Neiva, Huila, Julio del 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

Mauricio Ducuara Gómez, con C.C. No. 1075284659,

Joan Steven Quiza Perdomo, con C.C. No. 1075275331,

autor(es) del trabajo de grado titulado, Enseñanza y Aprendizaje de Semejanza de Triángulos y Objetos Tridimensionales, mediante el uso del Software Dinámico Geogebra: Una experiencia con estudiantes de grado noveno de la educación básica colombiana, presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de Licenciado en Matemáticas;

Autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores” , los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: Joan Steven Quiza P.

EL AUTOR/ESTUDIANTE:

Firma: C.C. 1075'284'659

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: Enseñanza y aprendizaje de semejanza de triángulos y objetos tridimensionales mediante el uso del software dinámico geogebra: Una experiencia con estudiantes de grado noveno de la educación básica colombiana.

AUTOR O AUTORES:

Primero y Segundo Apellido	**Primero y Segundo Nombre**
DUCUARA GÓMEZ	MAURICIO
QUIZA PERDOMO	JOAN STEVEN

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
ALVIS PUENTES	JHONNY FERNANDO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
MURCIA CABALLERO	FABIAN ANDRES

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: LICENCIADO EN MATEMATICAS

FACULTAD: EDUCACIÓN

PROGRAMA O POSGRADO: LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

CIUDAD: NEIVA **AÑO DE PRESENTACIÓN:** 2017 **NÚMERO DE PÁGINAS: 84**

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una **X**)**:**

Diagramas___ Fotografías X Grabaciones en discos___ Ilustraciones en general X Grabados___ Láminas___ Litografías___ Mapas___ Música impresa___ Planos___ Retratos___ Sin ilustraciones___ Tablas o Cuadros X

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento: Adobe reader

MATERIAL ANEXO: Guía elaborada y cuestionario.

PREMIO O DISTINCIÓN *(En caso de ser LAUREADAS o Meritoria)*: NO

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

Español	Inglés
1. Aprendizaje	Learning
2. Semejanza de triángulos	Similarity of triangles
3. Orquestación Instrumental	Instrumental orchestration
4. Objetos tridimensionales	Three-dimensional objects
5. Geometria Dinamica	Dynamic geometry
6. Artefacto	Artifact

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Este trabajo muestra el diseño, la aplicación y análisis de una guía, la cual contiene cuatro actividades en las cuales los estudiantes interactúan con el Software Dinámico GeoGebra; cuyo objetivo es verificar si los estudiantes reconocen o construyen propiedades (criterios) de semejanza entre triángulos y entre objetos tridimensionales. También se muestra los resultados de la implementación de un cuestionario final que contiene 10 preguntas abiertas y cerradas, en el cual se evidencia la viabilidad de este trabajo de grado.

Esta guía, junto con el cuestionario final, son aplicados y desarrollados por 5 estudiantes de grado noveno de la Educación Básica Colombiana que se ofrecieron a realizar las actividades propuestas, mostrando así, que se obtienen mejores resultados utilizando esta estrategia pedagógica en la parte tanto conceptual como actitudinal y participativa de los estudiantes. Por tanto, se observa que las TIC´s en el aula de clase ayudan a facilitar y a mejorar el aprendizaje de las matemáticas y por ende de la geometría.

Para ello, se toma como referente teórico algunos elementos de la Orquestación Instrumental para resaltar que el aplicativo Geogebra conlleva al estudiante a través de la interacción con el medio a que se tenga un aprendizaje significativo. En cuanto a la parte metodológica se tiene en cuenta un Estudio de Caso de tipo cualitativo, con el fin de analizar la integración de la tecnología en el aula de clase y observar la relación y desempeño de los estudiantes al momento de interactuar con el sistema dinámico.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

This work shows the design, application and analysis of a guide, which contains four activities in which students interact with GeoGebra Dynamic Software; Whose objective is to verify if the students recognize or construct properties (criteria) of similarity between triangles and between three-dimensional objects. It also shows the results of the implementation of a final questionnaire containing 10 open and closed questions, in which the feasibility of this degree work is evidenced.

This guide, along with the final questionnaire, is applied and developed by 5 students of ninth grade of the Basic Education in Colombia who offered to carry out the proposed activities, thus showing that better results are obtained using this pedagogical strategy in both the conceptual and attitudinal and participatory part of the students. Therefore, it is observed that the ICTs in the classroom help to facilitate and improve the learning of mathematics and therefore of geometry.

For this, it takes as theoretical reference some elements of the Orchestration Instrumental to highlight that the Geogebra application brings the student to through interaction with the medium to have meaningful learning. As regards the methodological part, a Case Study of type
Qualitative study, in order to analyze the integration of technology in the classroom
And to observe the relation and performance of the students when interacting
With the dynamic system.

APROBACION DE LA TESIS

Nombre Presidente Jurado: Fabian Andres Murcia Caballero

Firma:

Nombre Jurado: Jhonny Fernando Alvis Puentes

Firma: Jhonny Fernando Alvis P

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en Matemáticas

Enseñanza y aprendizaje de semejanza de triángulos y objetos tridimensionales mediante el uso del software dinámico GeoGebra: una experiencia con estudiantes del grado noveno de la Educación Básica colombiana

Mauricio Ducuara Gómez
Joan Steven Quiza Perdomo

Neiva, Huila
2017

Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en Matemáticas

Enseñanza y aprendizaje de semejanza de triángulos y objetos tridimensionales mediante el uso del software dinámico GeoGebra: una experiencia con estudiantes del grado noveno de la Educación Básica colombiana

Trabajo presentado como requisito de grado
para optar al Título de Licenciados en Matemáticas

Mauricio Ducuara Gómez
20122112118
Joan Steven Quiza Perdomo
20122113547

Asesor:
Mg. Fabián Andrés Murcia Caballero

Neiva, Huila
2017

Nota de Aceptación

Jefe de Programa

Asesor

Segundo Lector

Neiva, Junio de 2017

Índice general

DEDICATORIA

Dedicado a
A Dios, por su compañía y por brindarnos salud para afrontar cada momento...
A nuestros padres, por todo su apoyo y colaboración en los momentos más difíciles...
A nuestros hermanos y sobrinos (as), quienes son la motivación y alegría cada día...
A nuestras compañeras sentimentales, por brindarnos su compañía, apoyo y amor, para afrontar cada momento de la vida...
A nuestro Asesor y Evaluador del proyecto de Grado, por brindarnos la oportunidad de llevar a cabo este trabajo y por el tiempo dedicado a realizar las correcciones necesarias...

AGRADECIMIENTOS

En primera lugar, damos gracias a Dios por brindarnos salud y fortaleza para afrontar los momentos más difíciles de nuestra vida, y por permitirnos culminar este trabajo de grado pese a las circunstancias que se presentaron en el transcurso de su implementación. También estamos muy agradecidos con nuestros padres y familiares, que siempre estuvieron presentes en todas la decisiones que se tomaron para llevar a cabo este trabajo, y sin ellos no hubiéramos podido culminar nuestra carrera universitaria.

Por otro lado, le damos reconocimiento a nuestro Asesor del Trabajo de Grado, al Magister Fabian Andres Murcia Caballero, por su voluntad, paciencia y compromiso en el desarrollo que se llevó a cabo en este trabajo. Así como también, agradecemos al Magister Jhonny Fernando Alvis Puentes que muy amablemente se tomó el tiempo necesario para revisar y evaluar este Trabajo de grado, y en general a todos los profesores que hicieron parte en nuestra formación como docentes, brindandonos sabiduria y conocimiento para ser mejores personas cada día.

Para finalizar, agradecerle inmensamente a los cinco estudiantes que forman parte de este proceso educativo, por brindarnos su apoyo y el tiempo requerido para el desarrollo de las actividades propuestas en la Guía, al igual que a la Universidad Surcolombiana “USCO”por ofrecernos un lugar adecuado y permitir llevar a cabo este trabajo en la sala trip.

RESUMEN

Este trabajo muestra el diseño, la aplicación y análisis de una guía, la cual contiene cuatro actividades en las cuales los estudiantes realizan unas modificaciones especificas en el Software Dinámico GeoGebra; cuyo objetivo es verificar si los estudiantes reconocen o construyen propiedades(criterios) de semejanza entre triángulos y entre objetos tridimensionales, a partir de la interacción con aplicativos diseñados para esta actividad. Así como también, la implementación de un cuestionario final que contiene 10 preguntas abiertas y cerradas, en el cual se evidencia la viabilidad de este trabajo de grado.

Esta guía, junto con el cuestionario final, son aplicados y desarrollados por 5 estudiantes de grado noveno de la Educación Básica Colombiana que se ofrecieron a colaborar y realizar las actividades propuestas, mostrando así, que se obtienen mejores resultados utilizando esta estrategia pedagógica en la parte tanto conceptual como actitudinal y participativa de los estudiantes. Por tanto, se observa que las TIC´s en el aula de clase ayudan a facilitar y a mejorar el aprendizaje de las matemáticas y por ende de la geometría.

Para ello, se toma como referente teórico algunos elementos de la Orquestación Instrumental para resaltar que el aplicativo Geogebra conlleva al estudiante a través de la interacción con el medio a que se tenga un aprendizaje significativo. En cuanto a la parte metodológica se tiene en cuenta un Estudio de Caso de tipo cualitativo, con el fin de analizar la integración de la tecnología en el aula de clase y observar la relación y desempeño de los estudiantes al momento de interactuar con el sistema dinámico.

Palabras clave: Semejanza de triángulos, objetos tridimensionales, Orquestación Instrumental, Artefacto, Ambientes de Geometría Dinámica, Geogebra.

PRESENTACIÓN

En el presente Trabajo de Grado "Enseñanza y Aprendizaje de Semejanza de Triángulos y de objetos tridimensionales mediante el uso del Software Dinámico GeoGebra" una experiencia con estudiantes del grado noveno de la Educación Básica Colombiana; a parte de ser una propuesta educativa, es una estrategia que pretende afianzar los conocimientos en geometría y fortalecer las dificultades que se presenten, pretendiendo así, lograr el manejo adecuado de los criterios de semejanza de triángulos.

Este trabajo se desarrolla con 5 estudiantes, en donde se hace una recopilación de los resultados obtenidos, con el fin de hacer un análisis sobre su viabilidad. Para ello, se tiene en cuenta la interacción de los estudiantes con el medio diseñado en GeoGebra, de tal manera que a partir de las actividades propuestas, el estudiante pueda identificar propiedades de los triángulos, conjeturar y llegar a formular algunos criterios de semejanza.

Además, se hace uso de la Orquestación Instrumental, la cual permite identificar el trabajo que el profesor realiza dentro de las actividades propuestas, el razonamiento y las conclusiones a las que pueden llegar los estudiantes; así como también, la organización del tiempo de las actividades a implementar. Por último, la metodología que se toma como referencia para el trabajo, es el Estudio de Caso de tipo cualitativo, el cual permite hacer un análisis de tipo didáctico, cognitivo y curricular a la noción matemática, por eso es muy importante resaltar la interacción entre estudiante-aplicativo-objeto y la gestión que realice el profesor para que el estudiante llegue a la construcción de un conocimiento matemático.

Luego, se presenta el contenido que se tiene en cuenta a lo largo del trabajo, en el cual se encuentran todos los aspectos que se consideran para su desarrollo.

En el primer capítulo presentamos la formulación y descripción del problema, en el cual se aborda la pregunta central del trabajo, se justifica la necesidad de crear nuevas estrategias para la enseñanza de semejanza de triángulos, las cuales pueden ser correctas o incorrectas según lo propuesto en cada situación, y se menciona también, el propósito del trabajo teniendo en cuenta la interacción entre saber-estudiante-profesor.

En el segundo capítulo, como marco general se considera la fundamentación matemática que determina el concepto de semejanza de triángulos, que para este caso es diseñada en GeoGebra y para el análisis de su gestión se toman elementos de la orquestación instrumental. Finalmente se presentan aspectos curriculares que se encuentran ligados a la propuesta de estudio de la semejanza de triángulos.

En el tercer capítulo se fundamenta el estudio de caso en la metodología propuesta para el trabajo, observando primordialmente la relación y desempeño que los estudiantes presenten al momento de interactuar con el sistema dinámico. Además, se realiza la adaptación de una Guía en la que se describe cada una de las situaciones o actividades que deben ir desarrollando los estudiantes, y se realiza una descripción de las posibles respuestas que se pueden encontrar en cada pregunta.

En el cuarto capítulo, se realiza el análisis de los resultados de la experimentación y se compara con la descripción que se le asigno a cada pregunta presentada en el capítulo anterior.

Finalmente, se presentan las conclusiones, recomendaciones, referentes investigativos y anexos del trabajo realizado.

Capítulo 1

Formulación y Descripción del Problema

En los Estándares Básicos de competencia en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional(MEN, 2006), se planteó que se debe aprovechar la variedad y eficacia de los recursos didácticos como los ambientes informáticos, pues estos perfectamente ayudan a integrar diferentes representaciones para el tratamiento de conocimientos matemáticos y proporcionan a los estudiantes procesos de razonamientos geométricos. Por otro lado, teniendo en cuenta la perspectiva curricular vigente en Colombia, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN,1998), buscan en este trabajo integrar el pensamiento geométrico con el pensamiento variacional, pues tiene como propósito construir distintos caminos o acercamientos significativos en torno a la comprensión de razones y proporciones, identificando lo que cambia y lo que permanece constante, lo cual es fundamental para comprender el concepto de semejanza de triángulos.

Actualmente no se tiene muy en cuenta dentro del currículo escolar algunos contenidos importantes dentro del desarrollo de la semejanza de triángulos; generalmente se estudian los criterios, omitiendo el concepto de variación, el cual es muy importante en distintos temas de la matemática tanto a nivel de la educación secundaria como superior. Por ello se encuentran falencias en los estudiantes, debido a que confunden el concepto de semejanza con el de congruencia. Gualdrón y Gutiérrez(2006) afirman que: “para abordar el concepto de semejanza los estudiantes utilizan diferentes estrategias, las cuales pueden ser correctas o incorrectas según lo propuesto en cada situación”.

A partir de lo anterior, se plantean dos preguntas que fundamentan este trabajo de Grado, la primera esta encaminada al objetivo general ¿Reconocen o Construyen propiedades de Semejanza de Triángulos y Objetos Tridimensionales a partir de la interacción con el Software Dinámico GeoGebra orientado por el desarrollo de una Guía? y la segunda hace referencia a la Orquestación Instrumental ¿Qué efecto tiene la incorporación del Software Dinámico GeoGebra en el aprendizaje de las propiedades de Semejanza de Triángulos y Objetos Tridimensionales con estudiantes de grado noveno de la Educacion Básica Colombiana?. En relacion con esto, la cualidad del software GeoGebra en la aplicación de la geometría dinámica, podría facilitar o contribuir a la comprensión de la semejanza de triángulos; pues por medio del desarrollo de actividades prácticas, los estudiantes develarían propiedades y relaciones propias de las figuras semejantes.

Es por esta razón que, el trabajo de grado parte de la importancia de involucrar GeoGebra en el aula de clases, pues es una herramienta didáctica para la enseñanza de distintos conceptos matemáticos en estos ambientes educativos de aprendizajes , debido a que estos recursos permiten que los estudiantes día a día estén más familiarizados con las TIC´s. De igual forma, es necesario contribuir con trabajos que ayuden a cambiar la enseñanza de los Docente en la geometría, pues como señala Pabón (2006): "todavía existe el escepticismo por parte de estos a la hora de abordar situaciones de aprendizaje que integren ambientes de aprendizaje informático".

Por último, es importante resaltar que este trabajo de grado fundamentalmente se basa en lo relacionado con la semejanza de triángulos; partiendo de los conceptos generales y el análisis de sus criterios, elaborando una guía compuesta por una secuencia de actividades (tareas) que permiten la comprensión de la semejanza por parte de los estudiantes del grado noveno de la Educación Básica Colombiana; actividades que permiten enriquecer la formación en dicho tema, además de contribuir al fortalecimiento matemático en general. Dichas actividades se construirán con la utilización del software matemático Geogebra.

1.1. Antecedente Investigativo

En este apartado de este proyecto de Grado, se toma como antecedente investigativo un trabajo de grado de del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle en el Área de Educación Matemática, el cual recibe como nombre del proyecto "Una Aproximación al Aprendizaje de la Semejanza de Triángulos en GeoGebra", elaborado por Juan Carlos Llantén Montenegro y Miguel Armando Bermudez Serrato en Octubre de 2014.

Este trabajo muestra la adaptación, implementación y análisis de una secuencia didáctica en GeoGebra para el estudio de la semejanza de triángulos, con estudiantes de grado octavo de la Educación Básica del colegio Mayor Santiago de Cali. Ademas de esto, se inscribe en la línea de Tecnología de la Información y la Comunicación y Educación Matemática (TICEM) del programa Licenciatura en Matemáticas y Física, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

Por otro lado, tiene como objetivo adaptar, implementar y analizar los alcances y limitaciones de una Secuencia Didáctica (SD) para el estudio de la semejanza de triángulos en un Ambiente de Geometría Dinámico (AGD) como GeoGebra, con estudiantes de grado octavo de la educación básica secundaria. Para ello, se toma en consideración algunos elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas y la Orquestación instrumental como referentes teóricos para abordar el estudio de la semejanza de triángulos.

En fin, este trabajo de grado nos sirve como base de datos para recolectar la mayor información posible, gracias a que fue implementado y desarrollado un tiempo atrás, por lo cual se modifico lo que se considero necesario y se adapto a un ambiente mucho mas ameno, con el fin de mejorar el aprendizaje de la semejanza de triángulos, ademas de esto, se utilizó como una Guía para elaborar nuestro proyecto de grado tomando cosas puntuales que nos sirve para poder cumplir con el objetivo que se plantea a continuación en nuestro trabajo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Verificar si los estudiantes de grado noveno de la Educación Básica Colombiana, reconocen o construyen propiedades de semejanzas de triángulos y de objetos tridimensionales, a partir de la interacción con actividades diseñadas en el software dinámico Geogebra.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Diseñar aplicativos en el software dinámico GeoGebra que faciliten el reconocimiento de las propiedades y relaciones de semejanza.
- Diseñar e implementar una Guía con actividades que conduzcan al estudiante a la manipulación de los aplicativos construidos en el software dinámico Geogebra.
- Proponer tareas que pongan en evidencia si los estudiantes aplican las propiedades de semejanza para resolver situaciones.
- Realizar un análisis sobre los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los aplicativos y las tareas propuestas.

Capítulo 2

Marco Teórico

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que sustentan el trabajo. Como marco general se considera la fundamentación matemática del concepto de semejanza de triángulos,y finalmente se presentan los aspectos curriculares que se encuentran ligados a la propuesta de estudio de la semejanza de triángulos.

2.1. Razones y proporciones

El estudio de las razones y de proporciones es la base para la solución de problemas geométricos relacionados con la medición y semejanza de figuras utilizadas para la construcción de templos y edificios.

2.1.1. Razón

La razón entre dos cantidades a y b con $b \neq 0$, es el cociente entre estas. Por tanto, si $\frac{a}{b} = r$, se tiene que r es la razón entre a y b.

La razón entre a y b se escribe y se lee $\frac{a}{b}$ $a\ es\ a\ b$. En la razón $\frac{a}{b}$, a es el antecedente y b es el consecuente. Por ejemplo, si en un triangulo se compara la medida de su altura, que mide 9 cm, con su base, que mide 4 cm, se tiene la razón $\frac{h}{b} = \frac{9}{4}$. (ver figura 1)

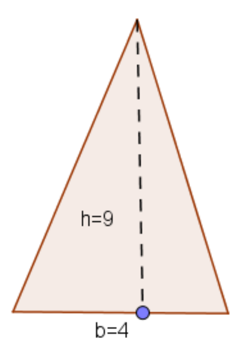


figura 1

2.1.2. Proporción

Una proporción es la igualdad entre dos razones:

Si a, b y p, q son proporcionales se tienen que $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$

La proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ se lee a es a b como p es a q. Los términos a y q se denominan extremos y los términos b y p se denominan medios.

Las principales propiedades que se cumplen en toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ son:

- El producto de extremos es igual al producto de medios.
  $aq = pb$
- Si se intervienen los términos de una proporción, se obtiene otra proporción.
  $\frac{b}{a} = \frac{q}{p}$
- Si se intercambian los extremos o los medios se obtiene otra proporción.
  $\frac{q}{b} = \frac{p}{a}$
- Si se suman o se restan los consecuentes en ambos antecedentes de la igualdad se obtiene otra proporción.
  $\frac{a+b}{b} = \frac{p+q}{q}$ o también $\frac{a-b}{b} = \frac{p-q}{q}$

2.1.3. Razón entre dos segmentos

La razón entre dos segmentos es el cociente entre las medidas de los dos segmentos, expresadas en la misma unidad de medida.

Por ejemplo, si $AB = 10cm$, $BC = 6cm$, entonces, la razón entre AB y BC es $\frac{5}{3}$ porque $\frac{AB}{BC} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$.

2.1.4. Segmentos proporcionales

Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son proporcionales a los $\overline{EF}$ y $\overline{GH}$,si la razón entre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ es igual a la razón entre $\overline{EF}$ y $\overline{GH}$. Es decir,
$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$

2.2. Teorema de Tales

Si varias rectas paralelas son cortadas por dos secantes, entonces, los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales.

Es decir, si las rectas n, p y q son paralelas y las rectas l y m son secantes se cumple que:(ver figura 2).
$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

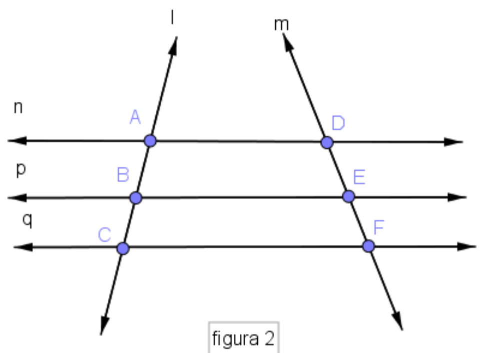


figura 2

2.2.1. Consecuencias del Teorema de Tales

El teorema de tales se aplica para demostrar otros teoremas relacionados con la proporcionalidad.

Teorema fundamental de la proporcionalidad

Si una recta interseca a dos lados de un triangulo y es paralela al tercer lado, entonces, los segmentos en que divide los dos lados son proporcionales.(ver figura 3)

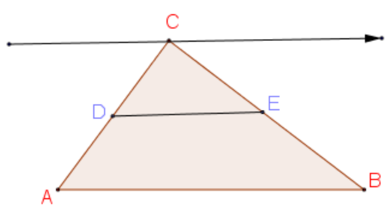


figura 3

En el $\triangle ABC$, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ se traza por el vertice C una paralela a $\overline{AB}$ y $\parallel \overline{DE}$. Por el teorema de Tales se puede afirmar que: $\frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB}$

Teorema de la bisectriz

La bisectriz de un angulo interno de un triangulo divide el lado opuesto en dos segmentos proporcionales a los otros dos lados del triangulo.(ver figura 4)

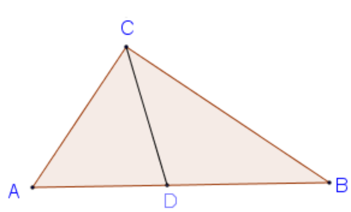


figura 4

En el triangulo ABC, si $\overrightarrow{CD}$ es la bisectriz del $\angle$ C, entonces.
$\frac{AD}{AC} = \frac{BD}{BC}$

Reciproco del teorema de Tales

Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralela.(ver figura 5)

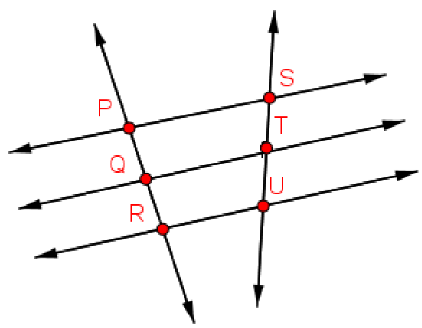


figura 5

Si $\frac{PQ}{QR} = \frac{ST}{TU}$, entonces $\leftrightarrow PS \| leftrightarrow QT \| \leftrightarrow RU$

2.3. Semejanza de triángulos

Dos triángulos son semejantes si se cumple que: los ángulos correspondientes son congruentes y sus lados correspondientes son proporcionales. Por ejemplo, si el $\triangle ABC$ es semejante al $\triangle DEF$ (figura 6), se escribe $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, y se cumple:
Los algunos correspondientes son congruentes $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$.
Los lados correspondientes son proporcionales $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$.

