Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en Matemáticas

PROBLEMAS OLIMPICOS, UNA OPORTUNIDAD PARA SUPERAR TEMORES

Edward Santanilla Quintero

Neiva, Huila
2014

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en Matemáticas

PROBLEMAS OLIMPICOS, UNA OPORTUNIDAD PARA SUPERAR TEMORES

Trabajo presentado como requisito de grado
para optar al título de licenciado en matemáticas

Edward Santanilla Quintero
2006262709

Asesor:
Dr. Osmin Ferrer Villar

Neiva, Huila
2014

Nota de Aceptación

Jefe de Programa

Director

Segundo Lector

Neiva, Diciembre de 2014.

AGRADECIMIENTOS

Muy agradecido ante todo con Dios, por brindarme la oportunidad de vivir, por permitirme disfrutar cada momento de mi vida, por ser un gran apoyo cuando muchas veces sentí caer, guiándome y fortaleciéndome durante todo el proceso de mi formación académica.

A mi madre, los más sinceros y profundos agradecimientos, por brindarme todo, por entregarse de lleno dando lo mejor de sí, para hoy alcanzar esta meta. A mis hermanas, por el apoyo, por la confianza que tienen en mí, por su presta colaboración durante mi formación.

Le agradezco al profesor Osmin Ferrer Villar por manifestarme su interés en dirigir mi trabajo de grado, por su confianza, colaboración y apoyo durante este proceso.

A todos los docentes que compartieron sus conocimientos, dentro y fuera de clase, haciendo posible que mi formación profesional se resuma en querer aprender cosas nuevas. Muchas gracias por la confianza y apoyo que me brindaron.

A mis amigos y compañeros, quienes trabajaron conmigo hombro a hombro durante este tiempo, poniendo lo mejor de su energía y empeño por el bien de nuestra formación profesional, a quienes compartieron su confianza, tiempo y los mejores momentos que viví durante esta etapa como estudiante de pregrado.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN

Gran parte de este trabajo fue tomado o fue apoyado de los textos 'Como plantear y resolver problemas (George Polya)' y 'Material de olimpiadas matemáticas de la universidad industrial de Santander (UIS)'. El objetivo es hacer un buen uso de este material sin querer apropiarnos de él, simplemente lo usaremos con el mejor propósito de analizar situaciones académicas de matemáticas en la región surcolombiana.

Se realizó con el propósito de aportar en el mejoramiento a la calidad de la educación matemática en el municipio de Neiva, reflexionando y comparando resultados académicos y sociales de Neiva y el Huila con respecto a la educación de países que hoy en día son referencia mundial en la educación, como es el caso de Finlandia. Pretendemos realizar un aporte que esperamos sea significativo a la educación matemática desde la matemática para nuestro departamento.

A través de este trabajo queremos generar un espacio permanente de reflexión con actividades programadas a lo largo del año que puedan estimular el estudio de las matemáticas, ayudando a la formación de un pensamiento crítico y de un espíritu de reflexión académico en los niños, así como al desarrollo de habilidades y destrezas que les permitirán un mejor desempeño en el ámbito social.

Consideramos de sumo cuidado tener en cuenta la características de la región, por eso dejamos claro que nuestro interés no es hacer una réplica de los 'esquemas' educativos de Finlandia al Huila. Pero si existen cuestiones muy importantes que luego de una reflexión cuidadosa tuvimos en cuenta, por ejemplo:

- El profesorado debe tener un desarrollo profesional continuo que posibilite el avance sistemático de la competencia profesional básica de los mismos.
- La consolidación de las fortalezas y cualificaciones acumuladas año a año en las aulas a partir de la experiencia, práctica.
- La formación académica mínimo a nivel de maestría en áreas específicas y posteriormente estudios pedagógicos.

OBJETIVOS

Objetivo General

- Construcción de ambientes de trabajo colectivo que permitan formar personas capaces de utilizar la lógica matemática para construir una mejor sociedad.

Objetivos Específicos

- Brindar opciones de crecimiento personal a través de la lógica matemática que permitan el desarrollo personal y grupal en la comunidad educativa.
- Permitir que los niños a través de la practica en el aula construyan diversas estrategias que en el futuro le permitan la resolución de nuevos problemas.
- Formar hábitos de lectura en los niños que promuevan el desarrollo de la lógica para un crecimiento personal que permitan el desarrollo de la matemática en la región.
- Permitir que los estudiantes construyan espacios de reflexión que unidos a competencias académicas los mismos disfruten razonando y aprendiendo matemáticas.
- Construir colectivamente con docentes de la región surcolombiana y con miembros de la sociedad colombiana de matemáticas, espacios de reflexión académica que brinde a los docentes de la región la oportunidad de continuar capacitándose en las diferentes áreas del saber propio de las matemáticas.

JUSTIFICACIÓN

Los resultados de las pruebas "Pisa" nos indican que a los estudiantes Colombianos no se les está enseñado a pensar, interpretar y resolver problemas. Todo indica que los niños y jóvenes se dedican solo a el formulismo (usar formulas).

Según un estudio realizado por la secretaría de esducación, apoyados en la base de datos de los resultados generada por el Icfes; los colegios del Huila presentaron un sustancial desmejoramiento en el promedio de los resultados de las pruebas Saber 5°, 9° Y 11° del 2013 en comparación con 2012.

El promedio general disminuyó en 0,86 puntos mientras que 102 estudiantes menos presentaron el examen, debido a los lineamientos en la educación de adultos los alumnos son semestrales, y no son aptos para la presentación de la prueba, informó la Secretaría de Educación Departamental. Pese al leve incremento en los resultados obtenidos en el 2012, de 44,42 que fue el mejor promedio en los resultados desde el periodo de 2008, esta vez se redujo en 0,86 puntos, situación que evidencia un retroceso en los resultados. En el 2012 fue de 0,84 puntos.

Resultados en Neiva

El promedio simple general de resultados en Neiva según dicho estudio, fue de 43,88 puntos. En la capital huilense, 2.896 estudiantes presentaron la prueba. 75 centros educativos presentaron el examen.

Los mejores colegios de Neiva fueron, en cuanto a los privados, en primer lugar, el Colegio Colombo Inglés del Huila, con 62,24 puntos, y en segundo lugar el Aspaen Gimnasio La Fragua con 62,05 puntos.

El primero y segundo lugar de colegio público de Neiva fue para la Institución Educativa Jornada Adicional Claretiana con 52,53, y el Instituto Técnico Superior, con 49, 27 puntos.

A nivel nacional, los dos primeros de carácter no oficial ocuparon los lugares 45 y 50. Así mismo los colegios públicos de Neiva ocuparon los lugares 520 y el 1.029 del listado nacional.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1. ANTECEDENTES

El nombre de Olimpiadas data de 1958, año de celebración de las primeras Olimpiadas Matemáticas Internacionales por iniciativa de Rumania.

