabajo propuesto. En este caso utilizando el lenguaje matemático se describirá y explicará lo que sucede antes “de” y después “de” la aplicación de la simulación del crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica a través de la Función Exponencial y su Método de Regresión Exponencial.

1.4.2. Diseño Metodológico:

En esta parte, se darán las cuatro fases en las cuales se organiza la metodología para realizar el presente trabajo de grado: fase preparatoria, trabajo de campo, fase analítica y fase informativa.

Fase Preparatoria

En principio la problemática parte de los altos costos de producción; como también la débil estructura organizacional y empresarial para la producción, las limitaciones tecnológicas de naturaleza genética y sanitaria, y el bajo o casi nulo posicionamiento y reconocimiento en mercados externos, entre otros factores que inciden directamente en la baja producción en el sector piscícola (Plan de desarrollo Departamental, 2008). De esta forma, se pretende hacer el uso de las TIC'S de manera adecuada y así simular el crecimiento a través de una ecuación exponencial que permita y facilite la obtención de los pesos esperados de los alevines, solo conociendo su peso inicial.

Para llevar a cabo esto, se realiza una revisión, organización y clasificación documental de textos sobre la piscicultura, la función exponencial y su método de regresión exponencial, y la simulación matemática, que aportan elementos en pro del proceso de producción de los Alevines de Tilapia Nilótica. De este modo, se realizará un análisis sobre los resultados que se obtienen al aplicar el método de regresión exponencial, permitiéndonos encontrar la función exponencial construida a partir de una recolección de datos, los cuales se obtendrán a partir de un seguimiento que se hará a un cultivo de Tilapia Nilótica desde su proceso de reversión (siembra de larvas) y prelevante a un plazo de 40 días aproximadamente, tiempo en el cual se tomará una vez por semana el peso de los alevines y su alimentación en control diario.

Nuestra base de datos se llevó a cabo en la Piscícola Bonanza, ubicada en el municipio de Palermo corregimiento del Juncal, empresa que cuenta con dos años de experiencia en el mercado reversando y pre-levantando Tilapia Nilótica en el departamento del Huila. Con una postura cuantitativa se emplea el estudio de caso realizando una práctica de observación participativa indirecta, ya que nos centramos en tomar datos

utilizando como instrumentos de recolección las imágenes fotograficas y la bitácora de campo.

Trabajo de Campo

Dando cumplimiento a nuestro primer objetivo que es obtener datos de crecimiento de la Tilapia Nilótica en su proceso de reversión y prelevante, se desarrolla el trabajo de grado aplicando la técnica de observación indirecta durante un periodo de 40 días que abarca desde el 20 de enero al 28 de febrero de 2019 en el cual se observa su proceso de reversión y prelevante. Tomando como punto de partida la siembra de 330.000 larvas de Hobo-Huila de la piscícola Pénjamo, de 1 a 5 días de eclosión con un peso promedio de 0,0240 gramos, las cuales son sembradas en estanques de tierra en forma rectangular de $1.800\ m^2$ abastecido de agua con una bomba de 6 pulgadas, la cual se alimenta del río Magdalena. En cuanto a la alimentación, los Alevines de Tilapia Nilótica se alimentan los primeros 21 días con harina reversión de soya para garantizar un alto porcentaje en reversión y así mismo ganar masa muscular al final de la cosecha, los días restantes son alimentados con harina 45 % hasta ser vendidos o trasladados al área de levante y engorde ubicada en Betania donde finalmente se realiza la pesca de sacrificio y comercialización.

Cabe decir que los datos se recogieron en un formato llamado “seguimiento y registro del crecimiento de Alevines” utilizando como instrumento las imágenes fotograficas y la bitácora de campo. Dicha información fue diligenciada en el programa Excel con el fin de obtener una información mucho más clara y precisa.

Como segundo momento se analizan los datos y se verifica el crecimiento de los alevines en el programa Scilab, dando por hecho el segundo objetivo del trabajo de grado que es Simular la Regresión Exponencial que se acomodó a los datos obtenidos del crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica.

Para desarrollar nuestro tercer objetivo el cual consiste en aplicar el Análisis de Correlación Exponencial y contrastarla con los datos obtenidos de crecimiento, teniendo en cuenta las variables de tiempo, peso y alimentación, se encontró la función expo-

nencial que se ajustó mejor al conjunto de datos.

Teniendo en cuenta la suficiencia y adecuación de los datos se procederá al análisis y si es necesario a la corrección de los aspectos enunciados.

Fase Analítica

Conforme a lo planteado en la fase de trabajo de campo, se obtendrán resultados derivados de la observación indirecta, los cuales tendrán un análisis riguroso donde explica lo que sucede antes “de” y después “de” la aplicación de la simulación del crecimiento de Alevines de Tilapia Nilótica a través de la Función Exponencial y su Método de Regresión Exponencial.

Fase Informativa

Los resultados del presente trabajo de grado se presentarán a los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas y a su vez se subirá a la página web oficial de la Universidad Surcolombiana para que estudiantes y demás docentes tengan acceso a este documento con el fin de tomarlo como punto de referencia para otros trabajos de investigación o contribuir a dicho proyecto.

1.5. Cronograma de Actividades

1. Búsqueda de referencias bibliográficas.
2. Lecturas de material bibliográfico.
3. Recolección de datos.
4. Verificación de los datos en el programa Scilab.
5. Sistematización y análisis de los datos.
6. Realización del trabajo de grado.

Cronograma									
Act.	Nov	Dic	Ene	Feb	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic
1	x	x							
2		x	x	x					
3				x	x				
4					x	x			
5						x	x		
6							x	x	x

Tabla 1.1: Cronograma de Actividades

1.6. Justificación

Actualmente, en el Departamento del Huila, según el Plan Departamental de Desarrollo Agropecuario 2008–2011, la piscicultura es un negocio de cara a los mercados, ya que se comercializan 10.000 toneladas de carne de pescado adicionales en la oferta piscícola del departamento y 3.000 toneladas de carne de pescado son exportadas a mercados externos. Sin embargo, una de las problemáticas más grandes en este sector son los altos costos de producción; como también la débil estructura organizacional y empresarial para la producción; las limitaciones tecnológicas de naturaleza genética y sanitaria; y el bajo o casi nulo posicionamiento y reconocimiento en mercados externos, entre otros factores, que inciden directamente en la baja producción en el sector (Plan de desarrollo Departamental,2008).

Teniendo en cuenta los argumentos expuestos anteriormente, se toma como base el panorama actual de la Tilapia Nilótica y la profundización de la función exponencial, ya que en la producción piscícola se cultiva a través de aprendizajes empíricos que crean incertidumbre desde el punto de vista matemático. En consecuencia a la problemática planteada, se concibe la gran necesidad de realizar la simulación del crecimiento de la Tilapia Nilótica a través de la función exponencial y su Método de Regresión Exponencial, teniendo en cuenta las variables de tiempo, peso y alimentación; dicha simulación se desarrolla con el Software matemático Scilab como un posible medio de dar mejora a la producción piscícola del departamento del Huila.

Capítulo 2

Marco Teórico

A continuación, se dan a conocer los principales conceptos y fundamentos teóricos necesarios para poder analizar la simulación de crecimiento del pez nilótica hasta su etapa de alevinaje que se deduce a través de la Función Exponencial y su Regresión.

2.1. Definición de Piscicultura

Es el cultivo de peces bajo condiciones controladas o semicontroladas. Ejemplo: cultivo de tilapia, trucha, gamitana, peces planos, pacos, bocachico, etc.

La siguiente imagen se tomo de (FONDEPES,2004).



Figura 2.1: Cultivo de Peces

2.1.1. Tipos de Piscicultura

1. Según la densidad de carga y el manejo:

- **Extensiva:** Cuando los peces no reciben alimento complementario (ofrecido por el hombre). Solo se alimentan de la producción natural del agua fitoplancton, zooplancton, insectos, etc.

La densidad de carga en estas condiciones es baja; la única actividad realizada es la siembra y cosecha de los peces ($500 - 1000 \text{Kg}/\text{Ha}$). La siguiente imagen se tomó de (FONDEPES,2004).

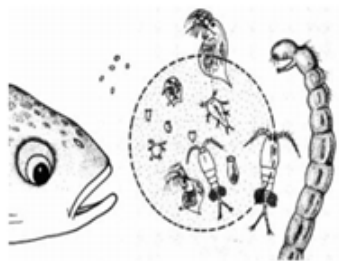


Figura 2.2: Piscicultura extensiva

- **Semi-Intensiva:** Se caracteriza por usar estanques no sofisticados, embalses (construidos en hondonadas y con limitado manejo de sus aguas), se suplementa el alimento natural con fertilizantes y/o alimento artificial y el control de la calidad del agua no es rígido ($10 - 15t/Ha$). La siguiente imagen se tomo de (FONDEPES,2004).

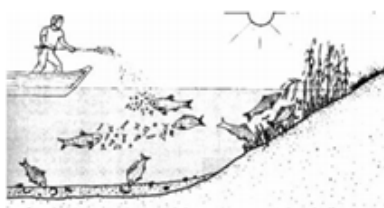


Figura 2.3: Piscicultura Semi-Intensiva

- **Intensiva:** Se caracteriza por el número elevado de organismos por unidad de área cultivados, con un mayor control de la calidad del agua y del ambiente de cultivo ($25 - 30$ ó más t/Ha), así como el empleo de alimento artificial exclusivamente.

Principales parámetros a controlar: temperatura, oxígeno disuelto, PH, alcalinidad, nitrógeno amoniacal y transparencia.

Cuando se realizan en estanques estos deben permitir el control de la entrada y salida del agua. El periodo de cultivo entre la siembra y cosecha depende del tiempo que la especie demora en llegar a su talla comercial. La siguiente imagen se tomo de (FONDEPES,2004).



Figura 2.4: Piscicultura Intensiva

2. Según el número de especies:

- **Monocultivo:** Es el cultivo de una sola especie, por ejemplo: cultivo de tilapia, cultivo de gamítana, cultivo de trucha, etc.
- **Policultivo:** Es el cultivo simultaneo de dos o más especies acuáticas con diferentes características y hábitos alimenticios. Se trata de aprovechar eficientemente los diferentes estratos o nichos del estanque, por ejemplo: tilapia + camarones, gamitana + boquichico, gamitana + boquichico + bagre y paco + boquichico, etc.
- **Cultivo asociado:** Se asocia la crianza de peces a la de otros animales no hidrobiológicos. En este caso la producción de peces resulta un adicional. Por ejemplo: crianza de peces-pollos, peces-patos, peces-cerdos, solo peces, entre otros (FONDEPES,2004).

2.2. Tilapia Nilótica (*Oreochromis Niloticus*)

Los peces denominados genéricamente “tilapias” han suscitado y recibido, quizás, mayor atención que cualquier otro grupo de peces en todo el mundo (Avault,1996). La tilapia, nombre común que en idioma “swahili”, significa pez, incluye los géneros *Tilapia* y *Oreochromis* entre otros, (con más de 100 especies), que son originarias de África; extendiéndose posteriormente hacia el norte de Israel y Jordán (Chimits,1955). Luego de la Segunda Guerra Mundial, fueron introducidas desde su origen a varios países de Asia y América.

Actualmente, se informa sobre cultivos comerciales en más de 65 países, estando la mayoría de éstos situados en los trópicos y subtrópicos. Las tilapias, situadas muy abajo en la cadena trófica natural, debido a su alimentación a base de algas, materia en descomposición y plancton; aceptan también rápidamente alimento balanceado en forma de pastillas o pellets. Las especies del género *Oreochromis* son las de mayor aceptación en cultivo comercial, destacándose entre ellas la *O. niloticus*, llamada “tilapia plateada”, la *O. aureus*, llamada “tilapia azul” y las *Oreochromis* spp. o “tilapias rojas” (Wicki y Gromedina,1997).

Por sus hábitos alimentarios ya mencionados, y por sus posibilidades de soportar condiciones adversas en cultivo, con amplia tolerancia y rápido crecimiento, parecieron ser ideales en la década del 60 a los gobiernos de la región latinoamericana que impulsaron su introducción para su desarrollo en estanques. En la década del 80, comenzó el cultivo comercial de “tilapia nilótica” en Costa Rica, sobre la base de producción intensiva en estanques con alto recambio de agua y a alta densidad de cultivo. Este emprendimiento utilizó tecnología de Israel. Tiempo después, se inicia la actividad comercial en Colombia con cultivo de tilapia roja y plateada (nilótica), a partir de tecnología israelí adaptada a ese país.

El hito que marcó el crecimiento de los cultivos comerciales de las tilapias, fue la obtención de la tecnología denominada “reversión sexual” obtenida por incorporación de la hormona 17-alfa-metil testosterona en el alimento. Si bien ya se conocía el sexado

manual de juveniles con descarte de hembras y el cultivo en jaulas, o el consorciado con peces carnívoros, se considera que este método de obtención de poblaciones macho monosexo por la técnica ya mencionada, es el que mayor beneficio que ha producido. Según la producción acuícola lograda en el año 2011, las actividades piscícolas correspondientes al cultivo de tilapia roja y la tilapia plateada aportaron el 58,5 %. Siendo el departamento del Huila el mayor productor con 29.668 toneladas, seguido en menor cantidad por los departamentos del Meta y Tolima (Wicki y Gromedina,1997).

2.2.1. Perfil

- **Hábitat y biología:** La tilapia es una especie tropical que prefiere vivir en aguas someras. Las temperaturas letales son: inferior 11 – 12°C y superior 42°C, en tanto que las temperaturas ideales varían entre 31 y 36°C. Es un alimentador omnívoro que se alimenta de fitoplankton, perifiton, plantas acuáticas, pequeños invertebrados, fauna béntica, desechos y capas bacterianas asociadas al detritus. La tilapia puede filtrar alimentos tales como partículas suspendidas, incluyendo el fitoplankton y bacterias que atrapa en las mucosas de la cavidad bucal, si bien la mayor fuente de nutrición la obtiene pastando en la superficie sobre las capas de perifiton.