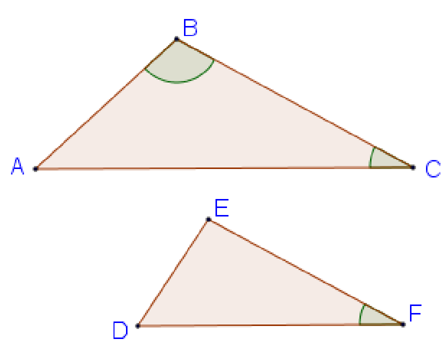


figura 6

2.3.1. Teorema fundamental de la semejanza de triángulos

Si una recta interseca dos lados de un triangulo y es paralela al tercer lado, entonces, determina un triangulo semejante al triangulo dado.

Por tanto, si la recta l interseca a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ del $\triangle ABC$ en los puntos D y E, de tal forma que $l \| \overline{BC}$ se cumple que $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, como se muestra en la figura (7).

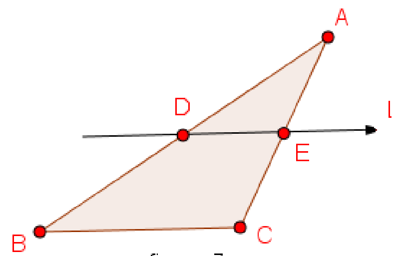


figura 7

Para realizar la demostración se hace una construcción auxiliar, por el punto D se traza una recta paralela a $\overline{AC}$. (ver figura 8)

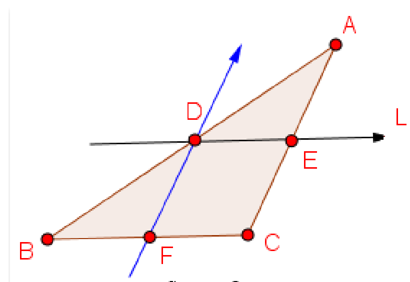


figura 8

A continuación, se presenta un cuadro en el cual se realiza la demostración o justificación del teorema anterior haciendo uso de 10 proposiciones:

Proposición	Justificación
1. $\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FC}$	Teorema de Tales
2. $\frac{BD+DA}{DA} = \frac{BF+FC}{FC}$	Propiedad de proporcionalidad
3. $\frac{BA}{DA} = \frac{BC}{DE}$	Suma de las medidas de los segmentos
4. $FC = DE$	Lados opuestos en paralelogramo $DECF$
5. $\frac{BA}{DA} = \frac{BC}{DE}$	Reemplazando FC DE (en paso 3 por paso 4)
6. $\frac{BA}{DA} = \frac{CA}{EA}$	Teorema de Tales y propiedad de proporcionalidad
7. $\frac{BC}{DE} = \frac{BA}{DA} = \frac{CA}{EA}$	Por pasos 5 y 6
8. $\angle ADE \cong \angle DBC$ y $\angle AED \cong \angle ECB$	Ángulos correspondientes entre paralelas
9. $\angle A \cong \angle A$	Propiedad reflexiva
10.$\triangle ABC \sim \triangle ADE$	Definición de triángulos semejantes (pasos 7,8 y 9)

Por tanto, se cumple que $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

2.3.2. Criterios de semejanza de triángulos

Para comprobar que dos triángulos son semejantes no es necesario comprobar siempre que los tres ángulos son congruentes y que los tres lados son proporcionales; existen algunos criterios que permiten comprobar la semejanza con menos condiciones.

Criterio lado-lado-lado (LLL)

Dos triángulos son semejantes si sus lados correspondientes son proporcionales.

Si los lados correspondientes de dos triángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.Así, no hay necesidad de comprobar que los ángulos correspondientes son congruentes.

Esto es, si en la figura (9) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$, entonces, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

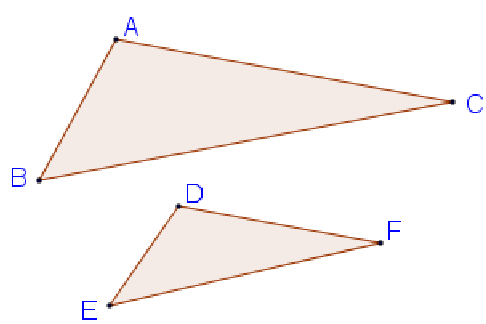


figura 9

Por ejemplo, para determinar que $\triangle LMN \sim \triangle OPQ$, se verifica la proporcionalidad entre los tres lados. Para esto se establecen las razones entre las medidas de los lados así:(ver figura 10)

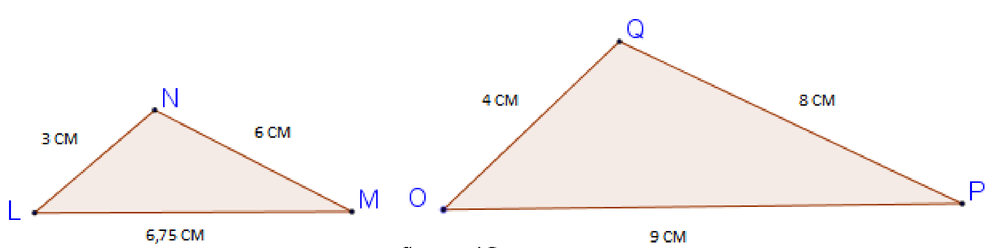


figura 10

$\frac{LN}{OQ} = \frac{3}{4} = 0,75$ $\qquad$ $\frac{NM}{QP} = \frac{6}{8} = 0,75$ $\qquad$ $\frac{LM}{OP} = \frac{6,75}{9} = 0,75$

Como las razones son iguales, los lados correspondientes son proporcionales y, en consecuencia $\triangle LMN \sim \triangle OPQ$.

Criterio lado-ángulo-lado (LAL)

Dos triángulos son semejantes si dos pares de lados correspondientes son proporcionales y los ángulos correspondientes entre ellos son congruentes.

Por tanto, para comprobar que el $\triangle ABC$ es semejante con el $\triangle DEF$, basta con verificar que $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ son proporcionales con $\overline{DE}$ y $overline DF$, respectivamente, y que el $\angle A \cong \angle D$.
Esto es, si, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ y $\angle A \cong \angle D$, entonces,$\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Por ejemplo, para establecer si $\triangle EFG \sim \triangle HIJ$, se comprueba la proporcionalidad entre los dos lados así: (ver figura 11)

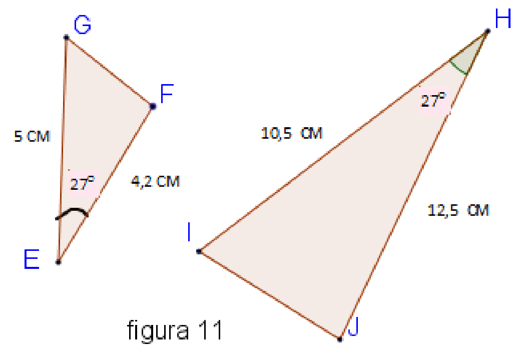


figura 11

$\frac{EF}{HJ} = \frac{4{,}2}{10{,}5} = 0,4$ $\qquad$ $\frac{EG}{HJ} = \frac{5}{12{,}5} = 0,4$

Como los lados son proporcionales y el $\angle E \cong \angle H$, los triángulos EFG y HIJ son semejantes.

Criterio ángulo-ángulo (AA)

Dos triángulos son semejantes si dos algunos correspondientes son congruentes.

Por tanto, para comprobar que el $\triangle ABC$ es semejante con el $\triangle DEF$, basta con probar que el $\angle A$ y $el \angle B$ son congruentes con el $\angle D$ y el $\angle E$, respectivamente. Esto es, si $\angle A \cong \angle D$ y $\angle B \cong \angle E$, entonces, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$(figura 12).

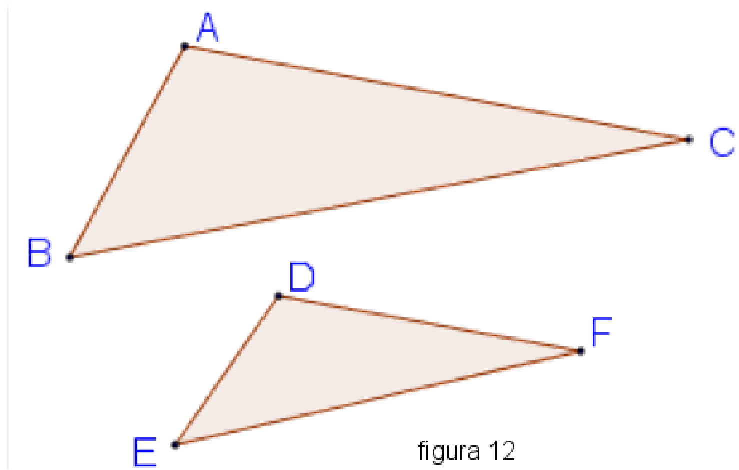


figura 12

Por ejemplo, el $\triangle RST$ es semejante con el $\triangle OPQ$, porque $\angle R \cong \angle Q$ y $\angle T \cong \angle Q$. (ver figura 13)

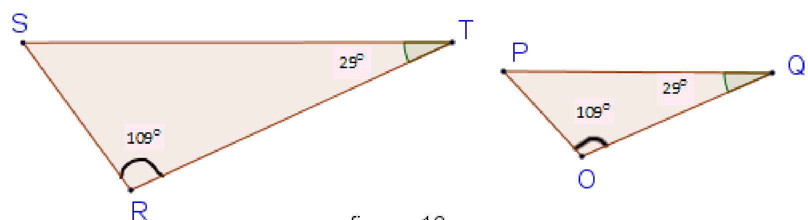


figura 13

En este caso no es necesario probar que $\angle S \cong \angle P$ para garantizar que los triángulos son semejantes, ya que esta congruencia se deduce directamente del hecho de que "la suma de las medidas de los ángulos internos de todo triangulo es 180^o".

Cuando se utiliza la notación geométrica para indicar la semejanza de triángulos es importante tener en cuenta el orden en que se escriben los vértices, puesto que estos indican la correspondencia entre los ángulos congruentes y los lados proporcionales.

2.3.3. Semejanza de triángulos rectángulos

Dos triángulos son semejantes si se cumplen alguno de los siguientes criterios:

Tienen un angulo agudo congruente

Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo agudo congruente, entonces, los triángulos son semejantes. Esto es consecuencia del criterio AA de semejanza de triángulos, ya que los ángulos correspondientes que son congruentes son el ángulo agudo y el ángulo recto.

Las medidas de sus catetos son proporcionales

Si los catetos correspondientes de dos triángulos rectángulos son congruentes, los triángulos son semejantes. Esto es consecuencia del criterio LAL de semejanza, puesto que los catetos son proporcionales y los ángulos rectos comprendidos entre estos son congruentes.

Las medidas de uno de los catetos y las hipotenusas son proporcionales

Si la razón entre un par de catetos correspondientes y la razón de las hipotenusas es igual, entonces, los triángulos son semejantes. En este caso, la proposición no es consecuencia directa de los criterios de semejanza, por tanto, es necesario hacer la demostración.

En la demostración de la proposición se plantea que $BC = a, \quad BA = c$ y que la razón entre las medidas de los catetos correspondientes y las medidas de las hipotenusas es n (figura 14).

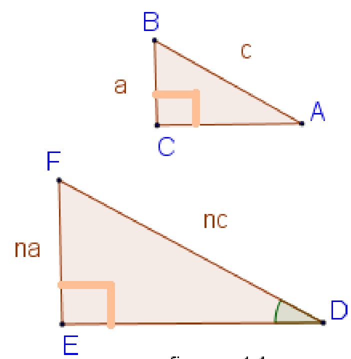


figura 14

Es decir, $\frac{FE}{BC} = n$, Y $\frac{FD}{BA} = n$. Luego, $FE = na$ y $FD = nc$

Aplicando el teorema de pitágoras se tiene que:
$CA = \sqrt{c^2 - a^2}$ y $ED = \sqrt{(nc)^2 - (na)^2} = \sqrt{n^2(c^2 - a^2)} = n\sqrt{c^2 - a^2}$

Así, la razón entre ED y CA es $\frac{ED}{CA} = \frac{n\sqrt{c^2-a^2}}{\sqrt{c^2-a^2}} = n$

Por tanto, los lados de los $\triangle CBA$ y $\triangle EFD$ son proporcionales y de acuerdo con el criterio LLL los triángulos son semejantes.

2.4. Dimensión Instrumental

Las propuestas recientes que se han venido trabajando en el currículo de matemáticas en Colombia, sugieren que los estudiantes utilicen herramientas tecnológicas en sus experiencias de aprendizaje. Sin embargo, ante el notable desarrollo de la tecnología y el reconocimiento de que distintos instrumentos pueden ofrecer diferentes caminos y oportunidades para los estudiantes en los procesos de comprender y resolver problemas matemáticos, se hace necesario investigar el potencial que ofrecen algunas de esas herramientas en el aprendizaje de los estudiantes.

Distintos investigadores como: Trouche, Artigue, Santos Trigo, Arcavi y Hadas, entre otros, han estudiado los múltiples factores que intervienen a la hora de incorporar las tecnologías de la información y comunicación (TIC´s) en las clases de matemática. Por esta razón, en este trabajo se hace un análisis de la importancia del software GeoGebra como instrumento de la práctica del profesor, utilizando como referente ideas teóricas sobre los instrumentos provenientes de las investigaciones en Educación Matemática. Es por eso que desde la Educación Matemática los instrumentos de la práctica del profesor se caracterizan no solo por el artefacto en sí, sino que es necesario considerar el uso y analizar los propósitos que se han tenido para justificarlo. (Llinares, 2000).

Una característica de este programa es que es un software dinámico, tal como lo plantean Arcavi y Hadas:

> Los ambientes dinámicos no sólo permiten a los estudiantes construir figuras con ciertas propiedades y visualizarlas, sino que también les permite transformar esas construcciones en tiempo real. Este dinamismo puede contribuir en la formación de hábitos para transformar (mentalmente o por medio de una herramienta) una instancia particular, para estudiar variaciones, invariantes visuales, y posiblemente proveer bases intuitivas para justificaciones formales de conjeturas y proposiciones (citado en Santos Trigo, 2007, p. 39).

Además, Rabardel(2001), enfatiza que los instrumentos presentan una fuerte influencia en la construcción del saber y en sus modos de construcción, pero al mismo tiempo, se nota la complejidad del instrumento como variable importante en una situación didáctica, haciendo viable la posibilidad que tiene el profesor de anticipar las acciones de los estudiantes en los desarrollos instrumentales. Por ello, es indispensable que el docente considere los procesos mediante los cuales se puedan construir diferentes instrumentos de aprendizaje haciendo uso de un mismo artefacto.

Según Artigue(2007) "El instrumento se distingue del objeto, ya sea material o simbólico, en el cual se basa y para el cual utilizamos el término artefacto. Es una entidad mixta constituida por una parte de artefacto y por otra de los esquemas que lo convierten en instrumento".

De acuerdo a lo anterior, para este trabajo de grado se permite crear unos instrumentos en los cuales se planteen actividades que movilicen la actividad matemática del estudiante, generando acciones que le permitan reconocer el objeto matemático, especificamente los criterios de semejanza de figuras geométricas y a su vez desarrollar técnicas instrumentadas en el uso del artefacto. La razón de ser de nuestra propuesta es que el estudiante comience a apropiarse del artefacto, como instrumento para construir conocimiento matemático, a partir de sus conocimientos previos.

En relacion con esto, uno de los planteamientos tradicionales, tomado de la definición de Estrategias para Aprender, Eddy (1984) dice que las tareas son: “las actividades para realizar fuera de clase que se proponen a los estudiantes fundamentalmente como una preparación, práctica o extensión del trabajo escolar”. Así como también lo señala González, Alburquerque (1984) son “un proceso de aprendizaje formal en un contexto no formal”(p.71), indicando que las tareas según su finalidad se puede dividir en tres grupos: Práctica, Preparación y Extensión. En este caso, hacemos referencia a la Tarea Práctica: Son las tareas en las que se busca reforzar las habilidades o conocimientos que el estudiante adquiere inicialmente en una clase. Una manera de generar la práctica de estas actividades son: las guías de ejercicios, los cuestionarios, y talleres. Este tipo de tarea sirve para estimular las habilidades e información previa de cada estudiante, y poder aplicar el conocimiento de manera directa y personal.

Este software Matemático GeoGebra, fue desarrollado por el profesor Markus Hohenwarter de la universidad de Saizburgo. Este es un aplicativo el cual contiene un conjunto de objetos primitivos como (puntos, rectas,segmentos, ángulos, polígonos, entre otros), operaciones elementales como (suma, resta, multiplicación, división, derivadas, integrales, entre otras) sobre esos objetos, y reglas que expresan las formas en que las operaciones pueden ser realizadas y asociadas, el cual es la estructura usual de un sistema formal en el sentido matemático. GeoGebra tiene algunas características de los sistemas algebraicos computacionales, en los cuales se ofrecen posibilidades para visualizar el efecto dinámico de los parámetros, fortaleciendo la relación entre la expresión algebraica y gráfica, haciendo la expresión algebraica algo más significativo para los estudiantes.

Por otro lado, es importante resaltar que GeoGebra fue desarrollado en una plataforma con un lenguaje JAVA, ésto permite la elaboración de applets, las cuales son aplicaciones que se ejecutan en un navegador web, la ventaja de tener los archivos como applets es que se encuentran disponibles en la web y pueden ser visualizados desde cualquier equipo con conexión a internet haciendolas de fácil acceso.

2.5. Dimensión Curricular

En el año 1998 el Ministerio de Educación Nacional (MEN) establece los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas, en donde cada institución de la Educación Básica y Media es autónoma en el plantemiento y desarrollo de su currículo.

Es por eso que, la propuesta curricular que se plasma en los lineamientos curriculares (MEN,1998), pretende cambiar el esquema tradicional de enseñanza de la matemática, al desarrollar contenidos temáticos abstractos y formales que posteriormente se usan en la solución de problemas en un contexto específico. Actualmente esto se omite caracterizando un factor principal como la falta de tiempo en las instituciones educativas.

En esta época se considera que la matemática es una rama de la educación donde es de suma importancia relacionarla con otras disciplinas, contribuyendo de esta manera al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI. Por tal razón, los lineamientos plantean una estructura curricular por pensamientos:

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
- Pensamiento espacial y sistemas geométricos.
- Pensamiento métrico y sistemas de medidas.
- El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Otro documento tenido en cuenta son los estándares básicos de competencias en Matemáticas (2006),donde se proponen los ejes temáticos que se deben abordar en cada área del conocimiento en las diferentes instituciones educativas. Los estándares se encuentran organizados en cinco conjuntos de grados que también son llamados ciclos:

- Ciclo 1: Grados primero, segundo y tercero.
- Ciclo 2: Grados cuarto y quinto.
- Ciclo 3: Grados sexto y séptimo.
- Ciclo 4: Grados octavo y noveno.
- Ciclo 5: Grados décimo y undécimo.

Es por eso que, en este trabajo de grado, solo se pretende trabajar con el ciclo 4, específicamente con el grado noveno,en donde la geometría tiene como finalidad:

- Conjeturar y verificar propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.
- Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Thales).
- Por ultimo aplicar y justificar criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

Finalmente es importante resaltar que los estándares mencionados anteriormente, se abordarán de una manera no convencional utilizando actividades en el software dinámico GeoGebra, como se describe en el siguiente capitulo en donde se trabaja la metodología que se implemento para el desarrollo de las actividades.

Capítulo 3

Metodología Propuesta

De acuerdo al objetivo que se fijo en este trabajo de grado, el cual se basa en verificar si los estudiantes reconocen o construyen propiedades de semejanzas de triángulos y de objetos tridimensionales, a partir de la interacción con actividades diseñadas en el software dinámico GeoGebra, se utiliza como metodología el Estudio de Caso para observar primordialmente la relación y desempeño que los estudiantes presenten al momento de interactuar con este sistema dinámico. Ya que en cierta medida, se va a analizar de manera cualitativa los textos redactados por los estudiantes a partir del estimulo de la Guía, junto con su aplicativo correspondiente y las tareas propuestas, con la finalidad de verificar si el aplicativo(Artefacto) por medio de la aplicación de la Guía se convierte en un instrumento para construir conocimiento matemático, a partir de conocimientos previos.

El Estudio de Caso, es un tipo de investigación cualitativa que tiene como propósito determinar con la mayor confiabilidad posible, relaciones de causa y efecto, de uno o más grupos. Para esto se conforma un grupo de estudiantes, los cuales son puestos a prueba en el desarrollo de actividades y tareas, su desempeño se analiza de acuerdo al proceso que éstos realizan para solucionar estas actividades y tareas, propuestas inicialmente en las investigaciones. En este sentido, se pretende determinar el efecto que se tiene al implementar un aplicativo, operado por medio de instrucciones consignadas en la Guía, en la construcción y aplicación de las propiedades de la semejanza de triángulos; es decir, se quiere establecer si el artefacto utilizado se convierte en un instrumento de aprendizaje en términos de Radabel (2001).

En relación con lo anterior, es importante mencionar que para el estudio de este trabajo no se realizó ninguna elección de los estudiantes, si no que por el contrario se determinó aplicar la prueba a cinco estudiantes de diferentes entes educativos que se ofrecieron a participar voluntariamente. Con lo cuales se piensa observar los efectos que tiene el aplicativo en el aprendizaje de los criterios de semejanza de triángulos y sus propiedades, ya que de cierto modo la intención del trabajo es hacer un análisis cualitativo y no cuantitativo. Es por eso que, la metodología que se implementa es de diseño no cíclica; es decir, que no se repite cada cierto tiempo, si no que se establece un cronograma especifico para proveer dicha Guía.

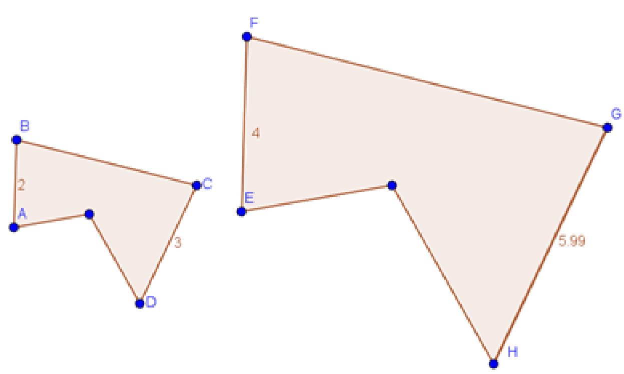
A continuación, se da a conocer una breve descripción y se toma en consideración, posibles respuestas sobre la Guía de trabajo y el cuestionario final que se aplica a los estudiantes voluntarios para desarrollar dicho estudio.

3.1. Descripción de la Guía

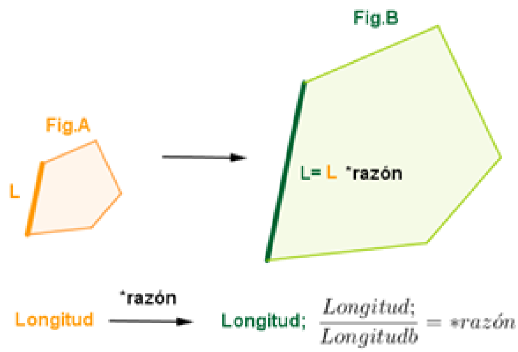
Al iniciar con el desarrollo de las actividades propuestas en la guía del estudiante en este trabajo de grado, se realiza una breve introducción sobre los conceptos de segmentos proporcionales y ángulos congruentes que deben tener en cuenta los estudiantes para poder trabajar en cada actividad y dar solución a esta misma. Esta introducción se realiza de manera explícita en la guía, explicando de manera general cada concepto y aclarando en el tablero las inquietudes que se presenten en el momento para poder así, dar inicio con las actividades. Por esta razón, se dará a conocer la definición de cada concepto: (ver anexo 1)

Segmentos proporcionales

Los segmentos AB y CD son proporcionales a los segmentos EF y GH, si la razón entre AB y CD es igual a la razón entre EF y GH. Es decir, $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$.



