

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	CARTA DE AUTORIZACIÓN						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-06	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	1 de 2

Neiva, 31 de enero de 2017

Señores

CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN

UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA

Ciudad

El (Los) suscrito(s):

JHON SEBASTIAN GOMEZ ORTIZ, con C.C. No. 1075273121,

YEINNY MAYERLY DELGADO ACEVEDO, con C.C. No. 1075239225

autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado

titulado LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE AREA EN EL GRADO QUINTO, LA IMPORTANCIA DEL MATERIAL DIDACTICO Y LAS TIC.

presentado y aprobado en el año 2017 como requisito para optar al título de

LICENCIADO EN MATEMATICA;

autorizo (amos) al CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN de la Universidad Surcolombiana para que con fines académicos, muestre al país y el exterior la producción intelectual de la Universidad Surcolombiana, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

Los usuarios puedan consultar el contenido de este trabajo de grado en los sitios web que administra la Universidad, en bases de datos, repositorio digital, catálogos y en otros sitios web, redes y sistemas de información nacionales e internacionales “open access” y en las redes de información con las cuales tenga convenio la Institución.

- Permita la consulta, la reproducción y préstamo a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato Cd-Rom o digital desde internet, intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer, dentro de los términos establecidos en la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, Decreto 460 de 1995 y demás normas generales sobre la materia.

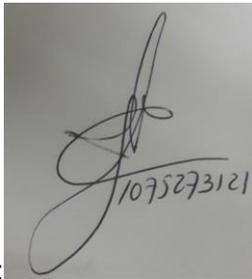
- Continúo conservando los correspondientes derechos sin modificación o restricción alguna; puesto que de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación del derecho de autor y sus conexos.

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS					  	
	CARTA DE AUTORIZACIÓN						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-06	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	2 de 2

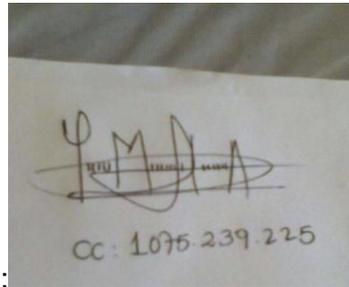
De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

JHON SEBASTIAN GOMEZ

YEINNY MAYERLY DELGADO ACEVEDO



Firma:



Firma:

	GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS				  		
	DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO						
CÓDIGO	AP-BIB-FO-07	VERSIÓN	1	VIGENCIA	2014	PÁGINA	1 de 4

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO: La Enseñanza del Concepto de Área en el grado quinto, La Importancia del Material Didactico y de las TIC.

AUTOR O AUTORES: y

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
GÒMEZ ORTÌZ	JHON SEBASTIAN
DELGADO ACEVEDO	YEINNY MAYERLY

DIRECTOR Y CODIRECTOR TESIS:

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
PENAGOS	MAURICIO
GUZMAN	MAURICIO

ASESOR (ES):

Primero y Segundo Apellido	Primero y Segundo Nombre
PENAGOS	MAURICIO

PARA OPTAR AL TÍTULO DE: LICENCIADO EN MATEMATICAS.

FACULTAD: EDUCACIÒN

PROGRAMA O POSGRADO: LICENCIATURA EN MATEMATICAS

CIUDAD: NEIVA

AÑO DE PRESENTACIÒN: 2017 **NÚMERO DE PÁGINAS:** 89

La versión vigente y controlada de este documento, solo podrá ser consultada a través del sitio web Institucional www.usco.edu.co, link Sistema Gestión de Calidad. La copia o impresión diferente a la publicada, será considerada como documento no controlado y su uso indebido no es de responsabilidad de la Universidad Surcolombiana.



GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS

DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO



CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

2 de 4

TIPO DE ILUSTRACIONES (Marcar con una X):

Diagramas ___ Fotografías X Grabaciones en discos ___ Ilustraciones en general X Grabados ___
Láminas ___ Litografías ___ Mapas ___ Música impresa ___ Planos ___ Retratos ___ Sin ilustraciones ___ Tablas
o Cuadros X

SOFTWARE requerido y/o especializado para la lectura del documento:

MATERIAL ANEXO: GUIAS APLICADAS

PREMIO O DISTINCIÓN (En caso de ser LAUREADAS o Meritoria):

PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS:

<u>Español</u>	<u>Inglés</u>	<u>Español</u>	<u>Inglés</u>
1. <u>DIDACTICA</u>	<u>DIDACTICS</u>	6. <u>ORIGAMI</u>	<u>ORIGAMI</u>
2. <u>POLIGONO</u>	<u>POLYGON</u>	7. <u>ANGULO</u>	<u>ANGLE</u>
3. <u>GEOPLANO</u>	<u>GEOPLANE</u>	8. <u>AREA</u>	<u>AREA</u>
4. <u>TANGRAM</u>	<u>TANGRAM</u>	9. <u>PERIMETRO</u>	<u>PERIMETER</u>
5. <u>RECTA</u>	<u>STRAIGHT</u>	10. <u>APRENDIZAJE</u>	<u>LEARNING</u>

RESUMEN DEL CONTENIDO: (Máximo 250 palabras)

Este trabajo surge como propuesta didáctica fundamentada en la enseñanza del concepto de área en los estudiantes de grado quinto (5°) de primaria, grado en el cual suelen presentarse dificultades en el área de geometría asociada al tratamiento de las unidades, confusión en cuánto al nombre de los polígonos, algoritmos de cálculo y en ocasiones confusión de las fórmulas asociadas entre los conceptos de área y perímetro.

Por ello se busca identificar algunas de las dificultades asociadas a la enseñanza y a su aprendizaje mediante la elaboración de una prueba diagnóstica o de entrada direccionando sus indagaciones hacia la formulación y propuesta de guías de actividades



GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS

DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO



CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

3 de 4

como estrategia didáctica a partir de ambientes de enseñanza y aprendizaje dinámico que pueda ser utilizada por docentes de matemáticas.

La educación matemática es parte fundamental en la formación de los estudiantes y es por esto que con esta propuesta queremos llegar al aula de clases con métodos diferentes de enseñanzas en donde el docente deja de ser un transmisor de conocimientos y se convierta en un guía que propicie espacios para la comprensión y la argumentación, haciéndolo participe al estudiante de su proceso de aprendizaje, contribuyendo al fortalecimiento de los conceptos relacionados con este objeto matemático área de figuras planas apoyado en la manipulación de material didáctico como el tangram chino, el geoplano, el origami y la ayuda de las TIC por medio del uso del software de geometría dinámico GeoGebra.

ABSTRACT: (Máximo 250 palabras)

This work emerges as a didactic proposal based on the teaching of the concept of area in fifth grade students (5th) of primary, degree in which there are usually difficulties in the area of geometry associated with the treatment of units, confusion in how much to Name of the polygons, calculation algorithms and sometimes confusion of the formulas associated between the concepts of area and perimeter. Therefore, it seeks to identify some of the difficulties associated with teaching and learning through the development of a diagnostic test or input by directing their inquiries towards the formulation and proposal of activity guides as a didactic strategy based on dynamic teaching and learning environments Which can be used by mathematics teachers. Mathematics education is a fundamental part of the training of students and this is why with this proposal we want to reach the classroom with different methods of teaching in which the teacher ceases to be a transmitter of knowledge and becomes a guide that allows Spaces for understanding and argumentation, making the student participate in his learning process, contributing to the strengthening of concepts related to this mathematical object area of flat figures supported by the manipulation of teaching material such as Chinese tangram, geoplano, origami And the help of ICT through the use of GeoGebra dynamic geometry software.



GESTIÓN SERVICIOS BIBLIOTECARIOS

DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y/O TRABAJOS DE GRADO



CÓDIGO

AP-BIB-FO-07

VERSIÓN

1

VIGENCIA

2014

PÁGINA

4 de 4

APROBACION DE LA TESIS

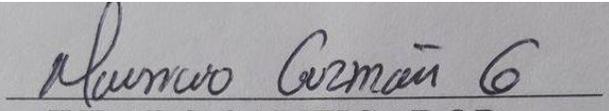
Nombre Presidente Jurado: MAURICIO PENAGOS


MAURICIO PENAGOS
Jefe de Programa Lic. en Matemáticas

Firma:

Nombre Jurado: MAURICIO GUZMAN GARCIA

Firma:


JURADO CALIFICADOR:



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

La Enseñanza del Concepto de Área en
el Grado Quinto, La Importancia del
Material Didáctico y las TIC

Yeinny Mayerly Delgado Acevedo
Jhon Sebastian Gómez Ortíz

Neiva, Huila
2017



Universidad Surcolombiana

Facultad de Educación

Programa de Licenciatura en
Matemáticas

La Enseñanza del Concepto de Área en
el Grado Quinto, La Importancia del
Material Didáctico y las TIC

*Trabajo presentado como requisito de grado
para optar al Título de Licenciado(a) en Matemáticas*

Yeinny Mayerly Delgado Acevedo
2009179635

Jhon Sebastian Gómez Ortíz
20101192401

Asesor:
MSc. Mauricio Penagos

Neiva, Huila
2017

Nota de Aceptación

Jefe de Programa

Asesor

Segundo Lector

Neiva, Febrero de 2016

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios por habernos acompañado y guiado a lo largo de nuestra carrera, por ser nuestra fortaleza en momentos de debilidad y por brindarnos una vida llena de aprendizajes, experiencias y felicidad. Agradecemos a nuestros padres y familiares por apoyarnos en todo momento y habernos brindado la oportunidad de tener una excelente educación a lo largo de nuestras vidas. A nuestros amigos por confiar y creer en nosotros y haber hecho parte de nuestra etapa universitaria en un trayecto de vivencias que nunca serán olvidadas.

Damos gracias por la confianza, apoyo y dedicación de tiempo a nuestros profesores, por haber compartido con nosotros sus conocimientos y sobre todo su amistad. Además, queremos hacer extensivo agradecimiento al Magister Mauricio Penagos y al Magister Mauricio Guzmán por creer en nuestro trabajo mostrándonos interés y aportándonos valiosas sugerencias para brindarnos la oportunidad de crecer profesionalmente y aprender cosas nuevas.

Agradecimientos	4
Introducción	7
Objetivos	8
Justificación	9
Formulación y Descripción del Problema	10
1. Preliminares	11
1.1. Antecedentes Históricos de la Geometría	11
1.2. Enseñanza-Aprendizaje de la Geometría	12
1.3. Actividades en la Enseñanza de la Geometría	13
2. El ÁREA DE FIGURAS PLANAS	18
2.1. Línea Poligonal:	18
2.2. Polígono:	18
2.3. Cuadrilátero:	19
2.4. Paralelogramo:	19
2.5. Rectángulo:	19
2.6. Conjunto Elemental:	20
2.7. Romboide:	20
2.8. Figura Congruente:	21
2.9. Triángulo:	21
2.10. Trapecio:	22
2.11. Rombo:	22
3. Materiales Didácticos que Facilitan la Enseñanza de Concepto de Área en la Geometría	24
3.1. El Tangram Chino:	24
3.1.1. Historia Del Tangram.	24
3.1.2. Actividad: Construyamos el Tangram	26
3.2. El Geoplano	31
3.2.1. Historia del Geoplano	31

3.2.2. Actividad: Construcción del Geoplano:	31
3.3. Doblado de papel	32
3.3.1. Historia Del Origami	32
3.4. Software de Geometría dinámica GeoGebra.	36
4. Ejecución de la propuesta	38
4.1. Aplicación de la Guía N° 1 : Prueba Diagnóstica (Anexo 1)	38
4.2. Aplicación de la Guía N° 2 (Anexo 2)	43
4.3. Aplicación de la Guía N° 3 (Anexo 3)	44
4.4. Aplicación de la Guía N° 4 (Anexo 4)	47
4.5. Actividad de Origami: Fantasías De Papel	50
4.6. Aplicación de la Guía N° 5 (Anexo 5): Exploración en Geometría Haciendo Uso del Programa de Geometría Dinámica GeoGebra.	50
4.7. Aplicación de la Guía N° 6 (Anexo 6)	55
4.8. Anexo1	58
4.8.1. Guía 1	58
4.9. Anexo 2	61
4.9.1. Guía 2	61
4.10. Anexo 3	62
4.10.1. Guía 3	62
4.11. Anexo 4	65
4.11.1. Guía 4	65
4.12. Anexo 5	67
4.12.1. Guía 5	67
4.13. Guías	69
Conclusiones	78
Bibliografía	79

La enseñanza del concepto de área en los niños del grado quinto de primaria presenta cierto grado de dificultad, por lo general asociada al tratamiento de las unidades, confusión en cuanto al nombre de los polígonos, algoritmos de cálculo y las fórmulas asociadas a cada una de ellos y en ocasiones confusión entre los conceptos de área y perímetro, entre otros.

El área es un concepto tan central en las matemáticas escolares que investigadores como Chamorro (1995), Castro, Flores & Segovia (1997), Stavy & Tirosh, (2001), han tratado de identificar algunas de las dificultades asociadas a su enseñanza y aprendizaje y han direccionado sus indagaciones hacia la formulación de alternativas didácticas para su enseñanza.

Tales alternativas buscan desarrollar competencias matemáticas en los estudiantes en relación con este concepto, que se enseña con un enfoque tradicional y estereotipado al interior de las aulas de clase, en la que el concepto de área se aborda de una manera superficial, instrumental y enfocada en la aplicación de fórmulas y memorización de procedimientos que por lo general carecen de sentido para los estudiantes. Con frecuencia ocurre que en matemáticas los estudiantes aprenden a operar sin tener comprensión de lo que están haciendo, repitiendo fórmulas o algoritmos sólo para cumplir con tareas, exámenes o trabajos.

Por ello se considera pertinente que el proceso de aprendizaje vinculado al uso de recursos de diferente naturaleza, por ejemplo, manipulativos como el geoplano, monominó, figuras en foami, hardware y tics, etc. son vinculantes en la comprensión conceptual del área por parte de los estudiantes. Se espera que a partir del desarrollo de esta propuesta cada docente de matemáticas reflexione en torno al proceso de enseñanza aprendizaje del área como objeto matemático y surjan elementos teóricos y metodológicos que fortalezcan y mejoren los procesos de formación al promover un acercamiento a los distintos tipos de mediaciones en la comprensión conceptual del área en estudiantes de grado quinto.

Objetivo General

- Proponer una estrategia didáctica que pueda ser utilizada por docentes de matemáticas, mediante la cual los estudiantes del grado quinto logran calcular calculen el área de algunas figuras planas como rectángulos, triángulos, rombos y trapecios, haciendo uso de material concreto como el tangram chino, el geoplano y utilizando el software de geometría dinámica GeoGebra.

Objetivos Específicos

- Elaborar y aplicar una prueba de entrada (test diagnóstico).
- Elaborar guías de actividades para calcular área haciendo uso de material didáctico y el software GeoGebra.
- Implementar material didáctico en las clases de geometría, de manera colaborativa para fortalecer el aprendizaje del objeto matemático área de figuras planas.
- Evaluar la propuesta implementada en los estudiantes para validar o no su pertinencia.

La educación matemática es parte fundamental en la formación de los jóvenes. La geometría es una de las ramas de la matemática más antigua y no se exagera al decir que convivimos con ella, pues todo cuanto nos rodea son formas geométricas. Por ello es necesario que cada licenciado en matemáticas haga una reflexión en torno a la enseñanza de la geometría, que analice y diseñe estrategias didácticas que motiven, despierten interés y permitan que los estudiantes desarrollen habilidades y competencias geométricas.

Este trabajo surge de la necesidad de proponer estrategias a partir de ambientes de enseñanza aprendizaje dinámicos, del concepto de área, en los cuales cada estudiante se haga partícipe de su proceso de aprendizaje, contribuyendo al fortalecimiento de los conceptos relacionados con este objeto matemático motivado y apoyado con el uso de material didáctico y las TICS.

Queremos con esta propuesta llegar al aula de clases con métodos diferentes de enseñanza, propiciando la manipulación por parte del estudiante de que le facilite aproximarse a la construcción del concepto de área de manera significativa, en donde el docente deja de ser un transmisor de conocimientos y se convierta más bien en una guía que propicie espacios para la comprensión y la argumentación.

Población

El presente trabajo de investigación fue desarrollado en la Institución Educativa Jose Eustasio Rivera, sede “Eliseo Cabrera” de la ciudad de Neiva (H), en el grado quinto (5°) de la jornada de la mañana, conformado por un grupo de 33 estudiantes.

Formulación y Descripción del Problema

Una de las problemáticas que hemos logrado identificar en nuestra experiencia docente en lo que refiere a la enseñanza de la geometría, es la escasa y en ocasiones rudimentaria implementación de estrategias didácticas por parte de los docentes, que motiven a los estudiantes a participar de la construcción de su propio conocimiento.

Somos conscientes que las clases de geometría se fundamentan mayormente en el modelo tradicional, en el cual el discurso del profesor, el tablero y los marcadores son los principales protagonistas. Podemos asegurar que los métodos algorítmicos y, la memorización de fórmulas está mandados a recoger.

En atención a lo anterior, consideramos que se hace necesario replantear la forma como se enseña la geometría básica; pues los métodos tradicionales no logran construir pre-saberes sólidos. Además la enseñanza de forma operativa y puramente instrumental no logra un aprendizaje significativo, lo que impide su aplicación en grados superiores y la cotidianidad a pesar de que la geometría se integra de forma directa con el entorno, los estudiantes no logran relacionar los conceptos geométricos con estructuras tangibles y cercanas.

Después de lo observado y analizado anteriormente surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo enseñar el concepto de área de figuras planas, particularmente de los polígonos, en los estudiantes del grado quinto utilizando material didáctico en el aula como eje que dinamice este proceso y permita que los jóvenes se motiven y sientan un mayor interés por su aprendizaje?

“El Universo está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola de sus palabras. Sin ese lenguaje, navegamos en un oscuro laberinto”.

Galileo

1.1. Antecedentes Históricos de la Geometría

La geometría por muchas generaciones ha permitido el desarrollo de múltiples civilizaciones, y al mismo tiempo ha aportado a la evolución de disciplinas como las artes, las ciencias exactas, y arquitectura entre otras. El hombre no habría logrado traspasar fronteras, transformar la naturaleza a su favor, y embellecer su entorno sin poner a su disposición las ventajas que le ofrece esta rama de las matemáticas. Para los antiguos matemáticos la geometría representaba un cuerpo de conocimientos verdaderos que podían ser demostrados por medio de procedimientos analíticos (lógico- deductivos) y que por tanto no dependía de dioses o de los sentimientos de las personas, a tal punto que, para los platónicos, fue de gran importancia su estudio, e inclusive escribían al ingreso de sus escuelas “nadie entre aquí que no sepa geometría”.

La enseñanza de las matemáticas ha pasado por varios momentos históricos que han repercutido en la educación, generando gran impacto en el proceso de enseñanza de la geometría. Un cambio que indudablemente afectó el desarrollo de la geometría fue la llamada geometría tradicional la cual surge de la necesidad del hombre por medir la tierra. La primera geometría trabajada en esta época fue la euclidiana, en donde se realizaban demostraciones a partir de axiomas y aplicaciones de elementos básicos como puntos, rectas, planos y volúmenes; pero que al no responder con las demandas de la sociedad fue pasando a un segundo plano, ya que el ser humano se enfrentaba a situaciones o fenómenos físicos para los cuales la geometría euclidiana no tenía argumentos necesarios para responder. Viene luego en la década de los 70 la llamada geometría moderna, la cual se fundamentaba en la demostración de teoremas sobre propiedades geométricas, limitando la construcción conceptual, primando el desarrollo algorítmico o procedimental.