En estanques, la madurez sexual la alcanzan a la edad de 5 ó 6 meses. El desove inicia cuando la temperatura alcanza 24°C. El proceso de reproducción empieza cuando el macho establece un territorio, excava un nido a manera de cráter y vigila su territorio. La hembra madura desova en el nido y tras la fertilización por el macho, la hembra recoge los huevos en su boca y se retira. La hembra incuba los huevos en su boca y cría a los pececillos hasta que se absorbe el saco vitelino. La incubación y crianza se completa en un período de 1 a 2 semanas, dependiendo de la temperatura. Cuando se liberan los pececillos, estos pueden volver a entrar a la boca de la madre si les amenaza algún peligro. Siendo una incubadora bucal materna, el número de huevos de una ovoposición es mucho menor en comparación con la mayoría de otros peces de cultivo.

El número de huevos es proporcional al peso del cuerpo de la hembra. Un pez hembra de 100g desovarás aproximadamente 100 huevos, en tanto que una hembra con peso de entre 600 y 1.000g. podrá producir entre 1.000 y 1.500 huevos. El macho permanece en su territorio, cuidando el nido, y puede fertilizar los huevos de varias hembras. Si no se presenta una temporada de frío por la que se suprima un desove, la hembra puede desovar continuamente. Mientras está incubando, la hembra come muy poco o no come nada. La tilapia puede vivir más de 10 años y alcanzar un peso de 5kg (Linnaeus,1758).

- **Rasgos biológicos:**La Tilapia Nilótica es de cuerpo comprimido; la profundidad del pedúnculo caudal es igual a su longitud, tiene escamas cicloideas, protuberancia ausente en la superficie dorsal del hocico y la longitud de la quijada superior no muestra dimorfismo sexual. El primer arco branquial tiene entre 27 y 33 filamentos branquiales, la línea lateral se interrumpe, tiene espinas rígidas y blandas continuas en aleta dorsal, la Aleta dorsal tiene 16 ó 17 espinas entre 11 y 15 rayos, la aleta anal tiene 3 espinas y 10 u 11 rayos, tiene una Aleta caudal trunca, unas aletas pectoral, dorsal y caudal que adquieren una coloración rojiza en temporada de desove (Linnaeus,1758).

2.2.2. Producción

Fases de producción

1. **Reproducción:** La fecundidad de esta especie es baja, pero de todas formas debido a sus múltiples desoves se produce superpoblación en los estanques antes de alcanzar el peso y talla de mercado; aunque ellos se producen en menor cantidad en nuestro subtrópico. También puede manifestarse “enanismo” cuando se realizan cultivos de ambos sexos (al reproducirse en los estanques y cambiar la densidad inicial del cultivo). La superpoblación puede prevenirse o por reversión sexual previa y por control, o por realización de cultivo en jaulas suspendidas; ya que, en estas últimas, los huevos caen a través del fondo de la malla del

contenedor, antes de que la hembra pueda recuperarlos para su incubación bucal (Díaz, 2013).

- 2. Producción de Larvas (Larvicultura):** El mejor cultivo a escala comercial es aquel que realiza los engordes de ejemplares exclusivamente “todos machos” (>95 % machos). Estos cultivos no solo previenen la reproducción en los estanques, sino que los machos muestran mejor crecimiento que las hembras. La técnica más conocida para lograrlo es la denominada de “reversión sexual”, ampliamente utilizada y que permite trabajar de esta forma. La hibridación también ofrece resultados positivos y asimismo la separación manual, por descarte de las hembras, una vez adquirida su práctica.

Reversión sexual: Durante este proceso, se administra un esteroide masculino a las larvas recién nacidas que poseen entonces tejido gonadal aún no diferenciado; por lo que estas hembras genéticas, desarrollan tejido testicular; produciendo individuos que crecen y funcionan reproductivamente como machos. La reversión sexual se cumple por medio de la ingestión oral de la hormona administrada. El procedimiento deberá iniciarse antes de la diferenciación del tejido gonadal primario, dentro del tejido del ovario que, en condiciones de temperatura de 24 a 28°C se produce en la tilapia nilótica a una talla de solo 11–13 mm y unas 3–4 semanas de nacidas. Las grandes cantidades de larvas de edad/talla requeridas, son producidas en estanques o cerramientos tipo tanques, o bien, en jaulas.

Hibridación: Algunas cruces dan una progenie del 100 % machos. No siempre se obtienen estos resultados, ya que el mecanismo de determinación del sexo en las tilapias es complicado. La ventaja más importante de este método y del anterior, es que no se emplean hormonas.

Separación manual de sexos: El sexado manual se hace inspeccionando la papila genital de los juveniles. En la tilapia nilótica es más dificultoso separar los sexos por medio de observación de la papila, y se necesita que, al menos, pesen entre 25 a 30 g para obtener éxito. Trabajando en campo, se puede obtener una

seguridad del 95 %. Este método, evidentemente no requiere de esteroides y no posee las desventajas de la hibridación. La técnica es posible de efectuar comercialmente (y a veces hasta más apropiada) en operaciones pequeñas y medianas; no recomendándose para operaciones grandes por poseer varias desventajas. Los obreros más especializados pueden sexar 2000 juveniles/hora, acopiando unos 1000 machos/hora. Los errores son altamente variables y la talla de los peces lo mismo (Díaz,2013).

3. **Levante o Pre-engorde:** Para el pre-engorde, la densidad es principalmente función de la toma de nutrientes y la talla final a alcanzar. Con una buena ración alimentaria, sin proceder la aireación o recambio de agua, la biomasa final puede alcanzar cerca de 2.000 a 3.000kg/ha. La sobrevivencia en estos casos es del 60-80 % y asumiendo un 70 %, la densidad para alcanzar los 25g es de 140.000–200.000 /hectárea.

Con un 10 % de recambio de agua en promedio, se puede aumentar levemente y al 20 %, hasta duplicarlo. En los estanques nurseries, con abundante fitoplancton, el crecimiento será más apropiado y económico; ya que no se alimenta en las primeras semanas, debido al alimento natural disponible que es adecuado para el crecimiento en esta fase; mientras la biomasa sea cercana a los 300-500kg/ha. En estos casos, los estanques se fertilizan con 1000 a 2000kg/ha de abono animal, durante la primera y segunda semana (300-800kg/ha – semana). Los estanques se redan parcialmente cuando permanecen llenos de agua, pues estos peces escapan por debajo de las redes. Se completa la cosecha por drenaje total (Díaz,2013).

4. **Engorde:** Esta fase abarca desde un manejo simple hasta técnicas complicadas. Estrategias simples son las de control de la calidad de agua, así como del valor nutricional del alimento complementario, cuando los niveles de producción son bajos. Mayor control, con alimento de mayor valor nutricional, aumenta el costo de los peces a la cosecha. Desde el bajo nivel de manejo al de mayor intensidad, existen varios niveles de producción, cada uno con su diferente ma-

nejo; y ello estará de acuerdo a la infraestructura disponible, herramientas de manejo, disponibilidad de capital, costos y disponibilidad de nutrientes, valor en el mercado, etc. En general, las pequeñas operaciones de tipo comercial, con limitado capital o sin nutrientes disponibles de alta calidad, proveen la base a medianas producciones hasta alcanzar las grandes producciones (a gran escala) con alta inversión, intensivas y con alto aporte de nutrientes. El índice de productividad, los costos de producción y la rentabilidad, son bastante diferentes entre los distintos sistemas de producción. En ese punto se deberá realizar la cosecha parcial o total de los peces, ya que si el cultivo continúa, se disminuirá la productividad por sistema y bajarán las ganancias (Diaz,2013).

2.2.3. Ciclo de Producción de Oreocromis Niloticus

La siguiente imagen se tomo de (Linnaeus,1758).

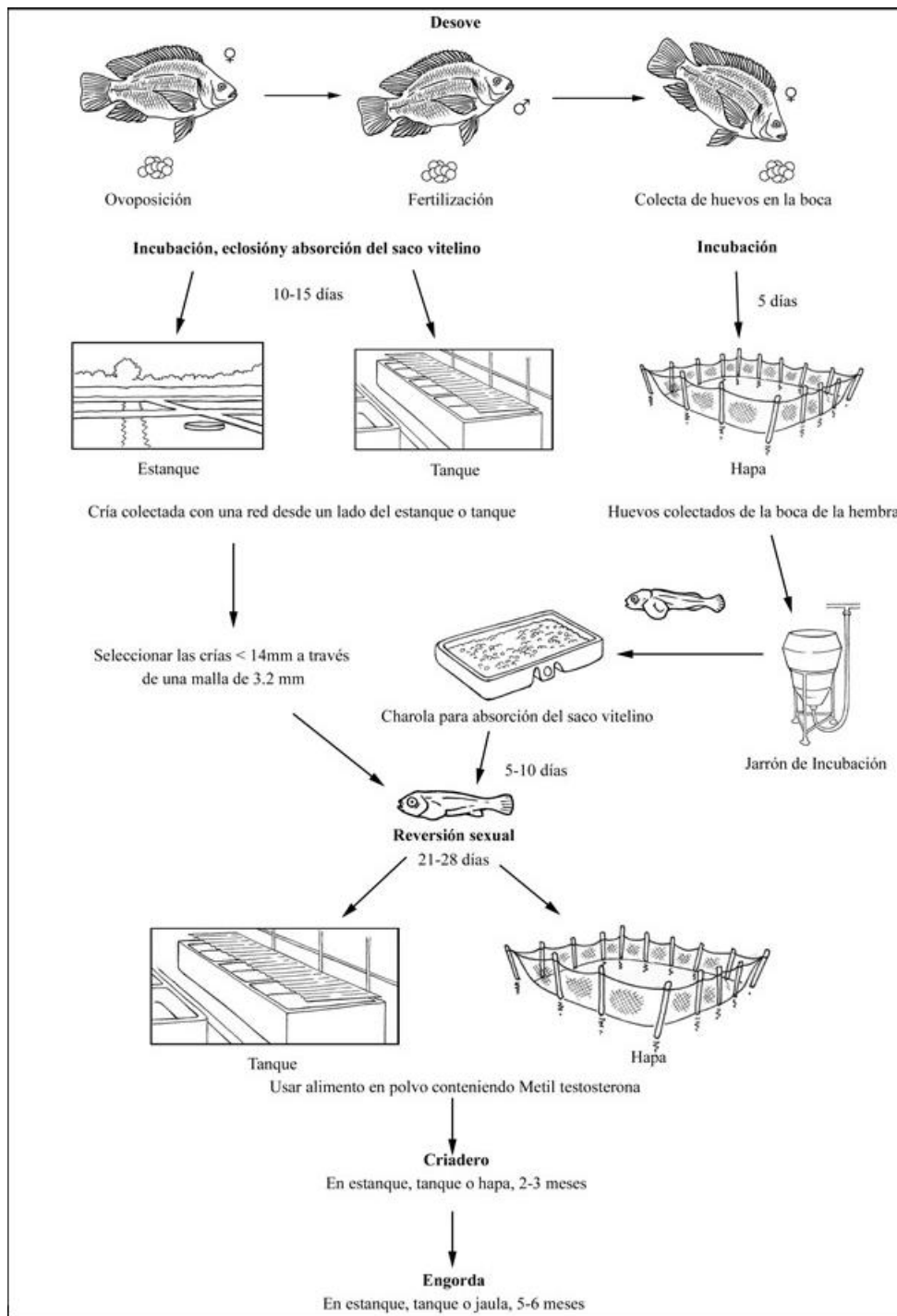


Figura 2.5: Ciclo de producción

2.3. Simulación

Según (Shannon and Johannes,1976):

“La simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o un conjunto de ellos para el funcionamiento del sistema”.

2.3.1. Simulación por Software

Dicho de una manera simple, la realización de una simulación por computadora incluye la conversión de un modelo matemático a un lenguaje de computadora e igualmente la conversión de un método numérico para su resolución, con el fin de producir datos simulados (Keen and Spain,1992). En otras palabras, la simulación de un sistema es la puesta en operación de un modelo que represente a dicho sistema con el fin de estudiar las propiedades concernientes a su comportamiento (Naylor,1986).

De esta manera, la simulación de un sistema biológico puede dar solamente una aproximación al comportamiento del sistema real y la medida en que los datos simulados se acerquen a la realidad depende de la complejidad del diseño del modelo que esté siendo procesado. Sin embargo, es posible simular sistemas que serían imposibles de estudiar experimentalmente, debido a la cantidad de tiempo y espacio implicados. Por ejemplo, la investigación de un sistema real presa–depredador podría involucrar estimaciones de población hechas para un período de 10 a 50 años, y un área de 10 a 100 km^2 . Incluso experimentos de población en sistemas pequeños y cerrados pueden requerir de estudios intensos durante meses para redituar resultados significantes. La simulación de este tipo de sistemas podría ser ejecutada en unos cuantos segundos con el uso de una computadora (Keen and Spain,1992).

Según (Naylor,1986) los modelos matemáticos utilizados para simulación se dividen en cuatro tipos (más los modelos de tipo discreto y continuo considerados por

(Law and Kelton,1991)):

1. *Modelos determinísticos*: En estos, ni las variables exógenas ni las endógenas se les permite un comportamiento al azar, en tanto que se suponen relaciones exactas para las características de operación.
2. *Modelos estocásticos*: Son aquellos modelos en los que por lo menos una de las características de operación está dada por una función de probabilidad.
3. *Modelos estáticos*: Son aquellos modelos que no toman en cuenta, explícitamente, la variable tiempo.
4. *Modelos dinámicos*: Los modelos matemáticos que tratan de las interacciones que varían con el tiempo se denominan modelos dinámicos.
5. *Modelos discretos y continuos*: Un modelo discreto es aquel que representa un sistema para el cual las variables de estado cambian instantáneamente a puntos separados en el tiempo. Un modelo continuo es el que describe a un sistema cuyas variables de estado cambian continuamente con respecto al tiempo.