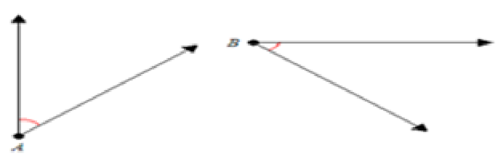
Si dos figuras A y B son semejantes, se llama razón de semejanza de la figura B sobre la A al cociente entre la longitud de un segmento de la figura B y la de su correspondiente en la figura A. Es decir;



Ángulos congruentes

Los ángulos congruentes son ángulos con exactamente la misma medida.

Ejemplo: En la figura mostrada, el A es congruente a el B; ambos miden 45°.



La congruencia de ángulos se muestra en las figuras marcando los ángulos con el mismo número de arcos pequeños cerca del vértice (aquí los marcamos con un arco rojo).

En notación geométrica, si el $\angle A$ es congruente al $\angle B$, escribimos: $\angle A \cong \angle B$.

Seguido de esto, se le entrega a cada estudiante la guía de trabajo, que consta de cuatro actividades, así como también se les indica abrir en el computador la carpeta donde se encuentran los aplicativos que deben utilizar para desarrollar cada actividad y así poder dar inicio al trabajo.

Es por esta razón que, para poder realizar un mejor análisis de los resultados de esta prueba, se muestra la descripción y el objetivo que deben lograr alcanzar los estudiantes en cada actividad propuesta en la guía, para que de esta manera se note la viabilidad del software gracias a las respuestas que contestaron los estudiantes.

3.2. Descripción y Objetivo de cada Actividad

3.2.1. Actividad No 1

Actividad 1.1:

Objetivo: Inducir al estudiante a que formule o describa que son figuras o polígonos semejantes y qué criterios se deben tener en cuenta.

Al inicio de esta actividad lo más importante es permitir que el estudiante reconozca las utilidades y funciones que el software ofrece,interactuando con el deslizador y observando que hay una figura fija y otra semejante a ella, también que identifiquen la relación entre el valor del deslizador y la razón entre los lados correspondientes de las figuras, ya que en este aplicativo aparecen las medidas necesarias para que el estudiante pueda realizar lo dicho anteriormente. Así como también, la gestión que realice el profesor en la aplicación de la Guía ayuda a que el estudiante realice un análisis y pueda responder las preguntas que surjan en cualquier situación.

En esta actividad se tienen planteadas 6 preguntas que permiten al estudiante llegar al concepto de figura semejantes, a partir de la razón entre dos segmentos y segmentos proporcionales, puesto que a medida que mueve el deslizador, la figura semejante se hace cada vez más grande o pequeña según el valor que tome el deslizador,ya que la razón de semejanza va a tomar los valores del deslizador que están entre [1,5]. Así, el estudiante se familiariza con propiedades aritméticas y geométricas que ya ha trabajado anteriormente en contexto de lápiz y papel. Es de suma importancia que el estudiante registre los procedimientos y las respuestas de cada una de las preguntas para tener un soporte de lo que observa el estudiante, de sus interpretaciones y conclusiones.

3.2.2. Actividad No 2:

Objetivo: Reconocer los criterios de semejanza de triángulos.

En esta actividad, como el estudiante ya ha ido interactuando con el software y tiene más o menos idea de cuáles son sus utilidades y funciones, se plantean tres (3) actividades, en las cuales se les presentan los valores de la medidas necesarias. El estudiante debe reconocer o construir a partir de ella los criterios de semejanza de triángulos, teniendo en cuenta los lados proporcionales y que sus ángulos han de ser congruentes.

Actividad 2.1:

Objetivo: Reconocer el criterio AA en la semejanza de triángulos.

Para esta actividad, el estudiante tendrá tres situaciones con su respectiva pregunta, en las cuales deben analizar que sucede al modificar los ángulos α y β en los dos triángulos, conociendo las medidas de sus lados, con el fin de poder observar que sucede al realizar la modificación de dichos ángulos y describir que condiciones deben cumplir, para que los dos triángulos sean semejantes, .

Actividad 2.2:

Objetivo: Reconocer el criterio LAL en la semejanza de triángulos.

En esta otra actividad, el estudiante tendrá dos triángulos semejantes entre si, debe analizar tres situaciones con sus respectivas preguntas y responderlas de acuerdo a lo que observe en el aplicativo para esta actividad. En este aplicativo se realizarán algunas modificaciones respecto a uno de los lados de ambos triángulos y al angulo formado por este, con el fin de observar la regularidad que se presente entre estos y poder garantizar si los triángulos son semejantes.

Actividad 2.3:

Objetivo: Reconocer el criterio LLL en la semejanza de triángulos.

En esta ultima actividad del punto 2, se tienen tres triángulos de los cuales dos son semejantes entre si y uno que no lo es a ninguno, se conocen las medidas de todos los lados de los tres triángulos, y un punto p, el cual deben superponer en cada vértice correspondiente para poder determinar si son semejantes.

3.2.3. Actividad No 3:

Objetivo: Reconocer la razón de semejanza en áreas de figuras.

Después de trabajar los criterios de semejanza y la razón de semejanza entre figuras geométricas en las actividades anteriores, la presente actividad consta de dos situaciones que son similares entre si, pero se diferencian en cuanto a la figura presente en el aplicativo, una es sobre un triangulo escaleno y la otra es sobre un cuadrado,ambas contienen el área de cada figura, una tabla de valores que deben llenar con respecto a la razón de semejanza "K", las mismas tres preguntas, y buscan que los estudiantes reconozcan la relación que existe entre la razón de semejanza de dos figuras y la razón de semejanza entre las áreas de las mismas figuras.

3.2.4. Actividad No 4:

Objetivo: Reconocer la razón de semejanza en Volúmenes de cuerpos geométricos.

Al igual que la actividad anterior, en esta ocasión se tienen dos casos, uno es sobre el cubo y el otro sobre la pirámide, en ambos casos se conoce el volumen de los cuerpos geométricos, y constan de una tabla de valores que deben llenar con respecto a la razón de semejanza "K", las mismas preguntas y buscan que los estudiantes reconozcan la relación que existe entre la razón de semejanza de dos cuerpos geométricos y la razón de semejanza entre los volúmenes de los mismos cuerpos.

3.3. Descripción del Cuestionario Final

El cuestionario final contiene 10 preguntas de tipo abiertas y cerradas, con lo cual se pretende identificar las habilidades y actitudes desarrolladas en los estudiantes mediante la aplicación de la guía elaborada, ya que en algunas preguntas cerradas deben responder SI o NO, Falso o Verdadero, mientras que en las abiertas, deben optar por concluir desde lo trabajado anteriormente en las actividades, con argumentos que ya han adquirido en el trascurso de la prueba. Argumentos que sean válidos y que enuncien los criterios de semejanza de figuras Geométricas. (ver anexo 2)

3.3.1. Pregunta 1

En la primera pregunta, se observa dos figuras que contienen las medidas de todos sus lados y las medidas de tres de sus ángulos, siendo estos correspondientes entre si. A partir de esto, los estudiantes deben responder dos items, en el “a”preguntan si ¿Las figuras son semejantes?, la cual contiene dos opciones, si o no y luego sustentar el porque. Y en el “b”pregunta sobre ¿Cual es la razón de semejanza entre las dos figuras?.

3.3.2. Pregunta 2

Esta pregunta es abierta, ya que en este caso, se tienen dos triángulos de los cuales se conocen las medidas de dos de sus lados y un angulo, siendo estos correspondientes entre si, y se le pregunta si ¿Los triángulos son semejantes?. En este caso el estudiante es libre de responder de acuerdo a sus conocimientos adquiridos anteriormente.

3.3.3. Pregunta 3

En esta pregunta se tienen varios items que inician desde el “a”hasta el “g”, los cuales contienen cierta información en donde deben responder Falso o Verdadero a partir del enunciado que dice: Dos triángulos son semejante si. El estudiante debe leer las opciones y responder de acuerdo a lo que considere correcto e incorrecto, teniendo en cuenta lo trabajado en la Guía.

3.3.4. Pregunta 4

Esta pregunta es cerrada, en ella no se presentan imágenes y consta de opciones, el SI y el No, la cual se trata de una situación de dos triángulos de los cuales se conocen las medidas de dos ángulos de uno de ellos, que son distintas a las medidas de dos ángulos del otro triangulo, por lo cual, el estudiante debe responder de acuerdo a la pregunta si ¿Son semejantes los dos triángulos?.

3.3.5. Pregunta 5

En esta pregunta, se supone que dos triángulos son semejantes entre si, se conocen las medidas de los tres lados de un triangulo, y del otro se conoce solo la medida de un lado. Contiene cuatro opciones en las cuales se tienen ciertas medidas, debe deducir cual de estas medidas pertenecen a los otros lados del triangulo para que sean semejantes o de lo contrario no.

3.3.6. Pregunta 6

En esta pregunta se conocen las medidas de dos segmentos de dos triángulos y el angulo de uno de sus vértices, siendo este correspondiente y congruente entre si. Con esta información el estudiante debe deducir y responder si son o no semejantes ambos triángulos, para ello, tendrá dos opciones, el Si o el No.

3.3.7. Pregunta 7

En esta pregunta, se tienen solo las medidas de dos lados de dos triángulos y se desconoce la medida del tercer lado en ambos, a partir de esto, se tiene tres opciones, cada una con una información pertinente, debe escoger la opción correcta que considere adecuada para esta situación.

3.3.8. Pregunta 8

En esta pregunta se conoce la información de dos triángulos, ambos tienen el mismo angulo y los lados que lo conforman miden 7 y 16 cm en un triángulo, y 14 y 48 cm en el otro. El estudiante debe explicar con sus propias palabras, si son semejantes o no.

3.3.9. Pregunta 9

En esta pregunta, se tienen cuatro figuras de triángulos con sus respectivas medidas de sus lados, en donde el estudiante debe observar, cual de estos es semejante a un triangulo con dos de sus lados que miden 12 y el otro lado 6. Para ello debe realizar la comparación entre sus lados correspondientes.

3.3.10. Pregunta 10

En esta ultima pregunta, se le presentan cuatro pares de triángulos, cada pareja contiene cierta información, como la medida de sus lados y ángulos, en los cuales debe citar el teorema, criterio o definición que justifique si los dos triángulos son semejantes o no.

3.4. Posibles Respuestas de la Guía

3.4.1. Actividad No 1:

A continuación se presenta la ficha de la Actividad 1.1.

Actividad 1.1

En primer lugar, deben abrir el aplicativo de la actividad 1.1. En esta actividad, deben tener en cuenta que el polígono 1 y el polígono 2 son semejantes entre sí, y que las comparaciones que se van a hacer, se harán entre los cocientes del segmento mayor y el segmento menor para cada par de segmentos correspondientes.

Luego, deben analizar y responder las siguientes preguntas:

1. Al comparar cada par de segmentos y ángulos que sean respectivamente correspondientes, entre las figuras semejantes ¿Qué se observa?

2. Al mover él deslizador hasta "k=3" y hacer nuevamente la comparación de los segmentos y ángulos correspondientes entre sí, ¿Qué se puede decir al respecto con el caso anterior?

3. Luego, si se mueve el deslizador hasta "k=10", ¿Notas alguna diferencia entre lo trabajado hasta ahora, en comparación con este nuevo resultado?

4. ¿Notaste alguna regularidad entre el deslizador y las medidas que toman los lados de las figuras? ¿Qué pasaría en el caso si "K=1.5" con respecto a la comparación de los lados y ángulos correspondientes de las dos figuras?

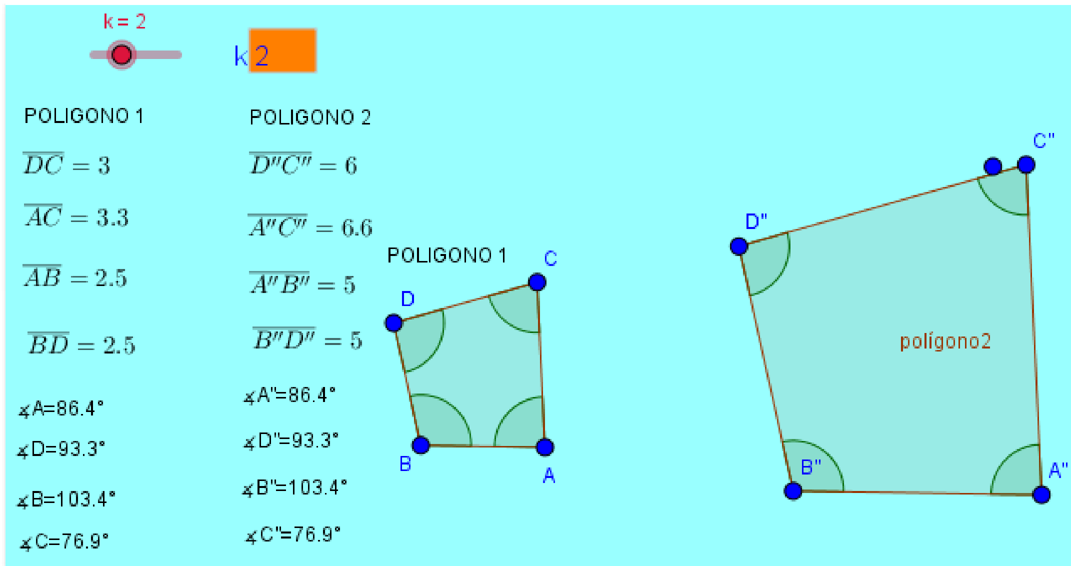
5. Que sucede si el deslizador toma el valor de "k=5.5", ¿Hay alguna diferencia entre la situación anterior y esta?

6. Por último, si se mueve el punto c hasta formar un nuevo cuadrilátero, ¿Qué sucede con la comparación entre los lados y ángulos correspondientes en relación con los trabajados anteriormente?

En la actividad anterior, se trabajo con dos figuras que son semejantes entre sí, teniendo en cuenta sus lados y ángulos correspondientes. En relación con esto, ¿Qué características deben tener dos figuras para poder decir que una es semejante a la otra?

ficha 1

Con esta ficha se presenta la construcción en GeoGebra de dos polígonos semejantes entre si, con propiedades geométricas y un deslizador "K". Ambos polígonos tienen las medidas de sus lados y ángulos, determinados como polígono 1 y polígono 2, así como también contiene el deslizador "K", que es el valor de la razón de la figura semejante que se va a empezar a mover y a tomar valores.



Aplicativo 1

En las preguntas 1,2 y 3, el estudiante interactua con el software, mueve el deslizador y observa que uno de los polígonos mantiene fijo y el otro aumenta o disminuye según su valor, reconoce los limites que le da el medio y la potencialidad que este ofrece. Con eso se pretende que el estudiante inspeccione lo que el medio ofrece y lo convierta en un instrumento para retro-alimentar su conocimiento.

Posibles Respuestas

El estudiante debe responder que al momento de hacer la comparación entre cada par de segmentos y ángulos correspondientes entre las figuras semejantes, el resultado de mover el deslizador "K" genera una figura de igual forma pero diferente tamaño que empieza a cambiar, a medida que se sigue moviendo el deslizador "K" hacia la parte derecha; es decir, aumenta de tamaño según el valor del deslizador. Luego, con respecto a los lados correspondientes de ambas figuras, la comparación entre estos, siempre da como resultado el mismo valor del deslizador "K", es decir, "k" es la razón de semejanza entre las dos figuras y por lo tanto los segmentos son proporcionales. Por ultimo, con respecto a sus ángulos continúan teniendo la misma medida en ambas figuras, por lo cual se puede decir que son ángulos congruentes.

Por otro lado, cuando el deslizador toma el valor "$K = 10$", como el aplicativo esta diseñado solo para valores "K" entre [1,5], el estudiante como ya sabe que "K" es la razón de semejanza entre las dos figuras, de inmediato responde que no hay ninguna diferencia entre los resultados anteriores y este, ya que sus ángulos continúan siendo congruentes sea cual sea el valor que tome el deslizador "K" y sus lados siguen siendo proporcionales.

En las preguntas 4 y 5, el estudiante debe encontrar la regularidad que existe entre el deslizador "K" y las medidas que toman los lados de las figuras, así como también anteriormente se trabajo solo con valores enteros, para este caso debe verificar si se cumple para valores decimales y de esta manera llegar a una conclusión para cada pregunta.

Posibles Respuestas

El estudiante debe responder que la regularidad que existe entre el deslizador "K" y la medida de los lados de las figuras semejantes, es que los valores de "K" muestran la cantidad en la que se aumenta una figura de la otra. Después de verificar que sucede si "$K = 1{,}5$", en la comparación entre sus lados y ángulos correspondientes, debe hacerlo para todos los valores posibles que sean decimales, para que de esta manera note que no hay ninguna diferencia entre valores enteros y decimales, ya que "K" es la razón de semejanza entre las dos figuras.

En la pregunta 6, el estudiante debe mover el punto c del polígono 1 y nuevamente hacer la comparación entre los lados y ángulos correspondientes de ambas figuras, para de esta manera decir que sucede con lo trabajado anteriormente y este nuevo resultado.

Posibles Respuestas

En este caso, el estudiante ya debe decir con certeza que no importan las modificaciones que se le realicen a cualquier figura, ambas continúan siendo semejantes.

Y por ultimo, cuando preguntamos al estudiante sobre ¿Que características deben tener dos figuras para poder decir que una es semejante a la otra?

Posibles Respuestas

El estudiante debe estar seguro de que dos figuras son semejantes siempre y cuando sus lados correspondientes sean proporcionales y sus ángulos congruentes.

3.4.2. Actividad No 2:

En las siguientes actividades, la idea es enunciar los criterios de semejanza de triángulos, teniendo en cuenta lo que se trabajó en la actividad anterior con respecto a los lados y ángulos correspondientes entre dos figuras semejantes, y de esta manera lograr describir las características principales que deben cumplir dos triángulos cualesquiera, para que sean semejantes.

A continuación se presentan tres actividades que hacen parte de la actividad 2:

Actividad 2.1:

Actividad 2.1:

Abrir la actividad 2.1, en esta actividad se tienen dos triángulos que son semejantes, debes analizar y responder las siguientes preguntas:

1. Si se modifican los ángulos de un triángulo, de tal manera que "α=73" y "β=35" ¿Seguirán siendo semejantes? ¿Por qué?

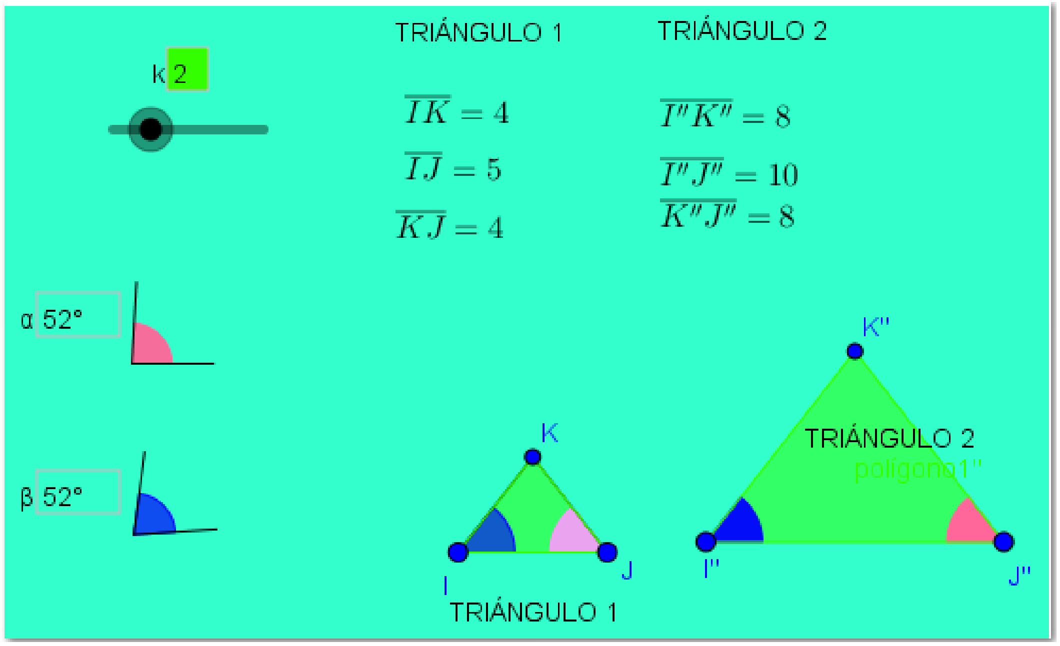
2. Si se conocen las medidas de los ángulos de un triángulo, de tal forma que "α=70" y "β=68", ¿Es necesario saber cuál es la medida del otro ángulo para poder establecer si son o no semejantes? Explica tu respuesta.

3. ¿Qué condición se podría establecer en relación con los ángulos de los dos triángulos para que se pueda dar la semejanza entre estos? ¿Sería suficiente? ¿por qué?

Teniendo en cuenta lo anterior ¿Qué condiciones deben cumplir los ángulos y los lados correspondientes para que dos triángulos sean semejantes?

Ficha 2

Con esta ficha se presenta la construcción en GeoGebra de dos triángulos semejantes entre si, determinados como triangulo 1 y triangulo 2, ambos con propiedades geométricas y un deslizador "K". Así como también contienen las medidas de sus lados y se conoce la medida de dos de sus ángulos que son correspondientes entre si, $\alpha = 52$ y $\beta = 52$, y por ultimo un deslizador "K", que es el valor de la razón de la figura semejante que se va a empezar a mover y a tomar valores, modificando las medidas de los lados del triangulo 2.



Aplicativo 2

En la pregunta 1 y 2, el estudiante realizará las modificaciones con respecto a los ángulos de los dos triángulos en dos ocasiones, la primera para cuando $\alpha = 73$ y $\beta = 35$, y la segunda para $\alpha = 70$ y $\beta = 68$. En este caso debe observar si continúan siendo semejantes a partir de la conclusión que se tomo en la actividad anterior, y verificar si con solo la medida de dos de sus ángulos puedo decir que los dos triángulos son semejantes.

Posibles Respuestas

El estudiante debe responder que siguen siendo semejantes por que sus ángulos siguen siendo congruentes y la comparación entre sus lados correspondientes me da el mismo valor de "K"; es decir, el mismo valor de la razón de semejanza. Por otro lado, sobra decir que no es necesario saber la medida del otro lado del triangulo para decir que son semejantes, por que ya se esta cumpliendo los dos criterios para que dos figuras cualesquiera sean semejantes, que sus lados sean proporcionales y sus ángulos congruentes.

En pocas palabras el estudiante contestará que con solo conocer la medida de dos de sus ángulos de un triangulo en comparación con otro, y que estos sean correspondientes y congruentes a la vez, puedo decir que son semejantes.

En la pregunta 3 y en la general, el estudiante debe establecer una condición que sea necesaria y suficiente a la vez, para poder decir que dos triángulos son semejantes.

Posibles Respuestas

El estudiante, al ver en la situaciones anteriores que con solo conocer la medida de dos de los ángulos de un triangulo se puede establecer la semejanza entre estos, puede afirmar diciendo que la condición que se debe conocer y tener en cuenta en este caso es el criterio AA.

Actividad 2.2:

Actividad 2.2:

Abrir la actividad 2.2, en esta actividad nuevamente se tiene dos triángulos que son semejantes, debes analizar las siguientes preguntas y responderlas de acuerdo a tu punto de vista.

1. Si se prolonga el segmento AB en el triángulo 1 ¿Qué sucede con el ángulo formado por los segmentos AB y AC con respecto al ángulo formado por los segmentos A'B' y A'C' en el triángulo 2?