Cada persona, en particular los estudiantes están rodeados en su vida cotidiana, de figuras y cuerpos geométricos, pues la geometría representa el mundo físico en el cual se encuentra

inmerso cada sujeto. Por tal motivo los docentes de matemáticas no deben fraccionar los conocimientos matemáticos, por el contrario, estos deben ser relacionados con el mundo real para comprenderlos y así dar solución a problemáticas del contexto.

Actualmente con los avances en la educación matemática se ha reevaluado la enseñanza de la geometría moderna, ya que los objetivos de la educación no se deben limitar al formalismo matemático que caracteriza la geometría sino más bien a su aprehensión real y a sus aplicaciones.

1.2. Enseñanza-Aprendizaje de la Geometría

“La palabra Geometría significa en griego medida de la tierra, que hace referencia al aspecto práctico de su origen ya que surgió por la necesidad de parcelar el terreno en el antiguo Egipto con fines agrícolas. La Geometría como ciencia surge en la primera mitad del siglo VI a. C.”

La geometría es una rama de las matemáticas que tiene por objeto estudiar las formas y figuras, sus propiedades y características independientemente de su tamaño. Esta rama se divide en dos partes: Geometría plana que estudia las figuras geométricas cuyos elementos están contenidos en el plano y Geometría del espacio la cual indaga sobre las figuras o formas cuyos elementos están contenidos en el espacio, a los cuales se llama “sólidos geométricos”.

Por lo anterior es preciso que cada docente de matemáticas a la hora de enseñar geometría piense en lo siguiente: La Geometría

- * Se aplica en la realidad: (en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería, etcétera).
- * Se usa en el lenguaje cotidiano: (por ejemplo, se dice: calles paralelas, barriles, balones cilíndricos, escaleras en espiral, etcétera).
- * Permite desarrollar en los estudiantes su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para elaborar conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias y su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hace.
- * Constituye el ejemplo clásico de ciencia organizada lógicamente y deductivamente (a partir de axiomas y postulados se deducen teoremas).

¿Para qué enseñar y aprender Geometría?:

- Para conocer una rama de las matemáticas más instructivas.
- Para cultivar la inteligencia.
- Para desarrollar estrategias de pensamiento.
- Para descubrir las propias posibilidades creativas.
- Para fomentar una sensibilidad hacia lo bello.
- Para trabajar Matemáticas experimentalmente.
- Para agudizar la visión del mundo que nos rodea.

- Para gozar de sus aplicaciones prácticas.
- Para disfrutar aprendiendo y enseñando.

1.3. Actividades en la Enseñanza de la Geometría

Es posible categorizar tres tipos de tareas que se realizan en las clases al estudiar las figuras geométricas de dos y tres dimensiones: conceptualización, investigación y demostración. Con estas tareas se espera que los estudiantes desarrollen su razonamiento geométrico. Estas tareas pueden presentarse de manera simultánea en las situaciones problemáticas que se plantean a los estudiantes y, con frecuencia, la línea que divide a una de otra es tan tenue que no se pueden separar. Estos tres tipos de tareas pueden realizarse dentro del marco del enfoque de resolución de problemas, cuya idea principal radica en el hecho de que los estudiantes construyen conocimiento geométrico al resolver problemas.

Actividades de Conceptualización: Se refieren a la construcción de conceptos y de relaciones geométricas. Es importante aclarar que no se trata de definir objetos geométricos sino de conceptualizarlos. Por ejemplo, si lo que se desea es que los estudiantes construyan el concepto de cuadrilátero no es suficiente, que en principio se dé la definición de cuadrilátero como polígono de cuatro lados y se ilustre dibujando varios cuadriláteros, creyendo que con ello el estudiante aprenderá lo que son estas figuras. El maestro muestra directamente los contenidos geométricos para que los estudiantes observen una realidad sensible o una representación, en el supuesto de que los estudiantes son capaces de apropiarse del contenido y de entender su aplicación en otras situaciones.

Actividades de Investigación: Son aquéllas en las que el estudiante indaga acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de dotarlas de significados. Probablemente es en este tipo de tareas donde se aprecia de mejor manera el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la Geometría. Un problema se concibe como una situación ante la cual no se cuenta con un proceso de resolución inmediato; si ya se sabe cómo resolverlo, entonces no es un problema. Es decir, podemos plantear a los estudiantes problemas para practicar un conocimiento o problemas para construir un conocimiento, estos últimos son los que entran dentro de las tareas de investigación.

Actividades de Demostración: Las actividades de demostración tienden a desarrollar en los estudiantes la capacidad para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de un problema que después tendrán que explicar, probar o justificar analíticamente a partir de argumentos que validan su veracidad. Es en este tipo de actividades donde puede apreciarse la socialización del conocimiento geométrico, ya que desde el enfoque de resolución de problemas se concibe al conocimiento como una construcción social.

Las tareas de demostración son esenciales en Geometría y deben estar presentes en la interacción del aula escolar; la construcción de argumentos lógicos es una habilidad que forma parte esencial de la cultura geométrica y es deseable que todos los estudiantes la desarrollen.

Por medio de las mencionadas actividades de conceptualización, investigación y demostración que se propongan a los estudiantes, es posible desarrollar en ellos las siguientes habilidades:

* Visuales.

- * De comunicación.
- * De dibujo.
- * Lógicas o de razonamiento.
- * De aplicación o transferencia.

Estas habilidades no se dan por separado, generalmente están presentes dos o más de manera simultánea.

- **Habilidades visuales:** En relación con la enseñanza de las Matemáticas, la visualización es una actividad del proceso cognitivo basada en la percepción a través del sentido de la vista, que permite descubrir, relacionar, deducir propiedades de las formas del medio.

La Geometría es una disciplina eminentemente visual. En un principio, los conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos a través de la visualización. La habilidad de visualización es un primer acercamiento a los objetos geométricos, no podemos aprender la geometría sólo viendo una figura u otro objeto geométrico. La generalización de las propiedades o la clasificación de las figuras no puede darse a partir únicamente de la percepción. Es necesario que el estudiante se enfrente a diversas situaciones donde los conocimientos adquieran sentido, por ejemplo, a través de las construcciones geométricas, en las que se puede variar el tipo de información que se les da.

- **Habilidades de comunicación:** : Se refiere a la capacidad que tiene el estudiante de interpretar, entender y comunicar información geométrica, ya sea en forma oral, escrita o gráfica, usando símbolos y vocabulario propios de la matemática y la Geometría. Las habilidades del lenguaje están estrechamente relacionadas con el pensamiento y utilizan diversidad de sentidos durante las clases en particular, por ejemplo, cuando el estudiante lee e interpreta la información de un problema para empezar a resolverlo, discute con sus compañeros las posibles estrategias de resolución, presenta ante el grupo el resultado y procedimiento que siguió para resolver un problema, justifica un resultado o un procedimiento y valida una conjetura que se hizo.

Dentro de estas habilidades está el proceso de designar por su nombre las relaciones y los objetos geométricos, como, por ejemplo; punto, recta, triángulo, rombo, círculo, mediatriz, bisectriz, etcétera. Muchas de las palabras que forman parte del vocabulario geométrico aparecen también en el lenguaje cotidiano, algunas veces con el mismo significado y otras con significado muy diferente; por ejemplo, la concepción inicial que los estudiantes puedan tener sobre las palabras radio y diagonal es muy diferente a las concepciones geométricas de esas palabras.

Una actividad recomendable en las clases de geometría es la de invitar continuamente a los estudiantes a que, siempre que el ejercicio lo permita, argumenten sus respuestas. No sólo es importante dar el resultado sino explicar cómo se obtuvo y argumentar por qué es correcto; de esta manera tareas y actividades se convierten en sesiones de demostración, fomentando la cultura de la argumentación lógica y el desarrollo de su habilidad para comunicarse.

El desarrollo del lenguaje geométrico es muy importante para la comprensión, de ahí la gran importancia que tiene enfrentar a los estudiantes constantemente a situaciones

en las que tengan que comunicar información geométrica. Dentro de las habilidades de comunicación y estrechamente relacionada con las tareas de demostración está la competencia de argumentación.

Cuando el profesor logra que sus estudiantes asuman la responsabilidad de resolver cada problema que plantea, crea las condiciones para que ellos vean la necesidad de formular argumentos que le den sustento al procedimiento de solución. Según las investigaciones que se han consultado, en tres niveles de complejidad y que corresponden a tres finalidades distintas: para explicar, para mostrar o justificar informalmente o para demostrar.

La argumentación va más allá de la comunicación: hay que comunicar para convencer. Es importante hacer notar que el estudiante no sólo debe manejar el lenguaje geométrico adecuado sino también hacerlo de manera que forme una cadena de argumentos que muestren la veracidad de su propuesta. Esta cultura de la argumentación es necesaria no sólo dentro del ámbito matemático escolar sino en cualquier ámbito en el que se desenvuelva el estudiante.

Dentro de la habilidad de comunicación está el uso de símbolos geométricos, los cuales constituyen una poderosa herramienta que permite, en un momento dado, abandonar todo referente concreto e incluso vocablos lingüísticos y trabajar únicamente con símbolos. Por ejemplo, al escribir $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, se está simbolizando que el segmento \overline{AB} es paralelo al segmento \overline{CD} de una manera mucho más breve. El docente debe considerar la pertinencia de introducir la simbología sin que esto represente un obstáculo en el entendimiento de los estudiantes.

- **Habilidades de dibujo:** Estos están fielmente relacionadas con las reproducciones o construcciones gráficas que los estudiantes hacen de los objetos geométricos. La reproducción se refiere a la copia de un modelo dado, ya sea del mismo tamaño o a escala, cuya construcción puede realizarse con base en información que se da en forma verbal (oral o escrita) o gráfica.

Las actividades de trazo de figuras geométricas son de una gran riqueza didáctica debido a que promueven en el estudiante su capacidad de análisis de las mismas al buscar las relaciones y propiedades subyacentes en su construcción. La construcción de figuras por sí misma no sólo es un propósito de la enseñanza de la geometría, sino que, además, constituye un medio para que los estudiantes sigan explorando y profundizando en los conocimientos que ya tienen e incluso construyan otros nuevos.

Por ello es importante promover entre los estudiantes el uso de los instrumentos geométricos de trazos: regla, escuadras, compás y transportador. Estos constituyen una herramienta indispensable en la enseñanza de la Geometría y su manipulación fortalece su destreza y sus habilidades de dibujo. Al pedir a los estudiantes que, usando sus instrumentos geométricos, reproduzcan una figura tendrán que identificar otras figuras involucradas y la manera en que están relacionadas dentro de la configuración completa, con lo cual estarán desarrollando su habilidad de visualización. Al reproducir una figura los estudiantes practican el trazo de paralelas, perpendiculares, circunferencias

(con determinado centro y radio), etcétera. Entre las actividades que desarrollan las habilidades de dibujo y la imaginación espacial están aquellas en las que, con un cuerpo geométrico dado, el estudiante tiene que trazar el desarrollo plano (molde o patrón) que permite construirlo.

- **Habilidades de razonamiento:** La geometría permite que los estudiantes desarrollen su razonamiento, pues deberán hacer uso de la lógica, la abstracción, las relaciones y su capacidad de argumentar procedimientos y construcciones. Explícitamente se pueden desarrollar habilidades de razonamiento como:
 - La abstracción de características o propiedades de los objetos geométricos y sus relaciones.
 - Argumentar procedimientos.
 - Hacer conjeturas y tratar de justificarlas o demostrarlas.
 - Demostrar la falsedad de una conjetura al plantear un contraejemplo.
 - Seguir una serie de argumentos lógicos y hacer deducciones lógicas.
 - Identificar cuándo un razonamiento no es lógico.

A pesar de que tradicionalmente la geometría ha sido considerada como el prototipo de una disciplina deductiva pues sus demostraciones son deductivas porque algunas propiedades se demuestran o derivan a partir de otras ya demostradas o aceptadas como verdades, en la enseñanza en ocasiones es conveniente usar la inducción para elaborar conjeturas o construir conceptos.

- **Habilidades de aplicación y transferencia:** Con estas habilidades se espera que los estudiantes sean capaces de aplicar lo aprendido no sólo a otros contextos, al resolver problemas dentro de la misma Geometría, sino también que modelen geoméricamente situaciones del mundo físico o de otras disciplinas. Algunos investigadores consideran que la comprensión en geometría se ha dado sólo si los estudiantes son capaces de aplicar el contenido aprendido a problemas nuevos, es decir, a problemas diferentes a los que inicialmente fueron presentados. La transferencia puede darse de varias maneras. Puede ser que el estudiante transfiera el contenido aprendido en geometría para resolver otra tarea que también pertenece al ámbito matemático, como el álgebra; o bien, que transfiera lo aprendido en geometría a una tarea que pertenece a otra área del conocimiento, como por ejemplo la física, en cuyo caso se habla de la aplicación de las Matemáticas.

Puede ocurrir también que el estudiante transfiera lo aprendido en geometría a un problema de carácter no matemático de otra asignatura o de la vida misma, por ejemplo, la ingeniería al observar algún diseño de un edificio, un puente, una máquina u otro objeto. En este caso se dice que la enseñanza de la geometría ha cumplido su valor formativo: el estudiante razona en terrenos distintos a como lo hace cuando se enfrenta a una tarea geométrica.

A manera de resumen de lo expuesto anteriormente, queda claro que hay diferentes tipos de tareas que pueden trabajarse con los estudiantes en la clase de geometría.



Por ende, se espera que los docentes de matemáticas tengan en cuenta esto cuando eligen o diseñan las actividades que piensan trabajar con los estudiantes. También es importante considerar que, los contenidos geométricos, permiten desarrollar habilidades, mediados por las tareas propuestas. Por ello, al momento de elegir las actividades a realizar es importante que se reflexione no sólo sobre el contenido que está en juego sino también en las habilidades que se podrán desarrollar en los estudiantes.



El aprendizaje del concepto de área de figuras planas, se ha constituido en uno de los problemas más frecuentes durante los primeros años de escolaridad; por esta razón nos hemos visto en la necesidad de proponer diversas alternativas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de dichos conceptos. Teniendo en cuenta que el área tiene que ver con la medida de superficie, es necesario que los estudiantes dominen el concepto de área de rectángulos, triángulos, rombos y trapecios

En lo que sigue, consideramos que los conceptos de punto, segmento, recta y semirecta han sido estudiados y reforzados ampliamente en la clase de matemáticas y por tanto serán omitidos. A continuación, expondremos algunas definiciones básicas:

2.1. Línea Poligonal:

Se obtiene trazando segmentos no alineados, de modo que dos segmentos consecutivos tengan sólo un extremo común. (Fig. 1)

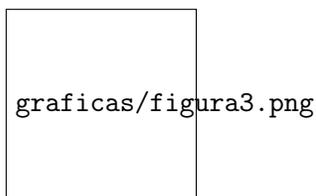


Fig.1 Línea Poligonal

2.2. Polígono:

Es la región del plano limitada por una línea poligonal cerrada.

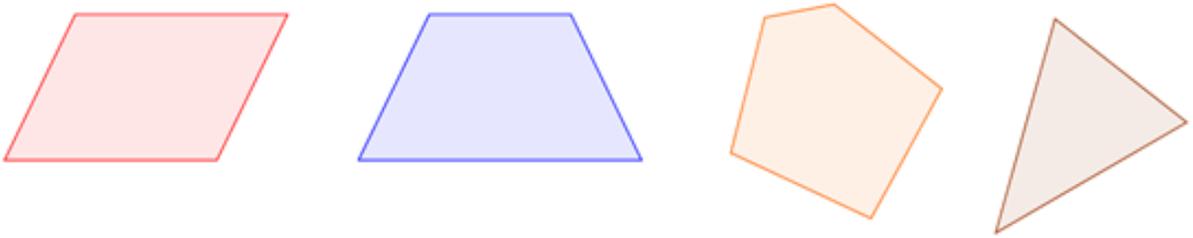


Fig. 2 Polígono

2.3. Cuadrilátero:

Es llamado así todo polígono de 4 lados.

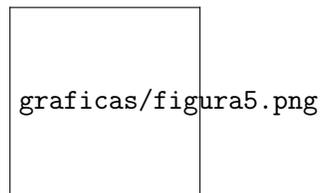


Fig.3 Cuadrilátero

2.4. Paralelogramo:

Son los cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos y congruentes.



Fig.4 Paralelogramo

2.5. Rectángulo:

Son los paralelogramos que tienen todos los cuatro ángulos rectos. (Fig. 5)

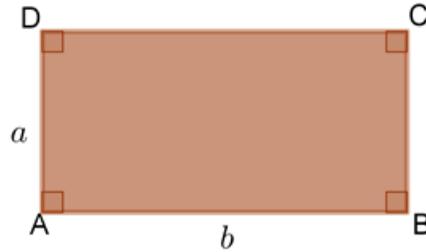


Fig.5 Réctangulo

En la figura, el lado a es llamado la altura del rectángulo y el lado b su base.

El área A de un rectángulo es igual al producto de la medida de la base por la altura, es decir:

$$A = b \cdot h$$

2.6. Conjunto Elemental:

Un conjunto se llama elemental si se puede expresar como una unión finita de triángulos y rectángulos. (Fig. 6)

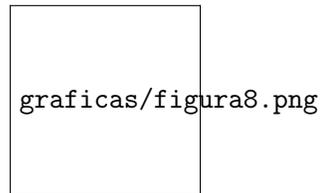


Fig.6 Conjunto Elemental

El área de un conjunto elemental es aditiva; es decir,

Si A y B son conjuntos elementales, tales que A intersecado con B es vacío, un punto o un segmento, entonces el área de la región A unida con la región B es igual a la suma del área de A más el área de B .

2.7. Romboide:

Es llamado así el paralelogramo que no tiene ni sus ángulos contiguos ni sus lados contiguos iguales.

Un romboide puede ser transformado en un rectángulo por medio de una reconfiguración. Esta consiste en una serie finita de pasos en los cuales el romboide es transformado en un rectángulo. A manera de ilustración considere el romboide $ABCD$ de la figura a continuación. Se mueve el triángulo A_1EC_1 a la derecha del paralelogramo no rectangular para formar el triángulo B_1FD_1 . (Fig. 7)

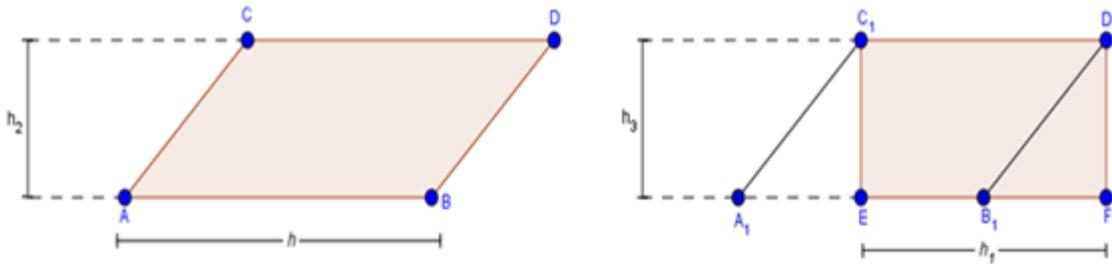


Fig.7 Apreciaciones de la aprehensión operatoria de la reconfiguración

Ya hablando de áreas, el área del rectángulo $DCEF$ es igual a $b \cdot a$, por lo tanto, el área del romboide es también igual a $b \cdot a$.

2.8. Figura Congruente:

Dos figuras son congruentes si se pueden hacer coincidir en todos sus puntos mediante una isometría.

2.9. Triángulo:

Es un polígono de tres lados.