A principios del siglo XX este tipo de competiciones se extendió por todo el centro y el este de Europa. La forma actual del concurso data de 1938 y fue establecida en las competiciones Putnam, organizadas en Estados Unidos y Canadá.

En argentina el pionero de este tipo de eventos fue el Dr. Juan Carlos Dalmasso actual Secretario Ejecutivo de la Fundación Olimpiada MatemÃ¡tica Argentina, en 1967 tomó contacto con los problemas de la Olimpíada MatemÃ¡tica Rusa de muy difÃcil resolución para los matemáticos profesionales. Este hecho intrigó de tal manera a los matemáticos argentinos que a partir de ese año y con el apoyo del Doctor Luis Santaló elaboraron el proyecto de la OlimpÃada Matemática Argentina.

Durante la última dictadura fueron suspendidas. La democracia les dio nuevo impulso y desde 1983 creció exponencialmente el número de participantes en cada edición. En 1988 por primera vez la Argentina participa en la Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), en aquel momento en Australia. Desde 1990 se cuenta con un subsidio estatal por Resolución del Ministerio de Educación.

Las Olimpiadas de Matemáticas en Colombia dieron inicio en 1980, cuando el rector de la Universidad Antonio Nariño viajó a la Universidad de Berkeley (California) a una reunión internacional de matemáticas con el fin de obtener una invitación para nuestro país a la Olimpiada Internacional de Matemáticas de 1981. A partir de ese momento han sido más de veinte años de incansable trabajo a favor de las generaciones de jóvenes talentosos del país.

CAPÍTULO 2

BASE TEÓRICA

2.1. Fundamentos

Es difícil establecer o estipular un modelo educativo que otorgue a los estudiantes excelentes resultados en la solución de problemas. Esto lo resaltamos porque el objetivo al que se quiere llegar está regido por muchas variables que muchas veces se salen del contexto o que no dependen de una excelente intervención pedagógica o racional y que de todas formas influyen considerablemente en el camino hacia la finalidad de este trabajo.

Siendo más explícitos y tratando de dar respuesta a todos los interrogantes o cuestionamientos que se realicen a este trabajo, es ejemplarizante resaltar el sistema educativo finlandés, considerado el mejor del mundo por el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). En Finlandia el hijo de un doctor estudia junto al hijo de un albañil, ser maestro es más difícil que convertirse en ingeniero o doctor. Solo uno de cada diez aspirantes a estudiar pedagogía logran ingresar y quienes quieren ejercer la profesión necesitan como mínimo tener un grado de magíster en el área especifica y en educación, las aulas son un espacio donde no hay ni siquiera la represión simbólica de usar calzado, Tampoco se usa uniforme, el pelo puede ser largo en los hombres o de colores en las niñas, la escuela más próxima a sus casas es buena, el profesor sabe enseñar, no existe la desconfianza, no hacen rankings, no hacen pruebas para saber qué alumno es mejor, qué profesor es mejor, qué escuela es la mejor. Finlandia cambió su educación no a partir de una crisis por los bajos resultados en pruebas internacionales, sino por una necesidad real, (una necesidad palpable y evidente en Colombia) y cuando un país acuerda poner la educación en primer lugar hay que tomar medidas drásticas y eficaces.

Ya resaltadas estas variables, queremos ahora encaminarnos en la principal finalidad de este trabajo, presentar alternativas que ayuden a mejorar o superar problemáticas que interfieren en el desarrollo lógico deductivo de los estudiantes.

George Pólya el Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo se derivan los resultados matemáticos, gracias a esto estableció un método llamado el **Método de Cuatro Pasos**. Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre 'ejercicio' y 'problema':

- Para resolver un **ejercicio**, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta.
- Para resolver un **problema**, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta.

Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del desarrollo cognitivo de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución. (Hernández y Villalba. 1994.)

A continuación presentamos cada uno de ellos con sus correspondientes derivaciones:

Paso 1: Entender el Problema.

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2: Configurar un Plan.

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
2. Usar una variable.
3. Buscar un Patrón
4. Hacer una lista.
5. Resolver un problema similar más simple.
6. Hacer una figura.
7. Hacer un diagrama
8. Usar razonamiento directo.
9. Usar razonamiento indirecto.

10. Usar las propiedades de los números.
11. Resolver un problema equivalente.
12. Trabajar hacia atrás.
13. Usar casos
14. Resolver una ecuación
15. Buscar una fórmula.
16. Hacer una simulación
17. Usar un modelo.
18. Usar análisis dimensional.
19. Identificar sub-metas.
20. Usar coordenadas.
21. Usar simetría.

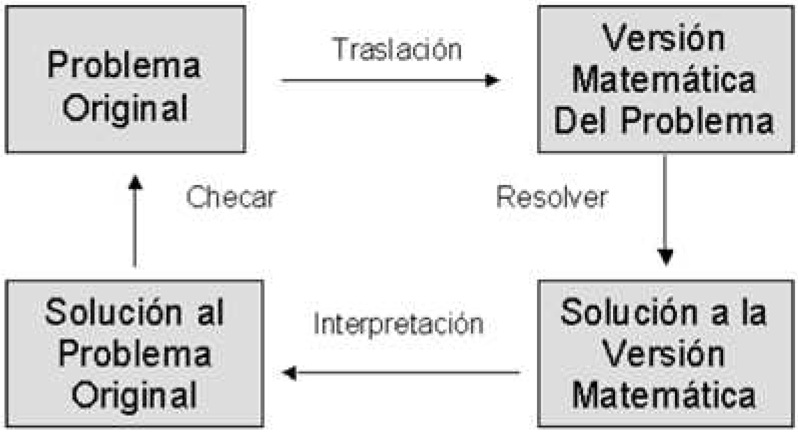
Paso 3: Ejecutar el Plan.

- Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.
- Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (puede que se te prenda el foco cuando menos lo esperes).
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

- ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

Pólya también menciona, que para solucionar un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta. Este proceso lo podemos representar así:



El interrogante más común entre los educadores matemáticos es el preguntarse qué ocurre en la mente de los chicos cuando tratan de resolver problemas. Identificar el estadio mental del niño que se enfrenta a la solución de un problema es la respuesta (Jean Piaget y Seymour Papert, 1959 - 1963). Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es 3 + 2. o bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: 'dividir $96 \div 16$' . De acuerdo con Flavell (1987), el desarrollo metacognitivo (reflexión sobre los propios procesos) puede estimularse con ciertas experiencias, una de las cuales es la práctica. En otras palabras, cuando los alumnos están inmersos en situaciones en las que se usa o estimulan estrategias metacognitivas es más probable que sean capaces de reflexionar sobre la calidad de su propio aprendiz, sobre lo que saben y lo que podrían llegar a saber. Flavell defiende que involucrar a los alumnos en actividades de planteamiento y resolución de problemas en los que conscientemente reflexionen sobre la estructura de problemas que están creando o tratando de resolver y en los que conscientemente intente analizar sus propios procesos de resolución, es probable que mejore su capacidad para crear y resolver problemas en el futuro. Cuando están implicados cognitivamente en ese tipo de actividades, deciden qué información deben traer de su memoria y que posibles relaciones cognitivas pueden ayudarles; También reflexionan sobre la necesidad de nueva información y como debe obtenerse. Se formula y se comprueban conjeturas y se exploran vías de resolución de problemas.