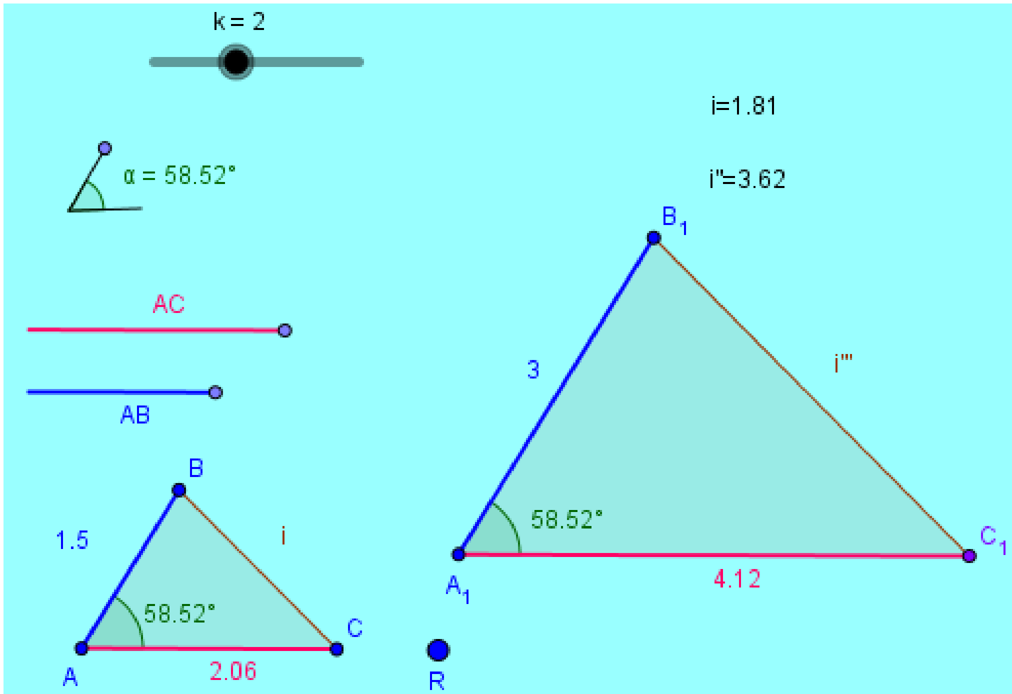
2. Si miramos el caso anterior, y comparamos los segmentos correspondientes que forman el ángulo "α" del triangulo 1 y el ángulo "β" del triangulo 2. ¿Se puede afirmar que son proporcionales? ¿Por qué?

3. Si se tiene una medida fija de los dos segmentos AB y BC, y luego se modifica el ángulo entre estos segmentos; con respecto a la respuesta de la pregunta anterior, ¿Los lados correspondientes entre los dos triángulos seguirán siendo proporcionales y las figuras semejantes?

En este caso, se trabajó de nuevo con dos triángulos semejantes, ¿Se puede afirmar que una vez conocida las medidas de dos lados correspondientes entre dos triángulos y el ángulo que se forma entre estos, garantiza la semejanza de triángulos? ¿Por qué?

Ficha 3

Con esta ficha se presenta la construcción en GeoGebra de dos triángulos semejantes entre si, ambos con propiedades geométricas y un deslizador "K". Con dos segmentos que varían solo la medida de los dos lados de ambos triángulos, así como también se conoce la medida de dos de sus lados y el ángulo conformado por estos, siendo correspondientes, sus lados proporcionales y su angulo congruente entre si, $\alpha = 59{,}52°$, y por ultimo un deslizador "K", que es el valor de la razón de la figura semejante que se va a empezar a mover y a tomar valores, modificando las medidas de los dos lados del triangulo 2.



Aplicativo 3

En la pregunta 1 y 2 el estudiante debe modificar la medida del segmento AB que esta en color rojo, y así, observar que sucede con el angulo formado por los segmentos AB y AC en el triangulo 1, y de la misma manera, con el angulo formado por los segmentos del otro triangulo. Ademas, debe comparar los segmentos que forman dicho angulo en ambos triángulos para verificar si son proporcionales.

Posibles Respuestas

El estudiante después de realizar dichas modificaciones, debe responder lo siguiente: Al prolongar el segmento AB, dicho segmento se prolongo en ambos triángulos y el angulo formado por los segmentos AB y AC en el triangulo 1 es congruente con el angulo formado por los segmentos A´B´ Y A´C´ en el triangulo 2 y continua siendo el mismo angulo inicial; es decir no varia. En cuanto a la comparación de lo segmentos que forman ambos ángulos, me da el mismo resultado en los dos casos, por lo cual, puedo afirmar que son proporcionales entre si.

En la pregunta 3 y en la general, el estudiante debe realizar la modificación del angulo α y luego observar si sus lados continúan siendo proporcionales, para luego afirmar que una vez conocida la medida de los lados correspondientes entre dos triángulos y el angulo que se forma entre estos garantiza la semejanza de triángulos.

Posibles Respuestas

El estudiante al realizar la modificación del angulo en el aplicativo, debe responder que sus lados continúan siendo proporcionales, ya que estos no varían al realizar dicho cambio, y por lo tanto puedo afirmar que con solo saber la medida de dos lados de un triangulo y el angulo que se forma entre estos, siendo estos correspondientes, sus lados proporcionales y el angulo congruente, ambos triángulos son semejantes, ya que en los casos anteriores se preserva los criterios para que dos figuras cualesquiera sean semejantes.

En palabras mas contundentes, el estudiante debe decir que gracias al criterio LAL, ya que dos de sus lados son proporcionales y el angulo que se forma entre estos es congruente, se puede garantizar la semejanza de triángulos.

Actividad 2.3:

Actividad 2.3:

Abrir la actividad 2.3 y responder las siguientes preguntas respecto a los trestriángulosque se encuentran en el aplicativo.

1. Si se prolonga algún lado del triangulo 1, ¿Qué sucede con la razón de proporción? ¿Sigue siendo la misma?

2. Si ahora en vez de mover uno se mueven dos lados del triangulo 1, ¿La razón de proporción continuara siendo la misma?

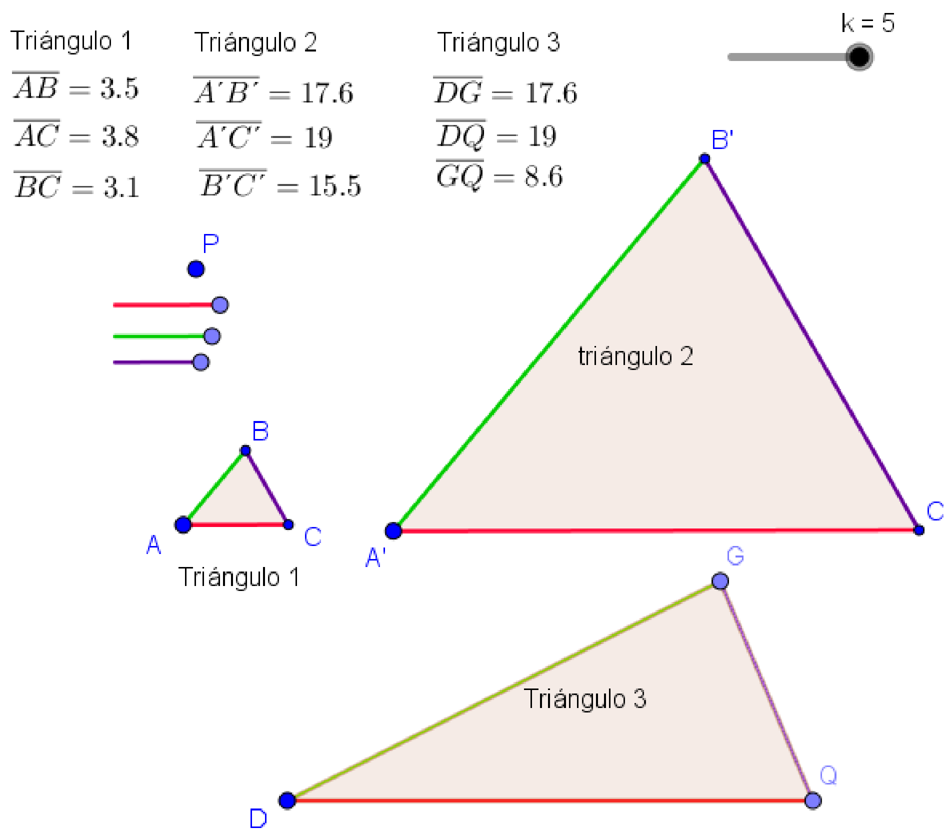
3. Si por último se mueven los tres segmentos del triangulo 1 y el punto P se superpone en cada vértice de dicho triangulo ¿Se puede deducir si los dos triángulos continúan siendo semejantes? ¿Por qué?

4. Ahora, si se toma el triangulo 3 y se comparan sus lados correspondientes con cualquiera de los otros dos triángulos ¿Se podría garantizar la semejanza entre estos?¿Por qué?

En esta actividad se trabajó con tres triángulos, dos semejantes entre si y el otro que no lo es a ninguno. De acuerdo con el hecho anterior, ¿Qué característica deben cumplir dos triángulos para que se dé la semejanza entre estos?

Ficha 4

Con esta ficha se presenta la construcción en GeoGebra de tres triángulos, dos que son semejantes entre si y uno que no lo es a ninguno, todos con propiedades geométricas y un deslizador "K". Con tres segmentos que varían la medida de los lados proporcionales en los dos triángulos que son semejantes y tan solo dos lados del triangulo que no es semejante a ninguno, ademas de un punto p, que sirve para superponer los vértices de un triangulo en los vertices del otro. Y por ultimo un deslizador "K", que es el valor de la razón de la figura semejante que se va a empezar a mover y a tomar valores, modificando las medidas de los dos lados de los triangulo 2 y 3.



Aplicativo 4

En la pregunta 1 y 2 el estudiante debe prolongar uno y luego dos segmentos cualesquiera para observar que sucede con la razón de proporción, y poder determinar si continua siendo la misma razón inicial.

Posibles Respuestas

El estudiante, luego de realizar las prolongaciones a los segmentos en dos ocasiones diferentes, debe responder con completa seguridad que la razón de proporción no varia, es decir sigue siendo la misma para los dos casos.

En la pregunta 3, el estudiante debe mover los tres segmentos de colores que aparecen en la parte izquierda de la pantalla del aplicativo y luego superponer el punto p, de tal manera que se superponga cada vértice de un triangulo en el otro, para poder deducir si ambos triángulos continúan siendo semejantes.

Posibles Respuestas

El estudiante luego de realizar dichos movimientos en el aplicativo, debe responder que si se puede deducir a primera vista la semejanza entre los dos triángulos, ya que al prolongar los tres segmentos y al realizar la comparación entre estos me da el mismo resultado del valor “K”, que es la razón de semejanza entre estos, y por ultimo al superponer cada vértice de un triangulo en el otro, se puede ver la otra condición con respectos a sus ángulos ya que todos son congruentes. Por tal razón, se pude decir que son semejantes por que se cumplen ambos criterios.

En la pregunta 4 y en la general, el estudiante debe comparar los lados correspondientes del triangulo 3 con cualquiera de los otros dos triángulos, para luego determinar si estos son semejantes. Se debe tener en cuenta que al inicio se dijo que el triangulo 3 no es semejante a ninguno de los otros dos, el estudiante solo debe observar el por que no lo son, y por ultimo decir que características deben cumplir para que se pueda dar la semejanza entre estos.

Posibles Respuestas

En la pregunta 4, el estudiante debe responder que al comparar los lados correspondientes del triangulo 3 con cualquiera de los otros dos, tan solo dos de sus lados son proporcionales, y pues por la condición de semejanza de figuras que se concluyo en la actividad 1, no se puede dar la semejanza entre estos, ya que todos sus lados deben ser proporcionales.

y por ultimo en la pregunta general, de acuerdo a que características deben tener dos triángulos para que se pueda dar la semejanza entre estos, basta que el estudiante responda que gracias al criterio LLL donde todos los lados correspondientes deben ser proporcionales, se puede garantizar la semejanza de triángulos, por lo contrario no.

3.4.3. Actividad No 3:

En esta actividad se trabajaran con dos figuras diferentes: un triángulo escaleno y un cuadrado donde sus lados midan 5 cm, donde cada figura tiene una homotecia de razón "$K = 3$", sigue las indicaciones que se presente en cada actividad y resuelva las preguntas:

Actividad 3.1:

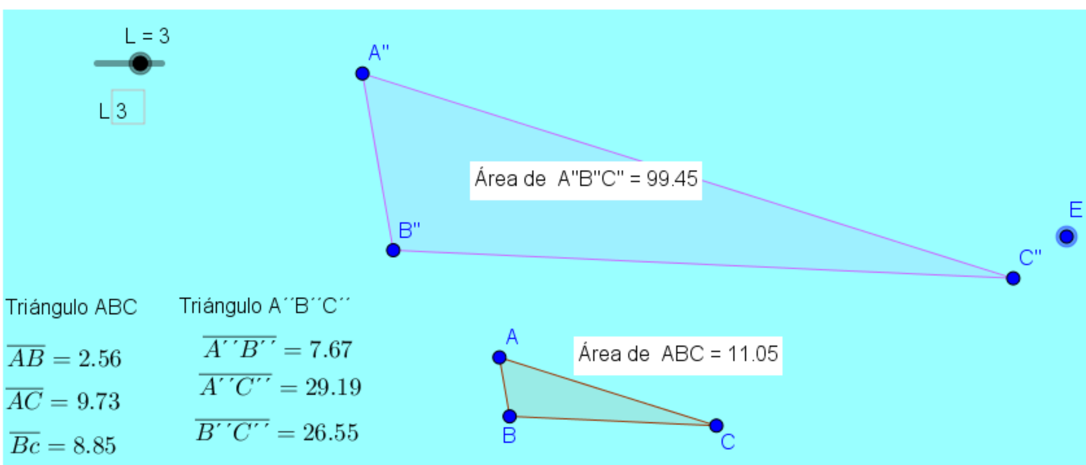
Actividad 3.1:

Abre la actividad 3.1. En él encontraras dos triángulos escalenos semejantes entre si, con sus respectivas áreas, en el tendrán que variar la razón de semejanza "k" según los valores de la tabla y llenar las casillas de la misma con el resultado hallado para cada valor.

Triángulos (escalenos)			
Razón de semejanza (K)	**Área de la figura inicial**	**Área de la figura semejante**	**Cociente entre las áreas**
1			
1,5			
2			
2,5			

1. ¿Qué relación existe entre el resultado del cociente de las áreas y la razón "k"?.
2. Si la razón de semejanza es "k=10" ¿Se podría determinar el área de el triangulo 2? Explica tu respuesta.
3. ¿Podrías encontrar unafórmula o un patrón de relación entre las áreas y la razón de semejanza? Sustenta tu respuesta.

Ficha 5



Aplicativo 5

Actividad 3.2:

Actividad 3.2:

Abre la actividad 3.2. En él encontraras un cuadrado donde sus lados midan 5 cm, con su respectiva área, en el tendrán que variar la razón de semejanza "k" según los valores que se presenten en la tabla y llenar las casillas correspondientes con el resultado encontrado en cada valor.

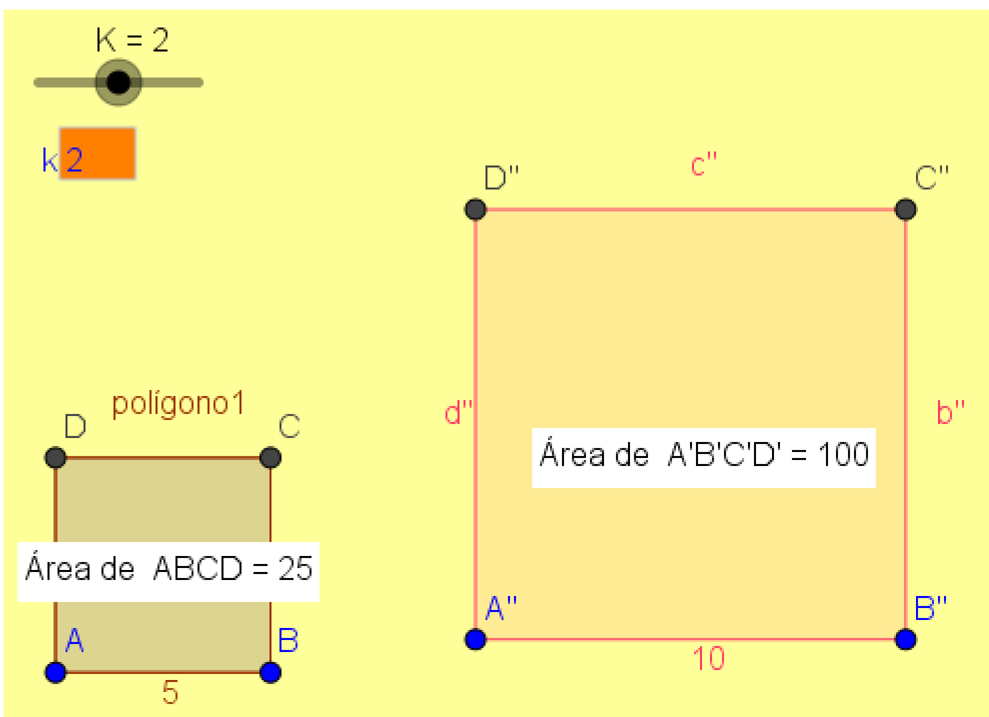
Cuadrados			
Razón de semejanza (K)	**Área de la figura inicial**	**Área de la figura semejante**	**Cociente entre las áreas**
1			
1,5			
2			
2,5			

1. Si se compara el resultado del cociente entre las áreas y el valor de la razón "k" ¿Qué relación existe entre estos?

2. Si la razón de semejanza del cuadrado 1 es "k=8" ¿Se podría determinar el área del cuadrado 2? Explica tu respuesta.

3. ¿Podrías encontrar una fórmula o un patrón que se relacione entre las áreas y la razón de semejanza? Sustenta tu respuesta.

Ficha 6



Aplicativo 6

Con estas dos fichas se presenta la construcción en GeoGebra de dos triángulos escalenos en la actividad 3.1 y dos cuadrados en la actividad 3.2, las figuras en los dos aplicativos son semejantes entre si, todos están desarrollados con propiedades geométricas y un deslizador “$K = 2$”. En la actividad 3.1 se tiene las medidas de todos los lados y el área de ambos triángulos, mientras que en la actividad 3.2 se tiene el área de ambos cuadrados y se conoce la medida de un solo lado en ambas figuras.

En las dos actividades se tienen las mismas preguntas elaboradas, el estudiante debe completar la tabla para cada valor de “K”, luego debe realizar el cociente entre las áreas, dividiendo el área de la figura semejante entre el área de la figura inicial.

Después, en la pregunta 1 el estudiante debe hacer la comparación entre el resultado del cociente entre las áreas y el valor de la razón “K”, para de esta manera observar la relación que se presenta entre estos.

Posibles Respuestas

En las dos actividades del punto 3, el estudiante después de realizar lo que se menciono anteriormente, debe responder que la relación que se presenta entre el resultado del cociente entre las áreas y el valor de la razón ”K”, es que el resultado del cociente entre las áreas es el cuadrado del valor de la razón “K”; es decir:

$cociente\ entre\ las\ areas = k^2$

En la pregunta 2, en la actividad 3.1 “$K = 10$” y en la actividad 3.2 “$K = 8$”, el estudiante debe determinar si con solo conocer este valor se puede hallar el área de la figura semejante.

Posibles Respuestas

En este caso, el estudiante debe responder que si se puede determinar el área de la figura semejante con solo saber el valor de “K”, ya que se tiene el área de la figura inicial y se sabe que el cociente entre las áreas es el cuadrado de la razón “K”, por tal razón se tiene lo siguiente:

En la actividad 3.1 cuando “$K = 10$”, el área de la figura inicial es 11.05, por lo tanto el cociente entre las áreas es 100 y por ultimo se tiene:

$Area\ de\ la\ figura\ semejante = 100 * 11{,}05 = 1105.$

En la actividad 3.2 cuando ”$K = 8$”, el área de la figura inicial es 25, por lo tanto el cociente entre las áreas es 64 y por ultimo se tiene:

$Area\ de\ la\ figura\ semejante = 64 * 25 = 1600.$

En la pregunta 3, se pide al estudiante deducir una formula o patrón de relación entre las áreas y la razón de semejanza.

Posibles Respuestas

En esta situación, el estudiante ya debe estar en condiciones de enunciar la formula o patrón que describa esta relación, es muy común que el estudiante renombre el área de la figura semejante como $\acute{A}rea_2$ y el área de la figura inicial como $\acute{A}rea_1$, por tanto debe responder lo siguiente:

$\frac{\acute{A}rea_2}{\acute{A}rea_1}$ = Cociente entre las áreas $= K^2$; es decir:

$\frac{\acute{A}rea_2}{\acute{A}rea_1} = K^2$

3.4.4. Actividad No 4:

Actividad N° 4:

Actividad 4.1:

Abre los aplicativos de la actividad 4.1 y actividad 4.2. Luego, siga las indicaciones de la parte inferior y responda las preguntas que se indiquen:

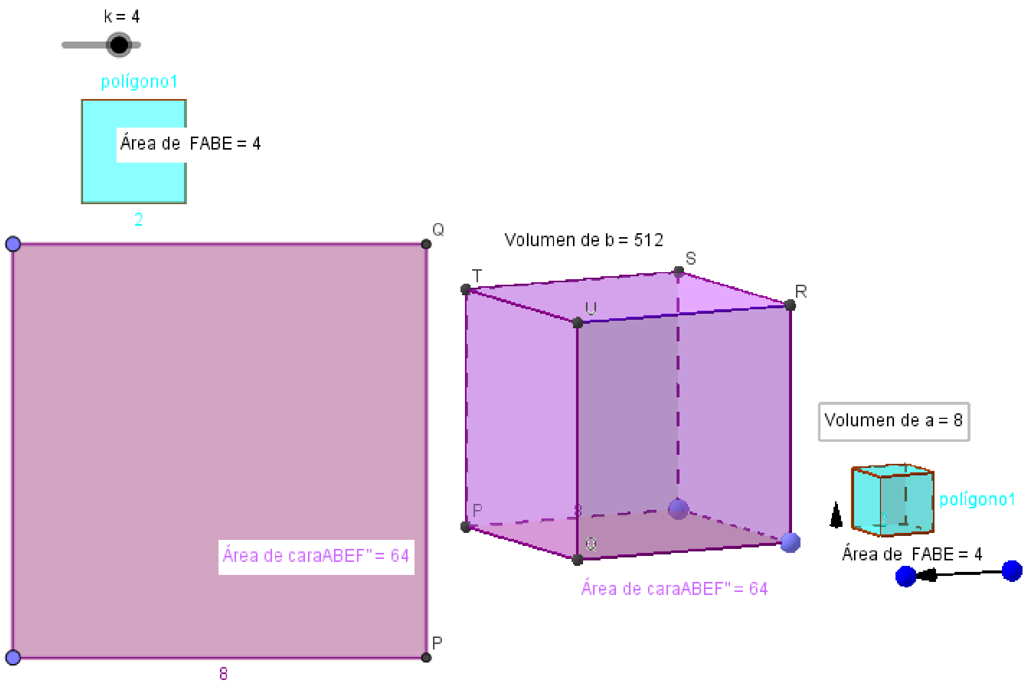
1. Teniendo en cuenta los distintos valores de la razón de semejanza consignada en la tabla, debes completar las casillas de los respectivos volúmenes para cada valor de k.
2. Calcular el cociente entre el volumen de la figura inicial y la figura semejante.
3. Buscar una relación entre el deslizador k y el cociente entre los volúmenes de cada par de figuras.
4. ¿Se puede establecer esta relacione mediante una formula o patrón entre estas?