2.3.2. Etapas para realizar un estudio en simulación

1. **Definición del sistema**: Consiste en estudiar el contexto del problema, identificar los objetivos del proyecto, especificar los índices de medición de la efectividad del sistema, establecer los objetivos específicos del modelamiento y definir el sistema que se va a modelar un sistema de simulación.
2. **Formulación del modelo**: Una vez definidos con exactitud los resultados que se espera obtener del estudio, se define y construye el modelo con el cual se obtendrán los resultados deseados. En la formulación del modelo es necesario definir todas las variables que forman parte de él, sus relaciones lógicas y los diagramas de flujo que describan en forma completa el modelo
3. **Recolección de datos**: Es importante que se definan con claridad y exactitud los datos que el modelo va a requerir para producir los resultados deseados.

4. **Implementación del modelo en la computadora:** Con el modelo definido, el siguiente paso es decidir qué lenguaje de programación (Fortran, Algol, Lisp, Scilab, etc.) o qué paquete de software se va a utilizar para procesar el modelo en la computadora y obtener los resultados deseados.
5. **Verificación:** El proceso de verificación consiste en comprobar que el modelo simulado cumple con los requisitos de diseño para los que se elaboró. Se trata de evaluar si el modelo se comporta o no de acuerdo a su diseño.
6. **Validación del sistema:** A través de esta etapa se valoran las diferencias entre el funcionamiento del simulador y el sistema real que se está tratando de simular. Las formas más comunes de validar un modelo son:
 - La opinión de expertos sobre los resultados de la simulación.
 - La exactitud con que se predican datos históricos.
 - La exactitud en la predicción del futuro.
 - La comprobación de falla del modelo de simulación al utilizar datos que hacen fallar al sistema real.
 - La aceptación y confianza en el modelo de la persona que hará uso de los resultados que arroje el experimento de simulación.
7. **Experimentación:** La experimentación con el modelo se realiza después que este haya sido validado. La experimentación consiste en comprobar los datos generados como deseados y en realizar un análisis de sensibilidad de los índices requeridos.
8. **Interpretación:** En esta etapa del estudio, se interpretan los resultados que arroja la simulación y con base a esto se toma una decisión. Es obvio que los resultados que se obtienen de un estudio de simulación contribuye a soportar decisiones del tipo semi-estructurado.

2.4. Función Exponencial

La función $y = a^x$, o, $f(x) = a^x$, ($0 < a < 1$ o $a > 1$) se denomina Función Exponencial. El valor de a puede ser cualquier número positivo excepto el 1 (Ministerio de Educacion,2013).

2.4.1. Elementos de la Función Exponencial

Las siguientes imágenes se tomaron del (Ministerio de Educacion,2013):

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x &\rightarrow y = f(x) = a^x \\ a &> 0, a \neq 1 \end{aligned}$$

Figura 2.6: Elementos de la función exponencial

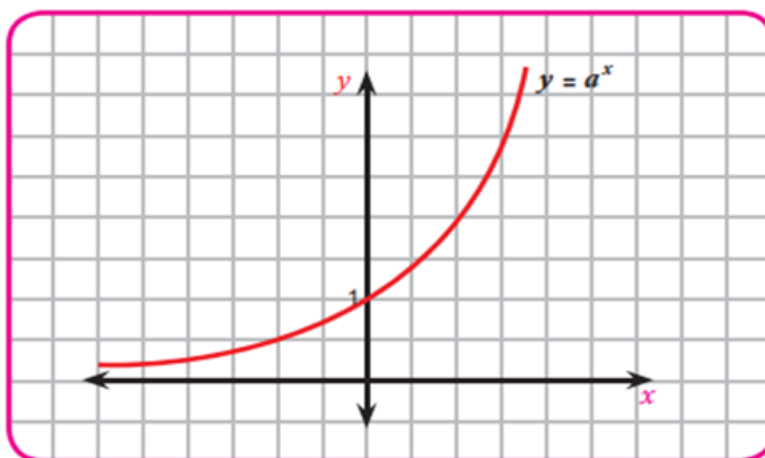


Figura 2.7: Función Exponencial creciente con variable x Positiva y $a > 1$

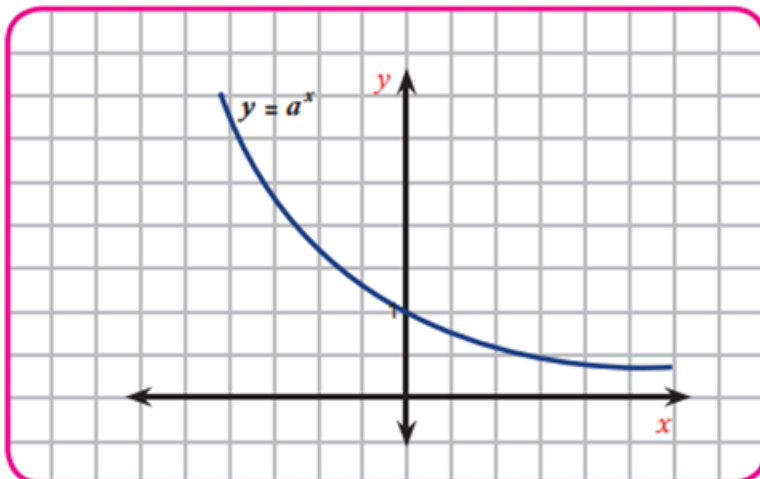


Figura 2.8: Función Exponencial decreciente con variable x negativa y $a < 1$

2.5. Regresión

El término de regresión fue originariamente utilizado por Galton para indicar ciertas relaciones en la teoría de la herencia biológica aunque con posterioridad ha llegado significar el método estadístico desarrollado para investigar tales relaciones (Martinez,B.,2012).

2.5.1. Análisis de Regresión

El análisis de regresión, da lugar a una ecuación matemática que nos permite describir la relación existente entre dos variables. Es decir, obtener una línea “ideal” conocida como línea de regresión, que nos describa la relación o dependencia entre dos variables. Hay que tener claridad, que el análisis de regresión, además de explicar la relación entre dos variables, de causa y efecto, nos indica si la relación matemática puede ser lineal, parabólica, exponencial, etc. Además, nos permite estimar los valores de una variable, suponiendo conocido un valor de la otra variable (Martinez,B.,2012).

Recta o función lineal: $\hat{Y} = bx + c$

Parábola de segundo grado: $\hat{Y} = ax^2 + bx + c$

Función exponencial: $\hat{Y} = cb^x$

Función potencial: $\hat{Y} = cx^b$

Recordemos algunos cálculos de *medidas de posición* y de *dispersión*:

x_i	y_i
x_1	y_1
x_2	y_2
x_3	y_3
x_4	y_4
.	.
.	.
.	.
x_n	y_n

Figura 2.9: Variables

Fórmulas:		
Medias:	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$
Varianzas:	$s_x^2 = \frac{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}{n}$	$s_y^2 = \frac{\sum y_i^2 - n \bar{y}^2}{n}$
Desviaciones típicas:	$s_x = \sqrt{s_x^2}$	$s_y = \sqrt{s_y^2}$

Figura 2.10: Fórmulas

2.6. Análisis de Correlación

Permite medir la fuerza de asociación entre dos variables, utilizando una medida conocida como *coeficiente de correlación* o *correlación de Pearson*.

2.6.1. Coeficiente de Correlación

El *coeficiente de correlación* es una medida de interdependencia de dos variables aleatorias. En primera instancia, se calcula el *coeficiente de correlación al cuadrado* y por último nos referimos simplemente al *coeficiente de correlación*.

2.6.2. Coeficiente de Correlación al Cuadrado

El *coeficiente de correlación al cuadrado* denominado también como *coeficiente de determinación* mide la proporción de la varianza que queda explicada por la ecuación de regresión, que describe la relación establecida entre las dos variables. Se podría decir, en otras palabras, que indica el porcentaje de las variaciones de la variable dependiente, atribuible a la influencia de la variable independiente. El *coeficiente de correlación al cuadrado* es simbolizado por R^2 y su fórmula para calcularlo es:

$$R^2 = 1 - \frac{VR}{VT} \quad (2.1)$$

VT = Varianza Total.

VR = Varianza Residual.

El *coeficiente de correlación al cuadrado* debe ser un valor tal, que cumpla con la siguiente condición: $0 \leq R^2 \leq 1$. Cuando el coeficiente de correlación al cuadrado varía dentro de dicho intervalo, sucede lo siguiente:

- Correlación *perfecta*, cuando $R^2 = 1$.
- *No hay* correlación, cuando $R^2 \leq 0,30$

Finalmente, nos referimos al *coeficiente de correlación*, el cual se simboliza por r ó R . Su cálculo se realiza mediante la siguiente fórmula:

$$r = \sqrt{R^2} \quad (2.2)$$

2.7. Regresión Exponencial

Según (Martinez,B.,2012) cuando las variables estudiadas presentan un crecimiento o decrecimiento *aritmético*, la *regresión lineal* es la más adecuada, pero si hay un crecimiento o decrecimiento geométrico, se debe adoptar la *regresión exponencial*.

La *función exponencial*:

$$\hat{Y} = cb^x \quad (2.3)$$

Se puede convertir en una función lineal cuando trabajamos con logaritmos, ya sean neperianos o en base 10, dando como resultado una función logarítmica.

$$\log \hat{Y} = \log c + (x) \log b \quad (2.4)$$

Ejemplo 2.7.1. Veamos el cálculo y la aplicación de este proceso de análisis de Regresión Exponencial, en un ejercicio con datos arbitrarios, así:

x	y	x^2	$\log y$	$x \log y$	$(\log y)^2$	$\log \hat{Y}$	\hat{Y}
2	3	4	0,47712	0,95424	0,22764	0,60768	4,05
4	6	16	0,77815	3,11261	0,60552	0,84063	6,93
5	12	25	1,07918	5,39591	1,16463	0,95710	9,06
7	24	49	1,38021	9,66147	1,90498	1,19005	15,50
12	45	144	1,65321	19,83855	2,73312	1,77241	59,21
30	90	238	5,36787	38,96278	6,63588	5,36787	94,75

Tabla 2.1: Datos y cálculos del ajuste exponencial

Nota: Se debe observar que $\sum y \neq \sum \hat{Y}$, por el contrario $\sum \log y = \sum \log \hat{Y}$.

Las ecuaciones normales son:

$$\sum \log y = n \log c + (\sum x) \log b \quad (2.5)$$

$$\sum x \log y = (\sum x) \log c + (\sum x^2) \log b \quad (2.6)$$

Reemplazando se tiene que:

$$(2.5) \quad 5,36787 = 5 \log c + 30 \log b$$

$$(2.6) \quad 38,96278 = 30 \log c + 238 \log b$$

Por el método de eliminación de ecuaciones lineales se tiene que:

$$(2.6) \quad 38,96278 = 30 \log c + 238 \log b$$

$$(2.5) \quad -32,20722 = -30 \log c - 180 \log b$$

$$\hline 6,75556 = 58 \log b$$

$$\log b = 0,11647 \quad (2.7)$$

Ahora, reemplazamos en la ecuación (2.5) se tendrá que:

$$\log c = 0,37475 \quad (2.8)$$

Reemplazando en la ecuación general (2.4), quedará así:

$$\log \hat{Y} = 0,37475 + 0,11647x$$

Ahora si deseamos estimar a \hat{Y} cuando $x = 10$, se tendrá que:

$$\log \hat{Y} = 1,53947$$

Calculando el antilogaritmo se tendrá que:

$$\hat{Y} = \text{antilog de } 1,53945$$

$$\hat{Y} = 34,63$$

Ahora se calculan los parámetros del modelo de regresión exponencial

$$(2.7) \quad b = \text{antilogaritmo de } 0,11647 \quad \text{es} \quad \mathbf{b} = 1,30758$$

$$(2.8) \quad c = \text{antilogaritmo de } 0,37475 \quad \text{es} \quad \mathbf{c} = 2,370009$$

Varianza residual y error estándar de estimación

$$s_{x \log y}^2 = \frac{\sum (\log y - \log \hat{Y})^2}{n} \quad (2.9)$$

$$s_{x \log y}^2 = 0,01749368$$

La varianza residual la calculamos mediante las siguientes operaciones

$\log y$	$\log \hat{Y}$	$\log y - \log \hat{Y}$	$(\log y - \log \hat{Y})^2$
0,47712	0,60768	-0,13056	0,0170459
0,77815	0,84063	-0,06248	0,0039038
1,07918	0,95710	0,12208	0,0161493
1,38021	1,19005	0,19016	0,0361608
1,65321	1,77241	-0,11920	0,0142086
5,36787	5,36787	0	0,0874684

Tabla 2.2: Estimativos y desviaciones - Exponencial

Puede observarse que $\sum \log y = \sum \log \hat{Y}$, es decir que la diferencia es igual a cero.

Además $\sum y \neq \sum \hat{Y}$, se puede decir que: $\sum y - \sum \hat{Y} \neq 0$

Coefficiente de correlación al cuadrado

$$R^2 = 1 - \frac{0,02725459583}{s_{\log y}^2} \quad (2.10)$$

$$R^2 = 0,90034$$

El coeficiente de correlación al cuadrado lo calculamos mediante las siguientes operaciones.

- La media de los logaritmos de y :

$$\overline{\log y} = \frac{\sum (\log y)}{n} \quad (2.11)$$

$$\overline{\log y} = 1,073574$$

- Varianza de la variable y :

$$s_{\log y}^2 = \frac{\sum (\log y)^2 - n \overline{\log y}^2}{n} \quad (2.12)$$

$$s_{\log y}^2 = 0,17461$$

Finalmente, hallamos el Coeficiente de correlación (2.2)

$$R = \sqrt{0,90034} \quad (2.13)$$

$$R = 0,9488 \cong 0,95$$

Capítulo 3

Análisis de Resultados

A continuación se presentarán los resultados obtenidos que describen el proceso de precría de un cultivo de Alevines de Tilapia Nilótica a través de la función exponencial y su método de regresión exponencial. Los datos fueron obtenidos de la Piscícola Bonanza ubicada en el municipio de Palermo - Huila, Colombia.