Otro argumento demasiado importante en las construcciones de teorías matemáticas son las definiciones. Pero antes de esto, aclaremos que en toda teoría tenemos objetos de estudio, el concepto que se tiene de tales objetos y su definición. Desde un punto de vista filosófico, podemos decir que un objeto es aquello que se percibe con los sentidos o se piensa, y que se opone a aquello que se piensa, es decir, al "sujeto".

Un concepto es una idea abstracta y general sobre algo. Típicamente un concepto está asociado con una representación, el concepto representa a todos los objetos de una clase dada.

A través de las definiciones se introducen los objetos de la teoría; las definiciones son proposición que expone con claridad y exactitud los caracteres genéricos y diferenciales de los objetos matemáticos, o expresan las propiedades que los caracterizan y los ubican dentro de una red de relaciones establecidas; mediante los procesos de deducción se pueden establecer nuevas propiedades de los objetos definidos y nuevas relaciones entre ellos y los objetos de la teoría.

En matemáticas tenemos dos tipos principales de definición:

- La introducción de los objetos básicos de la teoría.
- La introducción de un nuevo elemento dentro de la misma teoría.

En el caso de la introducción de objetos básicos, las definiciones implícitas establecidas a través de axiomas, caracterizan a los objetos con los que la teoría está tratando.

En el caso de la introducción de un nuevo elemento dentro de la teoría, ayudan a reubicar a los objetos matemáticos dentro de la estructura teórica.

Con respecto a la geometría elemental, podemos decir que la teoría y los objetos geométricos tienen profundas bases en la experiencia. La definición de los objetos geométricos básicos no es arbitraria, síno que se basa en la realidad. Un concepto geométrico se forma a través de la experiencia que el sujeto haya tenido con él y su definición sirve para comunicar el concepto en un ambiente escolar o científico.

2.2. Presentación

Se quiere lograr que a través de la creación de espacios de construcción colectiva, donde el saber matemático no se aleje del saber informal, el niño pueda ser capaz de hacer uso de herramientas personales de pensamiento lógico, construir los saberes matemáticos y accionar sobre contenidos actitudinales, mediante un proceso de aprendizaje donde él cuestione, reflexione, pruebe, elabore y reelabore sus hipótesis.

Este trabajo es apoyado en el Modelo Pedagógico Constructivista el cual nos ayuda a comprender que el conocimiento se construye. Partiendo de entender que el estudiante es una persona única, irrepetible, pero perteneciente a un contexto y un grupo social determinado que influyen en él.

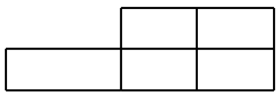
CAPÍTULO 3

DESARROLLO DEL TRABAJO

Los siguientes problemas fueron propuestos a estudiantes de 3° y 5° de los colegios Gimnacio Bilingüe Childrenś World y Claretiano de Neiva, para que presentarán su respectiva solución:

Problema 1.

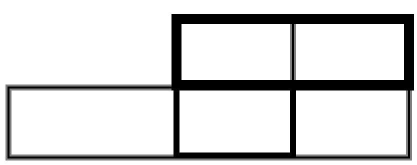
¿Cuántos rectángulos distintos hay en la figura?



A. 12 rectángulos
B. 5 rectángulos
C. 10 rectángulos
D. 8 rectángulos

Soluciones o estrategias aportadas por los estudiantes:

La estrategia mas común fue delinear todo los posibles casos, he ir contando los que se iban hallando.

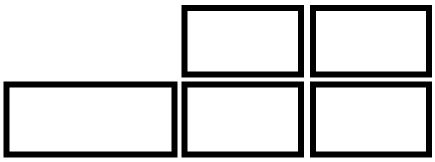


Dificultades que se presentaron en esta estrategia:

- Se presentaron confusiones, ya que después de varios trazos o delineaciones estas se cruzaban e impedían observar claramente los rectángulos, en algunos casos se contaban más en otros se contaban menos.

- No se realizó una muy buena visión de la cantidad de rectángulos, solo contaban los más relevantes y aquellos, que eran superpuestos por los lados de otros rectángulos, no lograban visualizarse.

Otra estrategia muy común, fue la separación de estos, para notar una mejor perspectiva de la descomposición de rectángulos.



Dificultades que se presentaron en esta estrategia:

- Esta, de igual manera no arrojó muy buenos resultados, ya que al hacer dichas divisiones, se perdían la conformación de otros rectángulos.

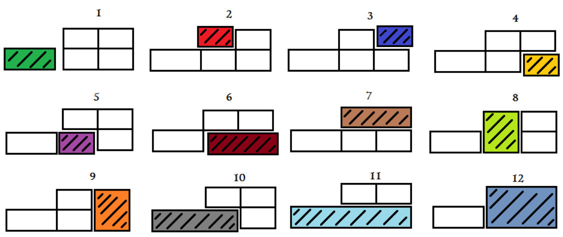
Dificultades comunes de las estrategias

- En el momento de resolver el problema, se observó que no hacían una lectura pausada con el ánimo de entender su contenido.
- Se apresuraban a dar un resultado sin estudiar o verificar su validez.
- La mayoría de los niños escogieron la estrategia menos indicada y su actitud en el proceso no fue la mejor.
- No despertaban interés por la actividad.

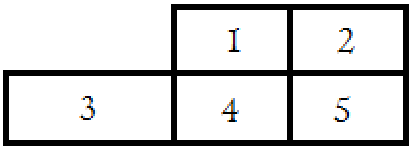
Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor.

Teniendo en cuenta, el proceso propuesto por los estudiantes y resaltando el buen trabajo de cada uno, en común acuerdo entre estudiantes y profesor se estableció las siguientes estrategias, para la solución de este problema.

Sombrear cada rectángulo y para cada sombreado utilizar una figura original; así se logrará identificar y contabilizar cada uno de los rectángulos existentes en la figura.



Enumerar cada esquema permite identificar los rectángulos unitarios, los formados por parejas de números, el que está formado por tres números y el que esta formado por cuatro números.