Actividad 4.1 (Cubo)			
Razón de semejanza (K)	**Volumen de la figura inicial**	**Volumen de la figura semejante**	**Cociente entre los volúmenes**
1			
2			
3			
4			
5			

Actividad 4.2(Pirámide)			
Razón de semejanza (K)	**Volumen de la figura inicial**	**Volumen de la figura semejante**	**Cociente entre los volúmenes**
1			
2			
3			
4			
5			

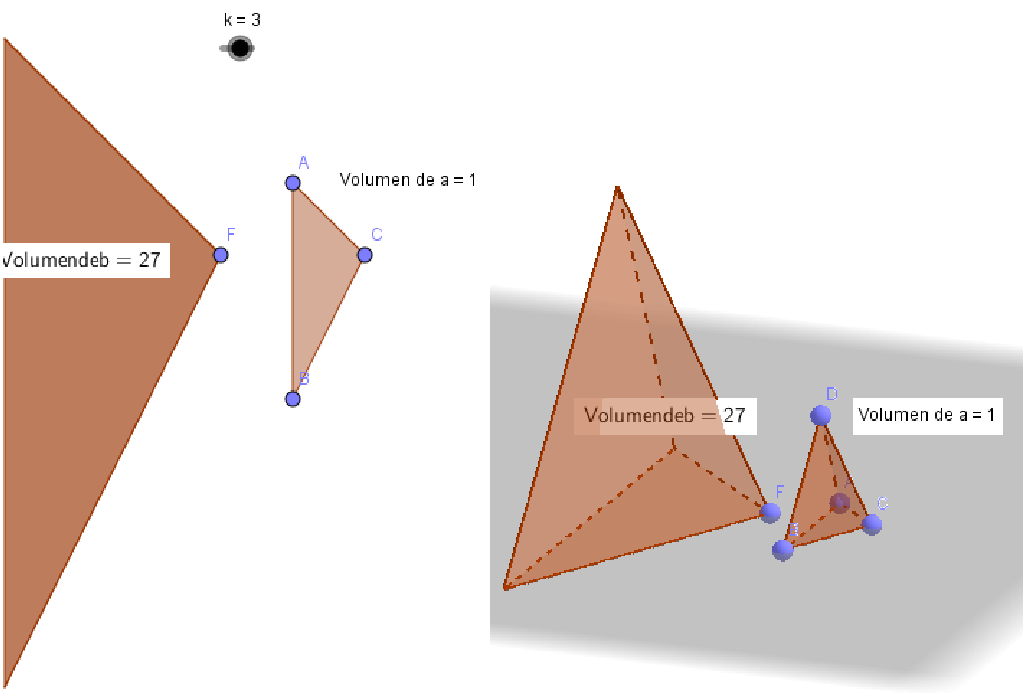
Ficha 7

Actividad 4.1:



Aplicativo 7

Actividad 4.2:



Aplicativo 8

Con estas dos fichas se presenta la construcción en GeoGebra de dos cubos en la actividad 4.1 y dos pirámides en la actividad 4.2, los cuerpos en los dos aplicativos son semejantes entre si, todos están desarrollados con propiedades geométricas y un deslizador "$K = 2$". En la actividad 4.1 se tiene el valor del área y el volumen de los dos cubos, mientras que en la actividad 4.2 se tiene solo el volumen de las dos pirámides.

En estas dos actividades, el estudiante debe completar al igual que en la actividad anterior la tabla de valores y luego analizar la relación que existe entre el deslizador "K" y el cociente entre los volúmenes. Y por ultimo establecer una formula o patrón que relacione estos dos resultados.

Posibles Respuestas

En esta situación, luego de completar la tabla con los valores de "K" y de realizar el cociente entre los volúmenes, el estudiante debe responder que la relación que existe entre estos dos resultados es que, el cociente entre los volúmenes es el cubo del valor del deslizador "K".

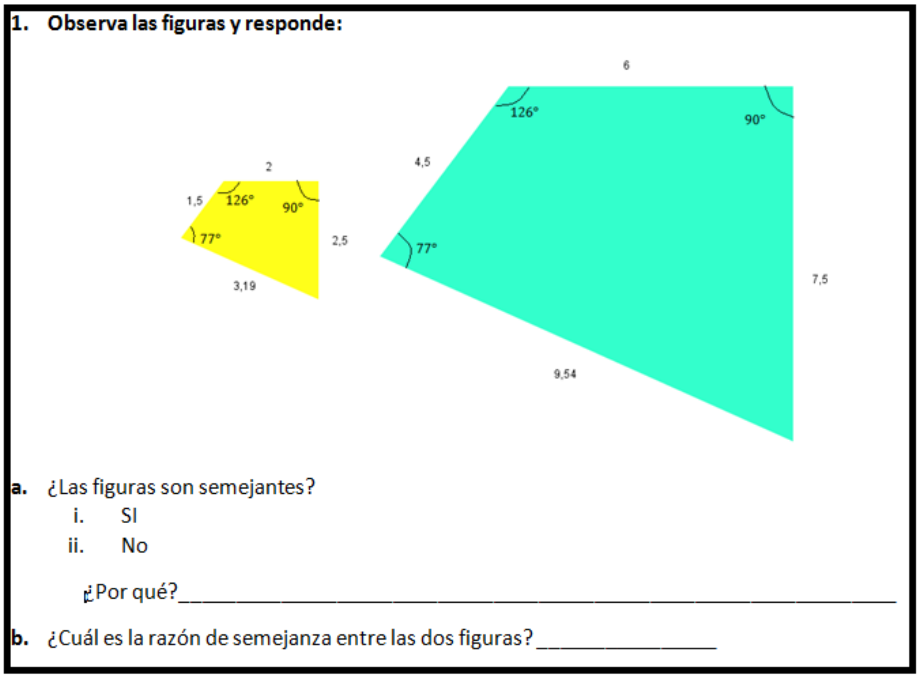
Y por ultimo debe deducir que la formula o patrón que describa este hecho es similar al anterior:

$\frac{Volumen_2}{Volumen_1}$ = Cociente entre las áreas = K^3; es decir:

$\frac{Volumen_2}{Volumen_1} = K^3$

3.5. Posibles Respuestas del Cuestionario Final

3.5.1. Pregunta 1


1. Observa las figuras y responde:

a. ¿Las figuras son semejantes?

i. SI

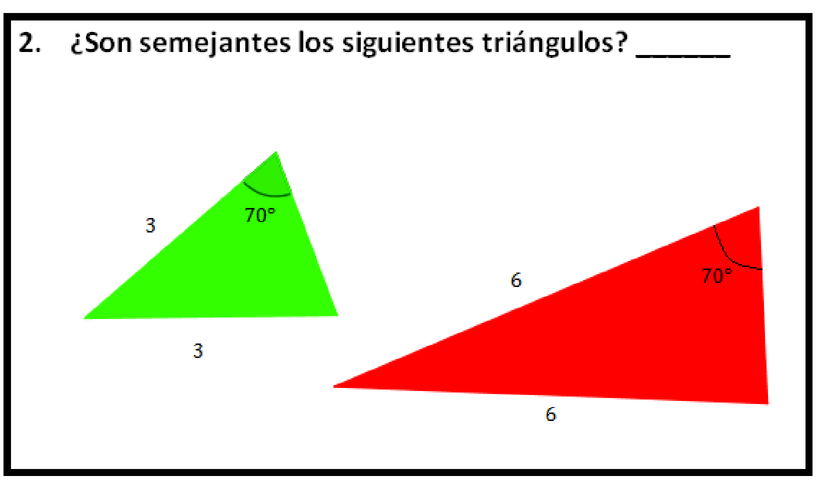
ii. No

¿Por qué?____

b. ¿Cuál es la razón de semejanza entre las dos figuras? _______________

El estudiante en el item "*a*" debe responder que si son semejantes, por que al comparar sus lados y ángulos correspondientes,sus lados son proporcionales y sus ángulos son congruentes. En el item "*b*", el estudiante debe responder que la razón de semejanza entre las dos figuras es 3.

3.5.2. Pregunta 2


2. ¿Son semejantes los siguientes triángulos? ______

En esta pregunta, el estudiante debe responder que no son semejantes, ya que es una pregunta abierta y puede responder con los argumentos que considere necesario, debido a que no se pide sustentar la respuesta. Otros pueden responder que no son semejantes debido a que no se cumple el criterio LAL; es decir, se necesita saber cual es la medida del otro lado que conforma dicho angulo, o también, que no se cumple el criterio LLL, por razones de que no se conoce la medida del otro lado para realizar la comparacion entre sus lados.

3.5.3. Pregunta 3

3. Responde Falso o verdadero. Dos triángulos son semejantes si:

a. Dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos del otro triángulo._____
b. Tienen dos de sus lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es congruentes._____
c. Todos sus lados correspondientes son proporcionales_____
d. Tienen igual perímetro_____
e. Tienen igual área_____
f. En el criterio LAL, en los dos triángulos, el ángulo no necesariamente debe estar comprendido entre los dos lados correspondientes conocidos._____
g. Para saber si dos triángulos son semejantes siempre es necesario conocer por lo menos 1 par de ángulos correspondientes. _____

En este punto, el estudiante debe responder en los tres primeros items que es Verdadero, ya que en el “*a*” hace referencia al criterio AA, en el “*b*” por el criterio LAL y en el “*c*” por el criterio LLL.

El item “*d*” y “*e*” son Falsos, ya que el área y el perímetro no permite determinar si son o no semejantes. En el ”f”también es Falso por que necesariamente el angulo debe estar comprendido entre los lados proporcionales.

Y por ultimo, en el “*g*” es Verdadero, ya que por el criterio AA, con solo conocer un par de ángulos puedo determinar la semejanza entre dos triángulos.

3.5.4. Pregunta 4

4. Se tiene un triángulo ABC, donde dos de sus ángulos miden A=50º y B=70º, y otro triángulo DEF, en el cual dos de sus ángulos miden D=70º y E=60º. ¿son semejantes los dos triángulos?

a. Sí
b. No

El estudiante debe responder la opción “*a*” Si son semejantes, ya que usando la propiedad de la suma de los ángulos de un triángulo se deduce que el ángulo C del triángulo ABC debe medir 60°, por otro lado el ángulo F del triángulo DEF debe medir 50°, luego por el criterio (AA) los dos triángulos son semejantes.

3.5.5. Pregunta 5

5. Suponga que los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes, si se conocen las medidas de los segmentos del triangulo ABC, de tal manera que a= 3 cm, b = 7 cm, c = 9 cm y del otro triangulo solo se conoce b' = 21 cm. Las medidas de a' y c' del triangulo A'B'C' son:

a. a' = 9 cm y c' = 18 cm
b. a' = 18 cm y c' = 9 cm
c. a' = 9 cm y c' = 27 cm
d. a' = 27 cm y c' = 9 cm

El estudiante en esta ocasión debe seleccionar la opcion "*c*", ya que se toma el lado b'=21 cm y se compara con el lado b=7 cm, y de allí se obtiene la razón de semejanza ' 'K=3". De esta manera, se toman las otras medidas de los lados que se conocen y se multiplican por este valor 3 y así se hallan las otras medidas a'=9 cm y c'=27 cm.

3.5.6. Pregunta 6

6. Si tenemos las medidas de dos segmentos del triángulo ABC, a=20 cm y b=15 cm, y en el triángulo DEF, d=40 cm y e=30 cm. Y además los ángulos C y F equivalen a 60º. ¿son semejantes los dos triángulos?

a. Sí
b. No

El estudiante debe responder seleccionando la opción "*a*" Si, ya que al comparar los lados correspondientes debe darse cuenta que son proporcionales y ademas el ángulo esta comprendido entre estos dos segmentos y a su vez es congruente; por lo tanto los triángulos son semejantes por el criterio LAL.

3.5.7. Pregunta 7

7. En el triángulo ABC, a=20 cm y b=15 cm, en el triángulo DEF, d=40 cm y e=30 cm. Podemos afirmar que: Señale la opción correcta.

a. Los dos triángulos son semejantes
b. Los dos triángulos no son semejantes
c. Para determinar la semejanza nos falta un dato

En esta pregunta, el estudiante debe escoger la opcion "*c*", ya que se tiene dos triángulos donde se conoce solo la medida de dos de sus lados, y hace falta conocer la medida del tercer lado para poder determinar la semejanza entre estos gracias al criterio LLL.

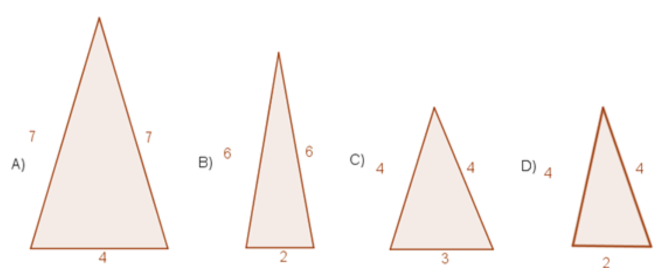
3.5.8. Pregunta 8

8. Sabemos de dos triángulos lo siguiente: ambos tienen un ángulo de 60º y los dos lados que lo forman en cada triángulo, miden 7 y 16 cm en un triángulo, y 14 y 48 cm en el otro. Explica si son semejantes o no.
RTA:

En esta situación, el estudiante debe responder que los dos triángulos no son semejantes, pese a que tienen un angulo congruente, pero al realizar la comparación entre las medidas de los lados de ambos triángulos, uno de sus lados no es proporcional al otro. Por lo cual, no se cumple el criterio LAL, y por este hecho se puede decir que no son semejantes.

3.5.9. Pregunta 9

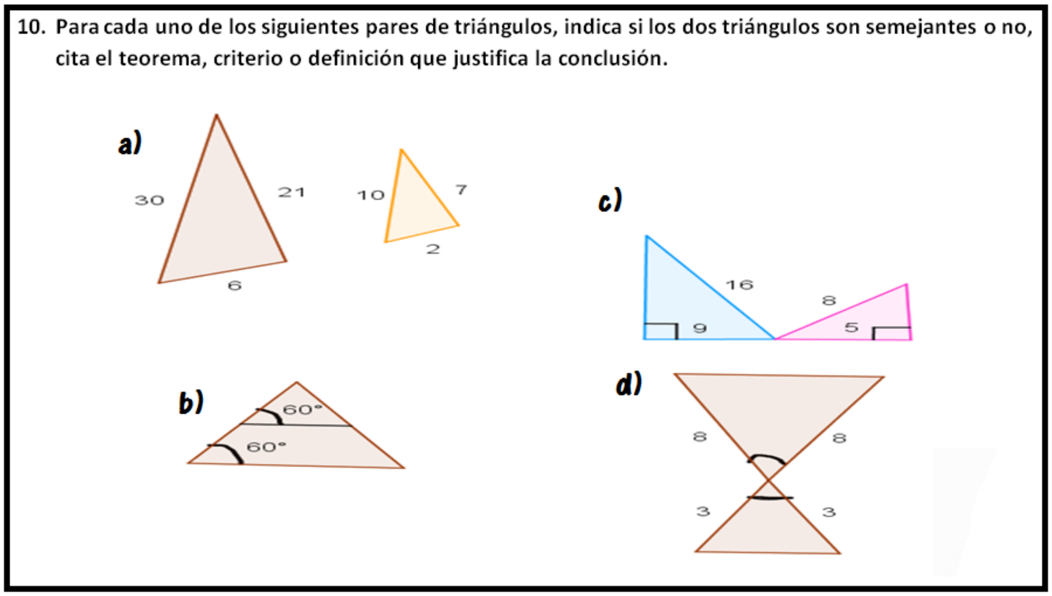
9. ¿Cuál de los siguientes triángulos es semejante a un triángulo isósceles con dos lados de tamaño 12 y el otro de tamaño 6?



a. Opción C
b. Opción D
c. Opción B
d. Opción A

En esta ocasión, el estudiante debe seleccionar el item "*b*" Opción D después de haber realizado la comparación entre los lados correspondientes por cada triangulo. Comprobando de esta manera que gracias al criterio LLL se puede establecer cual de los triángulos es semejante a un triángulo isósceles cuyos dos de sus lados miden 12 y el otro lado mide 6.

3.5.10. Pregunta 10



En esta ultima pregunta, el estudiante debe responder que las parejas de triángulos que son semejantes son: la pareja "*a*", ya que al hacer la comparación entre sus lados correspondientes, los segmentos son proporcionales y se cumple el criterio LLL. La pareja "*b*", ya que dos de sus ángulos correspondientes son congruentes gracias al criterio AA y al teorema fundamental de semejanza de triángulos. Y por último, la pareja "*d*", ya que gracias al criterio LAL, dos de sus lados son proporcionales y el ángulo comprendido entre estos es congruente.

La única pareja de triángulos que no es semejante es la "*c*", ya que no se cumple ninguno de los criterios de semejanza.

Capítulo 4

Análisis Y Resultados

El análisis del trabajo se hace gracias a las guías resueltas por 5 estudiantes de grado noveno como se especificó anteriormente. Para ello, en cada actividad se va a analizar individualmente los resultados de cada estudiante teniendo en cuenta la conclusión final que contestaron en cada actividad, para de esta manera evaluar si las preguntas planteadas cumplen con el objetivo de que el estudiante pueda ir adquiriendo los conceptos por medio de la interacción con los aplicativos.

Luego, el análisis del cuestionario final, se realiza de manera general, para ello, se toma cada pregunta y se analiza la cantidad de estudiantes que lograron responder bien y cuantos tuvieron inconvenientes. Con el fin de observar y evaluar de cierto modo, si las preguntas planteadas cumplen con el objetivo de que el estudiante se halla apropiado de los conceptos una vez trabajada la Guía.

4.1. Análisis del desarrollo de las actividades en el Software

4.1.1. Actividad 1.

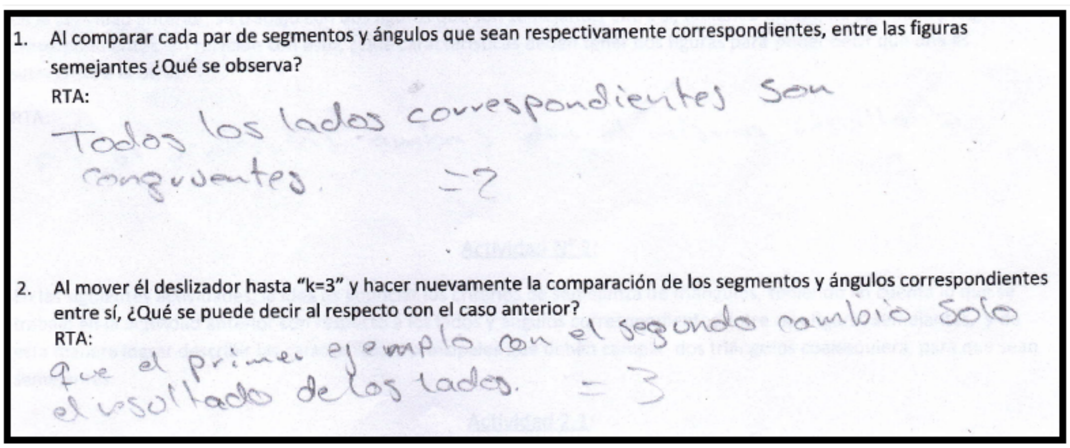
Actividad 1.1.

Estudiante A: Su conclusión es "que con la multiplicación entre la primera figura y el valor k, su valor sea igual para todos los lados, así como sus ángulos". Una conclusión que consideramos válida, aunque se evidencia una falta de manejo de los términos, el estudiante logra identificar las medidas de los lados del polígono 1 como invariantes, además las relaciona con las de los lados del polígono 2 y el valor de "K", también identifica la congruencia en los ángulos correspondientes de los polígonos, lo cual enuncia como "igual".

Estudiante B: Su conclusión es "que todos sus ángulos correspondientes sean congruentes y que al dividir los lados correspondientes me da el mismo valor de la razón K". Logra llegar a una conclusión muy cercana a la esperada, ya que enuncia correctamente la relación en los ángulos correspondientes de los polígonos, en si durante la actividad nota la invariante que hay en los ángulos sin afectar la semejanza de las figuras. Por otro lado aunque en la actividad identifica la relación de los lados del polígono 2 con los del polígono 1 y el valor de "K", no la asocia con la definición de proporcionalidad.

Estudiante C: logra llegar a la conclusión "Que todos sus ángulos correspondientes siempre sean congruentes y que al dividir sus lados da el valor de K". Al igual que el estudiante B, enuncia correctamente la relación entre los ángulos correspondientes de los polígonos e identifica la relación entre los lados de los polígono y "K", pero no la asocia con el concepto de proporcionalidad.

Estudiante D: su conclusión es "que al dividirlos ambos den el mismo resultado". Por lo cual, no logra llegar a una conclusión coherente, pues en ésta no es claro de si está asociada a los lados o a los ángulos de los polígonos y que intenta enunciar el estudiante con ésta. En las respuestas a las dos primeras preguntas planteadas, el estudiante no responde en relación a los ángulos (Imagen.1), mientras en la tercera da una respuesta muy completa con respecto a los ángulos y lados de los polígonos (Imagen.2) donde se puede deducir que logra identificar las relaciones entre éstos. Sin embargo no relaciona lo observado con los conceptos de congruencia y proporcionalidad, ni logra hacer uso del artefacto para construir el concepto a partir de las respuestas anteriores.


1. Al comparar cada par de segmentos y ángulos que sean respectivamente correspondientes, entre las figuras semejantes ¿Qué se observa?
RTA: Todos los lados correspondientes son congruentes. =2

2. Al mover él deslizador hasta "k=3" y hacer nuevamente la comparación de los segmentos y ángulos correspondientes entre sí, ¿Qué se puede decir al respecto con el caso anterior?
RTA: que el primer ejemplo con el segundo cambio solo el resultado de los lados. = 3

Imagen 1

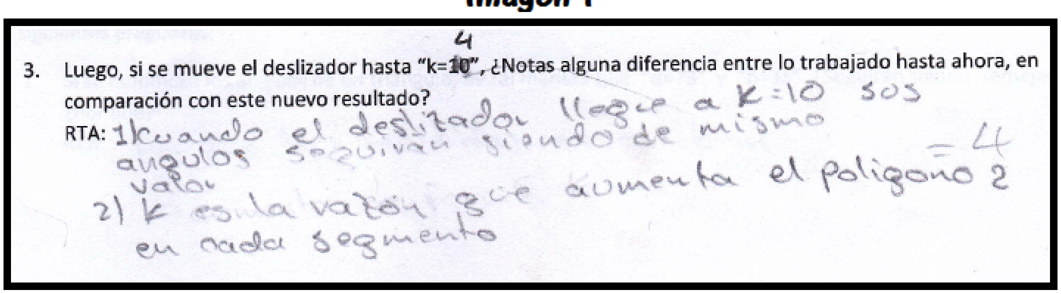
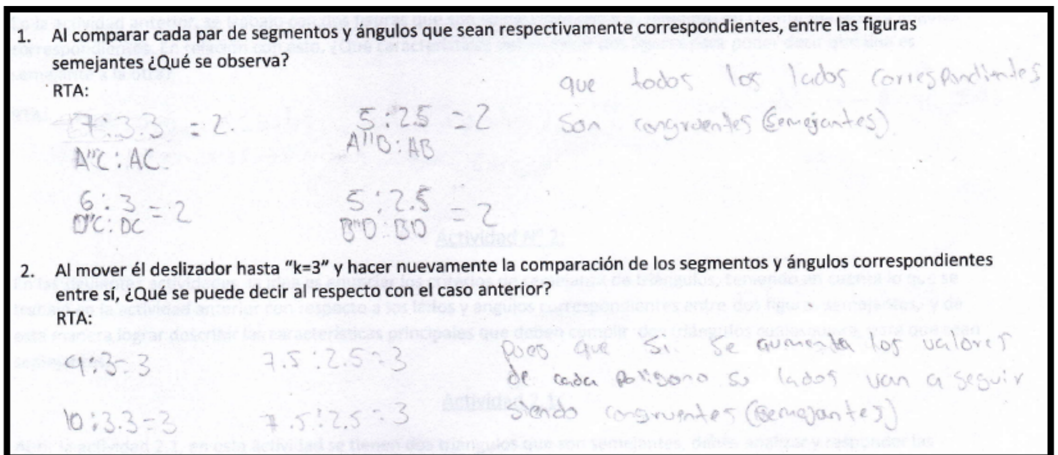

3. Luego, si se mueve el deslizador hasta "k=10" (4), ¿Notas alguna diferencia entre lo trabajado hasta ahora, en comparación con este nuevo resultado?
RTA: 1) cuando el deslizador llegue a k=10 sus angulos seguian siendo de mismo valor =4
2) k es la valor que aumenta el poligono 2 en cada segmento

Imagen 2

Estudiante E: concluye “que sus ángulos son iguales y que al comparar sus lados correspondientes son congruentes”. El estudiante logra entender los dos criterios para la semejanza de los polígonos, sin embargo comete en un nivel muy alto el error de confundir los términos, en éste caso el de proporcionalidad con congruencia. En las respuestas de algunas de las preguntas planteadas comete el mismo error, solo que en estos casos trata de compensarlo escribiendo congruentes y semejantes donde debería escribir proporcionales (Imagen.3). Además en estas preguntas no enuncia la relación entre los ángulos de los polígonos. Algo positivo es que identifica los ángulos en las figuras como invariantes al momento de mover el deslizador.