3.1. Proceso de precría de Alevines de Tilapia Nilótica

El cultivo de Alevines de Tilapia Nilótica se llevó a cabo en la Piscícola Bonanza, ubicada en el municipio de Palermo, corregimiento del Juncal, empresa que cuenta con dos años de experiencia en el mercado: reversando y pre-levantando Tilapia Nilótica, en el departamento del Huila.

La infraestructura donde se realizó el proceso de reversión y pre-levante; consta de (6) estanques en tierra con las siguientes medidas: un lago de $1.800 m^2$, tres de $1.200m^2$ cada uno, y dos de $1.100 m^2$, en los cuales se hizo una siembra de 330.000 larvas provenientes del municipio de Hobo - Huila de la piscícola Pénjamo, de 1 a 5 días de eclosión con un peso promedio de 0,0240 gramos. La alevinera se abastece de agua

con una bomba de 6 pulgadas, la cual se alimenta con aguas del río Magdalena a la altura de la Vereda Papagayo, 3 km arriba del puente que cruza el intercambiador vial que conduce del municipio de Rivera al corregimiento del Juncal.

En cuanto a la alimentación, los alevines de Tilapia Nilótica se alimentan los primeros 21 días con harina reversión de soya para garantizar un alto porcentaje en reversión y así mismo ganar masa muscular al final de la cosecha, los días restantes son alimentados con harina 45 % de proteínas, hasta ser vendidos o trasladados al área de levante y engorde ubicada en Betania donde finalmente se realiza la pesca de sacrificio y comercialización.

A continuación se muestra el proceso de precría de alevines de Tilapia Nilótica desde el momento en que ingresan las larvas a la granja alevinera Bonanza, terminación de reversión a los 21 días y previo despacho a Betania donde se continúa con el proceso de cría, engorde y comercialización.



Figura 3.1: Proceso de Precría de Alevines de Tilapia Nilótica

3.2. Regresión Exponencial de los datos del Peso de los Alevines y el Tiempo

Durante un periodo de 40 días que abarca desde el 20 de Enero al 28 de Febrero de 2019, una vez por semana se obtuvieron los datos de aumento de la Tilapia Nilótica, peso actual, peso ganado cada ocho días y el peso ganado diario en gramos en su proceso de reversión y prelevante, como se muestra a continuación.

Registro del peso de los Alevines (Gramos)			
Día	Peso Actual	Peso ganado cada 8 Días	Peso ganado Diario
1	0,0240	0,0240	0,0000
8	0,1270	0,1030	0,0129
16	0,4100	0,2830	0,0354
24	0,9657	0,5557	0,0695
32	1,8560	0,8903	0,1113
40	3,2000	1,3440	0,1680

Tabla 3.1: Registro del peso de los alevines.

A continuación se mostrará la gráfica del Peso y el Tiempo.

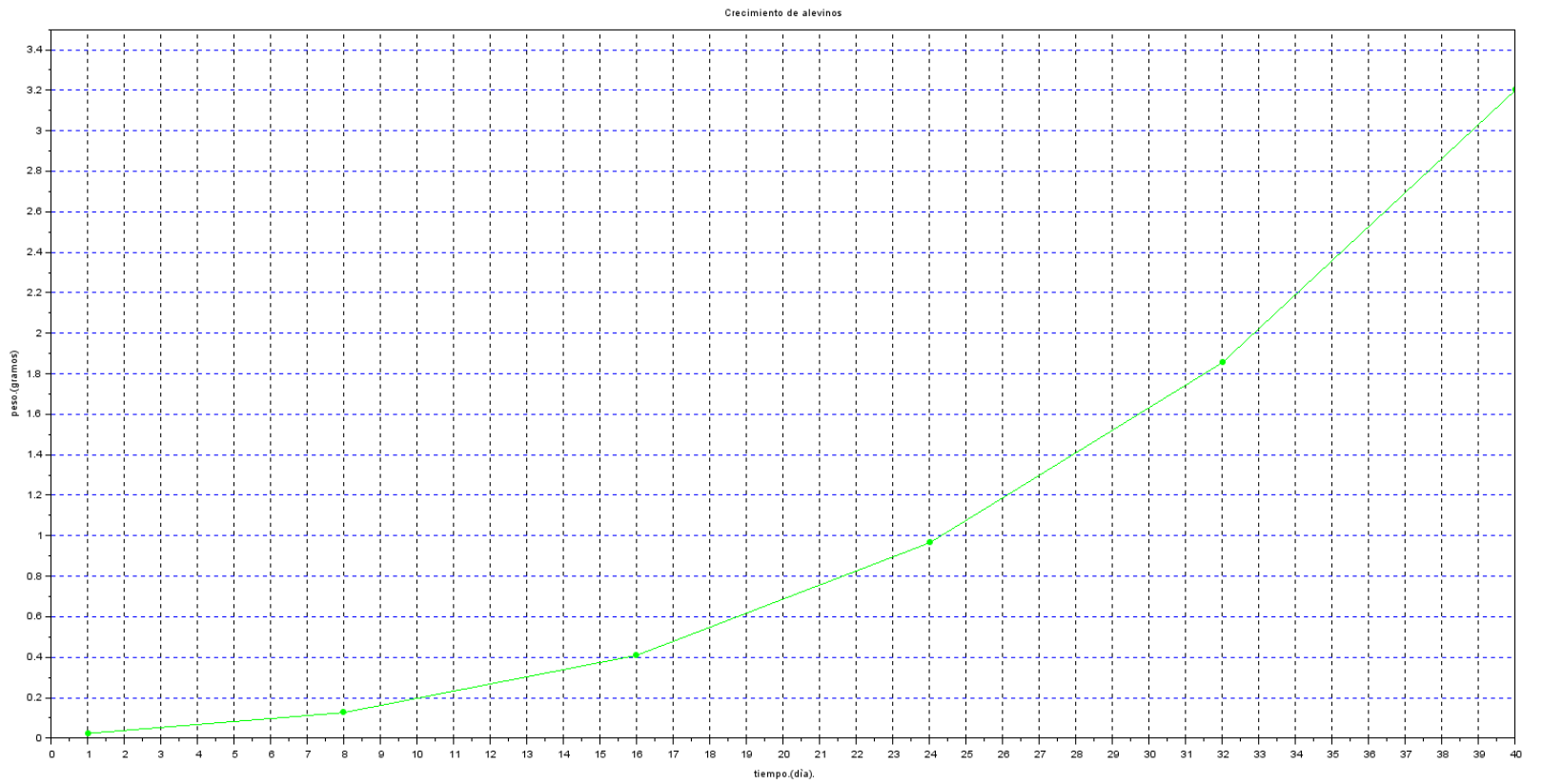


Figura 3.2: Gráfica del peso de los alevinos

La Figura 3.2 representa el peso actual de los alevines en función del tiempo t ; se puede observar que el crecimiento tiene un comportamiento exponencial durante toda la cuarentena de tipo creciente.

Análogamente, se representa el peso ganado de cada ocho días de los alevines en función del tiempo con una línea roja, durante toda la cuarentena representa una curva creciente con variable del tiempo t en días. Los datos del peso que se gana cada ocho días, son la diferencia del peso actual con la medida anterior.

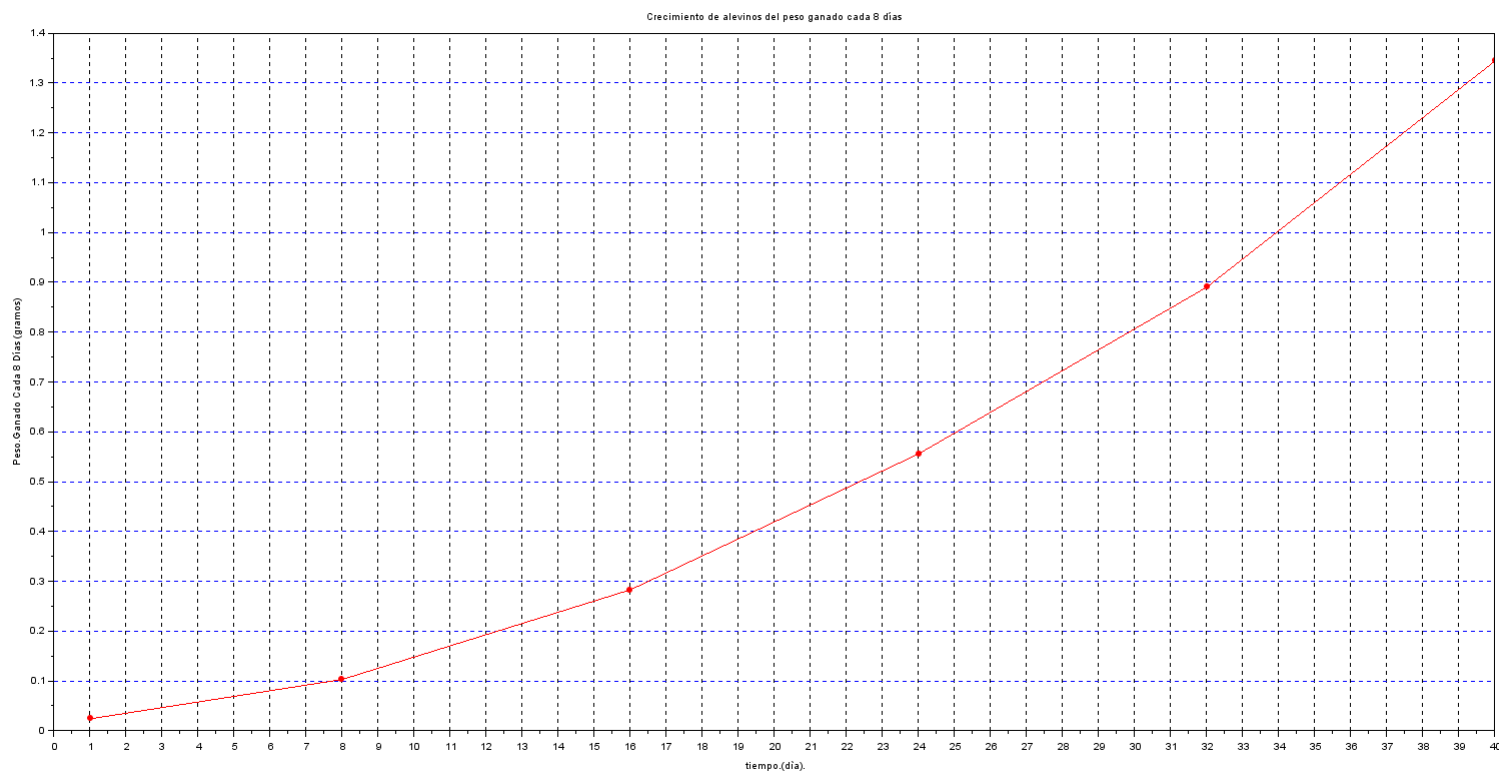


Figura 3.3: Gráfica del peso ganado cada ocho días.

Finalmente, en la Figura 3.4 podemos observar el peso ganado diariamente de los alevines en función del tiempo, donde los puntos azules oscuros simbolizan los datos y la línea azul clara la línea de tendencia que representa una relación exponencial entre el tiempo y el peso ganado diario.

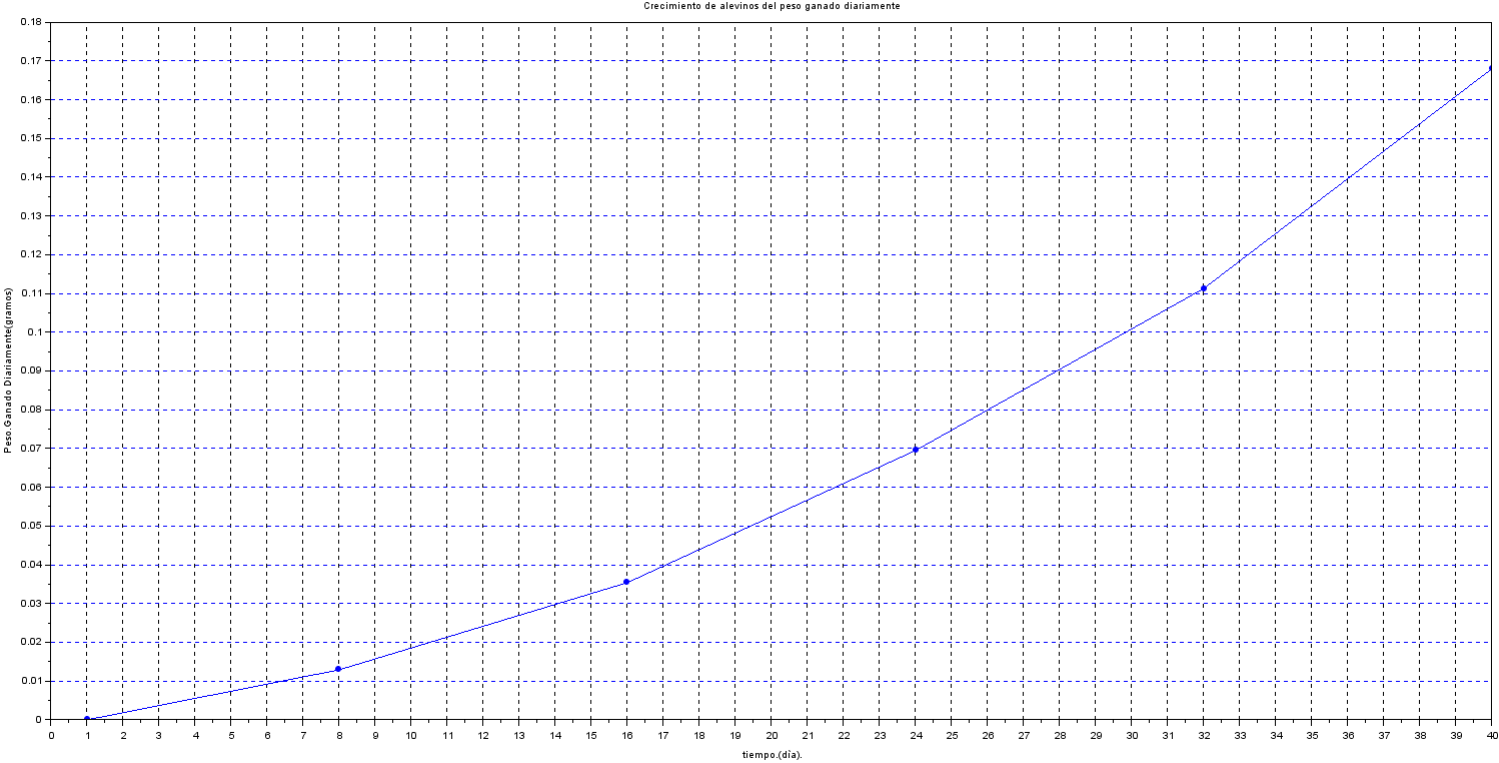


Figura 3.4: Gráfica del peso ganado diariamente.