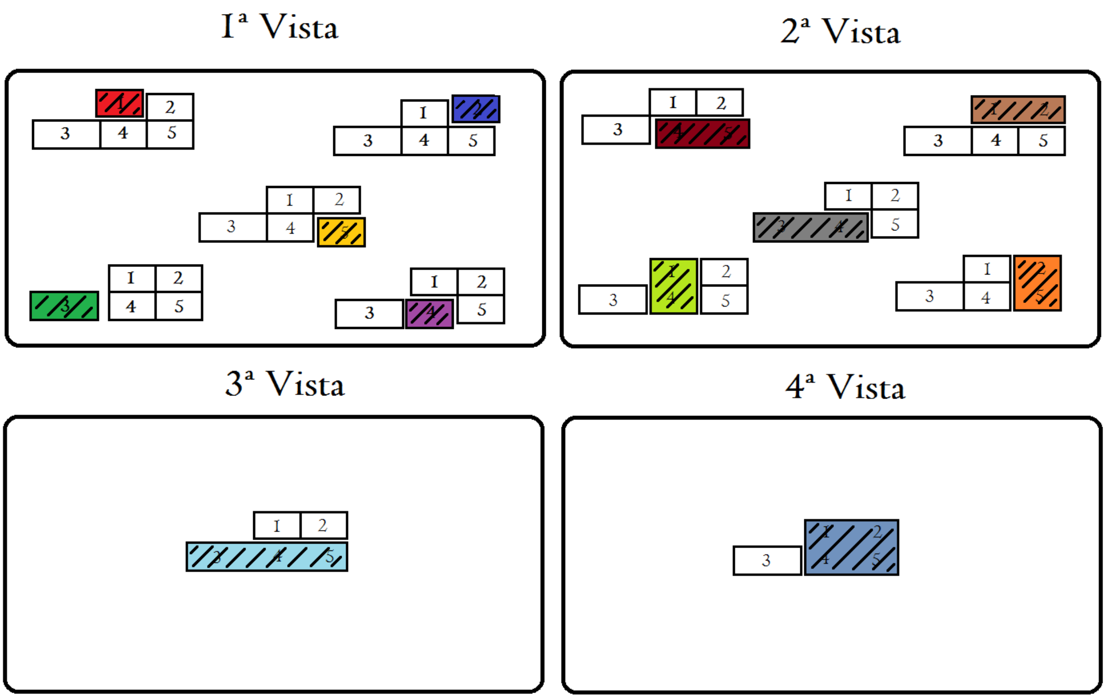
1ª vista → 1 - 2 - 3 - 4 - 5 Rectángulos

2ª vista → 1,2 - 4,5 - 1,4 - 2,5 - 3,4 Rectángulos

3ª vista → 3,4,5 Rectángulo

4ª vista → 1,2,4,5 Rectángulo

Si comparamos las dos estrategias escogidas y las combinamos, logramos observar con mayor exactitud la solución del problema.



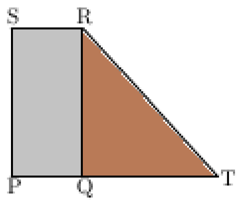
Del anterior proceso, podemos concluir que es indispensable no estigmatizar las capacidades mentales que posee un niño en su respectiva edad; lo esencial de todo esto es entender que es importante estimular la reflexión sobre sus propios procesos, sobre sus presaberes y lo que podrían llegar a saber, teniendo como agente principal la motivación, aunque su aporte no sea el mejor, despertando siempre en él, mucha confianza en sí mismo, para que poco a poco mejoren sus capacidades de crear y resolver problemas en el futuro.

En cierto momento, los niños no mostraban su mejor actitud, pero con la motivación necesaria lograron reconocer algunas estrategias que ayudaron a la solución del problema, despertaron gran motivación e interés por la solución de nuevos problemas.

Problema 2.

El siguiente problema se aplicó al grado quinto (5°) de ambos colegios.

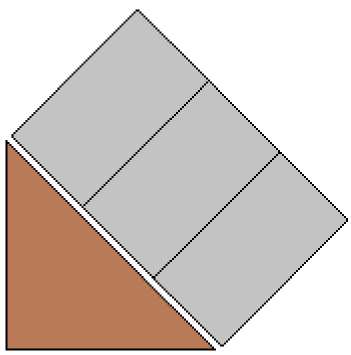
La figura PQRS es un rectángulo y tiene 600 cm. de perímetro. PQ es la mitad de QR: TR = 282 cm. y QT = QR: Â¿Cuál es el perímetro del triangulo QTR?



A. 740 cm
B. 620 cm
C. 682 cm
D. 700 cm

Soluciones o estrategias aportadas por los estudiantes:

Una de las estrategias propuestas por los estudiantes, fue tomar el rectángulo PQRS Y trasladarlo de tal manera que mostrara cuantas veces cabía el lado PQ en el lado TR y plantear con la ayuda de el profesor unas sencillas ecuaciones .



Dificultades que se presentaron en esta estrategia:

- Según lo propuesto por los estudiantes, el lado TR es tres veces el lado PQ, de lo cual con apoyo dedujeron la siguientes ecuaciones comparativas:

$$PQ = \frac{282}{3} \Rightarrow QR = 2\left(\frac{282}{3}\right)$$

Entonces ya encontrado el valor de QR procedieron a hallar el perímetro del triángulo QTR.

$$\begin{aligned} P = QT &= QR + QR + 282 \\ &= QR + QR + 282 \\ &= 2\left(\frac{282}{3}\right) + 2\left(\frac{282}{3}\right) + 282 \\ &= 2\,(94) + 2\,(94) + 282 \\ &= 188 + 188 + 282 \\ &= 658\ cm \end{aligned}$$

Esta actividad tubo las siguientes observaciones:

- En un principio los estudiantes creían que el problema era muy difícil de resolver.
- Preguntaron que si era acorde a su nivel de escolaridad.
- los estudiantes al ver que el resultado no se encontraba en las opciones de respuestas, seguían afirmando que no era un problema acorde a su edad y conocimientos obtenidos.

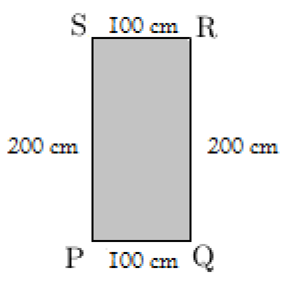
Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor.