1. Al comparar cada par de segmentos y ángulos que sean respectivamente correspondientes, entre las figuras semejantes ¿Qué se observa?
RTA:

7 : 3.3 = 2. A''C : AC
5 : 2.5 = 2 A''D : AB
6 : 3 = 2 D''C : DC
5 : 2.5 = 2 B''D : BD

que todos los lados correspondientes son congruentes (semejantes)

2. Al mover él deslizador hasta “k=3” y hacer nuevamente la comparación de los segmentos y ángulos correspondientes entre sí, ¿Qué se puede decir al respecto con el caso anterior?
RTA:

9 : 3 = 3
7.5 : 2.5 = 3
10 : 3.3 = 3
7.5 : 2.5 = 3

Pues que si se aumenta los valores de cada polígono sus lados van a seguir siendo congruentes (semejantes)

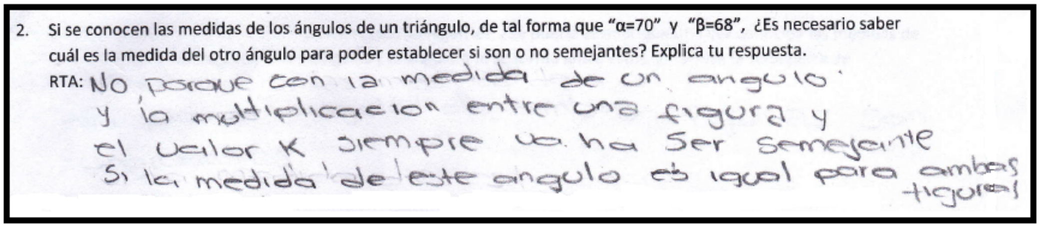
Imagen 3

4.1.2. Actividad 2.

Actividad 2.1.

En esta actividad analizaremos la respuesta de la pregunta 3, pues el enunciado final tenía un error de digitación, lo cual hizo que los estudiantes no lograran concluir adecuadamente.

Estudiante A: responde “que los ángulos tengan la misma medida en ambas figuras”. El estudiante no logra establecer el criterio, pues no relaciona la pregunta 3 con la respuesta de la pregunta 2(Imagen.4), donde se pretende que ellos deduzcan que si varían dos de los ángulos, la variación del tercero estaría relacionada a estos, por lo cual no es necesario conocer que todos los ángulos correspondientes son congruentes.


2. Si se conocen las medidas de los ángulos de un triángulo, de tal forma que "α=70" y "β=68", ¿Es necesario saber cuál es la medida del otro ángulo para poder establecer si son o no semejantes? Explica tu respuesta.

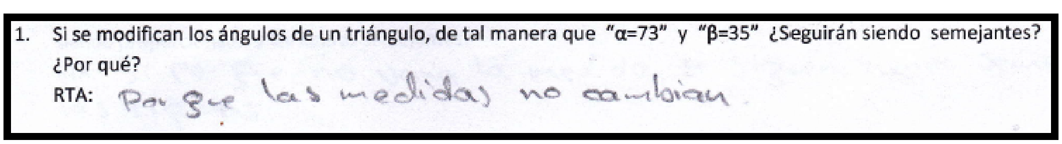
RTA: No porque con la medida de un angulo y la multiplicacion entre una figura y el valor K siempre va ha ser semejante Si la medida de este angulo es igual para ambas figuras

Imagen 4

Estudiante B: responde "saber que dos de sus ángulos sean correspondientes y congruentes a los dos otros ángulos del otro ángulos". A pesar de haber cometido un error gramatical al final de la respuesta, su respuesta es muy buena, pues en su enunciado se aprecia que logra establecer el concepto del criterio, relaciona la congruencia de un par de ángulos correspondientes con la semejanza de triángulos. mostrando así que durante la actividad identifica que a pesar de la variación del deslizador k y de los ángulos α y β se sigue dando la semejanza de los triángulos.

Estudiante C: responde "es suficiente saber que los 2 ángulos del triángulo sean correspondientes y congruentes con los otros dos ángulos". El estudiante logra establecer el concepto apropiándose del artefacto como un instrumento por medio del cual llega a afirmar que se puede establecer la semejanza de dos triángulos con dos pares de ángulos correspondientes congruentes.

Estudiante D: Responde "dos pares de ángulos congruentes si es suficiente porque teniendo el par de ángulos el otro debe ser congruente". En esta conclusión el estudiante enuncia aceptablemente el criterio, sin embargo no hace énfasis en la correspondencia de los ángulos, de que dos del triángulo 1 deben ser correspondientes y a la vez congruentes con dos del triángulo 2. A pesar de que este estudiante llega a una buena conclusión, en el desarrollo de las preguntas no da buenos argumentos, por ejemplo en la pregunta 1 (Imagen.5). Allí no tiene sentido pues al cambiar los ángulos en la figuras, solo hay un lado que no cambia, mientras los otros si, al igual que los ángulos. Una explicación podría ser que está haciendo énfasis a la razón de semejanza, al comparar los lados esta no cambiaría, pero solo es una explicación a priori.


1. Si se modifican los ángulos de un triángulo, de tal manera que "α=73" y "β=35" ¿Seguirán siendo semejantes? ¿Por qué?

RTA: Por que las medidas no cambian

Imagen 5

Estudiante E: Responde "que para cada ángulo correspondiente su medida debe ser la misma". Una conclusión válida, pues logra relacionar la semejanza con la congruencia de los ángulos correspondientes, sin embargo no asocia esta pregunta con lo que se esperaba que observarán en la pregunta 2, pero el estudiante no logra responderla adecuadamente (Imagen.6), en ésta pregunta el estudiante no visualiza por medio de la manipulación del artefacto que sólo es necesario conocer la congruencia de dos pares de ángulos correspondientes y que el tercero se da por la propiedad de la suma de ángulos de un triángulo.

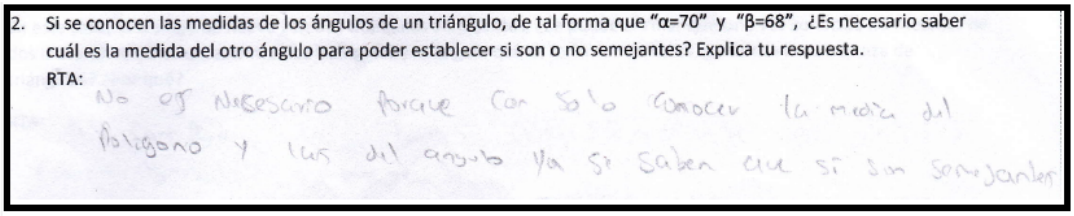

2. Si se conocen las medidas de los ángulos de un triángulo, de tal forma que "α=70" y "β=68", ¿Es necesario saber cuál es la medida del otro ángulo para poder establecer si son o no semejantes? Explica tu respuesta.
RTA:
No es Necesario porque con solo conocer la medida del poligono y las del angulo ya si saben que si son semejantes

Imagen 6

Actividad 2.2.

Al final de esta actividad se les da la conclusión final y se les pregunta si esta garantiza la semejanza, y ¿Por qué?

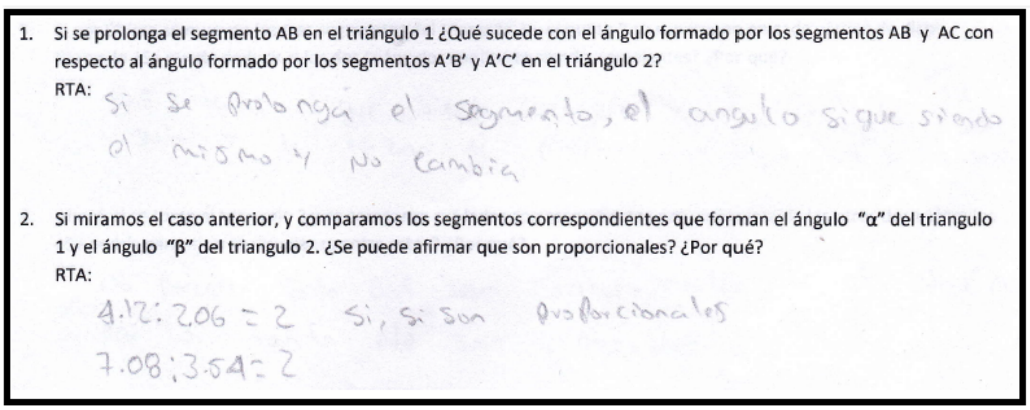
Estudiante A: Responde "porque el ángulo de ambas figuras son congruentes", éste hace referencia al ángulo conocido. El estudiante da como válido el concepto del criterio, sin embargo su respuesta no logra argumentar el ¿Por qué? con éste criterio se garantiza la semejanza de las figuras. A pesar de que las respuestas anteriores las contestó bien, no son suficientes para que el estudiante deduzca las razones suficientes. Esto da una buena idea del artefacto, sin embargo habría que hacer un estudio mas completo para identificar por que éste no le es útil al estudiante para que argumente de acuerdo a las respuestas que de las preguntas anteriores.

Estudiante B: Responde "si, porque si la división entre sus lados correspondientes me da el mismo valor k y el ángulo es congruente puedo decir que son correspondientes". En esta respuesta se aprecia nuevamente el error de confundir los términos, en este caso semejantes con correspondientes. Este estudiante también logra entender como válida la conclusión y logra argumentar, aunque su argumento no es suficiente del ¿Por qué? de la pregunta, pues falta argumentar como verifica que los ángulos correspondientes sean congruentes, lo cual se esperaba que hiciera por medio de la manipulación el artefato.

Estudiante C: Responde "si, por que la división de los lados correspondientes da el valor de K y sus ángulos son congruentes, esto quiere decir que son semejantes". Este estudiante responde más acertadamente, aunque no enuncia como verídica la congruencia de los ángulos, si expresa un argumento mejor construido, donde por medio de la manipulación del artefacto el estudiante logra identificar el concepto del criterio y entender como a partir de éste se puede verificar la semejanza del triángulo 1 y el triángulo 2.

Estudiante D: Responde "esta condición hace que el tercer lado sea proporcional con los otros lados, al poner uno encima del otro se nota que todos los ángulos son congruentes". Esta respuesta es muy acertada y podemos inferir que el estudiante hace la verificación de las dos propiedades a través de la manipulación del artefacto, lo cual le permite comunicar su propio resultado matemático, sin embargo al momento de decir que "todos los ángulos son congruentes", no especifica que los ángulos correspondientes, lo cual es fundamental.

Estudiante E: Responde "Al comparar los lados correspondientes el ángulo sigue siendo semejante". Este estudiante asimila como válida la conclusión, aunque su argumento es muy incoherente, además sigue confundiendo los términos. En las preguntas planteadas responde bien y se puede observar donde hizo los procedimientos para contestarlas (Imagen.7), con lo cual podemos inferir que las preguntas planteadas no son suficientes para que el estudiante por medio del artefacto pueda intuir un mejor argumento, aunque entiende que el criterio es suficiente para establecer la semejanza entre los triángulos.



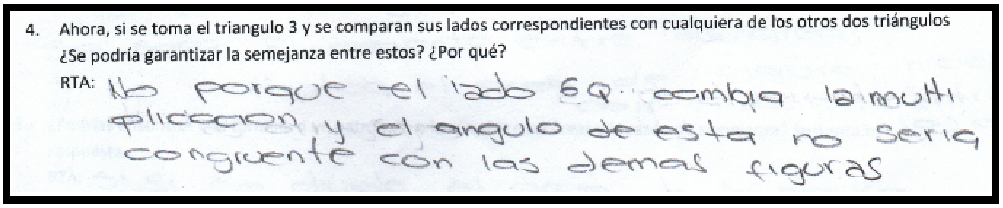
1. Si se prolonga el segmento AB en el triángulo 1 ¿Qué sucede con el ángulo formado por los segmentos AB y AC con respecto al ángulo formado por los segmentos A'B' y A'C' en el triángulo 2?
RTA: Si se prolonga el segmento, el angulo sigue siendo el mismo y no cambia

2. Si miramos el caso anterior, y comparamos los segmentos correspondientes que forman el ángulo "α" del triangulo 1 y el ángulo "β" del triangulo 2. ¿Se puede afirmar que son proporcionales? ¿Por qué?
RTA: 4.12 : 2.06 = 2 Si, si son proporcionales
7.08 ; 3.54 = 2

Imagen 7

Actividad 2.3.

Estudiante A: Concluye "que la división entre lados no cambie el valor de k y sea proporcional". Podemos inferir que logra establecer el criterio, relacionando los valores del deslizador "K", con el concepto de proporcionalidad, haciendo uso adecuado de los términos. Además en la pregunta 4 (Imagen.8) se observa una muy buena argumentación por parte de estudiante, mostrando que identifica la variación en los tres lados del triángulo semejante de acuerdo a la variación del deslizador k, y que ésto no llega a afectar la semejanza de las figuras.

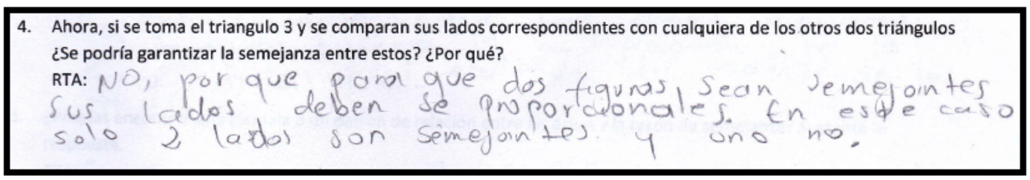


4. Ahora, si se toma el triangulo 3 y se comparan sus lados correspondientes con cualquiera de los otros dos triángulos ¿Se podría garantizar la semejanza entre estos? ¿Por qué?

RTA: No porque el lado 6Q cambia la multi plicacion y el angulo de esta no seria congruente con las demas figuras

Imagen8

Estudiante B: Logra concluir "todos sus lados deben ser proporcionales", la cual es una conjetura muy cercana a la esperada, en la que el estudiante pone en evidencia que por medio del artefacto logra identificar la relación entre la proporcionalidad de los lados y la semejanza de los triángulos. Aunque debe tener en cuenta que la proporcionalidad se debe dar entre lados correspondientes. En la pregunta 4 (Imagen.9), expresa la necesidad de que todos los lados correspondientes sean proporcionales, dando muestra de una completa apropiación del concepto.



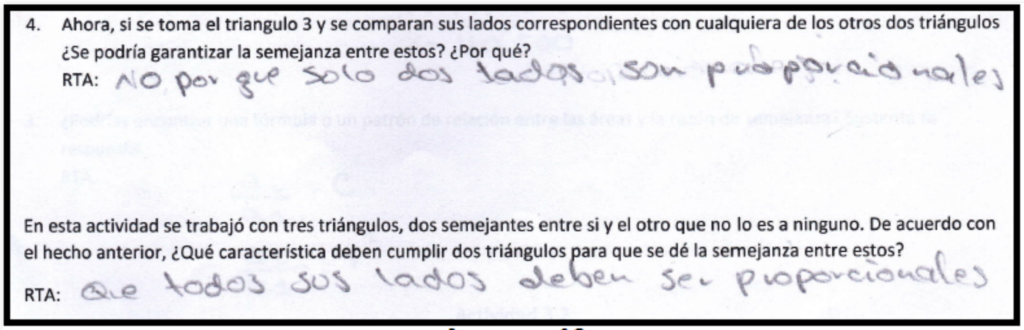
4. Ahora, si se toma el triangulo 3 y se comparan sus lados correspondientes con cualquiera de los otros dos triángulos ¿Se podría garantizar la semejanza entre estos? ¿Por qué?

RTA: NO, por que para que dos figuras sean semejantes sus lados deben se proporcionales. En este caso solo 2 lados son semejantes y uno no.

Imagen 9

Estudiante C: Este llega a la conclusión "que la división de todos los lados sean proporcionales para que sean semejantes". Podemos decir que el estudiante relaciona bien la proporcionalidad de los lados con la semejanza de triángulos, partiendo del ejercicio de dividir un lado entre el correspondiente, estableciendo una suficiencia del criterio para verificar la semejanza, aunque su gramática es muy regular. En la pregunta 4 logra identificar que el triángulo no es semejante argumentando "porque todos sus lados deben ser proporcionales para que sean semejantes", lo cual muestra una apropiación del concepto.

Estudiante D: Logra concluir puntualmente "que todos sus lados sean proporcionales", donde se aprecia que llega al concepto y que usa adecuadamente el término de proporcionalidad. En las respuestas de la guía respondió con argumentos válidos, como es el caso de la pregunta 4 (Imagen.10), donde puntualiza el ¿Por qué? el triángulo no es semejante a los otros, evidenciando así una apropiación del artefacto que le permite crear la conjetura esperada.


4. Ahora, si se toma el triangulo 3 y se comparan sus lados correspondientes con cualquiera de los otros dos triángulos ¿Se podría garantizar la semejanza entre estos? ¿Por qué?

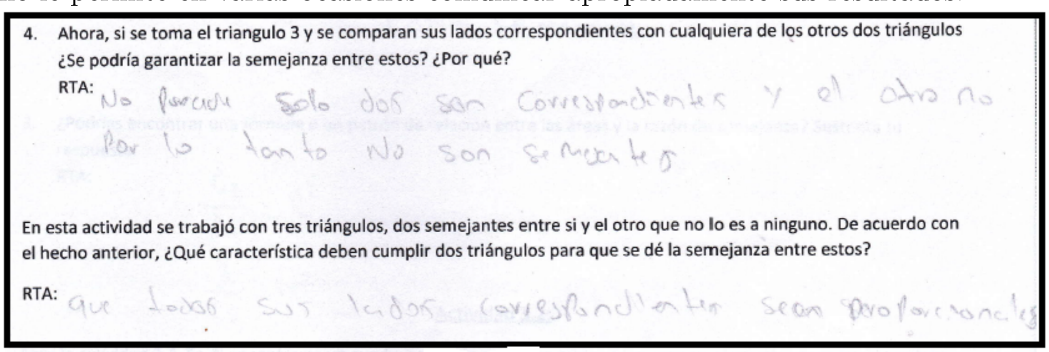
RTA: NO por que solo dos lados son proporcionales

En esta actividad se trabajó con tres triángulos, dos semejantes entre si y el otro que no lo es a ninguno. De acuerdo con el hecho anterior, ¿Qué característica deben cumplir dos triángulos para que se dé la semejanza entre estos?

RTA: Que todos sus lados deben ser proporcionales

Imagen 10

Estudiante E: Este llega a la siguiente conclusión "Que todos sus lados correspondientes sean proporcionales". En comparación con los demás estudiantes, éste estudiante logra enunciar de una manera muy exacta la conjetura esperada, haciendo uso adecuado de los términos, donde además se evidencia que entiende el concepto, aunque en la pregunta 4 (fig.11) se ve como confunde términos, lo cual no le permite en varias ocasiones comunicar apropiadamente sus resultados.


4. Ahora, si se toma el triangulo 3 y se comparan sus lados correspondientes con cualquiera de los otros dos triángulos ¿Se podría garantizar la semejanza entre estos? ¿Por qué?

RTA: No porque solo dos son correspondientes y el otro no por lo tanto no son semejantes

En esta actividad se trabajó con tres triángulos, dos semejantes entre si y el otro que no lo es a ninguno. De acuerdo con el hecho anterior, ¿Qué característica deben cumplir dos triángulos para que se dé la semejanza entre estos?

RTA: que todos sus lados correspondientes sean proporcionales

Imagen 11

4.1.3. Actividad 3.

Actividad 3.1.

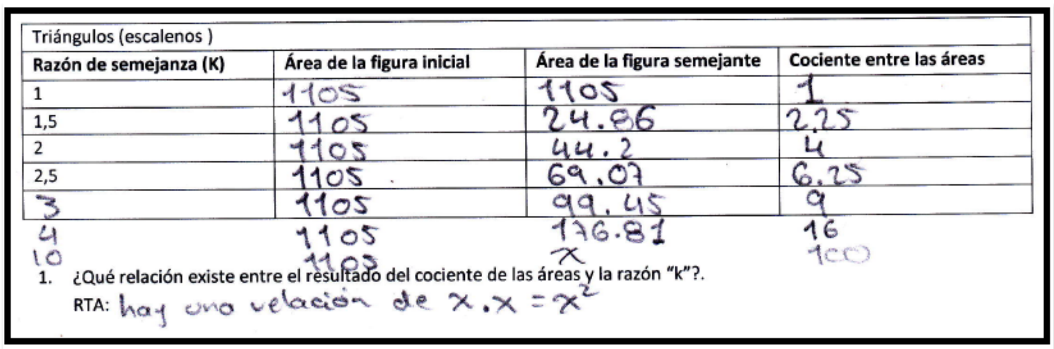
En esta se analizará la respuesta de la pregunta 1.

Estudiante A: Responde "que el cociente entre las áreas es el cuadrado del valor de K". Logra apropiarse del artefacto y así establecer correctamente la relación, aunque hay que guiarle en el proceso de llenar las casillas de la tabla, además por medio de la manipulación del artefacto se le dificulta en encontrar esta relación que describe el tipo de variación del área de la figura semejante.

Estudiante B: Responde "se multiplica dos veces la razón K, para hallar el resultado del cociente entre las áreas". Aunque la respuesta es válida, se ven deficiencias en cuanto al concepto de potenciación, pues no lo usa para enunciar el hecho de que se multiplica dos veces la razón k, lo cual podemos verlo como una falencia en la comunicación de resultados matemáticos.

Estudiante C: Responde "que el resultado del cociente entre las áreas es el cuadrado del valor de K". Su respuesta es correcta, pues logra conjeturar de una manera puntual la propiedad entre las áreas de dos figuras semejantes. Su manipulación del artefacto y su resultado muestra gran apropiación de éste.

Estudiante D: Su respuesta fue la que se muestra en la (Imagen.12), allí no es muy preciso, aunque enuncia la relación, no maneja los términos adecuados para expresar la relación, esto hace que busque alternativas en el lenguaje matemático para comunicar sus resultados. También tiene muchas dificultades para identificar la relación que determina la variación en el área de la figura semejante conforme variaba el deslizador k.



Triángulos (escalenos)			
Razón de semejanza (K)	Área de la figura inicial	Área de la figura semejante	Cociente entre las áreas
1	1105	1105	1
1,5	1105	24.86	2.25
2	1105	44.2	4
2,5	1105	69.07	6.25
3	1105	99.45	9
4	1105	176.81	16
10	1105	x	100

1. ¿Qué relación existe entre el resultado del cociente de las áreas y la razón "k"?.

RTA: hay una relación de $x . x = x^2$

Imagen 12

Estudiante E: Responde "el cociente de las áreas es el cuadrado de la razón K". Su respuesta es correcta, además de que usa los términos adecuados para comunicar sus resultados. Este estudiante es el único que en su respuesta enuncia a "K" como la razón de semejanza, además de no haber solicitado ayuda alguna en el desarrollo de la guía, identifico rápidamente la relación, dando a entender que el artefacto fue un instrumento necesario para que éste pudiera intuir la propiedad entre las áreas de dos figuras semejantes.

Actividad 3.2.

Esta fue similar a la 3.1. pues fue propuesta para reforzar la relación entre las áreas de dos polígonos semejantes y la razón "K". Las preguntas eran las mismas y las respuestas de los estudiantes no variaron.

4.1.4. Actividad 4.

Actividad 4.1.

En esta se analizará el punto 3 de la guía.