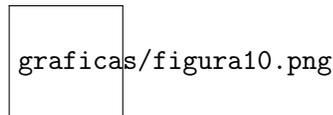


Fig.8 Triángulos

Para hallar el área del triángulo ABC (Fig. 8) se construye otro congruente, digamos BCD y se colocan de tal manera que se forma el romboide $ABCD$ y cuya fórmula se presentó en el ejemplo anterior, es claro que el área de un triángulo ABC es la mitad del área del romboide $ABCD$. (Fig. 9), es decir $A = \frac{(b \cdot a)}{2}$. Este procedimiento para calcular el área se llama “aprehensión operativa de cambio figural”.

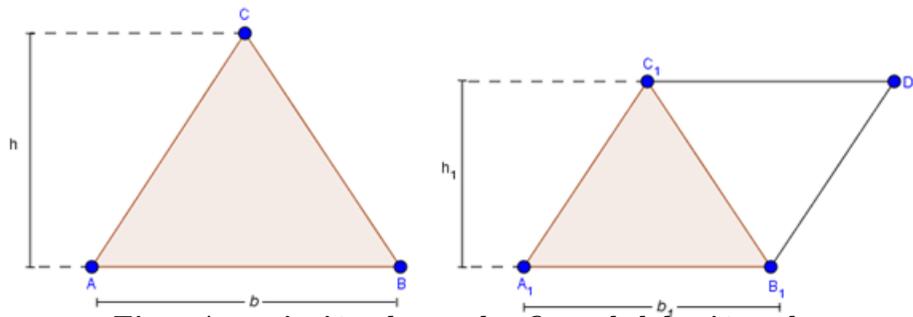


Fig.9 Apreciación de cambio figural del triángulo

$$\text{Área } \triangle ABC = \frac{(b \cdot h)}{2}$$

Como el área del triángulo ABC es igual a la mitad de $b_1 \cdot a$ por el Axioma 1 se tiene que el área de este conjunto elemental es aditiva, entonces el área del triángulo ABC más el área del triángulo DCB es igual al área del trapecio $ABCD$.

2.10. Trapecio:

Se llama así cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

Para hallar el área del trapecio $ABCD$ se hace uso de la siguiente aprehensión operativa del cambio figura (Fig. 10).

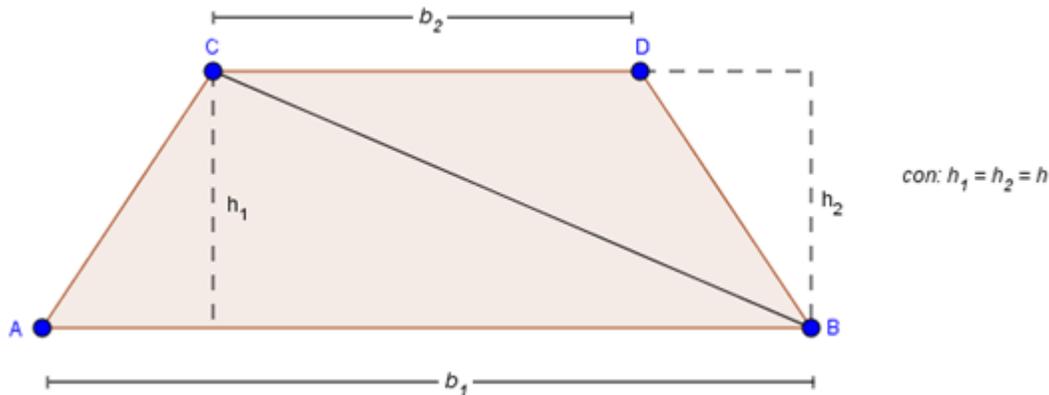


Fig. 10 Aprehensión operativa de cambio figural del trapecio

$$\text{Área } \triangle ABC = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} \quad \text{Área } \triangle DCB = \frac{b_2 \cdot h_2}{2}$$

Como el área del triángulo ABC es igual a la mitad de $\frac{b_1 \cdot a}{2}$ y el área de este conjunto elemental es aditiva, entonces el área del triángulo ABC más el área del triángulo DCB es igual al área del trapecio $ABCD$. Es decir

$$A = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} + \frac{b_2 \cdot h_2}{2} = \frac{h}{2}(b_1 + b_2)$$

Explícitamente se dice que el área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.

2.11. Rombo:

Es el paralelogramo que tiene todos sus lados congruentes, pero sus ángulos no son rectos.

Para encontrar el área del rombo, se inscribe este en un cuadrado para obtener la forma conocida de base x altura. (Fig.11)

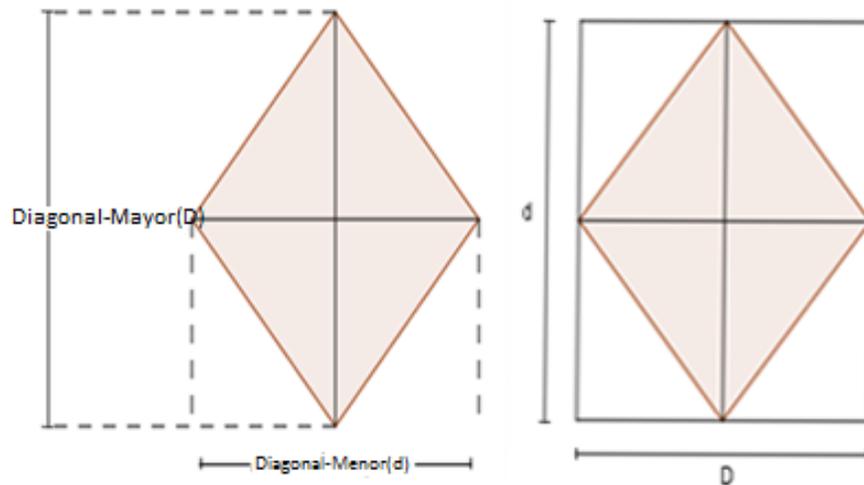


Fig. 11 Inscripción del rombo en el cuadrado

Al inscribir el rombo en el cuadrado o en un rectángulo, se obtienen 8 triángulos iguales, de los cuales cuatro pertenecen al rombo. Como el área del rectángulo ya es conocida, en este caso es igual a $d \cdot D$ y como el rombo contiene la mitad de los triángulos que conforman el cuadrado, es claro que el área del rombo es igual a la mitad del área del cuadrado que lo inscribe, es decir

$$A = \frac{d \cdot D}{2}$$

De esta forma se ha estudiado una manera sencilla de deducir las fórmulas para hallar el área de algunas figuras planas elementales y poder calcularla su valor de manera fácil e indirecta, con un procedimiento que involucra la manipulación de las figuras mediante la adición o supresión conveniente de elementos geométricos de las configuraciones iniciales. Este tipo de procedimiento también puede ser abordado a través de materiales manipulativos o ambientes de geometría dinámica para apreciarlos de otra manera que es precisamente lo que se estudiará en el próximo capítulo.

CAPÍTULO 3

MATERIALES DIDÁCTICOS QUE FACILITAN LA ENSEÑANZA DE CONCEPTO DE ÁREA EN LA GEOMETRÍA

Existen diferentes materiales que el maestro puede emplear para realizar actividades que favorezcan el desarrollo de habilidades geométricas y la adquisición de conocimiento geométrico. A continuación, se relacionan algunos ejemplos:

3.1. El Tangram Chino:

3.1.1. Historia Del Tangram.

El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado “Chi Chiao Pan” que significa “juego de los siete elementos” o “tabla de la sabiduría”. Existen varias versiones sobre el origen de la palabra Tangram, una de las más aceptadas cuenta que la palabra la inventó un inglés uniendo el vocablo cantonés “tang” que significa chino con el vocablo latino y “gram” que significa escrito o gráfico. Otra versión narra que el origen del juego se remonta a los años 618 a 907 de nuestra era, época en la que reinó en China la dinastía Tang de donde se derivaría su nombre.

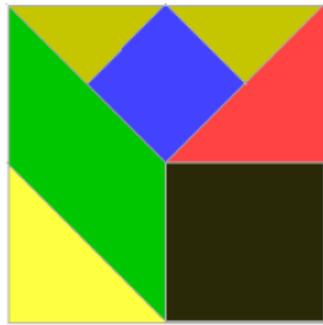
No se sabe con certeza quien inventó el juego ni cuando, pues las primeras publicaciones chinas en las que aparece el juego datan del siglo *XVIII*, época para la cual el juego era ya muy conocido en varios países del mundo. En China, el Tangram era muy popular y era considerado un juego para mujeres y niños.

A partir del siglo *XVIII*, se publicaron en América y Europa varias traducciones de libros chinos en los que se explicaban las reglas del Tangram, el juego era llamado .^{el} rompecabezas chinoz se volvió tan popular que lo jugaban niños y adultos, personas comunes y personalidades del mundo de las ciencias y las artes. Napoleón Bonaparte se volvió un verdadero especialista en el Tangram desde que fue exiliado en la isla de Santa Elena.

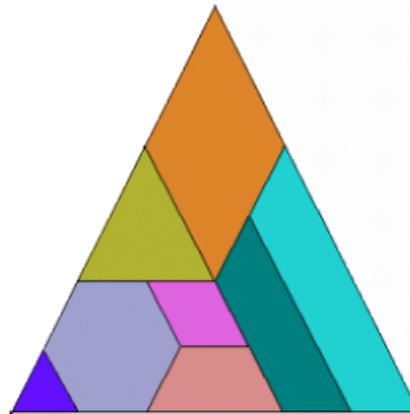
En cuanto al número de figuras que pueden realizarse con el Tangram, la mayor parte de los libros europeos copiaron las figuras chinas originales que eran tan sólo unos cientos. Para 1900 se habían inventado nuevas figuras y formas geométricas y se tenían aproximadamente 900. Actualmente se pueden realizar con el Tangram alrededor de 16,000 figuras distintas. Hoy en día el Tangram no se usa sólo como un entretenimiento, se utiliza también en la psicología, en diseño, en filosofía y particularmente en la pedagogía. En el área de enseñanza de las

matemáticas el Tangram se usa para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales de los niños, pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas.

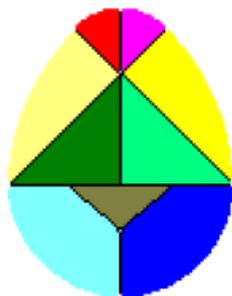
El uso de estos rompecabezas geométricos desarrolla la visualización, las habilidades de reproducción, construcción y comunicación. Los siguientes son ejemplos de Tangram chino:



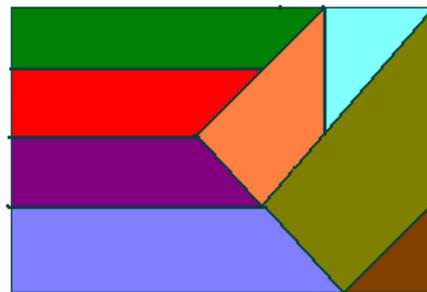
Tangram de Fletcher



Tangram de ocho piezas



Ovotangram



Armonigrama

Algunas actividades que se pueden desarrollar con los tangram son:

- Recortar las diferentes piezas del rompecabezas y con ellas armar cuadrados, rectángulos, romboides, trapecios, utilizando una, dos, tres, cuatro o más piezas.
- Reproducir con regla y compás los rompecabezas.

EL TANGRAM se constituye en un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas, comprender y operar la notación algebraica, deducir relaciones, fórmulas para área y perímetro de figuras planas y un sin número de conceptos que abarcan desde el nivel preescolar, hasta la básica y media e incluso la educación superior.

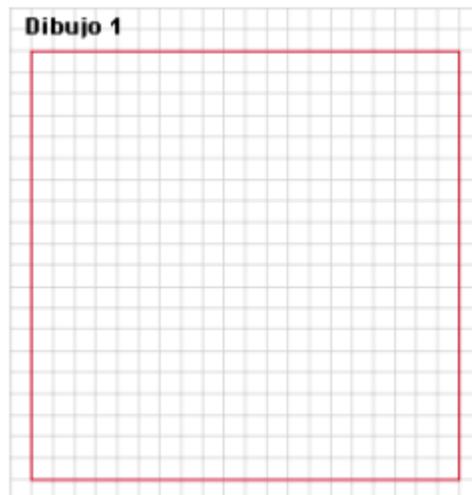
El trabajo con tangram, permite enriquecer la imagen conceptual de las figuras, ya que van apareciendo en diferente posición y están formados por distintas piezas. También prepara a los estudiantes para la deducción de las fórmulas de las áreas, pues construyen la idea de unas figuras que pueden descomponerse o ser formadas por otras.

3.1.2. Actividad: Construimos el Tangram

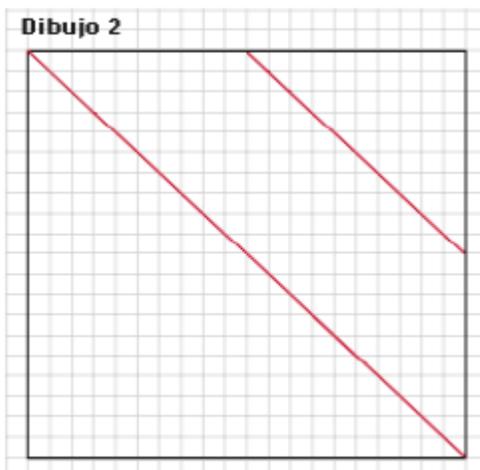
Con este ejercicio se busca que los estudiantes construyan su propio Tangram, lo gradúen y lo usen para calcular áreas y perímetros. Con esta actividad podrán reforzar, conceptos de geometría como líneas paralelas, perpendiculares, punto medio de un segmento, y diagonales de un cuadrado.

Se sugiere que los estudiantes trabajen en una hoja cuadriculada (que puede ser de cuaderno), pues eso facilitará los cálculos de las figuras, ya que en estas hojas cada cuadradito mide por cada lado $0,5\text{cm}$.

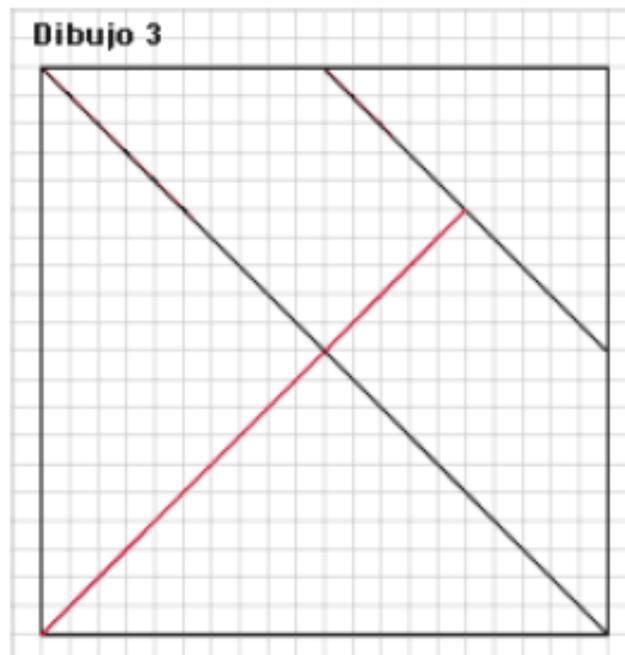
1. Dibuja un cuadrado de 10cm por lado. (20 cuadritos de la hoja)



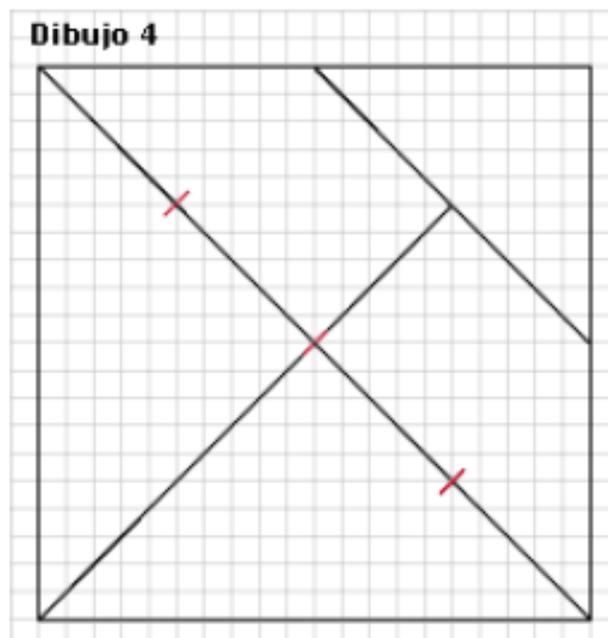
2. Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.



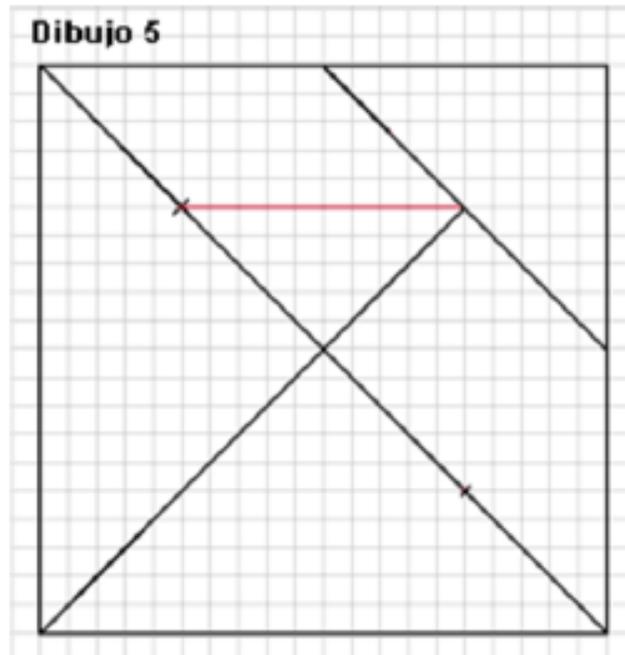
3. Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.



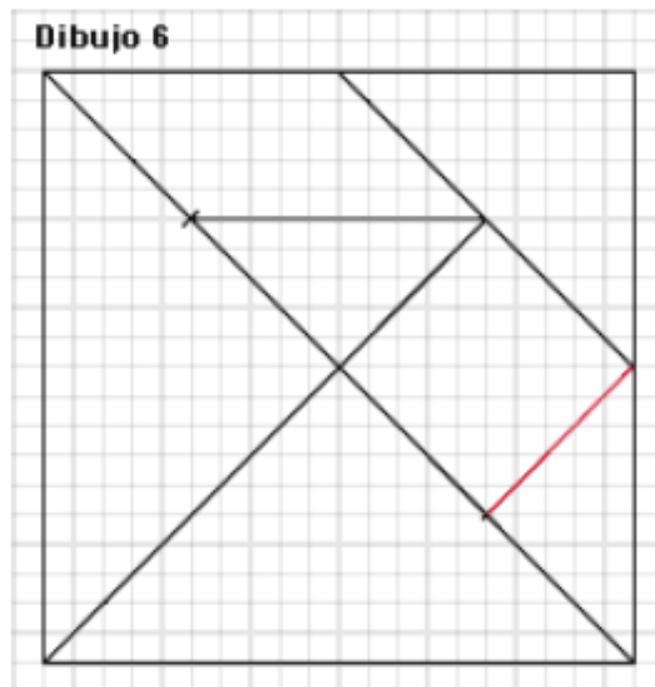
4. La primera diagonal que trazaste deberás partirla en cuatro partes iguales.