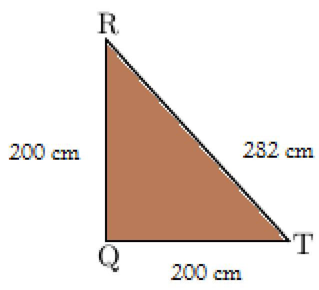
Nos encaminamos en la tarea de demostrar que el problema no era como lo señalaban y que sí se podía resolver. A medida que se realizaban algunas preguntas,se resaltaba su estrategia y tomaba como plan la misma opción, así fue como poco a poco se fue desarrollando de la mejor manera:
Los estudiantes decidieron repartir los 600 cm de perímetro del rectángulo en sus cuatro lados, tal que PQ fuese la mitad de QR:

$$600\ cm = 2QR = 400\ cm + 2PQ = 200\ cm$$

por lo tanto

$$600\ cm = 200\ cm + 200\ cm + 100\ cm + 100\ cm$$



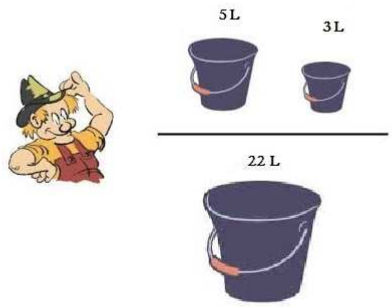


$$P_{\Delta} = 200\ cm + 200\ cm + 282\ cm$$
$$= 682\ cm$$

Se logró encontrar la solución del problema, de igual forma incentivar la participación de los jóvenes en el desarrollo de actividades, experiencias y proyectos que fomenten en los estudiantes el desarrollo de un pensamiento lógico matemático y con esto, dejar a un lado la idea del "no poder", así superar los temores, mitos y dificultades en el estudio de las matemáticas.

Problema 3.

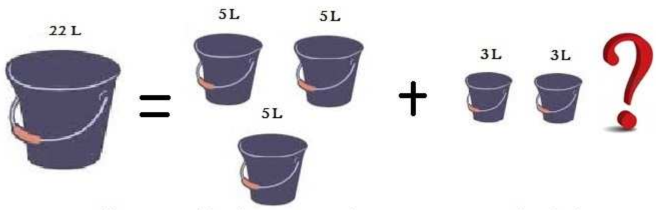
Un granjero debe llenar con agua un balde de 22 litros de capacidad máxima, utilizando dos baldes con capacidad máxima de 3 y 5 litros. Muestra tres opciones distintas como solucionaría el granjero este problema.



Soluciones o estrategias aportadas por los estudiantes:

El plan más usado por los estudiantes fue la manipulación de las vasijas pequeñas, de tal manera que se plantearan combinaciones, sumas, restas y multiplicaciones.

Una de las soluciones.



Operaron diversas combinaciones pero no lograron encontrar más soluciones.

Dificultades que se presentaron en esta estrategia:

- Revisaban minuciosamente los múltiplos de cada uno y realizaban muchos cálculos, agrupaciones y combinaciones sin solucionar en totalidad el problema.

Esta actividad tuvo las siguientes observaciones:

- Se observo que los estudiantes no leen los problemas detenidamente.
- No hacen el respectivo análisis de la información allí estipulada.
- No miran otras estrategia, se enfrascaron en una que no les permitió cumplir con el objetivo.
- No realizaron apuntes, escritos donde pudieran observar mejor los resultados.
- los cálculos los realizaron mentalmente.

Los estudiantes perdían el interés, cada vez que los cálculos no resultaban.

Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor.

Luego de observar las dificultades de los estudiantes, se acordó la siguiente estrategia:

El maestro preguntó ¿cómo podemos descomponer a 5 en una suma? Los estudiantes muy seguros contestaron que $3+2$. Luego sugirió hacer una tabla donde se observara de otra forma los resultados que se obtenían al utilizar una cantidad de veces los baldes pequeños.

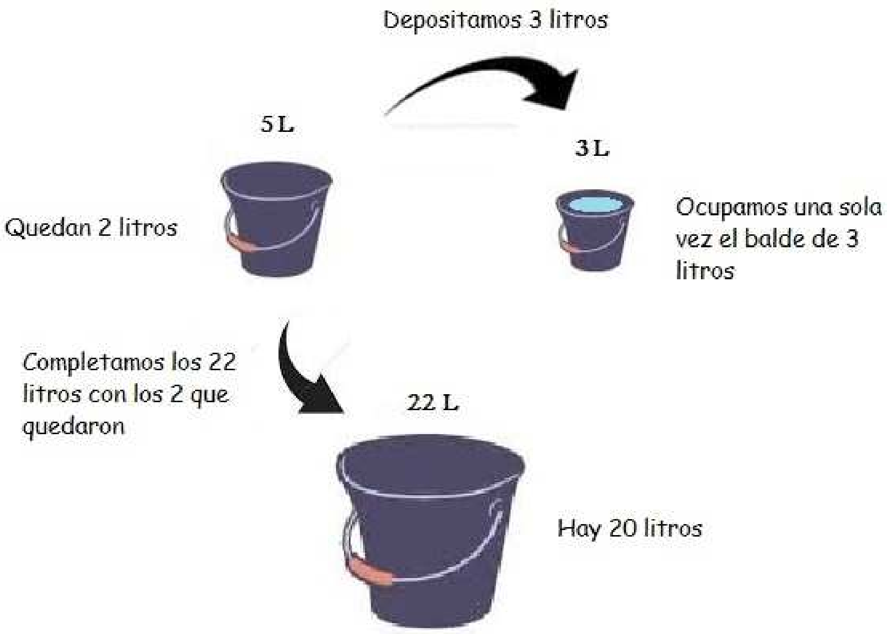
Balde de 5 litros	
Número de veces usado	Resultado
1	5
2	10
3	15
4	20

Balde de 3 litros	
Número de veces usado	Resultado
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18
7	21

$10 + 12 = 22$

Se utilizo dos veces el balde de 5 litros de capacidad y cuatro veces el de 3 litros de capasidad.

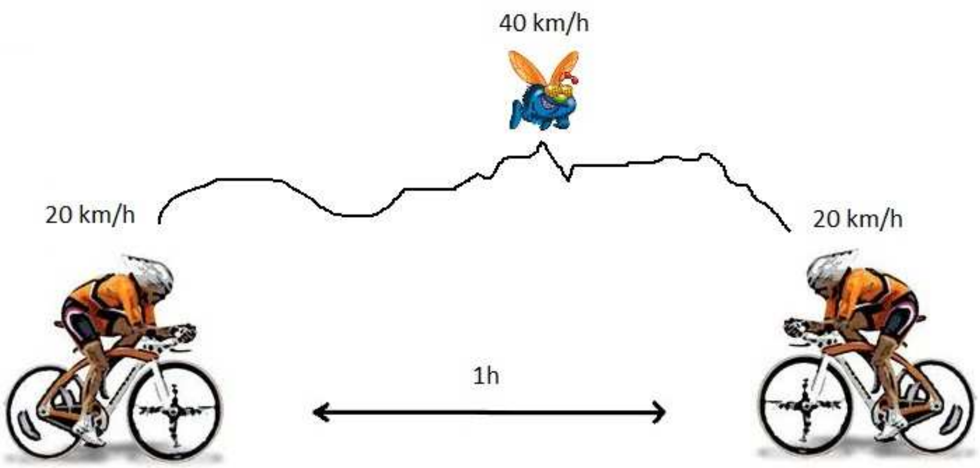
Con la ayuda de las tablas, el maestro de nuevo preguntó ¿Se pueden encontrar más resultados?, los estudiantes no muy entusiasmados contestaron que no. De nuevo el maestro sugirió utilizar cinco veces el balde de 5 litros, tal que, con una de esas cinco veces aplicasen la descomposición del número 5 en suma y así visualizar otras formas de llenar el balde más grande.