Las anteriores gráficas muestran el comportamiento exponencial que toma el peso en gramos respecto al tiempo dado en días; es importante agregar que para el piscicultor, la ganancia del peso tanto diario como en el tiempo de cada ocho días, para determinar factores de ganancia. En el estudio de este trabajo queremos determinar que tanto se ajustan estos datos a un comportamiento de Regresión Exponencial.

A continuación se realiza el método de Regresión Exponencial aplicado a los datos de Peso y Tiempo.

Datos del crecimiento de Alevines								
<i>tiem(t)</i>	<i>peso(p)</i>	t^2	$\log p$	$t * \log p$	$(\log p)^2$	$\log P$	P	Error
1	0,024	1	-1,620	-1,620	2,6237	-1,363	0,043	0,019
8	0,127	64	-0,896	-7,170	0,8032	-0,996	0,101	0,026
16	0,41	256	-0,386	-6,179	0,1491	-0,576	0,265	0,146
24	0,9657	576	-0,015	-0,364	0,0002	-0,156	0,698	0,268
32	1,856	1.024	0,269	8,594	0,0721	0,264	1,834	0,022
40	3,2	1.600	0,505	20,206	0,2552	0,683	4,822	1,622
121	6,584	3.521	-2,144	13,469	3,904	-2,144	7,764	1,181

Tabla 3.2: Regresión Exponencial del Peso Actual de los Alevines y Tiempo

Los datos expuestos en la tabla anterior (Tabla 3.2), muestran que en los primeros 8 días el error es mínimo en relación a los datos iniciales, teniendo en cuenta que siempre van por encima de los datos obtenidos de la regresión exponencial; en los días 16 y 24 el error va aumentado, sin embargo el día 32 se vuelve a presentar una diferencia mínima entre los datos; finalmente el ultimo dato peso P presenta un error mayor a comparación de los demás datos.

Análogamente, se presenta la gráfica de las variables de peso actual y el tiempo aplicando el proceso de análisis de Regresión Exponencial, reemplazando en las ecuaciones (2.5) y (2.6) resultan un par de ecuaciones lineales.

$$-2,144 = 6 \log c + 121 \log b \quad (3.1)$$

$$13,469 = 121 \log c + 3,521 \log b \quad (3.2)$$

Luego, se estima el valor de los parámetros b y c por el método de eliminación de ecuaciones lineales y se hallan $\log b$ y $\log c$, y así hallamos la ecuación general de la forma (2.4).

$$\log P = -1,415385197 + 0,05246538165t \quad (3.3)$$

Ahora, se estima a P (2.3) dando valores a t :

$$\text{Si } t = 1 \quad \log P = -1,362919815$$

$$\text{Así que:} \quad P = 0,0433590926$$

encontramos los valores de P y así, obtenemos la ecuación (2.3) del Peso Actual de los Alevines:

$$P = (0,038425082)(1,128405987)^t \quad (3.4)$$

La gráfica de la ecuación (3.4) obtenida mediante el proceso de la regresión exponencial se muestra en la siguiente figura:

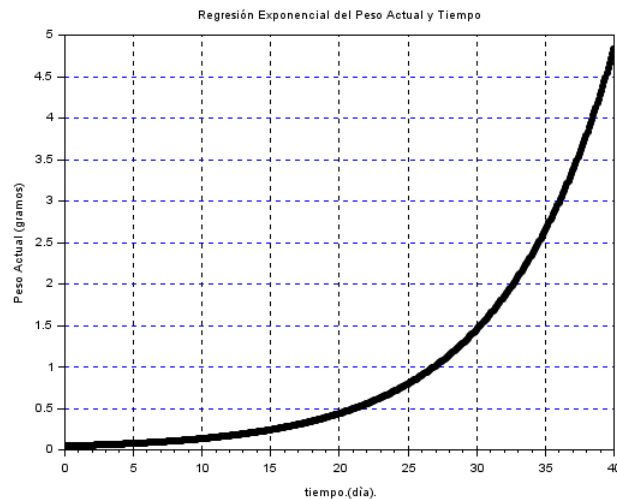


Figura 3.5: Gráfica del Proceso de Regresión Exponencial del Peso y Tiempo.

Finalmente, se realiza un análisis de correlación entre las dos curvas, los datos obtenidos del Peso Actual y la Regresión Exponencial; se hace un estudio para verificar que tanto se ajusta la curva de la Regresión Exponencial a los datos del Peso actual y si la regresión escogida es la adecuada.

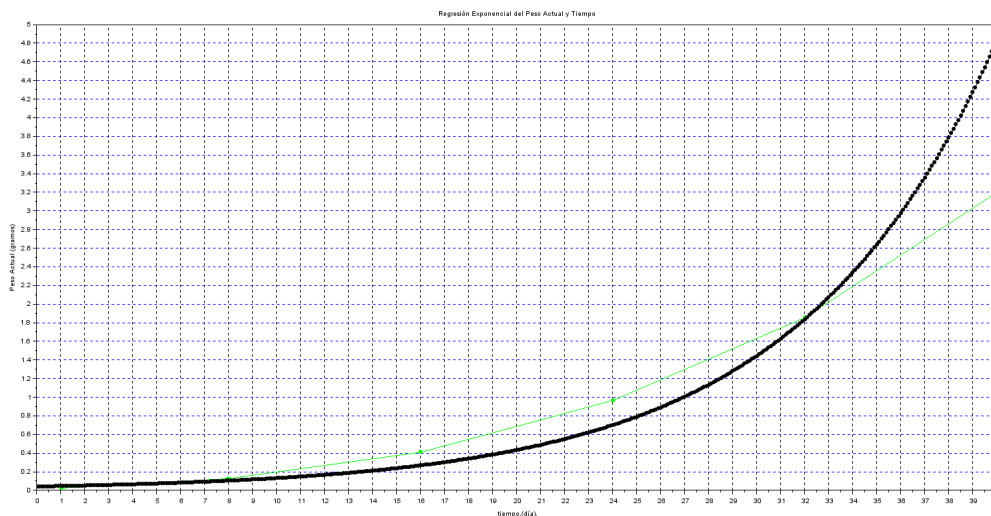


Figura 3.6: Gráfica de Regresión Exponencial del Peso y Tiempo con los datos obtenidos.

En primera instancia, se analiza la relación entre la línea de tendencia y la regresión exponencial, donde notamos la línea de tendencia de la ecuación hallada por el método de regresión exponencial (línea de color negro) y la línea de los datos obtenidos del peso de los Alevines (línea de color verde), así pues, indicando que del día 1 al 12 los datos llevan el mismo sentido, considerado un buen ajuste; del día 13 al día 32 se observa dispersión entre los datos, es decir se alejan las gráficas; luego nuevamente hay un corte de las dos líneas del día 32 al 34, y, finalmente se alejan en los últimos datos.

Es de notar que estos procesos de crecimientos se desarrollan de manera asintótica, es decir, que cuando un ser vivo crece, tiene una etapa en que su crecimiento se estabiliza; pero la regresión exponencial si sigue creciendo hasta el infinito, hay que tener cuidado en este tipo de modelo estadístico; no predice con exactitud el comportamiento del

peso de los alevines cuando el tiempo crece, pero si modela el comportamiento. Una recomendación a próximos trabajos es trabajar un modelo Logístico desde las ecuaciones diferenciales teniendo en cuenta sus dos parámetros que son el de crecimiento y el soporte de carga o Asintótico.

Se hace ahora un estudio para verificar como se ajustan las dos curvas, para ello, se calcula la varianza y error estándar de estimación (2.9), usando la siguiente tabla.

Varianza Residual			
$\log(p)$	$\log(P)$	$\log p - \log P$	$(\log p - \log P)^2$
-1,620	-1,363	-0,257	0,066
-0,896	-0,996	0,099	0,010
-0,386	-0,576	0,190	0,036
-0,015	-0,156	0,141	0,020
0,269	0,264	0,005	0,000
0,505	0,683	-0,178	1,032
-2,144	-2,144	0,000	0,163527575

Tabla 3.3: Varianza y error estándar de estimación.

$$s_{t \log p}^2 = \frac{0,163527575}{6}$$

$$s_{t \log p}^2 = 0,027254595 \quad (3.5)$$

Luego, se estima el coeficiente de correlación al cuadrado (2.10), mediante las ecuaciones (2.11) y (2.12)

$$\overline{\log p} = \frac{-2,144}{6}$$

$$\overline{\log p} = -0,35733 \quad (3.6)$$

$$s_{\log p}^2 = \frac{3,904 - 6(-0,3573)^2}{6}$$

$$s_{\log p}^2 = 0,7783299567 \quad (3.7)$$

Entonces obtenemos el coeficiente de correlación al cuadrado

$$R^2 = 0,9649832367 \quad (3.8)$$

Finalmente, nos referimos al coeficiente de correlación (2.2)

$$R = 0,98233356029 \quad (3.9)$$

Así pues, nos damos cuenta que el coeficiente de correlación al cuadrado se clasifica dentro del rango excelente ya que cumple con la condición $0 \leq 0,9649832367 \leq 1$. En consecuencia, el método de Regresión Exponencial se ajusta excelentemente a los datos del peso actual.

3.3. Regresión Exponencial a los Datos de Alimentación Suministrada a los Alevines de Tilapia Nilótica

Los organismos naturales alimenticios encontrados en un estanque proveen nutrientes esenciales. En algunas ocasiones, este alimento natural no se encuentra disponible en suficiente cantidad para proveer una adecuada nutrición para que los alevines crezcan. Cuando esto sucede, los alevines se deben alimentar a intervalos regulares (por ejemplo, diariamente, semanalmente, etc) según se registrará más adelante, con alimentos concentrados. En ese sentido, los alevines de Tilapia Nilótica fueron alimentados diariamente con harina de reversión de soya los primeros 21 días y los restantes con harina al 45 % de proteínas, lo cual se registró, y adicional a esto se hizo un registro de la comida acumulada, con el propósito de llevar el control de la cantidad de comida consumida por el cultivo.

Registro Diario de Alimentación en gramos		
Día	Purina (gr)	Purina Acumulada (gr)
1	800	800
2	2.000	2.800
3	2.250	5.050
4	2.500	7.550
5	2.250	9.800
6	2.500	12.300
7	2.500	14.800
8	1.000	15.800
9	2.700	18.500
10	3.150	21.650
11	2.800	24.450
12	4.500	28.950
13	3.000	31.950
14	5.000	36.950
15	7.000	43.950
16	8.000	51.950
17	8.000	59.950
18	8.000	67.950
19	12.000	79.950
20	9.000	88.950
21	12.000	100.950
22	12.000	112.950
23	21.000	133.950
24	18.000	151.950
25	24.000	175.950
26	32.000	207.950
27	32.000	239.950
28	32.000	271.950
29	40.000	311.950
30	30.000	341.950
31	40.000	381.950
32	30.000	411.950
33	40.000	451.950
34	40.000	491.950
35	40.000	531.950
36	40.000	571.950
37	40.000	611.950
38	40.000	651.950
39	40.000	691.950
40	15.000	706.950

Tabla 3.4: Registro Diario de Alimentación de los Alevines

Es de notar que en la etapa de reversión se suministran entre 4 y 10 raciones diarias de comida. En los días 22 al 40 se suministran 7 raciones diarias de comida.

A continuación se muestra la gráfica de la cantidad de comida diaria suministrada a los alevines.

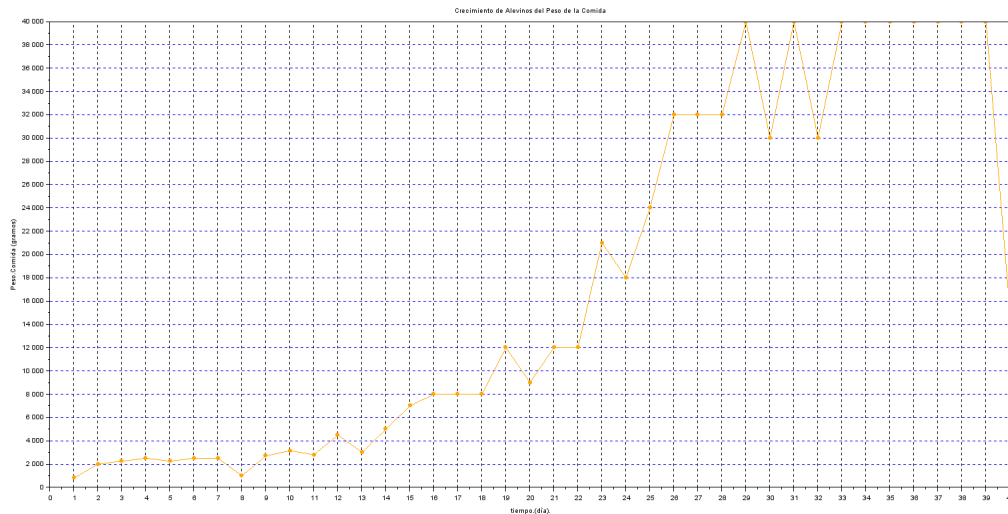


Figura 3.7: Gráfica de la comida diaria suministrada a los alevines.