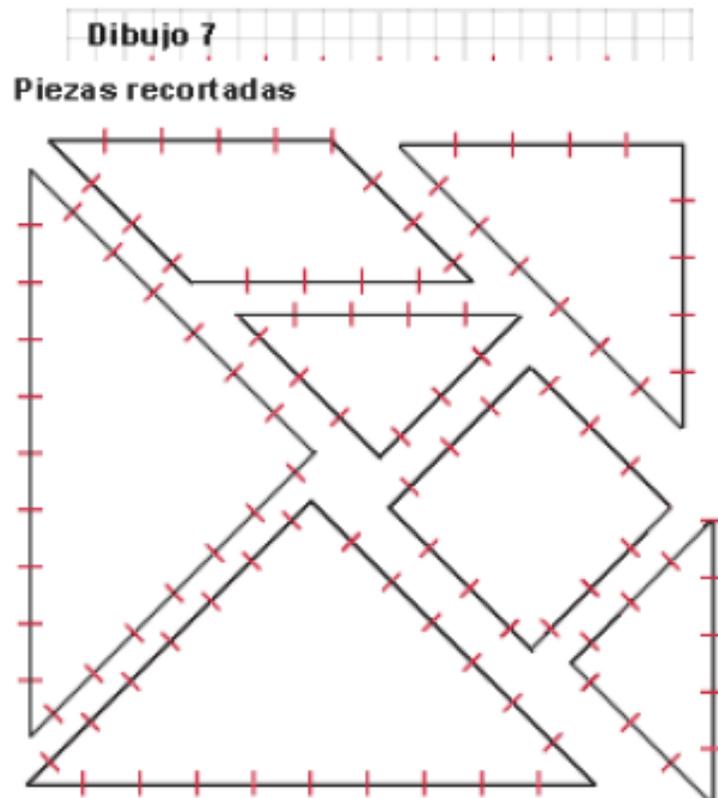
5. Traza la recta que se muestra en el dibujo.



6. Por último traza esta otra recta.



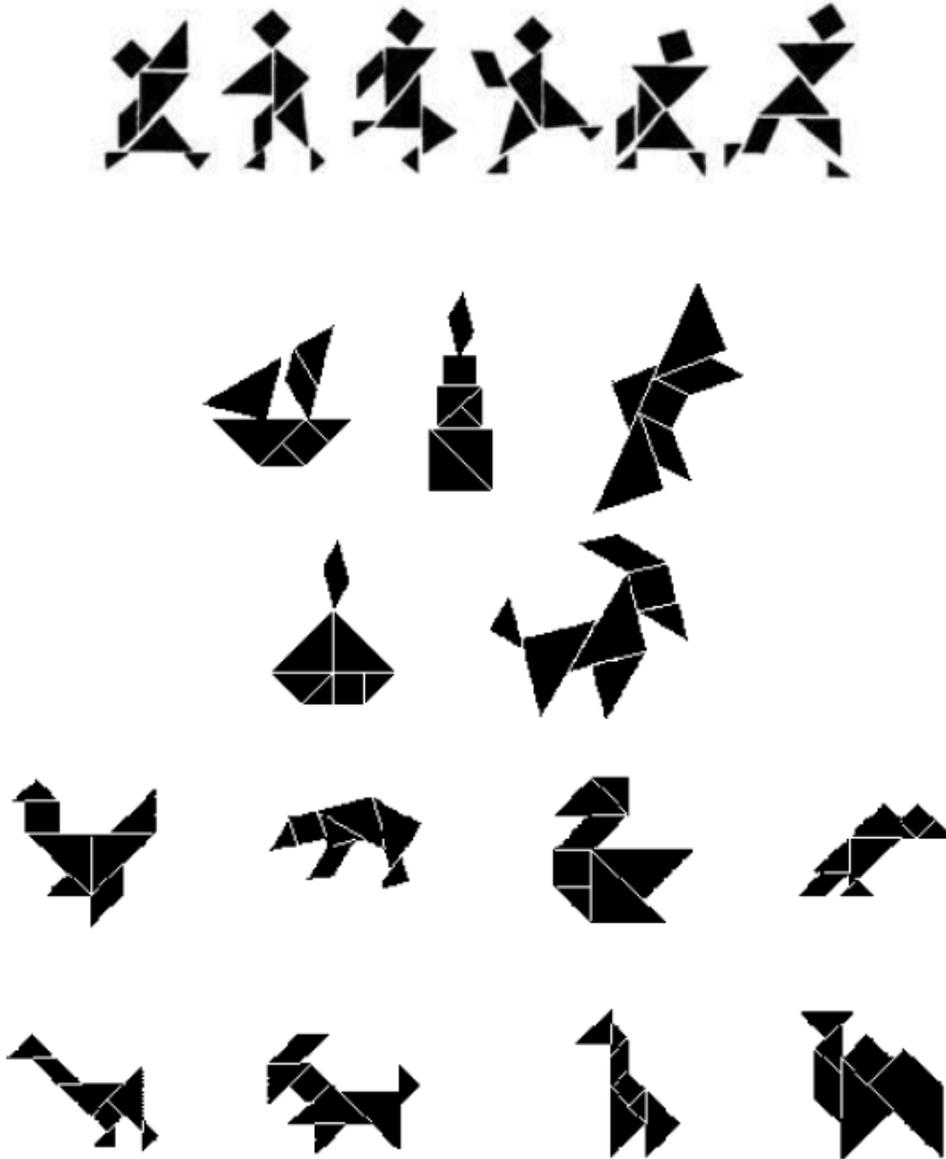
Ahora deberás graduar el tangram haciendo marcas de 1cm (o de dos cuadritos) tal y como se muestra en el dibujo. Para marcar las diagonales necesariamente deberás usar una regla



Las siguientes son las reglas de utilización del Tangram chino:

- Con sus piezas se pueden construir otras figuras geométricas, humanas, de animales, etc.
- El tangram es un juego planimétrico, es decir, todas las figuras deben estar contenidas en un mismo plano.
- Se tiene libertad total para elaborar las figuras

Algunas figuras construibles con el Tangram son las siguientes:



3.2. El Geoplano

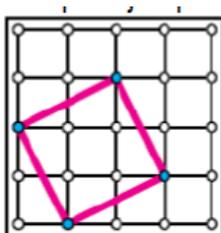
3.2.1. Historia del Geoplano

El geoplano fue creado por el matemático egipcio Caleb Gattegno en la década de los 60 cuando buscaba un método para enseñar la geometría de una forma más didáctica. Aunque hoy en día la mayoría son de plástico, el original consistía en un tablero cuadrado de madera con clavos formando una trama, de tal manera que estos sobresalían y se podían enganchar las gomas elásticas que van a servirnos para representar las diferentes figuras geométricas.

Esta herramienta, sencilla y eficaz, permite a los estudiantes experimentar modelos matemáticos y construir conceptos numéricos en diversos contextos; puede ser usada con la finalidad de establecer patrones ideales, para combinar y realizar mediciones directas o indirectas. Es útil para reproducir en forma creativa nuevas colecciones de figuras complejas, innovar conceptos, descubrir propiedades-relaciones exactas y comprobar conjeturas e hipótesis. Es potencialmente beneficioso para estimular y despertar la creatividad, buscando integrar lo pedagógico con el desarrollo de estrategias y habilidades cognitivas (estímulo informal, búsqueda íntegra de información constante, razonamiento espacial a través de procesos de análisis y síntesis sobre figuras geométricas).

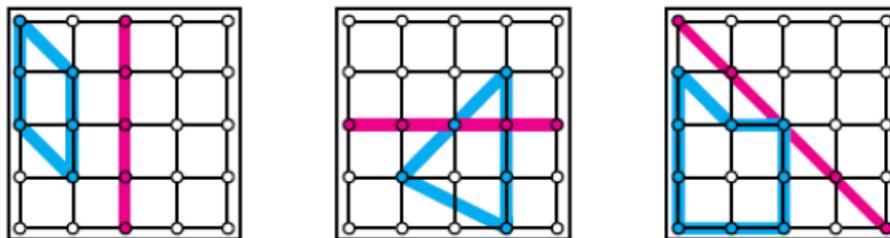
3.2.2. Actividad: Construcción del Geoplano:

Utilizaremos para ello un cuadrado de madera de 5 cm x 5 cm al que previamente se le traza una cuadrícula de 1 cm de lado y en cada punto de intersección de dos líneas de la cuadrícula se clava un clavo dejando una parte de él fuera para que pueda sujetar cuerdas de colores. Con las cuerdas de colores pueden formarse diferentes figuras geométricas como por ejemplo la siguiente:



Algunos de los usos que pueden darse al geoplano en la clase de geometría son:

- Formar diferentes figuras como cuadrados, rectángulos, triángulos, trapecios, etcétera.
- Reproducir en el geoplano una figura dibujada en el pizarrón o construida en el geoplano del maestro.
- Hacer una demostración sencilla del Teorema de Pitágoras.
- Formar en el geoplano todos los cuadrados de diferentes tamaños que puedan formarse (lo mismo para rectángulos, triángulos rectángulos, etcétera).
- Hallar la figura simétrica con respecto al eje dado.
- Formar polígonos irregulares y dar las instrucciones oralmente para que otro u otros compañeros formen un polígono idéntico y en la misma posición.



Otros usos del Geoplano en la clase de geometría son los siguientes:

- * Representación de puntos: Ejes de coordenadas, abscisas, ordenadas, representación de un punto a partir de pares de números ordenados, externos o internos a una figura.
- * Representación de líneas: rectas, semirrectas, segmentos, curvas, mixtas, paralelas, tangentes, secantes a una figura, poligonales, abiertas, cerradas.
- * Representación de figuras: con líneas rectas o curvas, perímetros, áreas, aristas, vértices.
- * Representación de polígonos: regulares, irregulares.
- * Representación de ángulos: internos y externos, operatoria, fracciones, porcentajes, cálculo mental, vocabulario, expresión y comprensión oral y escrita, interacción social.
- * Cálculo y comparación: de puntos, de líneas, de figuras, de ángulos, semejanzas, mayor, menor igual.

3.3. Doblado de papel

3.3.1. Historia Del Origami

El origami se originó en China alrededor del siglo I o II d.C., y llegó a Japón en el siglo VI. Comenzó como un arte que, como muchos otros en la cultura japonesa, estaba más basado en la imaginación o el simbolismo que en la realidad: unos simples pliegues evocaban, por ejemplo, el espíritu de un animal, una flor, o un pájaro, en vez de reproducir una detallada representación del mismo.

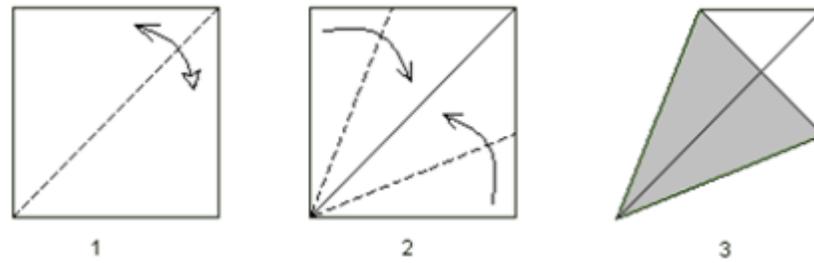
El origen de la palabra procede de los vocablos japoneses “oru” (plegar) y “kami” (papel). Este no ha sido su único significado, ya que a través del tiempo este arte ha tenido cambios en el nombre que lo identifica. En los primeros siglos de su existencia se le llamaba Kami por el significado que se había creado para papel, que en realidad era homónimo de la palabra que se usan para los espíritus de los dioses. Pasaron los siglos y tomó el nombre de Orikata, que significa “ejercicios de doblado”. No fue si no hasta 1880 que se desarrolló la palabra origami a partir de las raíces “oru” y “kami” antes mencionadas. Uno de los centros importantes en el género del origami es España, en donde asignaron el vocablo papiroflexia al arte geométrico de hacer plegados para figuras de papel.

Hay varios estilos de Origami tales como el tradicional, rígido, y modular. El origami tradicional mantiene la creencia de que se deben hacer los modelos usando una sola hoja de papel cuadrado que no se puede cortar o pegar de ninguna manera. Grullas de papel y aviones entran en esta categoría. El origami rígido explora la idea de plegado de una sola hoja de papel de tal manera que se colapsa fácilmente sin doblar las regiones entre sus pliegues. En otras palabras,

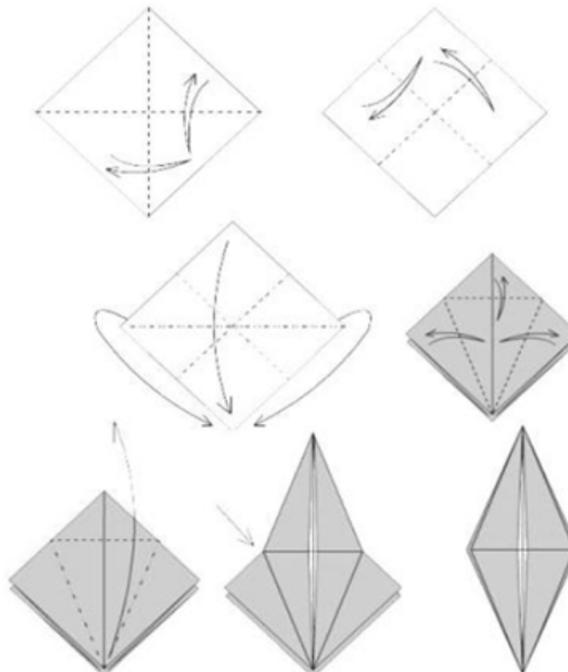
se puede plegar con un movimiento rígido. Las matrices de paneles solares utilizadas para satélites espaciales fueron diseñados utilizando el pliegue de mapa rígido inventado por Koryo Miura, un astrofísico japonés.

Algunas ilustraciones:

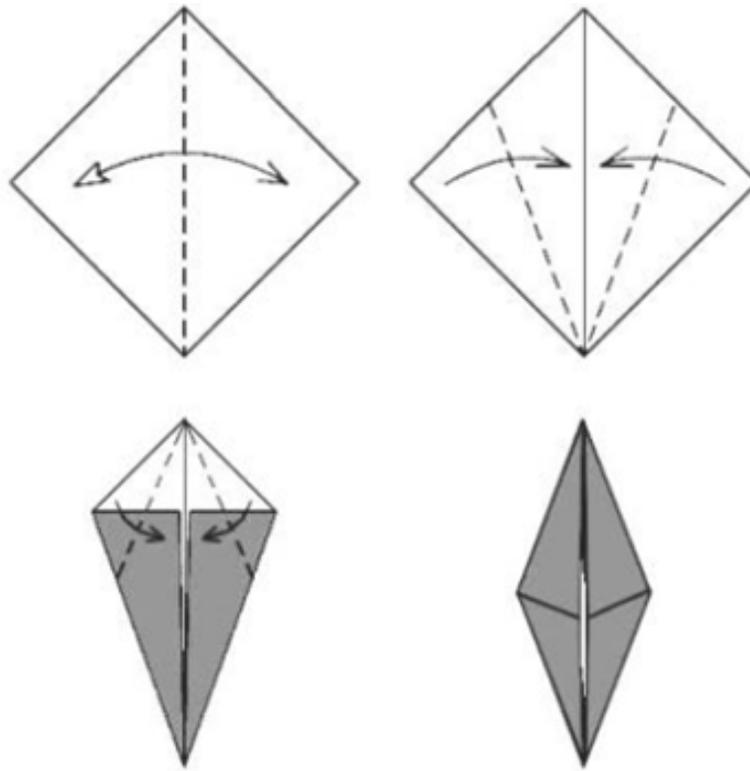
Base Cometa



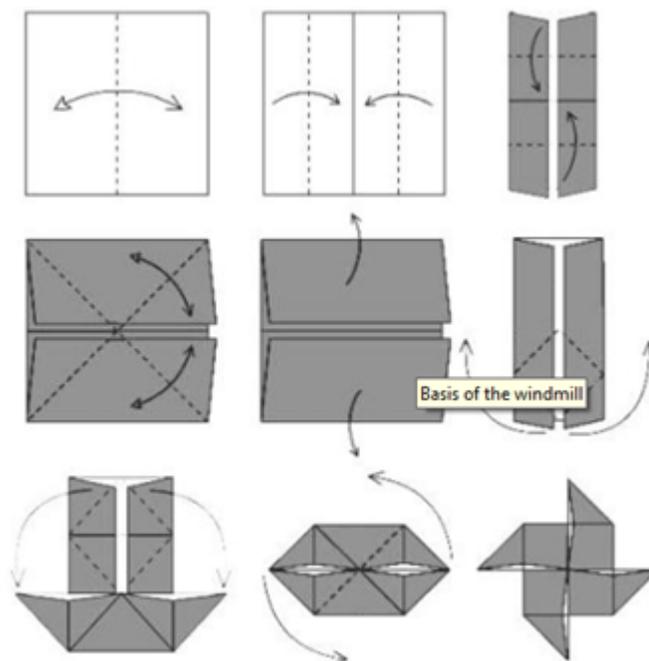
Base Pájaro



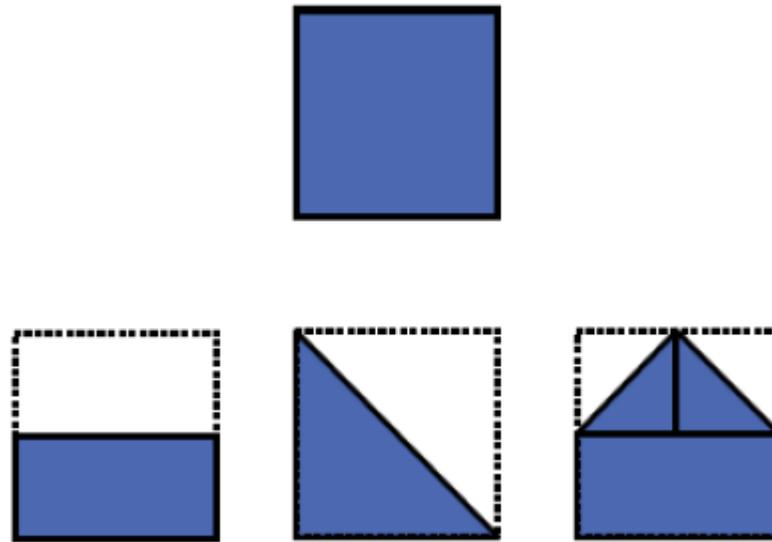
Base diamante



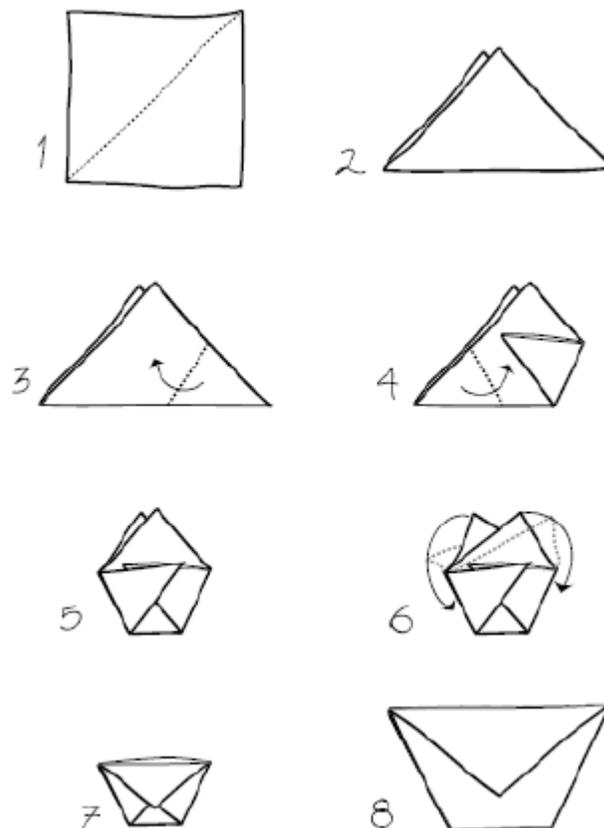
Base molinete



El origami o papiroflexia constituye un excelente recurso para trabajar la Geometría, desde elaborar figuras siguiendo las instrucciones dadas por el profesor o por un manual hasta resolver problemas con el doblado de papel. Un problema de investigación para la clase podría ser: por medio de dobleces construir, a partir de un cuadrado, el mayor número de figuras geométricas que tengan diferente nombre (dos triángulos, dos rectángulos, etc.)