Con este proceso podemos concluir que se puede impulsar la matemática reflexiva en la educación y promover la creación de un ambiente de trabajo cooperativo entre los estudiantes.

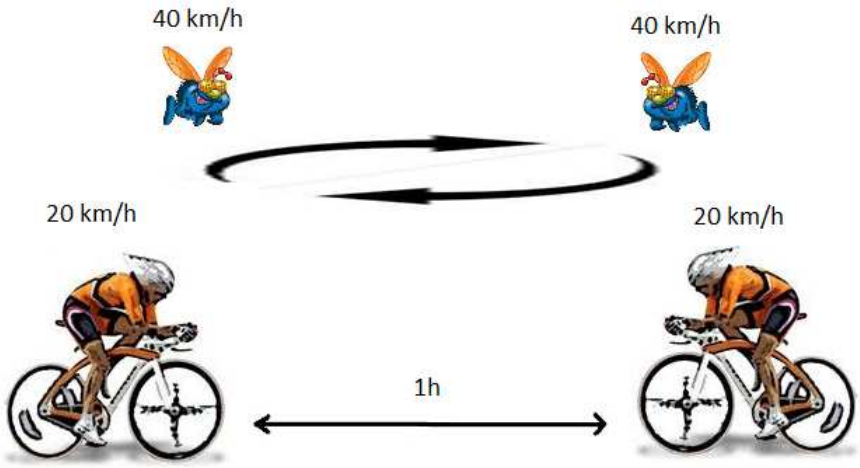
Problema 4.

Dos ciclistas situados en localidades diferentes circulan uno en busca del otro a una velocidad de 20 km/h. Cuando les queda una hora para encontrarse, una mosca que vuela a 40 km/h parte del primer ciclista en busca del segundo, cuando lo alcanza da media vuelta en busca del primero y así sucesivamente hasta que los ciclistas se encuentran. ¿Qué distancia recorre en total la mosca?



Soluciones o estrategias aportadas por los estudiantes:

El gran malentendido de este problema fue pensar que nos piden determinar cuál es la trayectoria que ha seguido la mosca.



Dificultades que se presentaron en esta estrategia:

- Lectura muy apresurada y de poca comprención.
- Pensar en qué momento llega por primera vez al segundo ciclista y da la vuelta.
- Pensar cuándo alcanza de nuevo al primero, y, así sucesivamente, hasta que ambos ciclistas se encuentran.

Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor:

El profesor insinúa que no está fuera de la realidad, por lo tanto acuerdan que lo único que piden es qué distancia ha recorrido en total y, dado que conocemos su velocidad, basta calcular cuál ha sido la duración de su vuelo. Como nos dicen que la mosca empieza a volar una hora antes de que se encuentren los ciclistas, esa es la duración del vuelo y por tanto recorrerá 40 km.

Podemos concluir que, una lectura pausada, con buena interpretación, corresponde a un 50 % de la solución de los problemas, es necesario leer bien para entender la información y plantear un plan de solución.

Los siguientes problemas son parte del conjunto de problemas trabajados con los estudiantes de 3° y 5°.

Problema 5.

Se vende un vino en vasos pequeños y grandes. Según una invariable combinación, un vaso grande lleno vale 6 vasos pequeños vacíos; dos vasos grandes vacíos valen uno pequeño lleno. Procuro ahora saber cuántos vasos pequeños vacíos puedo cambiar por la cantidad de vino contenida en dos vasos grandes.

Mejor estrategia escogida:

"2 vasos grandes llenos valen 12 pequeños vacíos". Por otra parte, si 2 grandes vacíos valen 1 pequeño lleno, y 3 pequeños vacíos valen también 1 pequeño lleno, está claro que 2 grandes vacíos valdrán 3 pequeños vacíos. Es preciso ahora, para mayor claridad, recordar de memoria los dos resultados ya obtenidos:

2 vasos grandes llenos valen 12 pequeños vacíos
2 vasos grandes vacíos valen 3 pequeños vacíos

De aquí sacamos la conclusión que la diferencia de los valores entre 2 grandes llenos y 2 grandes vacóos es igual a 9 pequeños vacíos. Esa diferencia se debe precisamente, a la cantidad de vino contenida en dos vasos grandes. Conclusión: La cantidad de vino contenida en dos vasos grandes puede ser permutada por 9 vasos pequeños vacíos.

Problema 6.

Pensé que mi despertador se estaba volviendo loco. Primero marcó las 9 menos 5 y un minuto después las 9 menos 4. Dos minutos después marcó otra vez las 9 menos 4 y un minuto después de nuevo las 9 menos 5. Hasta que a las 9 en punto descubrí qué le pasaba. ¿Qué le pasaba?

Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor:

En primer lugar, si la persona propietaria del reloj está al tanto del tiempo que transcurre, es que tiene otra referencia que le da el tiempo con exactitud (un reloj de pulsera, un reloj de un edificio del exterior...). Por otro lado, evidentemente, algo le ocurre a ese despertador, si bien aparentemente su locura no es continua, sólo ocurre en ciertos minutos concretos...

La solución a este problema quizás requiere de una "idea genial", de un golpe de inspiración, aunque hay pistas que señalan en su dirección (era un despertador, los fallos se producen sólo en algunos minutos...). ¡Es un reloj digital! Un reloj que funciona "casi" perfectamente. Si estudiamos la siguiente tabla, podremos comprobar dónde está el fallo:

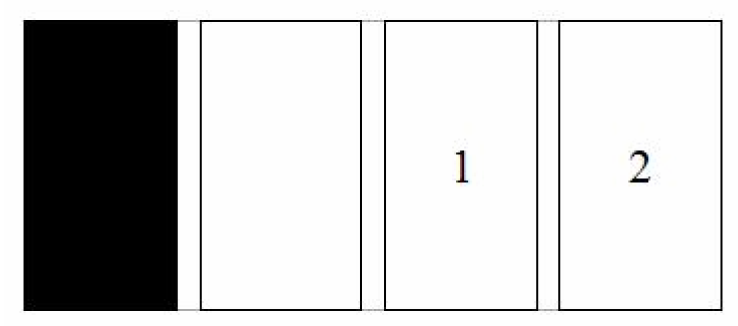
Hora real	Hora que aparece
08:55	08:55
08:56	08:56
08:58	08:56
08:59	08:55

Efectivamente, sólo fallaba la pequeña rayita superior de la derecha pero eso hacía que algunas horas (las dos últimas) parecieran cambiadas.