La Figura 3.7 representa los datos de la cantidad de comida diaria suministrada a los alevines, dada en gramos. Al analizar globalmente el comportamiento de la comida en función del tiempo, se puede apreciar que su comportamiento inicia creciendo, pero llega a un punto en que la comida se estabiliza y decrece a un punto de terminación; las fluctuaciones son debido a que hay días que aumentan o disminuyen las raciones de comida y que depende del peso promedio del alevín, es decir, dependiendo del peso así mismo se suministra la ración de comida diaria.

Con el propósito de llevar el control de la cantidad de comida consumida por el cultivo, a continuación se representa la comida acumulada en función del tiempo, que arroja un comportamiento aproximadamente exponencial creciente hasta el día 39, y el día 40 disminuye un poco la comida en vista de culminar su proceso de prelevante,

facilitando la pesca.

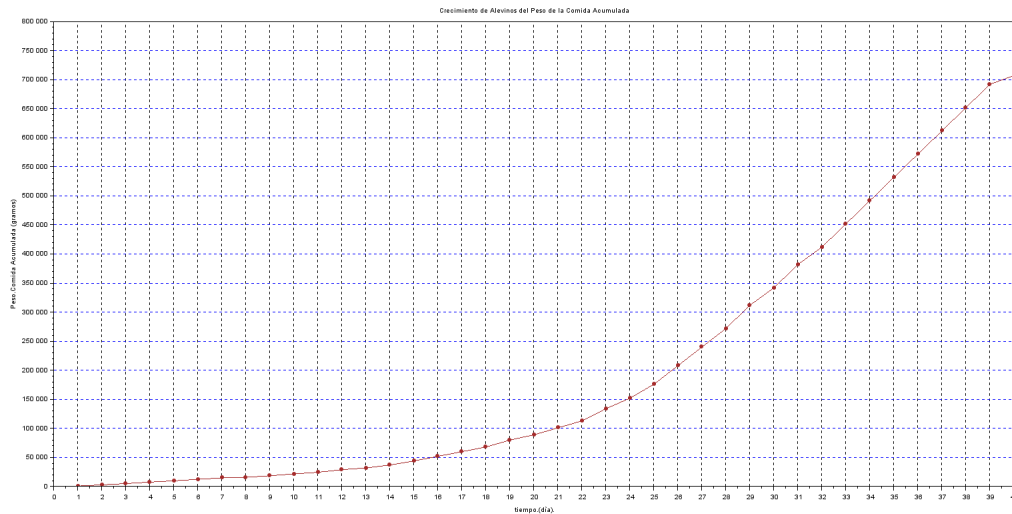


Figura 3.8: Gráfica de la Alimentación Diaria Acumulada.

Cuando se grafica la cantidad de alimento acumulado en gramos, vemos que su comportamiento es exponencial y por ende, queremos verificar si esta tendencia obedece a una regresión exponencial. A continuación se realiza el método de regresión exponencial aplicado a los datos de alimentación diaria acumulada y tiempo.

Es de notar que esta gráfica fue elaborada con los datos de la gráfica 3.7, donde se observa la cantidad de comida diaria, sólo que esta vez se hace de manera acumulada, es decir, por ejemplo, el día 26, la gráfica 3.8 nos muestra la cantidad de comida que han consumido los alevines hasta ese día.

El comportamiento de la comida acumulada con el tiempo, muestra que hay fluctuaciones que hacen que ciertos puntos queden por fuera de una curva de forma exponencial.

Datos de la comida Acumulada						
<i>a</i>	<i>loga</i>	<i>t * loga</i>	$(loga)^2$	<i>logA</i>	<i>A</i>	<i>Error</i>
800	2,903	2,903	8,428	3,691	4.905,1	4.105,1
2.800	3,447	6,894	11,883	3,752	5.653,8	2.853,8
5.050	3,703	11,110	13,714	3,814	6.516,8	1.466,8
7.550	3,878	15,512	15,038	3,876	7.511,5	38,4
9.800	3,991	19,956	15,930	3,937	8.658	1.141,9
12.300	4,090	24,539	16,727	3,999	9.979,5	2.320,4
14.800	4,170	29,192	17,391	4,061	11.502,8	3.297,1
15.800	4,199	33,589	17,629	4,122	13.258,5	2.541,4
18.500	4,267	38,405	18,209	4,184	15.282,2	3.217,7
21.650	4,335	43,355	18,796	4,246	17.614,9	4.035
24.450	4,388	48,271	19,257	4,3308	20.303,6	4.146,3
28.950	4,462	53,540	19,906	4,369	23.402,6	5.547,3
31.950	4,568	58,558	20,290	4,431	26.974,77	4.975,2
36.950	4,568	63,947	20,863	4,493	31.092,1	5.857,9
43.950	4,643	69,644	21,557	4,554	35.837,8	8.112,1
51.950	4,716	75,449	22,237	4,616	41.308	10.641,9
59.950	4,778	81,222	22,827	4,678	47.613,1	12.336,8
67.950	4,832	86,976	23,350	4,739	54.880,6	13.069,3
79.950	4,903	93,154	24,038	4,801	63.257,4	16.692,5
88.950	4,949	98,983	24,494	4,863	72.912,8	16.037,1
100.950	5,004	105,086	25,041	4,924	84.041,9	16.908
112.950	5,053	111,163	25,532	4,986	96.869,8	16.080,1
113.950	5,057	116,304	25,570	5,048	111.655,6	2.294,3
151.950	5,182	124,361	26,850	5,110	128.698,3	23.251,6
175.950	5,245	131,135	27,514	5,171	148.342,4	27.607,5
207.950	5,318	138,267	28,281	5,233	170.984,8	36.965,1
239.950	5,380	145,263	28,946	5,295	197.083,3	42.866,6
271.950	5,434	152,166	29,534	5,356	227.165,4	44.784,5
311.950	5,494	159,328	30,185	5,418	261.839,1	50.110,8
341.950	5,534	166,019	30,625	5,480	301.805,3	40.144,6
381.950	5,582	173,042	31,159	5,541	347.871,8	34.078,1
411.950	5,615	179,675	31,526	5,603	400.969,6	10.980,3
451.950	5,655	186,618	31,980	5,665	462.172,2	10.222,2
491.950	5,692	193,525	32,398	5,726	532.716,5	40.766,5
531.950	5,726	200,405	32,786	5,788	614.028,4	82.078,4
571.950	5,757	207,265	33,147	5,850	707.751,4	135.801,4
611.950	5,787	214,108	33,486	5,912	815.780	203.830
651.950	5,814	220,940	33,805	5,973	940.297,7	288.347,7
691.950	5,840	227,763	34,106	6,035	1.083.821,3	391.871,3
706.950	5,849	233,976	34,215	6,097	1.249.251,8	542.301,8
195,746	4.341,613	38.316,326	195,746	9.401.614	1.243.564	1.243.564

Tabla 3.5: Regresión exponencial de la cantidad de comida acumulada suministrada a los alevines

Los datos expuestos en la tabla 3.5, muestra una diferencia significativa en el primer dato, pero a medida que crece la línea de tendencia va disminuyendo hasta el día 4, presentando una diferencia mínima, luego vuelve a mostrar diferencias grandes entre los datos. Es de resaltar que hasta el día 32 los datos del peso acumulado de la comida van por encima de los datos de la regresión exponencial, no obstante, a partir del día 34 la comida acumulada A de la regresión empiezan a crecer más rápido que los datos iniciales.

Análogamente, se calcula la función que relaciona las variables, cantidad de comida acumulada y el tiempo aplicando el proceso de análisis de Regresión Exponencial. Haciendo los reemplazos correspondientes en las ecuaciones (2.5) y (2.6) resulta el par de ecuaciones lineales.

$$195,746 = 40 \log c + 820 \log b \quad (3.10)$$

$$4.341,613 = 820 \log c + 22.140 \log b \quad (3.11)$$

Luego, se estima el valor de los parámetros b y c por el método de eliminación de ecuaciones lineales y se hallan $\log b$ y $\log c$, y así hallar la ecuación general de la forma (2.4).

$$\log A = 3,628957692 + 0,06169230771t \quad (3.12)$$

Finalmente, si $t = 1$ se obtiene

$$\log A = 3,690650$$

$$A = 4.905,124101951$$

La función para la cantidad de comida acumulada es:

$$A = (4.255, 569543)(1, 15263634)^t \quad (3.13)$$

Al realizar la gráfica de la ecuación (3.13) obtenida mediante el proceso de la regresión exponencial se obtiene

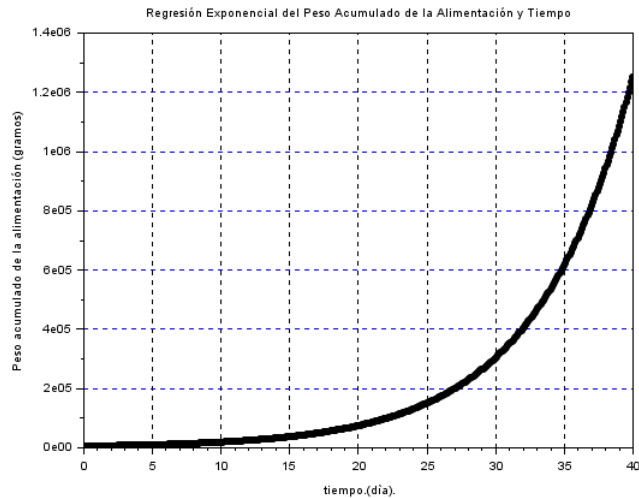


Figura 3.9: Relación entre la línea de tendencia (función exponencial) y la Regresión Exponencial de la comida acumulada de los alevines

Finalmente, se hace un análisis de correlación entre los datos del peso de la comida acumulada y tiempo; un estudio para verificar que tanto se ajusta la curva de la regresión exponencial a los datos y si la regresión es la adecuada.

De esta manera, en la siguiente figura se representa la gráfica que mejor se ajusta al conjunto de datos experimentales y así poder estimar valores futuros de la variable dependiente.

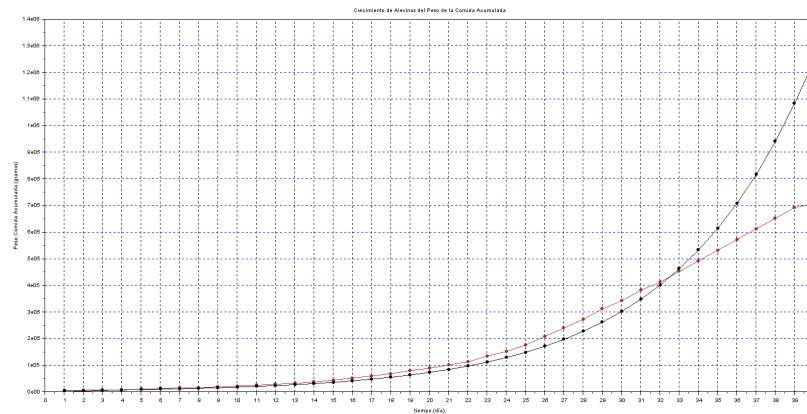


Figura 3.10: Relación entre la línea de tendencia (función exponencial) y la Regresión Exponencial de la comida acumulada de los alevines

En la gráfica 3.10 la línea de color rojo representa la comida acumulada suministrada diariamente a los alevines en función del tiempo t , la línea negra representa la ecuación de la función exponencial hallada a través del método de regresión exponencial. Evidentemente, la relación entre las variables hasta el día 25 se observan alineados representando un buen ajuste; del día 26 al 33 los datos se dispersan y el día 33 y 34 se presenta un corte, finalmente, se dispersan los datos presentando un crecimiento exponencial asintótico.

Se hace ahora un estudio para verificar como se ajustan las dos curvas, para ello, se calcula la varianza y error estándar de estimación (2.9), usando la siguiente tabla.

Varianza Residual			
<i>loga</i>	<i>logA</i>	<i>loga - logA</i>	$(loga - logA)^2$
2,903	3,691	-0,788	0,620250774
3,447	3,752	-0,305	0,093137442
3,703	3,814	-0,111	0,012264065
3,878	3,876	0,002	0,00000492853
3,991	3,937	0,054	0,002895177
4,090	3,999	0,091	0,008243473
4,170	4,061	0,109	0,011981025
4,199	4,122	0,076	0,005800488
4,267	4,184	0,083	0,006886223
4,335	4,246	0,090	0,008024063
4,388	4,308	0,081	0,006513424
4,462	4,369	0,092	0,008534653
4,568	4,431	0,074	0,005404186
4,568	4,493	0,075	0,005619668
4,643	4,554	0,089	0,007852897
4,716	4,616	0,100	0,009910389
4,778	4,678	0,100	0,010012457
4,832	4,739	0,093	0,008606316
4,903	4,801	0,102	0,0103443
4,949	4,863	0,086	0,007454959
5,004	4,924	0,080	0,006337779
5,053	4,986	0,067	0,004448593
5,057	5,048	0,009	0,0000780318
5,182	5,110	0,072	0,005202395
5,245	5,171	0,074	0,005494351
5,318	5,233	0,085	0,007225209
5,380	5,295	0,085	0,0073025
5,434	5,356	0,078	0,006106915
5,494	5,418	0,076	0,005783659
5,534	5,480	0,054	0,00294151
5,582	5,541	0,041	0,001647328
5,615	5,603	0,012	0,000137663
5,655	5,665	-0,010	0,0000943512
5,692	5,726	-0,035	0,001195444
5,726	5,788	-0,062	0,003883489
5,757	5,850	-0,093	0,008560451
5,787	5,912	-0,125	0,015589305
5,814	5,973	-0,159	0,025297251
5,840	6,035	-0,195	0,037979376
5,849	6,097	-0,247	0,061138151
195,746	195,746	0,000	1,056187405

Tabla 3.6: Varianza Residual y error estándar de estimación

$$s_{t \log a}^2 = \frac{1,056187405}{40}$$

$$s_{t \log a}^2 = 0,02640468513 \quad (3.14)$$

Luego, se estima el coeficiente de correlación al cuadrado (2.10), mediante las ecuaciones (2.11) y (2.12)

$$\overline{\log a} = \frac{195,746}{40}$$

$$\overline{\log a} = 4,89365 \quad (3.15)$$

$$s_{\log a}^2 = \frac{38316,326 - 40(4,89365)^2}{40}$$

$$s_{\log a}^2 = 933,9603397 \quad (3.16)$$

Entonces el coeficiente de correlación al cuadrado es:

$$R^2 = 0,9999717283 \quad (3.17)$$

Finalmente, calculamos el coeficiente de correlación(2.2)

$$R = 0,999985864 \quad (3.18)$$

Así pues, el coeficiente de correlación al cuadrado se clasifica dentro del rango excelente ya que cumple con la condición $0 \leq 0,9999717283 \leq 1$. En consecuencia, el Método de Regresión Exponencial se ajusta excelentemente a los datos del Peso de la comida acumulada.