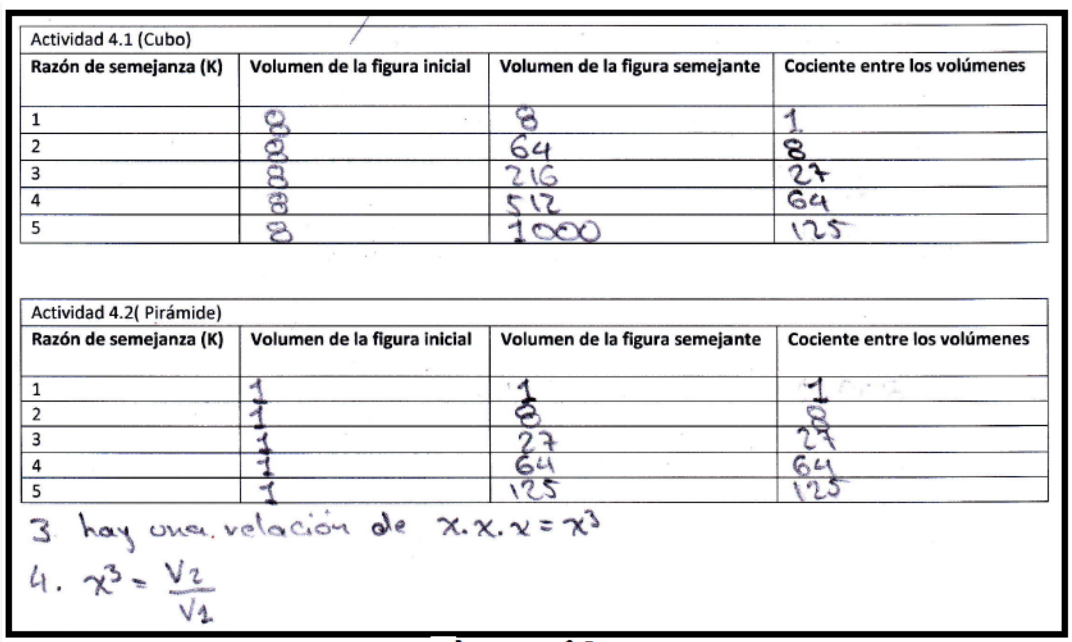
Estudiante A: Responde "que la razón de semejanza está elevada al cubo". Logra identificar la relación, además se observa que relaciona también el deslizador "K"

con la razón de semejanza.

Estudiante B: Responde "Multiplicar 3 veces la razón k para obtener el cociente entre los volúmenes". En este ejercicio se ve nuevamente como el estudiante no aplica la definición de potenciación para dar respuesta a la pregunta. Sin embargo logra identificar la variación entre el volumen de la figura tridimensional semejante y enuncia correctamente la relación.

Estudiante C: Su respuesta es "la relación es que el resultado del cociente entre los volúmenes es el cubo del valor de k". La respuesta en correcta, en ella se infiere que el estudiante identifica la relación y hace uso de términos básicos de la potenciación para comunicar éste resultado.

Estudiante D: Su respuesta es (Imagen.13). Donde podemos apreciar que identifica la relación, aunque no usa términos técnicos para enunciarla.



Actividad 4.1 (Cubo)

Razón de semejanza (K)	Volumen de la figura inicial	Volumen de la figura semejante	Cociente entre los volúmenes
1	8	8	1
2	8	64	8
3	8	216	27
4	8	512	64
5	8	1000	125

Actividad 4.2(Pirámide)

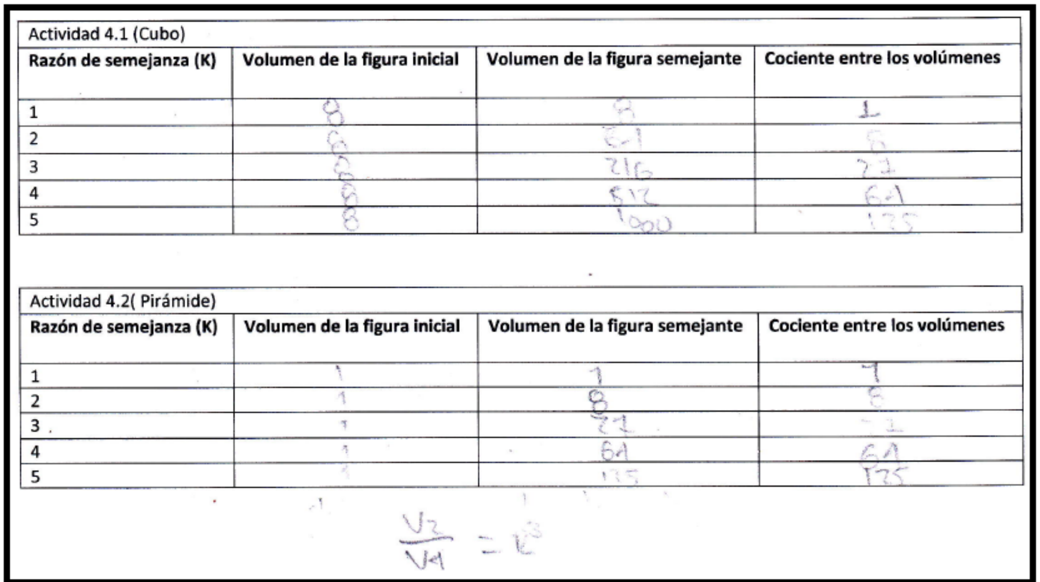
Razón de semejanza (K)	Volumen de la figura inicial	Volumen de la figura semejante	Cociente entre los volúmenes
1	1	1	1
2	1	8	8
3	1	27	27
4	1	64	64
5	1	125	125

3. hay una relación de $x.x.x = x^3$

4. $x^3 = \frac{V_2}{V_1}$

Imagen 13

Estudiante E: Este solamente plantea su respuesta mediante la ecuación (Imagen.14). Logra identificar la relación y nuevamente comunica sus resultados mediante mediante una conjetura aceptable.



Actividad 4.1 (Cubo)			
Razón de semejanza (K)	Volumen de la figura inicial	Volumen de la figura semejante	Cociente entre los volúmenes
1	8	8	1
2	8	64	8
3	8	216	27
4	8	512	64
5	8	1000	125

Actividad 4.2(Pirámide)			
Razón de semejanza (K)	Volumen de la figura inicial	Volumen de la figura semejante	Cociente entre los volúmenes
1	1	1	1
2	1	8	8
3	1	27	27
4	1	64	64
5	1	125	125

$\frac{V_2}{V_1} = k^3$

Imagen 14

En esta actividad ningún estudiante presenta dificultad, pues se dieron cuenta que la relación era muy similar a la de la actividad 3.1. aunque con otro tipo de datos.

4.1.5. Actividad 4.2

Esta fue similar a la 4.1. pues fue propuesta para reforzar la relación entre los volúmenes de dos figuras tridimensionales y la razón k. Las preguntas eran las mismas y las respuestas de los estudiantes no variaron.

4.2. Análisis al desarrollo de las tareas propuestas

A continuación analizaremos los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba, para ésto se tomara una a una las preguntas de la prueba y se hace una disección de éstas.

4.2.1. Análisis de la prueba aplicada

Pregunta 1: En ésta todos los estudiantes responden correctamente, sin embargo en la justificación de la respuesta el estudiante E comete los mismos errores de confundir los términos (Imagen.15). Pues cambia el término proporcionales por consecuentes o semejantes. Pero en general se evidencia que los estudiantes logran reconocer y verificar las propiedades de semejanza en las figuras.

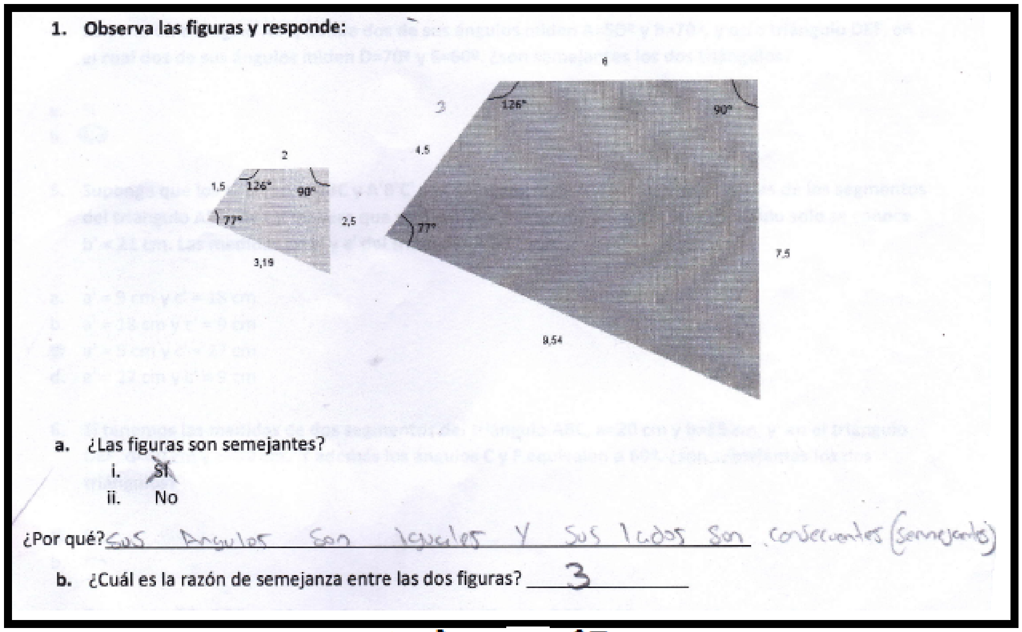


Imagen 15

Pregunta 2: En ésta pregunta, sólo el estudiante D logra contestar correctamente, el resto no logran identificar en la gráfica que los ángulos correspondientes no son congruentes, pues ellos asocian la pregunta con el criterio LAL, lo cual no es correcto pues el ángulo no esta comprendido entre los segmentos conocidos, con lo cual podemos inferir que no tienen claro la necesidad de ésto. No logran por medio de la verificación de las propiedades refutar la semejanza de las figuras.(Imagen.16).

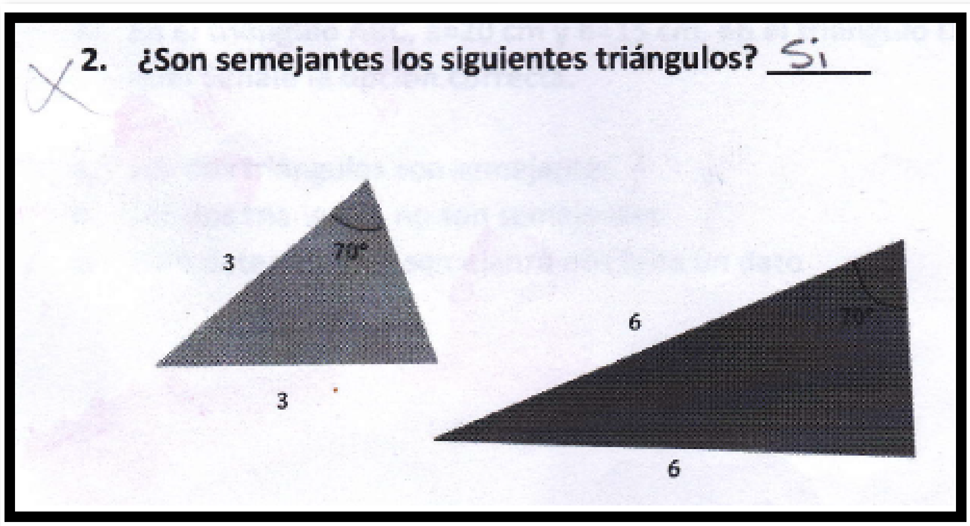
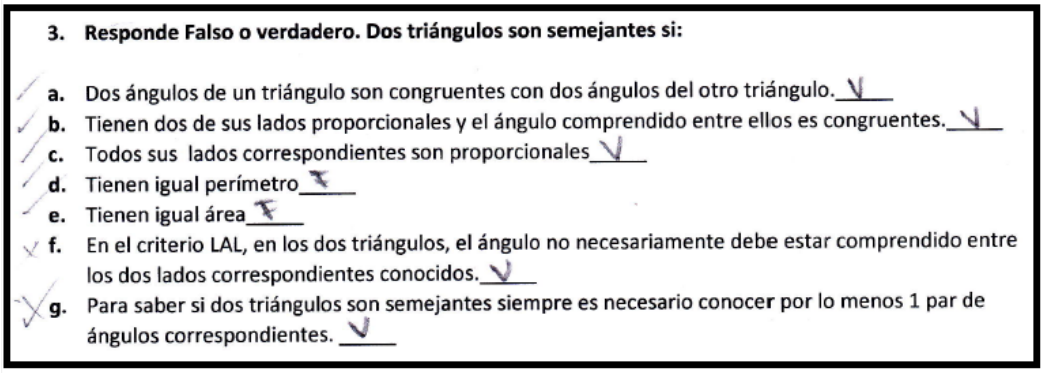


Imagen 16

Pregunta 3: Ningún estudiante tuvo mayor dificultad en ésta pregunta, excepto en el punto g, el cual ninguno logra contestar. Este punto ésta relacionado con el criterio (LLL), con el cual se puede establecer la semejanza de dos figuras sin conocer ninguno de los ángulos. Podemos decir que a pesar de que los estudiantes conocen y entienden los criterios, se les dificulta en algunos casos relacionar sus propiedades para deducir otras y así resolver problemas. Pero no siempre puesto que en los demás puntos que también deben verificar contestan correctamente. (Imagen.17)



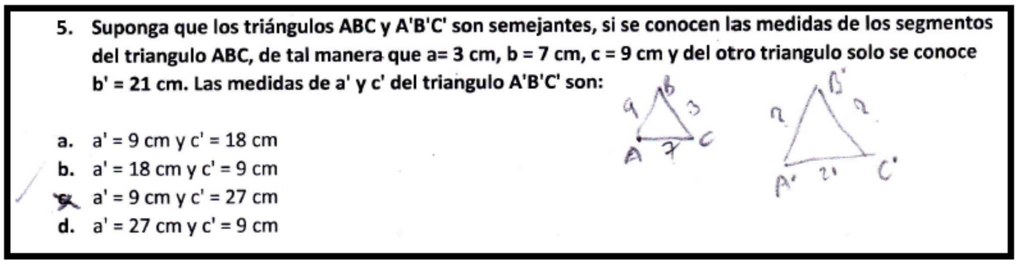
3. Responde Falso o verdadero. Dos triángulos son semejantes si:

a. Dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos del otro triángulo. V
b. Tienen dos de sus lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es congruentes. V
c. Todos sus lados correspondientes son proporcionales V
d. Tienen igual perímetro F
e. Tienen igual área F
f. En el criterio LAL, en los dos triángulos, el ángulo no necesariamente debe estar comprendido entre los dos lados correspondientes conocidos. V
g. Para saber si dos triángulos son semejantes siempre es necesario conocer por lo menos 1 par de ángulos correspondientes. V

Imagen 17

Pregunta 4: En esta pregunta ningún estudiante logra contestarla correctamente. En ésta los estudiantes no logran comprender que no es necesario que las figuras estén en la misma posición para ser semejantes, y al construir los triángulos no hacen adecuadamente la correspondencia de los ángulos. Podemos ver ésto como una falencia en la guía y los aplicativos, ya que esperábamos que durante el desarrollo de las actividades desarrollaran la habilidad de reconocer y verificar propiedades de semejanza con figuras bidimensionales en distinta posición.

Pregunta 5: Todos los estudiantes contestan correctamente. Estos logran relacionar las medidas del triángulo dado con la razón de semejanza, la cual deben deducir a partir del lado conocido en el otro triángulo, de esta forma hallar las medidas que deben tener los otros lados. (Imagen.18) "estudiante D". De acuerdo a lo expresado por los estudiantes era muy fácil, pues asociaron el ejercicio con el criterio (LLL) y que solo debían multiplicar los lados correspondientes a los que no conocían por la razón de semejanza. Allí podemos evidenciar como les fue posible deducir la respuesta, después de hacer un reconocimiento y aplicación de las propiedades del criterio (LLL).



5. Suponga que los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes, si se conocen las medidas de los segmentos del triangulo ABC, de tal manera que a= 3 cm, b = 7 cm, c = 9 cm y del otro triangulo solo se conoce b' = 21 cm. Las medidas de a' y c' del triangulo A'B'C' son:

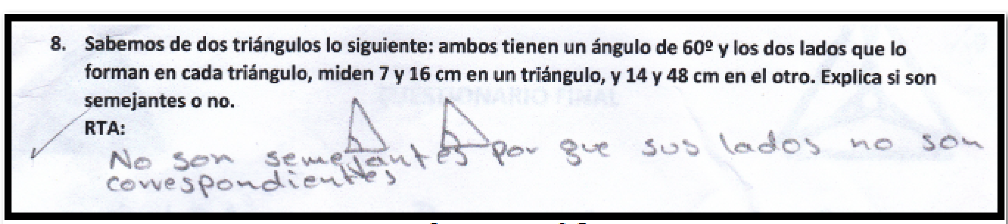
a. a' = 9 cm y c' = 18 cm
b. a' = 18 cm y c' = 9 cm
c. a' = 9 cm y c' = 27 cm
d. a' = 27 cm y c' = 9 cm

Imagen 18

Pregunta 6: Esta pregunta la contestan bien 4 de los 5 estudiantes, pues el estudiante A no selecciona una respuesta. Los estudiantes lograron reconocer y verificar el criterio (LAL) en la pregunta para establecer la semejanza de los triángulos descritos en el enunciado. Se logra también que ellos hicieran adecuadamente la correspondencia de los lados y ángulos dados.

Pregunta 7: Tres de los 5 estudiantes contestaron correctamente, éstos observan que no es posible hacer uso de alguno de los criterios sin conocer el tercer lado o los ángulos comprendidos entre los lados conocidos. Los otros 2 estudiantes fallan en la verificación de las propiedades, pues observan que los lados conocidos son proporcionales pero no logran comprender que no es suficiente para establecer que las figuras son semejantes.

Pregunta 8: La contestan correctamente los 5 estudiantes. Estos hacen su verificación a partir de la propiedad de proporcionalidad de los lados, aunque fallan al momento de comunicar los resultados, pues al momento de argumentar el estudiante D confunde los términos (Imagen. 19). Los demás estudiantes dan diferentes argumentos válidos, pues algunos contestan que "los lados no son proporcionales", mientras otros relacionan su resultado con la división de los lados, pues en una el valor es 2 y en la otra es 3.



8. Sabemos de dos triángulos lo siguiente: ambos tienen un ángulo de 60º y los dos lados que lo forman en cada triángulo, miden 7 y 16 cm en un triángulo, y 14 y 48 cm en el otro. Explica si son semejantes o no.
RTA: No son semejantes por que sus lados no son correspondientes

Imagen 19

Pregunta 9: En ésta pregunta, los 5 estudiantes seleccionan la respuesta correcta, para lo cual debían reconocer y verificar el criterio (LLL), lo que les permite encontrar el triángulo que tiene los lados proporcionales al descrito en el enunciado luego de contrastar las medidas de los demás triángulos.

Pregunta 10: El estudiante E es el único que logra contestar los 4 puntos correctamente y logra comunicar matemáticamente su respuesta en todos, en este estudiante se evidencia un alto grado de comprensión de los temas pues usa términos adecuados y verifica por medio de las propiedades de los criterios, mientras el estudiante D no llega a contestar ninguno de los puntos. Por otro lado los demás estudiantes se equivocan sólo en uno o dos puntos del ejercicio y argumentan muy bien los puntos correctos, la dificultad que se aprecia en éstos es que no logran deducir algunos valores por medio de las gráficas. (Imagen.20) lo cual es algo indispensable que se esperaba con el desarrollo de las actividades. "Estudiante B"

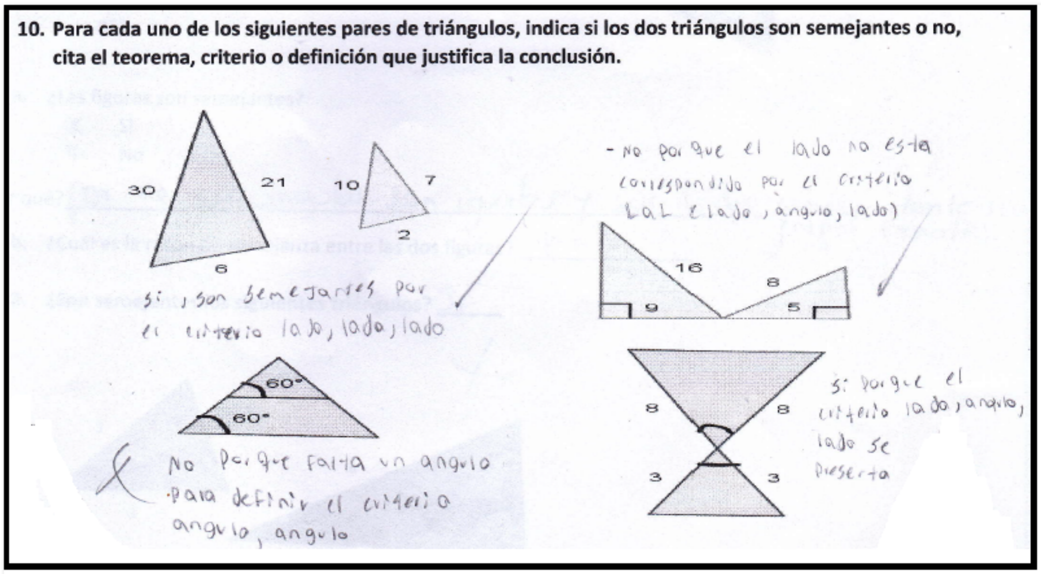


Imagen 20

4.3. Resultados

A partir de los análisis individuales realizados a cada uno de los cinco (5) estudiantes en el desarrollo de las actividades diseñadas para cada aplicativo y en la solución de tareas sobre semejanza de triángulos y de objetos tridimensionales, se presenta una comparación entre los desempeños de los estudiantes. Esta comparación se lleva a cabo en la siguiente tabla teniendo en cuenta las teorías descritas en el Marco Teórico y los correspondientes análisis realizados anteriormente.

Este contrastante de hallazgos en el análisis, se constituye en los resultados de este estudio, las ideas y comentarios permitirán llegar a las conclusiones en el próximo capítulo.

INDICADORES DE LOGROS	NIVEL DE DESEMPEÑO DE LOS ESTUDIANTES		
	NO SE LOGRÓ	EN PROCESO	SE LOGRÓ
Estandares Básicos de competencias matemáticas (Grado noveno) Geometria.	El estudiante D presenta dificultades para conjeturar y verificar las propiedades de semejanza entre figuras bidimensionales y tridimensionales.	Al estudiante A, se le dificulta un poco el conjeturar propiedades de semejanza entre figuras bidimensionales y tridimensionales con términos adecuados, aunque muestra buena destreza para verificar estas propiedades.	Los estudiantes B, C y E, lograron conjeturar y verificar las propiedades de semejanza entre figuras bidimensionales y tridimensionales sin mayor dificultad. Aunque el estudiante E presenta graves falencias en la comunicación matemática, en cuanto al manejo de términos.
Aplicación y Justificación de los criterios de semejanza de triángulos.	El estudiante D, aunque no identifica muy bien los criterios de semejanza, y tiene dificultades para justificarlos, los logra aplicar para la solución de problemas.	Los estudiantes A y B, aplican muy bien los criterios de semejanza de triángulos en la solución de problemas; pero el estudiante A presenta dificultades para justificarlos. Mientras que el estudiante B, presenta falencias en el manejo de términos para justificar el uso de éstos.	Los estudiantes C y E, aplican y justifican los criterios de semejanza de triángulos en la resolución y formulación de problemas. Aunque el estudiante E continua presentando falencias en la comunicación matemática.
Determinación de invariantes visuales	Los estudiantes A y D, determinan invariantes visuales, aunque se les dificulta un poco relacionarlas.	Los estudiantes B y E, determinan invariantes visuales que le permiten conjeturar, aunque el estudiante B lo hace sin un lenguaje técnico. Mientras que el estudiante E no tiene un uso adecuado de los términos.	El estudiante C, determina invariantes visuales que le permiten conjeturar propiedades.
Identificación de variaciones visuales	A los estudiantes A y D, se les dificulta identificar variaciones a partir de patrones de cambio y determinar relaciones entre dos magnitudes.	El estudiante B, identifica variaciones a partir de patrones de cambio que le permiten enunciar relaciones.	El estudiante E muestra mas facilidad que el estudiante C para identificar variaciones a partir de patrones de cambio y determinar relaciones entre dos magnitudes o figuras.
Apropiación del Artefacto en la Instrumentación del conocimiento	Ningun estudiante presentó dificultades en este apartado.	EL resto de los estudiantes lograron la apropiación del Artefacto, El B haciendo transformaciones pertinentes de las figuras y llegando a construir conocimientos. El C como instrumento en la construcción guiada de conocimientos. Y el D por medio del cual logra al final conjeturar propiedades del objeto matemático estudiado.	Los estudiantes A y E, lograron una muy buena apropiación del artefacto como instrumento para construir conocimientos; pero al estudiante A le permitió trabajar individualmete y desarrollar las actividades con facilidad.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Las conclusiones son redactadas a partir de los resultados obtenidos durante la elaboración de los aplicativos, la aplicación de la Guía y del Cuestionario final a los cinco(5) estudiantes del grado noveno de la Educación Básica Colombiana. Además, se tiene en cuenta los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y la instrumentación planteada, teniendo como finalidad dar cuenta de los objetivos planteados en el presente trabajo.