Seguir las instrucciones para hacer una figura de papel también desarrolla habilidades de visualización y comunicación.



Además, al hacer los dobleces implícitamente los estudiantes están en contacto con diversos conceptos geométricos: cuadrado, diagonal, triángulo, triángulo rectángulo, etcétera.

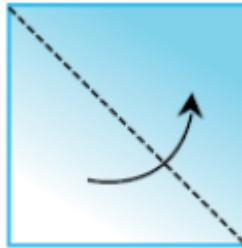
Si lo que se desea es que los estudiantes se apropien del vocabulario geométrico, el origami puede trabajarse dando las indicaciones oralmente o por escrito usando términos geométricos

y cuestionando a los estudiantes sobre las figuras que van obteniendo y sus características. Por ejemplo:

- Tomen un cuadrado



- Dóblenlo por una de sus diagonales:



Según sus lados, ¿qué tipo de triángulo obtienen? Según sus ángulos, ¿qué tipo de triángulo obtienen?



3.4. Software de Geometría dinámica GeoGebra.

En el año 2001 salió la primera versión del programa Geogebra, su creador y actual director del equipo es *Markus Hohenwarter*, trabajo que realizó como parte de su maestría en educación matemática.

El Geogebra “es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo.” (*Hohenwarter, 2001*), donde la interactividad está mediada por el uso de las matemáticas de parte de profesores y estudiantes, ya que fue planeado para desarrollar actividades de enseñanza de cualquier conocimiento que implique el uso de ecuaciones, gráficas y análisis de datos, posibilitando la visualización gráfica, algebraica y de hoja de cálculo vinculadas dinámicamente.

Tal como su nombre lo dice, Geogebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra. En este sentido, para la parte geométrica se puede ubicar dentro de los programas dinámicos los cuales, en general, permiten realizar construcciones geométricas, con la ventaja de poder mover los puntos de la construcción y observar sus invariantes y características.

El Geogebra además presenta características adicionales que los programas dinámicos de geometría por lo general no poseen y que lo hace especial, conforme se realizan las construcciones geométricas en una ventana se van mostrando las expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción; también permite trabajar con las funciones al poderlas, graficar y manipular de una manera sencilla.

Geogebra también puede calcular la derivada de las funciones, posee su propia hoja de cálculo y además ya tiene implementadas muchas funciones de manera interna lo que ahorra mucho trabajo (por ejemplo, la aproximación del área bajo la curva utilizando rectángulos). Otra ventaja de este software matemático es que es un programa gratuito y se puede distribuir mientras no sea para uso comercial. Este permite llevarlo a cualquier colegio sin problema de licencias. También lo pueden utilizar los estudiantes en sus casas, lo que constituye una gran ventaja para que los estudiantes puedan estudiar por su cuenta o profundizar lo que se ha visto en clase.

Algunas indicaciones para la utilización del software Geogebra:

Un programa informático de geometría dinámica permite dibujar figuras geométricas. Es muy útil para construir figuras, evidentemente, pero también, para desplazarlas, ampliar, deformarse o “animarlas”, y para experimentar y conjeturar. En esta guía didáctica presentamos el programa GeoGebra, que en los cursos nos permitirá trabajar algunos elementos geométricos. El GeoGebra es un programa de libre distribución y se puede bajar de internet desde <http://www.geogebra.org/cms/>. La mejor forma de aprender a manejar el GeoGebra es mediante su utilización.

En esta guía presentamos el programa GeoGebra, como muestra de que se puede utilizar como medio para explorar y reforzar los conocimientos obtenidos en el desarrollo de las guías anteriores y conocer algunos elementos geométricos.

CAPÍTULO 4

EJECUCIÓN DE LA PROPUESTA

Se realizó la aplicación de las guías en la Institución Educativa Jose Eustasio Rivera, sede “Eliseo Cabrera”, jornada mañana en el grado 5° de primaria conformado por 33 estudiantes. El ejercicio tuvo lugar en 8 sesiones de dos (2) horas de clase cada una, y el objetivo principal fue identificar debilidades o falencias que los estudiantes tuvieran en el cálculo del área de algunas figuras planas elementales y trabajar para remediar esta situación.

La aplicación de la guía tuvo el propósito de llevar a la práctica las actividades propuestas en el presente trabajo de grado, conllevando a hacer uso del material didáctico concreto como el tangram chino, el geoplano y la utilización del software dinámico Geogebra.

4.1. Aplicación de la Guía N° 1 : Prueba Diagnóstica (Anexo 1)

* *Diseño de la prueba diagnóstica:* Con base en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional se realizó una prueba diagnóstica específicamente en:

- Identificación de polígonos
- Caracterización de polígonos según el número de lados y vértices.
- Reconocimiento del perímetro de polígonos.
- Reconocimiento del área de polígonos.
- Relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes.

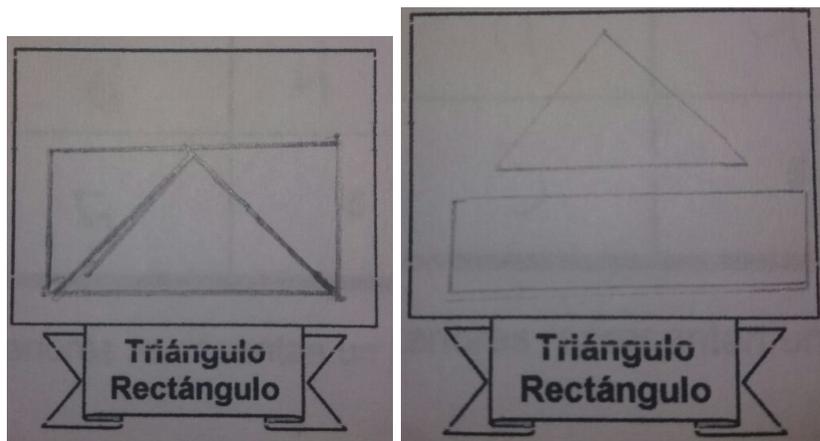
* *Aplicación de la prueba diagnóstica:* Inicialmente se realizó una actividad de ambientación con el fin de llegar a los estudiantes y obtener un ambiente acogedor, luego se les explicó a los estudiantes de que la actividad a realizar sería una prueba diagnóstica que no se trataba de una evaluación y que contestaran a conciencia lo que sabían o recordaran. Para que los estudiantes tuvieran un cambio de ambiente, la prueba se realizó en la sala de audiovisuales, en horario escolar en presencia de la profesora encargada del grupo.



* *Análisis de resultados de la prueba:* Según la prueba diagnóstica se pudieron sacar varias conclusiones y a partir de ella, estructurar las actividades a seguir. A continuación, serán presentadas las observaciones más relevantes de acuerdo a cada pregunta.

Pregunta 1. Esta pregunta pide a los estudiantes dibujar 4 polígonos, el rombo, el rectángulo, el triángulo rectángulo y el trapecio. De los 33 estudiantes, 29 de ellos dibujaron el rombo correctamente, 31 dibujaron correctamente el rectángulo; hasta allí se observó que la mayoría de estudiantes conocen estos polígonos. Mientras que al dibujar el triángulo y el trapecio los resultados no fueron buenos debido a que sólo 3 estudiantes realizaron correctamente el triángulo rectángulo y sólo 1 estudiante dibujó el trapecio.

Llamó la atención que al dibujar el triángulo rectángulo un estudiante dibujó un triángulo inscrito en un rectángulo y otros dos realizaron un triángulo seguido de un rectángulo. Al preguntarles a dichos estudiantes el porqué de sus dibujos, éstos contestaron de que realizaron lo leído y tomaron sus propias conclusiones porque desconocían el polígono.



Pregunta 2. Consistió en caracterizar o identificar el rombo, rectángulo, triángulo rectángulo y trapecio que debían dibujar los estudiantes en la pregunta anterior. Para un mejor análisis de sus respuestas se analizó cada característica dependiendo de la figura.

Rombo: La cantidad de estudiantes que caracterizaron al rombo fue 19 niños, de los cuales 13 coincidieron con la característica de que el rombo tiene 4 lados y de estos 3 incluyeron que a su vez tiene 4 vértices.

Por otro lado, las otras respuestas eran por medio de características comparativas de acuerdo a lo que reflejaba el dibujo desde la perspectiva o contexto de cada estudiante. Algunas respuestas fueron: el rombo es casi igual al cuadrado, una figura geométrica que es como un diamante, se reconoce porque el rombo es un cuadrado al revés, es como la forma de una cometa y para poder hacerlo se pueden hacer dos triángulos y se borra la línea del centro, el rombo es como dos triángulos pegados, uno arriba y otro al revés.

De tal diversidad de respuestas se observó que de los estudiantes que en la pregunta 1 dibujaron correctamente el rombo, 18 de éstos hicieron parte de los estudiantes que respondieron la pregunta anterior.

Rectángulo: La cantidad de estudiantes que respondieron bien las características del rectángulo fue de 27, reconociendo que el rectángulo tiene 4 lados y 4 vértices.

Triángulo Rectángulo: Sólo 3 estudiantes caracterizaron correctamente el triángulo rectángulo afirmando que tiene 3 lados y un ángulo de 90 grados.

Trapezio: Sólo un estudiante respondió que el trapezio es un cuadrilátero y los demás se puede establecer la confusión que se tiene.

EXPLORACIÓN SOBRE LOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS Y EL CONCEPTO DE ÁREA - PRUEBA DIAGNÓSTICA
 L.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA
 Practicantes: Yeinny Mayerly Delgado – Sebastián Gomez Ortiz

Guía N° 1

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Jhon Harold Velasquez Aubio

Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Identifico las figuras determinadas y descubro las relaciones entre perímetro y área, realizando ejercicios prácticos en situaciones problemas que requieren el uso de estos conceptos.

1. Dibuja la figura indicada en cada espacio.

Rombo

Rectángulo

Triángulo Rectángulo

Trapezio

2. Con tus propias palabras, caracteriza cada una de las figuras anteriores.

- **Rombo:**
un rombo es como dos triángulos pegados uno arriba y otro abajo al revés
- **Rectángulo:**
el rectángulo tiene 4 lados y 4 vértices
- **Triángulo Rectángulo:**
el triángulo rectángulo es un triángulo dentro de un rectángulo
- **Trapezio:**
el trapezio tiene 4 lados y 4 vértices

3. Asigna el nombre y calcula el perímetro P y el área A de las siguientes figuras:

Rectángulo

Perímetro: _____
Área: _____

Perímetro: _____
Área: _____

rombo

Perímetro: _____
Área: _____

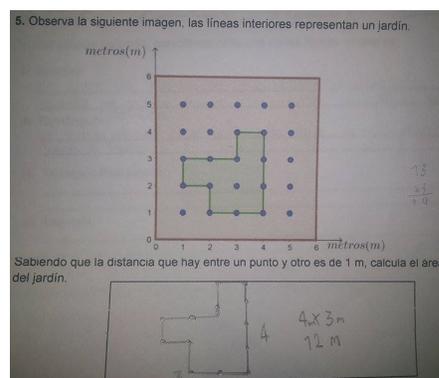
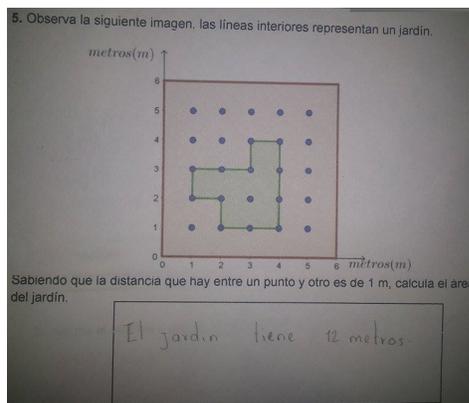
Pregunta 3. En esta pregunta se pide asignar el nombre y calcular el perímetro y el área del cuadrado, el triángulo rectángulo y del rombo de acuerdo a las medidas dadas en cada uno.

En la resolución de esta pregunta a excepción de 5 estudiantes, escribieron el nombre del rectángulo y del rombo, como era de esperarse debido al desconocimiento sobre el triángulo rectángulo sólo 3 estudiantes escribieron el nombre del triángulo rectángulo siendo éstas, las mismas que lo dibujaron en la pregunta 1. En el cálculo de perímetro y área ningún estudiante logró responder por completo correctamente.

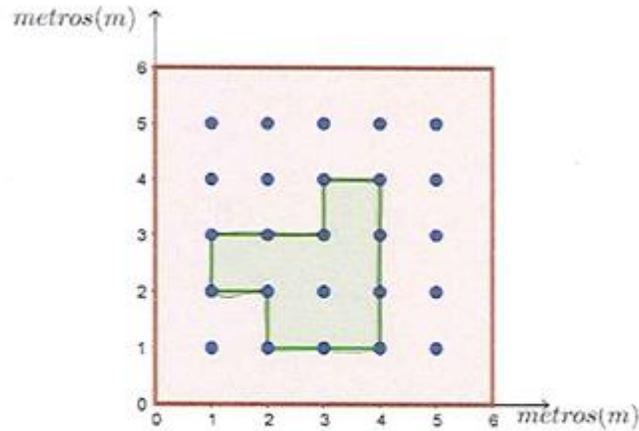
Pregunta 4. La pregunta se basó en completar un cuadro en el cual se presentaba la figura de un polígono y el estudiante debía escribir el nombre, el número de lados y el número de vértices.

Es de aclarar que de las preguntas formuladas esta fue la que mejor respondieron los estudiantes completando el cuadro por completo; aunque vale la pena mencionar que se encontraron errores en las respuestas de algunos estudiantes con respecto al nombre del paralelogramo y del pentágono.

Pregunta 5. Esta pregunta consistía en calcular el área de un jardín con ciertas características que formaba una poligonal cerrada. Era de esperarse que los resultados no fueran muy óptimos puesto según lo observado en la pregunta 3 de que ningún estudiante pudo calcular el área de los polígonos regulares, se podría suponer que el grado de complejidad al calcular esta área sería mayor porque requería mayor observación y manejo del espacio. Pocos estudiantes respondieron esta pregunta, y aquellos que respondieron lo hicieron de manera incorrecta confundiendo el área con el perímetro.



5. Observa la siguiente imagen. las líneas interiores representan un jardín.



Sabiendo que la distancia que hay entre un punto y otro es de 1 m, calcula el área del jardín.

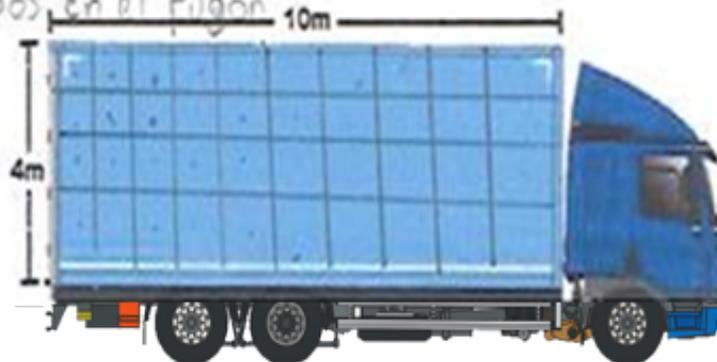
El area del gaidin es de 12 metros

Pregunta 6. Consistió en indicar el número de cuadrados de 1 metro de lado con los que podría cubrirse la cara lateral de un furgón de 4 metros de alto por 10 metros de ancho. Al realizar el análisis de esta pregunta se observó que sólo 2 estudiantes respondieron correctamente optando dibujar los cuadrados de 1 metro para cubrir la cara lateral del furgón para así observar y contar.

5. A continuación se indica las medidas en metros de la cara lateral de un furgón que transporta mercancías.

Indica el número de cuadrados de 1 m de lado  1 m con los que podría cubrirse la cara lateral del furgón.

Hay 40 cuadrados en el furgón



4.2. Aplicación de la Guia N° 2 (Anexo 2)

En esta actividad titulada “Introducción al concepto de área” el trabajo de los estudiantes fue muy dinámico, se desarrolló en parejas la guía paso a paso con buena motivación y total disposición.

Primera actividad:

- * Dibuja en cartulina los rectángulos cuyas medidas se dan a continuación y luego recórtalas

Ancho (cm)	Largo (cm)
3 cm	7 cm
4 cm	6 cm
1 cm	1 cm
5 cm	4 cm

En esta actividad se observó, que en su gran mayoría los estudiantes tienen buen manejo de la regla, distinguen el largo y el ancho de un rectángulo. Tal vez no hay confusión por las características de la figura; logrando avanzar rápidamente a la segunda pregunta por su agilidad en la elaboración de las correspondientes medidas.



Segunda actividad:

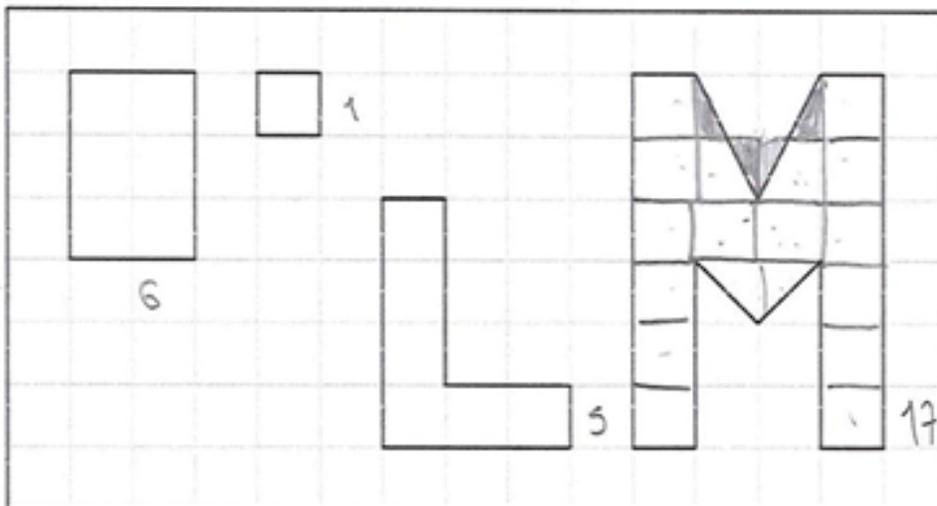
- * Con los cuadrados dados por el profesor, cuyas medida de lado es 1cm cubre los rectángulos y luego cuenta los cuadraditos que necesitas para cubrir el rectángulo.

Este ejercicio fue muy provechoso, realizaron el cubrimiento total de cada uno de los rectángulos recortados anteriormente permitiendo llegar a la conclusión de que al multiplicar el número de filas por el número de columnas se obtiene la cantidad de cuadros necesarios para cubrir la superficie del rectángulo. De esta manera deducen que al cubrir por completo la superficie del rectángulo hacen referencia a encontrar el área y deduciendo así su fórmula.



Tercera actividad:

Dado el siguiente esquema, cuenta cuántos cuadritos cubre cada figura



La gran mayoría acertó en el conteo de cuadros. Algunos se confundieron en la figura en forma de *M* por las áreas que faltan de los cuadrados el cual estaba formado por triángulos, o quizás les faltó mejor observación.

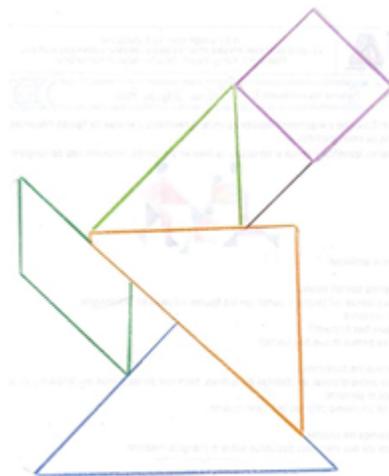
4.3. Aplicación de la Guía N° 3 (Anexo 3)

Para esta actividad se les entregó una guía, llamada “Juguemos con el Tangram”, fue desarrollada en parejas, se observó buena participación de los estudiantes, se evidencia en ellos buena disposición para el trabajo colaborativo, buen uso de los recursos o materiales disponibles para realizar la actividad

En las siguientes imágenes se observa a los estudiantes jugando con el tangram y desarrollando a su vez la guía.