3.4. Regresión Exponencial con los Datos del Costo de la Alimentación Suministrada a los Alevines de Tilapia Nilótica

Los costos de producción de alevines en la Piscícola Bonanza son muy variables porque dependen en su gran mayoría de algunos factores externos como el clima, la temperatura y la calidad del agua que suministran en los estanques; normalmente los alevines sembrados en tierra con densidades bajas, deben alcanzar el peso promedio de 3,5 *gramos* entre los 40 y 45 días de precría, en temperaturas normales de 27°C a 30°C; cuando se presentan lluvias continuas y bajas temperaturas se incrementan los costos variables debido a que aumenta el consumo de combustible de la motobomba (A.C.P.M, aceite para motor diésel y gasolina), así mismo se incrementa la mano de obra, (jornales y asistencias técnicas), e incluso se puede llegar a presentar mortalidades por bajas de oxígeno.

En este sentido, los costos de producción asociados a la adquisición de materia prima constituyen el egreso más significativo en el proceso productivo de Alevines de Tilapia, por tanto, se hace necesaria la implementación de acciones que reduzcan estos costos y que permitan la optimización de recursos, para así maximizar el rendimiento productivo. En este caso, hacemos énfasis en los costos de alimentación generados a lo largo del proceso de precría que abarca dos etapas, reversión y prelevante. A continuación se muestra la tabla del Costo Diario y Acumulado de la alimentación.

Costo en Alimentación		
Día	Costo Diario	Costo Acumulado
1	3.560	3.560
2	12.460	16.020
3	10.012,5	26.033
4	11.125	37.158
5	10.012,5	47.171
6	11.125	58.296
7	11.125	69.421
8	4.450	73.871
9	12.015	85.886
10	14.017,5	99.904
11	12.460	112.364
12	20.025	132.389
13	13.350	145.739
14	22.250	167.989
15	31.150	199.139
16	35.600	234.739
17	35.600	270.339
18	35.600	305.939
19	53.400	359.339
20	40.050	399.389
21	53.400	452.789
22	31.800	484.589
23	55.650	540.239
24	47.700	587.939
25	63.600	651.539
26	84.800	736.339
27	84.800	821.139
28	84.800	905.939
29	106.000	1.011.939
30	79.500	1.091.439
31	106.000	1.197.439
32	79.500	1.276.939
33	106.000	1.382.939
34	106.000	1.488.939
35	106.000	1.594.939
36	106.000	1.700.939
37	106.000	1.806.939
38	106.000	1.912.939
39	106.000	2.018.939
40	39.750	2.058.689

Tabla 3.7: Registro del Costo Diario de Alimentación

A continuación se muestra la gráfica del costo de la alimentación y tiempo.

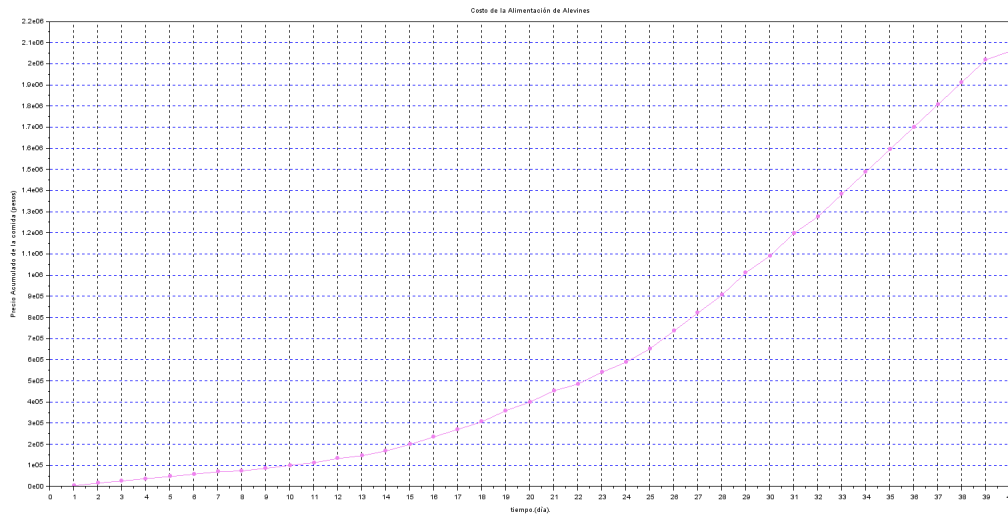


Figura 3.11: Gráfica del Costo Acumulado de Alimentación.

La figura 3.11 representa el costo diario acumulado de la comida en función del tiempo t ; se puede observar que el crecimiento tiene un comportamiento aproximado exponencial durante toda la cuarentena de tipo creciente.

Teniendo en cuenta el análisis anterior de los datos de costo de la comida, se dispone realizar el Análisis de Regresión Exponencial al costo acumulado de la comida en función del tiempo.

Costo Acumulado de la comida						
C	$\log C$	$t \log C$	$(\log C)^2$	$\log \hat{C}$	\hat{C}	$Error$
3.560	3,551	3,551	12,613	4,426	26.646,3	23.086,3
16.020	4,205	8,409	17,679	4,480	30.220	14.200
26.033	4,416	13,247	19,497	4,535	34.272,9	8.239,9
37.158	4,570	18,280	20,885	4,590	38.869,5	1.711,4
47.171	4,674	23,368	21,843	4,644	44.082,4	3.088,5
58.296	4,766	28,594	22,711	4,699	49.994,5	8.301,4
69.421	4,841	33,890	23,440	4,754	56.699,6	12.721,3
73.871	4,868	38,948	23,702	4,808	64.303,8	9.567,1
85.886	4,934	44,405	24,344	4,863	72,927,9	12.958
99.904	5,000	49,996	24,996	4,918	82.708,6	17.195,3
112.364	5,051	55,557	25,509	4,972	93.801,1	18.562,8
132.389	5,122	61,462	26,233	5,027	106.381,2	26.007,7
145.739	5,164	67,126	26,663	5,082	120.648,5	25.090,4
167989	5,225	73,154	27,304	5,136	136.829,3	31.159,6
199.139	5,299	79,487	28,081	5,191	155.180,2	43.958,8
234.739	5,371	85,929	28,843	5,245	175.992,1	58.746,8
270.339	5,432	92,342	29,506	5,300	199.595,3	70.743,6
305.939	5,486	98,741	30,092	5,355	226.364	79.574,9
359.339	5,556	105,555	30,864	5,409	256.722,8	102.616,1
399.389	5,601	112,028	31,376	5,464	291.153,1	108.235,8
452.789	5,656	118,774	31,989	5,519	330.201,1	122.587,8
484.589	5,685	125,078	32,323	5,573	374.485,9	110.103
540.239	5,733	131,849	32,863	5,628	424.710,1	115.528,9
587.939	5,769	138,464	33,285	5,683	481,670	106.268,9
651.539	5,814	145,349	33,802	5,737	546.269,1	105.269,8
736.339	5,867	152,544	34,423	5,792	619.531,9	116.807
821.139	5,914	159,689	34,980	5,847	702,620,3	118.518,6
905.939	5,957	166,799	35,487	5,901	796.852,1	109.086,8
1.011.939	6,005	174,149	36,062	5,956	903.721,8	108.217,1
1.091.439	6,038	181,140	36,457	6,011	1.024.924,4	66.514,5
1.197.439	6,078	188,426	36,945	6,065	1.162.381,9	35.057
1.276.939	6,106	195,397	37,285	6,120	1.318.274,6	41.335,6
1.382.939	6,141	202,646	37,709	6,175	1.495.074,8	112.135,8
1.488.939	6,173	209,878	38,104	6,229	1.695.586,6	206.647,6
1.594.939	6,203	217,096	38,474	6,284	1.922.989,9	328.050,9
1.700.939	6,231	224,305	38,821	6,339	2.180.891,4	479.952,4
1.806.939	6,257	231,507	39,149	6,393	2.473.381,3	666.442,3
1.912.939	6,282	238,705	39,460	6,448	2.805.098,5	892.159,5
2.018.939	6,305	245,900	39,755	6,503	3.181.303,9	1.162.364,9
2.058.689	6,314	252,544	39,861	6,557	3.607.964	1.549.274,9
26.588.215	219,658	4.794,311	48.249,533	219,658	30.311.328	3.743.113

Tabla 3.8: Regresión Exponencial del Costo Acumulado de la Comida

Los datos expuestos en la Tabla anterior 3.8; muestran que en los primeros 4 días el crecimiento es más grande en la Función de la Regresión exponencial, pues los datos iniciales del costo acumulado de la comida c van por debajo de la línea de tendencia exponencial, pero a partir del día 5 hasta el 31 los datos iniciales empiezan a ser más grandes en comparación a los datos resultantes de la regresión exponencial en este caso C . De igual manera, los últimos datos empiezan a crecer así como se presentó en la gráfica anterior de regresión exponencial de la comida acumulada de los alevines.

Análogamente, calcula la función variable del costo acumulado de la comida en función del tiempo aplicando el proceso de análisis de Regresión Exponencial, reemplazando en las ecuaciones (2.5) y (2.6) resultan un par de ecuaciones lineales:

$$219,658 = 40 \log c + 820 \log b \quad (3.19)$$

$$4.794,311 = 820 \log c + 22.140 \log b \quad (3.20)$$

Luego, se estima el valor de los parámetros b y c por el método de eliminación de ecuaciones lineales y se hallan $\log b$ y $\log c$, y así hallamos la ecuación general de la forma (2.4).

$$\log \hat{C} = 4,370980769 + 0,05465703565t \quad (3.21)$$

Finalmente, haciendo $t = 1$:

$$\log \hat{C} = 4,4256378047$$

$$\hat{C} = 26.646,35469947$$

La expresión para el costo acumulado en función del tiempo es:

$$\hat{C} = (23.495,28779)(1,1341148446)^t \quad (3.22)$$

La Gráfica de la ecuación (3.22) obtenida mediante el proceso de la regresión exponencial se muestra en la figura 3.12.

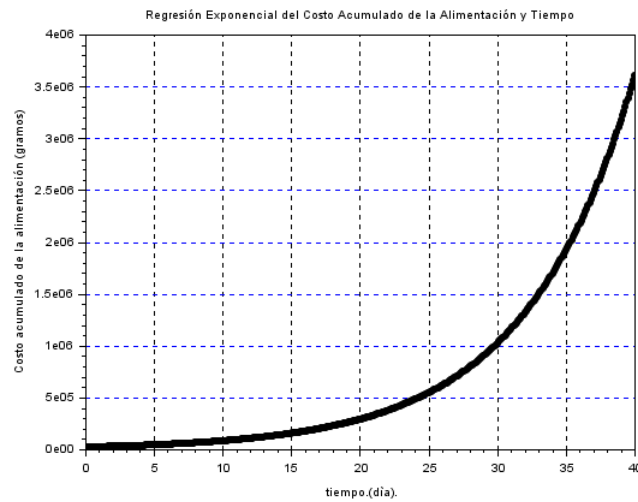


Figura 3.12: Relación de la Regresión Exponencial del costo acumulado de la Alimentación y el Tiempo de los Alevines

En la siguiente figura se representa la Gráfica de relación entre la línea de tendencia y la regresión exponencial que mejor se ajusta al conjunto de datos experimentales y costo acumulado de comida.

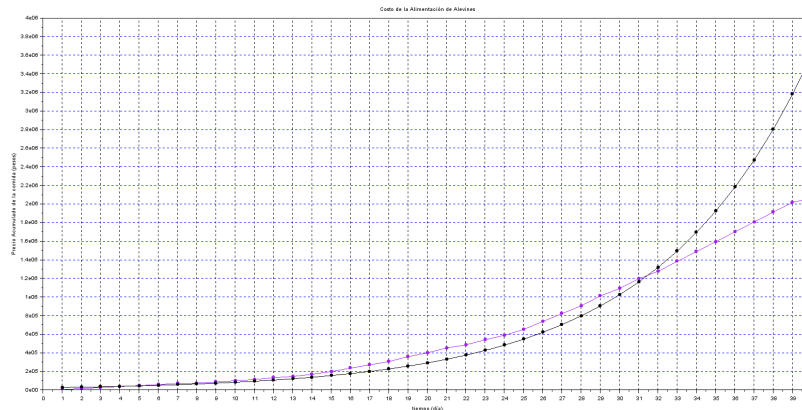


Figura 3.13: Relación entre la línea de tendencia (función exponencial) y la Regresión Exponencial del costo acumulado de la comida de los Alevines

En la gráfica 3.13 la línea de color morado representa el costo acumulado de la comida suministrada diariamente a los alevines en función del tiempo y la línea negra

representa la función exponencial hallada a través del método de regresión exponencial. De ahí que la relación entre las variables hasta el día 17 se denotan alineadas representando un buen ajuste; del día 18 al 31 los datos se dispersan y el día 32 y 33 nuevamente se alinean; análogamente, los datos del intervalo 34 a 40 aproximadamente se dispersan presentando un desajuste como paso en las gráficas anteriores de regresión Ver Figura 3.10 y 3.9.