La elaboración de los aplicativos permitieron transformar figuras geométricas en tiempo real, lo que facilitó a los estudiantes el estudio de variaciones: patrones de cambio, describir relaciones y algunos de ellos determinaron la fórmula o relación analítica entre dos magnitudes. De la misma forma, los aplicativos permitieron que los estudiantes determinaran invariantes visuales (Santos Trigo, 2007) en el contexto de variación que estaban analizando, y finalmente que pudieran realizar y justificar conjeturas. En este caso las relacionadas con el descubrimiento o establecimiento de los criterios de semejanza de triángulos y la relación entre semejanza con las áreas y volúmenes de figuras geométricas.

Con respecto a la elaboración y aplicación de la Guía, fue beneficioso para los estudiantes en cuanto a la comprensión del objeto matemático, pues se logra con ésta, que los estudiantes desarrollen habilidades en diferentes niveles de competencias asociadas especialmente al pensamiento espacial y de sistemas geométricos referidas a este objeto, como lo establece el MEN(2008) en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Se evidencia como los estudiantes logran de cierta manera conjeturar, verificar, reconocer, contrastar, y aplicar propiedades y criterios de semejanza a partir del desarrollo de las actividades.

Por otro lado, la guía que se diseñó para que los estudiantes interactuarán con los aplicativos y que hizo parte de la orquestación instrumental en la experiencia, permitió que el artefacto tecnológico se convirtiera en una herramienta de construcción de los saberes del objeto del estudio, en el sentido de Radardel (2001). Pues aunque se tuvieron dificultades con respecto al manejo de los saberes previos y uso técnico del lenguaje matemático durante la aplicación de la Guía, se puede evidenciar en la producciones de los estudiantes que logran determinar relaciones que los conducen a formular conjeturas correctas acerca del conocimiento. Esto es preocupante, pues la comunicación matemática es uno de los 5 procesos generales de la actividad matemática, en este proceso según MEN(2008,pag.54) "las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente". En tal caso para lograr que la guía sea mas provechosa para los estudiantes es necesario buscar estrategias para que puedan tener claro los conceptos y términos necesarios.

En relación con las tareas propuestas, gracias a la implementación del cuestionario final después de haber desarrollado las cuatro actividades con el software dinámico GeoGebra, los estudiantes logran reconocer y aplicar los criterios de semejanza identificados en la actividad 2, lo cual permite validar sus conjeturas y evidenciar un buen desempeño de los estudiantes.

De manera general, durante el análisis que se llevó a cabo, la cantidad de preguntas de la Guía y del cuestionario final fueron extensas, lo cual dificultó un poco analizar las preguntas una a una, por lo tanto se planteó un análisis por actividad de forma individual en cada estudiante. Como se menciona anteriormente, los estudiantes en algunos casos no usaban lenguaje técnico o adecuado, lo cual dificultaba entender lo que ellos querían expresar en sus respuestas.

Para finalizar, podemos decir que en nuestro trabajo se dio por visto algunos conceptos previos que los estudiantes trabajaron en sus instituciones, sin embargo debido al receso que tuvieron en las clases, los estudiantes no recordaban muy bien estos conceptos y otros no los habían comprendido, esto hizo también que tuvieran dificultades, por esto es recomendable identificar y tener en cuenta el nivel de conocimiento matemático de los estudiantes al momento de desarrollar actividades de este estilo.

Es importante mencionar que el aporte de algunas teorías utilizadas en este trabajo como la de Santos Trigo, son de gran utilidad para tener idea de las ventajas que se tiene al momento de trabajar con un software dinámico, ya que en nuestra formación como docentes, es importante conocer por un lado el manejo y diseño de actividades con un software como GeoGebra, el cual permite tener experiencia en el desarrollo de este tipo de actividades para identificar la forma adecuada de realizar o formular el planteamiento de preguntas que guíen el desarrollo de la clase y que permitan un aprendizaje de conceptos matemáticos de forma autónoma y participativa por parte del estudiante y que motiven a continuar implementando algún tipo de tecnología en el aula de clase.

Capítulo 6
REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

- **Arcavi, A y Hadas, N. (2000). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque**. Documento de Trabajo del Grupo EMNT, Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

- **Artigue M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas:** desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. Conferencia en la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Julio, México.

- (s.f.). Estrategias de aprendizaje para enseñar a aprender- Pag.71 a la 77.

- **Gualdrón É. y Gutiérrez (2006). Estrategias correctas y erróneas en tareas relacionadas con la semejanza, X Simposio SEIEM.** Disponible en: http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/GualdronGut06.pdf.

- **Juan Carlos Llantén Montenegro y Miguel Armando Bermudez Serrato(Octubre de 2014)**. Una Aproximación al Aprendizaje de la Semejanza de Triángulos en GeoGebra(Tesis de pre-grado). Recuperado de: http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/7682/1/3487-0473494.pdf.

- **MEN: Estándares básicos en matemáticas.** Cooperativa editorial magisterio, (2006).Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665 /articles-116042-archivo-pdf2.pdf.

- **Ministerio De Educación Nacional. Bogotá-Colombia.(2006)**. Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021-recurso-1.pdf.

- **Ministerio De Educación Nacional. Bogotá-Colombia(1998)**. Matemáticas, Lineamientos curriculares.

- **Matemáticas 9/ Editora Diana Constanza Salgado Ramírez(2013)** Los caminos del saber. Bogotá, Colombia:Editorial Santillana.

- **Pabón, O.(2006) Conocimientos, concepciones y creencias en torno a las TIC´s en Educación Matemática.** En: Modulo 1: Didáctica de las Matemáticas y la presencia de las TIC en la escuela. Universidad del Valle, Cali.

- **Rabardel, P.(2001):** Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. Actes de l´école d´été de didactique des mathématiques. 203-213.

- **Salvador Llinares (2000):** Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. P. PONTE y L. Serrazina (eds.), Educaçao matemática em Portugal, Espanha e Itália.

- **Santos Trigo, L. (2007) La Educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales**. Trabajo presentado en la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Querétaro. México. p.39.

- **Trouche, L. (2009). Recursos para procesar, aprender, enseñar el cálculo:** "nuevos modos de concepción y difusión". Tercer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo. Saltillo (CUA) Disponible en: http://www.unsam.edu.ar/escuelas/humanidades escuela-invierno-2011 /PROGRAMA.ht.

- **Trouche, L. (2011). De los libros de texto a los recursos en línea:** evoluciones tecnológicas, evolución de los acercamientos/enfoques didácticos. Mimeo de Escuela de Invierno en Didáctica de la Matemática. Buenos Aires.

Capítulo 7

ANEXOS

7.1. Anexo 1: Guía para el estudiante

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO SUPERIOR - NEIVA

NOMBRE(S):_______________________ APELLIDOS: ____________________FECHA: __________ GRADO: _____

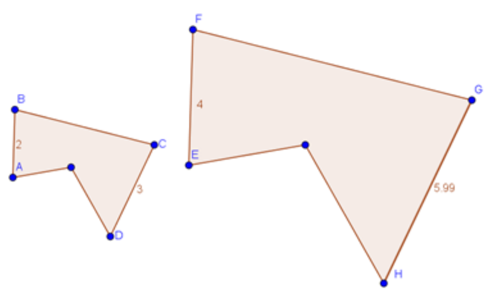
GUIA PARA EL ESTUDIANTE

Actividad N° 1:

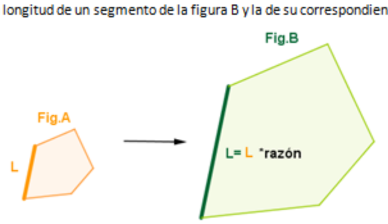
Antes de iniciar con esta actividad, es importante afianzar los conceptos de segmentos proporcionales y la congruencia de ángulos, para que de esta manera los estudiantes tengan un resultado mucho más productivo. Por esta razón, se dará a conocer la definición de cada concepto:

Segmentos proporcionales

Los segmentos AB y CD son proporcionales a los segmentos EF y GH, si la razón entre AB y CD es igual a la razón entre EF y GH. Es decir, $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$



En este caso es muy importante saber que, si dos figuras A y B son semejantes, se llama razón de semejanza de la figura B sobre la A al cociente entre la longitud de un segmento de la figura B y la de su correspondiente en la figura A. Es decir;



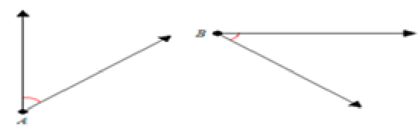
Longitud $\xrightarrow{\text{*razón}}$ Longitud; $\frac{Longitud;}{Longitudb} = *razón$

¡EXITOS MUCHACHOS!

Ángulos congruentes

Los **ángulos congruentes** son ángulos con exactamente la misma medida.

Ejemplo: En la figura mostrada, el $\angle$ *A* es congruente a el $\angle$ *B*; ambos miden 45 °.



La congruencia de ángulos se muestra en las figuras marcando los ángulos con el mismo número de arcos pequeños cerca del vértice (aquí los marcamos con un arco rojo).

En notación geométrica, si él $\angle$ *A* es congruente al $\angle$ *B*, escribimos: $\angle A \cong \angle B$.

Actividad 1.1

En primer lugar, deben abrir el aplicativo de la actividad 1.1. En esta actividad, deben tener en cuenta que el polígono 1 y el polígono 2 son semejantes entre sí, y que las comparaciones que se van a hacer, se harán entre los cocientes del segmento mayor y el segmento menor para cada par de segmentos correspondientes.

Luego, deben analizar y responder las siguientes preguntas:

1. Al comparar cada par de segmentos y ángulos que sean respectivamente correspondientes, entre las figuras semejantes ¿Qué se observa?
   RTA:

2. Al mover él deslizador hasta "k=3" y hacer nuevamente la comparación de los segmentos y ángulos correspondientes entre sí, ¿Qué se puede decir al respecto con el caso anterior?
   RTA:

3. Luego, si se mueve el deslizador hasta "k=10", ¿Notas alguna diferencia entre lo trabajado hasta ahora, en comparación con este nuevo resultado?
   RTA:

4. ¿Notaste alguna regularidad entre el deslizador y las medidas que toman los lados de las figuras? ¿Qué pasaría en el caso si "K=1.5" con respecto a la comparación de los lados y ángulos correspondientes de las dos figuras?
   RTA:

5. Que sucede si el deslizador toma el valor de "k=5.5", ¿Hay alguna diferencia entre la situación anterior y esta?
   RTA:

6. Por último, si se mueve el punto c hasta formar un nuevo cuadrilátero, ¿Qué sucede con la comparación entre los lados y ángulos correspondientes en relación con los trabajados anteriormente?
   RTA:

¡EXITOS MUCHACHOS!

En la actividad anterior, se trabajo con dos figuras que son semejantes entre sí, teniendo en cuenta sus lados y ángulos correspondientes. En relación con esto, ¿Qué características deben tener dos figuras para poder decir que una es semejante a la otra?

RTA

Actividad Nº 2:

En las siguientes actividades, la idea es enunciar los criterios de semejanza de triángulos, teniendo en cuenta lo que se trabajó en la actividad anterior con respecto a los lados y ángulos correspondientes entre dos figuras semejantes, y de esta manera lograr describir las características principales que deben cumplir dos triángulos cualesquiera, para que sean semejantes.

Actividad 2.1:

Abrir la actividad 2.1, en esta actividad se tienen dos triángulos que son semejantes, debes analizar y responder las siguientes preguntas:

1. Si se modifican los ángulos de un triángulo, de tal manera que "α=73" y "β=35" ¿Seguirán siendo semejantes? ¿Por qué?
   RTA:

2. Si se conocen las medidas de los ángulos de un triángulo, de tal forma que "α=70" y "β=68", ¿Es necesario saber cuál es la medida del otro ángulo para poder establecer si son o no semejantes? Explica tu respuesta.
   RTA:

3. ¿Qué condición se podría establecer en relación con los ángulos de los dos triángulos para que se pueda dar la semejanza entre estos? ¿Sería suficiente? ¿por qué?
   RTA:

Teniendo en cuenta lo anterior ¿Qué condiciones deben cumplir los ángulos y los lados correspondientes para que dos triángulos sean semejantes?

RTA:

Actividad 2.2:

Abrir la actividad 2.2, en esta actividad nuevamente se tiene dos triángulos que son semejantes, debes analizar las siguientes preguntas y responderlas de acuerdo a tu punto de vista.

1. Si se prolonga el segmento AB en el triángulo 1 ¿Qué sucede con el ángulo formado por los segmentos AB y AC con respecto al ángulo formado por los segmentos A'B' y A'C' en el triángulo 2?
   RTA:

2. Si miramos el caso anterior, y comparamos los segmentos correspondientes que forman el ángulo "α" del triangulo 1 y el ángulo "β" del triangulo 2. ¿Se puede afirmar que son proporcionales? ¿Por qué?
   RTA:

¡EXITOS MUCHACHOS!

3. Si se tiene una medida fija de los dos segmentos AB y BC, y luego se modifica el ángulo entre estos segmentos; con respecto a la respuesta de la pregunta anterior, ¿Los lados correspondientes entre los dos triángulos seguirán siendo proporcionales y las figuras semejantes?
   RTA:

En este caso, se trabajó de nuevo con dos triángulos semejantes, ¿Se puede afirmar que una vez conocida las medidas de dos lados correspondientes entre dos triángulos y el ángulo que se forma entre estos, garantiza la semejanza de triángulos? ¿Por qué?

RTA:

Actividad 2.3:

Abrir la actividad 2.3 y responder las siguientes preguntas respecto a los tres triángulos que se encuentran en el aplicativo.

1. Si se prolonga algún lado del triangulo 1, ¿Qué sucede con la razón de proporción? ¿Sigue siendo la misma?
   RTA:

2. Si ahora en vez de mover uno se mueven dos lados del triangulo 1, ¿La razón de proporción continuara siendo la misma?
   RTA:

3. Si por último se mueven los tres segmentos del triangulo 1 y el punto P se superpone en cada vértice de dicho triangulo ¿Se puede deducir si los dos triángulos continúan siendo semejantes? ¿Por qué?
   RTA:

4. Ahora, si se toma el triangulo 3 y se comparan sus lados correspondientes con cualquiera de los otros dos triángulos ¿Se podría garantizar la semejanza entre estos? ¿Por qué?
   RTA:

En esta actividad se trabajó con tres triángulos, dos semejantes entre si y el otro que no lo es a ninguno. De acuerdo con el hecho anterior, ¿Qué característica deben cumplir dos triángulos para que se dé la semejanza entre estos?

RTA:

Actividad Nº 3:

En esta actividad se trabajaran con tres figuras diferentes: un triángulo escaleno, un cuadrado donde sus lados midan 5 cm y un pentágono, donde cada figura tiene una homotecia de razón "k=3", sigue las indicaciones que se presente en cada actividad y resuelva las preguntas:

¡EXITOS MUCHACHOS!

Actividad 3.1:

Abre la actividad 3.1. En él encontraras dos triángulos escalenos semejantes entre sí, con sus respectivas áreas, en el tendrán que variar la razón de semejanza "k" según los valores de la tabla y llenar las casillas de la misma con el resultado hallado para cada valor.

Triángulos (escalenos)			
Razón de semejanza (K)	**Área de la figura inicial**	**Área de la figura semejante**	**Cociente entre las áreas**
1			
1,5			
2			
2,5			

1. ¿Qué relación existe entre el resultado del cociente de las áreas y la razón "k"?.
   RTA:

2. Si la razón de semejanza es "k=10" ¿Se podría determinar el área de el triangulo 2? Explica tu respuesta.
   RTA:

3. ¿Podrías encontrar una fórmula o un patrón de relación entre las áreas y la razón de semejanza? Sustenta tu respuesta.
   RTA:

Actividad 3.2:

Abre la actividad 3.2. En él encontraras un cuadrado donde sus lados midan 5 cm, con su respectiva área, en el tendrán que variar la razón de semejanza "k" según los valores que se presenten en la tabla y llenar las casillas correspondientes con el resultado encontrado en cada valor.

Cuadrados			
Razón de semejanza (K)	**Área de la figura inicial**	**Área de la figura semejante**	**Cociente entre las áreas**
1			
1,5			
2			
2,5			

1. Si se compara el resultado del cociente entre las áreas y el valor de la razón "k" ¿Qué relación existe entre estos?
   RTA:

¡EXITOS MUCHACHOS!

2. Si la razón de semejanza del cuadrado 1 es "k=8" ¿Se podría determinar el área del cuadrado 2? Explica tu respuesta.
   RTA:

3. ¿Podrías encontrar una fórmula o un patrón que se relacione entre las áreas y la razón de semejanza? Sustenta tu respuesta.
   RTA:

Actividad 3.3:

Abre la actividad 3.3. En él encontraras un pentágono, con su respectiva área, en el tendrán que variar la razón de semejanza "k" según los valores que se consigne en la tabla, a partir de esto deberán llenar las casillas de la misma con el resultado hallado para cada valor.

Pentágono			
Razón de semejanza (K)	**Área de la figura inicial**	**Área de la figura semejante**	**Cociente entre las áreas**
1			
1,5			
2			
2,5			

1. ¿Se puede determinar una relación entre el resultado del cociente de las áreas y el valor de la razón "k"? Argumenta tu respuesta.
   RTA:

2. Si la razón de semejanza del pentágono 1 es "k=15" ¿Se podría determinar el área del pentágono 2?
   RTA:

3. ¿Podrías encontrar una fórmula o un patrón que relacione el cociente entre las áreas y la razón de semejanza? Sustenta tu respuesta.
   RTA:

Actividad N° 4:

Actividad 4.1:

Abre los aplicativos de la actividad 4.1 y actividad 4.2. Luego, siga las indicaciones de la parte inferior y responda las preguntas que se indiquen:

1. Teniendo en cuenta los distintos valores de la razón de semejanza consignada en la tabla, debes completar las casillas de los respectivos volúmenes para cada valor de k.
2. Calcular el cociente entre el volumen de la figura inicial y la figura semejante.
3. Buscar una relación entre el deslizador k y el cociente entre los volúmenes de cada par de figuras.
4. ¿Se puede establecer esta relacione mediante una fórmula o patrón entre estas?

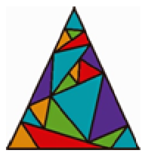
¡EXITOS MUCHACHOS!

Actividad 4.1 (Cubo)			
Razón de semejanza (K)	**Volumen de la figura inicial**	**Volumen de la figura semejante**	**Cociente entre los volúmenes**
1			
2			
3			
4			
5			

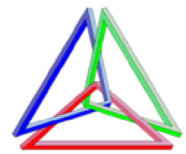
Actividad 4.2(Pirámide)			
Razón de semejanza (K)	**Volumen de la figura inicial**	**Volumen de la figura semejante**	**Cociente entre los volúmenes**
1			
2			
3			
4			
5			

¡EXITOS MUCHACHOS!

7.2. Anexo 2: Cuestionario Final



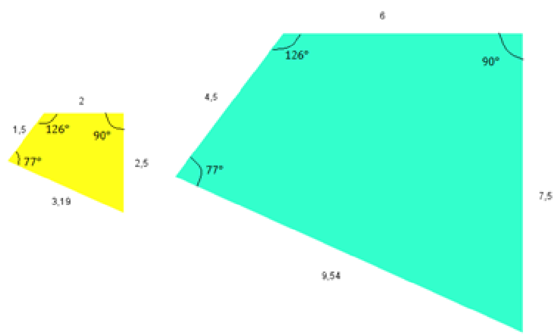
CUESTIONARIO FINAL



NOMBRE(S):_________________________ APELLIDOS: _____________________FECHA: ___________ GRADO: ____

Una vez culminadas las actividades anteriores, debes poner en práctica los conceptos aprendidos respondiendo este cuestionario.

1. **Observa las figuras y responde:**

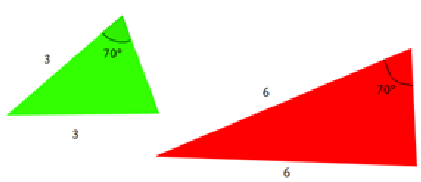


a. ¿Las figuras son semejantes?
   i. SI
   ii. No

¿Por qué?____

b. ¿Cuál es la razón de semejanza entre las dos figuras? _______________

2. **¿Son semejantes los siguientes triángulos? ______**



¡EXITOS MUCHACHOS!

3. **Responde Falso o verdadero. Dos triángulos son semejantes si:**

a. Dos ángulos de un triángulo son congruentes con dos ángulos del otro triángulo._____
b. Tienen dos de sus lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es congruentes._____
c. Todos sus lados correspondientes son proporcionales_____
d. Tienen igual perímetro_____
e. Tienen igual área_____
f. En el criterio LAL, en los dos triángulos, el ángulo no necesariamente debe estar comprendido entre los dos lados correspondientes conocidos._____
g. Para saber si dos triángulos son semejantes siempre es necesario conocer por lo menos 1 par de ángulos correspondientes. _____

4. **Se tiene un triángulo ABC, donde dos de sus ángulos miden A=50º y B=70º, y otro triángulo DEF, en el cual dos de sus ángulos miden D=70º y E=60º. ¿son semejantes los dos triángulos?**

a. Sí
b. No

5. **Suponga que los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes, si se conocen las medidas de los segmentos del triangulo ABC, de tal manera que a= 3 cm, b = 7 cm, c = 9 cm y del otro triangulo solo se conoce b' = 21 cm. Las medidas de a' y c' del triangulo A'B'C' son:**

a. a' = 9 cm y c' = 18 cm
b. a' = 18 cm y c' = 9 cm
c. a' = 9 cm y c' = 27 cm
d. a' = 27 cm y c' = 9 cm

6. **Si tenemos las medidas de dos segmentos del triángulo ABC, a=20 cm y b=15 cm, y en el triángulo DEF, d=40 cm y e=30 cm. Y además los ángulos C y F equivalen a 60º. ¿son semejantes los dos triángulos?**

a. Sí
b. No

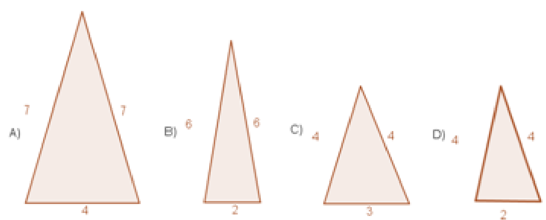
7. **En el triángulo ABC, a=20 cm y b=15 cm, en el triángulo DEF, d=40 cm y e=30 cm. Podemos afirmar que: Señale la opción correcta.**

a. Los dos triángulos son semejantes
b. Los dos triángulos no son semejantes
c. Para determinar la semejanza nos falta un dato

¡EXITOS MUCHACHOS!

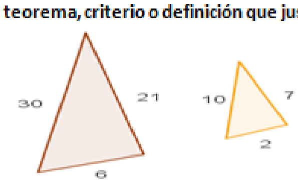
8. **Sabemos de dos triángulos lo siguiente: ambos tienen un ángulo de 60º y los dos lados que lo forman en cada triángulo, miden 7 y 16 cm en un triángulo, y 14 y 48 cm en el otro. Explica si son semejantes o no.**
RTA:

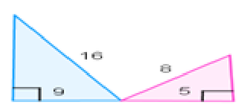
9. **¿Cuál de los siguientes triángulos es semejante a un triángulo isósceles con dos lados de tamaño 12 y el otro de tamaño 6?**

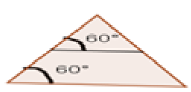


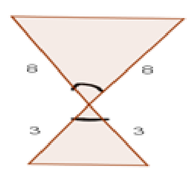
a. Opción C
b. Opción D
c. Opción B
d. Opción A

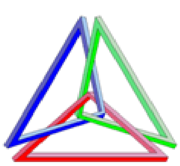
10. **Para cada uno de los siguientes pares de triángulos, indica si los dos triángulos son semejantes o no, cita el teorema, criterio o definición que justifica la conclusión.**

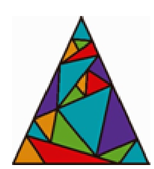












¡EXITOS MUCHACHOS!