Por supuesto, la trampa está en no mencionar las 8:57 (digamos que salió de la habitación en ese momento) ya que a esa hora la avería se manifestaría sin lugar a la confusión... ¿Y puede ocurrir que se averíe sólo una rayita? Bueno, eso lo dejamos en el aire para que se entretengan los hiperrealistas y cuadriculados...

Problema 7.

Hemos colocado cuatro cartas sobre la mesa. En cada una hay escrita un 1 ó un 2 y el reverso es de color blanco o negro ¿Cuóntas cartas y cuáles de ellas debemos dar la vuelta para averiguar si cada carta negra tiene un 2 al otro lado?



Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor:

La clave de este problema es analizar qué relaciones entre anverso y reverso nos preocupan y cuáles no. Como queremos averiguar si cada carta negra tiene un 2 al otro lado, sólo deben preocuparnos aquellas cartas que pueden poner en peligro esa afirmación.

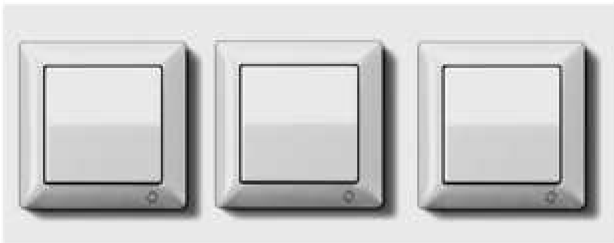
¿Cuáles son pues, las cartas "inofensivas"?: por supuesto la segunda, que tiene el reverso de color blanco, pues no nos importa en absoluto lo que suceda con las cartas blancas. Y la segunda, quizá de forma más inesperada, es la que tiene un 2. ¿Por qué, si contiene uno de los elementos de la relación que nos piden, no nos importa esa carta?

Estudiemos sus posibilidades: si tuviera el reverso negro, no haría más que reafirmar nuestra hipótesis. Ya, pero, ¿y si tuviera el reverso blanco? Tampoco pasaría nada, ya que lo que queremos confirmar es si cada carta negra tiene un 2 al otro lado y eso no excluye la posibilidad de que una carta blanca también lo tenga. Es como el ejemplo clásico que nos ponían siempre en clase de Lógica: Si llueve se mojan las calles, pero si la calle está mojada, no significa que haya llovido, puede haberse mojado por otras causas. Puede ser que ese vecino que todos tenemos haya regado a deshoras...

Nos quedan, por tanto, sólo dos cartas. ¿Será necesario dar la vuelta a ambas? La respuesta es sí. Habrá que dar la vuelta a la negra, ya que, si tuviera un 1, echaba por tierra nuestra hipótesis. Y habrá que levantar la del 1 ya que si su reverso fuera negro tampoco podríamos dar la afirmación por buena. Por tanto habrá que levantar la que tiene un 1 y la que tiene el reverso negro.

Problema 8.

Nos encontramos al otro lado de la puerta de una habitación herméticamente cerrada. Junto a la puerta hay tres interruptores: dos están inutilizados mientras que el tercero enciende la única luz de la habitación. Tenemos que averiguar cuál es abriendo solamente una vez la puerta y teniendo en cuenta que, una vez abierta, no podemos tocar los interruptores.



Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor:

Lógicamente, la dificultad de este problema es que nos encontramos con que debemos decidir entre tres interruptores cuando en principio sólo hay dos posibles estados de la bombilla: encendido y apagado. Así pues, nuestros esfuerzos parece que deben centrarse en determinar un tercer estado.

La clave es que no tenemos ninguna limitación en relación a las maniobras que podemos hacer con los interruptores antes de abrir la puerta. En concreto, no tenemos limitación de tiempo. Y es el tiempo el que nos va a permitir ese estado extra, ya que si encendemos una bombilla, la dejamos un tiempo suficiente para que se caliente y después la apagamos, en ese momento estará apagada pero caliente.

Y con este razonamiento ya hemos "pasado el puente". Ya sólo queda numerar los interruptores y concretar cuál será la secuencia de movimientos que haremos antes de abrir la puerta: encenderemos el primer interruptor, dejaremos que pase el tiempo suficiente para que la bombilla se caliente, lo apagaremos y encenderemos el segundo. Y ya sólo queda relacionar cada estado con el interruptor correspondiente.

Estado de la bombilla	Interruptor pulsado
Encendida	2
Apagada y caliente	1
Apagada y fría	3

Una aclaración: algunas versiones de este problema utilizan cuatro interruptores, para lo cuál distinguen entre los estados "Encendida y fría" (recién encendida, vaya) y "Encendida y caliente" (encendida hace ya rato), si bien para ello hay que entrar en el peligroso terreno de la percepción y tratar de determinar no sólo cuánto tiempo necesita una bombilla para estar caliente sino, lo que es más importante, si todos tendríamos la misma percepción de esa cantidad de calor.

Problema 9.

Dos viejos amigos, antiguos compañeros en la Facultad de Matemáticas, se encuentran después de muchos años. Esta es parte de su conversación:

- Pues sí, tengo tres hijas

- ¿Sí? ¿Y qué edad tienen ahora?

- Pues mira, el producto de sus tres edades es 36

- Bueno, ya sabes que hay un montón de posibilidades.

Dame alguna otra pista.

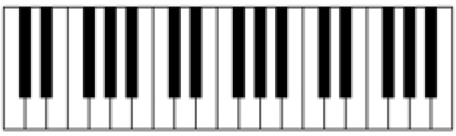
- ¡Hombre, casualmente la suma de sus edades coincide con el número de ese portal!

- Hum, aún así me falta un dato

- Vale, te diré que la mayor toca el piano...

- ¡Ah, entonces ya lo se!

¿Cuáles eran las edades de las tres hijas?



Estrategia escogida en común acuerdo entre estudiantes y profesor:

Su resolución es de una lógica perfecta. Cuando planteamos este problema no saben cómo empezar, les animo a que, al menos, estudien cuántas combinaciones diferentes de edades hay, es decir, cuántos conjuntos de tres números cuyo producto sea 36. No con mucha dificultad se llegó a esta lista de posibilidades

Las que empiezan por 1:

1 x 1 x 36
1 x 2 x 18
1 x 3 x 12
1 x 4 x 9
1 x 6 x 6

Por supuesto que las dos primeras son un poco excéntricas, pero válidas.