En resumen, las tres gráficas presentan un comportamiento muy similar en el intervalo 1 a 13 y en el intervalo 14 al 32 los datos se dispersan, sin embargo, en el intervalo 31 a 33 hay un corte entre las líneas y en el intervalo 34 a 40 toman un sentido asintótico. Además de los intervalos de similitud en las gráficas, se concluye que las tres variables (peso, comida acumulada y costo acumulado de la comida) están íntimamente relacionadas en su comportamiento pues serán de gran ayuda a la empresa al ser conocedora del modelo matemático y de esta forma poder estimar posibles comportamientos de dichas variables en pro de mejorar su producción.

Finalmente, se realiza un análisis de correlación a los datos de Costo acumulado y tiempo, se hace un estudio para verificar que tanto se ajusta la curva de la regresión exponencial a los datos y si la regresión es la adecuada, para ello, se calcula la varianza y error estándar de estimación (2.9), usando la siguiente tabla.

Varianza Residual			
$\log C$	$\log \hat{C}$	$\log C - \log \hat{C}$	$(\log C - \log \hat{C})^2$
3,551	4,426	-0,874	0,764204321
4,205	4,480	-0,276	0,093137442
4,416	4,535	-0,119	0,075973181
4,570	4,590	-0,020	0,014262965
4,674	4,644	0,029	0,00038246
4,766	4,699	0,067	0,000864897
4,841	4,754	0,088	0,004450994
4,868	4,808	0,060	0,007728317
4,934	4,863	0,071	0,003628487
5,000	4,918	0,082	0,005045018
5,051	4,972	0,078	0,006729208
5,122	5,027	0,095	0,006149544
5,164	5,082	0,082	0,009022474
5,225	5,136	0,089	0,006732786
5,299	5,191	0,108	0,007939091
5,371	5,245	0,125	0,011733226
5,432	5,300	0,132	0,015647986
5,486	5,355	0,131	0,017360257
5,556	5,409	0,146	0,017115817
5,601	5,464	0,137	0,021327655
5,656	5,519	0,137	0,018801168
5,685	5,573	0,112	0,012530115
5,733	5,628	0,104	0,010918859
5,769	5,683	0,087	0,007496554
5,814	5,737	0,077	0,005857416
5,867	5,792	0,075	0,005627116
5,914	5,847	0,068	0,004582741
5,957	5,901	0,056	0,003104851
6,005	5,956	0,049	0,002412728
6,038	6,011	0,027	0,000745707
6,078	6,065	0,013	0,000166527
6,106	6,120	-0,014	0,000191428
6,141	6,175	-0,034	0,001146494
6,173	6,229	-0,056	0,003185821
6,203	6,284	-0,081	0,00659879
6,231	6,339	-0,108	0,011652191
6,257	6,393	-0,136	0,018590667
6,282	6,448	-0,166	0,027638066
6,305	6,503	-0,197	0,038999125
6,314	6,557	-0,244	0,059375776
219,658	219,658	0,000	1,254765147

Tabla 3.9: Varianza Residual y error estándar de estimación

$$s_{t \log C}^2 = \frac{1,254765147}{40}$$

$$s_{t \log C}^2 = 0,03136912868 \quad (3.23)$$

Luego, se estima el coeficiente de correlación al cuadrado (2.10), mediante las ecuaciones (2.11) y (2.12)

$$\overline{\log C} = \frac{219,658}{40}$$

$$\overline{\log C} = 5,49145 \quad (3.24)$$

$$s_{\log C}^2 = \frac{48.249,533 - 40(5,49145)^2}{40}$$

$$s_{\log C}^2 = 1.176,082302 \quad (3.25)$$

Entonces obtenemos el coeficiente de correlación al cuadrado

$$R^2 = 0,9999733274 \quad (3.26)$$

Finalmente, el coeficiente de correlación (2.2) es:

$$R = 0,9999866636 \quad (3.27)$$

Así pues, nos damos cuenta que el coeficiente de correlación al cuadrado se clasifica dentro del rango excelente ya que cumple con la condición $0 \leq 0,9999733274 \leq 1$. En consecuencia, el Método de Regresión Exponencial se ajusta excelentemente a los datos del Costo Acumulado de la Comida.

Dentro de este trabajo se quiere observar que es necesario realizar un análisis extra, que tiene que ver más en la necesidad de producción de los alevines, de esta manera se decide estimar la variable de costo acumulado de la comida en función del peso actual; es necesario conocer que tanto se va invirtiendo en comida de los alevines en

función del peso actual, para conocer que tipo de relación se puede estimar en estas dos variables.

Costo de la comida y Peso de los Alevines		
Día	Costo Acumulado	Peso Actual
1	3.560	0,24
8	73.841	0,127
16	234.739	0,41
24	587.939	0,9657
32	1.276.939	1,856
40	2.058.689	3,2

Tabla 3.10: Precio de la comida y el peso de los alevines.

A continuación se grafican los datos de la Tabla 3.10 precio acumulado de la comida y peso de los alevines.

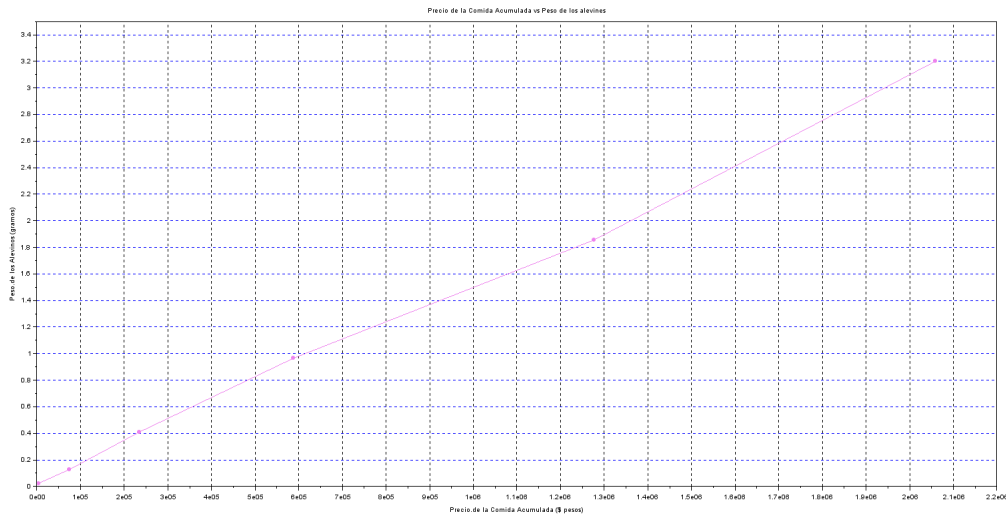


Figura 3.14: Gráfica del Costo de Alimentación y el peso de los Alevines.

Se nota que tanto el costo de producción de los alevines y el peso ganado en su crianza, da como resultado una relación lineal, es decir que las dos variables aumentan en la misma proporción. Este tipo de gráficas son diferentes a las demás estudiadas en estos análisis.

3.5. Conclusiones

El presente trabajo permitió recopilar y mostrar una manera de comprender y explorar La Función Exponencial, desde una perspectiva de experimentación contrastando datos reales de la empresa Piscicola Bonanza con un modelo matemático.

Se resalta que un crecimiento exponencial sostenido no puede existir en el mundo real, pues todo crecimiento exponencial lleva encubiertos otros procesos que actúan como freno a ese crecimiento. En este caso la Regresión es muy utilizada para interpretar situaciones reales, pero comúnmente se hace de mala forma, por lo cual es necesario realizar una selección adecuada de las variables que van a intervenir en la regresión, ya que tomar variables que no tengan relación en la práctica, nos arrojará un modelo carente de sentido, es decir contrario al sentido común. En este caso, es de notar que el análisis de regresión exponencial no se ajusta con exactitud a los datos de crecimiento ya que estos tienen un crecimiento exponencial asintótico, ya que las situaciones de la biología en el crecimiento de especies menores o cualquier tipo de crecimiento, se estabiliza en el largo plazo. Cuando observamos las etapas del crecimiento en este caso de alevines, después del día 34 los datos se empiezan a estabilizar y la regresión tiene un comportamiento que va al infinito cuando el tiempo es grande, es por eso que al final las curvas se alejan un poco. Sin embargo el ajuste de las curvas es muy bueno según el análisis de correlación, ya que el coeficiente de correlación está entre 0 y 1, lo que quiere decir que el ajuste es excelente.

El uso del Software Scilab se convirtió en una herramienta muy útil a la hora de construir los algoritmos y programar las gráficas y así analizar el comportamiento de las variables relacionadas en el proceso de crecimiento de los Alevines de Tilapia Nilótica.

Finalmente, se destaca la importancia y utilidad de la regresión exponencial para modelar e investigar la relación entre dos variables, que tienen que ver con crecimientos

y logrando hallar la ecuación que más se ajustan a los datos de crecimiento de los alevines, haciendo algunos pronósticos que puedan dar una idea de cómo será el comportamiento del proceso de alevinaje en cuanto al peso, costo y ración de la comida en los próximos meses.

Bibliografía

- [Aguilar,2010] AGUILAR, F.A. (2010). *Modelos Matemáticos no Lineales como Herramienta para Evaluar el crecimiento de la Tilapia Roja (Oreochromis spp.) y Tilapia Nilótica (Oreochromis niloticus Var. Chitralada) Alimentadas con dietas Peletizadas o Extruidas*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
- [Avault,1996] AVAULT, J.W. (1996). *Fundamentals of Aquaculture*, Ava Pub. Company. USA.
- [Chimits,1955] CHIMITS, P. (1955). *La tilapia y su cultivo*, Bol. de Pesca, FAO, Vol 8 (1).
- [Dane,2014] DANE. (2014). *Boletín Mensual Insumos y Factores Asociados a la Producción Agropecuaria*, págs.1–3, Neiva, Huila.
- [Diaz,2013] DÍAZ GONZÁLES, D.J. y CABALLERO RIVERA, H.I.(2013). *Efectos de dos dietas de alimentación (Comercial y experimental) sobre el crecimiento de las Tilapias (Oreochromis niloticus) en sistemas de recirculación con filtros Biológicos*, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, León.
- [FONDEPES,2004] FONDO NACIONAL DE DESARROLLO PESQUERO.(2004). *Manual del cultivo de gamitana*, págs.11–13, Lima,Perú.
- [Hernandez S.,2014] HERNÁNDEZ SAMPIERI, R.(2014). *Metodología de la Investigación*, 6a Edición, México.
- [Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique,2012] INRIA.

- (2012). *Scilab, un software libre para cálculos matemáticos y simulación.*, Francia.
- [Keen and Spain,1992] KEEN, R.E. y SPAIN, J.D. (1992). *Computer simulation in biology:a BASIC introduction*,2a edición, Ed. Wiley-Liss, U.S.A., págs.497.
- [Law and Kelton,1991] LAW, A.M. y W.D.KELTON. (1991). *Simulation modeling and analysis*, 2a. edición, MacGraw-Hill Intemationat Singapore, págs. 759
- [Linnaeus,1758] LINNAEUS. (1758). *Programa de Información de especies Acuáticas (Oreochromis niloticus)*, FAO, págs. 1–4.
- [Lopez,2016] LÓPEZ, H.T.,MARTÍNEZ, H.,MANCILLA, M.J. y ORTEGA, C. (2016). *Simulación de un modelo dinámico para evaluar el crecimiento de la Tilapia Nilótica (Oreochromis niloticus)*. Instituto Colombiano de Tecomatlán, México.
- [Martinez,B.,2012] MARTÍNEZ, B.C.(2012). *Estadística y Muestreo*, 13 edición, Bogotá.
- [Martinez,2006] MARTÍNEZ CARAZO, P.C.(2006). *El método de estudio de caso: Estrategia Metodológica de la Investigación Científica*, Universidad del Norte, pág. 4, Barranquilla, Colombia.
- [Mayer,2016] MAYER GONZÁLES, P.(2016). *Modelos de crecimiento de la dorada (sparus aurata, L.) en condiciones de producción en la costa mediterránea*. Universidad Politécnica de València, España.
- [Merino,2013] MERINO, C. , BONILLA, S. y BAGES, F. (2013). *Diagnóstico del estado de la Acuicultura en Colombia*, AUNAP–FAO, Bogotá.
- [Ministerio de Educacion,2013] MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2013). *Modelando el Mundo con Funciones Exponenciales y Logaritmos*,Guía de Aprendizaje N° 3, Primera Edición, págs. 9 - 11.
- [Naylor,1986] NAYLOR, T.H,BALINTFY, J.L., BURDICK, D.S. y K.CHU, (1986). *Técnicas de simulación en computadoras*, editorial LIMUSA, México, págs.381.

- [Orellana,2014] ORELLANA, T.(2014). *Modelación de la tasa de crecimiento de organismos filtradores en cultivo bajo limitación de alimento*, Vol. 49, No.1, RBMO, Valparaíso.
- [Plan de desarrollo Departamental,2008] GOBERNACIÓN DEL HUILA SECRETARIA DE AGRICULTURA Y MINERIA. (2008). *Anuario Estadístico Agropecuario*, págs. 282–291, Neiva, Huila.
- [Shannon and Johannes,1976] SHANNON, R. y JOHANNES, JAMES D. (1976). *Systems simulation: the art and science*, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, págs. 723–724.
- [Valencia,1993] VALENCIA MAGALLANES G.(1993). *Simulación por computadora de procesos biológicos mediante la solución de sus modelos matemáticos*. Universidad de Guadalajara, Guadalajara, México.
- [Wicki y Gromedina,1997] WICKI, G. y GROMEDINA.(1997). *Estudio de desarrollo y producción de tilapia (*Oreochromis niloticus*)*, págs. 2–3, Buenos Aires, Argentina.