Al construir las figuras propuestas en la guía, se puede observar que el manejo y manipulación de este material logra llamar la atención de los estudiantes a veces llamados ?indisciplinados? participan activamente y trabajan en equipo con sus compañeros.



El telescopio

Para los estudiantes al implementar este tipo de actividades les favorece la visualización, interpretación y análisis de las situaciones planteadas. Mediante la manipulación del material los estudiantes asimilan y construyen el conocimiento, pues cada estudiante es el protagonista de su propio proceso de enseñanza y aprendizaje, logrando responder en su mayoría correctamente la guía.

Algunas respuestas abordadas en la guía

	<p align="center">JUGUEMOS CON EL TANGRAM I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeinny Mayerly Delgado – Sebastián Gomez Ortiz</p>	<p align="center">Guía N° 3</p>
--	---	---

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: *Lizeth Tatiana Delgado Peña*

Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Identifica y aplica el concepto de área en polígonos, haciendo uso del tangram chino.

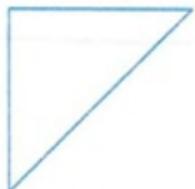


Iniciemos la actividad:

-  **Juguemos con las piezas.**
 Con las piezas del tangram, construye las figuras indicada en la fotocopia.
 Dibuja el contorno.
 ¿Qué figura has formado?
 ¿A qué se parece lo que has hecho?

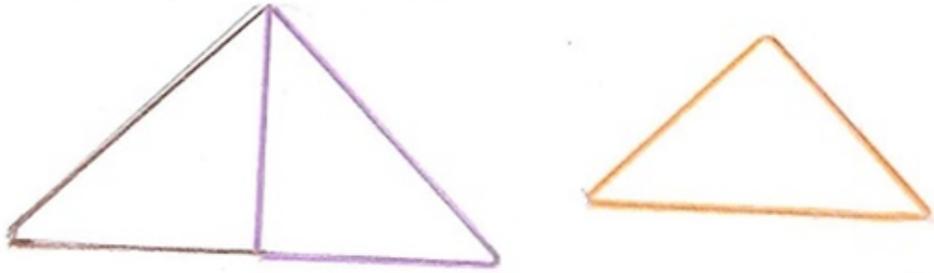
-  **Dibujemos los contornos**
 Coloca sobre el papel, en distintas posiciones, cada una de las piezas del tangram y dibújalas repasando el contorno.
 Colorea de un mismo color las que sean iguales.

-  **Rellenemos las siluetas**
 Coloca los dos triángulos pequeños sobre el triángulo mediano

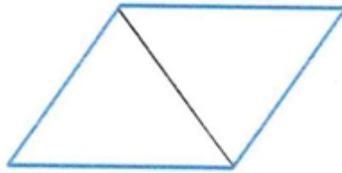


- 1 ¿El triángulo mediano equivale a dos triángulos pequeños?
- 2 ¿El triángulo pequeño vale la mitad del triángulo mediano?

1 Ata: Si, por que los dos triangulos forman el triangulo mediano
2 Ata: Si, si separas los dos pequeño es la mitad del triangulo mediano

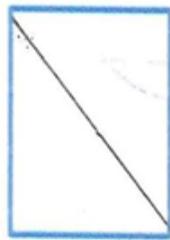


Coloca los dos triángulos pequeños sobre el romboide.



¿Un triángulo pequeño vale la mitad del romboide? Si equivale, porque tiene la misma medida.
 ¿El romboide vale como dos triángulos pequeños? Si equivale porque se suma los dos y da la misma medida del romboide.
 ¿Cómo son el romboide y el triángulo mediano?

Coloca los dos triángulos pequeños sobre el cuadrado.



¿Si calculo el área de los dos triángulos pequeños su área será la misma del cuadrado?

El trabajo realizado en parejas deja apreciar el apoyo y el buen trabajo en equipo que logran los estudiantes, fortaleciendo la apropiación de conceptos, pues a medida que hacen comparaciones de que si un triángulo grande equivale a dos pequeños, por si mismo, concluyen que esto es cierto. Este mismo ejercicio lo realizan sobreponiéndolo en el romboide y llegan a la misma conclusión de que dos triángulos pequeños equivalen a un paralelogramo.

En las imágenes se observa los estudiantes realizando medición y deducción de las fórmulas matemáticas, para hallar áreas en figuras planas utilizando el tangram.



4.4. Aplicación de la Guía N° 4 (Anexo 4)

Esta guía fue realizada con buena disposición por parte de los estudiantes, quienes mostraron sus deseos de participar y conocer el geoplano. Se hace aclaración que por razones de seguridad no se construyeron los geoplanos en el aula, sin embargo, se les explicó su sencilla y fácil elaboración. Se les hizo entrega por parejas del geoplano.



Se divertieron elaborando varias figuras en el geoplano con las ligas de colores, como casas, números, barcos, figuras geométricas y muchas más. Habiendo interactuado con el geoplano se inició con el desarrollo de la guía.



Luego se dieron pautas para la realización de diferentes polígonos según el número de lados y vértices logrando que ellos lo reconocieran según su nombre y sus características.

Ya familiarizados con el geoplano iniciamos brindando pautas para que los estudiantes logren realizar el cálculo de áreas. En primer lugar, se les pide a los estudiantes que realicen un rectángulo de cualquier tamaño y encuentren su área, sabiendo que la distancia que hay de un punto del geoplano a otro es de 1 metro (m).



De igual forma se calculó el área de diferentes figuras planas propuesta por los mismos estudiantes.



Es de resaltar que el trabajo con el geoplano fue muy bueno, los estudiantes lograron reconocer y elaborar los polígonos en el geoplano, además de encontrar el área de cada uno de ellos de forma rápida dando solución justificada a todos los ejercicios propuestos en la guía y en clase.



4.5. Actividad de Origami: Fantasías De Papel

Esta actividad fue encaminada con el fin de motivar y fomentar el uso y la comprensión de conceptos geométricos utilizando como herramienta didáctica el origami.



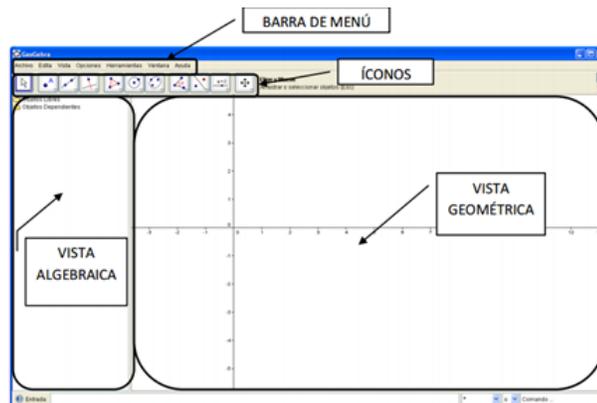
4.6. Aplicación de la Guía N° 5 (Anexo 5): Exploración en Geometría Haciendo Uso del Programa de Geometría Dinámica GeoGebra.

Se inicia presentándole a los estudiantes el geogebra como un programa informático de geometría dinámica el cual permite dibujar figuras geométricas, siendo muy útil para construirlas, desplazarlas, ampliarlas, deformarlas o animarlas.

Para su motivación se les dijo que es un programa portable de distribución libre, el cual lo pueden tener en el computador de su casa como también usarlo en línea, desde la <http://www.geogebra.org/cms/>.

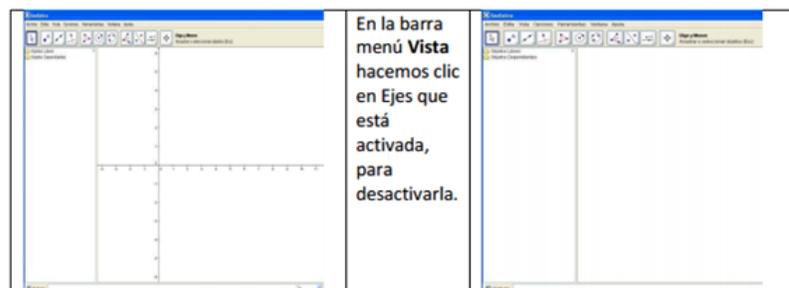


A continuación, se muestra algunas instrucciones de manejo dadas a los estudiantes.

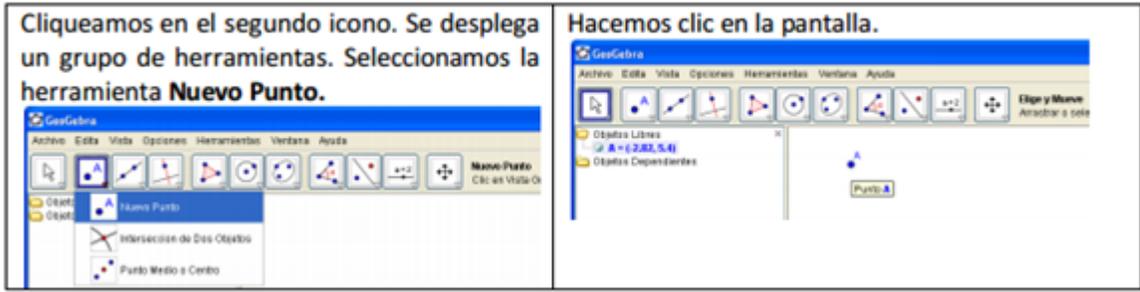


Abrimos el Programa GeoGebra

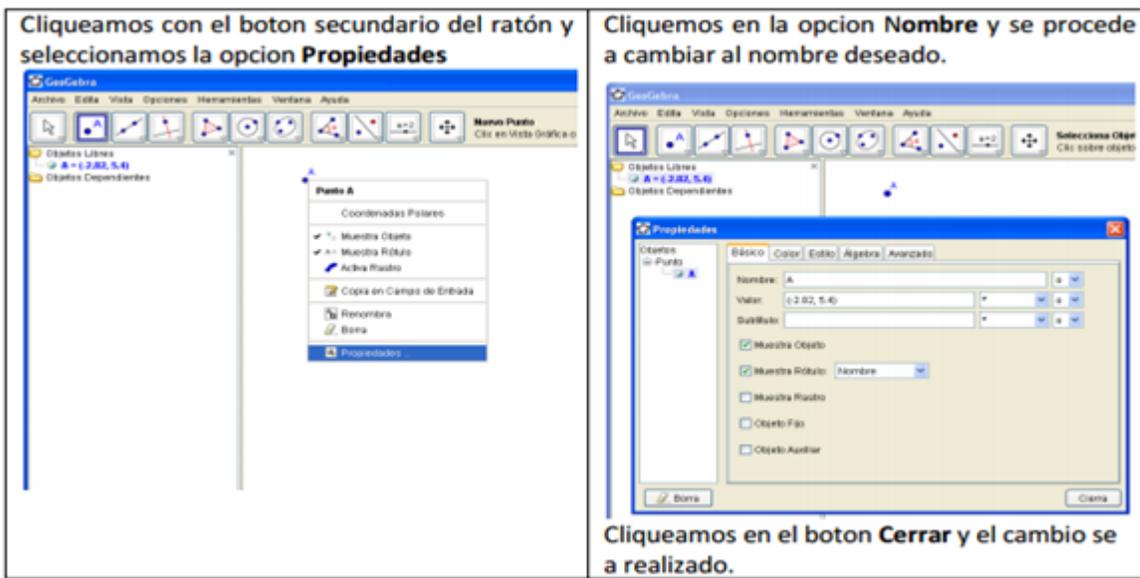
Como la pantalla que nos aparece al inicio muestra todas las posibilidades del programa haremos desaparecer los ejes de coordenadas. Para ello:



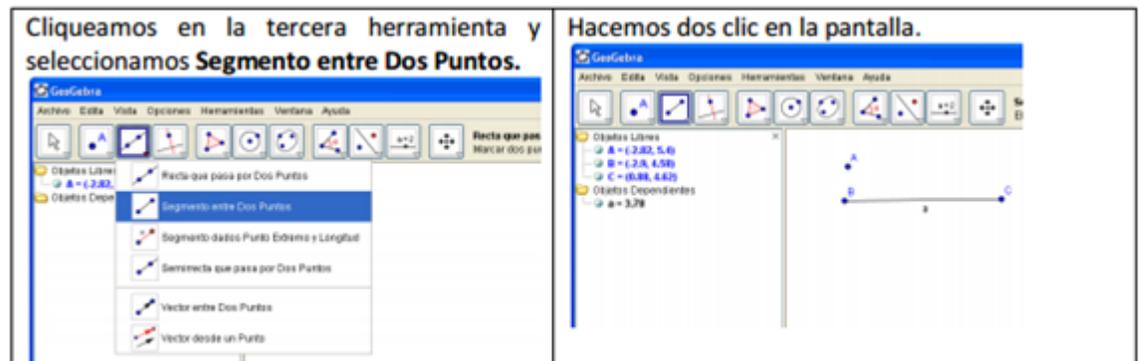
Para crear un punto



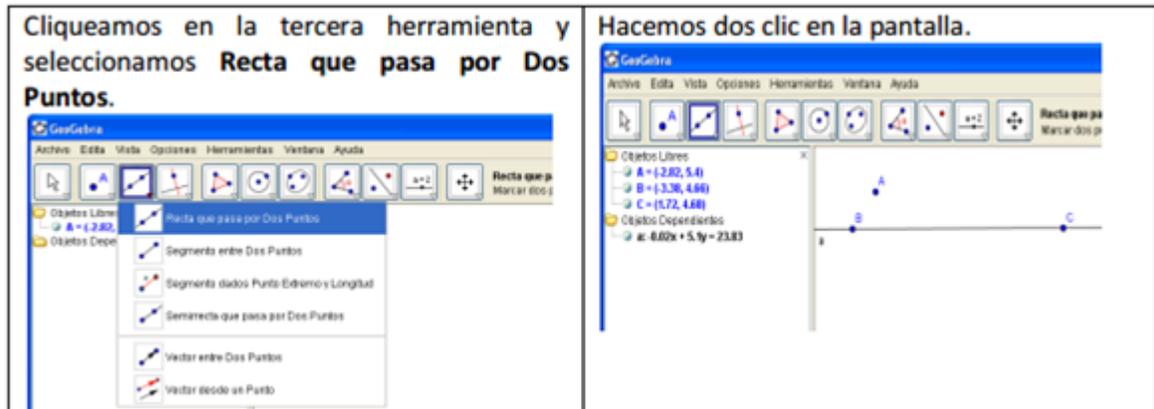
Cambiar nombre a los objetos



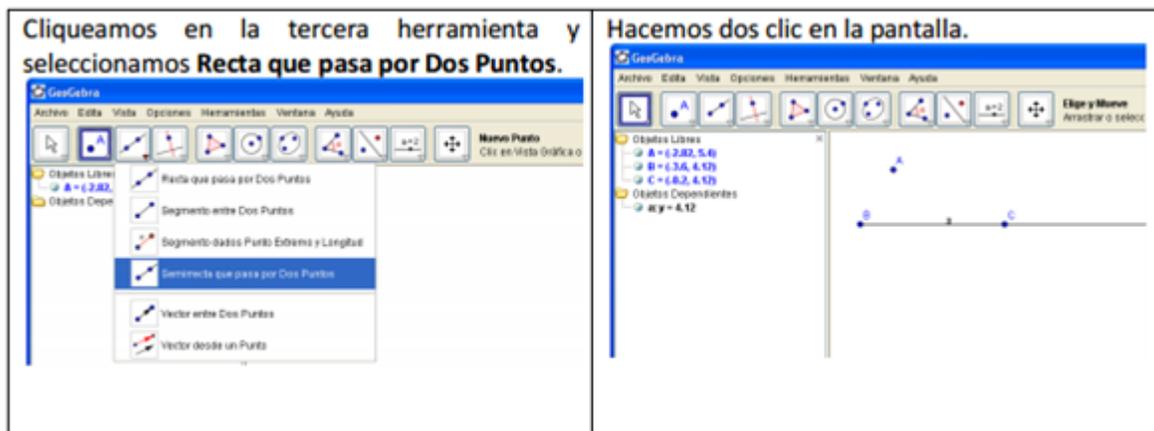
Para construir un segmento



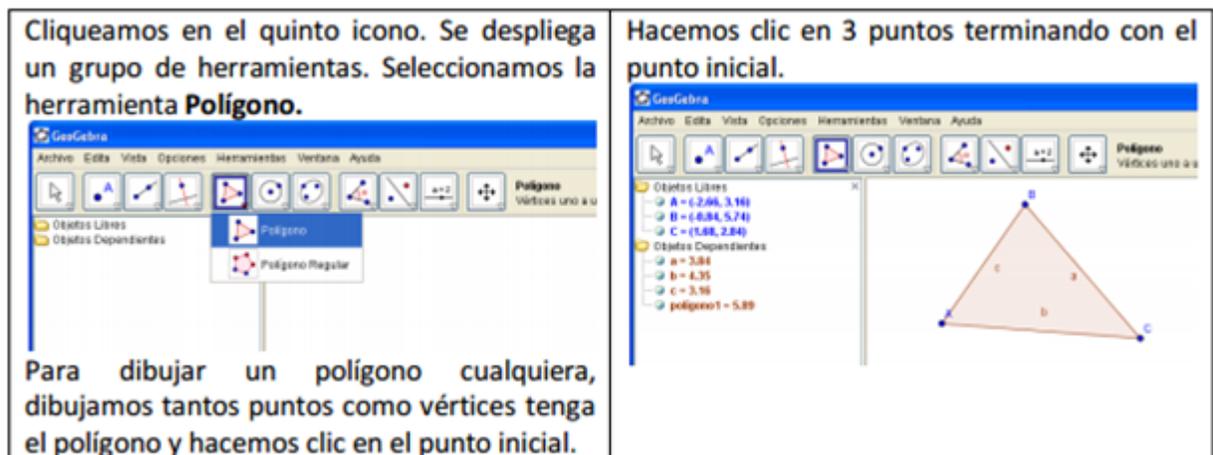
Para construir una recta



Para construir una semirrecta

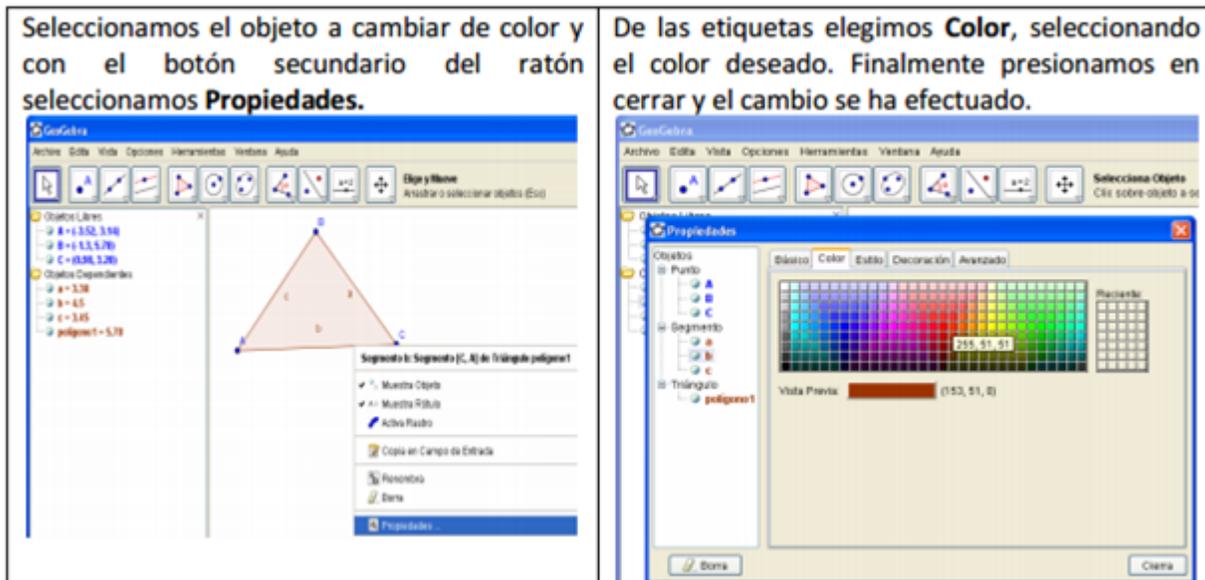


Para construir un triángulo

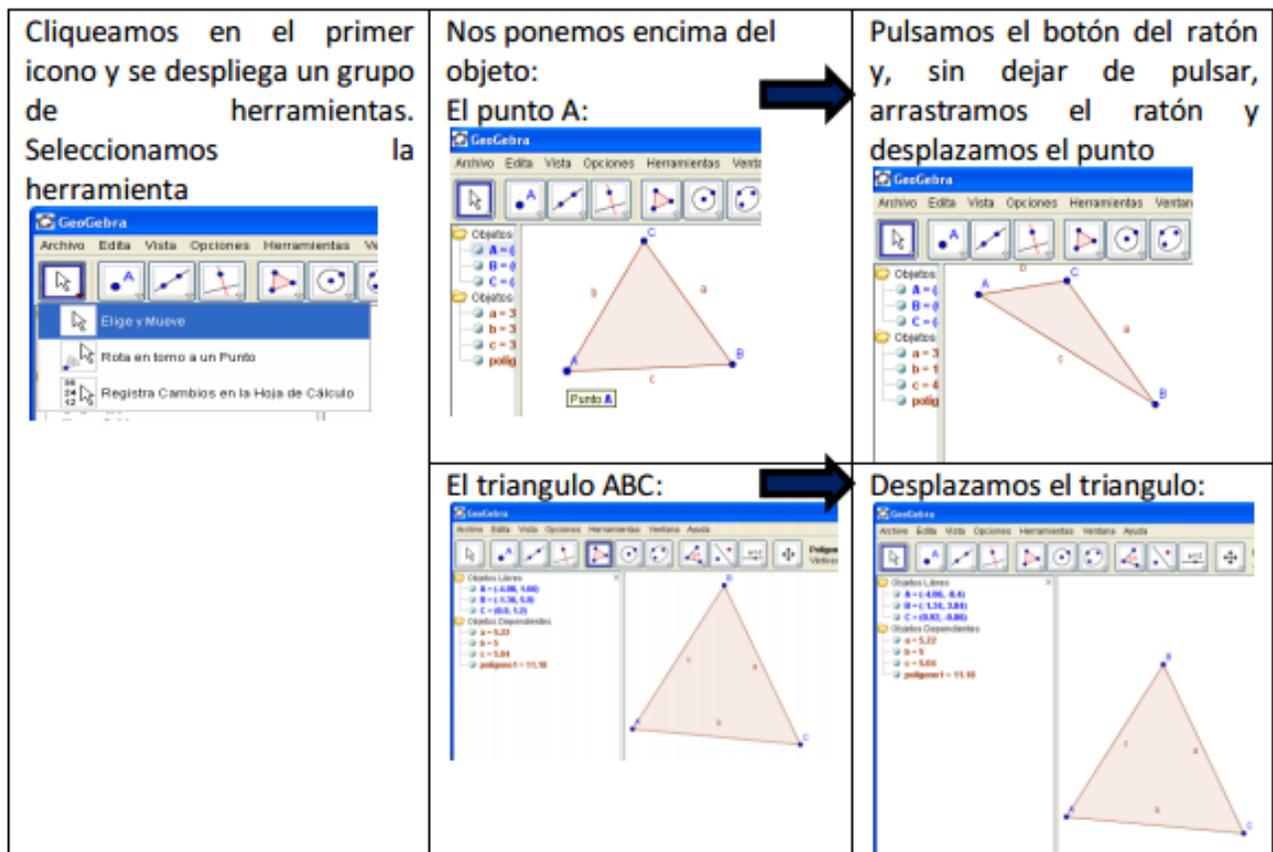


4.6. APLICACIÓN DE LA GUIA N° 5 (ANEXO 5): EXPLORACIÓN EN GEOMETRIA
 54 HACIENDO USO DEL PROGRAMA DE GEOMETRIA DINAMICA GEOGEBRA.

Para cambiar de color a los objetos



Para mover o manipular un objeto



4.7. Aplicación de la Guía N° 6 (Anexo 6)

Para analizar los cambios conceptuales en los estudiantes al implementar esta estrategia didáctica, se aplicó nuevamente la prueba inicial con algunos cambios de orden en las preguntas para evaluar lo aprendido.

Estos fueron algunas de las respuestas al test final:

	EVALUANDO LO APRENDIDO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeirny Mayerly Delgado – Sebastián Gomez Ortiz	Guía N° 5
	NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____	

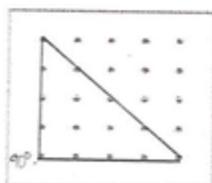
Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Identifico las figuras determinadas y descubro las relaciones entre perímetro y área, realizando ejercicios prácticos en situaciones problemas que requieren el uso de estos conceptos.

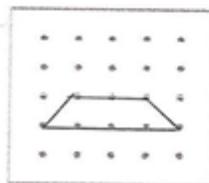
1. Completa el siguiente cuadro.

FIGURA	NOMBRE	N° DE LADOS	N° DE VÉRTICES
	Cuadrado	4	4
	Rectángulo	4	4
	Triángulo	3	3
	Romboides	4	4
	Diamante	4	4
	Pentágono	5	5

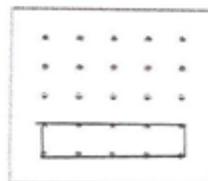
2. Dibuja la figura indicada en cada espacio.



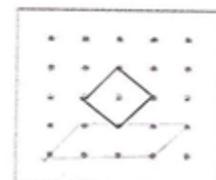
Triángulo
Rectángulo



Trapezio



Rectángulo



Rombo

3. Con tus propias palabras, caracteriza cada una de las figuras anteriores.

+ Rombo:

Cuatro lados y cuatro Vertices

+ Rectángulo:

Es una figura de cuatro lados sus vertices son 4, se multiplica Base por altura así se halla su area

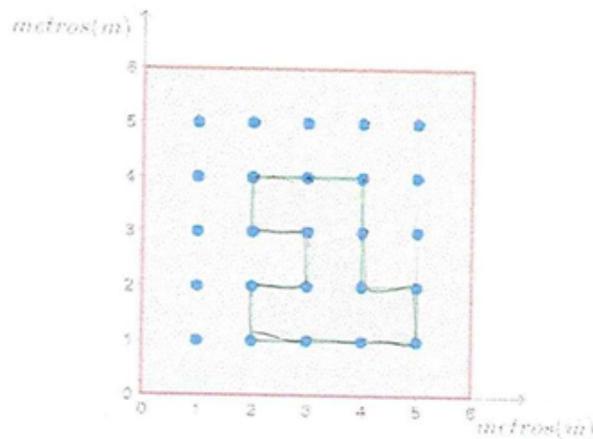
+ Triángulo Rectángulo:

Es un triángulo que tiene un angulo de noventa grados

+ Trapecio:

Es una figura de cuatro lados que ninguno de sus angulos mide noventa grados

4. Observa la siguiente imagen, las líneas interiores representan un jardín.



Sabiendo que la distancia que hay entre un punto y otro es de 1 m, calcula el área del jardín.

Sellena con 6 metros cuadrados

Al analizar los resultados en la prueba final, podemos observar que los estudiantes finalmente lograron resaltar las figuras planas elementales como el cuadrado, rectángulo, triángulo, rombo y trapecio. Además, identifican y aplican la fórmula para calcular el área de las mismas, diferenciando los conceptos de área y perímetro.

Al indagar después de la prueba a modo de entrevista, muchos indicaron que las respuestas dadas las habían realizado con seguridad, por que los conceptos habían quedado claros para ellos, y marcaban las respuestas porque se les hacían familiares a todos los ejemplos desarrollados durante las sesiones a medida del desarrollo de las guías.

Además, se notó que el avance de los estudiantes en la apropiación del concepto de área de los polígonos fue significativo. Todas las preguntas de la guía fueron contestadas, sin embargo se observó dificultad a la hora de responder la pregunta 3 en cuestión de redacción al caracterizar y describir con sus propias palabras las figuras indicadas.

4.8. Anexo1

4.8.1. Guía 1

	<p style="text-align: center;">EXPLORACIÓN SOBRE LOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS Y EL CONCEPTO DE ÁREA - PRUEBA DIAGNÓSTICA I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeinny Mayerly Delgado – Sebastián Gomez Ortiz</p>	Guía N° 1
--	---	----------------------



Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Identifico las figuras determinadas y descubro las relaciones entre perímetro y área, realizando ejercicios prácticos en situaciones problemas que requieren el uso de estos conceptos.

1. Dibuja la figura indicada en cada espacio.

Rombo	Rectángulo	Triángulo Rectángulo	Trapecio

2. Con tus propias palabras, caracteriza cada una de las figuras anteriores.

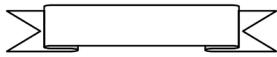
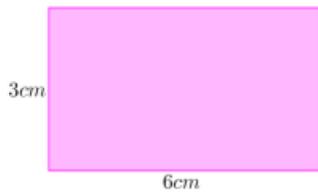
 **Rombo:**

 **Rectángulo:**

 **Triángulo Rectángulo:**

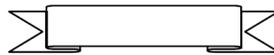
 **Trapecio:**

3. Asigna el nombre y calcula el perímetro P y el área A de las siguientes figuras:



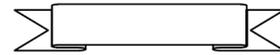
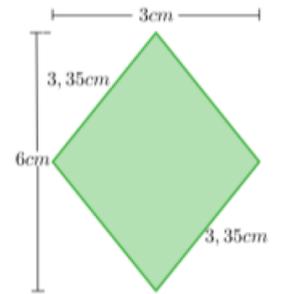
Perímetro: _____

Área: _____



Perímetro: _____

Área: _____



Perímetro: _____

Área: _____

4.9. Anexo 2

4.9.1. Guía 2

	ACTIVIDAD INTRODUCCIÓN AL ÁREA I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yainny Mayariy Delgado – Sebastián Gomez Ortiz	Guía Nº 2
---	--	----------------------------



Estándar: Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior de algunos cuerpos sólidos.

Desempeño: Deducir y comprender el concepto de área identificando estrategias que permitan la solución de situaciones problemas en la vida cotidiana.

Recursos: Regla, lápiz, colores, tijeras, cuadrados de 1cm de lado, borrador, cartulina.



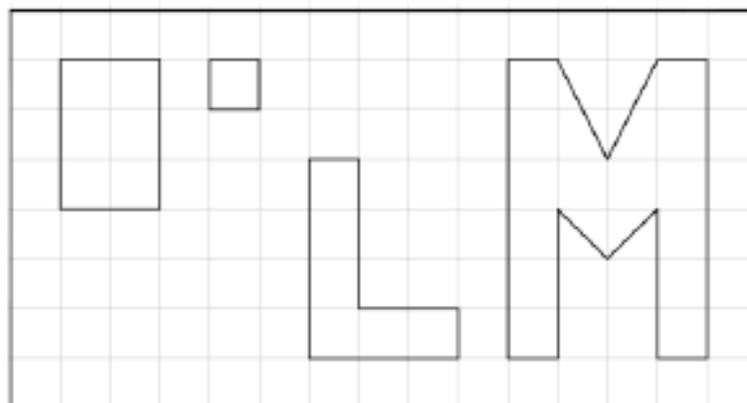
1. Dibuja en cartulina los rectángulos cuyas medidas se dan a continuación y luego recórtalas.



Ancho (cm)	Largo (cm)
3 cm	7 cm
4 cm	6 cm
1 cm	1 cm
5 cm	4 cm

2. Con los cuadrados dados por el profesor, cubre los rectángulos y luego cuenta los cuadraditos que necesitas para cubrir el rectángulo

3. Dado el siguiente esquema, cuenta cuántos cuadritos cubre cada figura



4.10. Anexo 3

4.10.1. Guía 3

 	JUGUEMOS CON EL TANGRAM I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" - JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeinny Mayerly Delgado - Sebastián Gomez Ortiz	Guía Nº 3
---	--	----------------------------



Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Identifica y aplica el concepto de área en polígonos, haciendo uso del tangram chino.



Iniciemos la actividad:



Juguemos con las piezas.

Con las piezas del tangram, construye las figuras indicada en la fotocopia.

Dibuja el contorno.

¿Qué figura has formado?

¿A qué se parece lo que has hecho?



Dibujemos los contornos

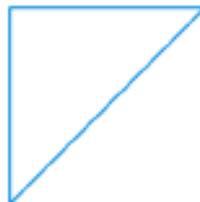
Coloca sobre el papel, en distintas posiciones, cada una de las piezas del tangram y dibújalas repasando el contorno.

Colorea de un mismo color las que sean iguales.



Rellenemos las siluetas

Coloca los dos triángulos pequeños sobre el triángulo mediano



¿El triángulo mediano equivale a dos triángulos pequeños?

¿El triángulo pequeño vale la mitad del triángulo mediano?

Coloca los dos triángulos pequeños sobre el romboide.



¿Un triángulo pequeño vale la mitad del romboide?

¿El romboide vale como dos triángulos pequeños?

¿Cómo son el romboide y el triángulo mediano?

Coloca los dos triángulos pequeños sobre el cuadrado.



¿Un triángulo pequeño vale la mitad del cuadrado?

¿El cuadrado vale como dos triángulos pequeños?

¿Cómo son el cuadrado y el triángulo mediano?

¿Cómo son el cuadrado y el romboide?

(Cuando dos figuras valen igual, como el cuadrado y el triángulo mediano, decimos que son equivalentes, es decir, son igual de grandes)

Construye figuras con el cuadrado y con el triángulo pequeño.



Construye figuras con el triángulo pequeño y el romboide.



Construye figuras con el triángulo mediano y el romboide.

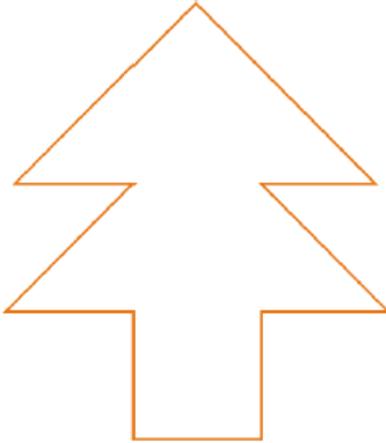


Construye figuras con el romboide y el cuadrado.



Escribe debajo el nombre de la figura geométrica que has formado.

Con el cuadrado, el triángulo mediano, el romboide y un triángulo grande, intenta componer esta figura:



¿Cuántos triángulos pequeños necesitarías para componer esta figura?

Coge un triángulo de los grandes. ¿Puedes componerlo con los dos triángulos pequeños y el mediano?

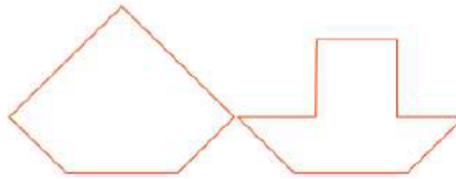
¿Vale el triángulo mediano la mitad que el grande?

¿Cuántos triángulos pequeños vale un triángulo grande?

¿Cuántos triángulos medianos vale un triángulo grande?

¿En cuántos triángulos pequeños puedes dividir el dibujo?

(Se puede hacer el mismo tipo de actividad con otras composiciones)



Polígonos de cuatro lados

Con las piezas del tangram puedes formar muchas figuras de cuatro lados: rectángulos, cuadrados, trapecios, romboides, ... Además, puedes hacerlas utilizando varias o todas las piezas del tangram.

- Forma un rectángulo con el triángulo mediano y los dos pequeños.
- Ahora forma otro rectángulo con las mismas piezas, más el cuadrado.
- Ahora, utiliza también el romboide para formar otro rectángulo.
- Intenta formar todos los rectángulos que puedas sin utilizar todas las piezas.

Vamos a transformar polígonos de cuatro lados en rectángulos. Rellena las siguientes figuras con el cuadrado y los triángulos pequeños:



4.11. Anexo 4

4.11.1. Guía 4

	CONSTRUCCIÓN DEL GEOPLANO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeinny Mayerly Delgado – Sebastián Gomez Ortiz	Guía Nº 4
---	---	----------------------------



Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Adquiere habilidades motrices a través de la elaboración del geoplano y representa gráficamente diferentes figuras con el fin de argumentar y reconocer en los objetos propiedades o atributos para medir su longitud y proceder al cálculo de áreas.

1. Construcción del geoplano

2. Actividades de aplicación con el geoplano:

Juego libre:

Una vez conocido el geoplano, construye diferentes figuras utilizando su ingenio y creatividad.

Confronte sus creaciones con las del compañero y expresa qué significado tiene para usted.

- ¿Qué forma tiene? ¿Se parece a algún objeto que se encuentra a su alrededor?



Reconoce formas:

Con el geoplano y las ligas de colores, inicia actividades de reconocimiento de figuras geométricas.

- Representa en el geoplano diferentes formas que observe en elementos de su entorno (baldosas, puertas, tejados, etc.)
- Reproducir modelos de objetos (casas, barcos, muebles, etc.), números (digitales, romanos) y letras.



- Construye figuras geométricas como él (cuadrado, triángulo, rectángulo).

¿Qué puedes concluir?

2. Construya un cuadrado en el geoplano

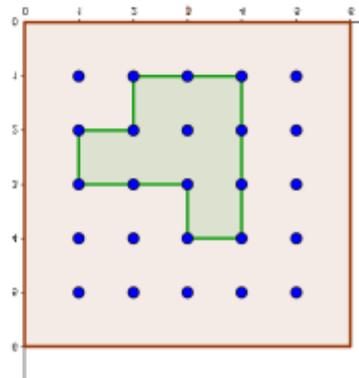
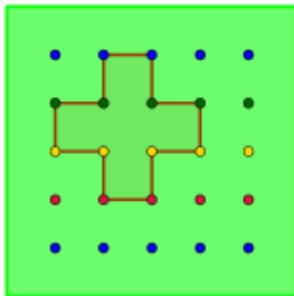
- Construya un rectángulo en el geoplano
- Construya un triángulo en el geoplano
- En un mismo geoplano construya un cuadrado, un rectángulo y un triángulo

¿Qué diferencias y similitudes de las figuras construidas reconoce?

3. Usando lana o hilo de varios colores, trazar caminos indicando los puntos que serán el principio y el final del recorrido, por ejemplo, desde el borde superior izquierdo hasta el borde inferior derecho.

¿Qué se puede concluir al respecto?

4. Halla el área de las siguientes figuras elaboradas en el geoplano, sabiendo que la distancia que hay de un punto del geoplano a otro es de 1 metro (m)².



4.12. Anexo 5

4.12.1. Guía 5

 	EVALUANDO LO APRENDIDO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeinny Mayerly Delgado – Sebastián Gomez Ortiz	Guía Nº 5
 NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____		

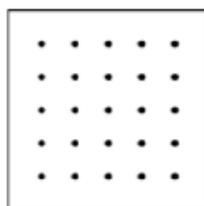
Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Identifico las figuras determinadas y descubro las relaciones entre perímetro y área, realizando ejercicios prácticos en situaciones problemas que requieren el uso de estos conceptos.