Veamos las que empiezan por 2:

2 x 3 x 6
2 x 2 x 9

Y finalmente

3 x 3 x 4

Es decir, hay 8 posibilidades, por lo que es lógico que el segundo matemático dude... Ahora bien, y este va a ser nuestro ”paso del puente”, si su amigo le indica que la suma de las tres edades coincide con la suma de un portal que ambos están viendo, ¿por qué él todavía tiene dudas?

De nuevo aquí animo a mis interlocutores a que hagan cuentas, es decir, que calculen la suma de cada una de las combinaciones:

Combinación	Suma
1 x 1 x 36	38
1 x 2 x 18	21
1 x 3 x 12	16
1 x 4 x 9	14
1 x 6 x 6	**13**
2 x 3 x 6	11
2 x 2 x 9	**13**
3 x 3 x 4	10

Efectivamente, sólo hay una suma que se repite, 13, en dos ocasiones, por lo que si el portal hubiera sido cualquiera de los otros números resultados de la suma el segundo matemático no hubiera tenido ninguna duda de cuáles eran las edades y, puesto que las tenía, es que el portal era el 13.

¿Y el piano? ¿Cuál es su papel en esta historia? Dado que las posibles combinaciones eran 9 x 2 x 2 y 6 x 6 x 1 (las dos que suman 13), al decirnos que la mayor toca el piano, tiene que referirse a 9 x 2 x 2 ya que así sólo hay una hija que es la mayor (en la otra hay dos gemelas, de 6 años cada una, que son las mayores y tendría que haber dicho si acaso ”una de las mayores toca el piano”).

Por tanto las tres edades son 9, 2 y 2.

Es este un problema bastante popular. Por supuesto el dato del piano es muy pintoresco y suele centrar una gran parte de las preguntas que se formulan al plantearlo (reconozco, para seguro escándalo de los hiperrealistas, que últimamente hasta me invento cuál es el número de teclas que tiene un piano, ya que es una pregunta que no suele faltar).

Hay otras versiones que otorgan a la hermana mayor otra habilidad o característica distinta a la de tocar el piano. También suele aparecer el nombre de Einstein relacionado con el problema, bien como supuesto inventor del acertijo bien como protagonista del enunciado (como uno de los matemáticos que se encuentran). La versión más creíble, en mi opinión, es otra que explica que unos alumnos plantearon a Einstein el acertijo y a él le gustó.

3.1. Principales dificultades observadas

- Los niños no estaban habituados a la lectura.
- Para los niños lo principal de una clase de matemáticas era el algoritmo.
- Los conceptos en matemáticas poco los tenían en cuenta.
- Las definiciones para los estudiantes no eran importantes.
- Los textos usados no se encuentran "contextualizados" a la región.
- La mayoría de los docentes tienen mucho tiempo sin actualizarse.

3.2. Logros

Con este trabajo se alcanzaron los siguientes logros:

1. Se logró más interés en las definiciones y el significado de estas.
2. Se logró estimular el uso de estrategias cognitivas para la solución de problemas.
3. Se entendió y se aprendió que el conocimiento se construye, que el estudiante es una persona única y que pertenece a un contexto y a un grupo social que influye en él.
4. Conocimiento y afianzamiento del proceso que plantea Pólya para la solución de un ploblema matemático.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES

Después de realizar un estudio del proceso que lleva a cabo un estudiante ante la solución de un problema matemático, se concluye que es indispensable que se les oriente mas no se les enseñe; en otras palabras, a los estudiantes se les debe alejar del formulismo a la hora de aprender matemáticas e inducirlos más bien en el entendimiento de las definiciones que estos problemas conlleven, hay que entender su ritmo de aprendizaje y crear un plan de estudio que le permita adecuarse y desarrollar poco a poco su capacidad, para así dejar a un lado la enseñanza y el razonar de manera limitada.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Enfoques. El fenómeno de la olimpíada matemática. Luis Santaló y Patricia Fauring. Editorial Troquel Educación. Año 1994.

[2] Didáctica de Matemáticas. Aprender (por medio de) la resolución de problemas. Roland Charnay. Editorial Paidós Educador Año 1994.

[3] Enseñar Matemática en Nivel Inicial y Primer ciclo de la EGB. Discusiones en las clases de matemática. Qué, para qué y cómo se discute. Conclusiones. María Emilia Quaranta y Susana Wolman. Editorial Paidós Educador Año 2003.

[4] Recomendaciones metodológicas para la enseñanza. ¿Por qué la dificultad en la resolución de problemas?. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Año 1997.

[5] Matemática … ¿Estás ahí? Episodio 2. Enseñar a Pensar. Adrián Paenza. Siglo XXI Editores Argentina S. A. 2006.

[6] Artigue, M. (1990) Épistémologie et didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10 (2.3), 241?286.

[7] Bishop, A. (1988) Mathematical enculturation. Dordrecht: Kluwer Academic.

[8] Blaire, E. (1981) Philosophy of Mathematics Education. Unpublished doctoral dissertation, Institute of Education, University of London.

[9] Brousseau, G. (1983) Les obstacles epistémologiques et les problèmes en mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4 (2).

[10] Chevallard, Y. (1991) La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

[11] Confrey, J. (1990) What constructivism implies for the teaching. In R. B. Davis, C. A. Maher y N. Noddings (Eds.): Constructivist view on the teaching and learning of mathematics. Journal for research in Mathematics Education monograph, 4, 107?122.

[12] Godino, J. D. y Llinares, S. (2000) El interaccionismo simbólico en educación matemática. Educación Matemática, 12 (1), 70?92.

[13] Lenin, V. I. (1909/1990) Materialismo y empiriocriticismo. La Habana: Pueblo y Educación.

[14] Stewart, I. (2004) De aquí al infinito. Las matemáticas de hoy. Barcelona: Crítica.

[15] Cantoral, R. et al. (2000) Desarrollo del pensamiento matemático. México: Trillas.

[16] Dreyfus, T. (1990) Advanced mathematical thinking. In A. Hownson y J. Kahane (Eds.) Mathematics and cognition. A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 113?134). Cambridge: Cambridge University Press.

[17] Hugh, M. (1987) Psicoanálisis. Barcelona: Labor.

[18] Greca, I. M. y Moreira, M. A. (2000) Mental models, conceptual models, and modelling. International Journal of Science Education, 22 (1), 1?11.

[19] Hiebert, J. y Wearne, D. (1985) A model of student´s decimal computationn procedures. Cognition and instruction, 2, 175?205.

[20] George Polya (1989) Como plantear y resolver problemas

[21] Aprender de Finlandia (La apuesta por un profesorado investigador, Ritva Jakku - Sihvonen y Hannele Niemi. Editorial mesa redonda.