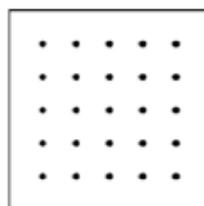
1. Completa el siguiente cuadro.

FIGURA	NOMBRE	Nº DE LADOS	Nº DE VÉRTICES
	Cuadrado		
			
		3	
			
			
			5

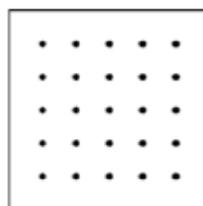
2. Dibuja la figura indicada en cada espacio.



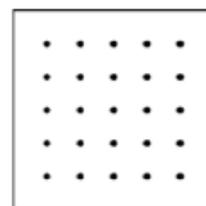
Triángulo
Rectángulo



Trapecio



Rectángulo



Rombo

3. Con tus propias palabras, caracteriza cada una de las figuras anteriores.

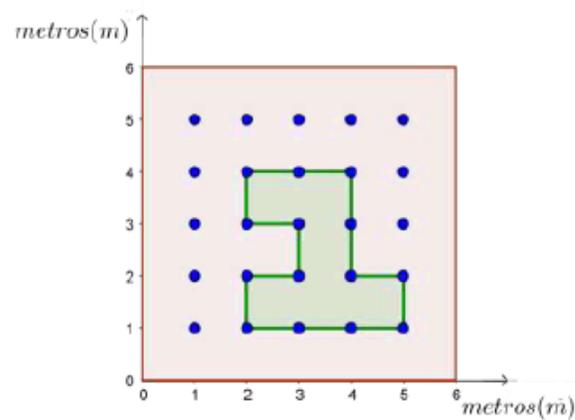
✚ **Rombo:**

✚ **Rectángulo:**

✚ **Triángulo Rectángulo:**

✚ **Trapecio:**

4. Observa la siguiente imagen, las líneas interiores representan un jardín.



Sabiendo que la distancia que hay entre un punto y otro es de 1 m, calcula el área del jardín.

4.13. Guías

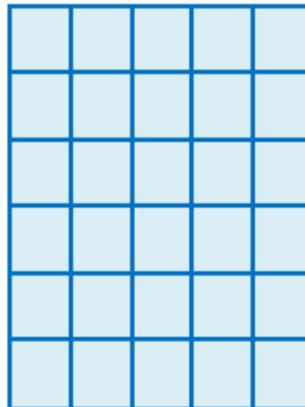
	UNIDADES DE SUPERFICIE I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: <u>Yeiny Mayerly Delgado</u> – <u>Sebastián Gomez Ortiz</u>	Guía
---	---	-------------



Estándar: Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Desempeño: Reconoce en los objetos propiedades o atributos para medir su longitud y proceder al cálculo de áreas.

Un aula de clases tiene 6m de largo por 5m de ancho ¿Cuántos baldosines de 25m de lado se necesitan para cubrir el aula de clases?



Se dibuja el piso del aula de clases. En la primera fila se pueden contar 5 baldosines. Como son 6 filas y en cada fila hay 5 baldosines, en total se necesitan $6 \times 5 = 30$ baldosines de un metro de lado.

La superficie o piso del aula de clase necesita 30 baldosines de un metro de lado para ser cubierto totalmente.

El ejemplo anterior nos hacen pensar en la existencia de unas medidas, llamadas medidas de área o de superficie, y que se utilizan para medir extensiones en dos dimensiones: largo y ancho (el aula de clases tiene largo y tiene ancho).

Estas medidas son cuadradas (los baldosines son cuadrados que tienen 25 m de lado).

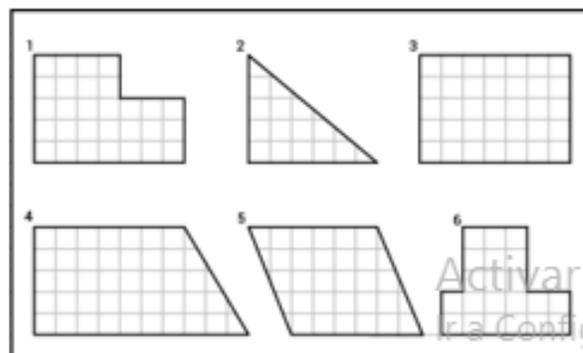
Tomemos un cuadrado que tenga de lado un metro y veamos cuántas baldosas de lado caben en él.



En el cuadrado de un metro de lado caben exactamente cuatro (4) baldosas de 25 m de lado.

Practica.

- Construye un cuadrado que tenga 20 centímetros de lado. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene ese cuadrado?
- Construye un rectángulo que tenga de largo 10 unidades y de ancho 6 unidades. ¿Cuántas unidades cuadradas tiene ese rectángulo?
- Construye un cuadrado que tenga de lado 7 unidades. ¿Cuántas unidades cuadradas tiene ese cuadrado?
- Encuentra el número de unidades cuadradas que tienen las siguientes figuras.
- Un triángulo tiene en la base 12 unidades y en la altura 5 unidades. ¿Cuántas unidades cuadradas tiene el rectángulo?
- Un cuadrado mide de lado 12cm. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene el cuadrado?
- ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene un metro cuadrado?
- ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene un decímetro cuadrado?
- ¿Cuántos milímetros cuadrados tiene un decímetro cuadrado?



Activar Windows
Ir a Configuración de PC para

 	<p align="center">MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DEL METRO CUADRADO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" – JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeimy Mayerly Delgado – Sebastián Gómez Ortiz</p>	<p align="center">Guía</p>
---	--	-----------------------------------



La unidad fundamental para medir áreas en el sistema métrico decimal es el metro cuadrado (m^2).

El metro cuadrado resulta, a veces, inoperante cuando se miden áreas muy grandes o muy pequeñas.

Luis Felipe tiene un terreno en forma rectangular de 800 metros por 500 metros.

¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno?



Existen unas unidades más grandes que el metro cuadrado llamadas *múltiplos* y otras más pequeñas llamadas *submúltiplos*.

El siguiente cuadro nos muestra la equivalencia entre ellas.

recordemos que las medidas de área aumentan o disminuyen de 100 en 100.

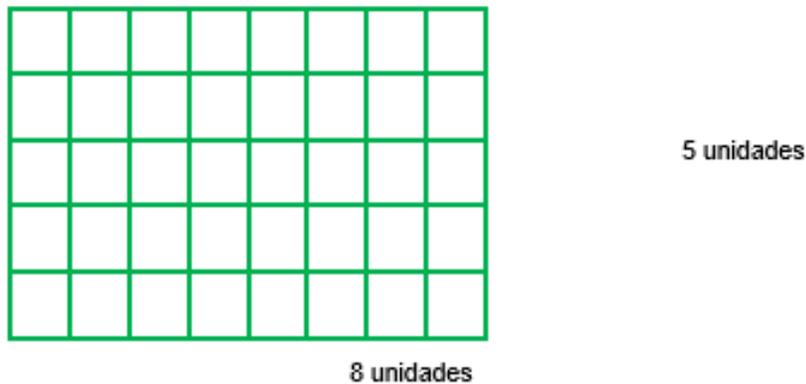
Unidades decimales de superficie							
Múltiplos				Unidad	Submúltiplos		
Mm²	Km ²	hm ²	dam²	m ²	dm ²	cm ²	mm²
1	00	00	00	00	00	00	00
	1	00	00	00	00	00	00
		1	00	00	00	00	00
			1	00	00	00	00
				1	00	00	00
					1	00	00
						1	00

Si una unidad de superficie se encuentra a la derecha de otra es 100 veces menor, y si se encuentra a la izquierda es 100 veces mayor que la otra.

	ÁREA DEL RECTÁNGULO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" - JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeimy Mayerly Delgado – Sebastián Gómez Ortiz	Guía
---	--	-------------



Encontremos el número de unidades cuadradas de un rectángulo que tiene de largo ocho unidades y de ancho cinco unidades.



En la gráfica se puede observar que en la primera fila hay ocho unidades cuadradas; en la segunda fila hay otras ocho unidades cuadradas y así sucesivamente en cada fila. El área total del rectángulo se obtiene sumando las unidades cuadradas de cada fila. Como hay cinco filas, el número de unidades de todo el rectángulo será:

8 unidades cuadradas + 8 unidades cuadradas + 8 unidades cuadradas + 8 unidades cuadradas +
8 unidades cuadradas = 40 unidades cuadradas.

Como la multiplicación es una suma abreviada, podemos abreviar esta suma multiplicando 8 unidades por cinco unidades:

$$8 \text{ unidades} \times 5 \text{ unidades} = 40 \text{ unidades cuadradas}$$

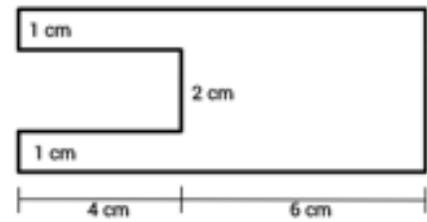
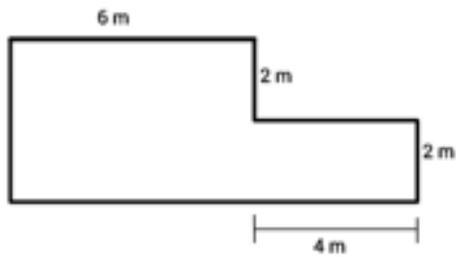
El largo = 8 unidades; el ancho = 5 unidades.

Reemplazando:

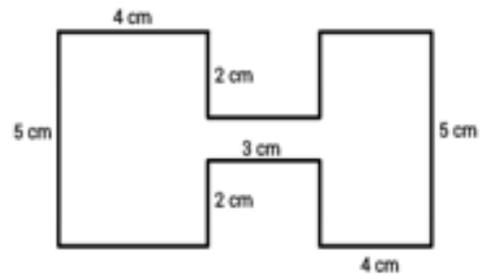
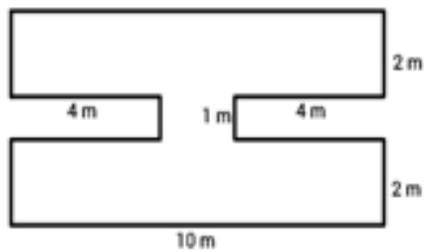
$$A_{\blacksquare} = (\text{largo}) \times (\text{ancho})$$

Practica.

- a) Encuentra el área de un rectángulo que tiene de base 10 cm y de altura 8 cm.
 b) Halla el área de un rectángulo que tiene 8 dm de base y 6 dm de altura.
 c) Halla el área de un rectángulo que tiene 14 metros de base y 8 metros de altura.
 d) Halla el área de las siguientes figuras:



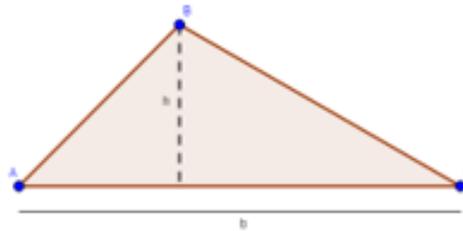
- e) Halla el área de la región en cada caso:



	ÁREA DEL TRIÁNGULO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" - JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeimy Mayerly Delgado – Sebastián Gómez Ortiz	Guía
---	---	-------------

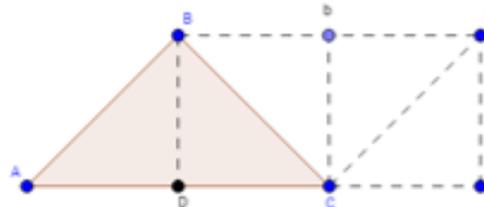


Encontremos el área de un triángulo si se sabe que la base mide b unidades y la altura mide h unidades.



Se trata de averiguar el área de un triángulo como el de la figura.

Podemos considerar el mismo triángulo en la siguiente figura (paralelogramo):



$$\text{Área } \triangle ABC + \text{área } \triangle BCF = \text{área } \square ABFC$$

$$\text{Luego: } 2 \text{ áreas } \triangle ABC = \text{área } \square ABFC$$

$$\text{Área } \square ABFC = \text{área } \square DBFE = b \times h$$

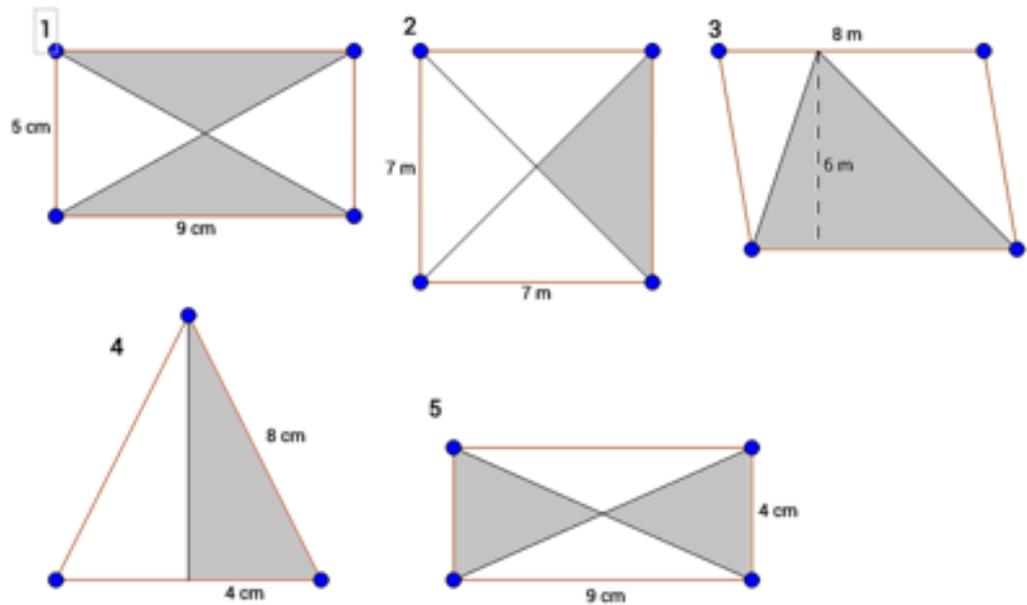
$$\text{Luego: } 2 \text{ áreas } \triangle ABC = b \times h$$

$$\text{De donde: } \text{Área } \triangle ABC = \frac{b \times h}{2}$$

Activar Windows
Ir a Configuración de PC para

Practica.

- Encuentra el área de un triángulo si se sabe que la base mide 14 cm y la altura mide 15cm.
- Halla el área de un triángulo si se sabe que la base mide 18 m y la altura mide 26 decímetros.
- Encuentra el área de un triángulo que tiene en la base 31 cm y en la altura 2 decímetros.
- Encuentra el área de la región sombreada en cada caso:



	ÁREAS DEL CUADRADO Y EL ROMBO I.E. JOSÉ EUSTASIO RIVERA SEDE "ELISEO CABRERA" - JORNADA MAÑANA Practicantes: Yeimy Mayerly Delgado - Sebastián Gómez Ortiz	Guía
---	---	-------------



Encontremos el área de un cuadrado que mide de lado l unidades.



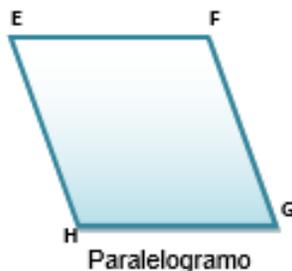
Podemos considerar el cuadrado como un rectángulo que tiene la medida de la base igual a la medida de la altura.

Como el área de un rectángulo se obtiene multiplicando la medida de la base por la medida de la altura, el área del cuadrado es: $l \times l$.

$A = l \times l = l^2$, donde l es la medida del lado.

El área de un cuadrado se obtiene multiplicando la medida del lado por sí mismo.

Ahora, encontremos el área de un rombo.

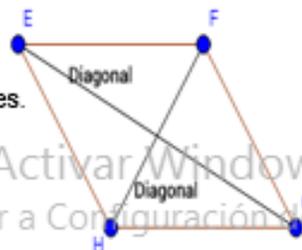


El rombo: para definir un rombo, necesitamos saber qué es un paralelogramo.

Un paralelogramo es un cuadrilátero con ambos pares de lados opuestos paralelos.

Un rombo es un paralelogramo con sus cuatro lados congruentes.

ABCD es un rombo (y también es un paralelogramo).



Activar Windows
Ir a Configuración de PC para

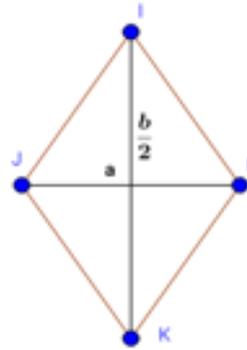
Calculemos el área de un rombo cuyas diagonales miden a y b unidades.

$$\text{Área } \triangle ACD = \text{área } \triangle ABC$$

$$\text{Área } \triangle ACD = \frac{a \times \frac{b}{2}}{2} = \frac{a \times b}{4}$$

$$\text{Área } \diamond = \text{área } \triangle ACD + \text{área } \triangle ABC$$

$$= 2 \text{ área } \triangle ACD = 2 \frac{a \times b}{4} = \frac{a \times b}{2}$$



El área de un rombo se obtiene hallando el semiproducto de sus dos diagonales.

$$\text{Área } \diamond = \frac{a \times b}{2}$$

Donde a y b son las diagonales del rombo.

Practica.

- Hallar el área de un cuadrado que mide de lado 8cm.
- Encuentra el área de un cuadrado que mide de lado 10metro.
- Hallar el área de un rombo cuyas diagonales miden 8com y 14cm.
- Halla el área de un rombo sabiendo que la diagonal mayor mide 12cm y la diagonal menor es $\frac{2}{3}$ de la diagonal mayor.
- Encuentre al área de las siguientes figuras.

CONCLUSIONES

El desarrollo de la presente propuesta en la cual se sugiere la implementación de material didáctico para la enseñanza del objeto matemático área de algunas figuras planas, permitió que los estudiantes superaran muchas dificultades conceptuales identificadas en la prueba diagnóstica.

Las guías de trabajo elaboradas permitieron llevar a cabo un trabajo ordenado y metódico con el cual los estudiantes iban avanzando en el conocimiento gracias a la mediación del material didáctico (Tangram Chino y Geoplano)

El trabajo colaborativo (En grupo) facilitó en gran medida que los estudiantes fueran actores principales en la construcción de su propio conocimiento e incluso que propusieran caminos en dicha construcción.

Para motivar el trabajo de los estudiantes se desarrolló una sesión de Origami y otra de GeoGebra donde se ilustró el cálculo de algunas áreas con el apoyo de este software didáctico.

- [1] BARRETO, J. *Todas las definiciones y procedimientos para la deducción de algunas fórmulas para el cálculo de áreas de figuras planas son tomadas de Barreto, J., (2008).*
- [2] C. SAMPER, L. CAMARGO Y C. LEGUIZAMÓN, C, *Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la Geometría.*2003
- [3] D'AMORE, BRUNO. (2006). , *Didáctica de la matemática. Editorial magisterio. Bogotá, Colombia*
- [4] H. RATSIMBA-RAJOHM, CITADO POR A. ÁVILA (2006) , *Transformaciones y costumbres en la Matemática escolar, p. 63.*
- [5] Hernán, F. y Carrillo, E., *Recursos en el aula de matemáticas.*, Madrid: Síntesis. 1988.
- [6] HERNÁNDEZ, F Y SORIANO, E. (1999), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria.*, Madrid: La Muralla
- [7] JAIME, A. Y GUTIÉRREZ, A. , *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele. En S. Llinares y M. Sánchez. (eds.). Teoría y práctica en educación matemática (1990).*
- [8] MORENO, L. , *Matemática Educativa. Centro de Investigación y Estudios Avanzados de México-Cinvestav. (1996).*
- [9] HOFFER, BRESSAN (2000), *Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica..*